

Exercices

Luxformel

Développements en séries de Taylor

Exercice 1 : Développements limités des fonctions paires et impaires

Soit $n \in \mathbb{N}$ et soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction de classe C^{n+1} .

1. Montrer que si f est paire, alors le développement limité en 0 de f à l'ordre n n'a que des termes de degré pair (et tous les termes de degré impair sont nuls).
 2. Montrer de même que si f est impaire, tous les termes de degré pair de son développement limité en 0 sont nuls.
-

Exercice 2 : Calculs de développements limités

Calculer les développements limités en 0 des fonctions suivantes, aux ordres précisés :

1. $x \mapsto \sin(x) \cos(x)$ à l'ordre 8.
(On pourra faire le calcul en multipliant les développements limités, puis le vérifier en utilisant une formule de trigonométrie.)
 2. $\cos \circ \sin$ à l'ordre 5.
 3. \tanh à l'ordre 4.
 4. \arcsin à l'ordre 4.
 5. arsinh à l'ordre 4.
-

Exercice 3 : Développements limités en d'autres points

1. Déterminer le développement limité à l'ordre 5 de la fonction \sin en $\pi/2$.
 2. De même pour le développement limité de la fonction \log en 1 à l'ordre 5.
-

Exercice 4 : Limites de fonctions

Déterminer l'ensemble de définition puis la limite en 0 des fonctions suivantes :

- 1.

$$\frac{\sin(t) - \sinh(t)}{t(\cos(t) - \cosh(t))}$$

2.

$$\frac{t(\sin(t) - \sinh(t))}{\cos(t) + \cosh(t) - 2}$$

Exercice 5 : Limites de suites

Déterminer les limites des suites dont les termes généraux sont :

1.

$$u_n = n^2(\cosh(1/n) - \cos(1/n))$$

2.

$$v_n = n \frac{\sinh(1/n) - \sin(1/n)}{\cosh(1/n) - \cos(1/n)}$$