

# **Realisierung eines interaktiven künstlichen neuronalen Netzwerks in Javascript mit spielerischen Elementen**

## **Bachelor-Thesis**

**zur Erlangung des akademischen Grades B.Sc.**

**Xuan Linh Do**

**2138196**



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg  
Fakultät Design, Medien und Information  
Department Medientechnik

Erstprüfer: Prof. Dr. Edmund Weitz

Zweitprüfer: Prof. Dr. Andreas Pläß

vorläufige Fassung vom 3. August 2017

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>5</b>
1.1	Begriffsdefinition . . . . .	5
1.2	Zielsetzung . . . . .	6
1.3	Anmerkungen im Bezug auf Koeneckes Arbeit . . . . .	7
1.4	Struktur dieser Arbeit . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>9</b>
2.1	Künstliche Intelligenz . . . . .	9
2.1.1	Begriffserklärung . . . . .	9
2.1.2	Turing Test . . . . .	10
2.1.3	starke und schwache Künstliche Intelligenz (KI) . . . . .	10
2.2	Maschinelles Lernen . . . . .	10
2.2.1	Begriffserklärung . . . . .	10
2.2.2	Prinzip und Verfahren . . . . .	11
2.3	Einordnung der KNN . . . . .	12
2.4	Bereiche der KNN . . . . .	12
<b>3</b>	<b>Vorbild der KNN und das künstliche Neuron</b>	<b>13</b>
3.1	Natürliche neuronale Netze . . . . .	13
3.2	Funktionsweise und Aufbau eines künstlichen Neurons . . . . .	14
3.2.1	Übertragungsfunktion . . . . .	15
3.2.2	Aktivierungsfunktion . . . . .	15
3.2.3	Ausgangsfunktion . . . . .	18
<b>4</b>	<b>Struktur der KNN</b>	<b>19</b>
4.1	Aufbaustruktur . . . . .	19
4.2	Einlagiges Perzeptron . . . . .	21
4.2.1	Darstellung der booleschen Funktionen als einfaches Perzeptron	21
4.2.2	Klassifizierung und lineare Separierbarkeit . . . . .	22
4.2.3	Das XOR-Problem . . . . .	24
4.3	Mehrlagiges Perzeptron . . . . .	24
4.3.1	Darstellung der XOR-Funktion als MLP . . . . .	25
4.3.2	Bias-Neuronen . . . . .	25

<b>5</b>	<b>Lernen in KNN</b>	<b>27</b>
5.1	Lernregel . . . . .	28
5.1.1	Hebbsche Lernregel . . . . .	28
5.1.2	Delta-Regel . . . . .	29
5.1.3	Backpropagation-Regel . . . . .	30
5.2	Auswahl der Aktivierungsfunktion . . . . .	34
<b>6</b>	<b>Konfiguration eines künstliche neuronale Netze (KNN) passend zur Problemstellung</b>	<b>35</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>37</b>
	<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>38</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>39</b>

# **Abstract**

English

## **Zusammenfassung**

Diese Arbeit ist eine Fortführung der von Finn Ole Koenecke angefertigten Bachelorarbeit mit dem Titel „Realisierung eines interaktiven künstlichen neuronalen Netzwerks“ aus dem Jahre 2016. Im Rahmen seiner Arbeit wurde ein Programm geschrieben, in dem der Anwender interaktiv die Arbeitsweise und Strukturen von neuronalen Netzen visualisieren und erlernen kann. Das ursprüngliche Programm von Koenecke ist so aufgebaut, dass die graphische Oberfläche über den Browser und die Rechenarbeit für das neuronale Netz im Hintergrund über einen Server läuft.

Ziel dieser Bachelorarbeit ist es, dieses Programm komplett in Javascript, HTML und CSS zu portieren, sodass dieser auch ohne einen Server im Browser läuft. Zudem wird das Programm so erweitert, dass das neuronale Netz spielerisch eingesetzt werden kann. Die Erweiterungen sind darauf ausgelegt, noch mehr den didaktischen Charakter des Programms sowie die Einsatzmöglichkeiten von neuronalen Netzen hervorzuheben.

# 1 Einleitung

Bei vielen Aufgaben ist es von großem Vorteil auf technische Hilfsmittel zuzugreifen, da sie so erheblich schneller gelöst werden können. Zum Beispiel kann für die Berechnung komplexerer Rechenaufgaben der Taschenrechner genutzt werden. Doch nicht außer Acht gelassen werden soll, dass ein Rechner darauf beschränkt ist, nur eine begrenzte Anzahl von Aufgaben erledigen zu können. Der Mensch kann sich dagegen mit seiner Flexibilität und Vielseitigkeit auszeichnen. Zudem gibt es immer noch viele Aufgaben, in denen der Computer dem Menschen deutlich unterlegen ist. „*Wahrnehmung und Erkennen, Lernen und Speichern von Informationen, Anpassung an die Umwelt, Steuerung von Verhalten sowie Kreativität sind Leistungen des menschlichen Nervensystems, die Maschinen bisher erst in Ansätzen in der Lage sind nachzuahmen.*“ (Kramer 2009: S. 119)

Zu den Ansätzen, die im Zitat genannten Aspekte und Fähigkeiten auch dem Computer zu ermöglichen, zählen unter anderem KNN. Dank der jüngsten technischen Fortschritte in diesem Bereich können immer mehr komplexere Aufgaben auch vom Computer gelöst werden. Im Bereich der Spiele können sie zum Beispiel beim Jump'n'Run-Videospiel *Super Mario World* eingesetzt werden, wie der Youtuber *SethBling* in einem seiner Videos zeigt (SethBling 2015). Zudem gibt es nicht nur Computerprogramme, die in der Lage sind, mithilfe von KNN die besten Spieler in komplexen Spielen zu schlagen, in denen alle Informationen offen gelegt sind wie beim Brettspiel *Go*. Auch bei *Texas Hold'em*, einer Variante des Kartenspiels Poker, die aufgrund der verdeckten Karten auf die Intuition und Glück aufbauen, haben KNN dazu beigetragen, dass professionelle Spieler von einem Computerprogramm geschlagen werden konnten (Riley 2017). Die Abbildung 1.1 zeigt, in welchen Bereichen KNN noch eingesetzt werden können.

## 1.1 Begriffsdefinition

KNN sind die stark abstrahierte, technische Umsetzung der biologischen neuronalen Netze des menschlichen Gehirns. Mithilfe des Wissens über die Struktur und Funktionsweise vom Nervensystem können die biologischen Prinzipien der Informationsverarbeitung als systematisches Modell für den Rechner übertragen werden.

Bereiche	Anwendungsgebiete		
Industrie	Qualitätskontrolle	Kapazitätsplanung	Optimierung
	Sortierung	Robotersteuerung	Materialsynthese
	Steuerungskontrolle	Mitgliederanswahl	Bildverarbeitung
Finanzen	Bonitätsvorhersage	Wertpapierbewertung	Kursprognose
	Buchstabenerkennung	Unterschriftenerkennung	Schätzungen
Telekommunikation	Datenkompression	Routingstrategien	adaptive Filter
	Optimierung des Signalverkehrs		Netzoptimierung
Medizin	Atemanalyse	Blutdruckanalyse	Klinikmanagement
	Diagnose	Bakterienidentifikation	Gewebeanalyse
Marketing	Erkennung von Mustern	Zielgruppenbestimmung	Konsumentenanalyse
Künstliche Intelligenz	Dateimanagement	Wissensgewinnung	Vorstrukturierung
	Spracherkennung	implizite Regeln	
Öffentlicher Dienst	Formularverarbeitung	Dienstplanoptimierung	Handschriftlesen
	Automatisierung/Optimierung des Postverkehrs		
Verkehr	Hinderniserkennung	Fahrplanoptimierung	Ampelschaltung
	Routenplanung für autonome Fahrzeuge		

**Abbildung 1.1:** Anwendungsgebiete für den Einsatz von KNN, entnommen aus <http://vieta.math.tu-cottbus.de/~kolb/ml-nn/node10.html>

## 1.2 Zielsetzung

Das Hauptziel dieser Arbeit ist, dem Leser und Anwender einen leichten Einstieg in das Thema KNN und deren Einsatzmöglichkeiten zu bieten. Damit wird dasselbe Ziel verfolgt, das schon Herr Koenecke mit seiner Arbeit hatte. Mit dem theoretischen Teil soll eine gewisse Wissensbasis über KNN geschaffen werden. Beim praktischen Teil kann der Anwender mithilfe eines Programms, das durch den theoretischen Teil erworbene Wissen interaktiv veranschaulichen und verfestigen. Folgender Textauszug aus Herr Koeneckes Arbeit zeigt, was die Anforderungen an seinem geschriebenen Programm sind:

*„Die Grundidee besteht daraus, ein neuronales Netz zu implementieren, dessen Abläufe zu jeder Zeit angehalten und dessen interner Status eingesehen werden kann. Über eine grafische Oberfläche ist es dann möglich, diese Funktionen aufzurufen, um das Netzwerk zu bedienen. Währenddessen können die internen Mechanismen beobachtet werden. So kann ein Anwender testweise Eingaben tätigen, deren Auswirkungen beobachten und daraus Schlüsse ziehen. Die Interna des Netzwerks werden transparent. Anhand von bekannten und interessanten Problemen kann sich so auch ein unerfahrener Nutzer die Funktionsweise neuronaler Netze erschließen.“ (Koenecke 2016: S. 7)*

Weitestgehend sind die Anforderungen mit dem ursprünglichen Programm erreicht worden. Ausgehend von diesem Programm als Basis sollen für diese Arbeit zwei größere Änderungen stattfinden.

1. *Portieren seines Programms komplett in Javascript, HTML und CSS:* Dies setzt

voraus, dass die Berechnungen für das KNN nicht mehr wie bisher im Hintergrund über einen Server laufen, sondern komplett in Javascript durchgeführt werden. Von der Portierung ist zu erwarten, dass das Programm zwar nicht so schnell wie das ursprüngliche Programm laufen soll, aber dennoch performant genug ist, dass es sich flüssig in einem aktuellen Browser benutzen lässt.

2. *Änderung des User Interfaces durch Hinzufügen spielerischer Elemente:* Die graphische Oberfläche des Programms soll verändert werden, dass spielerische Interaktionen möglich sind. Wichtig dabei ist, dass immer noch im Vordergrund des Programms stehen soll, die Grundlagen von KNN näherzubringen. Daher sind die Veränderungen am Programm vor allem als Erweiterungen zu betrachten. Die Idee für die Erweiterungen fokussiert sich dabei auf den letzten Satz der oben von Herr Koenecke zitierten Textpassage, also die Möglichkeit anhand bekannter Probleme die Arbeitsweise KNN zu erlernen. Im ursprünglichen Programm ist der Anwender noch dazu gezwungen, sich die Probleme selbst herauszusuchen oder auszudenken. Um ihm diesen Schritt zu ersparen, soll es zusätzlich eine Option vom Programm geben, anhand gestellter Aufgaben die Probleme kennenzulernen. Zum Lösen dieser Aufgaben, muss der Anwender die passenden Konfigurationen des KNN vornehmen. So erhält der Anwender die Möglichkeit spielerisch zu erlernen, wie und wozu KNN eingesetzt werden können.

