

DÉMONSTRATIONS

Démonstration

Définition

Une démonstration mathématique est une suite d'assertions mathématiques, chacune découlant logiquement de la précédente, permettant de passer d'assertions admises comme étant vraies, vers une assertion finale qu'on souhaite démontrer.

Différentes méthodes de démonstrations

- **Démonstration directe**

Une preuve directe est une succession d'implications commençant par “P” et terminant par “Q”. La plupart des preuves sont directes.

- **Démonstration par l'absurde**

On suppose que la conclusion à laquelle on veut aboutir est fausse, et on en déduit une contradiction. Faire une démonstration par l'absurde revient donc à démontrer.

$$(\neg B) \Rightarrow (\neg A)$$

pour en déduire que:

$$A \Rightarrow B$$

- **Démonstration par hérédité, démonstration par induction**

C'est un type particulier de preuve, utilisé pour démontrer des assertions dépendant d'un nombre entier n . Notons ainsi (A_n) une assertion dépendant

de n . Pour démontrer que (A_n) est vraie pour tout n , il suffit de montrer que :

- (A_0) est vraie
- $\forall n \geq 0, (A_0) \Rightarrow (A_{n+1})$

Remarque

Dans certains cas, on pourra commencer à $n = 1$ au lieu de $n = 0$.

• **Démonstration par contraposée**

Dans une preuve par contraposée, on suppose la négation de la conclusion et on montre la négation de l'hypothèse.

Ainsi, montrer “Si P alors Q” par contraposée signifie qu'on part de “non Q” et qu'on arrive à “non P”.