

# 末制导大作业

## 1. 相关假设

- 1) 轴对称导弹，十字型气动舵布局
- 2) 采用滚转稳定 STT 转弯控制
- 3) 俯仰和偏航通道完全解耦
- 4) 采用瞬时平衡假设，任一时刻力矩平衡

## 2. 动力学方程

$$X_V = 0$$

$$\begin{aligned} m \frac{dV_m}{dt} &= P \cos \alpha \cos \beta - X - G \sin \theta \\ mV \frac{d\theta}{dt} &= (P \sin \alpha + Y) \cos \gamma_v + (P \cos \alpha \sin \beta - Z) \sin \gamma_v - G \cos \theta \\ -mV_m \cos \theta \frac{d\psi_v}{dt} &= (P \sin \alpha + Y) \sin \gamma_v - (P \cos \alpha \sin \beta - Z) \cos \gamma_v \\ \dot{x}_m &= V_m \cos \theta \cos \psi_v \\ \dot{y}_m &= V_m \sin \theta \\ \dot{z}_m &= -V_m \cos \theta \sin \psi_v \end{aligned} \quad (1.1)$$

$V_m$  为导弹速度， $\theta$  弹道倾角， $\psi_v$  弹道偏角， $\gamma_v$  速度滚转角， $x_m, y_m, z_m$  为导弹位移，

$X, Y, Z$  为气动力阻力、升力和侧向力，具体表达式为

$$\begin{aligned} Y &= Y^\alpha \alpha \\ Y^\alpha &= C_y^\alpha q S_{ref} \\ Z &= Z^\beta \beta \\ Z^\beta &= C_z^\beta q S_{ref} \end{aligned} \quad (1.2)$$

假设攻角  $\alpha$  和侧滑角  $\beta$  为小量，得到  $\sin \alpha \approx \alpha$ ， $\sin \beta \approx \beta$ ， $\cos \alpha \approx 1$ ， $\cos \beta \approx 1$ ，则

$$\begin{aligned} mV \dot{\theta} &= \alpha (P + C_y^\alpha q S_{ref}) \cos \gamma_v + \beta (P - C_z^\beta q S_{ref}) \sin \gamma_v - G \cos \theta \\ -mV \dot{\psi}_v &= \alpha (P + C_y^\alpha q S_{ref}) \sin \gamma_v - \beta (P - C_z^\beta q S_{ref}) \cos \gamma_v \end{aligned} \quad (1.3)$$

由此反推得到攻角  $\alpha$  和侧滑角  $\beta$  为

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{(mV\dot{\theta} + G\cos\theta)\cos\gamma_v - mV\cos\theta\dot{\psi}_v\sin\gamma_v}{P + Y^\alpha} \\ \beta &= \frac{mV\dot{\psi}_v\cos\theta\cos\gamma_v + (mV\dot{\theta} + G\cos\theta)\sin\gamma_v}{P + Z^\beta}\end{aligned}\quad (1.4)$$

### 3. 自动驾驶仪

自动驾驶仪简化，将自动驾驶仪考虑为一阶环节，其传递函数为  $G_A$  为

$$\begin{aligned}G_A &= \frac{a_n}{a_{nc}} = \frac{1}{\tau_A s + 1} \\ \tau_A &= K \sqrt{\frac{J_y}{q_\infty}}\end{aligned}\quad (1.5)$$

这里  $\tau_A$  为自动驾驶仪时间常数， $K$  为常系数，这里可取 1，这里纵向和侧向自动驾驶仪相同。

### 4. 导引头测量

由于末制导是由导引头测量视线角速度，因此给要用导弹、目标相对运动参数给出视线相对惯性空间的欧拉角和视线角速度表达式。首先建立视线坐标系  $\mathbf{o}_s x_s y_s z_s$ ：  $\mathbf{o}_s$  位于导引头中心；  $x_s$  轴位于导引头中心到目标的连线上且指向目标；  $y_s$  轴与  $x_s$  轴正交且位于弹体俯仰平面内指向上为正；  $z_s$  轴  $x_s$  轴  $y_s$  轴构成右手坐标系，视线坐标系是由惯性坐标系依次绕  $y$  轴转  $\psi_s$  角，绕新的  $z$  轴转动  $\theta_s$  角，绕最终的  $x$  轴转动  $\gamma_s$  角得到，由此得到惯性坐标系到视线坐标系下的投影为

