



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

SISTEMA DE ADQUISICIÓN DE DATOS PARA  
MEDIR CORRELACIONES EN PARES DE FOTONES

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:  
**FÍSICO**

PRESENTA:  
**LUIS YVES VILLEGAS AGUILAR**

DIRECTOR DEL TRABAJO:  
DR. DANIEL SAHAGÚN SÁNCHEZ

Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2018



## Agradecimientos

## Resumen

Esta tesis presenta el desarrollo de un sistema de adquisición de datos para experimentos en átomos fríos. Para probar este sistema, se realizó un experimento para medir la función de correlación de segundo orden  $g^{(2)}$  para luz coherente clásica. Se obtuvo un valor de  $g^{(2)}(0) = 1.0006 \pm 0.0012$ , que se encuentra en excelente acuerdo con la teoría. Además de esto, se realizaron estudios espectroscópicos de átomos de  $^{87}\text{Rb}$  confinados en una trampa magneto-óptica (MOT) con el propósito de medir su densidad óptica. Se obtuvo un valor máximo de  $\text{OD} = 46.9 \pm 0.4$ . Finalmente, se presenta una caracterización de esta densidad óptica para distintos parámetros ajustables dentro del Laboratorio, con el fin de servir como una referencia experimental para futuras optimizaciones.

# Índice

<b>Introducción</b>	<b>8</b>
<b>1. Sistema de adquisición de datos</b>	<b>10</b>
1.1. Motivación . . . . .	10
1.1.1. Preparación del sistema óptico . . . . .	11
1.1.2. Fotodiodos de avalancha y etiquetador de cuentas . . . . .	13
1.2. Teoría . . . . .	14
1.2.1. Óptica clásica . . . . .	14
1.2.2. La función de correlación de primer orden . . . . .	16
1.2.3. La función de correlación de segundo orden . . . . .	20
1.2.4. Cuantización del campo . . . . .	21
1.2.5. Estadística de fotones individuales . . . . .	22
1.3. Sistemas . . . . .	25
1.3.1. Perfilómetro de láseres . . . . .	25
1.3.2. Sistema de adquisición de datos . . . . .	29
1.3.3. Circuito de conmutación . . . . .	32
1.4. Configuración experimental . . . . .	33
1.5. Resultados . . . . .	38
<b>2. Espectroscopía de átomos fríos</b>	<b>39</b>
2.1. Motivación . . . . .	39
2.1.1. Preparación del sistema óptico . . . . .	40
2.2. Teoría . . . . .	41
2.2.1. Estructura fina e hiperfina . . . . .	41
2.2.2. Trampa magneto-óptica . . . . .	42
2.2.3. Absorción de luz por átomos . . . . .	44
2.3. Configuración experimental . . . . .	46
2.4. Resultados . . . . .	48
2.5. Discusión . . . . .	51
<b>3. Conclusiones</b>	<b>52</b>
3.1. Perspectivas a futuro . . . . .	53
<b>A. Paquetería de uso de hunahpy</b>	<b>54</b>
A.1. Introducción . . . . .	54
A.2. Ejemplo básico de uso . . . . .	54
A.2.1. Lista de métodos . . . . .	56
A.3. Interfaz gráfica para el programa de adquisición . . . . .	61
A.4. Solución de problemas comunes . . . . .	63

## Índice de figuras

1.	Esquema energético de diamante para generación de fotones con FWM en átomos fríos de $^{87}\text{Rb}$ . . . . .	12
2.	Óptica de adquisición para FWM. El filtro IF1 deja pasar luz de 762nm y el IF2 deja pasar luz de 795nm. Un color más tenue indica que la intensidad de los haces generados es muy baja. Esta luz se enviará al TDC para analizar correlaciones. . . . .	13
3.	Interferómetro de Mach-Zehnder. El haz original $\mathcal{E}$ se divide en dos brazos con distancia $l_1$ y $l_2$ . . . . .	16
4.	$g^{(2)}(\tau)$ clásica para luz láser, luz caótica ensanchada por colisiones y luz caótica ensanchada por efecto Doppler. . . . .	21
5.	Perfil de intensidad Gaussiano y distintas definiciones de diámetro. . . . .	26
6.	Diagrama de pre-procesamiento para imágenes usando la transformada rápida de Fourier. . . . .	27
7.	Foto real de un haz y su espectro de frecuencias al aplicarle FFT. En vez de ser perfectamente Gaussiano, vemos que hay franjas de interferencia y otros defectos (ver círculos). . . . .	28
8.	Antes y después de aplicar pre-procesamiento a la foto del haz. . . . .	29
9.	Diagrama de flujo del programa de adquisición. Ver detalles en la sección 1.3.2. . . . .	31
10.	Ejemplo de prueba para el circuito de gating. a) El pulso de entrada o la señal que queremos usar. b) El pulso de control. c) El pulso de salida después de pasar por el circuito. . . . .	32
11.	Óptica de adquisición para el haz de 780nm. La sección resaltada es la ampliación del arreglo óptico de la Figura 2. Se consiguió una intensidad baja usando filtros ND y un divisor no polarizante BS. . . . .	33
12.	Histograma de cuentas oscuras para el APD1 (azul) y el APD2 (rojo). El tiempo de integración para cada canasta fue de 150ms. . . . .	35
13.	$g^{(2)}(\tau)$ para un haz de luz coherente. . . . .	38
14.	Óptica de bombeo para FWM. Un divisor de haz polarizante (PBS) permite superponer el haz semilla con el haz de bombeo 1. El filtro IF3 sirve para superponer los dos haces de bombeo. . . . .	40
15.	Estructura hiperfina para la línea <b>D2</b> de $^{87}\text{Rb}$ . . . . .	42
16.	a) Mecanismo de atrapamiento magnético de la MOT para un átomo con niveles $J = 0$ y $J = 1$ . Dos haces contrapropagantes con polarizaciones circulares opuestas ( $\sigma^+$ y $\sigma^-$ ) y las reglas de selección $\Delta m_J = \pm 1$ empujan al átomo hacia el centro de la trampa. Imagen de [1]. b) Campo magnético cuadrupolar cerca del centro de la MOT (en dos dimensiones). El campo es cero en el centro. . . . .	44

17.	Voltaje medido por el fotodiodo contra desintonía del AOM. Normalizado respecto al valor máximo de voltaje. . . . .	47
18.	Presión en la cámara de la MOT contra corriente suministrada al dispensador de rubidio. . . . .	47
19.	Arreglo para medir la densidad óptica. . . . .	48
20.	Transmisión del haz de prueba como función de su desintonía de resonancia. La desintonía $\omega - \omega_0$ de los haces de enfriamiento en cada caso es: a) 20 MHz b) 25 MHz c) 27 MHz. . . . .	49
21.	Densidad óptica de la nube de átomos de $^{87}\text{Rb}$ para: a) Desintonía de los haces de enfriamiento b) Presión de rubidio en la cámara de vacío c) Gradiente del campo magnético d) Intensidad total de los haces de enfriamiento. . . . .	50
22.	Señal de prueba del TDC. . . . .	58
23.	Pestaña de <i>cuentas</i> del programa de adquisición. . . . .	61
24.	Pestaña de <i>histogramas</i> del programa de adquisición. . . . .	62

## Índice de tablas

1.	$g^{(2)}(0)$ y su correspondiente estadística y descripción clásica para distintas fuentes de luz. . . . .	25
2.	Archivo binario de datos creado. . . . .	55
3.	Máscara de bytes del TDC. . . . .	56
4.	Mensajes de error de un objeto TDC. . . . .	57

## Introducción

La invención de técnicas de enfriamiento atómico en los 80s [34, 35] permitió manipular y monitorear la evolución temporal de ensambles atómicos a ultra-bajas temperaturas. Casi todos los datos experimentales de estos átomos fríos se consiguen por medio de observaciones ópticas [27, 29]; la *óptica cuántica* estudia la interacción entre luz y materia desde una perspectiva cuántica.

Estos sistemas de átomos fríos confinados tienen un gran potencial como herramientas de estudio en correlaciones y entrelazamiento [3], con mucho interés en implementarlos para procesamiento en información cuántica [5]. Para esto, es indispensable poder crear, manipular y medir los estados cuánticos de estos sistemas. Una transmisión eficiente de información entre dos sistemas atómicos requiere una interacción fuerte entre átomos y fotones.

El Laboratorio de Átomos Fríos y Óptica Cuántica del Instituto de Física de la UNAM — parte del Laboratorio Nacional de Materia Cuántica — tiene como propósito hacer investigación en metrología e información cuántica, por medio del estudio de sistemas cuánticos ópticos y materiales.

El experimento principal del Laboratorio es el de generación de pares de fotones (o *bifotones*) por medio de un proceso no lineal llamado *mezclado de cuatro ondas* — o FWM por sus siglas en inglés. En el Laboratorio, este proceso de FWM es realizado actualmente en una muestra de átomos de rubidio calientes, y próximamente se realizará también en una muestra de átomos fríos.

Tener sistemas de control robustos que puedan procesar los datos generados por este experimento es vital. Este sistema de recolección y procesamiento debe tener una buena resolución temporal para poder analizar en tiempo real los datos que genere el mezclado. Además, la optimización de la nube atómica es muy importante para obtener buenos resultados; entre más fotones se generen, mejor será la estadística del experimento. Uno de los parámetros experimentales más importantes para procesos de FWM es el de la densidad óptica máxima [36].

Esta tesis está dedicada principalmente a desarrollar el sistema de adquisición de datos del Laboratorio en anticipación a futuros experimentos de mezclado de cuatro ondas. Sin embargo, de manera simultánea se realiza la caracterización y optimización de nuestra trampa magneto-óptica (MOT) utilizada para atrapar y enfriar átomos de rubidio. Estos dos proyectos sirven el propósito de dejar listo el sistema que se utilizará tanto para la generación como para la adquisición de fotones en el experimento. Este trabajo pretende ser una guía para el análisis e interpretación de la estadística de fotones individuales generados en el Laboratorio, así como servir de referencia para los valores óptimos de la densidad óptica de la nube atómica como



función de distintos parámetros experimentales.

Por contener dos objetivos diferentes, se decidió desarrollar cada proyecto de manera independiente en dos capítulos principales. Así, la estructura de esta tesis es como sigue:

- El **Capítulo 1** es el capítulo principal de este trabajo y se concentra en el estudio de correlaciones para pares de fotones. Al iniciar, se discute la motivación del experimento de mezclado de cuatro ondas para generar bifotones. Luego, se presenta una introducción teórica del estudio cuantitativo de la correlación para fuentes clásicas de luz. Se introduce también un tratamiento cuántico de la correlación y se establece una clasificación de las fuentes a partir de su estadística.

Después, se describen los distintos sistemas y programas que forman parte del sistema de adquisición. Se da una visión general del funcionamiento del código del programa de adquisición y de cómo se comunica con los instrumentos. También se incluyen otros sistemas y circuitos que se desarrollaron para el experimento.

Finalmente, se habla de la preparación experimental para medir correlaciones en luz láser, con el propósito de probar el sistema de adquisición. Se caracterizan los fotodiodos de avalancha y se presentan los resultados del experimento.

- La optimización de la MOT se encuentra en el **Capítulo 2**. Se presenta la motivación para hacer espectroscopía en átomos fríos y la importancia de la densidad óptica.

En la subsección de teoría, se presenta la estructura atómica de rubidio 87. Luego, se introducen los mecanismos de enfriamiento y atrapamiento de átomos que usa la MOT. Un modelo atómico sencillo de dos niveles es introducido para explicar el fenómeno de absorción en átomos, así como para definir la densidad óptica de la nube a partir de la transmisión de un haz débil de prueba.

Por último, se presenta el montaje para las medidas de densidad óptica, así como los resultados obtenidos al variar distintos parámetros experimentales. Se da un análisis cualitativo de las mediciones y se discuten las características de los espectros registrados.

- En el **Capítulo 3** se presentan las conclusiones de este trabajo. Contiene también la visión a futuro para la continuación de este proyecto.
- Se incluye además un **Apéndice** con una guía de usuario extensa para el sistema de adquisición de datos del experimento.

## 1. Sistema de adquisición de datos

La motivación inicial para la generación de bifotones en el Laboratorio es el estudio de su correlación. Esto nos da información cuantitativa acerca de su naturaleza cuántica para realizar posteriormente otros experimentos.

Para poder analizar la correlación de bifotones, es necesario desarrollar un sistema de adquisición y procesamiento de datos capaz de analizar adecuadamente los fotones generados por procesos de mezclado de cuatro ondas. En este capítulo se presenta una introducción a la teoría de estadística de fotones individuales y su implementación experimental, así como el desarrollo del sistema de adquisición de datos que será usado por el Laboratorio para experimentos en átomos fríos.

### 1.1. Motivación

La técnica más estándar para generar bifotones es la de procesos de conversión espontánea paramétrica descendiente [2] (o SPDC por sus siglas en inglés) en cristales no lineales, como BBO. Sin embargo, el tiempo de coherencia de los fotones generados en SPDC es muy corto (del orden de ps) gracias a que poseen un amplio ancho de banda. Esto impide ciertos experimentos interesantes; incluso sistemas de detección fotónica con tecnología de punta tienen una resolución temporal de al menos decenas de ps [3]. Además, la corta longitud de coherencia los hacen poco viables para interacciones átomo-fotón, haciéndolos poco deseables para estudios de información cuántica [4].

Por esto, en años recientes ha aumentado mucho el interés en generar pares de fotones con un ancho de banda angosto. Una solución simple es colocar el cristal para SPDC en una cavidad óptica [5]. Sin embargo, el avance en técnicas de enfriamiento de átomos ha permitido estudiar la generación de bifotones en gases atómicos fríos por medio de procesos de FWM espontáneo. Utilizar este proceso trae varios beneficios: bifotones con un ancho de banda muy angosto, mayor eficiencia de producción y varios parámetros experimentales para poder controlar la función de onda resultante [6]. En este laboratorio, el corazón de este futuro experimento consiste en un gas de átomos de rubidio, confinados y enfriados por medio de una trampa magneto-óptica (o MOT). Una breve explicación de nuestra MOT se dará en la sección 2.2.2, y una descripción más detallada puede encontrarse en [7]. A pesar de que el proceso de FWM en átomos fríos todavía no se implementa en el laboratorio, hay varios aspectos del experimento que necesitan desarrollo, como los sistemas de control y adquisición de datos así como la caracterización y optimización de la nube atómica.

Por la naturaleza sensible de este experimento, el desarrollo de un sistema dedicado de adquisición de datos era necesario. Dicho sistema se diseñó para el procesamiento,

almacenamiento y posterior procesamiento de los datos experimentales que permitirían el estudio de correlaciones en la luz generada. A continuación se presentará la motivación y desarrollo del trabajo de este capítulo.

### Luz cuántica

El primer propósito del estudio de fotones individuales es estudiar las correlaciones entre ellos. En 1986, Grangier et al [8] generaron haces de fotones individuales utilizando decaimientos atómicos en cesio para demostrar algunas propiedades cuánticas de la luz. En particular, buscaban estudiar las correlaciones entre foto-detectores para las salidas de transmisión y reflexión en un divisor de haz. Si — citando a Grangier — *sólo se puede detectar un fotón una sola vez*, entonces habremos probado propiedades granulares de la luz y no habría duda de que sólo se puede describir de manera cuántica, i.e., con su función de onda.

Ahora, si uno considera cada fotón como un campo eléctrico propio, es de interés ver cuáles son las correlaciones que se pueden medir entre ellos. En la sección 1.2, se presentarán los conceptos sobre lo que se entiende por *correlaciones* en nuestro sistema, así como una breve descripción matemática acerca de cómo calcularlas.

#### 1.1.1. Preparación del sistema óptico

Al pensar en un sistema de adquisición de datos se deben también tener en cuenta los haces láser usados y los instrumentos de detección, así como la óptica que ayudará a guiar a los fotones a los detectores. Es así que surge una motivación natural de caracterizar estos sistemas como parte de un trabajo más completo.

El arreglo óptico se divide en la parte de bombeo (la luz que llega a la nube de átomos) y la parte de adquisición (la luz resultante que será analizada). La óptica de bombeo se describirá en la sección 2.1.1 correspondiente al experimento de espectroscopía, pues es más relevante a ese experimento.

La Figura 1 muestra la configuración atómica para la generación de fotones correlacionados por FWM en un gas de  $^{87}\text{Rb}$ . Aunque una descripción a profundidad de FWM en átomos fríos no es parte de este trabajo, de manera conceptual uno puede ver que usando dos láseres potentes de bombeo de 780nm y 776nm, se pueden generar dos fotones correlacionados de 762nm y 795nm si las condiciones de empatamiento de fase se cumplen [9]. En este montaje experimental, los haces de bombeo son colineales y los fotones generados también lo serán. El montaje de la óptica de adquisición consiste principalmente en un arreglo de filtros de interferencia SEMROCK LL01-780 y LL01-808 para filtrar la luz que se generará en el FWM de los haces de atrapamiento que son mucho más potentes. A cada ángulo, estos filtros

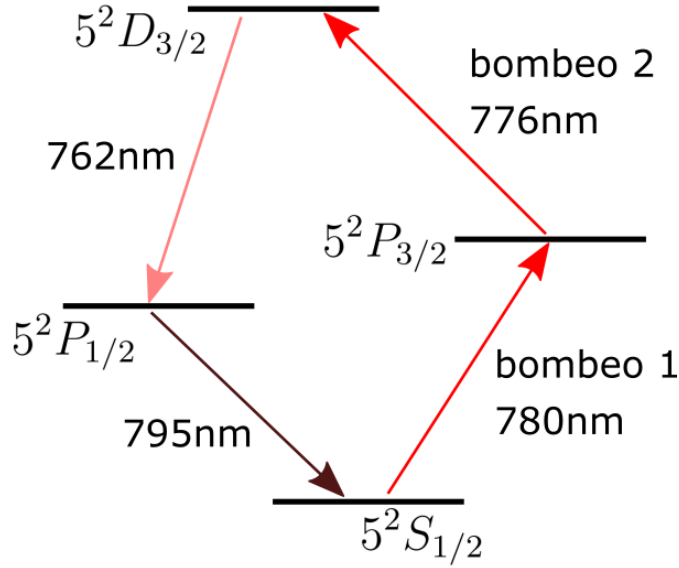


Figura 1: Esquema energético de diamante para generación de fotones con FWM en átomos fríos de  $^{87}\text{Rb}$ .

de interferencia transmiten una longitud de onda central y reflejan el resto. Después de filtrar los haces de bombeo, la luz generada fue acoplada a dos fotodiodos de avalancha (APDs) para la detección de fotones individuales por medio de fibras monomodales.

Aún con técnicas estándar hoy en día, la tasa de generación de bifotones en experimentos de este tipo es baja [10]; es por esto que es importante obtener la mayor eficiencia posible a la hora de acoplar las fibras ópticas. El problema del acoplamiento consiste en la alineación del haz incidente y de la fibra para maximizar la potencia transferida. En condiciones ideales, uno podría conseguir un porcentaje de acoplamiento a la fibra de casi 100 % [11], pero hacerlo es laborioso y necesita de múltiples elementos ópticos. El acoplamiento de luz láser a una fibra monomodal es un problema de empatamiento de modos [12]:

$$f = D \frac{\pi\omega}{4\lambda}, \quad (1)$$

donde  $f$  es la distancia focal de la lente necesaria para acoplar un haz de diámetro  $1/e^2 D$  y longitud de onda  $\lambda$  a una fibra con modo  $\omega$ . De la ecuación 1, vemos que el diámetro del haz es un parámetro controlable importante para conseguir un buen acoplamiento. Por esto, se decidió escribir un sencillo programa de computadora para analizar perfiles de haces láser utilizando fotos tomadas con un chip CCD.