### 1.3 Anmerkungen im Bezug auf Koeneckes Arbeit

Es soll keine zwingende Voraussetzung zur Lektüre dieser Arbeit sein, Herrn Koeneckes Bachelorthesis durchzulesen. Daher werden sich einige Überschneidungen und Verweise zu Koeneckes Arbeit finden. Dies lässt sich sowieso nicht komplett aufgrund der Tatsache vermeiden, dass diese Arbeit und der dazugehörige praktische Teil auf Grundlage seiner Arbeit und Anwendung entstanden ist. Die größten Überschneidungen finden sich vor allem in den Kapiteln 2 - 5, in denen die Theorie behandelt wird, die mit der Künstlichen Intelligenz und den KNN in Verbindung stehen ([Koenecke 2016](#): nachzulesen in seiner Thesis auf den Seiten S. 4-5 sowie 11-32). Im Unterschied zu seiner Arbeit wurde die Theorie der KNN auf mehr Kapitel unterteilt und eine andere Strukturierung ausgewählt, mit dem Ziel eine bessere Übersicht über das Thema zu bieten. Ob dieser Weg wirklich der bessere ist, hängt im Grunde genommen vom Leser ab. Bevorzugt er es lieber kompakt in einem Kapitel sich die Theorie anzueignen, wäre die bessere Entscheidung sich Herr Koeneckes Arbeit durchzulesen. Möchte er lieber stückchenweise sich über verschiedene Kapitel die Theorie aneignen, kann diese Arbeit die bessere Wahl sein.

## **1.4 Struktur dieser Arbeit**

KOMMT AM ENDE



## 2 Grundlagen

In diesem Kapitel soll eine grundlegende Wissensbasis zur Einordnung der Begriffe KI, Maschinelles Lernen, Deep Learning und KNN geschaffen werden. So kommt es bei Laien häufiger zu Verwechslungen dieser Begriffe, deswegen sollen in diesem Kapitel genauer auf sie eingegangen werden, bevor im Kapitel 3 der tiefere Einblick in die Theorie der KNN erfolgt. Auf diese Weise lässt sich besser verstehen, was KNN sind und was sie nicht sind, für welchen Bereich sie eine Bedeutung spielen und wie sie in der Informatik einzuordnen sind. Es wird sich zeigen, dass das Thema KI so breit gefächert ist, dass für die Arbeit nur ein oberflächlicher Einschnitt in das Thema erfolgt. So werden vor allem die Grundlagen behandelt, die für die Thematik der KNN und das im Rahmen der Bachelorthesis geschriebene Programm von Bedeutung sind. Den Lesern, die tiefer in die Materie gehen möchten, steht es nach der Einführung mithilfe dieser Bachelorthesis offen, sich danach anderweitig über das Thema KI zu informieren.

### 2.1 Künstliche Intelligenz

#### 2.1.1 Begriffserklärung

Ob der Mensch ein Lebewesen oder eine Maschine für intelligent hält oder nicht, beruht meist auf seine relativ gute Intuition. So beurteilt er wie ausgeprägt die kognitive Fähigkeiten sind, um sich an ungewohnte Situationen anzupassen. Aus wissenschaftlicher Seite gibt es jedoch keine allgemein gültige Definition für den Begriff *Intelligenz* (Rimscha 2014: S. 139). „Befragt man heute 20 Intelligenzforscher nach einer Definition, erhält man 20 unterschiedliche Antworten“, ist die Aussage von Thomas Grüter, einem Arzt und Sachbuchautor, der für die Neurophysiologie forschte (Hillmann: S. 139). Dass der Begriff Intelligenz schwer zu definieren ist, zeigt ebenfalls, wie schwierig es ist, die KI zu definieren. Grob formuliert wird unter KI *die Nachbildung menschlicher Intelligenz durch Maschinen* verstanden. Dies betrifft auch die menschliche Wahrnehmung und das menschliche Handeln.

### 2.1.2 Turing Test

Um festzustellen, ob eine Maschine dem Anspruch der KI genügt, hat Alan M. Turing als Vorschlag in seinem Paper (Turing 1950) den nach ihm benannten Turing-Test ausgedacht. Über längere Zeit kommuniziert ein Mensch als Tester parallel mit zwei Gesprächspartnern. Bei dem einen Gesprächspartner handelt es sich um einen Menschen, bei dem anderen um eine Maschine. Die Kommunikation erfolgt ohne Sicht- und Hörkontakt (beispielsweise über ein Chat-Programm). Sowohl Mensch als auch Maschine versuchen den Tester zu überzeugen, dass sie denkende Menschen sind. Kann der Tester nach der Unterhaltung nicht bestimmen, welcher von den Gesprächspartnern die Maschine ist, gilt der Test als bestanden und die Maschine kann als intelligent bezeichnet werden.

Bisherige Versuche diesen Test zu bestehen, gab es bereits mit Programmen wie *ELIZA*(1966) oder dem Chatbot *Eugene Goostman*(2014). Doch bei keinem dieser Versuche kann von Experten wirklich überzeugt bestätigt werden, dass sie den Turing Test bestanden haben. Und trotz der intensiven Forschung im Bereich der KI wird mit großer Wahrscheinlichkeit auch in absehbarer Zeit dies nicht passieren.

### 2.1.3 starke und schwache KI

Aufgrund der Komplexität der KI ist die Idee gekommen, eine Unterscheidung vorzunehmen (Russell & Norvig 2010). Zum einen die *starke KI*, die dem Menschen ebenbürtig ist und dazu instande ist, komplexe kognitive Aufgaben autonom zu bewältigen, die sonst nur der Mensch lösen kann. Zum anderen die *schwache KI*, die sich auf die Lösung der Probleme konzentriert, die konkretisiert und stark eingrenzt sind. In dieser Arbeit wird es ausschließlich um die Lösungsansätze von Problemen aus dem Gebiet der schwachen KI gehen. Beispielsweise zählen in das Gebiet der schwachen KI Suchmaschinen, Spracherkennung und Bilderkennung, in denen in letzter Zeit beachtliche Erfolge erzielt werden konnte. Als Beispiele seien das 2014 von Amazon veröffentlichte, sprach-gesteuerte Gerät Amazon Echo oder die Internet-Suchmaschine Google zu nennen. Sowohl die starke als auch die schwache KI haben gemeinsam, dass bei beidem das maschinelle Lernen eine immer größere Bedeutung spielt.

## 2.2 Maschinelles Lernen

### 2.2.1 Begriffserklärung

Beim Maschinellen Lernen (im Englischen *artificial intelligence* - *AI*) geht es um den Gewinn von Informationen und Wissen aus Erfahrung in Form von konkreten

Beispieldaten(Rimscha 2014: S. 143). Im Gegensatz zur *Symbolischen KI* löst der Computer also die Aufgabe nicht durch eine ihm vorher vorgegebene Lösungsvorschrift, sondern muss sich die Lösungsvorschrift selbst ableiten. Dadurch ist es für ihn auch möglich, Lösungen für neue oder unbekannte Probleme zu finden.

Die abgeleitete Lösungsvorschrift und damit die Ergebnisse dieser sind nur so gut, wie die Beispieldaten. Wenn die Beispieldaten nur einen bestimmten Bereich des Problems abdecken, aber nicht das ganze, so werden die Daten als schlecht betrachtet. Um zu verdeutlichen, was damit gemeint ist, folgendes Beispiel: Es soll das Konsumverhalten von Pizza untersucht werden und es handelt sich bei den Testpersonen zufälligerweise um welche, die auf Diät sind. Die Repräsentativität der daraus entstehenden Ergebnisse wird unter diesen Bedingungen stark in Zweifel genommen werden können. Schon wenn zu wenige Daten zur Verfügung stehen, können diese ebenfalls als schlechte Beispieldaten betrachtet werden. Schließlich führen auch diese zu schlechten Ergebnissen.

### 2.2.2 Prinzip und Verfahren

Das Maschinelle Lernen funktioniert im Grunde ähnlich wie das menschliche Lernen (Manhart 2017). So wird versucht, anhand der gegebenen Daten diese intelligent miteinander zu verknüpfen, durch Ausprobieren und Abgleichen bestimmte Zusammenhänge sowie Ergebnisse zu erschließen und anhand dieser Vorhersagen treffen zu können. Bei der Erkennung von Objekten auf Bildern zum Beispiel lernt ein Mensch im Kindesalter wie ein Hund aussieht, indem ihm Beispieldaten gezeigt werden, mit dem Hinweis, dass es sich um Hunde handelt. Auch beim maschinellen Lernen füttert und trainiert der Programmierer das Lernprogramm mit Informationen in Form von Daten. Bei jeder Datei gibt er zusätzlich an, ob es sich um einen Hund handelt oder nicht. Je mehr Beispieldaten das Programm bekommt, desto besser kann er unterscheiden, auf welchen Bildern Hunde zu sehen sind und auf welchen nicht.

Um aus den Beispieldaten Wissen zu gewinnen, gibt es verschiedene Verfahren, die mathematische und statistische Algorithmen und Methoden verwenden. Davon nennenswerte wären zum Beispiel Entscheidungsbäume, Reinforcement Learning, Genetische/Evolutionäre Algorithmen, das Bayes'sche Lernen, der Monte Carlo Tree Search oder KNN.<sup>i</sup> Die verschiedenen Verfahren sind dabei nicht völlig getrennt voneinander zu betrachten. Beispielsweise finden sich Überschneidungen zwischen genetischen Algorithmen und KNN. Zudem sei zu erwähnen, dass für die Lösung eines Problems

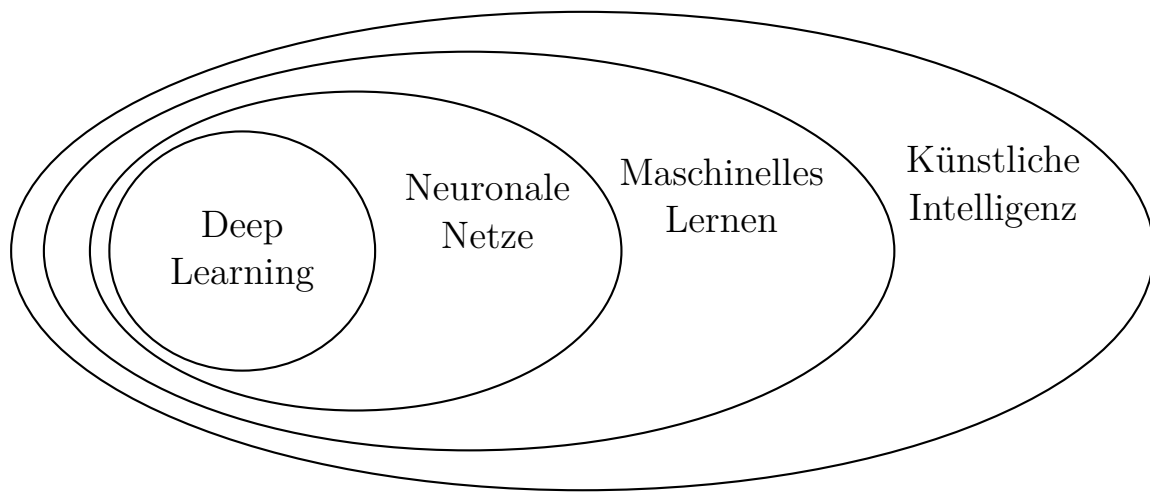
---

<sup>i</sup>Die beiden letztgenannten Verfahren wurden unter anderem auch in dem von der Google-Tochter *Deepmind* stammendem Programm *Alpha Go* verwendet, der in der Lage war, im Mai 2017 den damaligen Weltranglistenersten *Ke Jie* in drei von drei Go-Partien zu schlagen (Wunderlich-Pfeiffer 2017). Das ist insofern beachtlich, dass Go als sehr komplexes Brettspiel gilt. So bietet es mit ca.  $2,08 \cdot 10^{170}$  möglichen Stellungen sogar mehr als Schach mit  $10^{43}$  möglichen Stellungen.

auch oftmals nicht nur einer der Verfahren verwendet wird, sondern eine Kombination der verschiedenen Verfahren.