$$C_i^s = \begin{bmatrix} \cos\theta_s \cos\psi_s & \sin\theta_s & -\cos\theta_s \sin\psi_s \\ -\cos\theta_s \cos\psi_s \cos\gamma_s + \sin\psi_s \sin\gamma_s & \cos\theta_s \cos\gamma_s & \cos\theta_s \sin\psi_s \cos\gamma_s + \cos\psi_s \sin\gamma_s \\ \sin\theta_s \sin\psi_s \sin\gamma_s + \sin\psi_s \cos\gamma_s & -\cos\theta_s \sin\gamma_s & -\sin\theta_s \sin\psi_s \sin\gamma_s + \cos\psi_s \sin\gamma_s \end{bmatrix}\quad (1.6)$$

导弹目标相对位置在惯性系下的分量为

$$\mathbf{R} = [x_t - x_m \quad y_t - y_m \quad z_t - z_m]^T = [x \quad y \quad z]^T \quad (1.7)$$

下标  $m, t$  分别代表导弹、目标。由此可得

$$\begin{aligned}
\cos \psi_s &= x / \sqrt{x^2 + z^2} \\
\sin \psi_s &= -z / \sqrt{x^2 + z^2} \\
\cos \theta_s &= \sqrt{x^2 + z^2} / \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\
\sin \theta_s &= y / \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}
\end{aligned} \tag{1.8}$$

由此可得

$$\begin{aligned}
\psi_s &= \arcsin(-z / \sqrt{x^2 + z^2}) \\
\theta_s &= \arcsin(y / \sqrt{x^2 + y^2 + z^2})
\end{aligned} \tag{1.9}$$

相对速度  $\mathbf{V}_c = [\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z}]^T$ ，惯性下的视线角速度可以表示为

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\omega} &= \mathbf{R} \times \mathbf{V} / R^2 \\
R &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}
\end{aligned} \tag{1.10}$$

$\boldsymbol{\omega}$  在视线坐标系下的投影为

$$\boldsymbol{\omega}_s = \begin{bmatrix} \omega_{sx} \\ \omega_{sy} \\ \omega_{sz} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_i^s \boldsymbol{\omega} \tag{1.11}$$

接近速度

$$V_c = \mathbf{V} \cdot \mathbf{R} = \frac{x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z}}{R} \tag{1.12}$$

导引头动态跟踪特性可考虑为一阶惯性环节  $G_s = \frac{1}{\tau_c s + 1}$ ，这里  $\tau_c$  可取为 0.2s。

## 5. 目标运动方程

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{R}}_t &= \dot{\mathbf{V}}_t \\
\dot{\mathbf{V}}_t &= \dot{\mathbf{a}}_t \\
\mathbf{R}_t &= [x_t \quad y_t \quad z_t]^T \\
\mathbf{V}_t &= [v_{tx} \quad v_{ty} \quad v_{tz}]^T \\
\mathbf{a}_t &= [a_{tx} \quad a_{ty} \quad a_{tz}]^T
\end{aligned} \tag{1.13}$$

自动驾驶仪输出速度坐标系下的俯仰加速度  $a_{vy}$  和偏航加速度  $a_{vz}$

$$\begin{aligned}
a_{vy} &= \frac{P}{m} \sin \alpha + \frac{Y}{m} \\
a_{vz} &= -\frac{P}{m} \sin \alpha \cos \beta + \frac{Z}{m}
\end{aligned} \tag{1.14}$$