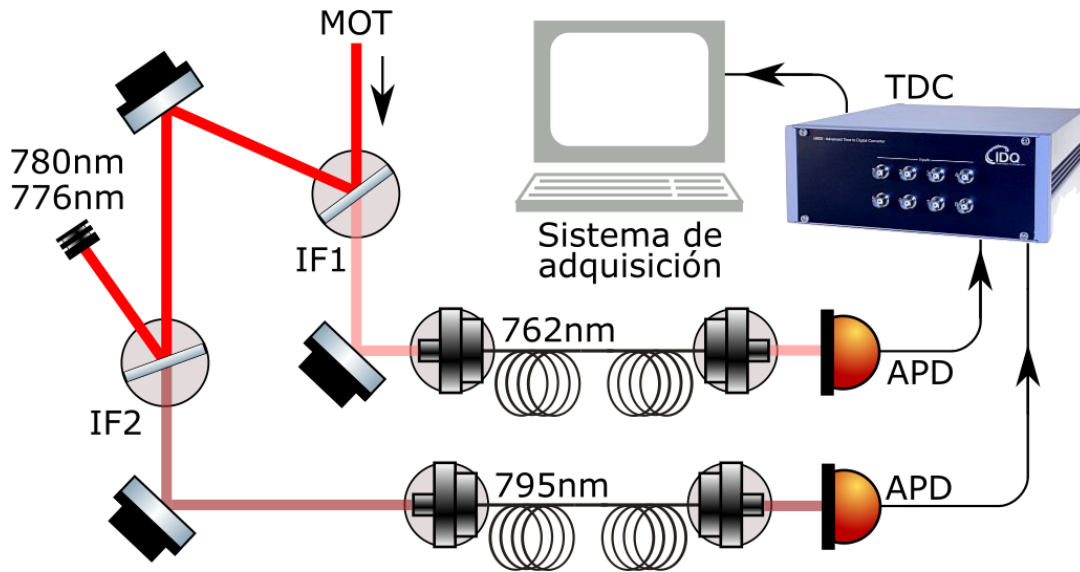


Figura 2: Óptica de adquisición para FWM. El filtro IF1 deja pasar luz de 762nm y el IF2 deja pasar luz de 795nm. Un color más tenue indica que la intensidad de los haces generados es muy baja. Esta luz se enviará al TDC para analizar correlaciones.

### 1.1.2. Fotodiodos de avalancha y etiquetador de cuentas

Para la detección y procesamiento de señales se utilizarán dos instrumentos: varios APD de silicón (*id120*) y un etiquetador de cuentas temporales (*id800*) fabricados por IDQuantique.

Un APD es un diodo p-n con una ganancia alta. Estos instrumentos tienen un mecanismo interno de amplificación, que genera señales eléctricas con alta tasa señal-ruido como respuesta a detecciones de un sólo fotón [13]. Las cuentas detectadas por un APD pueden tener distintas fuentes:

- Fotones individuales, que pueden ser registrados correctamente o como *afterpulses*.
- *Cuentas oscuras*, señales generadas por el mismo APD sin luz externa incidente. La tasa de cuentas oscuras (*dark count rate*) es dependiente de la temperatura del detector y el voltaje de polarización (bias). El fabricante del *id120* indica un valor de cuentas oscuras de  $< 200\text{Hz}$ .

Los APD *id120* cuentan con una zona de detección de  $500\mu\text{m}$  de diámetro y una eficiencia cuántica de 80 % para 800nm. Es necesario optimizar los valores del voltaje de bias aplicado para minimizar el *afterpulsing* y la tasa de cuentas oscuras. Una descripción mucho más detallada de el funcionamiento y optimización de APDs

puede encontrarse en [14].

Una desventaja de la elección de *id120* es que no tienen un trigger interno capaz de ser activado de manera externa, por lo que fue necesario diseñar un circuito de *gating* utilizando búferes de tres estados.

Finalmente, el *id800* es un módulo etiquetador de cuentas temporales (time-to-digital converter, TDC). Cuenta con 8 canales de entrada BNC con una resolución temporal de 81ps para coincidencias de eventos en canales distintos. El *id800* cuenta con un software de LabView para el procesamiento de cuentas, pero la funcionalidad que ofrecía no era adecuada para experimentos de FWM. Por ello, se optó por escribir una biblioteca completa para Python 3.6 para permitir la programación del módulo. Con esta biblioteca, se escribió un programa para procesar y visualizar en tiempo real las cuentas que el TDC reciba.

Todo el software, la electrónica y las pruebas correspondientes se encuentran en la sección 1.3.

## 1.2. Teoría

En esta sección se presentará una descripción de los elementos teóricos utilizados en este capítulo. Partiendo de una descripción clásica de la luz, se introducirán los conceptos de *coherencia* de primer y segundo grado, que nos permitirán clasificar luz de distintas fuentes de acuerdo a la estadística que siguen. Finalmente, se realizará una cuantización del campo. Este desarrollo sigue principalmente la exposición de Kenyon [15], Loudon [16] y Fox [17].

### 1.2.1. Óptica clásica

Aunque muchos efectos ópticos clásicos pueden ser descritos por óptica geométrica, para poder explicar efectos como interferencia y difracción, que necesitan el tratamiento clásico de la luz como ondas.

Aunque no fue el primero en proponerlas, la teoría de Maxwell de la luz como ondas electromagnéticas está descrita en términos del campo eléctrico  $\mathcal{E}(\mathbf{r}, t)$  y el campo magnético  $\mathcal{B}(\mathbf{r}, t)$ ; para el campo electromagnético en materiales, se definen de manera más general el campo de desplazamiento  $\mathcal{D}(\mathbf{r}, t)$  y la cantidad magnética  $\mathcal{H}(\mathbf{r}, t)$ .

En un material homogéneo e isotrópico, la descripción de estos campos generales es:

$$\mathcal{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathcal{E} \qquad \mathcal{B} = \mu_0 \mu_r \mathcal{H},$$

donde  $\epsilon_0$  y  $\mu_0$  son la permitividad eléctrica y permeabilidad magnética del vacío, respectivamente, y  $\epsilon_r$  y  $\mu_r$  la permitividad eléctrica y permeabilidad magnética del medio.

Las ecuaciones que describen la respuesta de un medio al campo eléctrico y magnético fueron compiladas por Maxwell:

$$\nabla \cdot \mathcal{D} = \rho, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathcal{B} = 0, \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathcal{E} = -\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial t}, \quad (4)$$

$$\nabla \times \mathcal{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial t}, \quad (5)$$

donde  $\rho$  es la densidad de carga libre y  $\mathbf{j}$  la corriente de carga libre. En el vacío (y sin densidad ni corriente de carga libre)  $\epsilon_r = \mu_r = 1$  y las ecuaciones de Maxwell son:

$$\nabla \cdot \mathcal{E} = 0, \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \mathcal{B} = 0, \quad (7)$$

$$\nabla \times \mathcal{E} = -\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial t}, \quad (8)$$

$$\nabla \times \mathcal{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}, \quad (9)$$

Tomando el rotacional de la ecuación 8, y combinándolo con la ecuación 9:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathcal{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \mathcal{B} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial^2 t}.$$

Por otro lado, utilizando que para cualquier campo vectorial  $\mathcal{A}$  es cierto que:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathcal{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathcal{A}) - \nabla^2 \mathcal{A},$$

y el hecho que el primer término del lado derecho es cero por la ecuación 6, tenemos que

$$\nabla^2 \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathcal{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial^2 t}, \quad (10)$$

que corresponde a una ecuación de onda con velocidad  $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = 2.998 \times 10^8 \text{ms}^{-1}$ , que es la velocidad de la luz en el vacío. De una manera análoga se encuentra una ecuación de onda para el campo magnético  $\mathcal{B}$ .

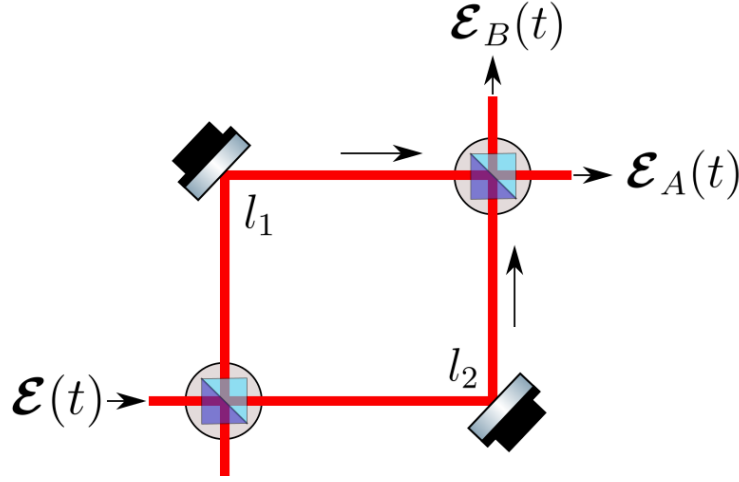


Figura 3: Interferómetro de Mach-Zehnder. El haz original  $\mathcal{E}$  se divide en dos brazos con distancia  $l_1$  y  $l_2$ .

### 1.2.2. La función de correlación de primer orden

Vale la pena hablar primero del efecto de interferencia. La interferencia es el efecto de la recombinación de dos ondas en movimiento; patrones de interferencia ocurren cuando estas dos ondas presentan una diferencia relativa de fase. En el contexto del campo electromagnético, existen varios ejemplos que sirven para dejarlo en claro: el experimento de la doble rendija de Young, el interferómetro de Michaelson o el interferómetro de Mach Zehnder.

Si dos trenes de ondas presentan una relación bien determinada de fase entre ellos, se dice que son *coherentes*. En una situación ideal, si conocemos esta relación de fase para un tiempo inicial, podríamos deducir la fase relativa en todo momento. La vida real, por desgracia, no funciona así y en realidad tenemos fluctuaciones en la fase que suceden conforme pasa el tiempo. Sin embargo, si la diferencia de fase entre las dos ondas permanece relativamente constante dentro de un intervalo  $\tau_c$ , decimos que son *parcialmente coherentes* con un tiempo de coherencia  $\tau_c$ . En este sentido, la coherencia es una medida de la estabilidad de frecuencia de la luz: podremos predecir acertadamente la fase de una onda para un tiempo  $t + \tau$ , siempre y cuando  $\tau \ll \tau_c$ . De manera inmediata podemos obtener la distancia de coherencia  $d_c = c\tau_c$  y medir la fase en dos puntos distintos en el espacio.

Para cuantificar la coherencia, calculamos la *correlación*.

La Figura 3 muestra un esquema sencillo del interferómetro de Mach Zehnder. Supongamos que tenemos un campo eléctrico incidente  $\mathcal{E}(t)$  incidente sobre el primer divisor de haz, que asumimos idéntico al segundo y ambos con coeficiente de refle-



xión  $\mathcal{R}$  y coeficiente de transmisión  $\mathcal{T}$ . Después de pasar por el primer divisor, el haz reflejado y el transmitido recorren una distancia  $l_1$  y  $l_2$ , respectivamente, usualmente diseñadas de distinta magnitud. Al recombinarse en el segundo divisor, tendremos dos salidas:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_A(t) &= \mathcal{R}\mathcal{T}\mathcal{E}(t_1) + \mathcal{T}\mathcal{R}\mathcal{E}(t_2) \propto \mathcal{E}(t_1) + \mathcal{E}(t_2), \\ \mathcal{E}_B(t) &= \mathcal{T}\mathcal{T}\mathcal{E}(t_2) + \mathcal{R}\mathcal{R}\mathcal{E}(t_1),\end{aligned}$$

con  $t_1 = t - l_1/c$  y  $t_2 = t - l_2/c$ .

Consideremos la intensidad del campo  $\mathcal{E}_A(t)$  al tiempo  $t$ :

$$I_A(t) \propto |\mathcal{E}(t_1) + \mathcal{E}(t_2)|^2 = \mathcal{E}(t_1)^2 + \mathcal{E}(t_2)^2 + 2\mathcal{E}(t_1) \cdot \mathcal{E}(t_2).$$

En la realidad no podemos medir la intensidad de manera instantánea, por lo que tomamos la intensidad promediada:

$$\langle I_A(t) \rangle \propto \langle \mathcal{E}(t_1)^2 \rangle + \langle \mathcal{E}(t_2)^2 \rangle + 2\langle \mathcal{E}(t_1) \cdot \mathcal{E}(t_2) \rangle. \quad (11)$$

Vemos que tenemos tres contribuciones a la intensidad medida. Las primeras dos corresponden a la intensidad que mediríamos de cada campo después de recorrer su brazo del interferómetro de manera independiente, *i.e.*, sin efectos de interferencia. Sin embargo, el tercer término contiene la información de la *correlación* de cada haz.

Si — sin pérdida de generalidad — consideramos que  $t_1 < t_2 = t_1 + \tau$  (y  $\tau > 0$ ), podemos ver que la correlación dependerá de esta diferencia temporal  $\tau$  a partir de un tiempo dado, más que de valores particulares de  $t_1$  o  $t_2$ , siempre y cuando la naturaleza de  $\mathcal{E}(t)$  nos permita tomar promedios sin mucho problema. De manera más general, el tercer término está definido de manera estadística como:

$$\langle \mathcal{E}(t) \cdot \mathcal{E}(t + \tau) \rangle = \frac{1}{T} \int_T dt \mathcal{E}^*(t) \mathcal{E}(t + \tau) \equiv \langle \mathcal{E}^*(t) \mathcal{E}(t + \tau) \rangle, \quad (12)$$

que se conoce como la *función de correlación de primer orden*. El *grado de coherencia temporal de primer orden* se define como la versión normalizada de la función de correlación de primer orden:

$$g^{(1)}(\tau) = \frac{\langle \mathcal{E}^*(t) \mathcal{E}(t + \tau) \rangle}{\langle \mathcal{E}^*(t) \mathcal{E}(t) \rangle}. \quad (13)$$

Veamos cómo se ve  $g^{(1)}(\tau)$  para distintos tipos de luz.

### Luz caótica

Consideremos a una fuente de luz caótica como un ensamble de muchos átomos que emiten luz de manera independiente unos de otros. Si se da una colisión entre ellos, la fase de la luz emitida cambia (y permanece constante hasta que ocurra otra colisión) pero su amplitud  $E_0$  y frecuencia  $\omega_0$  permanecen constantes. Podemos modelar este cambio de fase como una función  $\phi(t)$  que va cambiando en  $[0, 2\pi]$ , y si observamos este campo en un punto espacial fijo:

$$\mathcal{E}(t) = E_0 e^{-i\omega_0 t + i\phi(t)}.$$

Suponiendo que podemos superponer cada campo individual para obtener el campo eléctrico total:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}(t) &= \mathcal{E}_1(t) + \mathcal{E}_2(t) + \dots + \mathcal{E}_n(t) \\ \mathcal{E}(t) &= E_0 e^{-i\omega_0 t} (e^{i\phi_1(t) + i\phi_2(t) + \dots + i\phi_n(t)})\end{aligned}$$

Si calculamos  $g^{(1)}(\tau)$  para esta fuente de luz:

$$\begin{aligned}\langle \mathcal{E}^*(t) \mathcal{E}(t + \tau) \rangle &= E_0^2 e^{-i\omega_0 \tau} \times \langle \{e^{-i\phi_1(t)} + e^{-i\phi_2(t)} + \dots + e^{-i\phi_n(t)}\} \\ &\quad \times \{e^{i\phi_1(t+\tau)} + e^{i\phi_2(t+\tau)} + \dots + e^{i\phi_n(t+\tau)}\} \rangle.\end{aligned}$$

Al tomarse el promedio estadístico, los términos cruzados se eliminan pues corresponden a saltos aleatorios distintos (y promedian cero al considerarse el ensamble completo). Así,

$$\begin{aligned}\langle \mathcal{E}^*(t) \mathcal{E}(t + \tau) \rangle &= E_0^2 e^{-i\omega_0 \tau} \sum_{j=1}^n \langle e^{i\phi_j(t+\tau) - i\phi_j(t)} \rangle \\ &= n E_0^2 e^{-i\omega_0 \tau} \langle e^{i\phi_j(t+\tau) - i\phi_j(t)} \rangle \\ &= n \langle \mathcal{E}_j^*(t) \mathcal{E}_j(t + \tau) \rangle,\end{aligned}\tag{14}$$

ya que cada átomo es indistinguible de los demás.

Finalmente, calculemos  $\langle \mathcal{E}_j^*(t) \mathcal{E}_j(t + \tau) \rangle$ . De la teoría cinética de los gases, sabemos que la probabilidad de que haya un tiempo entre colisiones dentro del intervalo  $[\tau, \tau + d\tau]$  (donde la fase del campo es constante) es:

$$p(\tau) d\tau = (1/\tau_c) e^{-(\tau/\tau_c)} d\tau,\tag{15}$$

donde  $\tau_c$  es el tiempo característico de vuelo, o tiempo de coherencia. Usando esta distribución de probabilidad para calcular  $\langle \mathcal{E}_j^*(t) \mathcal{E}_j(t + \tau) \rangle$ ,

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{E}_j^*(t) \mathcal{E}_j(t + \tau) \rangle &= E_0^2 e^{-i\omega_0 \tau} \langle e^{i\phi_j(t+\tau) - i\phi_j(t)} \rangle \\ &= E_0^2 e^{-i\omega_0 \tau} \int_{\tau}^{\infty} d\tau' p(\tau') \\ &= E_0^2 e^{-i\omega_0 \tau} e^{\tau/\tau_c}. \end{aligned}$$

Finalmente, de la ecuación 14 obtenemos que:

$$g^{(1)}(\tau) = e^{-i\omega_0 \tau - \tau/\tau_c}. \quad (16)$$

Para una fuente de luz caótica con ensanchamiento Doppler se puede hacer un análisis similar. Partiendo de la expresión del campo eléctrico para este tipo de luz:

$$\mathcal{E}(t) = E_0 \sum_{i=1}^n e^{-i\omega_i t + i\varphi_i}.$$

Aunque la fase del  $i$ -ésimo átomo es constante (dado que asumimos que no hay colisiones atómicas), están distribuidos de manera aleatoria y las contribuciones de fase de distintos átomos promediará cero. Además, cada átomo tiene una frecuencia de radiación  $\omega_i$  recorrida de la frecuencia central  $\omega_0$ , determinada por su velocidad.

Calculando  $\langle \mathcal{E}^*(t) \mathcal{E}(t + \tau) \rangle$ , obtenemos que:

$$g^{(1)}(\tau) = e^{-i\omega_0 \tau - \frac{\pi}{2} (\tau/\tau_c)^2}. \quad (17)$$

Vemos que la magnitud de  $g^{(1)}(\tau)$  para luz caótica ensanchada por colisiones tiene un perfil Lorentziano, mientras que para luz caótica ensanchada por Doppler presenta un perfil Gaussiano.  $|g^{(1)}(0)| = 1$  es el máximo y decrece monótonicamente hacia 0.

### Luz láser

De manera ideal, un láser emite una sola frecuencia y tiene coherencia perfecta. Podemos describirlo por una onda sinusoidal con una fase  $\varphi$  bien definida en todo momento, y observándolo en un punto fijo a lo largo de la dirección de propagación:

$$\mathcal{E}(t) = E_0 e^{-i\omega_0 t + i\varphi}. \quad (18)$$

Se sigue entonces que:

$$\langle \mathcal{E}^*(t) \mathcal{E}(t + \tau) \rangle = E_0^2 e^{-i\omega_0 \tau},$$

y

$$g^{(1)}(\tau) = e^{-i\omega_0\tau}. \quad (19)$$

Es inmediato que  $|g^{(1)}(\tau)| = 1$  para todo  $\tau$ , que significa que la luz láser es perfectamente coherente.

### 1.2.3. La función de correlación de segundo orden

El experimento de interferencia de intensidades que realizaron Hanbury Brown y Twiss [18] mostró que el análisis de las correlaciones entre intensidades era interesante. Justo como consideramos el grado de coherencia temporal de primer orden como una medida de la correlación entre amplitudes, el *grado de coherencia temporal de segundo orden* es una medida de la correlación entre intensidades. La función  $g^{(2)}(\tau)$  mide esencialmente fluctuaciones en la intensidad y se define como:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}^*(t+\tau)\mathcal{E}(t+\tau)\mathcal{E}(t) \rangle}{\langle \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}(t) \rangle \langle \mathcal{E}^*(t+\tau)\mathcal{E}(t+\tau) \rangle} = \frac{\langle I(t)I(t+\tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle \langle I(t+\tau) \rangle}. \quad (20)$$

De acuerdo con esta descripción clásica de la luz, es posible probar con la desigualdad de *Cauchy-Schwartz* que:

$$1 \leq g^{(2)}(0) \quad (21)$$

$$g^{(2)}(\tau) \leq g^{(2)}(0). \quad (22)$$

Para una fuente clásica de luz láser como la descrita por la ecuación 18, es trivial probar que:

$$g^{(2)}(\tau) = 1, \quad (23)$$

para todo  $\tau$  — sigue siendo perfectamente coherente en intensidad.

