



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

SISTEMA DE ADQUISICIÓN DE DATOS PARA
MEDIR CORRELACIONES EN PARES DE FOTONES

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICO

PRESENTA:

LUIS YVES VILLEGAS AGUILAR

DIRECTOR DEL TRABAJO:

DR. DANIEL SAHAGÚN SÁNCHEZ

Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2018



Agradecimientos

Resumen

Esta tesis presenta el desarrollo de un sistema de adquisición de datos para pares de fotones generados por procesos de mezclado de cuatro ondas en un gas de átomos fríos. Para probar este sistema, se realizó un experimento para medir la función de correlación temporal de segundo orden $g^{(2)}$ para luz coherente clásica. Se obtuvo un valor de $g^{(2)}(0) = 1.0006 \pm 0.0012$, que se encuentra en excelente acuerdo con la teoría. De manera paralela se construyó una trampa magneto-óptica (MOT) para atrapar átomos de ^{87}Rb . Esta tesis también presenta los pasos naturales siguientes al realizar estudios espectroscópicos de los átomos atrapados con el propósito de medir su densidad óptica. Se obtuvo un valor máximo de $\text{OD} = 46.9 \pm 0.4$. Finalmente, se presenta una caracterización de esta densidad óptica para distintos parámetros ajustables dentro del Laboratorio de Átomos Fríos y Óptica Cuántica del Instituto de Física de la UNAM, con el fin de servir como una referencia experimental para futuras optimizaciones.

Índice

Introducción	7
1. Sistema de adquisición de datos	10
1.1. Motivación	10
1.1.1. Sistema óptico de captura	10
1.2. Teoría	13
1.2.1. Óptica clásica	13
1.2.2. La función de correlación de primer orden	14
1.2.3. La función de correlación de segundo orden	18
1.2.4. Cuantización del campo	19
1.2.5. Estadística de fotones individuales	21
1.3. Sistemas	24
1.3.1. Perfilómetro de láseres	24
1.3.2. Sistema de adquisición de datos	28
1.3.3. Circuito de conmutación	30
1.4. Configuración experimental	31
1.5. Resultados	36

Índice de figuras

1.	Óptica de adquisición para FWM.	11
2.	Interferómetro de Mach-Zehnder.	15
3.	$g^{(2)}(\tau)$ clásica para luz láser, luz caótica ensanchada por colisiones y luz caótica ensanchada por efecto Doppler.	20
4.	Perfil de intensidad Gaussiano y distintas definiciones de diámetro.	25
5.	Diagrama de pre-procesamiento para imágenes usando la transformada rápida de Fourier.	26
6.	Foto real de un haz y su espectro de frecuencias al aplicarle FFT.	27
7.	Antes y después de aplicar pre-procesamiento a la foto del haz.	28
8.	Diagrama de flujo del programa de adquisición.	29
9.	Ejemplo de prueba para el circuito de gating.	31
10.	Óptica de adquisición para el haz de 780 nm.	32
11.	Histograma de cuentas oscuras para los APDs	33
12.	$g^{(2)}(\tau)$ para un haz de luz coherente.	36

Índice de tablas

1. $g^{(2)}(0)$ y su correspondiente estadística y descripción clásica para distintas fuentes de luz. 24

Introducción

El estudio de sistemas cuánticos ha sido de particular interés para la física experimental en años recientes. En particular, en los últimos 30 años ha habido un tremendo avance en el desarrollo de gases cuánticos de átomos fríos [1, 2], abriendo muchas posibilidades de realizar experimentos novedosos en física atómica. La interacción de estos medios materiales cuánticos con luz es estudiada por la *óptica cuántica*.

Las interacciones átomo–fotón tienen un gran potencial como herramienta de estudio en correlaciones cuánticas y entrelazamiento [3]. En particular, la generación de pares de fotones (o *bifotones*) en ensambles atómicos ha generado mucho interés para implementarlos para procesamiento en información cuántica [4].

La técnica más estándar para generar bifotones es la de procesos de conversión espontánea paramétrica descendiente [5] (o SPDC por sus siglas en inglés) en cristales no lineales, como BBO. Sin embargo, el tiempo de coherencia de los fotones generados en SPDC es muy corto (del orden de ps) gracias a que poseen un amplio ancho de banda. Esto impide realizar experimentos donde sea importante hacer mediciones con tiempos precisos; muchos sistemas de detección fotónica con tecnología de punta todavía tienen una resolución temporal de al menos decenas de ps [3]. Además, esta corta longitud de coherencia los hacen poco viables para interacciones átomo–fotón, haciéndolos poco deseables para estudios de información cuántica [6].

Por esto, en años recientes ha aumentado mucho el interés en generar pares de fotones con un ancho de banda angosto. Una solución simple es colocar el cristal para SPDC en una cavidad óptica [4]. Sin embargo, el avance en técnicas de enfriamiento de átomos ha permitido estudiar la generación de bifotones en gases atómicos fríos por medio de procesos de mezclado de cuatro ondas espontáneo.

El mezclado de cuatro ondas (FWM por sus siglas en inglés) es un fenómeno conocido en óptica no lineal [7, 8]. En este proceso, la interacción simultánea de un medio no lineal con campos eléctricos externos permite la generación de nuevos haces coherentes de luz. En el contexto de este trabajo, una nube de átomos fríos sirve como medio no lineal para el FWM, que con dos haces láser cercanos a resonancias atómicas puede generar dos haces de fotones coherentes [9].

Utilizar este proceso trae varios beneficios: bifotones con un ancho de banda muy angosto, mayor eficiencia de producción y varios parámetros experimentales para poder controlar la función de onda resultante [10].

En este Laboratorio, el corazón de este futuro experimento de FWM consiste en un gas de átomos de rubidio, confinados y enfriados por medio de una trampa magneto-óptica (o MOT), construida en paralelo a este trabajo. El siguiente paso natural para este experimento es el de la caracterización de los átomos fríos atra-

pados en la trampa. Esta caracterización se puede hacer en función de su densidad óptica: una propiedad importante que está directamente relacionada con el número de átomos atrapados. La densidad óptica es, además, particularmente importante para experimentos de FWM pues está relacionada con la tasa de bifotones generados y su tiempo de coherencia [14].

Una secuencia experimental típica para un proceso de FWM en átomos fríos tiene una ventana temporal pequeña de apenas unos cuantos microsegundos [11]. Esta secuencia requiere la sincronización de muchos eventos simultáneos como abrir o cerrar obturadores de láseres, prender campos magnéticos y controlar disparadores de cámaras o fotodiodos para la captura de datos. Uno busca, además, repetir controladamente cientos de experimentos para justificar un análisis estadístico sobre los datos obtenidos. Por lo tanto, estos experimentos exigen un sistema de recolección de datos rápido, que pueda comunicarse con los instrumentos relevantes y procese a tiempo las señales generadas.

Tales experimentos están también por naturaleza en permanente desarrollo; se encuentran en un estado constante de ser actualizados, ajustados y mejorados cada vez más. Por esto, es deseable tener un programa de adquisición que sea intuitivo, y que permita un uso, comprensión y modificación sencillos por usuarios que no necesariamente sean expertos en el funcionamiento interno del programa.

Esta tesis está dedicada principalmente a desarrollar un sistema de adquisición de datos en anticipación a futuros experimentos de mezclado de cuatro ondas en átomos fríos. Sin embargo, de manera simultánea se realiza la caracterización y optimización de nuestra trampa magneto-óptica (MOT) utilizada para atrapar y enfriar átomos de rubidio. Estos dos proyectos sirven el propósito de dejar listo el sistema que se utilizará tanto para la generación como para la adquisición de fotones en el experimento. Este trabajo es una guía para el análisis e interpretación de la estadística de fotones individuales generados en el Laboratorio, así como servir de referencia para los valores óptimos de la densidad óptica de la nube atómica como función de distintos parámetros experimentales.