也可表示为  $\dot{\theta}$  和  $\dot{\psi}_V$ ，由此可利用

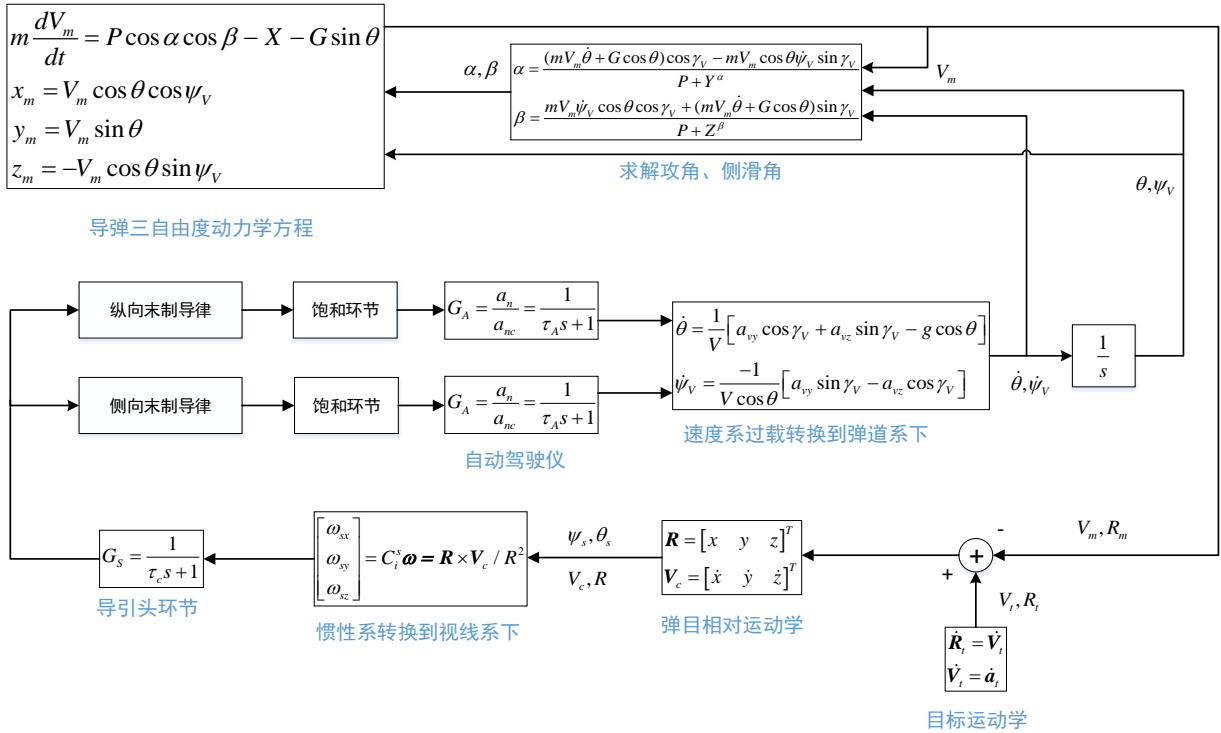
$$\begin{aligned}\dot{\theta} &= \frac{1}{V} \left[ \frac{1}{m} (P \sin \alpha + Y) \cos \gamma_V + \frac{1}{m} (P \cos \alpha \sin \beta - Z) \sin \gamma_V - g \cos \theta \right] \\ \dot{\psi}_V &= \frac{-1}{V \cos \theta} \left[ \frac{1}{m} (P \sin \alpha + Y) \sin \gamma_V - \frac{1}{m} (P \cos \alpha \sin \beta - Z) \cos \gamma_V \right]\end{aligned}\quad (1.15)$$

将俯仰加速度  $a_{vy}$  和偏航加速度  $a_{vz}$  代入得

$$\begin{aligned}\dot{\theta} &= \frac{1}{V} [a_{vy} \cos \gamma_V + a_{vz} \sin \gamma_V - g \cos \theta] \\ \dot{\psi}_V &= \frac{-1}{V \cos \theta} [a_{vy} \sin \gamma_V - a_{vz} \cos \gamma_V]\end{aligned}\quad (1.16)$$

导引律如果考虑重力补偿，可将  $g \cos \theta$  去掉

## 6. 制导回路框图



## 7. 初始发射条件

$$m_0 = 1.0 \text{ kg}$$

$$\theta_0 = 5^\circ, 10^\circ$$

$$1) \quad \psi_{c0} = 0^\circ$$

$$\alpha_0 = \beta_0 = 0^\circ$$

- 2)  $x_{m0} = y_{m0} = z_{m0} = 0$   
 $V_{mx0} = V_{my0} = V_{mz0} = 0$
- $y_{t0} = z_{t0} = 0$
- 3)  $x_{t0} = 1500m / 2000m$  可先设定为固定目标  
 $V_{xt0} = V_{yt0} = V_{zt0} = 0$
- 4) 初始阶段直接锁定目标