Para las fuentes de luz caótica se puede demostrar que, si se tiene un número  $n$  muy grande de átomos, es válido:

$$\langle \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}^*(t+\tau)\mathcal{E}(t+\tau)\mathcal{E}(t) \rangle = n^2 [\langle \mathcal{E}_i^*(t)\mathcal{E}_i(t) \rangle^2 + |\langle \mathcal{E}_i^*(t)\mathcal{E}_i(t+\tau) \rangle|^2]. \quad (24)$$

Usando la ecuación 24 en la definición de  $g^{(2)}$ , tenemos que para luz caótica (y para  $n \gg 1$ ):

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + |g^{(1)}(\tau)|^2,$$

quedando para luz caótica con colisiones y con ensanchamiento Doppler:

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + e^{-2\tau/\tau_c}, \quad g^{(2)}(\tau) = 1 + e^{-\pi(\tau/\tau_c)^2}. \quad (25)$$

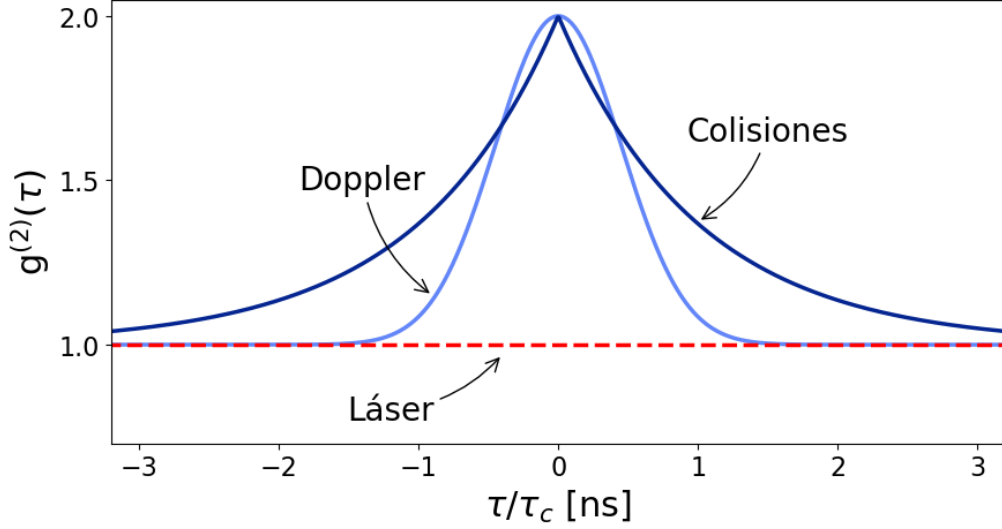


Figura 4:  $g^{(2)}(\tau)$  clásica para luz láser, luz caótica ensanchada por colisiones y luz caótica ensanchada por efecto Doppler.

#### 1.2.4. Cuantización del campo

De la teoría clásica del campo electromagnético [16], sabemos que el campo eléctrico  $\mathcal{E}(\mathbf{r}, t)$  y el campo magnético  $\mathcal{B}(\mathbf{r}, t)$  son campos vectoriales dependientes del tiempo que en vacío dependen de un tercer campo  $\mathcal{A}(\mathbf{r}, t)$  (el potencial vectorial) y un campo escalar  $\phi(\mathbf{r}, t)$ :

$$\begin{aligned}\mathcal{B}(\mathbf{r}, t) &= \nabla \times \mathcal{A}(\mathbf{r}, t), \\ \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) &= -\nabla\phi(\mathbf{r}, t) - \frac{\partial \mathcal{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}.\end{aligned}$$

De acuerdo a las expresiones anteriores, el Hamiltoniano clásico tiene la forma

$$H = \frac{1}{2}\epsilon_0 \int \int \int_V d^3r \left( |\mathcal{E}(\mathbf{r}, t)|^2 + c^2 |\mathcal{B}(\mathbf{r}, t)|^2 \right). \quad (26)$$

Tomando la norma de Coulomb, (para la cual  $\nabla \cdot \mathcal{A} = 0$ ), se puede demostrar que la expansión de Fourier del potencial vectorial es:

$$\mathcal{A}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\mu=\pm 1} \left( \mathbf{e}^{(\mu)}(\mathbf{k}) a_{\mathbf{k}}^{(\mu)}(t) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} + \mathbf{e}^{*(\mu)}(\mathbf{k}) a_{\mathbf{k}}^{*(\mu)}(t) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \right), \quad (27)$$

con  $\mathbf{e}^{(\pm 1)}$  los vectores unitarios de polarización circular y  $\mathbf{k}$  es el vector de onda.

Si aplicamos las reglas de cuantización equivalentes a  $\hat{\mathbf{p}}(t) \rightarrow -i\hbar\nabla$  para los coeficientes de la serie de Fourier  $a_{\mathbf{k}}^{(\pm 1)}(t)$ , es posible demostrar que el Hamiltoniano dado se vuelve:

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}, \mu} \hbar\omega_{\mathbf{k}} \left( \hat{a}^{\dagger(\mu)}(\mathbf{k})\hat{a}^{(\mu)}(\mathbf{k}) + \frac{1}{2} \right). \quad (28)$$

Este Hamiltoniano se asemeja mucho al de un oscilador armónico expresado en función de los operadores  $\hat{a}^\dagger$  de creación y  $\hat{a}$  de aniquilación:

$$\hat{H} = \hbar\omega \left( \hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2} \right). \quad (29)$$

Esto, y la naturaleza ondulatoria y periódica de la luz, hacen razonable describir el comportamiento cuántico en el formalismo del oscilador armónico. Los eigenestados de este Hamiltoniano son  $|n\rangle$ , y les corresponde una energía:

$$E_n = \hbar\omega \left( n + \frac{1}{2} \right) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (30)$$

Los operadores  $\hat{a}^\dagger$  y  $\hat{a}$  actúan en estos estados de la forma:

$$\begin{aligned} \hat{a}^\dagger\hat{a}|n\rangle &= \hat{n}|n\rangle, \\ \hat{a}|n\rangle &= \sqrt{n}|n-1\rangle, \\ \hat{a}^\dagger|n\rangle &= \sqrt{n+1}|n+1\rangle. \end{aligned}$$

En la descripción de óptica cuántica, estos estados  $|n\rangle$  describe el número de excitaciones con energía  $\hbar\omega$ ; estas excitaciones reciben el nombre de *fotones*.

### 1.2.5. Estadística de fotones individuales

La óptica cuántica está encargada de estudiar a los haces de luz como un chorro de fotones en vez de la descripción clásica de ondas. Para hacer esto, es útil ver estudiar la estadística de este haz de fotones. La intensidad de este campo está dado por el valor esperado del operador  $\hat{n}$ , que es equivalente al número promedio de fotones en el haz. Esto quiere decir que:

$$\langle I \rangle \propto \langle \hat{n} \rangle = \langle \hat{a}^\dagger\hat{a} \rangle \equiv \bar{n}. \quad (31)$$

Con esto, vale la pena volver a definir la función de correlación de segundo orden en función del operador  $\hat{n}$ :

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \hat{a}^\dagger(t)\hat{a}^\dagger(t+\tau)\hat{a}(t+\tau)\hat{a}(t) \rangle}{\langle \hat{a}^\dagger(t)\hat{a}(t) \rangle \langle \hat{a}^\dagger(t+\tau)\hat{a}(t+\tau) \rangle} = \frac{\langle \hat{n}(t)\hat{n}(t+\tau) \rangle}{\langle \hat{n}(t) \rangle \langle \hat{n}(t+\tau) \rangle}. \quad (32)$$

Veamos los resultados de  $g^{(2)}(\tau)$  para las fuentes de luz usadas en la sección 1.2.2.

Para un haz coherente, nos preguntamos cuál es la probabilidad  $\mathcal{P}(n)$  de encontrar  $n$  fotones en un haz de longitud  $L$  partido en  $N$  subsegmentos. Usando la distribución binomial para encontrar la probabilidad de  $n$  segmentos con un fotón y  $N - n$  con ninguno, tenemos que:

$$\mathcal{P}(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n (1-p)^{N-n}.$$

Como  $p = \bar{n}/N$ , tenemos que:

$$\mathcal{P}(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} \left(\frac{\bar{n}}{N}\right)^n \left(1 - \frac{\bar{n}}{N}\right)^{N-n} = \frac{1}{n!} \left(\frac{N!}{(N-n)!N^n}\right) \bar{n}^n \left(1 - \frac{\bar{n}}{N}\right)^{N-n}.$$

Queremos tomar el límite cuando  $N \rightarrow \infty$ . Usando la fórmula de Stirling y el teorema del binomio para demostrar que:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left[ \frac{N!}{(N-n)!N^n} \right] = 0, \quad \left(1 - \frac{\bar{n}}{N}\right)^{N-n} = \exp(-\bar{n}),$$

tenemos que la probabilidad  $\mathcal{P}(n)$  cuando  $N \rightarrow \infty$  es:

$$\mathcal{P}(n) = \frac{\bar{n}^n}{n!} e^{-\bar{n}}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (33)$$

que es una **distribución Poissoniana**. En general, una distribución Poissoniana expresa la probabilidad de que ocurra un número de eventos en un tiempo dado si hay una frecuencia de ocurrencia media y cada evento es independiente de todos los demás. Esto significa que la detección de cada fotón está aleatoriamente espaciada. Para este tipo de distribuciones, la *varianza* está dada por:

$$(\Delta n)^2 = \sum_{n=0}^{\infty} (n - \bar{n})^2 \mathcal{P}(n) = \bar{n}, \quad (34)$$

lo que significa que la *desviación estándar* cumple con

$$\Delta n = \sqrt{\bar{n}}. \quad (35)$$

Por otro lado, la luz térmica está definida como la radiación electromagnética emitida por un cuerpo negro, y presentan una densidad de energía dentro del rango de emisión  $[\omega, \omega + d\omega]$  de acuerdo a la Ley de Planck:

$$\rho(\omega, T) d\omega = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{d\omega}{\exp(\hbar \omega / k_B T) - 1}.$$

Cada modo oscilatorio tiene la energía dada por la ecuación 30 y, de acuerdo a la mecánica estadística, la probabilidad de que se encuentren  $n$  fotones en el modo correspondiente a  $\omega$  es:

$$\mathcal{P}_\omega(n) = \frac{\exp(-n\hbar\omega/k_B T)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-n\hbar\omega/k_B T)}. \quad (36)$$

Para este tipo de luz, es posible demostrar que  $\bar{n} = 1/(\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1)$ , y la probabilidad 36 es :

$$\mathcal{P}_\omega(n) = \frac{1}{\bar{n} + 1} \left( \frac{\bar{n}}{\bar{n} + 1} \right)^n, \quad (37)$$

que es una **distribución de Bose-Einstein**. Para este tipo de luz,

$$(\Delta n)^2 = \bar{n} + \bar{n}^2 \geq \bar{n}. \quad (38)$$

Este resultado nos muestra que la varianza de una distribución de Bose-Einstein siempre es mayor que la de una distribución Poissoniana. Las fluctuaciones de intensidad en la luz caótica clásica se asemejan mucho a las de la luz térmica descritas aquí, y presentan una estadística similar.

Con este análisis, es conveniente definir una clasificación para las estadísticas de fotones en función de su desviación estándar:

- **Super-Poissoniana:**  $\Delta n > \sqrt{\bar{n}}$ ,
- **Poissoniana:**  $\Delta n = \sqrt{\bar{n}}$ ,
- **Sub-Poissoniana:**  $\Delta n < \sqrt{\bar{n}}$ .

La interpretación de que la luz térmica sea super-Poissoniana significa que los fotones que se detectan vienen en promedio con una separación temporal menor a la frecuencia media de ocurrencia, lo que sugiere que llegan en “paquetes” (o *bonches*). A este efecto se le conoce como *bunching*.

Veamos a  $g^{(2)}(\tau = 0)$ . Utilizando la regla de conmutación  $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$  podemos encontrar de la ecuación 32 que:

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle \hat{n}^2 \rangle - \langle \hat{n} \rangle^2}{\langle \hat{n} \rangle^2} = 1 + \frac{\Delta n^2 - \bar{n}}{\bar{n}^2}. \quad (39)$$

Vemos con esto que para luz perfectamente coherente,  $g^{(2)}(0) = 1$  y que para luz térmica,  $g^{(2)}(0) > 1$ . Sin embargo, si tuviéramos una distribución sub-Poissoniana, se tiene que  $g^{(2)}(0) < 1$ . Notemos que en la descripción clásica, de acuerdo a la ecuación 21, cualquier campo electromagnético cumple que  $g^{(2)}(0) \geq 1$  y no es posible encontrar un equivalente clásico al resultado para una distribución sub-Poissoniana.



Este resultado —contrastando con el efecto de bunching— significa que los fotones tienden a no llegar al detector muy cerca uno de otro. Si este efecto es constante (es decir, si los fotones llegan regularmente espaciados uno después de otro), se le conoce como *antibunching*.<sup>1</sup> El hecho que  $g^{(2)}(0) < 1$  nos dice que la fuente del campo electromagnético que se está analizando no puede ser descrito de manera clásica y es un claro ejemplo de la naturaleza cuántica de la luz.

Podemos ver los resultados obtenidos en esta sección para la estadística de fotones en la Tabla 1:

Descripción clásica	Efecto de fotones	Estadística	$g^{(2)}(0)$
Luz caótica o térmica	Bunching	Super-Poissoniana	$> 1$
Coherente	Aleatorios	Poissoniana	$= 1$
—	Antibunching	Sub-Poissoniana	$< 1$

Tabla 1:  $g^{(2)}(0)$  y su correspondiente estadística y descripción clásica para distintas fuentes de luz.

### 1.3. Sistemas

La principal parte del trabajo de este capítulo consistió en la elaboración de distintos programas y sistemas que serán de utilidad para el experimento de FWM en átomos fríos. Estos sistemas consistieron en un perfilador de haces Gaussianos, la paquetería de uso del TDC y el sistema de adquisición, y la electrónica de *gating*.

#### 1.3.1. Perfilómetro de láseres

Poder caracterizar y manipular un haz láser de manera adecuada siempre es ventajoso en un laboratorio de óptica pues permite optimizar algunas aplicaciones de dicha luz, como acoplamiento a fibras ópticas.

Una manera de caracterizar un haz es analizando su perfil de intensidad espacial en un plano perpendicular a su dirección de propagación. Este perfil de intensidad será distinto para cada láser dependiendo de la cavidad que tenga, aunque un perfil Gaussiano es común en láseres utilizados en el laboratorio. La propagación de los láseres del laboratorio puede aproximarse bastante bien asumiendo que tienen una distribución Gaussiana en 2-D, que corresponde a un perfil de intensidad:

$$I(r) = I_0 e^{\frac{-2r^2}{w^2}}, \quad (40)$$

<sup>1</sup>Es importante decir que una estadística sub-Poissoniana no necesariamente quiere decir que hay detrás un proceso óptico que presente antibunching [19]. Sin embargo, por simplicidad, se le considerará así en este trabajo pues son dos efectos que muy frecuentemente se presentan juntos.

donde  $r^2 = x^2 + y^2$  y  $w$  representa el diámetro del haz.  $w$  es en realidad una función de la distancia a partir del plano en el que el frente de onda es plano, pero para un corte transversal es constante [20].

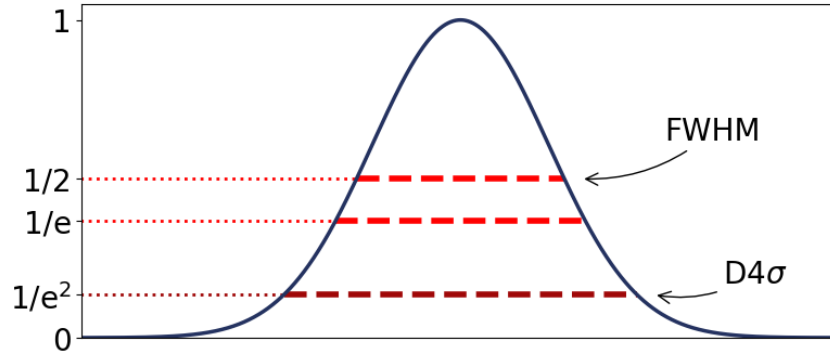


Figura 5: Perfil de intensidad Gaussiano y distintas definiciones de diámetro.

Hay varias definiciones de diámetro de haz, y aunque para haces Gaussianos la más común es el diámetro para el cual la intensidad ha caído a  $1/e^2$  (13.5 %) de su intensidad original. Otras definiciones — útiles en distintos contextos — son el diámetro  $1/e$ , *full-width half-maximum* (FWHM) y  $D4\sigma$ , que corresponden a caídas de intensidad a  $1/e$  y 50 % para las primeras dos, respectivamente, y 4 veces la desviación estándar para la última. Para haces Gaussianos ideales, los diámetros de  $1/e^2$  y  $D4\sigma$  coinciden.

Haciendo uso de una cámara digital, es posible tomar una foto del perfil de intensidad espacial en un plano perpendicular y realizar un análisis en la computadora. La cámara disponible para ese propósito en el laboratorio es una cámara Thorlabs DCC1545M, que cuenta con un chip CCD con una resolución de 1280x1024 píxeles cuadrados de  $5.4\mu\text{m}$  de lado. El chip CCD tiene una intensidad de saturación de aproximadamente  $1\mu\text{ W/cm}^2$ , lo que significa que atenuar la luz láser usando filtros de densidad neutral (ND) es necesario.

Una vez que una foto ha sido tomada, es procesada por la computadora y convertida en una matriz de valores dentro del intervalo  $[0, 255]$  (pues la cámara toma fotos en 8-bits). Después, el algoritmo realiza un procesamiento sencillo para reducir el ruido en la imagen, ruido que puede provenir tanto de ruido eléctrico en el sensor o por luz de fondo. El algoritmo calcula un valor de offset basado en el valor mediano de los píxeles no iluminados por el haz.

Para el análisis de imágenes, primero hace falta encontrar el centro del haz. Sin embargo, a veces es difícil tener una imagen limpia. A veces la óptica usada está sucia o induce efectos de interferencia por una mala alineación. Por esto, encontrar el

centro de un perfil de intensidad a veces no es tan directo como encontrar el pixel de mayor intensidad.

Normalmente, este ruido puede arreglarse si uno usa un iris o limpia bien la óptica, pero a veces es riesgoso cuando el arreglo es grande o complicado. En casos como este, es posible hacer un preprocesamiento de la imagen para intentar limpiar un poco el ruido.

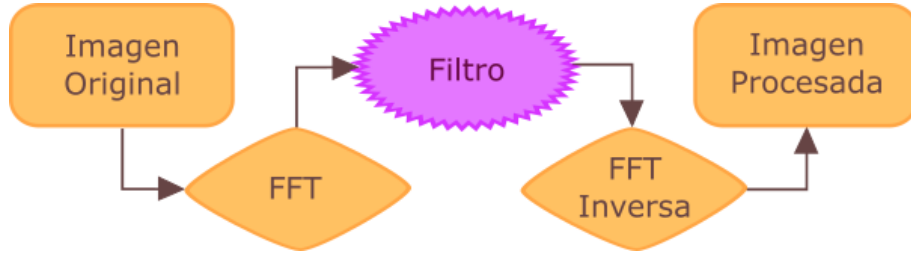


Figura 6: Diagrama de pre-procesamiento para imágenes usando la transformada rápida de Fourier.

La idea de este pre-procesamiento consiste en remover el ruido en el dominio de frecuencias por medio de la transformada discreta de Fourier en 2D (utilizando el algoritmo de la transformada rápida, o FFT). Para analizar espectros, es conveniente utilizar el hecho de que la transformada de una distribución Gaussiana es también una Gaussiana:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}\{I(x, y)\} &= \hat{I}(u, v) = \int \int I_0 \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{r_0^2}\right) \exp(-i2\pi(ux + vy)) dx dy \\
 &= I_0 \int \exp\left(-\frac{x^2}{r_0^2}\right) \exp(-i2\pi ux) dx \int \exp\left(-\frac{y^2}{r_0^2}\right) \exp(-i2\pi vy) dy \\
 &= I_0 \left(\frac{\sqrt{\pi}}{r_0} \exp(-\pi^2 r_0^2 u^2)\right) \left(\frac{\sqrt{\pi}}{r_0} \exp(-\pi^2 r_0^2 v^2)\right) \\
 &= I_0 \frac{\sqrt{\pi}}{r_0} \exp(-\pi^2 r_0^2 (u^2 + v^2)) = \hat{I}_0 \exp\left(-\frac{u^2 + v^2}{z_0^2}\right),
 \end{aligned}$$

donde  $\hat{I}_0 = I_0 \frac{\sqrt{\pi}}{r_0}$  es la nueva amplitud de la distribución y  $z_0 = \frac{1}{\pi r_0}$  es el nuevo radio. Observamos que si tenemos un haz con perfil ancho, se convertirá en un perfil delgado en el espacio de frecuencias.