Por contener dos objetivos diferentes, se decidió desarrollar cada proyecto de manera independiente en dos capítulos principales. Así, la estructura de esta tesis es como sigue:

- El **Capítulo 1** es el capítulo principal de este trabajo y se concentra en el estudio de correlaciones temporales para pares de fotones. Al iniciar, se discute la motivación del experimento de mezclado de cuatro ondas para generar bifotones. Luego, se presenta una introducción teórica del estudio cuantitativo de la correlación para fuentes clásicas de luz. Se introduce también un tratamiento cuántico de la correlación y se establece una clasificación de las fuentes

a partir de su estadística.

Después, se describen los distintos sistemas y programas que forman parte del sistema de adquisición de datos. Se da una visión general del funcionamiento del código del programa y de cómo se comunica con los instrumentos. También se incluyen otros sistemas y circuitos que se desarrollaron para el experimento.

Finalmente, se habla de la preparación experimental para medir correlaciones en luz láser, con el propósito de probar el sistema de adquisición. Se caracterizan los fotodiodos de avalancha y se presentan los resultados del experimento.

- La optimización de la MOT se encuentra en el **Capítulo 2**. Se presenta la motivación para hacer espectroscopía en átomos fríos y la importancia de la densidad óptica.

En la subsección de teoría, se presenta la estructura atómica de rubidio 87. Luego, se introducen los mecanismos de enfriamiento y atrapamiento de átomos que usa la MOT. Un modelo atómico sencillo de dos niveles es introducido para explicar el fenómeno de absorción en átomos, así como para definir la densidad óptica de la nube a partir de la transmisión de un haz débil de prueba.

Por último, se presenta el montaje para las medidas de densidad óptica, así como los resultados obtenidos al variar distintos parámetros experimentales. Se da un análisis cualitativo de las mediciones y se discuten las características de los espectros registrados.

- En el **Capítulo 3** se presentan las conclusiones de este trabajo. Contiene también la visión a futuro para la continuación de este proyecto.
- Se incluye además un **Apéndice** con una guía de usuario extensa para el sistema de adquisición de datos del experimento.

1. Sistema de adquisición de datos

1.1. Motivación

La motivación inicial para la generación de bifotones en el Laboratorio es el estudio de su correlación temporal. Esto nos da información cuantitativa acerca de su naturaleza cuántica para realizar posteriormente otros experimentos.

Para poder analizar la correlación de bifotones, es necesario usar un sistema de adquisición capaz de analizar los pares de fotones generados por procesos de mezclado de cuatro ondas. En este capítulo se presenta una introducción a la teoría de estadística de fotones individuales y su implementación experimental, así como el desarrollo del sistema de adquisición de datos que será usado por el Laboratorio para estos experimentos en átomos fríos de ^{87}Rb .

El primer propósito del estudio de fotones individuales es estudiar las correlaciones entre ellos. En 1986, Grangier et al [12] generaron haces de fotones individuales utilizando decaimientos atómicos en cesio para demostrar algunas propiedades cuánticas de la luz. En particular, buscaban estudiar las correlaciones entre fotodetectores para las salidas de transmisión y reflexión en un divisor de haz. Si — citando a Grangier — *sólo se puede detectar un fotón una sola vez*, entonces habremos probado propiedades granulares de la luz y no habría duda de que sólo se puede describir de manera cuántica, i.e., con su función de onda. Así, la medición de correlaciones temporales entre fotones es una herramienta fundamental para estudiar la naturaleza cuántica de la luz.

1.1.1. Sistema óptico de captura

El arreglo óptico se divide en la parte de bombeo (la luz que llega a la nube de átomos) y la parte de adquisición (la luz generada por el FWM, que será analizada). Esta sección se enfoca en la óptica de adquisición.

En este montaje experimental, los haces de bombeo son colineales y los fotones generados también lo serán. El montaje de la óptica de adquisición consiste principalmente en un arreglo de filtros de interferencia SEMROCK LL01-780 y LL01-808 para filtrar la luz que se generará en el FWM de los haces de atrapamiento que son mucho más potentes. A cada ángulo, estos filtros de interferencia transmiten una longitud de onda central y reflejan el resto. Después de filtrar los haces de bombeo, la luz generada fue acoplada a dos fotodiodos de avalancha (APDs) para la detección de fotones individuales por medio de fibras monomodo.

Aún con técnicas estándar hoy en día, la tasa de generación de bifotones en experimentos de este tipo es baja [14]; es por esto que es importante obtener la mayor

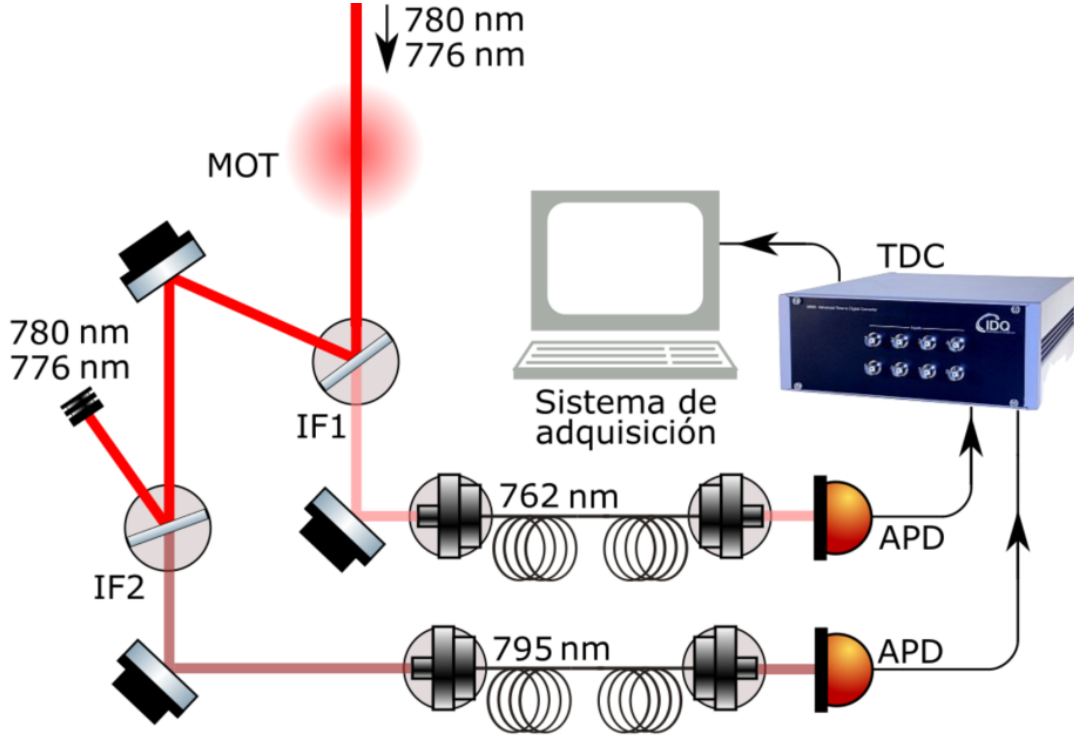


Figura 1: Óptica de adquisición para FWM. El filtro IF1 deja pasar luz de 762 nm y el IF2 deja pasar luz de 795 nm. Un color más tenue indica que la intensidad de los haces generados es muy baja. Esta luz se enviará al TDC para analizar correlaciones.

eficiencia posible a la hora de acoplar las fibras ópticas. El problema del acoplamiento consiste en la alineación del haz incidente y de la fibra para maximizar la potencia transferida. El acoplamiento de luz láser a una fibra monomodo es un problema de empaquetamiento de modos [16]. Para un láser con distribución Gaussiana, el diámetro $1/e^2$ D incidente sobre una lente de distancia focal f necesario para producir una mancha focalizada de diámetro ω es:

$$f = D \frac{\pi \omega}{4 \lambda}, \quad (1)$$

donde λ es la longitud de onda del láser. La eficiencia del acoplamiento dependerá de qué tanto podemos empaquetar el tamaño de la mancha focalizada ω con el diámetro de la fibra óptica. De la ecuación 1, vemos que el diámetro del haz es un parámetro controlable importante para conseguir un buen acoplamiento. Por esto, se decidió escribir un sencillo programa de computadora para analizar perfiles de haces láser utilizando fotos tomadas con un chip CCD. Este programa se usó para controlar el tamaño de los haces que serán acoplados a las fibras que van a los APDs. La descripción del perfilómetro de láseres se encuentra en la sección 1.3.1.