## 8. 气动数据

$$C_y^\alpha = 10.4$$

$$C_y^{\delta_z} = 1.51$$

$$C_y = C_y^\alpha \alpha + C_y^{\delta_z} \delta_z$$

$$C_x = 0.437 + 7.01 \times \alpha \times \delta_z + 17.3 \times \alpha^2 + 2.41 \times \delta_z^2$$

$$m_{zh}^\alpha = -6.07$$

$$m_{zh}^{\delta_z} = -0.425$$

$$m_{zh} = m_{zh}^\alpha \alpha + m_{zh}^{\delta_z} \delta_z$$

$$m_z = C_y X_g / L + m_{zh}$$

$$L = 0.471m$$

$$S_{ref} = 0.0012566m^2$$

$$X_g = 0.25m$$

## 9. 发动机及质量

时间/s	推力/N	秒流量/kg
0	41.8442	0.0231
0.01	112.451	0.048793
0.02	114.989	0.049753
0.03	116.537	0.050717
0.04	118.097	0.051685
0.05	121.667	0.052658
0.06	123.248	0.053635
0.07	125.84	0.054617
0.08	130.442	0.055602
0.09	133.055	0.056592
0.1	135.679	0.057586
0.11	138.313	0.058584
0.12	140.957	0.059586
0.13	143.611	0.060592

0. 14	146. 276	0. 061603
0. 15	148. 95	0. 062617
0. 16	151. 634	0. 063635
0. 17	154. 329	0. 064657
0. 18	157. 033	0. 065684
0. 19	159. 747	0. 066714
0. 2	162. 471	0. 067748
0. 21	165. 204	0. 068785
0. 22	167. 947	0. 069827
0. 23	170. 699	0. 070872
0. 24	173. 461	0. 071921
0. 25	176. 233	0. 072974
0. 26	179. 013	0. 074031
0. 27	181. 803	0. 075091
0. 28	184. 602	0. 076155
0. 29	187. 41	0. 077223
0. 3	190. 227	0. 078294
0. 31	193. 053	0. 079369
0. 32	195. 888	0. 080447
0. 33	199. 005	0. 081623
0. 34	202. 467	0. 082918
0. 35	205. 949	0. 08422
0. 36	209. 452	0. 08553
0. 37	212. 975	0. 086847
0. 38	216. 518	0. 088172
0. 39	220. 081	0. 089505
0. 4	223. 664	0. 090845
0. 41	227. 268	0. 092192
0. 42	230. 891	0. 093547
0. 43	234. 534	0. 094909
0. 44	238. 197	0. 096278
0. 45	241. 881	0. 097655
0. 46	245. 584	0. 09904
0. 47	249. 306	0. 100431
0. 48	251. 602	0. 10128
0. 49	253. 715	0. 102061
0. 5	255. 835	0. 102844
0. 51	257. 963	0. 10363
0. 52	260. 098	0. 104419
0. 53	262. 242	0. 105211
0. 54	264. 393	0. 106005
0. 55	266. 551	0. 106802
0. 56	268. 717	0. 107602

0. 57	270. 891	0. 108405
0. 58	273. 072	0. 10921
0. 59	275. 261	0. 110018
0. 6	277. 441	0. 110823
0. 61	279. 483	0. 111582
0. 62	281. 531	0. 112342
0. 63	283. 585	0. 113104
0. 64	285. 644	0. 113868
0. 65	287. 71	0. 114635
0. 66	289. 781	0. 115404
0. 67	291. 859	0. 116175
0. 68	293. 942	0. 116948
0. 69	296. 031	0. 117723
0. 7	298. 127	0. 118501
0. 71	300. 226	0. 119281
0. 72	302. 332	0. 120063
0. 73	304. 444	0. 120847
0. 74	306. 561	0. 121633
0. 75	308. 684	0. 122421
0. 76	310. 814	0. 123212
0. 77	312. 949	0. 124005
0. 78	315. 089	0. 1248
0. 79	317. 236	0. 125597
0. 8	319. 389	0. 126396
0. 81	321. 547	0. 127197
0. 82	323. 711	0. 128001
0. 83	325. 881	0. 128806
0. 84	328. 057	0. 129614
0. 85	330. 239	0. 130424
0. 86	331. 99	0. 131086
0. 87	333. 688	0. 13173
0. 88	335. 387	0. 132374
0. 89	337. 089	0. 133019
0. 9	338. 793	0. 133666
0. 91	340. 297	0. 134235
0. 92	338. 381	0. 133506
0. 93	336. 422	0. 132761
0. 94	334. 464	0. 132016
0. 95	332. 509	0. 131273
0. 96	330. 556	0. 130531
0. 97	328. 606	0. 129789
0. 98	326. 657	0. 129049
0. 99	324. 711	0. 128309