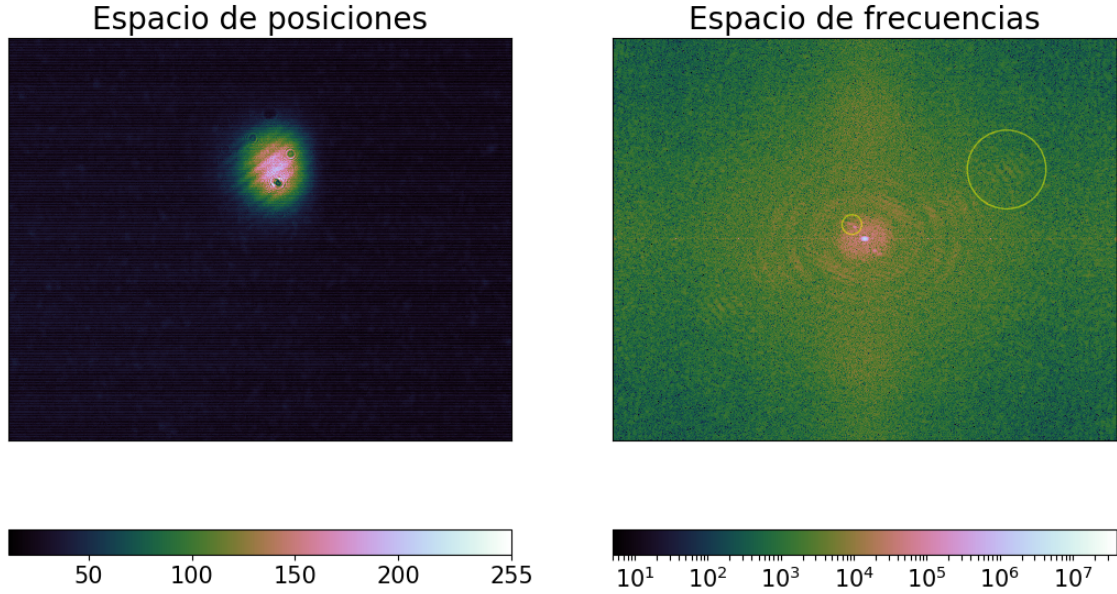


Figura 7: Foto real de un haz y su espectro de frecuencias al aplicarle FFT. En vez de ser perfectamente Gaussiano, vemos que hay franjas de interferencia y otros defectos (ver círculos).

Viendo el espectro de frecuencias, podemos bloquear los puntos que no correspondan al espectro de nuestra Gaussiana. A esto lo llamaremos una *máscara* o filtro. La calidad de la imagen que obtengamos dependerá de la manera en la que se filtran las frecuencias no deseadas [21], en este algoritmo se hace una máscara muy simple. Finalmente, se aplica la transformada inversa de Fourier y se observa que el perfil puede haber mejorado un poco.

Dependiendo de cuánto se bloquee en el espacio de frecuencias cambiará la calidad de la imagen reconstruida: si se bloquea muy poco, no habrá mejora, si se bloquea mucho, se puede perder información del perfil. Esta herramienta es útil cuando se prefiere una estimación medianamente precisa del ancho de un haz con mucho ruido y no se puede arreglar la imagen del con óptica, por lo que se recomienda no abusar de ella para obtener una medición confiable.

Después del pre-procesamiento, se encuentra el *centro de gravedad de la imagen* con un cálculo del primer momento de la intensidad del haz sobre la superficie del CCD en ambas direcciones [22]:

$$\langle x \rangle = \frac{\int I(x, y) x \, dx dy}{\int I(x, y) \, dx dy} \quad \langle y \rangle = \frac{\int I(x, y) y \, dx dy}{\int I(x, y) \, dx dy}.$$

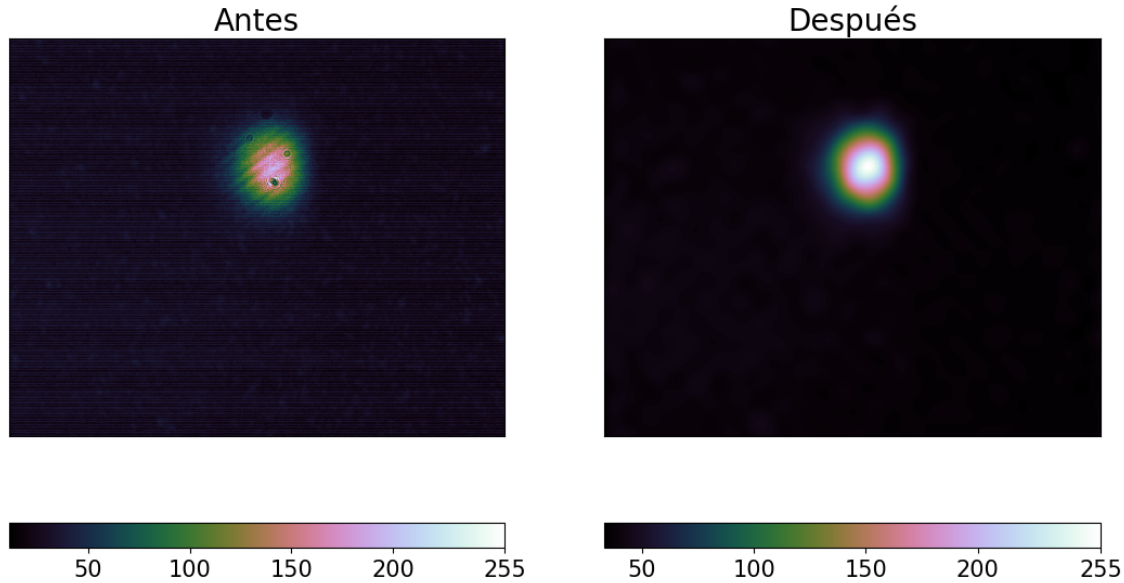


Figura 8: Antes y después de aplicar pre-procesamiento a la foto del haz.

El algoritmo realiza esta integral de manera discreta a lo largo de cada columna y cada fila del arreglo para encontrar el valor de la proyección sobre cada eje. Una vez encontrado el centro del haz, el algoritmo procede a hacer un ajuste una distribución Gaussiana por medio de mínimos cuadrados:

$$G(x) = Ae^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

Además de existir como una biblioteca de funciones independiente, se escribió una interfaz gráfica para utilizar el programa como un ejecutable. Actualmente el programa ha pasado a ser utilizado cotidianamente por todos los usuarios del Laboratorio.

### 1.3.2. Sistema de adquisición de datos

El sistema de adquisición consiste en la paquetería de programación del TDC y el programa de visualización de cuentas. El TDC es un convertidor de cuentas de tiempo a valores digitales que consta en un circuito integrado de aplicación específica (ASIC) que registra eventos en los 8 canales del módulo y los manda a una matriz de puertas programable (FPGA) que los ordena y comprime.

El TDC cuenta con un búfer de entrada que trabaja a una velocidad de 200 millones de eventos por segundo, que resulta en una resolución temporal de 5.5ns para eventos

consecutivos registrados en el mismo canal. Sin embargo, la resolución temporal para eventos registrados en distintos canales es de 81ps.

Para realizar la comunicación entre el TDC y el resto de los sistemas del laboratorio, fue necesario escribir una paquetería de uso. El diagrama de flujo para el desarrollo de la paquetería se encuentra en la Figura 9. Una descripción secuencial de lo que hace el programa es:

1. Establecer conexión con el TDC.
2. De manera simultánea, configurar los parámetros del experimento (que incluyen un *búfer de datos* que establece el tamaño de los archivos a crear) y empieza a “escuchar” para registrar eventos que lleguen al TDC.
3. Visualizar en tiempo real las cuentas procesadas.
4. Guardar automáticamente los eventos una vez que el búfer de datos se llene.

La paquetería de uso para el módulo etiquetador de cuentas temporales (TDC) *id800* está escrita en Python 3.6. Esta paquetería hace fuerte uso de `ctypes` que es una biblioteca de funciones foráneas para Python. Esta paquetería provee compatibilidad de estructuras con C/C++ y el uso de librerías compartidas (DLLs).

El módulo TDC venía con un software de control propietario, un software de Lab-View y ejecutables compilados en C. El desarrollar un software de adquisición propio era importante, pues el lenguaje estándar de programación del Laboratorio de Átomos Fríos es Python 3.6 y estandarizar el código usado por los programas de los experimentos era necesario.

Un manual completo se puede encontrar en el Anexo A y la paquetería está disponible en [23] para uso público.

Se escribió también un programa de visualización de datos en tiempo real con dos funciones específicas de conteo de datos:

- Una función que integra el número de eventos por unidad de tiempo para cada canal.
- Un analizador de diferencias temporales: tomando un evento en un canal como un *inicio*, y el siguiente como un *fin*. De estas diferencias se construye un histograma útil para ver las diferencias temporales entre distintas señales (distintos canales).

El programa de adquisición es parte de un sistema más completo que consiste en los sistemas de control, de imagen y de adquisición de datos para experimentos en átomos fríos.

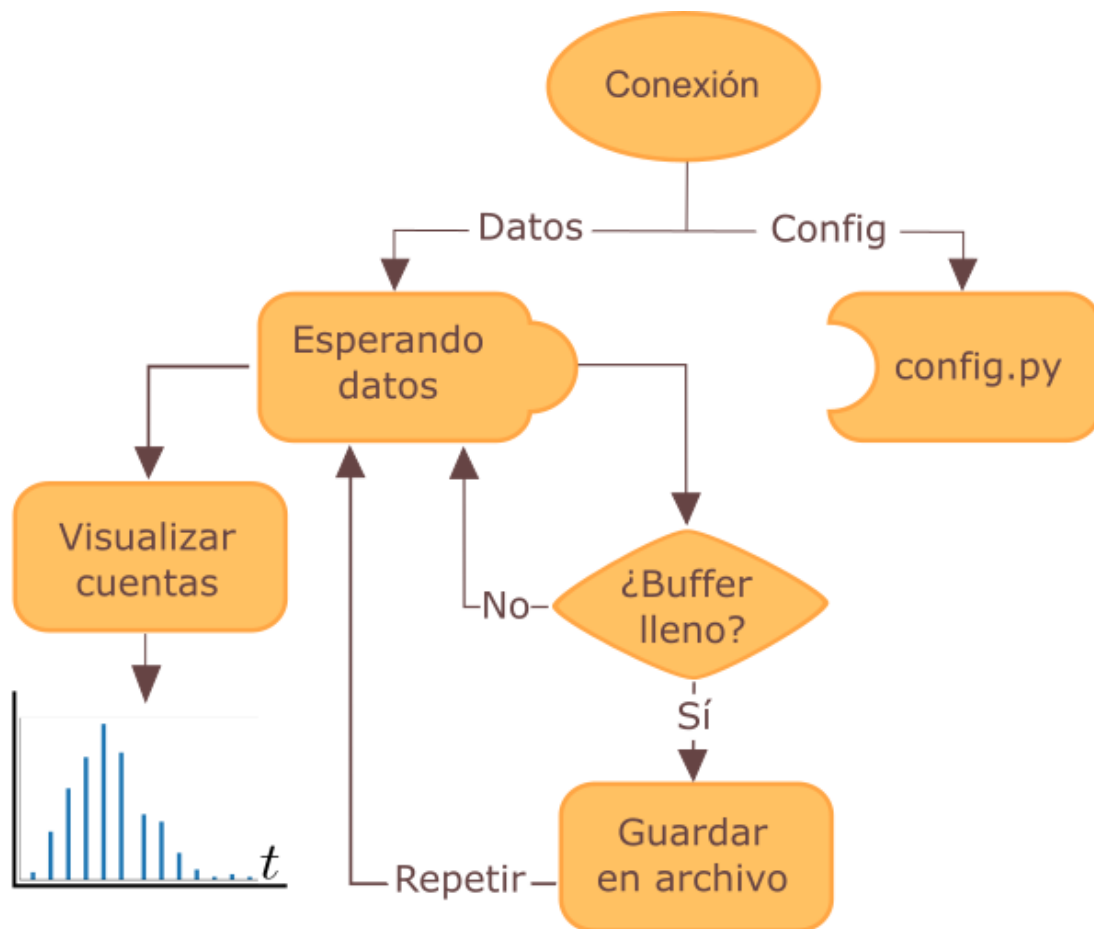


Figura 9: Diagrama de flujo del programa de adquisición. Ver detalles en la sección 1.3.2.

### 1.3.3. Circuito de conmutación

Los APDs utilizados no cuentan con un canal de entrada digital que permita prenderlos o apagarlos usando un pulso electrónico. Por esto, se diseñó un pequeño instrumento que funcionara como compuerta digital para los eventos que registra el TDC.

Este circuito de conmutación es básicamente un circuito AND adecuado a las especificaciones de voltaje de salida de los APDs (TTL de bajo voltaje o LVTTTL), de entrada del TDC (TTL o LVTTTL) y los pulsos del sistema de control (TTL). Se decidió usar un búfer de tres estados, que permite 3 salidas: 1V, 0V, y un estado de alta impedancia (donde no pasa corriente). El búfer tiene dos canales de entrada (input y control) y uno de salida (output); cuando no hay señal de control, el estado del búfer es de alta impedancia. Esto fue para evitar la posibilidad de que el TDC interpretara señales de salida de bajo voltaje (idealmente 0V) como falsos eventos. El instrumento permite hasta 8 señales de salida independientes, con sus respectivos canales de entrada y control.

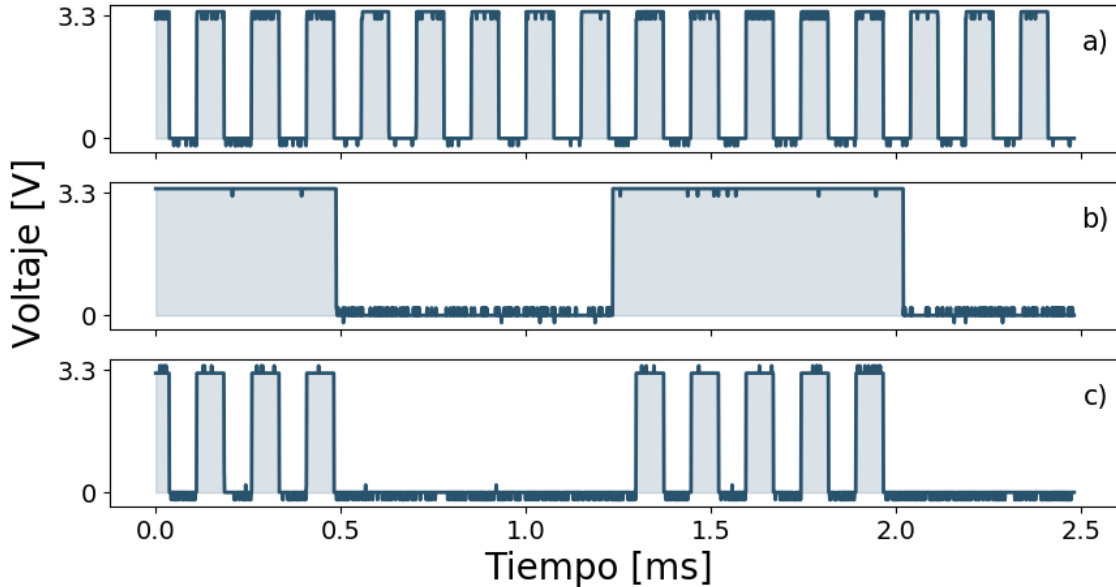


Figura 10: Ejemplo de prueba para el circuito de gating. a) El pulso de entrada o la señal que queremos usar. b) El pulso de control. c) El pulso de salida después de pasar por el circuito.

Se realizaron pruebas para verificar que el circuito funcionara adecuadamente. Con un generador de funciones, se enviaron dos trenes de pulsos TTL de distintas frecuencias: una frecuencia baja de control y una más alta como input. La Figura 10



muestra que el circuito de gating funciona adecuadamente.

#### 1.4. Configuración experimental

Como preparación para los experimentos de FWM en átomos fríos, se diseñó un experimento sencillo para medir la función de correlación de segundo orden  $g^{(2)}$  para luz láser.

Se amplió el montaje de la óptica de adquisición de FWM de la Figura 2 para analizar la luz del haz de bombeo de 780nm. Se montó un interferómetro de intensidades con un divisor de haz 50/50 y cada brazo se mandó a un APDs. Para este experimento se apagó la luz de 776nm.

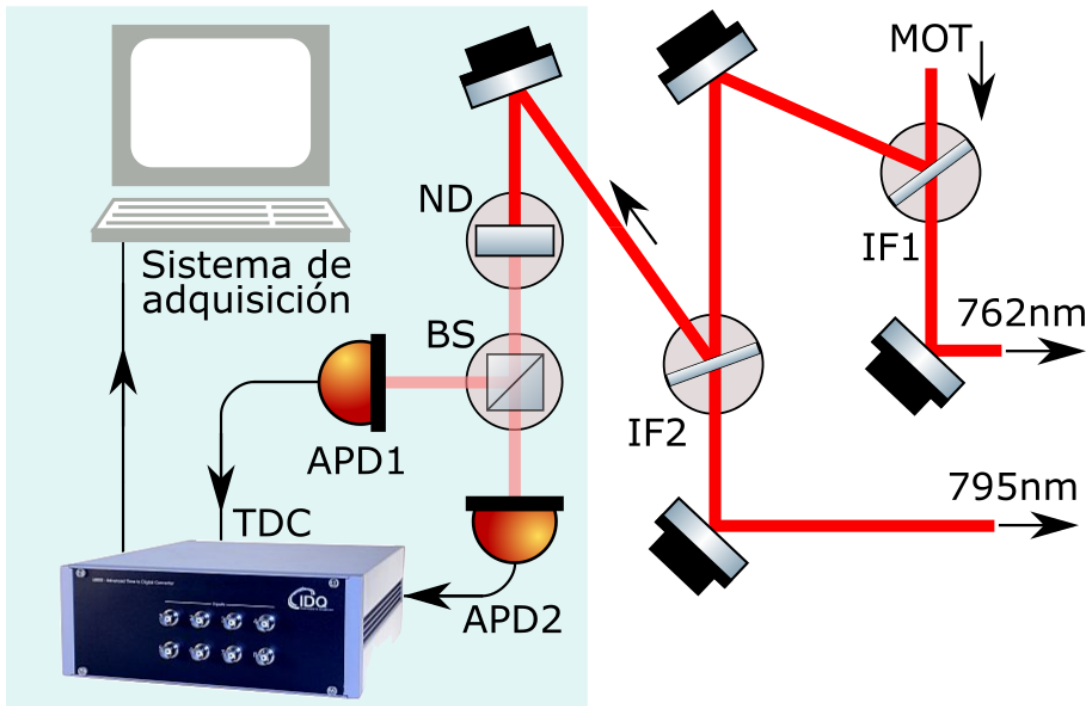


Figura 11: Óptica de adquisición para el haz de 780nm. La sección resaltada es la ampliación del arreglo óptico de la Figura 2. Se consiguió una intensidad baja usando filtros ND y un divisor no polarizante BS.

En la sección 1.2 vimos que en el tratamiento cuántico podemos considerar a un haz de luz como un haz de fotones individuales. El *flujo de fotones*  $\Phi$  se define como el número de fotones promedio que pasa por una región por unidad de tiempo. Si consideramos un haz monocromático y con intensidad constante  $I$ , entonces el flujo

se da como:

$$\Phi = \frac{IA}{\hbar\omega} = \frac{P}{\hbar\omega} \text{ fotones s}^{-1}, \quad (41)$$

siendo  $P$  la potencia del haz.

Cada APD tiene un valor de *eficiencia cuántica*  $\eta$ , que es la proporción del número de foto detecciones al número de fotones incidentes. Para el *id120* y luz de 780nm,  $\eta \sim 80\%$ . Así, la tasa de fotones detectados por los APDs es:

$$\mathcal{R} = \eta\Phi. \quad (42)$$

Existe un valor máximo de  $\mathcal{R}$  para cada APD que surge de que el detector necesita “descansar” después de registrar un evento. Para el *id120*, este llamado *tiempo muerto* es de  $\sim 1\mu\text{s}$ . Esto nos dice que el valor máximo de  $\mathcal{R}$  para registrar eventos adecuadamente es aproximadamente  $\sim 10^6$  fotones  $\text{s}^{-1}$ . Con este valor máximo de  $\mathcal{R} = 10^6$  y  $\lambda = 780\text{nm}$  (sabiendo que  $\omega = 2\pi c/\lambda$ ) encontramos el valor máximo de la potencia del haz láser que podemos usar  $P_{\text{max}} \sim 3 \times 10^{-12}\text{W}$  o tres picowatts. Esto lo conseguimos usando un arreglo de filtros de densidad neutral (ND) para atenuar el haz que usamos; estos filtros reducen la potencia de un haz en  $10^{-\text{OD}}$ , donde OD es la densidad óptica total del arreglo de filtros.

Además de probar la calibración y funcionalidad de los APDs, se realizaron pruebas para medir la tasa de cuentas oscuras para cada uno. Para estas medidas se bloqueó el haz láser y se registraron los eventos por media hora usando el programa de adquisición de datos.