Como se muestra en la Figura 1, para la detección y procesamiento de señales se utilizan dos instrumentos: algunos APD de silicón (*id120*) y un etiquetador de cuentas temporales (*id800*) de IDQuantique.

Un APD es un diodo p-n con una ganancia alta. Estos instrumentos tienen un mecanismo interno de amplificación, que genera señales eléctricas con alta tasa señal-ruido como respuesta a detecciones de un sólo fotón [17]. Las cuentas detectadas por un APD pueden tener distintas fuentes:

- Fotones individuales, que pueden ser registrados correctamente o como *afterpulses*.
- *Cuentas oscuras*, señales generadas por el mismo APD sin luz externa incidente. La tasa de cuentas oscuras (*dark count rate*) es dependiente de la temperatura del detector y el voltaje de polarización (bias). El fabricante del *id120* indica un valor de cuentas oscuras de < 200 Hz para un voltaje de polarización máximo.

Los APD *id120* cuentan con una zona de detección de $500\text{ }\mu\text{m}$ de diámetro y una eficiencia cuántica de 80 % para 800 nm. Es necesario optimizar los valores del voltaje de bias aplicado para minimizar el *afterpulsing* y la tasa de cuentas oscuras. Una descripción general más detallada de el funcionamiento y optimización de APDs puede encontrarse en [18].

Una desventaja de la elección de *id120* es que no tienen un trigger interno capaz de ser activado de manera externa, por lo que fue necesario diseñar un circuito de conmutación (*gating*) utilizando búferes de tres estados. Este circuito se construyó para este trabajo y una descripción se encuentra en la sección 1.3.3.

Finalmente, el *id800* es un módulo etiquetador de cuentas temporales (time-to-digital converter, o TDC por sus siglas en inglés). Cuenta con 8 canales de entrada BNC con una resolución temporal de 81ps para coincidencias de eventos en canales distintos. El *id800* cuenta con un software de LabView para el procesamiento de cuentas, pero la funcionalidad que ofrecía no era adecuada para experimentos de FWM. Por ello, se optó por escribir una biblioteca completa para Python 3.6 para permitir la programación del módulo. Con esta biblioteca, se escribió un programa para procesar y visualizar en tiempo real las cuentas que el TDC reciba.

Todo el software, la electrónica y las pruebas correspondientes se encuentran en la sección 1.3.

1.2. Teoría

En esta sección se presentará una descripción de los elementos teóricos utilizados en este capítulo. Partiendo de una descripción clásica de la luz, se introducirán los conceptos de *coherencia* de primer y segundo grado, que nos permitirán clasificar luz de distintas fuentes de acuerdo a la estadística que siguen. Finalmente, se realizará una cuantización del campo. Este desarrollo sigue principalmente la exposición de Kenyon [19], Loudon [20] y Fox [21].

1.2.1. Óptica clásica

Aunque muchos efectos ópticos clásicos pueden ser descritos por óptica geométrica, para poder explicar efectos como interferencia y difracción, que necesitan el tratamiento clásico de la luz como ondas. La teoría de Maxwell de la luz como ondas electromagnéticas está descrita en términos del campo eléctrico $\mathcal{E}(\mathbf{r}, t)$ y el campo magnético $\mathcal{B}(\mathbf{r}, t)$; para el campo electromagnético en materiales, se definen de manera más general el campo de desplazamiento $\mathcal{D}(\mathbf{r}, t)$ y la cantidad magnética $\mathcal{H}(\mathbf{r}, t)$. En un material homogéneo e isotrópico, la descripción de estos campos generales es:

$$\mathcal{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathcal{E} \qquad \mathcal{B} = \mu_0 \mu_r \mathcal{H},$$

donde ϵ_0 y μ_0 son la permitividad eléctrica y permeabilidad magnética del vacío, respectivamente, y ϵ_r y μ_r la permitividad eléctrica y permeabilidad magnética del medio.

Las ecuaciones que describen la respuesta de un medio al campo eléctrico y magnético fueron compiladas por Maxwell:

$$\nabla \cdot \mathcal{D} = \rho, \tag{2}$$

$$\nabla \cdot \mathcal{B} = 0, \tag{3}$$

$$\nabla \times \mathcal{E} = -\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial t}, \tag{4}$$

$$\nabla \times \mathcal{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial t}, \tag{5}$$

donde ρ es la densidad de carga libre y \mathbf{j} la corriente de carga libre. En el vacío (y sin densidad ni corriente de carga libre) $\epsilon_r = \mu_r = 1$ y las ecuaciones de Maxwell son:

$$\nabla \cdot \mathcal{E} = 0, \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \mathcal{B} = 0, \quad (7)$$

$$\nabla \times \mathcal{E} = -\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial t}, \quad (8)$$

$$\nabla \times \mathcal{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}, \quad (9)$$

Tomando el rotacional de la ecuación 8, y combinándolo con la ecuación 9:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathcal{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \mathcal{B} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial^2 t}.$$

Por otro lado, utilizando que para cualquier campo vectorial \mathcal{A} es cierto que:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathcal{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathcal{A}) - \nabla^2 \mathcal{A},$$

y el hecho que el primer término del lado derecho es cero por la ecuación 6, tenemos que

$$\nabla^2 \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathcal{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial^2 t}, \quad (10)$$

que corresponde a una ecuación de onda con velocidad $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = 2.998 \times 10^8 \text{ms}^{-1}$, que es la velocidad de la luz en el vacío. De una manera análoga se encuentra una ecuación de onda para el campo magnético \mathcal{B} .

1.2.2. La función de correlación de primer orden

Para poder describir la correlación temporal entre dos haces de luz, es necesario entender el efecto de interferencia. La interferencia es el efecto de la recombinación de dos ondas en movimiento; patrones de interferencia ocurren cuando estas dos ondas presentan una diferencia relativa de fase. Un patrón de interferencia es indispensable para estudiar la coherencia entre ondas.

Si dos trenes de onda presentan una relación bien determinada de fase entre ellos, se dice que son *coherentes*. En una situación ideal, si conocemos esta relación de fase para un tiempo inicial, podríamos deducir la fase relativa en todo momento. La vida real, por desgracia, no funciona así y en realidad tenemos fluctuaciones en la fase que suceden conforme pasa el tiempo. Sin embargo, si la diferencia de fase entre las dos ondas permanece relativamente constante dentro de un intervalo τ_c , decimos que son *parcialmente coherentes* con un tiempo de coherencia τ_c . En este sentido, la coherencia es una medida de la estabilidad de frecuencia de la luz: podremos predecir

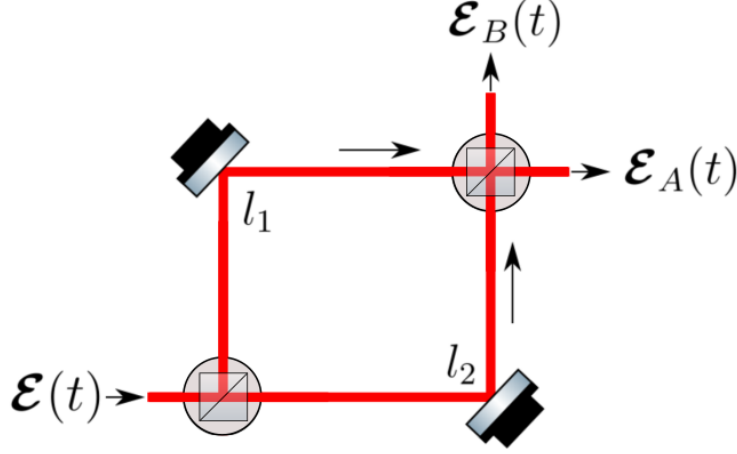


Figura 2: Interferómetro de Mach-Zehnder. El haz original \mathcal{E} se divide en dos brazos con distancia l_1 y l_2 .

acertadamente la fase de una onda para un tiempo $t + \tau$, siempre y cuando $\tau \ll \tau_c$. De manera inmediata podemos obtener la distancia de coherencia $d_c = c\tau_c$ y medir la fase en dos puntos distintos en el espacio.

