

# **DÉMONSTRATIONS**

## **Démonstration**

### *Définition*

Une démonstration mathématique est une suite d'assertions mathématiques, chacune découlant logiquement de la précédente, permettant de passer d'assertions admises comme étant vraies, vers une assertion finale qu'on souhaite démontrer.

## **Différentes méthodes de démonstrations**

- Démonstration directe

Une preuve directe est une succession d'implications commençant par “P” et terminant par “Q”. La plupart des preuves sont directes.

- Démonstration par l'absurde

On suppose que la conclusion à laquelle on veut aboutir est fausse, et on en déduit une contradiction. Faire une démonstration par l'absurde revient donc à démontrer.

$$(\neg B) \Rightarrow (\neg A)$$

pour en déduire que:

$$A \Rightarrow B$$

- Démonstration par hérédité, démonstration par induction

C'est un type particulier de preuve, utilisé pour démontrer des assertions dépendant d'un nombre entier  $n$ . Notons ainsi  $(A_n)$  une assertion dépendant

de  $n$ . Pour démontrer que  $(A_n)$  est vraie pour tout  $n$ , il suffit de montrer que :

- $(A_0)$  est vraie
- $\forall n \geq 0, (A_n) \Rightarrow (A_{n+1})$

***Remarque***

Dans certains cas, on pourra commencer à  $n = 1$  au lieu de  $n = 0$ .

- Démonstration par contraposée

Dans une preuve par contraposée, on suppose la négation de la conclusion et on montre la négation de l'hypothèse.

Ainsi, montrer “Si P alors Q” par contraposée signifie qu'on part de “non Q” et qu'on arrive à “non P”.