

# Exercices

Luxformel

## Développements en séries de Taylor

### Exercice 1 : Développements limités des fonctions paires et impaires

Soit  $n \in \mathbb{N}$  et soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction de classe  $C^{n+1}$ .

1. Montrer que si  $f$  est paire, alors le développement limité en 0 de  $f$  à l'ordre  $n$  n'a que des termes de degré pair (et tous les termes de degré impair sont nuls).
2. Montrer de même que si  $f$  est impaire, tous les termes de degré pair de son développement limité en 0 sont nuls.

### Exercice 2 : Calculs de développements limités

Calculer les développements limités en 0 des fonctions suivantes, aux ordres précisés :

1.  $x \mapsto \sin(x) \cos(x)$  à l'ordre 8.  
(On pourra faire le calcul en multipliant les développements limités, puis le vérifier en utilisant une formule de trigonométrie.)
2.  $\cos \circ \sin$  à l'ordre 5.
3.  $\tanh$  à l'ordre 4.
4.  $\arcsin$  à l'ordre 4.
5.  $\operatorname{arsinh}$  à l'ordre 4.

### Exercice 3 : Développements limités en d'autres points

1. Déterminer le développement limité à l'ordre 5 de la fonction  $\sin$  en  $\pi/2$ .
2. De même pour le développement limité de la fonction  $\log$  en 1 à l'ordre 5.

### Exercice 4 : Limites de fonctions

Déterminer l'ensemble de définition puis la limite en 0 des fonctions suivantes :

1. 
$$\frac{\sin(t) - \sinh(t)}{t(\cos(t) - \cosh(t))}$$
2. 
$$\frac{t(\sin(t) - \sinh(t))}{\cos(t) + \cosh(t) - 2}$$

### Exercice 5 : Limites de suites

Déterminer les limites des suites dont les termes généraux sont :

1.

$$u_n = n^2(\cosh(1/n) - \cos(1/n))$$

2.

$$v_n = n \frac{\sinh(1/n) - \sin(1/n)}{\cosh(1/n) - \cos(1/n)}$$