Para cuantificar la coherencia, calculamos la *correlación*. La Figura 2 muestra un esquema sencillo del interferómetro de Mach Zehnder. Supongamos que tenemos un campo eléctrico incidente $\mathcal{E}(t)$ incidente sobre el primer divisor de haz, que asumimos idéntico al segundo y ambos con coeficiente de reflexión \mathcal{R} y coeficiente de transmisión \mathcal{T} . Después de pasar por el primer divisor, el haz reflejado y el transmitido recorren una distancia l_1 y l_2 , respectivamente, usualmente diseñadas de distinta magnitud. Al recombinarse en el segundo divisor, tendremos dos salidas:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_A(t) &= \mathcal{R}\mathcal{T}\mathcal{E}(t_1) + \mathcal{T}\mathcal{R}\mathcal{E}(t_2) \propto \mathcal{E}(t_1) + \mathcal{E}(t_2), \\ \mathcal{E}_B(t) &= \mathcal{T}\mathcal{T}\mathcal{E}(t_2) + \mathcal{R}\mathcal{R}\mathcal{E}(t_1),\end{aligned}$$

con $t_1 = t - l_1/c$ y $t_2 = t - l_2/c$.

Consideremos la intensidad del campo $\mathcal{E}_A(t)$ al tiempo t :

$$I_A(t) \propto |\mathcal{E}(t_1) + \mathcal{E}(t_2)|^2 = \mathcal{E}(t_1)^2 + \mathcal{E}(t_2)^2 + 2\mathcal{E}(t_1) \cdot \mathcal{E}(t_2).$$

En la realidad no podemos medir la intensidad de manera instantánea, por lo que tomamos la intensidad promediada:

$$\langle I_A(t) \rangle \propto \langle \mathcal{E}(t_1)^2 \rangle + \langle \mathcal{E}(t_2)^2 \rangle + 2\langle \mathcal{E}(t_1) \cdot \mathcal{E}(t_2) \rangle. \quad (11)$$

Vemos que tenemos tres contribuciones a la intensidad medida. Las primeras dos corresponden a la intensidad que mediríamos de cada campo después de recorrer su brazo del interferómetro de manera independiente, *i.e.*, sin efectos de interferencia. Sin embargo, el tercer término contiene la información de la *correlación* de cada haz.

Si — sin pérdida de generalidad — consideramos que $t_1 < t_2 = t_1 + \tau$ (y $\tau > 0$), podemos ver que la correlación dependerá de esta diferencia temporal τ a partir de un tiempo dado, más que de valores particulares de t_1 o t_2 , siempre y cuando la naturaleza de $\mathcal{E}(t)$ nos permita tomar promedios sin mucho problema. De manera más general, el tercer término está definido de manera estadística como:

$$\langle \mathcal{E}(t) \cdot \mathcal{E}(t + \tau) \rangle = \frac{1}{T} \int_T dt \mathcal{E}^*(t) \mathcal{E}(t + \tau) \equiv \langle \mathcal{E}^*(t) \mathcal{E}(t + \tau) \rangle, \quad (12)$$

que se conoce como la *función de correlación de primer orden*. El *grado de coherencia temporal de primer orden* se define como la versión normalizada de la función de correlación de primer orden:

$$g^{(1)}(\tau) = \frac{\langle \mathcal{E}^*(t) \mathcal{E}(t + \tau) \rangle}{\langle \mathcal{E}^*(t) \mathcal{E}(t) \rangle}. \quad (13)$$

Veamos cómo se ve $g^{(1)}(\tau)$ para distintos tipos de luz.

Luz caótica

Consideremos a una fuente de luz caótica como un ensamble de muchos átomos que emiten luz de manera independiente unos de otros. Si se da una colisión entre ellos, la fase de la luz emitida cambia aleatoriamente (que permanece constante hasta que ocurra otra colisión) pero su amplitud E_0 y frecuencia ω_0 permanecen constantes. Podemos modelar este cambio de fase como una función $\varphi(t)$ con dominio $[0, 2\pi]$, y si observamos este campo en un punto espacial fijo:

$$\mathcal{E}(t) = E_0 e^{-i\omega_0 t + i\varphi(t)}.$$

El cambio de fase de la luz emitida por un átomo es independiente de todos los demás. Suponiendo que podemos superponer cada campo individual para obtener el campo eléctrico total:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(t) &= \mathcal{E}_1(t) + \mathcal{E}_2(t) + \dots + \mathcal{E}_n(t) \\ \mathcal{E}(t) &= E_0 e^{-i\omega_0 t} (e^{i\varphi_1(t) + i\varphi_2(t) + \dots + i\varphi_n(t)}) \end{aligned}$$

Si calculamos $g^{(1)}(\tau)$ para esta fuente de luz:

$$\begin{aligned}\langle \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}(t+\tau) \rangle &= E_0^2 e^{-i\omega_0\tau} \times \langle \{e^{-i\varphi_1(t)} + e^{-i\varphi_2(t)} + \dots + e^{-i\varphi_n(t)}\} \\ &\quad \times \{e^{i\varphi_1(t+\tau)} + e^{i\varphi_2(t+\tau)} + \dots + e^{i\varphi_n(t+\tau)}\} \rangle.\end{aligned}$$

Al tomarse el promedio estadístico, los términos cruzados se eliminan pues corresponden a saltos aleatorios distintos (y promedian cero al considerarse el ensamble completo). Así,

$$\begin{aligned}\langle \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}(t+\tau) \rangle &= E_0^2 e^{-i\omega_0\tau} \sum_{j=1}^n \langle e^{i\phi_j(t+\tau)-i\phi_j(t)} \rangle \\ &= nE_0^2 e^{-i\omega_0\tau} \langle e^{i\phi_j(t+\tau)-i\phi_j(t)} \rangle \\ &= n\langle \mathcal{E}_j^*(t)\mathcal{E}_j(t+\tau) \rangle,\end{aligned}\tag{14}$$

ya que cada átomo es indistinguible de los demás.

Finalmente, calculemos $\langle \mathcal{E}_j^*(t)\mathcal{E}_j(t+\tau) \rangle$. De la teoría cinética de los gases, sabemos que la probabilidad de que haya un tiempo entre colisiones dentro del intervalo $[\tau, \tau + d\tau]$ (donde la fase del campo es constante) es:

$$p(\tau)d\tau = (1/\tau_c)e^{(\tau/\tau_c)}d\tau,\tag{15}$$

donde τ_c es el tiempo característico de vuelo, o tiempo de coherencia. Usando esta distribución de probabilidad para calcular $\langle \mathcal{E}_j^*(t)\mathcal{E}_j(t+\tau) \rangle$,

$$\begin{aligned}\langle \mathcal{E}_j^*(t)\mathcal{E}_j(t+\tau) \rangle &= E_0^2 e^{-i\omega_0\tau} \langle e^{i\phi_j(t+\tau)-i\phi_j(t)} \rangle \\ &= E_0^2 e^{-i\omega_0\tau} \int_{\tau}^{\infty} d\tau' p(\tau') \\ &= E_0^2 e^{-i\omega_0\tau} e^{\tau/\tau_c}.\end{aligned}$$

Finalmente, de la ecuación 14 obtenemos que:

$$g^{(1)}(\tau) = e^{-i\omega_0\tau - \tau/\tau_c}.\tag{16}$$

Para una fuente de luz caótica con ensanchamiento Doppler se puede hacer un análisis similar. Partiendo de la expresión del campo eléctrico para este tipo de luz:

$$\mathcal{E}(t) = E_0 \sum_{i=1}^n e^{-i\omega_i t + i\varphi_i}.$$

Aunque la fase del i -ésimo átomo es constante (dado que asumimos que no hay colisiones atómicas), están distribuidos de manera aleatoria y las contribuciones de

fase de distintos átomos promediará cero. Además, cada átomo tiene una frecuencia de radiación ω_i recorrida de la frecuencia central ω_0 , determinada por su velocidad.