La temperatura de operación de los APDs fue de  $-40^\circ\text{C}$  y el voltaje de polarización de 200V para el APD1, y 191V para el APD2. La tasa de cuentas oscuras que se obtuvo fue de:

- APD1:  $\mu = 180.67 \pm 33.55$  cuentas  $\text{s}^{-1}$
- APD2:  $\mu = 155.55 \pm 31.66$  cuentas  $\text{s}^{-1}$

La estadística de estas cuentas oscuras sigue una estadística Poissoniana [24], y concuerda con el valor máximo de 200Hz reportado por el fabricante.

Después de probar la funcionalidad del programa de adquisición, se realizaron medidas de intensidad para luz láser de 780nm. Para un haz estable de  $100\mu\text{W}$  de potencia, se usó un arreglo de filtros ND con densidad óptica total de 7.5 para obtener 3pW a la entrada del divisor de haz 50/50. Cada brazo del interferómetro se acopló a una fibra mono-modal conectada a un APD. Para diferenciar cada brazo del interferómetro, a uno se le asignó el subíndice  $T$  por ser el transmitido por el divisor de haz, mientras el otro tendrá  $R$  por ser el reflejado.

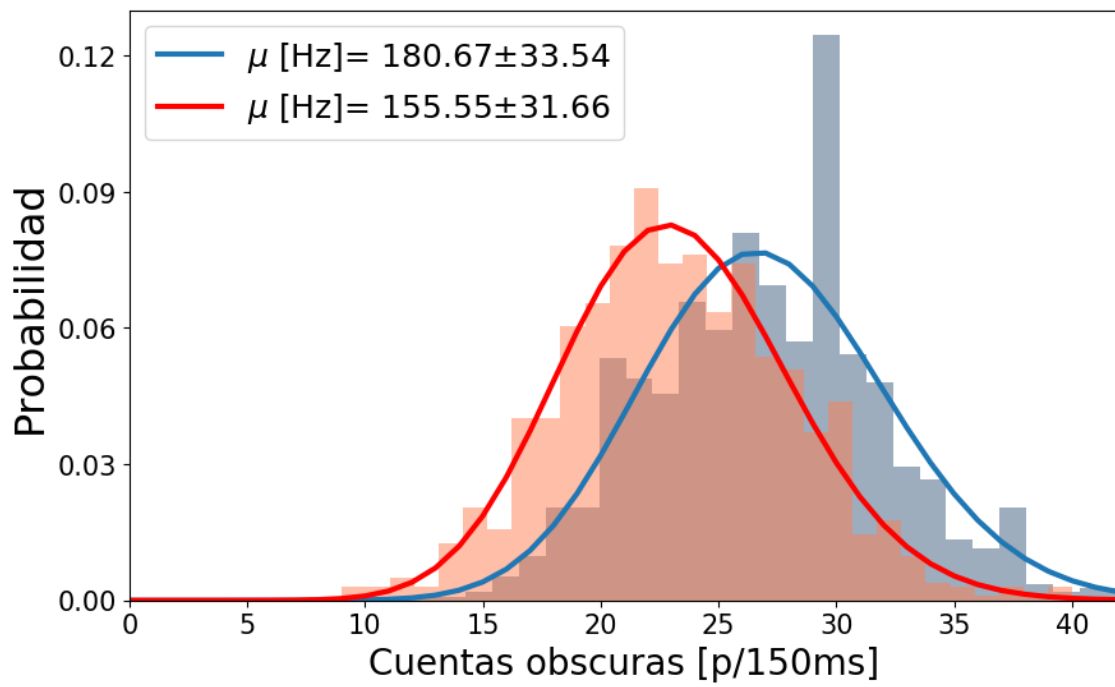


Figura 12: Histograma de cuentas oscuras para el APD1 (azul) y el APD2 (rojo). El tiempo de integración para cada canasta fue de 150ms.

Se ajustó la distancia de los interferómetros para que fueran la misma longitud para medir  $g^{(2)}(\tau = 0)$ . Así, el tiempo inicial de integración de cada brazo fue  $t_{T,0} = t_{R,0} = 0$ .

Al utilizar los APDs no se mide directamente la intensidad de los láseres, así que es necesario relacionarlo a cantidades que podamos medir en el laboratorio. En la práctica, la intensidad de un haz no es completamente constante y habrán fluctuaciones que se verán reflejadas en la estadística que hagamos al calcular  $g^{(2)}(0)$ . Es por esto que es adecuado considerar las probabilidades de detección para un tiempo de integración  $\Delta t$  [25]:

$$g^{(2)}(\tau = 0) = \frac{P_{TR}(\Delta t)}{P_T(\Delta t)P_R(\Delta t)}, \quad (43)$$

donde  $P_{TR}$  es la probabilidad conjunta de medir una detección tanto en  $T$  como en  $R$  en el mismo intervalo  $\Delta t$ . Estas probabilidades están dadas por:

$$P_T(\Delta t) = \mathcal{R}_T \Delta t, \quad P_{TR}(\Delta t) = \mathcal{R}_{TR} \Delta t, \quad P_R(\Delta t) = \mathcal{R}_R \Delta t,$$

para las tasas de detección promedio  $\mathcal{R}_T$ ,  $\mathcal{R}_R$  y la tasa de detección conjunta  $\mathcal{R}_{TR}$ .

Para un tiempo total de detección  $\Delta T$  — subdividido en muchas canastas de tamaño  $\Delta t$  — podemos hacer un histograma de  $n$  canastas para obtener la distribución del número de eventos registrados en cada canal:

$$\begin{array}{c} t_0 \\ \downarrow \\ T = | 1 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | \dots | 0 | \\ \longleftrightarrow \\ \Delta t \\ R = | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 2 | 0 | 0 | \dots | 1 | \end{array}$$

donde  $T_i$  representa el número de cuentas en  $[t_i, t_{i+1}] = [i\Delta t, (i+1)\Delta t]$ , por ejemplo.

Las tasas de detección promedio serán:

$$\mathcal{R}_T = \left( \frac{N_T}{\Delta T} \right), \quad \mathcal{R}_{TR} = \left( \frac{N_{TR}}{\Delta T} \right), \quad \mathcal{R}_R = \left( \frac{N_R}{\Delta T} \right),$$

donde  $N_T$  y  $N_R$  representan el número total de cuentas para cada canal. En términos de los histogramas de eventos, se ve que  $N_T = \sum_{i=0}^n T_i$  y  $N_R = \sum_{i=0}^n R_i$ . Para  $\Delta t$  pequeños, las probabilidades de detección serán también muy pequeñas y será válido que el número de cuentas conjunto sea  $N_{TR} = \sum_{i=0}^n T_i R_i$ .

La ecuación 43 queda entonces dada por:

$$\begin{aligned} g^{(2)}(\tau = 0) &= \frac{N_{TR}}{N_T N_R} \left( \frac{\Delta T}{\Delta t} \right), \\ &= \frac{\sum_i T_i R_i}{\sum_i T_i \sum_i R_i} \left( \frac{\Delta T}{\Delta t} \right). \end{aligned} \quad (44)$$

Este análisis es válido para medir  $g^{(2)}(0)$ . El retraso  $\tau$  surge de la diferencia de camino óptico entre los brazos del interferómetro: uno podría modificar este retraso en tiempos al mover los acopladores de fibra a los APDs o utilizando cables de distinta longitud que vayan de los APDs al TDC, pero podemos introducir un *retraso virtual* en alguno de los brazos del interferómetro en el análisis de datos para  $g^{(2)}(\tau)$ . Esto es posible porque las propiedades estadísticas de la luz láser son estacionarias — *i.e.*, sus fluctuaciones provienen de un proceso *ergódico* [16, p. 93]. Si desplazamos el inicio de uno de los histogramas por una casilla, simularemos que los eventos de ese brazo del interferómetro estarán retrasados por un valor de  $\tau = \Delta t$ .

$$\begin{array}{c} t_0 \\ \downarrow \\ T = | 1 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | \dots | 1 | 0 | 0 | \\ R' = | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | \dots | 2 | 0 | 0 | 1 | \\ \uparrow \\ t'_0 \end{array}$$

Vemos que, sin embargo, sólo podremos obtener el número de cuentas conjunto  $N_{TR}$  para el traslape temporal de nuestros nuevos histogramas, y nuestro tiempo total de detección  $\Delta T$  también habrá cambiado. En este caso,

$$N_T = \sum_{i=1}^n T_i, \quad N_R = \sum_{i=0}^{n-1} R_i, \quad N_{TR} = \sum_{i=0}^{n-1} T_{i+1} R_i.$$

Podemos generalizar este retraso para  $k$  desplazamientos y denotar a  $\tau_k = k\Delta t$ . Finalmente, la ecuación 44 quedará de forma más general como:

$$g^{(2)}(\tau_k) = \frac{\sum_i T_{i+k} R_i}{\sum_i T_i \sum_i R_i} \left( \frac{\Delta T_k}{\Delta t} \right), \quad (45)$$

donde cada índice  $i$  corre dentro de su respectivo rango. Esto nos permite calcular  $g^{(2)}(\tau)$  para múltiplos de  $\Delta t$ , aunque a medida que  $k$  aumente, la región de traslape de los histogramas disminuirá y la incertidumbre de  $g^{(2)}(\tau_k)$  aumentará a la vez.

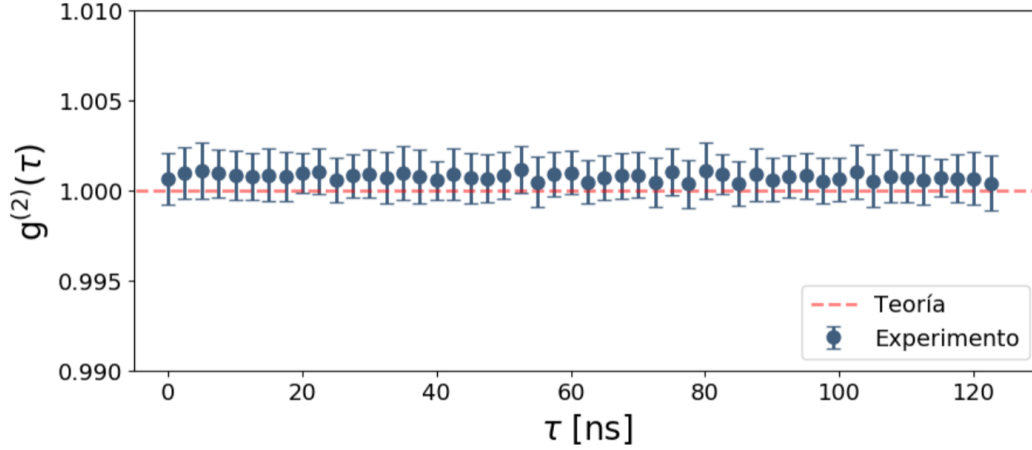


Figura 13:  $g^{(2)}(\tau)$  para un haz de luz coherente.

## 1.5. Resultados

El objetivo principal de este capítulo fue el de realizar mediciones con el interferómetro para luz láser y así verificar el buen funcionamiento del sistema de adquisición de datos. Dentro del archivo de configuración `config.py` del programa de adquisición se fijó un tamaño de búfer de 1,000,000 de eventos y se guardaron 70+ millones de cuentas para los dos APDs  $T$  y  $R$ .

Se realizó el análisis de  $g^{(2)}$  para cada canal y se usó un tiempo de canasta de  $\Delta t = 2.5\text{ns}$  para los histogramas de cuentas. El tiempo total de detección  $\Delta T$  se calculó a partir de la primera y la última etiqueta de tiempo registrada para cada búfer. Para cada valor de  $\tau_k$  desde 2.5ns hasta 125ns se realizó un análisis estadístico sobre todos los datos obtenidos para calcular  $g^{(2)}(\tau_k)$  de acuerdo a la ecuación 45.

Se reporta un valor de  $g^{(2)}(0) = 1.0006 \pm 0.0012$  y un promedio de  $\overline{g^{(2)}} = 1.0007 \pm 0.0014$ , que está en buena concordancia con el valor obtenido de la teoría. Este resultado responde bien al propósito de este trabajo: el desarrollo de un esquema experimental en anticipación a experimentos de FWM en átomos fríos.

## 2. Espectroscopía de átomos fríos

La espectroscopía podría definirse como “el estudio de propiedades físicas de materia utilizando su interacción con luz”. En átomos fríos, nuestro objeto de estudio son los átomos atrapados por una MOT: usando láseres adecuados y campos magnéticos, es posible desacelerar y confinar estos átomos. Utilizando el fenómeno de absorción estimulada, estudiaremos algunas propiedades de esta nube atómica.

Al estudiar el espectro de absorción de los átomos atrapados podemos estimar la densidad atómica de la nube. Esta es una propiedad importante para realizar experimentos de FWM, por lo que una caracterización detallada resulta útil. El propósito de este segundo capítulo es hacer una caracterización de la densidad óptica de la MOT del Laboratorio en función de algunos de sus parámetros experimentales, en anticipación a la generación de bifotones por procesos de mezclado de cuatro ondas.

### 2.1. Motivación

El estudio de los átomos fríos ha sido un campo con mucho interés en años recientes, pues permiten preparar gases atómicos difusos para experimentos con luz.

Estudiar las propiedades de átomos a temperatura ambiente resulta complicado debido al movimiento térmico que presentan. Este movimiento — explicado por la teoría cinética de gases — resulta en velocidades promedio de casi  $300\text{ms}^{-1}$  para átomos de rubidio a temperatura ambiente, por ejemplo. Una velocidad esperada tan alta resulta en un ensanchamiento de las líneas espectrales debido al efecto Doppler, haciendo difícil estudiar los átomos usando técnicas espectroscópicas [26]. Es de aquí que surge el interés de enfriar átomos a temperaturas muy bajas.

El premio Nobel de Física de 1997 fue otorgado a William Phillips, Claude Cohen-Tannoudji y Steven Chu por el “desarrollo de métodos para enfriar y atrapar átomos con luz láser”, que terminaría por aplicarse en el desarrollo de la trampa magneto-óptica (MOT). En la actualidad, el uso de MOTs es estándar para el enfriamiento de átomos neutros a temperaturas del orden de cientos de  $\mu\text{K}$ . Estos átomos fríos son usados en una gran variedad de experimentos como interferometría atómica [27] o información cuántica [28] o son enfriados aún más para hacer experimentos en condensados de Bose-Einstein [29].

Dos parámetros experimentales importantes de la nube atómica fría son la densidad óptica y la temperatura de los átomos atrapados. La densidad óptica es particularmente importante para experimentos de FWM, pues define distintos regímenes de conversión espontánea paramétrica descendente y determina la forma de la función de correlación  $g^{(2)}(\tau)$  para los bifotones generados [6, 30].

En este segundo capítulo, se presenta el arreglo óptico que se usará próximamente para la generación de fotones correlacionados en FWM, así como una optimización de la densidad óptica de la MOT del laboratorio.

### 2.1.1. Preparación del sistema óptico

Para realizar las medidas de la densidad óptica (OD) de nuestra nube se aprovechó el montaje óptico para la luz de bombeo del FWM (Figura 14). En este arreglo, se usan dos haces de bombeo co-propagantes de 780nm y 776nm (bombeo 1 y bombeo 2). Estos haces son resonantes a las transiciones  $5^2S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5^2P_{3/2}, F' = 3$  y  $5^2P_{3/2}, F = 3 \rightarrow 5^2D_{3/2}, F' = 3$ , respectivamente. En la discusión de FWM de [9] y [31], en esta configuración se generarán pares de fotones con modos bien definidos por medio del FWM espontáneo. Sin embargo, a los haces se les superpone un haz semilla de 795nm resonante a la transición  $5^2S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5^2P_{1/2}, F' = 2$  para hacer más fácil la alineación y acoplamiento a fibra de la luz generada.

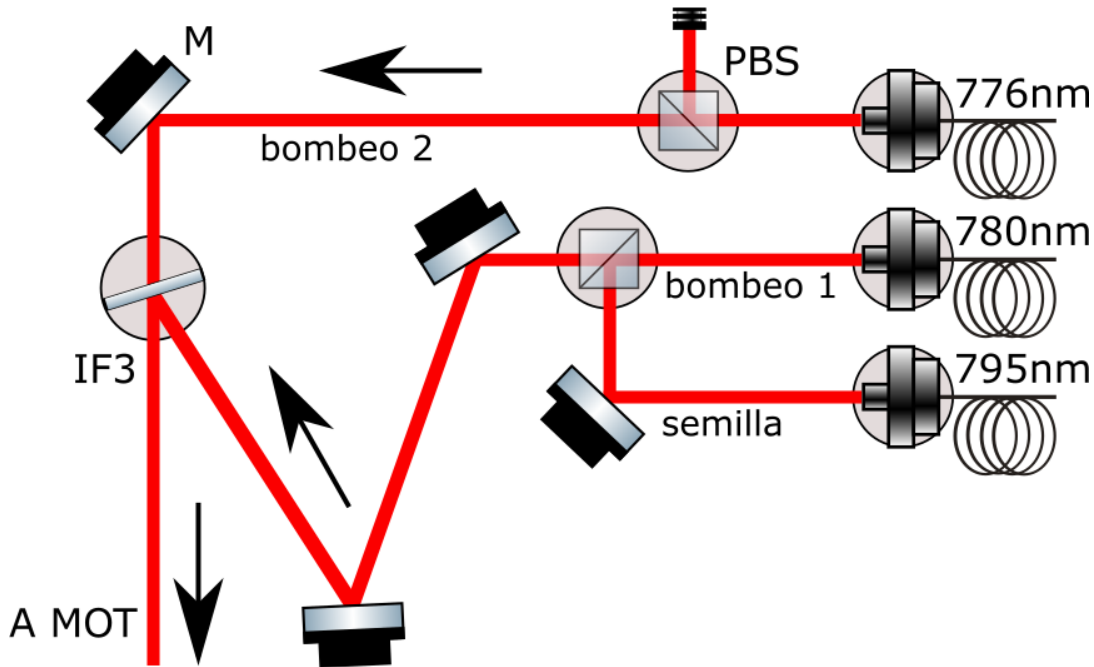


Figura 14: Óptica de bombeo para FWM. Un divisor de haz polarizante (PBS) permite superponer el haz semilla con el haz de bombeo 1. El filtro IF3 sirve para superponer los dos haces de bombeo.



## 2.2. Teoría

Los átomos alcalinos son popularmente usados para experimentos de átomos fríos por varias razones: su estructura atómica se parece a la del hidrógeno (en que tienen un sólo electrón de valencia en su última capa) y facilita su descripción teórica [1, p. 60], presiones de vaporización cercanas a temperatura ambiente [32], y frecuencias de excitación cercanas al visible (que permiten usar láseres comerciales).

### 2.2.1. Estructura fina e hiperfina

Para poder entender el enfriamiento y confinamiento de átomos, se parte de la estructura de sus niveles energéticos [32, 33]. Para un átomo alcalino, su electrón de valencia presenta un momento angular orbital  $\mathbf{L}$  y un momento angular de espín  $\mathbf{S}$ . Estos dos momentos angulares interactúan entre sí y resultan en un momento angular electrónico total  $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ . Por la naturaleza vectorial del acoplamiento  $\mathbf{LS}$ , este momento angular puede tener valores

$$|L - S| \leq J \leq |L + S|. \quad (46)$$

Esto (junto con correcciones relativistas a la ecuación de Schrödinger) introduce un desdoblamiento de los niveles energéticos de los átomos que es conocido como la *estructura fina*. La proyección del momento angular electrónico puede tener valores  $m_J = 0, \pm 1, \dots, \pm J$ . Es común usar la notación espectroscópica para etiquetar los niveles atómicos:

$$N^{2S+1}L_J,$$

donde  $N$  es el número cuántico principal. Para el estado base de  $^{87}\text{Rb}$ ,  $L = 0$  y  $S = 1/2$ , por lo que  $J = 1/2$ , quedando el estado base como  $5^2S_{1/2}$ . El primer estado excitado del rubidio tiene  $L = 1$ , así que de la ecuación 46,  $J = 1/2$  y  $J = 3/2$ . De este desdoblamiento surgen las llamadas transiciones **D1** ( $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{1/2}$ ) y **D2** ( $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$ ).

Más allá de la estructura fina existe un segundo desdoblamiento de los estados energéticos llamado *estructura hiperfina*. Este desdoblamiento se da por el acoplamiento del momento angular electrónico  $\mathbf{J}$  y el espín nuclear  $\mathbf{I}$ , que resulta en un momento angular total  $\mathbf{F} = \mathbf{J} + \mathbf{I}$ . De manera similar a la estructura fina, el momento angular total puede tomar valores

$$|J - I| \leq F \leq |J + I|. \quad (47)$$

El momento angular total también tiene una proyección que puede valer  $m_F = 0, \pm 1, \dots, \pm F$ . El  $^{87}\text{Rb}$  tiene espín nuclear  $I = 3/2$ , por lo que para el estado base  $F = 1$  y  $F = 2$ . Para el estado excitado,  $F$  puede valer 0, 1, 2 y 3.

