QUANTENMECHANIK

Etymologie

Das Word Quantenmechanik setzt sich zusammen aus dem Wort Quantität und Mechanik.

In der Quantenmechanik wird, anders wie in dem Alltag, die Energie nicht kontinuierlich sondern in Portionen abgegeben. Diese werden Energiequanten oder Energieportionen genannt.

Photoeffekt, lichtelektrischer Effekt, photoelektrischer Effekt

Der Photoeffekt, behandelt das Freisetzen von Elektronen aus einem Metall, wenn diese von elektromagnetischer Strahlung getroffen wird.

Versuch

Eine negativ geladene Metallplatte wird mit elektromagnetischer Strahlung bestrahlt. Die elektromagnetische Strahlung wird bei dem Versuch von einer Quecksilberdampflampe geliefert. Dieses Licht besteht aus: sichtbarem Licht sowie ultraviolettem Licht. Dabei entlädt sich die Platte.

Bei dem Versuch ist die Lichtintensität irrelevant. Bei höherer Frequenz zum Beispiel Licht mit ultraviolettem Licht lösen sich dei Elektronen ab und sie entlädt sich.

Schlussfolgerung

Der Photoeffekt ist also abhänging von der Wellenlänge sowie der Frequenz der elektromagnetischen Strahlung, sowie Material. Und es gibt eine Grenzfrequenz f_G und auch eine Grenzwellenlänge λ_G. Der Photoeffekt ist jedoch nicht von der Lichtintensität abhänging. Die Elektronen werden also abgestoβen in einem Stoβvorgang.

Gültigkeitsbedingungen

Sodass der Photoeffekt eintritt müssen:

$$f \geqslant f_G$$

und

$$\lambda \leqslant \lambda_G$$

Daher gilt:

$$\lambda_G = \frac{c}{f_G}$$

Photon, Lichtquant

Um den Photoeffekt zu erklären wurde das *Photon* postuliert. Dieses Teilchen erklärt nun den Stoβvorgang, das die Elektronen abstoβt. Es kann als Art: Energiebündel, gesehen werden. Die Energie des Photons E beträgt:

$$E = h \cdot f$$

mit

$$h,\ Planck - Konstante$$

$$h,\ 6,626 \cdot 10^{-34} Js$$

Siehe Naturkonstanten.

Prinzip der Gegenfeldmethode

Bei der Gegenfeldmethode wird eine Metallplatte mit Photonen beschossen. Mit einer gewissen Lichtintensität lösen sich durch einen Stoβvorgang zwischen den Photonen und Elektronen die Elektronen ab.

Herleitung

Die Elektronen haben beim Austreten folgende Energie:

$$E_{Photon} = W_A + E_{kin}$$
$$\Leftrightarrow h \cdot f = W_A + U_G \cdot |e|$$
$$\Leftrightarrow U_G \cdot |e| = h \cdot f - W_A$$
$$\Leftrightarrow U_G \cdot |e| = h \cdot f - W_A = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Für 2 verschiedene Punkte gilt:

$$U_{G1} \cdot |e| = h \cdot f_1 - W_A \ (1)$$
$$U_{G2} \cdot |e| = h \cdot f_2 - W_A \ (2)$$

$(1) - (2)$:

$$|e| \left(U_{G1} - U_{G2}\right) = h \cdot (f_1 - f_2)$$
$$\Leftrightarrow h = \frac{|e| \left(U_{G1} - U_{G2}\right)}{f_1 - f_2}$$

Impuls der Photonen

Herleitung

Laut Relativitätstheorie gilt:

$$p = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot v = m \cdot v$$
$$\Leftrightarrow m = \frac{p}{v} \ (1)$$

Und

$$E = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot c^2 = m \cdot c^2$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{E}{c^2} \text{ (2)}$$

$(1) = (2)$:

$$\frac{p}{v} = \frac{E}{c^2}$$

$$p = \frac{E \cdot v}{c^2}$$

mit: $E_{Photon} = h \cdot f$

$$p = \frac{h \cdot f \cdot v}{c^2}$$

Da $c = v$ und $\lambda = h \cdot f$

$$p = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{\lambda}{c}$$

Formel

$$p = \frac{\lambda}{c}$$

Welle-Teilchen-Dualismus der Elektronen

Der Welle-Teilchen-Dualismus des Elektrons bedeutet, dass das Elektron sich als Welle sowie auch als Teilchen verhalten kann.