### 2.3 Einordnung der KNN

Anhand der vorherigen Erläuterungen sollte nun klar zu unterscheiden sein, wie die verschiedenen Begriffe im Zusammenhang stehen. So sind KNN ein Unterthema des Maschinellen Lernens, das wiederum ein Unterthema der KI ist. Die Abbildung 2.1 soll diesen Zusammenhang veranschaulichen.



**Abbildung 2.1:** Venn Diagramm zur Einordnung der KNN

Der Vollständigkeit halber erscheint im Diagramm auch der für die Arbeit relevante Begriff *Deep Learning*. Bei Deep Learning handelt es sich um ein Teilgebiet der KNN, die mit speziellen Formen von KNN arbeiten. Um welche es sich dabei handelt, wird später im Abschnitt **noch ergänzen** beschrieben.

### 2.4 Bereiche der KNN

Wie am Anfang des Kapitels 1 bereits erläutert, werden KNN in zahlreichen Anwendungsgebieten eingesetzt. Unterteilt werden kann dabei in zwei große Bereiche (Rey & Wender 1982). Zum einen die *Modellierung menschlichen Verhaltens und Erlebens*, in der KNN eingesetzt werden, um gewisse Gehirnprozesse zu simulieren und die Funktionsweise des Gehirns besser nachvollziehen zu können. Zum anderen die *Lösung konkreter Anwendungsprobleme*, in der KNN zur Lösung dieser in Bereichen wie der Statistik, Informatik, Wirtschaftswissenschaften eingesetzt werden. Die Arbeit wird sich vor allem mit den Problemstellungen des zweiten Bereiches beschäftigen.

## 3 Vorbild der KNN und das künstliche Neuron

### 3.1 Natürliche neuronale Netze

Das Besondere an künstlichen neuronalen Netzen und was sie zu anderen mathematischen Verfahren unterscheidet ist, dass sie ursprünglich dem menschlichen Gehirn und den natürlichen neuronalen Netzen nachempfunden sind. Mit dem natürlichen Vorbild haben sie jedoch kaum zu tun, da es nach aktuellem Stand noch unmöglich ist, komplett und korrekt die Eigenschaften der natürlichen neuronalen Netze in künstlicher Form abzubilden. Daher wird die Darstellung der natürlichen neuronalen Netze stark vereinfacht sein, sodass noch deutlicher wird, inwiefern sich die künstlichen neuronalen Netze an ihnen orientieren.

Das menschliche Gehirn gilt als das komplexeste und vielschichtigste Organ in der ganzen Neurobiologie. Bekannt zu seinem Aufbau ist, dass es geschätzt 100 Milliarden ( $10^{11}$ ) Neuronen bzw. Nervenzellen enthält, die alle zusammen ein Netzwerk bilden. Verknüpft sind die Nervenzellen mit ca. ( $10^{14}$  -  $10^{15}$ ) synaptischen Verbindungen. (Kramer 2009: S. 119-122). Eine Nervenzelle besteht aus einem Zellkörper, vielen Dendriten und einem Axon (siehe Abb. 3.1). Die Dendriten sind dafür zuständig Signale, die es von anderen Neuronen bekommt, aufzufangen und an den Zellkörper hinzuleiten. Im Zellkörper findet deren Verarbeitung statt. Wenn die Summe der empfangenen Signale, die die Nervenzelle von den anderen Nervenzellen bekommen hat, einen gewissen Schwellenwert der Erregung überschreitet, wird ein elektrischer Impuls, das Aktionspotenzial, gesendet. Man spricht auch davon, dass die Nervenzelle *feuert* (Corves 2005). Über das Axon wird dieser zu einer Synapse weitergeleitet. Bei einer Synapse handelt es sich um eine Verbindungsstelle zwischen zwei Nervenzellen, wodurch die Übertragung eines elektrischen Impulses von einer Nervenzelle zu einem anderen ermöglicht wird. Der elektrische Impuls sorgt dafür, dass die andere Nervenzelle entweder gehemmt oder erregt wird.

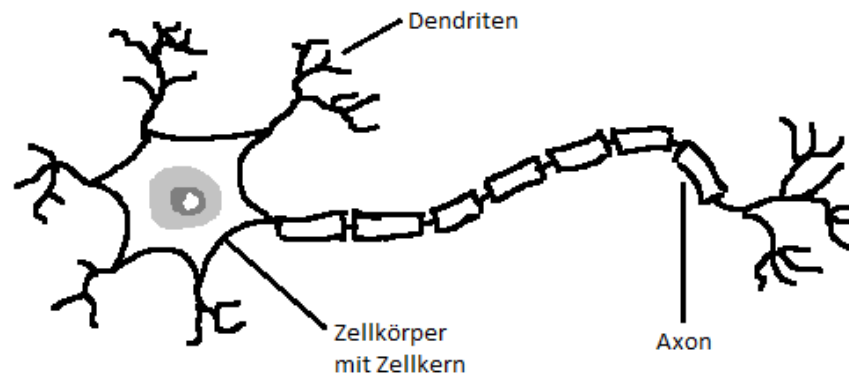


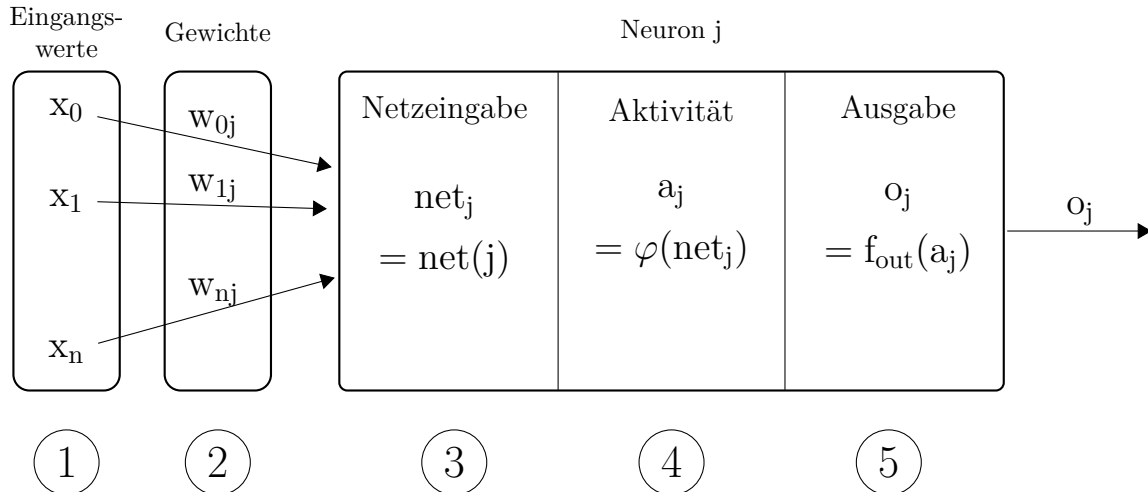
Abbildung 3.1: Aufbau einer Nervenzelle

## 3.2 Funktionsweise und Aufbau eines künstlichen Neurons

KNN bestehen aus einer technischen Version der Nervenzellen, den künstlichen *Neuronen*. Andere Bezeichnungen für Neuronen sind Units, Einheiten oder Knoten (Rey & Wender 1982: S.14). Ein einzelner Neuron hat die einfache Aufgabe verschiedene Eingangssignale aufzunehmen, diese zu verarbeiten und daraus ein Ausgangssignal auszugeben. Zur Veranschaulichung der damit verknüpften mathematischen Zusammenhänge, soll die Abbildung 3.2 betrachtet werden. Die Nummerierung soll die Reihenfolge darstellen.

Es soll  $i, j, n \in \mathbb{N}$  gelten.

1. Ist  $n$  die Anzahl der Eingaben, so bekommt das Neuron  $j$  die Eingangssignale beziehungsweise *Eingangswerte*  $x_1$  bis  $x_n$  (biologische Analogie: Dendriten). Die Eingangswerte stammen entweder von anderen Neuronen oder Reizen aus der Umwelt.
2. Die *Gewichte* (engl. *weights*)  $w_{ij}$  stehen für die Stärke der Verbindungen (biologische Analogie: Synapse) vom Sender Neuron  $i$  zum Empfänger Neuron  $j$ . Durch sie wird bestimmt, zu welchem Grad die empfangenen Eingangswerte Einfluss auf die spätere Aktivierung des Neurons  $j$  nehmen werden. Je nach Vorzeichen werden die Eingangssignale jeweils verstärkt oder geschwächt.
3. Die *Netzeingabe*  $net_j$  verarbeitet die erhaltenen Informationen (also die Eingangssignale und die dazu gehörigen Gewichtungen) und berechnet sich mithilfe der Übertragungsfunktion  $net(j)$  (auch Propagierungs- oder Netzeingabefunktion genannt).



**Abbildung 3.2:** Funktionsweise eines Neurons, modifizierte Version aus <http://www.codeplanet.eu/tutorials/csharp/70-kuenstliche-neuronale-netze-in-csharp.html>

- Der *Aktivitätslevel*  $a_j$  beschreibt den aktuellen Zustand des Neuron  $j$  und berechnet sich aus der Netzeingabe mithilfe der Aktivierungsfunktion  $\varphi(net_j)$  (auch Aktivitätsfunktion genannt).
- Die Ausgabe  $o_j$  berechnet sich mithilfe der Ausgabefunktion  $f_{out}(a_j)$ . Sie ist der Wert, der entweder später anderen Neuronen als Eingabe gesendet wird oder einen Ausgabewert des KNN darstellt.