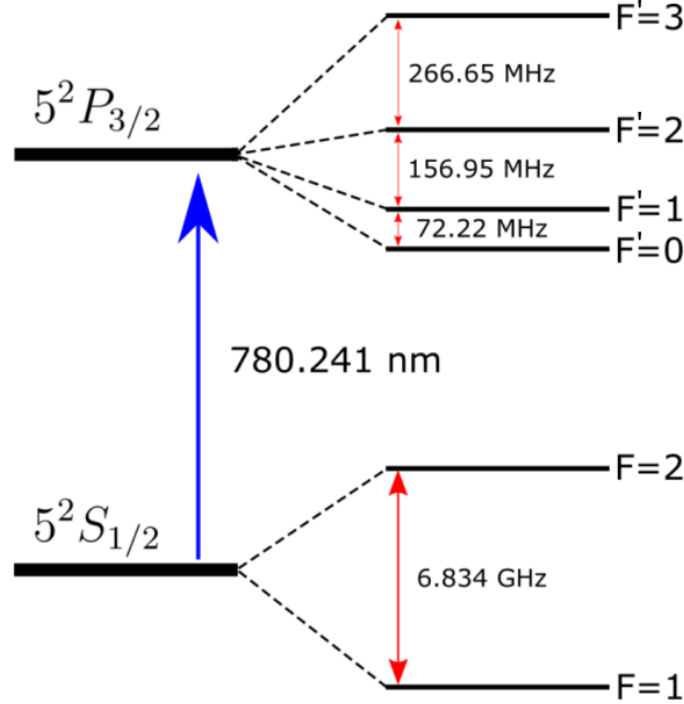


Figura 15: Estructura hiperfina para la línea **D2** de  $^{87}\text{Rb}$ .

### 2.2.2. Trampa magneto-óptica

Una descripción teórica a profundidad de los mecanismos de una MOT no forma parte de esta tesis. Sin embargo, una introducción breve basada en [1] resulta útil.

Por un lado, el enfriamiento láser es una manifestación de una fuerza radiativa que Ashkin llamó *fuerza de scattering* [34]. Por el otro lado, para atrapar estos átomos se aprovecha su momento dipolar magnético intrínseco con el uso de un campo magnético cuadrupolar externo [35].

Este enfriamiento láser está basado en la transferencia de momento entre luz y átomos. Al absorber un fotón, el átomo sentirá una fuerza en la dirección de propagación del fotón. Además, el átomo eventualmente emitirá un fotón en una dirección aleatoria por el proceso de emisión espontánea. Al tomar el promedio estadístico para muchos fotones, la fuerza que siente el átomo por emisión espontánea será cero por no emitir en una dirección preferencial.

Esta fuerza resultante de *scattering* dependerá de la diferencia de la frecuencia del láser ( $\omega$ ) con la frecuencia de resonancia atómica ( $\omega_0$ ) y su corrimiento de frecuencia debido al efecto Doppler ( $kv$ ) (pues los átomos están en movimiento), y será en la

dirección de propagación del láser.

Un láser colimado seleccionará átomos moviéndose en una sola dirección para frenarlos. Como un átomo es libre de moverse en tres dimensiones, es necesario usar tres láseres ortogonales y contrapropagantes para reducir su velocidad neta en cada dirección. La fuerza total que sentirán los átomos en cada una de estos ejes será

$$\begin{aligned}
 F_{mel} &= F_{scat}(\omega - \omega_0 - kv) - F_{scat}(\omega - \omega_0 + kv) \\
 &\simeq F_{scat}(\omega - \omega_0) - kv \frac{\partial F_{scat}}{\partial \omega} - \left[ F_{scat}(\omega - \omega_0) + kv \frac{\partial F_{scat}}{\partial \omega} \right] \\
 &\simeq -2k \frac{\partial F_{scat}}{\partial \omega} v = -\alpha v.
 \end{aligned} \tag{48}$$

Esta fuerza se parece a la que siente una partícula en un líquido viscoso. Es por eso que esta técnica de enfriamiento láser se llamó *melaza óptica*. Se puede demostrar que el coeficiente de amortiguamiento  $\alpha$  es proporcional a  $-(\omega - \omega_0)$ . Para que esta fuerza sea amortiguante es necesario que  $\alpha > 0$ , *i.e.*  $\omega - \omega_0 < 0$ , que significa que una *desintonía al rojo* de la frecuencia de resonancia es necesaria.

No basta enfriar átomos a temperaturas muy bajas, también es necesario lograr confinarlos a una región pequeña para poder estudiarlos en una MOT. El confinamiento de los átomos se consigue colocando un campo magnético cuadrupolar y usando una polarización específica de los haces de la melaza óptica.

El Hamiltoniano que describe la interacción un átomo con un campo magnético es:

$$H_B = \frac{\mu_B}{\hbar} (g_S \mathbf{S} + g_L \mathbf{L} + g_I \mathbf{I}) \cdot \mathbf{B},$$

donde cada factor  $g$  considera las modificaciones a los momentos magnéticos dipolares del espín del electrón, momento angular orbital del electrón y espín nuclear, respectivamente. Consideremos un campo magnético en una sola dirección. Para un campo magnético débil, existe un desdoblamiento de los niveles energéticos (llamado *efecto Zeeman*) que es lineal con el campo. Puede probarse [32] que este cambio en la energía es  $\Delta E \propto m_F \mathbf{B}$ .

Dos bobinas en configuración anti-Helmholtz permiten que cerca del centro de la trampa exista un gradiente de campo magnético lineal. Para la dirección  $z$ , por ejemplo, el campo es aproximadamente  $\mathbf{B} = Bz$ . En el estado base,  $J = 0$  y  $m_J = 0$  también. Para  $J = 1$ , el efecto Zeeman hace que la energía de cada uno de los sub-niveles  $m_J = 0, \pm 1$  varíe linealmente con  $z$ . Si los haces contrapropagantes tienen polarizaciones circulares opuestas ( $\sigma^+$  y  $\sigma^-$ ), esto creará un desequilibrio en las fuerzas de scattering por las reglas de selección dipolar [1].

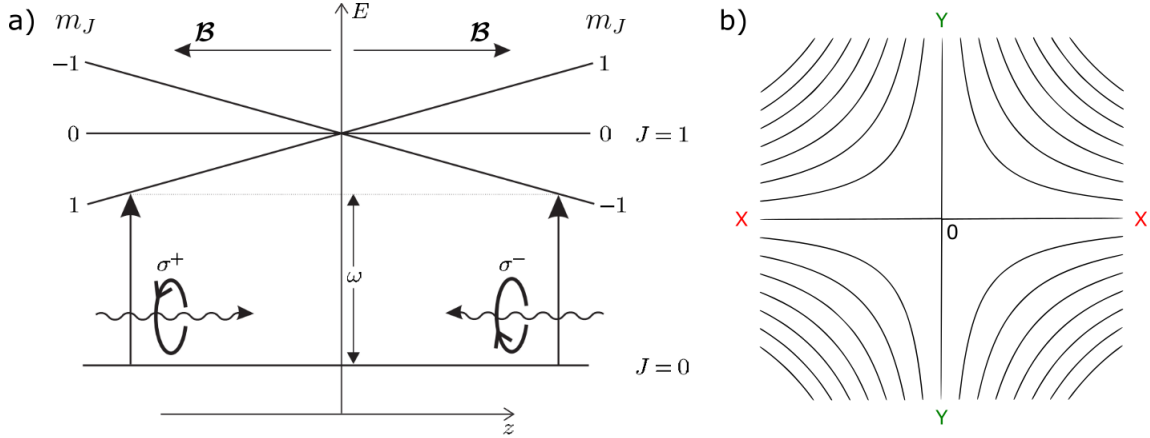


Figura 16: a) Mecanismo de atrapamiento magnético de la MOT para un átomo con niveles  $J = 0$  y  $J = 1$ . Dos haces contrapropagantes con polarizaciones circulares opuestas ( $\sigma^+$  y  $\sigma^-$ ) y las reglas de selección  $\Delta m_J = \pm 1$  empujan al átomo hacia el centro de la trampa. Imagen de [1]. b) Campo magnético cuadrupolar cerca del centro de la MOT (en dos dimensiones). El campo es cero en el centro.

Imaginemos un átomo alejándose de la trampa con  $z > 0$ . La transición al nivel  $m_J = -1$  estará más cerca de resonancia con el láser a frecuencia  $\omega$  (recordemos que está desintonizado al rojo para tener amortiguamiento en la melaza óptica) y la regla de selección  $\Delta m_J = -1$  hará que absorba fotones del haz con polarización  $\sigma^-$ , resultando en una fuerza de scattering que lo regresa al centro. Lo mismo pasa para un átomo alejándose con  $z < 0$  con la transición al nivel  $m_J = 1$  y fotones con polarización  $\sigma^+$ , por la regla de selección  $\Delta m_J = +1$ . Esto logra una fuerza de confinamiento en un eje — se pueden atrapar átomos en las tres direcciones eligiendo polarizaciones de láser adecuadas (respecto a cada eje).

### 2.2.3. Absorción de luz por átomos

La nube atómica es modelada como un vapor ópticamente denso para el cual un haz monocromático en resonancia puede excitar a los átomos por medio de absorción estimulada. Al re-emitir de manera aleatoria esta luz, se presenta una atenuación del haz de prueba original que permite estudiar la absorción de los átomos.

Seguiremos el desarrollo de Foot [1]. Supongamos que tenemos un sistema atómico de dos niveles. Si consideramos un haz pasando por un medio de ancho infinitesimal  $dz$  con  $N$  átomos por unidad de volumen, este medio tendrá entonces  $Ndz$  átomos por unidad de área. La fracción de fotones que serán absorbidos por los átomos de este medio será  $N\sigma dz$ , donde  $\sigma$  se define como la sección transversal de los átomos.

La atenuación del haz puede describirse por:

$$\frac{dI}{dz} = -\kappa(\omega)I \equiv -N\sigma(\omega)I, \quad (49)$$

donde  $\kappa(\omega)$  es el coeficiente de absorción para la luz incidente. Esta se conoce como la *Ley de Beer-Lambert* y es válida para un haz con baja intensidad que deja a la mayoría de la población en el estado base.

Se puede demostrar que para este sistema de dos niveles resonante en  $\omega_0$ , la sección transversal de los átomos es

$$\sigma(\omega) = \sigma_0 \frac{\Gamma^2}{4(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2}. \quad (50)$$

Aquí,  $\sigma_0$  es la sección transversal máxima para  $\omega = \omega_0$ , y  $\Gamma$  es el *ancho de banda natural* de la transición. Este ancho de banda es el ancho de la línea espectral de la transición y puede verse como la tasa de decaimiento del estado excitado.

Para intensidades más altas, la población atómica en el estado excitado crecerá y presentará emisión estimulada, que aumentará la intensidad del haz después de pasar por la nube. La transición puede entonces *saturarse*: un haz intenso y en resonancia hará que el sistema oscile rápidamente entre el estado base y el estado excitado. Tomando estos efectos de saturación, se puede demostrar que el coeficiente de absorción se vuelve

$$\begin{aligned} \kappa(\omega, I) &= \frac{N\sigma(\omega)}{1 + (\sigma(\omega)/\sigma_0)(I/I_{sat})} \\ &= N\sigma_0 \frac{\Gamma^2}{4(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2(1 + I/I_{sat})}. \end{aligned} \quad (51)$$

$I_{sat} = \frac{\hbar\omega^3}{12\pi c^2} \frac{\Gamma}{\sigma_0}$  se define como la intensidad de saturación. La atenuación quedará de manera más general como  $dI/dz = -\kappa(\omega, I)I$ .

Si  $I \ll I_{sat}$  podemos despreciar el cociente  $I/I_{sat}$  y entonces regresaremos a la ecuación 49, que tiene una solución:

$$I(z) = I_0 \exp(-\kappa(\omega)z). \quad (52)$$

Para una nube atómica de longitud  $L$  iluminada por un haz poco intenso y frecuencia  $\omega$ , la intensidad que se medirá en un fotodiodo después de ser atenuada por la nube será:

$$I(L) \equiv I = I_0 \exp\left(-OD \frac{\Gamma^2}{4(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2}\right). \quad (53)$$

$OD = NL\sigma_0$  es la *densidad óptica* de la nube. Esta expresión muestra la intensidad transmitida como una función de la desintonía del haz de prueba.

### 2.3. Configuración experimental

El haz de prueba usado para medir la absorción de la nube fue generado por el mismo diodo láser de cavidad extendida que genera de la luz de enfriamiento. Este diodo láser (MOGLabs CEL002) tiene una longitud de onda centrada en 780nm.

La intensidad de saturación para la transición **D2** de  $^{87}\text{Rb}$  es [32]:  $I_{sat} = 1.66933 \pm 0.00035 \text{mWcm}^{-1}$  para luz circularmente polarizada. Típicamente, la intensidad del haz de prueba fue de  $I = 0.229 \text{mW cm}^{-1}$ , o aproximadamente 1.7 % de  $I_{sat}$ , lo que nos deja en el rango de validez para ajustar la ecuación 53 a nuestras medidas. La tasa de decaimiento de la transición  $5^2P_{3/2}$ ,  $F' = 3 \rightarrow 5^2S_{1/2}$ ,  $F = 2$  es de  $\Gamma = 2\pi \times 6.06 \text{MHz}$  [32].

Los parámetros que fueron variados para las mediciones fueron:

- Gradiente del campo magnético
- Presión de la MOT
- Desintonía de los haces de enfriamiento
- Intensidad de los haces de enfriamiento

Los desplazamientos de frecuencia de los haces de prueba y enfriamiento se realizaron con dos moduladores acustico-ópticos (AOM) independientes. Las mediciones de desintonía del haz de prueba se tomaron a partir de la frecuencia de resonancia para la transición  $F = 2 \rightarrow F' = 3$ . Se caracterizó la eficiencia de la modulación de frecuencia del AOM alrededor de la frecuencia de resonancia. Para esto, se midió la potencia con un fotodiodo de silicio Thorlabs PDA36A al variar la frecuencia. De acuerdo a la Figura 17, la eficiencia del AOM bajó hasta un 16 % para corrimientos de frecuencia de hasta 15 MHz.

Las bobinas anti-Helmholtz de la MOT fueron hechas en el Laboratorio con alambre de cobre de 2.9mm y pueden generar gradientes de hasta 50 Gauss  $\text{cm}^{-1}$  a menos de 50°C de temperatura. La presión en la cámara de la MOT está determinada por el sistema de vacío y el dispensador de rubidio. La caracterización del campo magnético generado y del sistema de vacío fueron realizados en [7], donde se encuentra una descripción detallada.

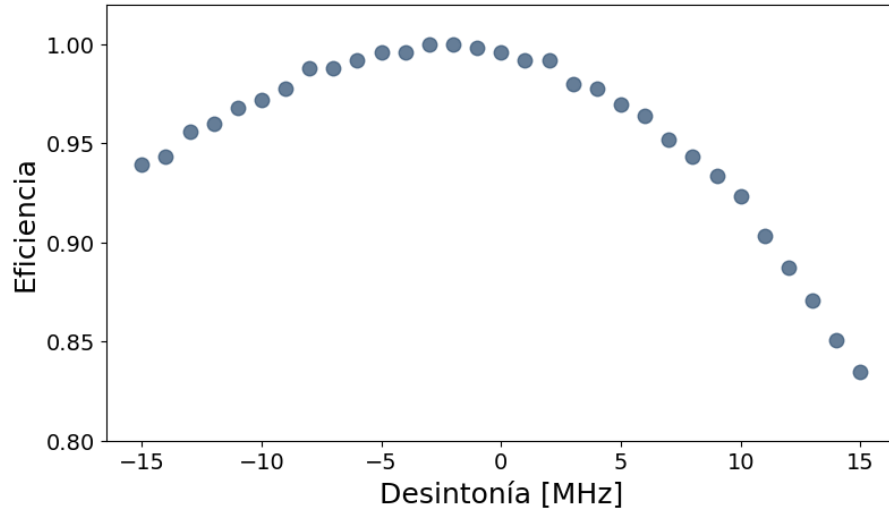


Figura 17: Voltaje medido por el fotodiodo contra desintonía del AOM. Normalizado respecto al valor máximo de voltaje.

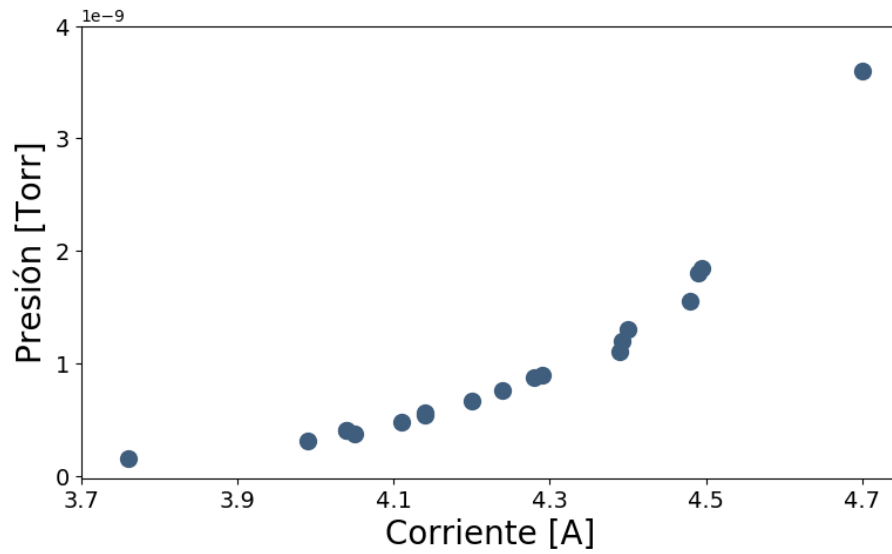


Figura 18: Presión en la cámara de la MOT contra corriente suministrada al dispensador de rubidio.

### Técnica de medición

Se registró la transmisión del haz de prueba en función de su desintonía de la transición  $F = 2 \rightarrow F' = 3$ , usando un AOM para modular su frecuencia. Se consiguió un diámetro de haz más pequeño que el tamaño de la nube para evitar

malas medidas ocasionadas por luz no absorbida. El haz se dirigió al centro de la nube atómica y después fue analizado por un fotodiodo PDA36A, que registró el espectro de absorción. No se realizó un control para la polarización de este haz. Al realizar estas medidas, *no* se apagaron los haces de enfriamiento de la MOT.

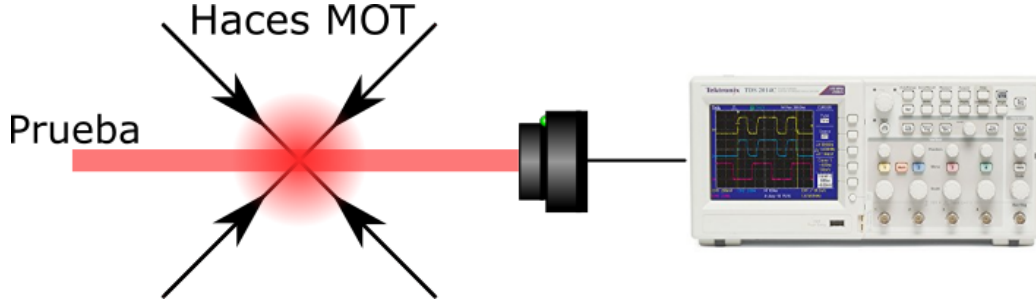


Figura 19: Arreglo para medir la densidad óptica.

Como se demostró que la eficiencia de nuestro AOM no era constante (Figura 17), se decidió medir también la potencia del haz con la nube apagada para cada desintonía a manera de tener valores para normalizar la señal.

A los datos obtenidos de cada experimento, se le realizó un ajuste de la ecuación 53, normalizando respecto a las medidas sin MOT. El error de los resultados presentados se reporta como su desviación estándar.

## 2.4. Resultados

En la Figura 20 se presentan algunas gráficas representativas de las medidas de densidad óptica donde se varió la desintonía de los haces de atrapamiento. Cada espectro presenta una estructura característica: un pozo de absorción centrado alrededor de  $\omega - \omega_0 = 4$  MHz y un pico dispersivo que variaba con la desintonía de los haces de atrapamiento en cada experimento.

Aunque este pico presenta una discrepancia inesperada con la descripción teórica de la sección 2.2.3, el resto del perfil de absorción presenta una buena concordancia con los resultados esperados y permitió hacer un ajuste a la ecuación 53 para encontrar la densidad óptica en cada experimento.

La caracterización de la MOT se consiguió al realizar varios experimentos variando un solo parámetro experimental a la vez. Ajustando cada experimento a la ecuación 53, se estimó la densidad óptica de la nube. La Figura 21 muestra los resultados de esta serie de experimentos.