De Broglie-Wellenlänge

Ein Teilchen mit dem Impuls p hat die Wellenlänge λ:

Formel

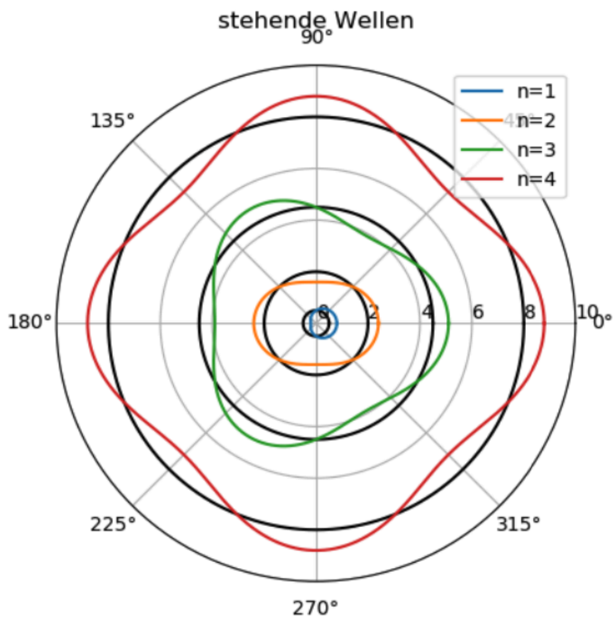
$$\lambda = \frac{h}{p}$$

oder auch

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$$

De-Broglie-Wellenlänge in der Atomhülle

Bei stehenden Wellen um den Atomkern ist der Bahnumfang ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge. Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Elektronen ist zeitlich konstant.



Siehe Kapitel: Wellenlehre, um mehr über *stehende Wellen* zu erfahren.

Stehende Wellen entsprechen den möglichen stabilen Zuständen des Elektrons im Atom. Für diese Zustände gilt:

$$2\pi \cdot r = n \cdot \lambda$$
$$n,\ Quantenzahl$$

wobei:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

und

$$n \in \mathbb{N}$$

Bohr'sche Quantenbedingung

Herleitung

Es gilt:

$$2\pi \cdot r = n \cdot \lambda$$
$$\Leftrightarrow r \cdot p = n \cdot \frac{h}{2\pi}$$

mit: $p = m_e \cdot v$

$$\Leftrightarrow r \cdot m_e \cdot v = n \cdot \frac{h}{2\pi}$$

Bemerkung

Diese Formel wird oft mit $\hbar$ angegeben

$$r \cdot m_e \cdot v = n \cdot \hbar$$

Hierbei bedeutet $\hbar$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Geschwindigkeit der Elektronen im Bahnradius

Stellt man die Bohr'sche Quantenbedingung um nach der Geschwindigkeit v erhält man:

$$v = n \cdot \frac{h}{2\pi \cdot m_e \cdot r}$$

Ionisationsenergie im Wasserstoffatom

Herleitung

$$W = \int_r^{+\infty} \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{dr}$$

$$= \int_r^{+\infty} \overrightarrow{-F_{el}} \cdot \overrightarrow{dr}$$

$$= \int_r^{+\infty} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} \cdot dr$$

$$= \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \int_r^{+\infty} \frac{1}{r^2} dr$$

$$= \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \left[-\frac{1}{r^2}\right]_r^{+\infty}$$

$$= \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r}\right)$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r} > 0$$