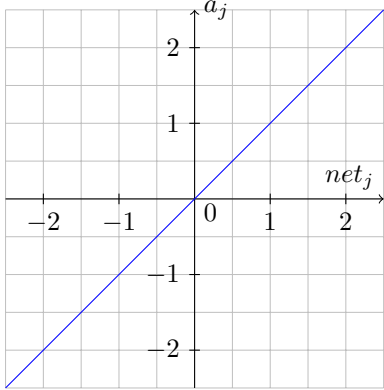
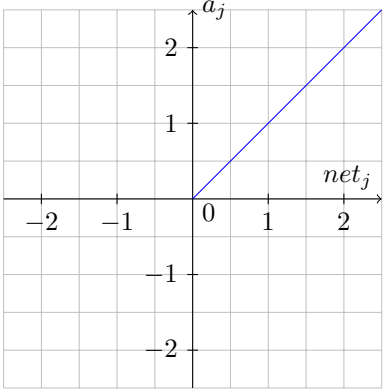
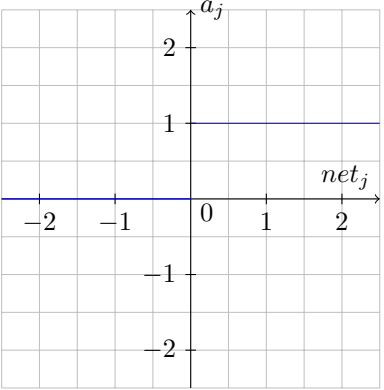
### 3.2.1 Übertragungsfunktion

Die am häufigsten verwendete Übertragungsfunktion ist die Linearkombination, bei der die Eingangssignale  $x_1$  bis  $x_n$  mit den Gewichten  $w_{1j}$  bis  $w_{nj}$  multipliziert werden und alle Produkte aufsummiert werden. Daher wird auch oft als Übertragungsfunktion das Symbol  $\sum$  verwendet. Als Gleichung lässt sich das folgendermaßen darstellen:

$$net_j = net(j) = \sum_{i=0}^n x_i w_{ij} \quad (3.1)$$

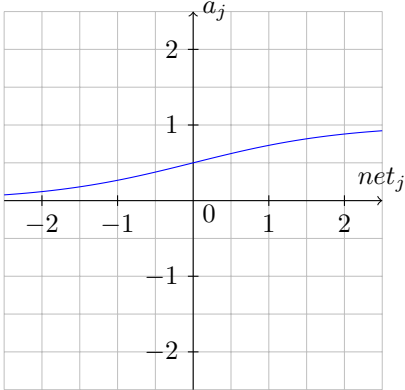
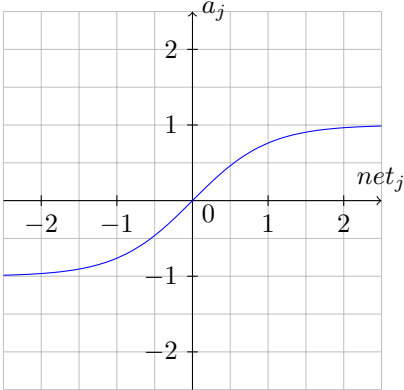
### 3.2.2 Aktivierungsfunktion

In der Literatur sind zahlreiche Beispielfunktionen zu finden, die sich als Aktivierungsfunktion nutzen lassen. In den Tabellen 3.1 und 3.2 sind die Aktivierungsfunktionen aufgeführt, die häufig zu finden sind.

Lineare Aktivierungsfunktion	ReLu (Rectified Linear Unit)	Binäre Aktivitätsfunktion
Linearer Zusammenhang zwischen dem Netinput $net_j$ und dem Aktivitätslevel $a_j$ . Weder nach unten noch nach oben ist der Wertebereich für den Aktivitätslevel beschränkt.	Lineare Aktivierungsfunktion mit Schwelle 0. Es ist erforderlich, dass die festgelegte Schwelle 0 überschritten wird, erst dann ist der Zusammenhang zwischen den beiden Größen linear.	Häufig wird diese Funktion auch Heavyside-Funktion, Schwellenwertfunktion oder Schrittfunktion genannt. Der Aktivitätslevel kann lediglich zwei Zustände annehmen, nämlich 0 (in manchen Fällen auch -1) oder +1.
$a_j = m \cdot net_j + b$	$a_j = \max(0, net_j)$	$a_j = \begin{cases} 1 & \text{falls } net_j \geq 0 \\ 0 & \text{falls } net_j < 0 \end{cases}$
 <p>mit <math>m = 1</math> und <math>b = 0</math></p>		

**Tabelle 3.1:** lineare Aktivierungsfunktion, ReLu und die binäre Aktivierungsfunktion



Logistische Aktivierungsfunktion	Tangens Hyperbolicus (TANH) Aktivierungsfunktion
Der Wertebereich ist auf 0 bis +1 begrenzt. Setzt man große negative Werte (z.B. -100) für $net_j$ ein, ist der Aktivitätslevel nahe 0. Mit zunehmenden Netzinput verläuft der Anstieg zunächst langsam, wird dann immer steiler (dass sie dabei zwischenzeitlich einer linearen Funktion gleicht) und nähert sich daraufhin wieder asymptotisch dem Wert +1 an.	Diese Funktion verläuft ähnlich wie die logistische Aktivierungsfunktion. Der Unterschied besteht jedoch darin, dass der Wertebereich zwischen -1 und +1 liegt.
$a_j = \frac{1}{1+e^{-kx}}$	$a_j = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$
 <p>mit <math>k = 1</math></p>	 <p>mit <math>\theta_j = 0</math></p>

Dabei gilt:

m = Steigung der Geraden

b = Achsenschnittpunkt der Geraden

k = konstanter Faktor

**Tabelle 3.2:** Logistische und TANH Aktivierungsfunktion

Öfters wird für die Aktivierungsfunktion (vor allem für die binäre Aktivierungsfunktion) ein bestimmter Schwellenwert  $\theta_j$  für das Neuron  $j$  mitberücksichtigt. Bevor das Neuron aktiviert wird, muss noch zusätzlich der Schwellenwert überschritten werden. Die Aktivierung errechnet sich dann folgendermaßen:

$$a_j = \varphi(\text{net}_j - \theta_j) \quad (3.2)$$

Welche Aktivierungsfunktion gewählt wird, hängt von der Art des KNN bzw. vom konkreten Anwendungsproblem ab. Im Kapitel 5.2 soll nochmal darauf eingegangen werden.

#### 3.2.3 Ausgangsfunktion

Bei natürlichen Neuronen ist es erforderlich, dass der Aktivitätslevel eine bestimmte Schwelle überschreitet, bevor das Neuron feuert. Dies ist bei künstlichen Neuronen nicht erforderlich. Dafür wird aber verlangt, dass der Ausgang mit zunehmender Aktivität nicht kleiner wird, d.h. die Ausgangsfunktion hat die Anforderung *monoton wachsend* zu sein. Für bestimmte Arten von KNN wie den hybriden Netzen ist eine klare Trennung zwischen der Aktivierungsfunktion und der Ausgangsfunktion erforderlich. In zahlreicher Literatur jedoch wird die Ausgangsfunktion von den Autoren als Bestandteil der Aktivierungsfunktion angesehen und daher gar nicht erwähnt. Im Grunde genommen wird dann also für die Ausgangsfunktion die Identitätsfunktion (siehe Gl. 3.3) eingesetzt, auch für diese Arbeit soll sie verwendet werden.

$$o_j = f_{\text{out}(a_j)} = a_j \quad (3.3)$$

## 4 Struktur der KNN

### 4.1 Aufbaustruktur

Der Aufbau eines KNN lässt sich als ein Netz künstlicher Neuronen beschreiben, die im Prinzip beliebig über gerichtete und gewichtete Verbindungen miteinander verknüpft sind. Als Netzwerkgraph kann das so aussehen, dass dessen Knoten die Neuronen und die Kanten die Verbindungen repräsentieren sollen. Aufgrund dieser Darstellungsmöglichkeit kann die mathematische Definition von KNN folgendermaßen lauten: Ein KNN „besteht aus einer Menge von Neuronen  $N = \{n_1, \dots, n_m\}$  und einer Menge von Kanten  $K = \{k_1, \dots, k_p\}$  mit  $K \subset N \times N$ “ (Scherer 1997: S.54).

Die Struktur und Anordnung der künstlichen Neuronen innerhalb des KNN wird als *Topologie* definiert. Welche Topologie verwendet werden soll, hängt vom konkreten Anwendungsproblem ab. Es lassen sich zwei Grundtypen von Netzen unterscheiden:

- Zum einen die *rückgekoppelten Netze* (bzw. *rekurrente Netzwerke* oder *Feedback Netzwerke*), bei denen die Ausgabewerte auf die Eingabe zurückgeführt werden können. Die Verbindungen können also in beide Richtungen verlaufen.
- Zum anderen die *vorwärts gerichteten Netze* (bzw. *Feedforward Netzwerke*), dessen berechneten Ausgabewerte keinen Einfluss auf die Eingabe haben. Hier können die Verbindungen also nur in eine Richtung gehen, nämlich von der Eingabe in Richtung der Ausgabe.

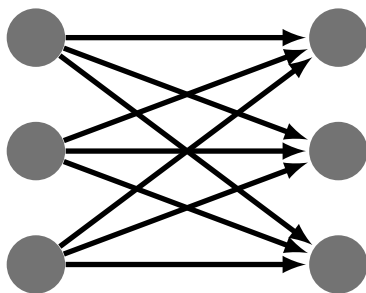


Abbildung 4.1: Feedforward Netzwerk

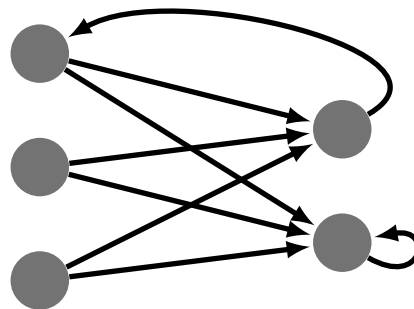


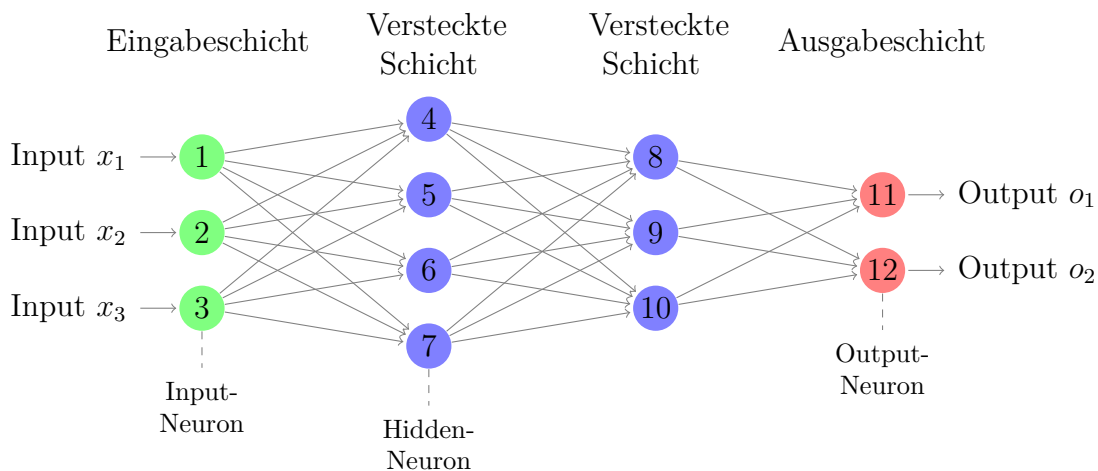
Abbildung 4.2: Feedback Netzwerk

Auf erstere soll nicht mehr näher eingegangen werden, zwar sind sie aufgrund ihrer größeren Leistungsfähigkeit im Vergleich zu den vorwärts gerichteten Netzen interessanter, doch dafür deutlich komplexer.

Bei den Feedforward Netzwerken können drei verschiedene Arten von Neuronen klassifiziert werden.

- Zum einen gibt es die *Input-Neuronen* (bzw. *Eingangsneuronen*), die Eingabesignale von der Außenwelt zum Beispiel in Form von Reizen und Mustern bekommen.
- Desweiteren gibt es die *Hidden-Neuronen*, die zwischen den Input- und Output-Neuronen stehen.
- Als letztes sind die *Output-Neuronen* (bzw. *Ausgangsneuronen*) aufzuführen, die die Aufgabe haben, Signale an die Außenwelt auszugeben und auszuwirken.

Häufig sind bei Feedforward Netzwerken die Neuronen in mehrere *Schichten* eingeteilt. Es gibt keine verbindlichen Regeln für die Einteilung eines Netzes in Schichten, für gewöhnlich werden die Neuronen zusammengefasst, die gemeinsam eine bestimmte Aufgabe durchführen. Beispielsweise bei der Abbildung 4.3 ist das Kriterium für die Einteilung die Verbindungen der Neuronen. Dabei lassen sich die Input-Neuronen 1,...,3 zur Eingabeschicht und die Neuronen 11 und 12 zur Ausgabeschicht zusammenfassen. Dazwischen bilden die Neuronen 4,...,7 und die Neuronen 8,...,10 jeweils eine versteckte Schicht.