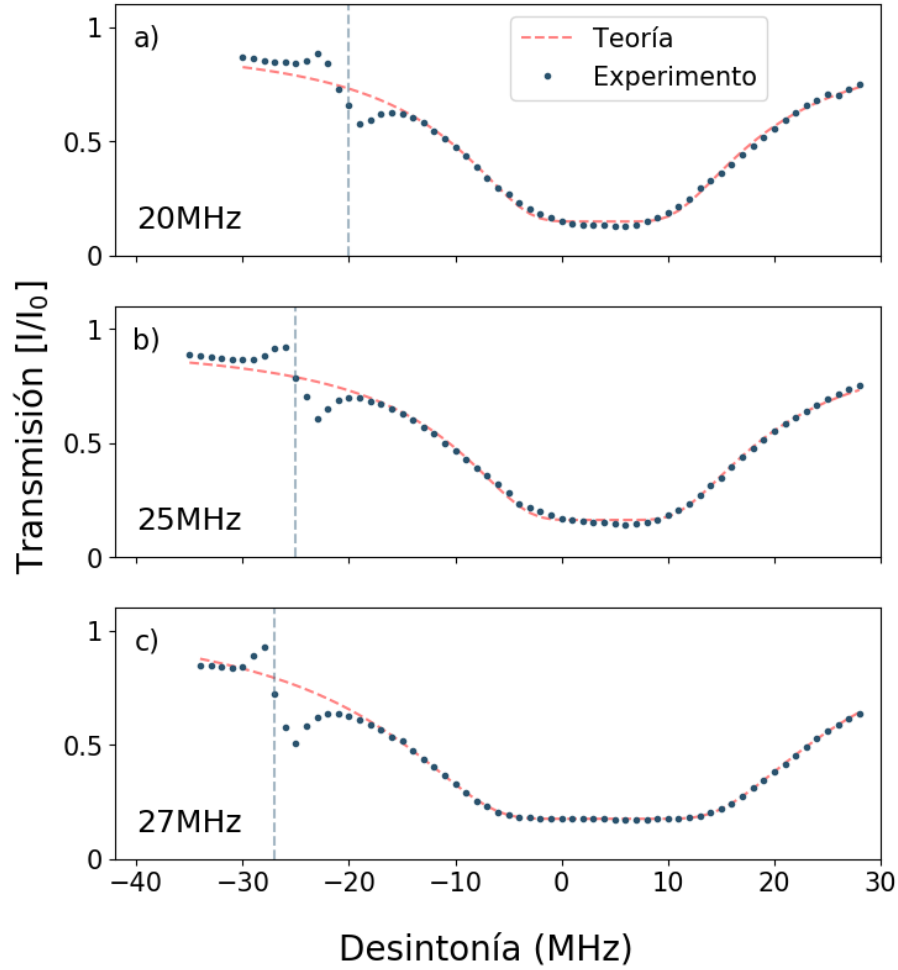


Figura 20: Transmisión del haz de prueba como función de su desintonía de resonancia. La desintonía  $\omega - \omega_0$  de los haces de enfriamiento en cada caso es: a) 20 MHz b) 25 MHz c) 27 MHz.

Para los experimentos de presión de rubidio e intensidad de los haces de enfriamiento (Fig. 21 b, d), se observa un comportamiento sigmoide, tendiendo hacia un valor máximo en cada caso. Por otro lado, para los experimentos de desintonía de los haces de enfriamiento y de gradiente de campo magnético (Fig. 21 a, c), se puede observar que la densidad óptica crece monótonamente hasta alcanzar un valor máximo para decrecer después.

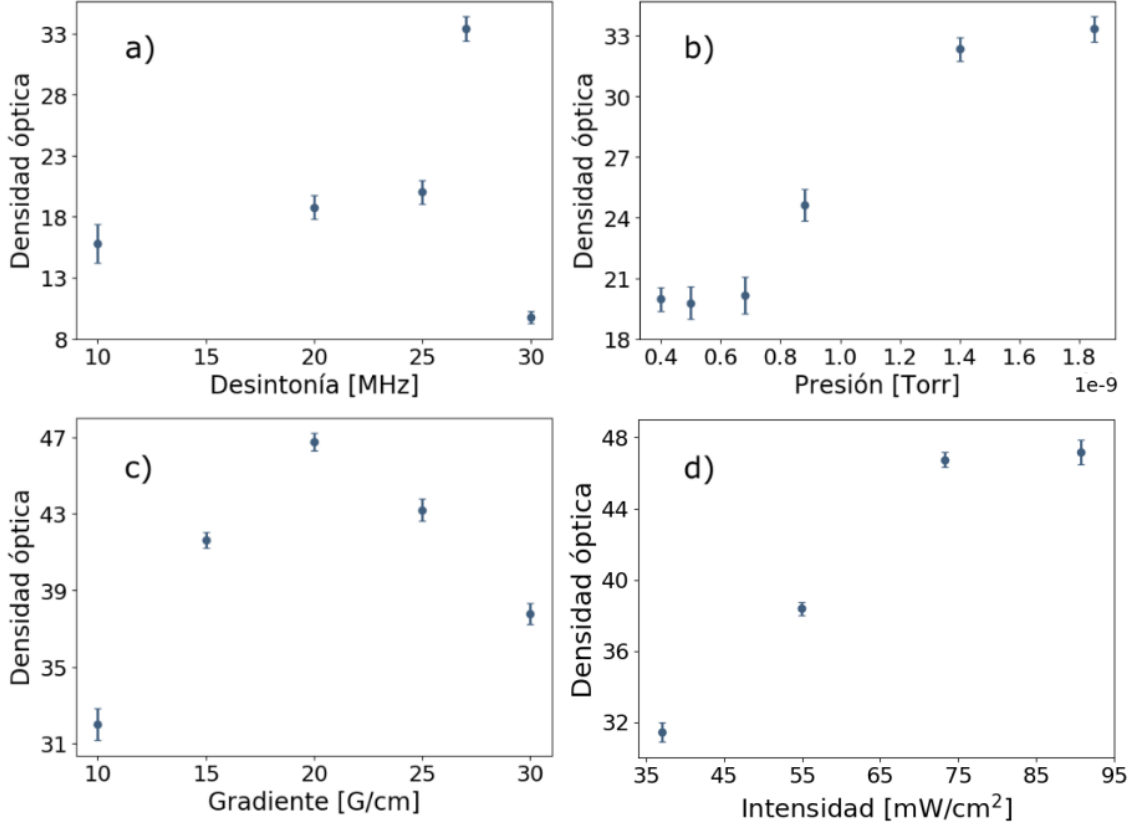


Figura 21: Densidad óptica de la nube de átomos de  $^{87}\text{Rb}$  para: a) Desintonía de los haces de enfriamiento b) Presión de rubidio en la cámara de vacío c) Gradiente del campo magnético d) Intensidad total de los haces de enfriamiento.

Con esta caracterización, se reporta que la densidad óptica máxima obtenida para la MOT del Laboratorio fue de  $OD = 46.9 \pm 0.4$  y las condiciones experimentales para alcanzar este valor fueron:

- Gradiente de campo magnético:  $\nabla\mathcal{B} = 20.0 \pm 0.4 \text{ G cm}^{-1}$
- Desintonía de haces de enfriamiento:  $\omega - \omega_0 = 27 \text{ MHz}$
- Intensidad total de haces de enfriamiento:  $I = 90.71 \pm 0.01 \text{ mW cm}^{-2}$  (o 57 veces la intensidad de saturación)
- Presión de rubidio:  $P = 1.80 \pm 0.05 \times 10^{-9} \text{ Torr}$

## 2.5. Discusión

Se realizó la primera caracterización de la densidad óptica de la nube atómica de la MOT del Laboratorio para distintas condiciones experimentales. Esta caracterización es una buena referencia inicial para futuros experimentos. Se ha observado que el control de la densidad óptica de la nube es importante en la generación de bifotones por medio de FWM [10, 36], por lo que los resultados de este capítulo son de utilidad para el Laboratorio.

Como se observa en la Figura 21 c, gradientes magnéticos muy intensos disminuyen la densidad óptica de la nube. Esto es porque la fuerza de confinamiento que sienten los átomos termina por dominar a la fuerza de scattering, lo que destruye la nube. Un estudio más a detalle de la proporción entre la intensidad de los haces de enfriamiento y el gradiente magnético podría permitir obtener densidades ópticas mayores.

La intensidad de enfriamiento está regulada por un sistema de amplificación óptico [7] que puede operar con hasta 2500mA. La mayor densidad óptica registrada en este trabajo se obtuvo con una intensidad de los haces de enfriamiento de  $90.71 \text{ mW cm}^{-2}$  (o  $57 I_{sat}$ ), correspondiente a una corriente de amplificación de 2250mA. Como esta corriente está cercana a la corriente máxima del amplificador, se recomienda trabajar con una corriente de 2000mA (una intensidad  $73.23 \text{ mW cm}^{-2}$  o  $46 I_{sat}$ ), que corresponde a una densidad óptica muy similar de  $OD = 46.6 \pm 0.4$ . Esto es con el fin de prolongar la vida útil del amplificador.

Al comparar gráficas de transmisión obtenidas con algunas disponibles en la literatura [37], observamos que éstas no presentan las irregularidades que observan en la Figura 20. Sin embargo, esta región de transmisión incrementada ya ha sido reportada antes [9, 31] para experimentos donde *no* se apagan los haces de enfriamiento y rebombeo de la MOT, como es el caso en este trabajo. Aunque esas referencias explican el pico dispersivo como un efecto de transparencia electromagnéticamente inducida (EIT), existen estudios de este fenómeno que sugieren que en realidad tiene origen en una resonancia de Raman estimulada [38, 39] para la transición de enfriamiento, al considerar los efectos de los intensos haces de enfriamiento sobre los átomos de la nube (usando el modelo de estados atómicos *vestidos* por los fotones de los haces de enfriamiento [40, p. 290]).

Este fenómeno también explica el corrimiento de la frecuencia central de los perfiles de transmisión de la Figura 20. Este efecto depende de la polarización de los haces de enfriamiento y prueba, así como de sus diferencias de fase relativas. Además de estas transiciones Raman, hay contribuciones dadas por el recule del átomo [39] para desintonías enfriamiento-prueba pequeñas, que dependen de la geometría de la MOT. Aunque una descripción de este fenómeno está fuera del alcance de esta tesis, un desarrollo se puede encontrar en [41] para una MOT de  $^{85}\text{Rb}$ .

### 3. Conclusiones

En este trabajo se enfocó principalmente en dejar listo un sistema de adquisición y procesamiento de datos para experimentos en átomos fríos de rubidio.

Se escribió una paquetería completa en Python para procesar etiquetas temporales de eventos generados por fotodiodos de avalancha. Este programa se conecta con el módulo de cuentas TDC, coordina la comunicación del instrumento con la computadora y permite al usuario visualizar los datos generados en tiempo real, para después guardarlos en un servidor. El desarrollo de este software propio permitió quitarse de la limitante de tener que usar el programa proporcionado por el fabricante, logrando adaptar la funcionalidad del TDC a las necesidades del experimento y no al revés.

Además de esta paquetería para adquisición de datos, se desarrollaron dos sistemas útiles para el experimento de mezclado de cuatro ondas y para el Laboratorio en general. Estos sistemas fueron un perfilómetro para haces de luz Gaussianos y un circuito de conmutación para controlar la salida de los APDs.

Se realizó un experimento sencillo para verificar que el sistema de adquisición funcionara adecuadamente. Este experimento consistió en medir la función de correlación de segundo orden  $g^{(2)}(\tau)$  para una fuente coherente clásica. Se obtuvo un valor de  $g^{(2)}(0) = 1.0006 \pm 0.0012$  y un promedio de  $\overline{g^{(2)}} = 1.0007 \pm 0.0014$ , que se encuentran en excelente concordancia con la teoría. Esto demostró el buen funcionamiento del programa de adquisición de datos que será utilizado para procesar bifotones generados por FWM.

Finalmente, se escribió una guía de usuario exhaustiva para usar la paquetería de adquisición de datos y su interfaz gráfica.

Como objetivo secundario, se buscó una primer caracterización de la nube atómica dentro de la MOT en función de sus parámetros experimentales. Se realizaron una serie de mediciones que documentan las propiedades espectroscópicas de nuestra MOT con todos los láseres y campos magnéticos relevantes encendidos. Se midió la densidad óptica de la nube en función del gradiente del campo magnético de atrapamiento, la desintonía e intensidad de los haces de enfriamiento y la presión dentro de la cámara de vacío. Se encontró un valor máximo de  $OD = 46.9 \pm 0.4$  para nuestra nube. Estos resultados constituyen una primer referencia experimental para el control de la densidad óptica de la MOT del Laboratorio.

### 3.1. Perspectivas a futuro

El siguiente paso lógico para la continuación de este trabajo sería integrar el programa de adquisición de datos al sistema de control que se encuentra en desarrollo para experimentos de mezclado de cuatro ondas. Con esto, se podrán medir correlaciones en bifotones generados por este proceso.

Por otro lado, los resultados obtenidos en el Capítulo 2 servirán inmediatamente para comparar los resultados de mediciones de densidad óptica que se obtendrán con el sistema de imagen. Además, sería interesante ampliar la caracterización de la densidad óptica de la nube pulsando los haces de enfriamiento.

Una explicación de los fenómenos detrás de los picos observados en los espectros de absorción no se incluye en este capítulo. Sin embargo, podría ser de interés estudiar más a detalle la estructura de estas características.

## A. Paquetería de uso de hunahpy

La paquetería de **hunahpy** provee métodos útiles para el uso del módulo etiquetador de cuentas temporales *id800*, fabricado por IDQuantique. Todos los archivos necesarios se encuentran en [23].

El nombre de **hunahpy** proviene de la cosmología maya narrada en el Popol Vuh: los dioses gemelos Hunahpú e Ixbalanqué, que fueron al inframundo por retar a los señores del Xibalbá y al emerger victoriosos se convirtieron en el Sol y la Luna.

La última finalidad de esta paquetería es ser utilizada para analizar correlaciones entre fotones gemelos, y el nombre **hunahpy** hace alusión a las semejanzas a la mitología de los dioses gemelos y su ascensión a seres de luz. Eso y que la otra alternativa, *pyxblanque*, sonaba muy fastidiosa.

### A.1. Introducción

La biblioteca de uso del TDC consiste en varios métodos que aprovechan la funcionalidad del etiquetador para procesar señales de entrada. Hace uso de 3 bibliotecas compartidas:

- **libusb** y **nhconnect**, que proveen funcionalidad para reconocer y realizar conexiones a controladores USB.
- **tdcbase**, librería compartida compilada en C por el fabricante del TDC que se comunica con el FPGA del etiquetador.

Debido a que la biblioteca **tdcbase** está compilada en 32 bits, una distribución de 32 bits de Python 3.6 es **necesaria** para poder correr el código.

### A.2. Ejemplo básico de uso

Al importar **hunahpy**, se importa un objeto TDC que contiene todos los métodos para controlar al *id800*. Estos métodos se pueden llamar fácilmente:

```
#####
#from hunahpy import TDC    #
#tagger = TDC()             #
#tagger.getLastTimestamps()#
#tagger.close()             #
#####
```

Este objeto TDC realiza automáticamente la conexión al *id800* que se encuentre conectado a la computadora y realiza los procedimientos necesarios de acuerdo al

archivo de configuración `config.py`. Este archivo contiene información del experimento como:

- El formato de nombre de los archivos a guardarse automáticamente,
- El número de archivos a crearse,
- El número de eventos a registrarse en cada archivo,
- Los canales habilitados del TDC,
- Los parámetros para el histograma de diferencias de tiempos en el programa de interfaz gráfica.

Estos parámetros iniciales de configuración pueden modificarse al cambiar los valores del archivo y sirven para determinar tanto la visualización de los datos entrantes en el programa gráfico como la estructura de los archivos de datos creados. Estos archivos están en formato binario, como se ve en la Tabla 2.

Etiqueta	Canal
340891716	0
352001146	0
353852682	1
355704280	1
357556058	0
359407737	1
361259559	0
371221842	0
372371107	0
374223109	1
376075177	0
377927291	1
379779439	0
390892503	0
392744469	1
...	...

Tabla 2: Archivo binario de datos creado.

En estos archivos, los valores de las etiquetas de tiempo están dados en múltiplos del reloj (`timebase`) del sistema. Esta unidad es aproximadamente  $81ps$  y puede obtenerse usando el método de `timebase` de los objetos TDC.

### A.2.1. Lista de métodos

El objeto TDC tiene una lista de propiedades que determinan los parámetros de operación. Como referencia, se listarán los métodos de acuerdo a la siguiente leyenda, con un ejemplo:

- `output(y precisión, si la tiene) método(argumentos)`: Descripción del método. Si un método no tiene argumentos o no regresa un output, su descripción omitirá esa sección.
- `int32 timestamp_count`: El tamaño del búfer de eventos.

Las propiedades modificables del TDC son:

- `double timebase`: La resolución temporal del TDC en segundos. El valor exacto es  $8.09552722121028e^{-11}$ s.
- `int32 timestamp_count`: El tamaño del búfer de eventos. El búfer es el número total de eventos independientes que el TDC puede procesar en su memoria interna; si este valor está fijado en 1000 y llega un evento 1001, reescribirá al primero evento y así continuará. Entre 0 y 1,000,000.
- `int32 channels_enabled`: La *máscara de bytes* de los canales habilitados del TDC. Si sólo se habilita el canal 1 (correspondiente a una máscara 1), todos los eventos que lleguen a un canal que no sea el 1 no serán procesados. Se recomienda dejar todos los canales habilitados.

La máscara de bytes es una correspondencia byte-canal que maneja el TDC. La Tabla 3 muestra los primeros valores de la relación de correspondencia. Se recomienda dejar todos los canales habilitados (que equivale a un byte de 255, -1, o 0xff en hexadecimal), a menos que un defecto físico en un canal de entrada al TDC esté ocasionando ruido. En ese caso, es simple seguir la secuencia de máscara para encontrar el valor necesario de byte.

Byte	Canal	Byte	Canal	Byte	Canal
1	1	6	2,3	11	1,2,4
2	2	7	1,2,3	12	3,4
3	1,2	8	4	13	1,3,4
4	3	9	1,4	14	2,3,4
5	1,3	10	2,4	15	1,2,3,4

Tabla 3: Máscara de bytes del TDC.

- `int32 timestamps`: Array de longitud `timestamp_count` con las etiquetas de tiempo guardadas al momento.



- `int32 channel`: Array de longitud `timestamp_count` con la máscara de bytes de los canales correspondientes a cada etiqueta de tiempo registrada.
- `int32 coincWin`: Coincidence window. La ventana de tiempo para el conteo de coincidencias. En múltiplos de `timebase`.
- `int32 expTime`: Exposure time. El tiempo de integración para el cálculo de coincidencias. En milisegundos.
- `int32 bincount`: Parámetro del histograma de diferencias temporales. Número de barras del histograma. En múltiplos de `timebase`, entre 1 y 1,000,000.
- `int32 binsize`: Parámetro del histograma de diferencias temporales. Ancho de cada barra del histograma. En múltiplos de `timebase`, entre 2 y 1,000,000.

La lista completa de funciones implementadas para la paquetería de `hunahpy`, junto con su descripción, es:

1. error code `switch(byte)`: Función para debuggear el código. Esta función se ejecuta después de casi todas las otras funciones y es la encargada de imprimir los códigos de error generados por cada función. En la Tabla 4 están todos los mensajes de error posibles y algunas notas sobre cómo corregirlos.

Byte	Mensaje	Notas
-1	Unspecified error.	
0	Success.	
1	Receive timed out.	Se acabó la memoria para cálculos.
2	No connection was established.	
3	Error accessing the USB driver.	Verificar que <code>libusb0.dll</code> sea accesible.
7	Can't connect device because already in use.	Cerrar otras conexiones al TDC.
8	Unknown error.	
9	Invalid device number used in call.	No se estableció conexión al TDC.
10	Parameter in func. call is out of range.	
11	Failed to open specified file.	Verificar que <code>tdcbase.dll</code> sea accesible.

Tabla 4: Mensajes de error de un objeto TDC.

2. error code `close()`: Cierra la conexión al módulo TDC. Sólo se permite una conexión a la vez - sólo un programa de adquisición abierto. Es importante cerrar la conexión antes de desconectarlo para evitar dañar el módulo.
3. error code `switchTermination(on)`: No confundirse con la función `switch()` que es la función de debugging. `switchTermination()` activa o desactiva el modo de impedancia de  $50\Omega$  para los canales de entrada del TDC. Si está desactivado, la impedancia de los canales de entrada del TDC será  $1000\Omega$ . `on` es booleano: puede ser 1 o 0.
4. error code `configureSelfTest(channel, signal period, burst size, burst distance)`: El FPGA del TDC puede generar trenes de pulsos virtuales que serán procesados como señales añadidas a las entradas reales de cada canal.
  - `channel`: Byte del canal a usarse (e.g. 5 corresponde a canales 1 y 3).
  - `signal period`: Período de todas las señales de un tren, en unidades de 20ns. Entre 2 Y 60.
  - `burst size`: Número de períodos en el tren. Entre 1 y 65,535.
  - `burst distance`: Distancia entre trenes, en unidades de 80ns. Entre 0 y 10,000.