Calculando $\langle \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}(t+\tau) \rangle$, obtenemos que:

$$g^{(1)}(\tau) = e^{-i\omega_0\tau - \frac{\pi}{2}(\tau/\tau_c)^2}. \quad (17)$$

De las ecuaciones 16 y 17, vemos que la magnitud de $g^{(1)}(\tau)$ para luz caótica ensanchada por colisiones tiene un perfil Lorentziano, mientras que para luz caótica ensanchada por Doppler presenta un perfil Gaussiano. En ambos casos, $|g^{(1)}(0)| = 1$ es el máximo y decrece monotónicamente hacia 0.

Luz láser

De manera ideal, un láser emite una sola frecuencia y tiene coherencia perfecta. Podemos describirlo por una onda sinusoidal con una fase φ bien definida en todo momento, y observándolo en un punto fijo a lo largo de la dirección de propagación:

$$\mathcal{E}(t) = E_0 e^{-i\omega_0 t + i\varphi}. \quad (18)$$

Se sigue entonces que:

$$\langle \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}(t+\tau) \rangle = E_0^2 e^{-i\omega_0\tau},$$

y

$$g^{(1)}(\tau) = e^{-i\omega_0\tau}. \quad (19)$$

Es inmediato que $|g^{(1)}(\tau)| = 1$ para todo τ , que significa que la luz láser es perfectamente coherente. Sin embargo, un láser real emite en un intervalo de frecuencias centrado en ω y típicamente presenta tiempos de coherencia de milisegundos [?].

1.2.3. La función de correlación de segundo orden

El experimento de interferencia de intensidades que realizaron Hanbury Brown y Twiss [22] en 1956 fue uno de los primeros estudios que mostró que el análisis de las correlaciones entre intensidades era interesante. Justo como consideramos el grado de coherencia temporal de primer orden como una medida de la correlación entre amplitudes del campo eléctrico, el *grado de coherencia temporal de segundo orden* es una medida de la correlación entre sus intensidades. La función $g^{(2)}(\tau)$ mide esencialmente fluctuaciones en la intensidad y se define como:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}^*(t+\tau)\mathcal{E}(t+\tau)\mathcal{E}(t) \rangle}{\langle \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}(t) \rangle \langle \mathcal{E}^*(t+\tau)\mathcal{E}(t+\tau) \rangle} = \frac{\langle I(t)I(t+\tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle \langle I(t+\tau) \rangle}. \quad (20)$$

De acuerdo con esta descripción, es posible probar con la desigualdad de *Cauchy-Schwartz* que:

$$1 \leq g^{(2)}(0) \quad (21)$$

$$g^{(2)}(\tau) \leq g^{(2)}(0). \quad (22)$$

Para una fuente clásica de luz láser como la descrita por la ecuación 18, es trivial probar que:

$$g^{(2)}(\tau) = 1 \quad (23)$$

para todo τ . La luz láser también es coherente temporalmente en intensidad.

Para las fuentes de luz caótica se puede demostrar que, si se tiene un número n muy grande de átomos, es válido:

$$\langle \mathcal{E}^*(t) \mathcal{E}^*(t + \tau) \mathcal{E}(t + \tau) \mathcal{E}(t) \rangle = n^2 [\langle \mathcal{E}_i^*(t) \mathcal{E}_i(t) \rangle^2 + |\langle \mathcal{E}_i^*(t) \mathcal{E}_i(t + \tau) \rangle|^2]. \quad (24)$$

Usando la ecuación 24 en la definición de $g^{(2)}$, tenemos que para luz caótica (y para $n \gg 1$):

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + |g^{(1)}(\tau)|^2,$$

quedando para luz caótica con colisiones y con ensanchamiento Doppler:

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + e^{-2\tau/\tau_c}, \quad g^{(2)}(\tau) = 1 + e^{-\pi(\tau/\tau_c)^2}. \quad (25)$$

En la Figura 3 vemos la forma de $g^{(2)}(\tau)$ para las tres fuentes clásicas de luz tratadas hasta ahora. Notamos que en los tres casos, las ecuaciones 21 y 22 se cumplen.

1.2.4. Cuantización del campo

Hasta ahora, sólo hemos tratado de forma clásica las fuentes de luz. Nos gustaría ver qué pasa con la función $g^{(2)}(\tau)$ al seguir un tratamiento cuántico. De la teoría clásica del campo electromagnético [20], sabemos que el campo eléctrico $\mathcal{E}(\mathbf{r}, t)$ y el campo magnético $\mathcal{B}(\mathbf{r}, t)$ son campos vectoriales dependientes del tiempo que en vacío dependen de un tercer campo $\mathcal{A}(\mathbf{r}, t)$ (el potencial vectorial) y un campo escalar $\phi(\mathbf{r}, t)$:

$$\begin{aligned} \mathcal{B}(\mathbf{r}, t) &= \nabla \times \mathcal{A}(\mathbf{r}, t), \\ \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) &= -\nabla \phi(\mathbf{r}, t) - \frac{\partial \mathcal{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}. \end{aligned}$$

De acuerdo a las expresiones anteriores, el Hamiltoniano clásico tiene la forma

$$H = \frac{1}{2} \epsilon_0 \int \int \int_V d^3r \left(|\mathcal{E}(\mathbf{r}, t)|^2 + c^2 |\mathcal{B}(\mathbf{r}, t)|^2 \right). \quad (26)$$

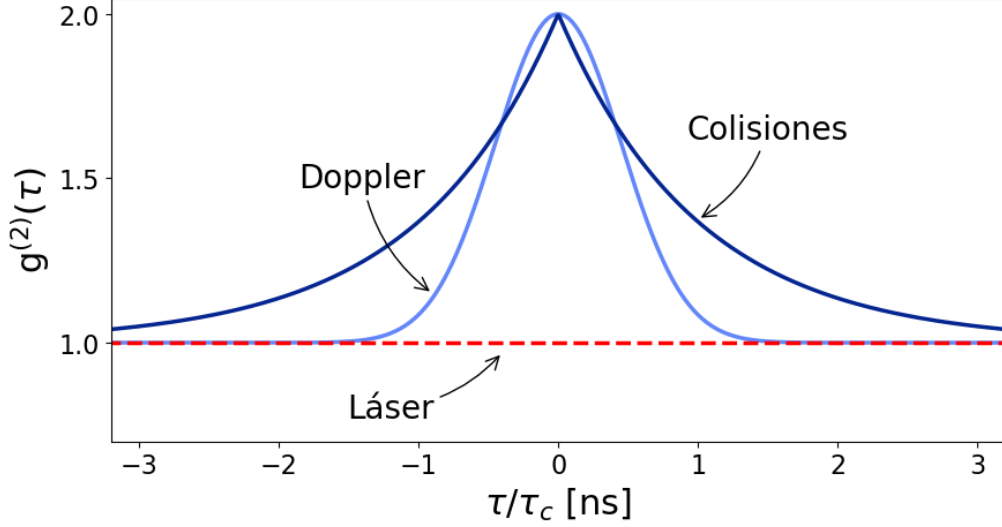


Figura 3: $g^{(2)}(\tau)$ clásica para luz láser, luz caótica ensanchada por colisiones y luz caótica ensanchada por efecto Doppler.

Tomando la norma de Coulomb, (para la cual $\nabla \cdot \mathcal{A} = 0$), se puede demostrar que la expansión de Fourier del potencial vectorial es:

$$\mathcal{A}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\mu=\pm 1} \left(\mathbf{e}^{(\mu)}(\mathbf{k}) a_{\mathbf{k}}^{(\mu)}(t) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} + \mathbf{e}^{*(\mu)}(\mathbf{k}) a_{\mathbf{k}}^{*(\mu)}(t) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \right), \quad (27)$$

con $\mathbf{e}^{(\pm 1)}$ los vectores unitarios de polarización circular y \mathbf{k} es el vector de onda.