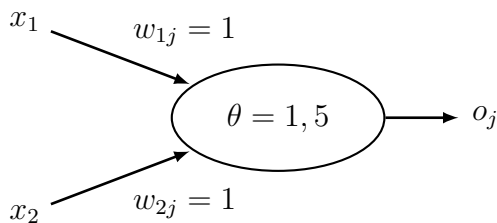
**Abbildung 4.3:** Beispiel Feedforward Netzwerk, modifizierte Version aus <http://www.texample.net/tikz/examples/neural-network/>

## 4.2 Einlagiges Perzeptron

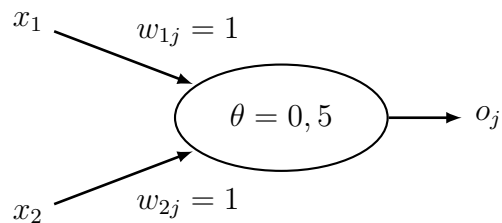
Die erste Fassung eines Perzeptrons wurde 1958 von Frank Rosenblatt vorgestellt. Eine vereinfachte Version davon, das *einfache Perzeptron*, das nur aus einem künstlichen Neuron besteht, ist als simpelstes Beispiel für die KNN zu nennen. Es zählt zu den *einlagigen Perzeptronen* (eng. *single-layer perceptron*). Das einlagige Perzeptron stellt ein Feedforward Netzwerk dar, das nur zwei Schichten, die Ein- und Ausgabeschicht enthält, die beide jeweils beliebig viele Neuronen enthalten können. Es gibt keine versteckte Schichten, daher sind alle Neuronen der Eingabeschicht mit denen der Ausgabeschicht direkt verbunden. Im folgenden Unterkapitel soll erläutert werden, was mit einfachen Perzeptronen unter anderem möglich ist.

### 4.2.1 Darstellung der booleschen Funktionen als einfaches Perzeptron

Mit dem bisher erworbenen Wissen lassen sich einfache boolesche Funktionen wie die Konjunktion, die Disjunktion und die Negation als einfache Perzeptronen darstellen. Es soll davon ausgegangen werden, dass als Übertragungsfunktion die Summenfunktion (siehe Gl. 3.1), als Aktivierungsfunktion die binäre Aktivierungsfunktion (siehe Tabelle 3.1) und als Ausgangsfunktion die Identitätsfunktion (siehe Gl. 3.3) genommen werden sollen. Die AND-Funktion und die OR-Funktion können dann zum Beispiel folgende Werte für die Gewichte und Schwellenwerte zugewiesen bekommen (siehe Abbildungen 4.4 und 4.5).



**Abbildung 4.4:** Repräsentation der Konjunktion  $x_1 \wedge x_2$  als einfaches Perzeptron



**Abbildung 4.5:** Repräsentation der Disjunktion  $x_1 \vee x_2$  als einfaches Perzeptron

Zum besseren Verständnis soll die Abbildung 4.4 genauer erläutert werden. Da es sich um eine boolesche Funktion handelt, werden für  $x_1$  und  $x_2$  nur Werte aus der Menge  $\{0, 1\}$  zugelassen. Um festzustellen, ob das Neuron  $j$  zum Beispiel für  $x_1 = 1$

und  $x_2 = 1$  feuert oder nicht, wird folgendes berechnet:

$$o_j = a_j = \varphi(\text{net}_j - \theta_j) \quad (4.1)$$

$$= \varphi((x_1 \cdot w_{1j} + x_2 \cdot w_{2j}) - \theta_j) \quad (4.2)$$

$$= \varphi((1 \cdot 1 + 1 \cdot 1) - 1,5) = \varphi(0,5) \quad (4.3)$$

Anhand der binären Aktivierungsfunktion sollte für  $o_j$  schließlich herauskommen:

$$o_j = \varphi(0,5) = 1 \quad (4.4)$$

Damit wurde festgestellt, dass das Neuron feuert. Bei den anderen möglichen Kombination der binären Eingabeparameter  $x_1$  und  $x_2$  sollte dagegen immer 0 herauskommen.

### 4.2.2 Klassifizierung und lineare Separierbarkeit

KNN werden häufig zur Klassifizierung genutzt. Dabei werden Klassen definiert, zu denen die verschiedenen Kombinationen der Eingabeparameter eingeordnet werden können. Im vorherigen Unterkapitel wurde also eingeteilt, welche Kombinationen der Eingabeparameter zur Klasse gehören, die das Neuron zum Feuern bringen und welche Kombinationen zu der Klasse, bei dem das Neuron dies nicht tut. Die *lineare Separierbarkeit* spielt für die Klassifizierung eine wesentliche Rolle. Unter linearer Separierbarkeit ist die Eigenschaft zu verstehen, zwei Mengen im  $n$ -dimensionalen Vektorraum durch eine *Hyperebene* voneinander trennen zu können. Die Dimension der Hyperebene beträgt  $(n - 1)$ , d.h. eine Dimension weniger als der Vektorraum, in dem es sich befindet. Beispielsweise ist im eindimensionalen Raum ein Punkt, im zweidimensionalen Raum die Gerade und im dreidimensionalen Raum die Ebene die Hyperebene.

Einlagige Perzeptronen sind in der Lage, separierbare Funktionen darzustellen, wobei die Dimension  $n$  sich aus der Anzahl der Eingabeparameter ergibt. Zur Veranschaulichung soll das Perzeptron bzw. Neuron aus Abbildung 4.4 geometrisch in einem zweidimensionalen Koordinatensystem interpretiert werden. Zweidimensional deshalb, weil es zwei verschiedene Eingabeparameter gibt. Dazu wird angenommen, dass für die Eingabeeinheiten nicht nur die Menge  $\{0, 1\}$  zugelassen wird, stattdessen soll  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  gelten.

Da für die Funktion 4.2 die binäre Aktivierungsfunktion verwendet wird, muss folgende Ungleichung erfüllt werden, damit  $o_j = 1$  ergibt:

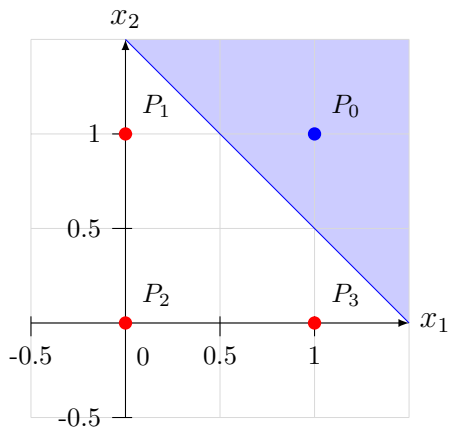
$$(x_1 \cdot w_{1j} + x_2 \cdot w_{2j}) - \theta_j \geq 0 \quad (4.5)$$

Durch Äquivalenzumformungen erhält man daraus:

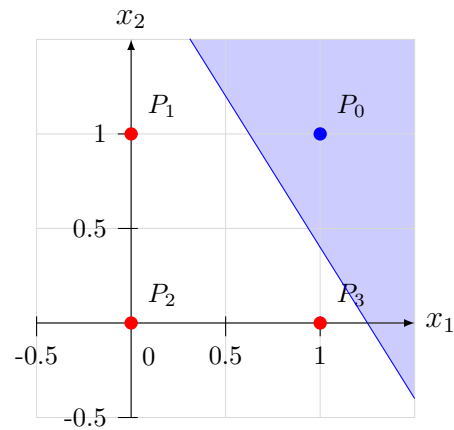
$$x_1 \geq -\frac{w_{1j}}{w_{2j}} \cdot x_1 + \frac{\theta}{w_{2j}} = \frac{1}{w_{2j}}(\theta - x_1 w_{1j}) \quad (4.6)$$

Nimmt man nun an, dass  $x_1$  und  $x_2$  eine Ebene bilden, kann man die Gleichung 4.6 als die sich in der Ebene ergebene Gerade bzw. Hyperebene sehen, die die Ebene in zwei Bereiche aufteilt. Oberhalb der Gerade befindet sich die Menge aller Punkte deren Kombination von  $x_1$  und  $x_2$  zu  $o_j = 1$  und damit zum Feuern des Neurons führen, sofern  $w_{2j}$  positiv ist. Logischerweise befindet sich dann unterhalb der Gerade die Menge aller Punkte, deren Kombinationen von  $x_1$  und  $x_2$  zu  $o_j = 0$  führen.

Die Abbildung 4.6 veranschaulicht grafisch die Trennung durch die Hyperebene. Für die Bildung der Geraden wurde die Geradengleichung 4.6 genommen und die aus Abb. 4.4 entnommenen Werte  $w_{1j} = 1$ ,  $w_{2j} = 1$  und  $\theta = 1,5$  eingesetzt. Der blaue Bereich stellt den Bereich dar, in dem das Neuron feuert. Betrachtet man die Punkte, die aus den binären Eingabemöglichkeiten resultieren, sieht man, dass der Punkt  $P_0(1/1)$  in dem Bereich liegt, in dem das Neuron feuert und die Punkte  $P_1(0/1)$ ,  $P_2(0/0)$ ,  $P_3(1/0)$  in dem Bereich, in dem das Neuron nicht feuert. Bei der Abbildung 4.7 wurde in die Geradengleichung  $w_{1j} = 0.4$ ,  $w_{2j} = 0.25$  und  $\theta = 0,5$  eingesetzt.



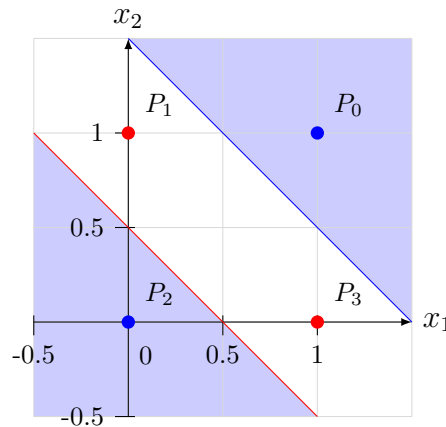
**Abbildung 4.6:** Beispiel 1 für die lineare Separierbarkeit der AND-Funktion



**Abbildung 4.7:** Beispiel 2 für die lineare Separierbarkeit der AND-Funktion

### 4.2.3 Das XOR-Problem

Geht es darum, Funktionen darzustellen, die nicht linear separierbar sind, stoßen die einlagigen Perzeptronen an ihre Grenzen<sup>i</sup>. So kann zum Beispiel die boolesche XOR-Funktion nicht als einlagiges Perzeptron repräsentiert werden. Wie die Abbildung 4.8 zeigt, reicht für korrekte Klassifizierung der Punkte  $P_1, \dots, P_4$  nur eine Hyperebene nicht aus und es werden mindestens zwei Hyperebenen benötigt. Es ist daher ein komplexeres KNN als das einlagige Perzeptron nötig, um das Problem zu lösen.