Die verrichtete Arbeit bei der Ionisierung ist positiv das Elektron gewinnt also an potentieller Energie

Es gilt:

$$E_{potentiell,\infty} = E_{potentiell} + W$$

Gesamtenergie des Elektrons im Wasserstoffatoms

Es gilt:

$$E_{gesamt} = E_{kinetisch} + E_{potentiell}$$

Durch Einsetzen erhält man:

$$E_{gesamt} = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r}$$

Bahnradien im Bohr'schen Atommodell

Nach dem 1^{ten} Bohrschen Postulat, bewegen sich Elektronen strahlungsfrei auf kreisförmigen Bahnen.

Also gilt:

$$F_{el} = F_r$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r} = \frac{m_e \cdot v^2}{r} \text{ (1)}$$

mit Quantenbedingung:

$$v = \frac{h \cdot n}{2\pi \cdot m_e \cdot r} \text{ (2)}$$

(1) in (2)

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r} = \frac{m_e \cdot h^2 \cdot n^2}{r^3 \cdot 4\pi^2 \cdot m_e^2}$$

Da $r \sim n$ schreibt man r_n

Umstellen:

$$r_n = \frac{\varepsilon_0 \cdot h^2}{\pi \cdot m_e} \cdot n^2$$

Formel

$$r_n = \frac{\varepsilon_0 \cdot h^2}{\pi \cdot m_e} \cdot n^2$$

Bohr'scher Radius

Der Bohr'sche Radius ist $n = 1$. Setzt man für $n = 1$ die Relevanten Werte ein so erhält man einen Radius für das Wasserstoffatom im Grundzustand:

$$r_1 = 0,529 \cdot 10^{-10} m$$

oder

$$r_1 = 0,529 \mathring{A}$$

Als Vereinfachung gilt für weitere Elektronenbahnen:

$$r_n = r_1 \cdot n^2$$

Diskrete Energiezustände

Da sich Elektronen nur auf bestimmten Bahnen bewegen, ergeben sich nur wenige Energiezustände.

Herleitung

Es gilt:

$$E_{gesamt} = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r}$$

mit der Quantenbedingung:

$$v = \frac{h \cdot n}{2\pi \cdot m_e \cdot r} \; (2)$$

erhalten wir:

$$E_n = \frac{h^2 \cdot n^2}{8\pi^2 \cdot m_e \cdot r_n^2} - \frac{e^2}{4\pi \cdot \varepsilon_0^2 \cdot r_n}$$

mit der Formel der Bahnradien:

$$r_n = \frac{h^2 \cdot \varepsilon_0}{\pi \cdot m_e \cdot e^2} \cdot n^2$$

erhalten wir:

$$E_n = \frac{m_e \cdot e^4}{8\varepsilon_0^2 \cdot h^2 \cdot n^2} - \frac{m_e \cdot e^4}{4\varepsilon_0^2 \cdot h^2 \cdot n^2}$$

$$\Leftrightarrow E_n = -\frac{m_e \cdot e^4}{8\varepsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{n^2}$$

Wert

Setzt man in die Formel ein für $n = 1$

$$E_{n=1} = -\frac{m_e \cdot e^4}{8\varepsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{1^2} = -\frac{m_e \cdot e^4}{8\varepsilon_0^2 \cdot h^2} = 13,6eV$$

Für nachfolgende Elektronenbahnen oder Anregungszustände gilt:

$$E_n = -13,6eV \cdot \frac{1}{n^2}$$

Wasserstoffspektrum

Wenn ein Elektron nun sein Energieniveau ändert kann man folgende Formel verwenden:

$$\Delta E = E_{Ende} - E_{Anfang}$$

$$= -13,6eV \cdot \left(\frac{1}{n_{Ende}^2} - \frac{1}{n_{Anfang}^2} \right)$$