Si aplicamos las reglas de cuantización que postula Loudon [20] para los coeficientes de la serie de Fourier $a_{\mathbf{k}}^{(\pm 1)}(t)$, es posible demostrar que el Hamiltoniano dado se vuelve:

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}, \mu} \hbar \omega_{\mathbf{k}} \left(\hat{a}^{\dagger(\mu)}(\mathbf{k}) \hat{a}^{(\mu)}(\mathbf{k}) + \frac{1}{2} \right). \quad (28)$$

Este Hamiltoniano se asemeja mucho al de un oscilador armónico expresado en función de los operadores \hat{a}^{\dagger} de creación y \hat{a} de aniquilación:

$$\hat{H} = \hbar \omega \left(\hat{a}^{\dagger} \hat{a} + \frac{1}{2} \right). \quad (29)$$

Esto, y la naturaleza ondulatoria y periódica de la luz, hacen razonable describir el comportamiento cuántico en el formalismo del oscilador armónico. Los eigenestados

de este Hamiltoniano son $|n\rangle$, y les corresponde una energía:

$$E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (30)$$

Los operadores \hat{a}^\dagger y \hat{a} actúan en estos estados de la forma:

$$\begin{aligned} \hat{a}^\dagger \hat{a} |n\rangle &= \hat{n} |n\rangle, \\ \hat{a} |n\rangle &= \sqrt{n} |n-1\rangle, \\ \hat{a}^\dagger |n\rangle &= \sqrt{n+1} |n+1\rangle. \end{aligned}$$

En la descripción de óptica cuántica, estos estados $|n\rangle$ describe el número de excitaciones con energía $\hbar\omega$; estas excitaciones reciben el nombre de *fotones*.

1.2.5. Estadística de fotones individuales

La óptica cuántica está encargada de estudiar a los haces de luz como un chorro de fotones en vez de la descripción clásica de ondas. Para hacer esto, es útil ver estudiar la estadística de este haz de fotones. La intensidad de este campo está dado por el valor esperado del operador \hat{n} , que es equivalente al número promedio de fotones en el haz. Esto quiere decir que:

$$\langle I \rangle \propto \langle \hat{n} \rangle = \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle \equiv \bar{n}. \quad (31)$$

Con esto, vale la pena volver a definir la función de correlación de segundo orden en función del operador \hat{n} :

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \hat{a}^\dagger(t) \hat{a}^\dagger(t+\tau) \hat{a}(t+\tau) \hat{a}(t) \rangle}{\langle \hat{a}^\dagger(t) \hat{a}(t) \rangle \langle \hat{a}^\dagger(t+\tau) \hat{a}(t+\tau) \rangle} = \frac{\langle \hat{n}(t) \hat{n}(t+\tau) \rangle}{\langle \hat{n}(t) \rangle \langle \hat{n}(t+\tau) \rangle}. \quad (32)$$

Veamos los resultados de $g^{(2)}(\tau)$ para las fuentes de luz usadas en la sección 1.2.2. Para un haz coherente, nos preguntamos cuál es la probabilidad $\mathcal{P}(n)$ de encontrar n fotones en un haz de longitud L partido en N subsegmentos. Esto resulta equivalente a encontrar n subsegmentos con un sólo fotón y $N - n$ con ninguno, en cualquier orden. Este problema se puede describir con una distribución binomial:

$$\mathcal{P}(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n (1-p)^{N-n}.$$

Como $p = \bar{n}/N$ es la probabilidad de encontrar un fotón en un subsegmento, tenemos que:

$$\mathcal{P}(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} \left(\frac{\bar{n}}{N} \right)^n \left(1 - \frac{\bar{n}}{N} \right)^{N-n} = \frac{1}{n!} \left(\frac{N!}{(N-n)! N^n} \right) \bar{n}^n \left(1 - \frac{\bar{n}}{N} \right)^{N-n}.$$

Queremos tomar el límite cuando $N \rightarrow \infty$. Usando la fórmula de Stirling y el teorema del binomio para demostrar que:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{N!}{(N-n)!N^n} \right] = 0, \quad \left(1 - \frac{\bar{n}}{N} \right)^{N-n} = \exp(-\bar{n}),$$

tenemos que la probabilidad $\mathcal{P}(n)$ cuando $N \rightarrow \infty$ es:

$$\mathcal{P}(n) = \frac{\bar{n}^n}{n!} e^{-\bar{n}}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (33)$$

que es una **distribución Poissoniana**. En general, una distribución Poissoniana expresa la probabilidad de que ocurra un número de eventos en un tiempo dado si hay una frecuencia de ocurrencia media y cada evento es independiente de todos los demás. Esto significa que la detección de cada fotón está aleatoriamente espaciada. Para este tipo de distribuciones, la *varianza* está dada por:

$$(\Delta n)^2 = \sum_{n=0}^{\infty} (n - \bar{n})^2 \mathcal{P}(n) = \bar{n}, \quad (34)$$

lo que significa que la *desviación estándar* cumple con

$$\Delta n = \sqrt{\bar{n}}. \quad (35)$$

Por otro lado, la luz térmica está definida como la radiación electromagnética emitida por un cuerpo negro, y presentan una densidad de energía dentro del rango de emisión $[\omega, \omega + d\omega]$ de acuerdo a la Ley de Planck:

$$\rho(\omega, T) d\omega = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{d\omega}{\exp(\hbar \omega / k_B T) - 1}.$$

Cada modo oscilatorio tiene la energía dada por la ecuación 30 y, de acuerdo a la mecánica estadística, la probabilidad de que se encuentren n fotones en el modo correspondiente a ω es:

$$\mathcal{P}_\omega(n) = \frac{\exp(-n\hbar\omega/k_B T)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-n\hbar\omega/k_B T)}. \quad (36)$$

Para este tipo de luz, es posible demostrar que $\bar{n} = 1/(\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1)$, y la probabilidad 36 es :

$$\mathcal{P}_\omega(n) = \frac{1}{\bar{n} + 1} \left(\frac{\bar{n}}{\bar{n} + 1} \right)^n, \quad (37)$$

que es una **distribución de Bose-Einstein**. Para este tipo de luz,

$$(\Delta n)^2 = \bar{n} + \bar{n}^2 \geq \bar{n}. \quad (38)$$

Este resultado nos muestra que la varianza de una distribución de Bose-Einstein siempre es mayor que la de una distribución Poissoniana. Las fluctuaciones de intensidad en la luz caótica clásica se asemejan mucho a las de la luz térmica descritas aquí, y presentan una estadística similar.

Con este análisis, es conveniente definir una clasificación para las estadísticas de fotones en función de su desviación estándar:

- **Super-Poissoniana:** $\Delta n > \sqrt{\bar{n}}$,
- **Poissoniana:** $\Delta n = \sqrt{\bar{n}}$,
- **Sub-Poissoniana:** $\Delta n < \sqrt{\bar{n}}$.

La interpretación de que la luz térmica sea super-Poissoniana significa que los fotones que se detectan vienen en promedio con una separación temporal menor a la frecuencia media de ocurrencia, lo que sugiere que llegan en “paquetes” (o *bonches*). A este efecto se le conoce como *bunching*.

Veamos a $g^{(2)}(\tau = 0)$. Utilizando la regla de conmutación $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$ podemos encontrar de la ecuación 32 que:

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle \hat{n}^2 \rangle - \langle \hat{n} \rangle^2}{\langle \hat{n} \rangle^2} = 1 + \frac{\Delta n^2 - \bar{n}}{\bar{n}^2}. \quad (39)$$

Vemos con esto que para luz perfectamente coherente, $g^{(2)}(0) = 1$ y que para luz térmica, $g^{(2)}(0) > 1$. Sin embargo, si tuviéramos una distribución sub-Poissoniana, se tiene que $g^{(2)}(0) < 1$. Notemos que en la descripción clásica, de acuerdo a la ecuación 21, cualquier campo electromagnético cumple que $g^{(2)}(0) \geq 1$ y no es posible encontrar un equivalente clásico al resultado para una distribución sub-Poissoniana.