**Abbildung 4.8:** Die OR-Funktion ist nicht linear separierbar

## 4.3 Mehrlagiges Perzeptron

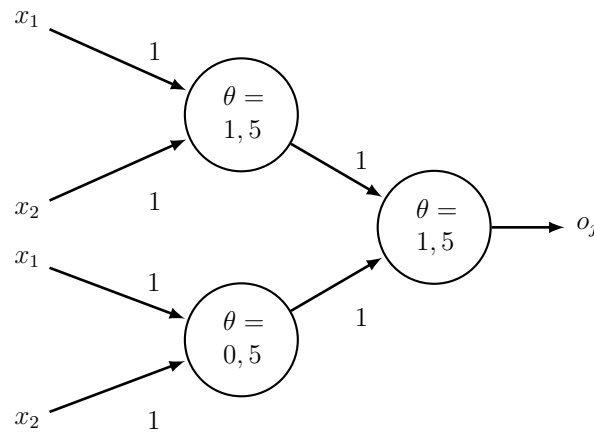
Das mehrlagige Perzeptron (MLP) (auch als Multilayer Perzeptron bekannt) enthält neben der Ein- und Ausgabeschicht zusätzlich noch mindestens eine versteckte Schicht, wobei jede versteckte Schicht im Prinzip unendlich viele Neuronen enthalten kann. Das in Abbildung 4.1 dargestellte Feedforward Netzwerk zeigt wie ein MLP aussehen kann. Eine Eigenschaft des MLP ist, dass in der Eingabeschicht und in jeder versteckten Schicht jedes Neuron  $i$  jeweils mit einem bestimmten Gewicht  $w_{ij}$  zu jedem Neuron  $j$  der darauffolgenden Schicht verbunden sein muss. Das MLP ist in der Lage, Funktionen zu repräsentieren, die nicht linear separierbar sind und daher komplexere Problemstellungen zu lösen.

<sup>i</sup>Dies wurde von den Kritikern *Marvin Minsky* und *Seymour Papert* 1969 in deren Buch *Perceptrons* (Minsky & Papert 1969) beschrieben, der eine Reihe an mathematischen Beweisen von Perzeptronen enthält, die unter anderem die Grenzen dieser aufzeigen. Die daraus gewonnenen Erkenntnisse führten dazu, dass das Interesse an KNN deutlich abnahm und daher die Forschungsgelder dafür gestrichen wurden. Erst ab 1985 brachten neue Erkenntnisse wieder das Forscherinteresse an KNN deutlich zum steigern.



### 4.3.1 Darstellung der XOR-Funktion als MLP

Um das XOR-Problem zu lösen, gibt es verschiedene Möglichkeiten an KNN wie das XOR-Netzwerk. Die hier vorgestellte Lösungsmöglichkeit soll durch ein MLP erfolgen, das folgendermaßen gebildet werden kann: Bei der Betrachtung der Abbildung 4.8 kann die blaue Hyperebene durch das Perzeptron aus Abbildung 4.4 und die rote Hyperebene durch das Perzeptron aus 4.5 dargestellt werden. Beide Perzeptronen lassen sich so kombinieren, dass deren Ausgaben von einem dritten Perzeptron als Eingangssignale empfangen werden. Dieser verarbeitet die Eingangssignale und bestimmt anschließend, ob das Ausgangssignal  $o_j$  den Wert 1 oder den Wert 0 zugewiesen bekommt. Für  $o_j$  soll erst 1 herauskommen, wenn sowohl vom ersten als auch vom zweiten Neuron die Ausgangssignale 1 gesendet werden. Daraus erschließt sich, dass es Sinn macht, das dritte Perzeptron so zu wählen, das er in der Lage ist, die AND-Funktion zu lösen (siehe Abb. 4.9).



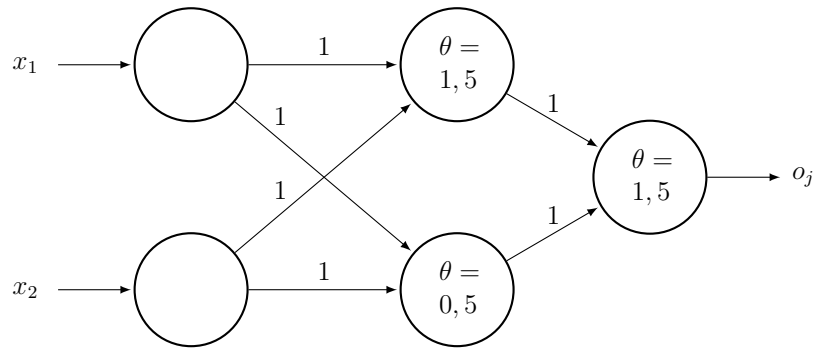
**Abbildung 4.9:** Durch die Kombination von drei Perzeptronen, kann die XOR-Funktion gelöst werden

Zur besseren Übersicht werden häufig die Input-Neuronen verwendet, dabei ist für jedes Eingabesignal jeweils ein Input-Neuron zuständig. Da in diesem Beispiel zwei Eingabesignale  $x_1$  und  $x_2$  existieren, gibt es daher zwei Input-Neuronen. Schlussendlich kann ein Perzeptron, der in der Lage ist, das XOR-Problem zu lösen, aus fünf Neuronen bestehen und wie in Abbildung 4.10 aussehen.

### 4.3.2 Bias-Neuronen

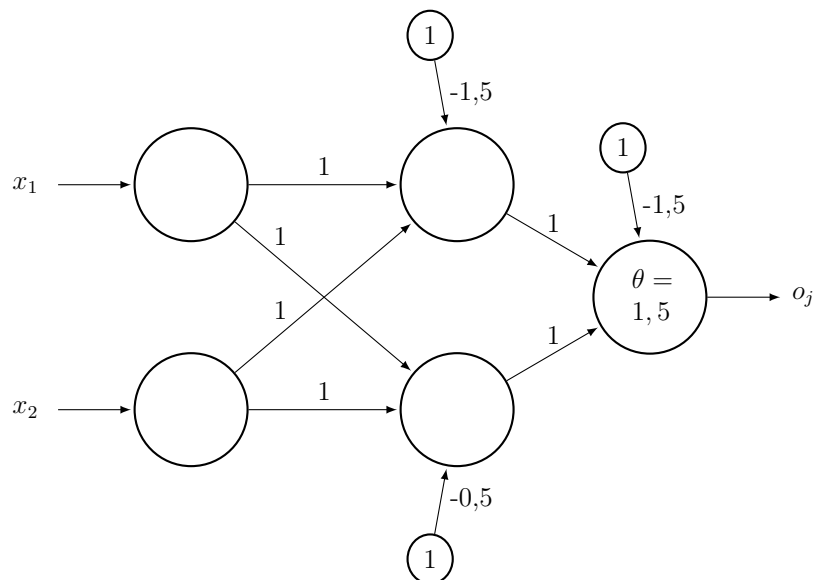
Das Bias Neuron, auch on-Neuron genannt, ist eine Alternative, den Schwellenwert eines Neuron festzulegen. Er stellt einen weiteren Eingang  $x_0$  für das Neuron  $j$  dar und hat immer den konstanten Wert 1. Der negative Schwellenwert bildet dabei die Gewichtung, also  $w_{0j} = -\theta$ . Der praktikable Vorteil darin liegt, dass der Schwellwert

#### 4 Struktur der KNN



**Abbildung 4.10:** MLP, der die XOR-Funktion lösen kann ohne Bias-Neuronen

nicht mehr die Aktivierungsfunktion verändert, da sie nicht mehr in dieser enthalten ist. Zur Veranschaulichung der Bias-Neuronen kann die Abbildung 4.11 betrachtet werden.



**Abbildung 4.11:** MLP, der die XOR-Funktion lösen kann mit Bias-Neuronen

## 5 Lernen in KNN

In den vorherigen Beispielen wie Abbildung 4.4 oder Abbildung 4.10 sind bereits Netze mit den passenden Gewichten vorgegeben worden, die imstande sind, die zugehörige Problemstellung zu lösen. Das interessante an KNN ist, dass sie meist zu Beginn noch nicht alle erforderlichen Informationen besitzen, um das Problem zu lösen. Stattdessen sind sie in der Lage selbständig aus Beispielen zu *lernen*, ein passendes Netz zur Lösung der Problemstellung zu bilden. In der Praxis wird der Vorgang des Lernens häufig auch als *Training* bezeichnet. Das Prinzip aus Beispielen zu lernen, entspricht dem des maschinellen Lernens. Es gibt viele mögliche Arten des Lernens bei KNN, zum Beispiel das Löschen existierender Verbindungen oder Neuronen oder auch das Entwickeln neuer Verbindungen oder Neuronen. Vor allem hat es sich etabliert, das Lernen durch Modifikation der Gewichte  $w_{ij}$  erfolgen zu lassen und so für eine bessere Übereinstimmung zwischen erwarteter und tatsächlicher Ausgabe des KNN zu sorgen. Anhand einer vorher definierten *Lernregel* werden die Gewichte solange modifiziert, bis die Problemstellung zufriedenstellend gelöst werden kann. Um die neuen Gewichtswerte zu bestimmen, wird durch die Lernregel für jedes Gewicht  $w_{ij}$  ein Fehlerkorrekturwert  $\Delta w_{ij}$  bestimmt, der zum alten Gewichtswert hinzuaddiert wird. Als Formel ausgedrückt:

$$w_{ij}(\text{neu}) = w_{ij}(\text{alt}) + \Delta w_{ij} \quad (5.1)$$

Zur einfacheren Formulierung soll im Folgenden bei den verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten der verschiedenen Eingabewerte von Eingabemustern und analog dazu bei den Ausgabewerten von Ausgabemustern gesprochen werden<sup>1</sup>. Es lassen sich drei Lernarten von KNN unterscheiden, je nachdem wie die erwartete Ausgabe aussehen soll.

- *Überwachtes Lernen* (engl. *supervised learning*): Die Trainingsdaten bestehen aus einer Menge an Paaren von Eingabe- und Ausgabemustern  $\{(E_p, O_p) | p \in \mathbb{N}^+\}$ , d.h. zu jedem Eingabemuster ist das erwünschte Ausgabemuster bekannt. Jedes Paar bzw. jeder Trainingsdatensatz kann als Muster (engl. pattern)  $p$  bezeichnet werden.

---

<sup>1</sup>Veranschaulicht an einem Beispiel führt bei der AND-Funktion das Eingabemuster  $\{1, 1\}$  zum Ausgabemuster  $\{1\}$  und das Eingabemuster  $\{0, 1\}$  zum Ausgabemuster  $\{0\}$ .

- *Bestärkendes Lernen* (engl. *reinforcement learning*) Hier besteht die Trainingsmenge aus eine Menge an Eingabemustern, zu denen jeweils nur bekannt gegeben wird, ob sie richtig oder falsch klassifiziert worden sind. Heißt also zu jedem aus dem Eingabemuster berechneten Ausgabemuster, wird nur angegeben, ob das Ausgabemuster stimmt oder nicht. Wie das korrekte Ausgabemuster aussieht, muss das Netz selbst herausfinden.
- *Unüberwachtes Lernen* (engl. *unsupervised learning*) Bei dieser Art besteht die Trainingsmenge lediglich aus einer Menge von Eingabemustern. Dem Netz ist also unbekannt, welche Ausgabemuster herauskommen sollen und entscheidet selber, welche Klassen sich aus den ausgerechneten Ausgabemuster ergeben. So können ähnliche Eingabemuster in ähnliche Klassen von Ausgabemustern eingeteilt werden.