1	322.768	0.12757
1.01	320.826	0.126832
1.02	318.887	0.126095
1.03	316.95	0.125358
1.04	315.016	0.124623
1.05	313.083	0.123888
1.06	311.154	0.123155
1.07	309.226	0.122422
1.08	307.301	0.12169
1.09	305.378	0.120959
1.1	302.554	0.11992
1.11	295.903	0.11756
1.12	289.359	0.115236
1.13	282.928	0.112951
1.14	276.607	0.110704
1.15	270.395	0.108495
1.16	264.29	0.106322
1.17	258.292	0.104185
1.18	252.397	0.102085
1.19	246.606	0.10002
1.2	240.916	0.09799
1.21	235.326	0.095994
1.22	229.834	0.094032
1.23	224.44	0.092103
1.24	219.141	0.090208
1.25	213.937	0.088345
1.26	208.826	0.086514
1.27	203.806	0.084715
1.28	198.876	0.082946
1.29	194.036	0.081209
1.3	189.283	0.079501
1.31	184.617	0.077824
1.32	180.036	0.076176
1.33	175.538	0.074557
1.34	171.124	0.072966
1.35	166.791	0.071404
1.36	161.916	0.06963
1.37	155.813	0.06738
1.38	149.842	0.065177
1.39	148.889	0.06441
1.4	145.289	0.063036
1.41	141.712	0.061671
1.42	138.16	0.060316



1.43	134.634	0.058969
1.44	131.133	0.057633
1.45	127.658	0.056306
1.46	124.208	0.054989
1.47	120.785	0.053682
1.48	117.388	0.052384
1.49	114.017	0.051097
1.5	110.673	0.04982
1.51	107.356	0.048552
1.52	104.066	0.047296
1.53	100.803	0.046049
1.54	97.5685	0.044813
1.55	94.3614	0.043587
1.56	91.1825	0.042372
1.57	88.032	0.041168
1.58	84.9102	0.039975
1.59	81.8174	0.038792
1.6	78.7539	0.037621
1.61	75.72	0.036461
1.62	72.716	0.035312
1.63	69.7422	0.034175
1.64	66.799	0.03305
1.65	63.8868	0.031936
1.66	61.0059	0.030834
1.67	58.1567	0.029744
1.68	55.3396	0.028666
1.69	52.5551	0.0276
1.7	49.8035	0.026547
1.71	47.0854	0.025507
1.72	44.4012	0.02448
1.73	41.7514	0.023466
1.74	39.1365	0.022465
1.75	36.5572	0.021477
1.76	34.0139	0.020503
1.77	31.5073	0.019544
1.78	29.0381	0.018598
1.79	26.6069	0.017667
1.8	24.2144	0.016751
1.81	21.8614	0.015849
1.82	19.5488	0.014963
1.83	17.2773	0.014093
1.84	15.048	0.013239
1.85	12.8617	0.012401

1.86	10.7197	0.01158
1.87	8.62292	0.010777
1.88	6.57274	0.009991
1.89	5.02064	0.009396
1.9	4.56534	0.009222
1.91	4.11284	0.009049
1.92	3.66312	0.008877
1.93	3.21618	0.008706
1.94	2.77205	0.008536
1.95	2.33074	0.008367
1.96	1.89227	0.008199
1.97	1.45665	0.008033
1.98	1.02391	0.007867
1.99	0.594071	0.007702
2	0.167143	0.007539

## 10.具体要求

- 1) 所有同学必须完成俯仰平面的比例导引法制导律设计，将侧向方程移除即可
- 2) 个别同学可以考虑三维空间制导律设计（有加分）
- 3) 提交报告(附程序)，包括公式、设计思路、绘制参数曲线以及结果分析