Este resultado —contrastando con el efecto de bunching— significa que los fotones tienden a no llegar al detector muy cerca uno de otro. Si este efecto es constante (es decir, si los fotones llegan regularmente espaciados uno después de otro), se le conoce como *antibunching*.¹ El hecho que $g^{(2)}(0) < 1$ nos dice que la fuente del campo electromagnético que se está analizando no puede ser descrito de manera clásica y es un claro ejemplo de la naturaleza cuántica de la luz.

Podemos ver los resultados obtenidos en esta sección para la estadística de fotones en la Tabla 1:

¹Es importante decir que una estadística sub-Poissoniana no necesariamente quiere decir que hay detrás un proceso óptico que presente antibunching [23]. Sin embargo, por simplicidad, se le considerará así en este trabajo pues son dos efectos que muy frecuentemente se presentan juntos.

Descripción clásica	Efecto de fotones	Estadística	$g^{(2)}(0)$
Luz caótica o térmica	Bunching	Super-Poissoniana	> 1
Coherente	Aleatorios	Poissoniana	$= 1$
—	Antibunching	Sub-Poissoniana	< 1

Tabla 1: $g^{(2)}(0)$ y su correspondiente estadística y descripción clásica para distintas fuentes de luz.

1.3. Sistemas

La principal parte del trabajo de este capítulo consistió en la elaboración de distintos programas y sistemas que serán de utilidad para el experimento de FWM en átomos fríos. Estos sistemas consistieron en un perfilador de haces Gaussianos, la paquetería de uso del TDC y el sistema de adquisición, y la electrónica de *gating*.

1.3.1. Perfilómetro de láseres

Poder caracterizar y manipular un haz láser de manera adecuada siempre es ventajoso en un laboratorio de óptica pues permite optimizar algunas aplicaciones de dicha luz, como acoplamiento a fibras ópticas.

Una manera de caracterizar un haz es analizando su perfil de intensidad espacial en un plano perpendicular a su dirección de propagación. Este perfil de intensidad será distinto para cada láser dependiendo de la cavidad que tenga, aunque un perfil Gaussiano es común en láseres utilizados en el laboratorio. La propagación de los láseres del laboratorio puede aproximarse bastante bien asumiendo que tienen una distribución Gaussiana en 2-D, que corresponde a un perfil de intensidad:

$$I(r) = I_0 e^{\frac{-2r^2}{w^2}}, \quad (40)$$

donde $r^2 = x^2 + y^2$ y w representa el diámetro del haz. w es en realidad una función de $w(z)$ a partir de la distancia en el que el frente de onda es plano; para un corte transversal es constante [24].

Hay varias definiciones de diámetro de haz, y aunque para haces Gaussianos la más común es el diámetro para el cual la intensidad ha caído a $1/e^2$ (13.5 %) de su intensidad original. Otras definiciones — útiles en distintos contextos — son el diámetro $1/e$, *full-width half-maximum* (FWHM) y $D4\sigma$, que corresponden a caídas de intensidad a $1/e$ y 50 % para las primeras dos, respectivamente, y 4 veces la desviación estándar para la última. Para haces Gaussianos ideales, los diámetros de $1/e^2$ y $D4\sigma$ coinciden.

Haciendo uso de una cámara digital, es posible tomar una foto del perfil de intensidad espacial en un plano perpendicular y realizar un análisis en la computadora. La

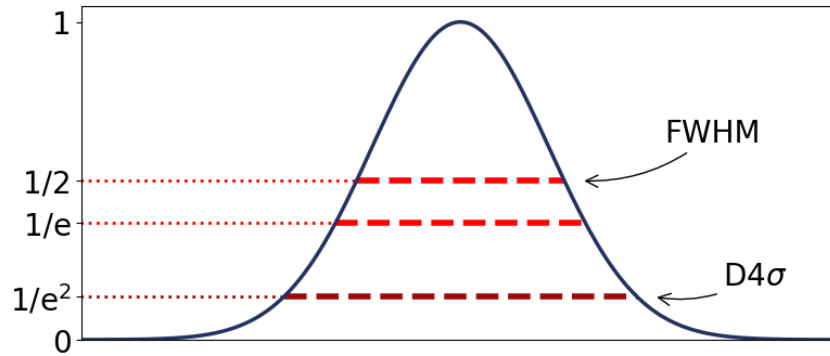


Figura 4: Perfil de intensidad Gaussiano y distintas definiciones de diámetro.

cámara disponible para ese propósito en el laboratorio es una cámara Thorlabs DCC1545M, que cuenta con un chip CCD con una resolución de 1280x1024 píxeles cuadrados de $5.4 \mu\text{m}$ de lado. El chip CCD tiene una intensidad de saturación de aproximadamente $1 \mu\text{W}/\text{cm}^2$, lo que significa que atenuar la luz láser usando filtros de densidad neutral (ND) es necesario.

Una vez que una foto ha sido tomada, es procesada por la computadora y convertida en una matriz de valores dentro del intervalo $[0, 255]$ (pues la cámara toma fotos en 8-bits). Después, el algoritmo realiza un procesamiento sencillo para reducir el ruido en la imagen, ruido que puede provenir tanto de ruido eléctrico en el sensor o por luz de fondo. El algoritmo calcula un valor de offset basado en el valor mediano de los píxeles no iluminados por el haz.

Para el análisis de imágenes, primero hace falta encontrar el centro del haz. Sin embargo, a veces es difícil tener una imagen limpia. A veces la óptica usada está sucia o induce efectos de interferencia por una mala alineación. Por esto, encontrar el centro de un perfil de intensidad a veces no es tan directo como encontrar el píxel de mayor intensidad.

Normalmente, este ruido puede arreglarse si uno usa un iris o limpia bien la óptica, pero a veces es riesgoso cuando el arreglo es grande o complicado. En casos como este, es posible hacer un preprocesamiento de la imagen para intentar limpiar un poco el ruido.

La idea de este pre-procesamiento consiste en remover el ruido en el dominio de frecuencias por medio de la transformada discreta de Fourier en 2D (utilizando el algoritmo de la transformada rápida, o FFT). Para analizar espectros, es conveniente utilizar el hecho de que la transformada de una distribución Gaussiana es también

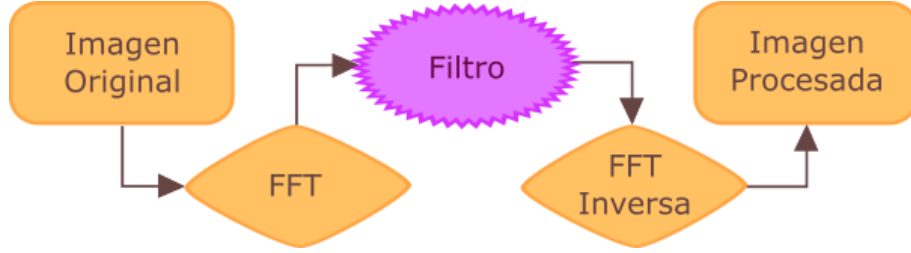


Figura 5: Diagrama de pre-procesamiento para imágenes usando la transformada rápida de Fourier.

una Gaussiana:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}\{I(x, y)\} &= \hat{I}(u, v) = \int \int I_0 \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{r_0^2}\right) \exp(-i2\pi(ux + vy)) dx dy \\
 &= I_0 \int \exp\left(-\frac{x^2}{r_0^2}\right) \exp(-i2\pi ux) dx \int \exp\left(-\frac{y^2}{r_0^2}\right) \exp(-i2\pi vy) dy \\
 &= I_0 \left(\frac{\sqrt{\pi}}{r_0} \exp(-\pi^2 r_0^2 u^2) \right) \left(\frac{\sqrt{\pi}}{r_0} \exp(-\pi^2 r_0^2 v^2) \right) \\
 &= I_0 \frac{\sqrt{\pi}}{r_0} \exp(-\pi^2 r_0^2 (u^2 + v^2)) = \hat{I}_0 \exp\left(-\frac{u^2 + v^2}{z_0^2}\right),
 \end{aligned}$$

donde $\hat{I}_0 = I_0 \frac{\sqrt{\pi}}{r_0}$ es la nueva amplitud de la distribución y $z_0 = \frac{1}{\pi r_0}$ es el nuevo radio. Observamos que si tenemos un haz con perfil ancho, se convertirá en un perfil delgado en el espacio de frecuencias.