Von den vorherigen vorgestellten Lernarten, ist das überwachte Lernen, die schnellste Art, das Netz zu trainieren. Die beiden anderen Lernarten sind dafür biologisch plausibler, da nicht die erwünschten Ausgabemuster (bzw. Aktivierungen) bekannt sein müssen<sup>ii</sup>. Deren Nachteile sind jedoch, dass sie deutlich langsamer sind als das überwachte Lernen. Ebenfalls noch wichtig zu unterscheiden ist, das Verfahren zu bestimmen, welches festlegt, wann das KNN die Gewichte verändern soll:

- *batch- oder offline-Trainingsverfahren*: Bei diesem Verfahren muss dem System alle Muster  $p$  präsentiert werden, bevor alle Gewichte in einem Schritt modifiziert werden. Die Muster werden also stapelweise verarbeitet.
- *online-Trainingsverfahren*: Bei diesem Verfahren erfolgt die Änderung der Gewichte direkt nach Darbietung eines Musters  $p$  aus den Trainingsdaten.

## 5.1 Lernregel

Im Folgenden sollen Lernregel vorgestellt werden, die vor allem für das überwachte Lernen eine Rolle spielen. Auf die genaue Herleitung der Regeln wird jedoch verzichtet, bei Interesse sei das Buch *Simulation neuronaler Netze* von Andreas Zell zu empfehlen (Zell 1994: S.105-110).

### 5.1.1 Hebbsche Lernregel

Die älteste und einfachste Regel, die für jede der drei vorgestellten Lernarten verwendet werden kann, ist die Hebbsche Lernregel. Anzumerken ist, dass sie lediglich auf KNN anwendbar ist, die keine versteckten Schichten besitzen. Dennoch ist sie aus

---

<sup>ii</sup>Beispiel

dem Grunde interessant, weil es sich bei den darauf folgenden Lernregeln um Spezialisierungen der Hebbischen Lernregel handelt. Basieren tut sie in einer abgewandelten Form aus einer Vermutung vom Psychologen Donald Olding Hebb über die Veränderung von Synapsen in Nervensystemen(Hebb 1949). Die Regel besagt, dass wenn das Empfänger Neuron  $j$  vom Sender Neuron  $i$  eine Eingabe erhält und dabei beide gleichermaßen aktiv sind, dann das Gewicht  $w_{ij}$  erhöht wird(also die Verbindung von  $i$  nach  $j$  verstärkt). Die Formel für das offline-Trainingsverfahren der Einfachheit halber nicht gezeigt werden, stattdessen soll nur die, für das online-Trainingsverfahren aufgeführt werden:

$$\Delta w_{ij} = \eta o_i a_j \quad (5.2)$$

Dabei gilt

- $\Delta w_{ij}$ : Änderung des Gewichts  $w_{ij}$
- $\eta$ : Lernrate, ein positiver konstanter Wert, der meist kleiner als 1 ist
- $o_i$ : Ausgabe der Sender-Neurons  $i$
- $a_j$ : Aktivierung des Empfänger-Neurons  $j$

Lässt man für  $o_i$  und  $a_j$  nur die binären Werte 0 und 1 zu (wie ursprünglich bei der Hebbischen Regel angedacht), verändert sich  $w_{ij}$  nur, wenn beide den Wert 1 haben, bei den anderen Fällen findet keine Veränderung statt. Dann wird das Gewicht erhöht, eine Verringerung ist also nicht mehr möglich. Um dies zu umgehen, bietet es sich an für  $o_i$  und  $a_j$  stattdessen die binären Werte -1 und +1 zuzulassen. In diesem Fall wird das Gewicht erhöht, wenn  $o_i$  und  $a_j$  identisch sind (jeweils +1 oder -1). Sind sie dagegen unterschiedlich, so werden die Gewichte verringert.

### 5.1.2 Delta-Regel

Die Delta-Regel (auch Widrow-Hoff-Regel genannt) kann für Netze verwendet werden, die das überwachte Lernverfahren nutzen. Die mathematische Formel für das online-Trainingsverfahren lautet:

$$\Delta w_{ij} = \eta o_i \delta_j \quad (5.3)$$

mit

$$\delta_j = t_j - a_j \quad (5.4)$$

Dabei gilt

- $t_j$ : teaching input, erwünschte Aktivierung
- $\delta_j$ : Differenz der aktuellen Aktivierung  $a_j$  und der erwünschten Aktivierung  $t_j$ .

- alle anderen Variablen sind analog zur vorher vorgestellten Hebb-Regel

Anhand der Differenz von erwünschtem und berechneten Aktivierung wird ein Deltawert  $\delta_j$  bestimmt (Gl. 5.4). Die Gewichtsänderung  $\Delta w_{ij}$  soll zur Größe des Fehlers  $\delta_j$  proportional sein (Gl. 5.3).

Anwendbar ist die Delta-Regel ebenfalls nur bei KNN ohne versteckte Schichten, da nur die Ausgabewerte für die Output-Neuronen bekannt ist, aber nicht die für die Hidden-Neuronen. Dafür kann sie im Gegensatz zur Hebbschen Lernregel reellwertige Ausgaben erlernen.

### 5.1.3 Backpropagation-Regel

Mithilfe der Backpropagation-Regel ist es möglich, mehrlagige Perzeptronen zu trainieren. Bevor darauf eingegangen wird, wie die Backpropagation-Regel funktioniert, soll das *Gradientenabstiegsverfahren* vorgestellt werden, die für die Regel von Bedeutung ist.

#### Gradientenabstiegsverfahren

Um zu bestimmen, wie groß die Differenz zwischen erwarteter und tatsächlich berechneter Ausgabe ist, kann eine sogenannte Fehlerfunktion bestimmt werden.

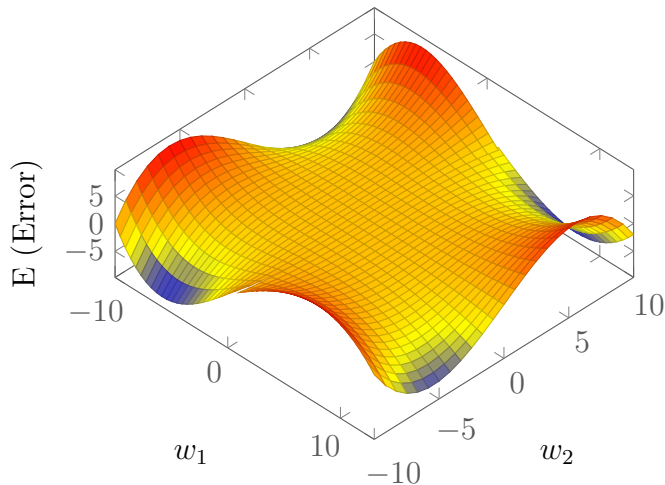
$$E(W) = E(w_1, \dots, w_n) \quad (5.5)$$

Es gilt

- $W$  Gewichtsvektor, dessen Einträge aus  $w_1$  bis  $w_n$  bestehen

Anhand derer lässt sich bestimmen, wie groß der aufsummierte Fehler des KNN ist, wenn eine bestimmte Kombination der Gewichte  $w_1, \dots, w_n$  über alle Muster der Trainingsdaten erfolgt. Graphisch kann mit zwei Gewichten  $w_1$  und  $w_2$  die Funktion wie in Abbildung 5.1 dargestellt werden.

Zur Veranschaulichung der Grafik wird oft folgendes Beispiel vorgestellt, um die Aufgabe des Gradientenabstiegsverfahrens klarzustellen: Eine Person befindet sich in einer (in diesem Fall 3-dimensionalen) Hügellandschaft, der so nebelig ist, dass er nur die unmittelbare Umgebung sehen kann. Ihr Ziel ist es, das tiefste Tal in der Landschaft zu finden. Um an Ihr Ziel zu kommen, startet sie zunächst an einem beliebigen Startpunkt und prüft dort, in welcher Richtung es am steilsten bergab geht. Wie bereits bekannt, befindet sie sich in einer 3-dimensionalen Landschaft, daher müsste sie sich komplett um seine eigene Achse drehen, um den steilsten Abstieg zu finden. Sie folgt einige Meter dem steilsten Abstieg, prüft an der neuen Stelle, ob die Richtung des steilsten Abstiegs sich geändert hat und korrigiert ihre Laufrichtung



**Abbildung 5.1:** Bei zwei verschiedenen Gewichten kann die Fehlerfunktion  $E$  als Fläche dargestellt werden

gegebenenfalls danach. Dies wiederholt sie solange bis sie zu einer Stelle kommt, von dem es nicht mehr bergab geht oder bis sie erschöpft ist, um weiter zu laufen.

Das Beispiel zeigt eine ungefähre Vorstellung wie das Gradientenabstiegsverfahren für die KNN funktioniert. Das tiefste Tal stellt für den Fehlerterm das *globale Minimum* dar, um so die Gewichtungskombination zu finden, die zum geringsten Fehler zwischen erwarteter und tatsächlicher Ausgabe führt. Allgemein zeigt der sogenannte *Gradient* einer Funktion  $f$  im Punkt  $x$  in Richtung des steilsten Anstiegs einer Funktion  $f$ . Da aber in Richtung des steilsten Abstiegs gegangen werden soll, ist der negative Gradient der Fehlerfunktion (siehe Gl.5.5) zu bestimmen. Die Modifizierung der Gewichte, um den Fehler zu minimieren, soll um einen Bruchteil des negativen Gradienten der Fehlerfunktion erfolgen. Übertragen auf das Beispiel soll damit festgelegt, wie weit die Person in Richtung des steilsten Abstiegs laufen soll. Als Formel ausgedrückt:

$$\Delta W = -\eta \nabla E(W) \quad (5.6)$$

Es gilt

- $\eta$  Lernrate (bzw. Lernfaktor oder Schrittweite), der vorher so festgelegt wurde, dass er zwischen 0,05 und 0,75 liegt
- $\nabla E(W)$ : Gradient der Funktion  $E(W)$  <sup>iii</sup>

Der Gradient der Fehlerfunktion ist im  $n$ -dimensionalen Raum ( $n = \text{Anzahl der Gewichte} + 1$ ) ein  $(n - 1)$ -dimensionaler Vektor. Die Einträge dieses Vektors bildet sich aus den ersten partiellen Ableitungen der Funktion. Der erste Eintrag ist

---

<sup>iii</sup>  $\nabla$  wird nabla ausgesprochen

die partielle Ableitung des ersten Gewichtes  $w_1$ , der zweite Eintrag der des zweiten Gewichtes  $w_2$  usw. Für die Änderung eines einzelnen Gewichtes  $w_{ij}$  gilt daher<sup>iv</sup>:

$$\Delta w_{ij} = -\eta \frac{\partial E(W)}{\partial w_{ij}} \quad (5.7)$$

Zur Bestimmung des Gesamtfehlers  $E$  werden die Fehler über alle Muster aufsummiert:

$$E = \sum_p E_p \quad (5.8)$$

Es gilt

- $p$ : Muster
- $E_p$ : Fehler des Musters  $p$

Um  $E_p$  zu ermitteln, wird häufig die Summe der quadratischen Abstände zwischen erwarteter und tatsächlicher Ausgabe genommen.

$$E_p = \sum_j (t_{pj} - o_{pj})^2 \quad (5.9)$$

Es gilt

- $t_{pj}$ : erwartete Ausgabe vom Neuron  $j$  beim Muster  $p$
- $o_{pj}$ : tatsächliche Ausgabe vom Neuron  $j$  beim Muster  $p$

Der Schritt der Modifizierung der Gewichte und dem Berechnen des Gesamtfehlers erfolgt solange, bis der Gradient  $\nabla = 0$  ist (-> für die Person geht es ab der Stelle nicht mehr weiter bergab) oder bis eine bestimmte Anzahl an Iteration/Wiederholungen dieses Schrittes erreicht wurde (-> die Person ist zu erschöpft zum weitergehen). Beim Gradientenabstiegsverfahren ergeben sich viele Probleme (beispielsweise das oft nicht das globale sondern das lokale Minimum gefunden wird oder das gute Minima übersprungen werden können), teilweise gibt es schon Lösungsansätze für diese Probleme.<sup>v</sup>.