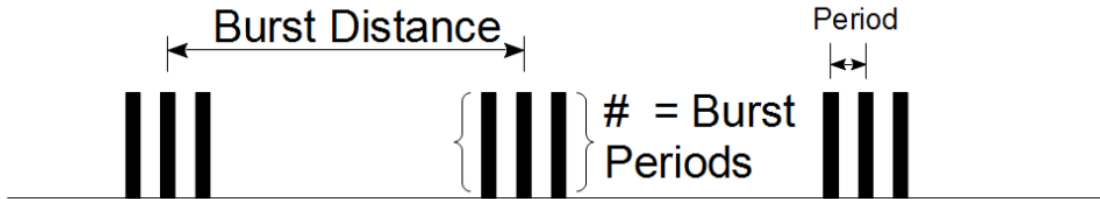


Figura 22: Señal de prueba del TDC.

5. `int8 getChannel(byte)`: Regresa el número real de un canal basado en la máscara de bytes.
6. error code `getCoincCounters()`: Calcula el número de coincidencias para la última ventana temporal dado por `expTime`. Dos eventos son considerados coincidentes si suceden dentro de esa ventana. Este valor se guarda en la variable `coincidence_array` en el orden: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 1/2, 1/3, 1/4, 2/3, 2/4, 3/4, 1/2/3, 1/2/4, 1/3/4, 2/3/4, 1/2/3/4. Las coincidencias no son acumulativas; sólo se guardan las coincidencias para la última ventana temporal de exposición.

7. error code `getDataLost()`: Verifica si hay pérdidas de datos causadas por una velocidad de detección demasiado alta para el cable USB. De haber datos perdidos, el valor de `data_loss` queda como 1 y se levanta un mensaje de aviso al usuario.
8. `getDeviceParams()`: Imprime los parámetros de operación del TDC.
9. error code `setHistogramParams(bincount, binsize)`: Define los parámetros del histograma de diferencias temporales `bincount` y `binsize`. Al llamarse esta función, se borran todos los histogramas anteriores acumulados hasta ese punto.
10. `getHistogramParams()`: Imprime los parámetros `bincount` y `binsize` del histograma de diferencias temporales.
11. `getHistogram(chanA, chanB, reset)`: Llama al histograma de diferencias temporales entre el canal `chanA` y el canal `chanB`.
  - `chanA`: Primer canal del TDC para calcular el histograma. 0,...,7 para los canales 1,...,8. Si el valor está fuera de ese rango, calcula el histograma global.
  - `chanB`: Segundo canal del TDC para calcular el histograma. 0,...,7 para los canales 1,...,8. Si el valor está fuera de ese rango, calcula el histograma global.
  - `reset`: Si se deben borrar los histogramas anteriores acumulados hasta ese punto. Booleano: 1 o 0.
12. `getLastTimestamps(reset, output, *save)`: La función más importante de la paquetería. Guarda los valores de los últimos eventos procesados por el TDC en las variables `timestamps` y sus respectivos canales en `channels`. Si la cantidad de eventos procesados al momento de llamar la función es menor al tamaño total del búfer (el número total de eventos que el TDC puede almacenar en memoria en todo momento), la variable `valid` regresa el número total de etiquetas válidas en `timestamps` y `channels` (*i.e.*, si el búfer tiene capacidad de 1000 etiquetas pero sólo han sucedido 200, `TDC.valid` tendrá un valor de 200 y sólo las primeras 200 entradas de `TDC.timestamps` serán no nulas).
  - `reset`: Si se deben borrar los eventos anteriores acumulados hasta ese punto. Booleano: 1 o 0.
  - `output`: Si se deben guardar los eventos a archivo. Booleano: 1 o 0. De ser positivo, llama a `saveTimestamps()`.

- `*save`: Si `output = 1`, `*save` serán los argumentos que `saveTimestamps()` necesite: los nombres de archivo y extensión que serán creados.

13. `saveTimestamps(filename_timestamps, filename_channels, extension)`:  
Guarda los valores de `timestamps` y `channels` en un archivo con nombre `filename_timestamps` y `filename_channels`.

La función `getLastTimestamps()` es la función central y más importante de la paquetería de `hunahpy` y permite guardar en la memoria de la computadora o en algún archivo de datos todos los eventos procesados por el TDC.

Al crear un objeto TDC, se definen a partir del archivo `config.py` todos los parámetros necesarios por el TDC, como el tamaño del búfer A continuación, un ejemplo de lo que sería un programa sencillo para utilizar `hunahpy` desde un script de Python 3.6:

```
#####
#from hunahpy import TDC          # Importa la librería de hunahpy
#                                # para comunicarse con el TDC.
#                                #
#tagger = TDC()                   # Esto inicia la conexión y deja
#                                # todo listo. En la consola, veremos
#                                # los mensajes de error para ver si
#                                # se conectó con éxito.
#...                              #
```

En este punto, se puede realizar el experimento que vaya a generar los eventos que serán procesados por el TDC.

```
#...                              #
#                                #####
#tagger.getLastTimestamps(reset=0,output=1,      #
#                           "tags","chans",".bin")#
#tagger.close()                               #
#####
```

Con esto, generamos dos archivos con las etiquetas temporales y sus respectivos canales en dos archivos `"tags.bin"` y `"chans.bin"`.

### A.3. Interfaz gráfica para el programa de adquisición

`hunahpy` puede ser utilizado por medio de *scripts* de Python 3.6 o con el programa de adquisición que se escribió específicamente para los experimentos del laboratorio. Cada una de estas opciones requiere el uso exclusivo del DLL `nhconnect`, por lo que intentar realizar una conexión al TDC mientras ya está corriendo una interfaz resultará en errores (errores 7 o 2 en la Tabla 4).

`hunahpy` discrimina y registra eventos en el búfer de eventos, y el programa de adquisición provee una representación digital del tiempo en el que ocurren estos eventos. La función principal de este programa de adquisición es anotar la cronología de eventos procesados por `hunahpy` y guardarlos en archivos de datos especificados por el usuario, para ser procesados después. Además, el programa de adquisición tiene la funcionalidad de visualizar los datos de dos formas distintas:

- Contador
- Analizador de intervalos temporales

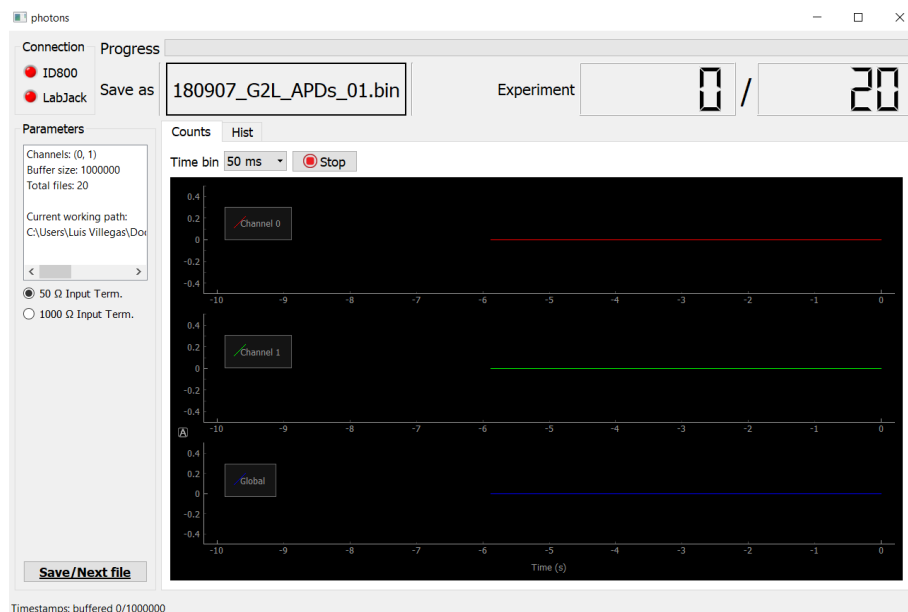


Figura 23: Pestaña de *cuentas* del programa de adquisición.

La función de *contador* integra el número de cuentas en el búfer para cada canal durante una ventana específica de tiempo. Las tasas de eventos registrados se grafican en tiempo real para cada canal (y de manera global). Se puede elegir el tamaño de la ventana de integración modificando la opción de **Time bin**, así como detener o empezar a graficar los datos con el botón de **Stop**.

En cualquiera de las pestañas de graficación hay varios bloques:

- **Connection:** Un LED verde indica conexión al *id800* o a la tarjeta de control Labjack.
- **Parameters:** Algunos parámetros de operación de acuerdo a `config.py`. Además incluye el directorio donde se guardarán los archivos.
- **Progress:** Contiene el nombre de archivo con el cual se guardarán los datos, el número de archivos a crearse (*Experiment*) y una barra de progreso para cada archivo. El número de eventos guardados en cada archivo estará dado exclusivamente por el tamaño del búfer. Los archivos creados son de acuerdo al formato presentado en la Tabla 2.

El programa de adquisición guarda los datos y maneja los archivos creados de manera automática: en cuanto un búfer de eventos se llene, crea un nuevo archivo de acuerdo al formato establecido y escribe allí las cuentas. Sin embargo, si no hay eventos suficientes para llenar un búfer, se puede hacer de forma manual con el botón **Save/Next file**. En el archivo `config.py` se configura el formato de los archivos a crear y el número de eventos totales que serán procesados por el TDC.

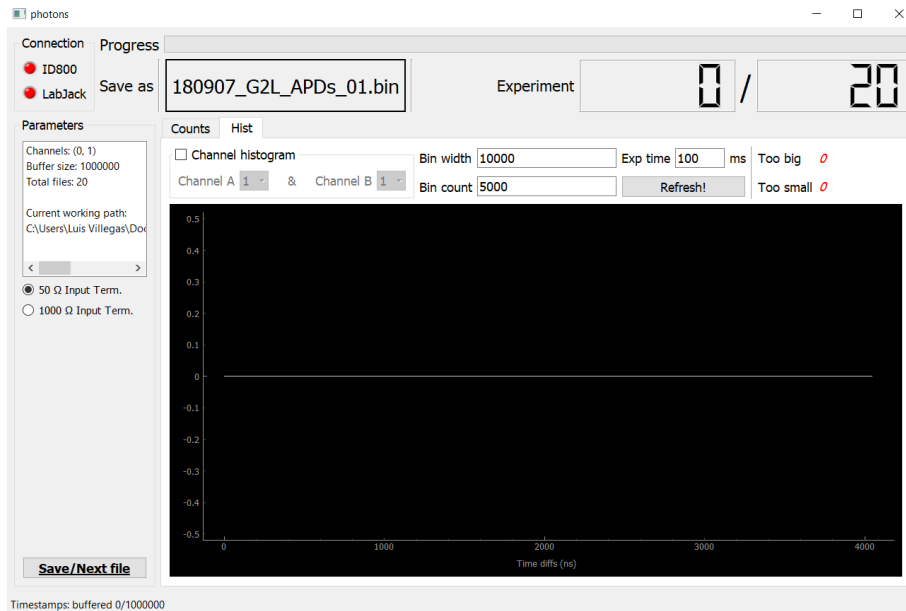


Figura 24: Pestaña de *histogramas* del programa de adquisición.

La función de *analizador de intervalos temporales* calcula diferencias de tiempo entre etiquetas y construye un histograma que puede ser útil para visualizar diferencias entre diferentes señales o entre una señal y ella misma. Por default, esta pestaña

calcula el histograma de diferencias global (*i.e.*, entre cualesquiera señales procesadas sin importar canal), pero los histogramas entre canales particulares también pueden visualizarse modificando `Channel A` y `Channel B`.

Las etiquetas `Too big` y `Too small` dan el número de diferencias de tiempo más grandes que la canasta más grande y más chicas que la canasta más pequeña, respectivamente. Aunque el archivo `config.py` viene con valores iniciales de `binsize` y `bincount` para los histogramas también pueden modificarse manualmente para que `Too big` y `Too small` sean cero.

#### A.4. Solución de problemas comunes

Los mensajes de error de la Tabla 4 deberían de dar una indicación de cuál es el problema. Lo primero que se debería intentar es reiniciar tanto el TDC como la computadora.

- **Problema:** El LED de *id800* sigue en rojo aunque está conectado.
- **Consejo:** Verificar que el TDC esté conectado correctamente y prendido. Si esto no lo soluciona, correr un script como el del inicio de la sección A.2.
- **Problema:** La pestaña de *cuentas* dice que no hay eventos, pero la barra de progreso sí avanza.
- **Consejo:** Si la barra de progreso sí avanza entonces `hunahpy` está procesando los eventos correctamente. Por la naturaleza del programa, a veces hay problemas de sincronización y hace falta esperar unos segundos.

## Referencias

- [1] C. J. Foot, *Atomic physics*. Oxford master series in atomic, optical and laser physics, Oxford: Oxford University Press, 2007.
- [2] D. C. Burnham and D. L. Weinberg, “Observation of simultaneity in parametric production of optical photon pairs,” *Physical Review Letters*, vol. 25, no. 2, p. 84–87, 1970.
- [3] J. M. Lukens, O. D. Odele, D. E. Leaird, and A. M. Weiner, “Electro-optic modulation for high-speed characterization of entangled photon pairs,” *Opt. Lett.*, vol. 40, pp. 5331–5334, Nov 2015.
- [4] A. André, L.-M. Duan, and M. D. Lukin, “Coherent atom interactions mediated by dark-state polaritons,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 88, p. 243602, May 2002.
- [5] X.-H. Bao, Y. Qian, J. Yang, H. Zhang, Z.-B. Chen, T. Yang, and J.-W. Pan, “Generation of narrow-band polarization-entangled photon pairs for atomic quantum memories,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 101, p. 190501, Nov 2008.
- [6] S. Du, J. Wen, and M. H. Rubin, “Narrowband biphoton generation near atomic resonance,” *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 25, pp. C98–C108, Dec 2008.
- [7] A. V. Martínez, “Construcción de una trampa magneto-óptica,” Master’s thesis, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México, México, 2018.
- [8] P. Grangier, G. Roger, and A. Aspect, “Experimental evidence for a photon anticorrelation effect on a beam splitter: A new light on single-photon interferences,” *Europhysics Letters (EPL)*, vol. 1, no. 4, pp. 173–179, 1986.
- [9] B. Srivathsan, *Heralded single photons for efficient interaction with single atoms*. PhD thesis, National University of Singapore, Singapore, 2015.
- [10] A. Cere, B. Srivathsan, G. K. Gulati, B. Chng, and C. Kurtsiefer, “Characterization of a photon pair source based on a cold atomic ensemble using a cascade level scheme,” *ArXiv e-prints*, June 2018.
- [11] I. Ladany, “Laser to single-mode fiber coupling in the laboratory,” *Appl. Opt.*, vol. 32, pp. 3233–3236, Jun 1993.
- [12] Newport, “Technical note: Fiber optic coupling.”
- [13] T. N. Bandi, “Cold atom physics: Trapping methods and detection schemes,” Master’s thesis, Cork Institute of Technology, Cork, Ireland, 2008.
- [14] X. Michalet, A. Ingargiola, R. A. Colyer, G. Scalia, S. Weiss, P. Maccagnani, A. Gulinatti, I. Rech, and M. Ghioni, “Silicon photon-counting avalanche diodes



- for single-molecule fluorescence spectroscopy,” *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 20, pp. 248–267, 2014.
- [15] I. Kenyon, *The Light Fantastic: A Modern Introduction to Classical and Quantum Optics*. New York, NY, USA: Oxford University Press, Inc., 2008.
  - [16] R. Loudon, *The quantum theory of light*. Oxford University Press, 2004.
  - [17] M. Fox, *Quantum optics: an introduction*. Oxford Master Series in Atomic, Optical and Laser Physics, Oxford: Oxford Univ. Press, 2006.
  - [18] R. Hanbury Brown and R. Q. Twiss, “A test of a new type of stellar interferometer on sirius,” *Nature*, vol. 178, pp. 1046–1048, 1956.
  - [19] X. T. Zou and L. Mandel, “Photon-antibunching and sub-poissonian photon statistics,” *Phys. Rev. A*, vol. 41, pp. 475–476, Jan 1990.
  - [20] C. M. Griot, “Gaussian beam optics,” 2009.
  - [21] S. W. Chen and J. L. Pellequer, “DeStripe: frequency-based algorithm for removing stripe noises from AFM images,” *BMC Struct. Biol.*, vol. 11, p. 7, Feb 2011.
  - [22] “Lasers and laser-related equipment — Test methods for laser beam widths, divergence angles and beam propagation ratios — Part 1: Stigmatic and simple astigmatic beams,” Standard, International Organization for Standardization, Jan. 2005.
  - [23] L. Villegas, “hunahpy.” <https://github.com/luyves/time-tagger>, 2018.
  - [24] M. A. Itzler, U. Krishnamachari, M. T. Entwistle, X. Jiang, M. F. Owens, and K. Slomkowski, “Dark count statistics in geiger-mode avalanche photodiode cameras for 3-d imaging ladar,” *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 20, pp. 318–328, 2014.
  - [25] M. Beck, “Comparing measurements of  $g(2)(0)$  performed with different coincidence detection techniques,” *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 24, pp. 2972–2978, Dec 2007.
  - [26] W. D. Phillips, “Nobel lecture: Laser cooling and trapping of neutral atoms,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 70, pp. 721–741, Jul 1998.
  - [27] M. Zhan, K. Li, P. Wang, L. Kong, X. Wang, R. Li, X. Tu, L. He, J. Wang, and B. Lu, “Cold atom interferometry,” *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 80, no. 1, p. 012047, 2007.

- [28] C. Gross and I. Bloch, “Quantum simulations with ultracold atoms in optical lattices,” *Science*, vol. 357, no. 6355, pp. 995–1001, 2017.
- [29] H. J. Lewandowski, D. L. Whitaker, and E. A. Cornell, “Simplified system for creating bose-einstein condensates,” in *Quantum Electronics and Laser Science Conference (QELS 2000). Technical Digest. Postconference Edition. TOPS Vol.40 (IEEE Cat. No.00CH37089)*, pp. 203–, May 2000.
- [30] P. Kolchin, “Electromagnetically-induced-transparency-based paired photon generation,” *Phys. Rev. A*, vol. 75, p. 033814, Mar 2007.
- [31] G. K. Gulati, *Narroband photon pairs from a cold atomic vapour for interfacing with a single atom*. PhD thesis, National University of Singapore, Singapore, 2015.
- [32] D. A. Steck, “Rubidium 87 D Line Data.” URL <http://steck.us/alkalidata/rubidium87numbers.pdf>.
- [33] J. M. Robinson, Y. Liu, and D. P. Shelton, “Development and characterization of a magneto-optical trap for rubidium,” *Nevada State Undergraduate Research Journal*, vol. V1:I1, 2014.
- [34] A. Ashkin, “Acceleration and trapping of particles by radiation pressure,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 24, pp. 156–159, Jan 1970.
- [35] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D. E. Pritchard, “Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 59, pp. 2631–2634, Dec 1987.
- [36] S. Du, P. Kolchin, C. Belthangady, G. Y. Yin, and S. E. Harris, “Subnatural linewidth biphotons with controllable temporal length,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 100, p. 183603, May 2008.
- [37] H. Yan-Xu, L. Yong-Hong, Z. Chun-Hong, L. Shu-Jing, and W. Hai, “Realization of high optical density rb magneto-optical trap,” *Chinese Physics Letters*, vol. 26, no. 2, p. 023201, 2009.
- [38] S. Hopkins, E. Usadi, H. Chen, and A. Durrant, “Electromagnetically induced transparency of laser-cooled rubidium atoms in three-level lambda-type systems,” *Optics Communications*, vol. 138, no. 1-3, p. 185–192, 1997.
- [39] T. M. Brzozowski, M. Brzozowska, J. Zachorowski, and G. Wojciech, “Spectroscopy of cold, trapped atoms,” *Acta Physica Hungarica A) Heavy Ion Physics*, vol. 26, pp. 95–119, 11 2006.

- 
- [40] R. W. Boyd, “Chapter 6 - nonlinear optics in the two-level approximation,” in *Nonlinear Optics (Third Edition)* (R. W. Boyd, ed.), pp. 277 – 328, Burlington: Academic Press, third edition ed., 2008.
- [41] T. M. Brzozowski, *Nonlinear Spectroscopy of Atoms in Magneto-Optical Trap*. PhD thesis, Jagiellonian University in Kraków, Poland, 2014.