## Der Backpropagation-Algorithmus

Das Problem der Delta-Regel ist, dass immer die erwünschte Ausgabe  $t$  bekannt sein muss, bei den Hidden-Neuronen sind diese aber in der Regel nicht gegeben. Um dieses Problem zu umgehen, wurde der Backpropagation-Algorithmus entwickelt, der die Trainingsphase/Lernphase jeder Gewichtsänderung in mehrere Schritte aufteilt:

---

<sup>iv</sup> $\partial$  steht für die partielle Ableitung

<sup>v</sup>Bei Interesse kann man diese zum Beispiel bei (Rey & Wender 1982: S.43-48) nachlesen.



1. Festlegen des Startpunktes: Der Startpunkt wird anhand einer zufällig ausgewählten Gewichtskombination bestimmt.
2. Trainingsmuster auswählen
3. Forward-pass: Dem KNN werden Eingabemuster präsentiert und daraus die Ausgabemuster des Netzwerks berechnet. Von der ersten bis zu letzten versteckten Schicht sowie der Ausgabeschicht werden die Ausgaben zwischengespeichert.
4. Fehlerbestimmung: Es wird der Gesamtfehler  $E$  (durch Gl. 5.8) zwischen erwünschter und tatsächlicher Ausgabe verglichen. Ist der Gesamtfehler gering (also überschreitet er keine gewisse Schwelle) oder ist die vorher festgelegte maximale Anzahl an Iterationen/Wiederholungen erreicht worden, kann die Trainingsphase abgebrochen werden, ansonsten wird zu Schritt 5 übergegangen.
5. Backward-pass: Durch die allgemeine (bzw. erweiterte) Delta-Regel (siehe Gl. 5.11) ist es möglich, sowohl für die Output- als auch für die Hidden-Neuronen ein  $\delta_{ij}$  zu bestimmen. Anders als beim Forward-pass ist die Reihenfolge umgekehrt, angefangen wird bei der Ausgabeschicht, dann geht es zur letzten versteckten Schicht, dann zur vorletzten usw. bis zur ersten versteckten Schicht. Durch dieses Vorgehen ist es möglich, nach und nach die Gewichte  $w_{ij}$  mithilfe des Gradientenabstiegsverfahren zu bestimmen, da die Gewichtsänderung unter anderem von  $\delta_{ij}$  abhängt. Dies wird durch die Formel für die Backpropagation-Regel deutlich:

$$\Delta_p w_{ij} = \eta o_{pi} \delta_{pj} \quad (5.10)$$

mit

$$\delta_{pj} = \begin{cases} \varphi'(net_j)(t_{pj} - o_{pj}) & \text{falls } j \text{ ein Output-Neuron ist} \\ \varphi'(net_j) \sum_k \delta_{pk} w_{jk} & \text{falls } j \text{ ein Hidden-Neuron ist} \end{cases} \quad (5.11)$$

Es gilt:

- $k$ : Das nachfolgende Neuron  $k$  befindet sich eine Schicht über die Schicht des Neurons  $j$

Alle Schritte ab Schritt 2 werden solange wiederholt bis wie in Schritt 3 beschrieben das Training unterbrochen werden kann.

Da wie bereits erwähnt die Backpropagation-Regel unter anderem das Gradientenabstiegsverfahren verwendet, ergeben sich dieselben Probleme. Daher gibt es auch zahlreiche Varianten, die Backpropagation-Regel zu erweitern und zu modifizieren.

## 5.2 Auswahl der Aktivierungsfunktion

Binäre Aktivierungsfunktionen haben den Vorteil, dass sie schnell und einfach zu implementieren sind, aber dafür auch aufgrund ihrer mathematischen Eigenschaften nur für einfache Modelle von KNN in Frage kommen. Was ihnen fehlt ist die Differenzierbarkeit an allen Stellen, was für die Backpropagation-Lernregel ein Problem ist. Dies kann man bei genauerer Betrachtung der allgemeinen Delta-Regel 5.11 erkennen, die die Ableitung der Aktivierungsfunktion  $\varphi$  enthält. Differenzierbar und auch häufig eingesetzt sind sigmoide Aktivierungsfunktionen, zu denen die logistische Aktivierungsfunktion und die TANH Aktivierungsfunktion zählen. Der Trend geht jedoch immer mehr dazu über, die ReLu Funktion als Aktivierungsfunktion zu benutzen, die in der Praxis bei MLP mit sehr vielen versteckten Schichten effektiver ist.

## **6 Konfiguration eines KNN passend zur Problemstellung**

# Abkürzungsverzeichnis

**MLP** mehrlagige Perzeptron

**KI** Künstliche Intelligenz

**KNN** künstliche neuronale Netze

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Anwendungsgebiete für den Einsatz von KNN, entnommen aus <a href="http://vieta.math.tu-cottbus.de/~kolb/ml-nn/node10.html">http://vieta.math.tu-cottbus.de/~kolb/ml-nn/node10.html</a> . . . . .	6
2.1	Venn Diagramm zur Einordnung der KNN . . . . .	12
3.1	Aufbau einer Nervenzelle . . . . .	14
3.2	Funktionsweise eines Neurons, modifizierte Version aus <a href="http://www.codeplanet.eu/tutorials/csharp/70-kuenstliche-neuronale-netze-in-csharp.html">http://www.codeplanet.eu/tutorials/csharp/70-kuenstliche-neuronale-netze-in-csharp.html</a> . . . . .	15
4.1	Feedforward Netzwerk . . . . .	19
4.2	Feedback Netzwerk . . . . .	19
4.3	Beispiel Feedforward Netzwerk, modifizierte Version aus <a href="http://www.texample.net/tikz/examples/neural-network/">http://www.texample.net/tikz/examples/neural-network/</a> . . . . .	20
4.4	Repräsentation der Konjunktion $x_1 \wedge x_2$ als einfaches Perzeptron . . .	21
4.5	Repräsentation der Disjunktion $x_1 \vee x_2$ als einfaches Perzeptron . . .	21
4.6	Beispiel 1 für die lineare Separierbarkeit der AND-Funktion . . . . .	23
4.7	Beispiel 2 für die lineare Separierbarkeit der AND-Funktion . . . . .	23
4.8	Die OR-Funktion ist nicht linear separierbar . . . . .	24
4.9	Durch die Kombination von drei Perzeptronen, kann die XOR-Funktion gelöst werden . . . . .	25
4.10	MLP, der die XOR-Funktion lösen kann ohne Bias-Neuronen . . . . .	26
4.11	MLP, der die XOR-Funktion lösen kann mit Bias-Neuronen . . . . .	26
5.1	Bei zwei verschiedenen Gewichten kann die Fehlerfunktion E als Fläche dargestellt werden . . . . .	31

# Tabellenverzeichnis

3.1	lineare Aktivierungsfunktion, ReLu und die binäre Aktivierungsfunktion	16
3.2	Logistische und TANH Aktivierungsfunktion . . . . .	17

# Literaturverzeichnis

- Corves, Anna: *Nervenzellen im Gespräch*, <https://www.dasgehirn.info/grundlagen/kommunikation-der-zellen/nervenzellen-im-gespraech?gclid=C0iWg7TdZnQCFU4W0wodK74IwA>, 2012, letzter Zugriff: 1. 07. 2017
- Ertel, Wolfgang: *Grundkurs Künstliche Intelligenz : Eine praxisorientierte Einführung*, 4. Aufl., Berlin Heidelberg New York: Springer-Verlag, 2016
- Hebb, Donald Olding: *The Organization Of Behavior: A Neuropsychological Theory*, Psychology Press edition 2002, 1949
- Hillmann, Leonard: *Intelligentes Leben*, <http://www.tagesspiegel.de/themen/gehirn-und-nerven/gesund-leben-intelligentes-leben/13410564.html>, Veröffentlichungsdatum unbekannt, letzter Zugriff: 01.07.2017
- Hoffmann, Norbert *Kleines Handbuch Neuronale Netze : Anwendungsorientiertes Wissen zum Lernen und Nachschlagen*, Berlin Heidelberg New York: Springer-Verlag, 1993
- Koenecke, Finn Ole: *Realisierung eines interaktiven künstlichen neuronalen Netzwerks*, 2016
- Kramer, Oliver: *Computational Intelligence : Eine Einführung*, 1. Aufl., Berlin Heidelberg New York: Springer-Verlag, 2009.
- Manhart, Klaus: *Was Sie über Maschinelles Lernen wissen müssen*, <https://www.computerwoche.de/a/was-sie-ueber-maschinelles-lernen-wissen-muessen,3329560>, 04.05.2017, letzter Zugriff: 02.07.2017
- Minsky, Marvin; Papert, Seymour: *Perceptrons: An Introduction to Computational Geometry*, 2nd edition with corrections, first edition 1969 , The MIT Press, Cambridge MA, 1972.
- Rey, Günter Daniel ; Wender, Karl F.: *Neuronale Netze : eine Einführung in die Grundlagen, Anwendungen und Datenauswertung*, 2. vollst. überarb. und erw. Aufl., Bern: Huber, 2011.
- Riley, Tonya: *Artificial intelligence goes deep to beat humans at poker*, <http://www.sciencemag.org/news/2017/03/artificial-intelligence-goes-deep-beat-humans-poker>, 03.03.2017, letzter Zugriff: 07.07.2017

## Literaturverzeichnis

- Rimscha, Markus: *Algorithmen kompakt und verständlich : Lösungsstrategien am Computer*, 3. Aufl., Berlin Heidelberg New York: Springer-Verlag, 2014.
- Russell, Stuart ; Norvig, Peter: *Artificial Intelligence : A Modern Approach*, 3. Aufl.(2010), London: Prentice Hall, 2010.
- Scherer, Andreas: *Neuronale Netze : Grundlagen und Anwendungen*. Berlin Heidelberg New York: Springer-Verlag, 1997.
- SethBling: *MarI/O - Machine Learning for Video Games*, <https://www.youtube.com/watch?v=qv6UVOQ0F44>, 13.06.2017, letzter Zugriff: 07.07.2017
- Turing, Alan M.: *Computing Machinery and Intelligence*, Mind, 59, 1950.
- Wunderlich-Pfeiffer, Frank : *Alpha Go geht in Rente*, <https://www.golem.de/news/kuenstliche-intelligenz-alpha-go-geht-in-rente-1705-128059.html>, 29.05.2017, letzter Zugriff: 04.07.2017
- Zell, Andreas: *Simulation neuronaler Netze*, 4.Auflage(2003) Deutschland: Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH, 1994.



Ich versichere, die vorliegende Arbeit selbstständig ohne fremde Hilfe verfasst und keine anderen Quellen und Hilfsmittel als die angegebenen benutzt zu haben. Die aus anderen Werken wörtlich entnommenen Stellen oder dem Sinn nach entlehnten Passagen sind durch Quellenangaben eindeutig kenntlich gemacht.

Ort, Datum

Xuan Linh Do