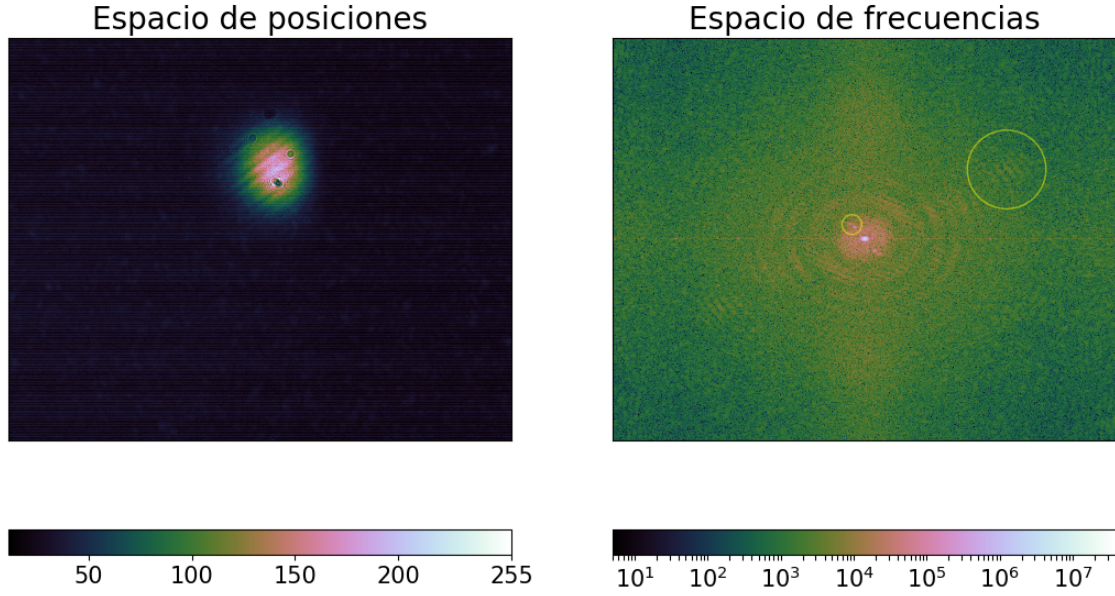


Figura 6: Foto real de un haz y su espectro de frecuencias al aplicarle FFT. En vez de ser perfectamente Gaussiano, vemos que hay franjas de interferencia y otros defectos (ver círculos).

Viendo el espectro de frecuencias, podemos bloquear los puntos que no correspondan al espectro de nuestra Gaussiana. A esto lo llamaremos una *máscara* o filtro. La calidad de la imagen que obtengamos dependerá de la manera en la que se filtran las frecuencias no deseadas [25], en este algoritmo se hace una máscara muy simple. Finalmente, se aplica la transformada inversa de Fourier y se observa que el perfil puede haber mejorado un poco.

Dependiendo de cuánto se bloquee en el espacio de frecuencias cambiará la calidad de la imagen reconstruida: si se bloquea muy poco, no habrá mejora, si se bloquea mucho, se puede perder información del perfil. Esta herramienta es útil cuando se prefiere una estimación medianamente precisa del ancho de un haz con mucho ruido y no se puede arreglar la imagen del con óptica, por lo que se recomienda no abusar de ella para obtener una medición confiable.

Después del pre-procesamiento, se encuentra el *centro de gravedad de la imagen* con un cálculo del primer momento de la intensidad del haz sobre la superficie del CCD en ambas direcciones [26]:

$$\langle x \rangle = \frac{\int I(x, y) x \, dx dy}{\int I(x, y) \, dx dy} \quad \langle y \rangle = \frac{\int I(x, y) y \, dx dy}{\int I(x, y) \, dx dy}.$$

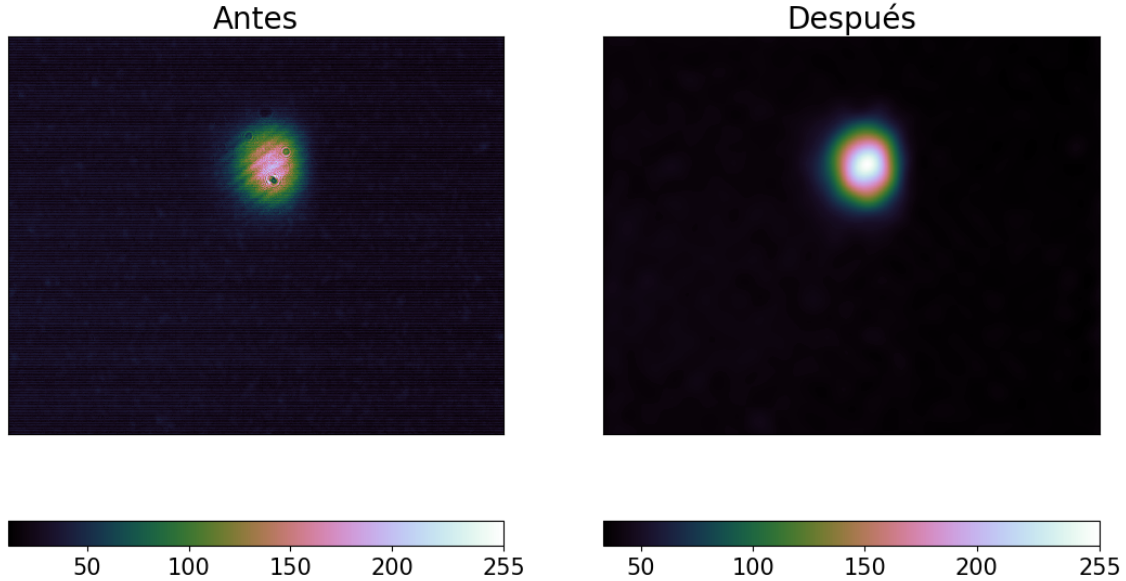


Figura 7: Antes y después de aplicar pre-procesamiento a la foto del haz.

El algoritmo realiza esta integral de manera discreta a lo largo de cada columna y cada fila del arreglo para encontrar el valor de la proyección sobre cada eje. Una vez encontrado el centro del haz, el algoritmo procede a hacer un ajuste una distribución Gaussiana por medio de mínimos cuadrados.

Además de existir como una biblioteca de funciones independiente, se escribió una interfaz gráfica para utilizar el programa como un ejecutable. Actualmente el programa ha pasado a ser utilizado cotidianamente por todos los usuarios del Laboratorio.

1.3.2. Sistema de adquisición de datos

El sistema de adquisición consiste en la paquetería de programación del TDC y el programa de visualización de cuentas. El TDC es un convertidor de cuentas de tiempo a valores digitales que consta en un circuito integrado de aplicación específica (ASIC) que registra eventos en los 8 canales del módulo y los manda a una matriz de puertas programable (FPGA) que los ordena y comprime.

El TDC cuenta con un búfer de entrada que trabaja a una velocidad de 200 millones de eventos por segundo, que resulta en una resolución temporal de 5.5 ns para eventos consecutivos registrados en el mismo canal. Sin embargo, la resolución temporal para eventos registrados en distintos canales es de 81 ps.

Para realizar la comunicación entre el TDC y el resto de los sistemas del laboratorio, fue necesario escribir una paquetería de uso. El diagrama de flujo para el desarrollo

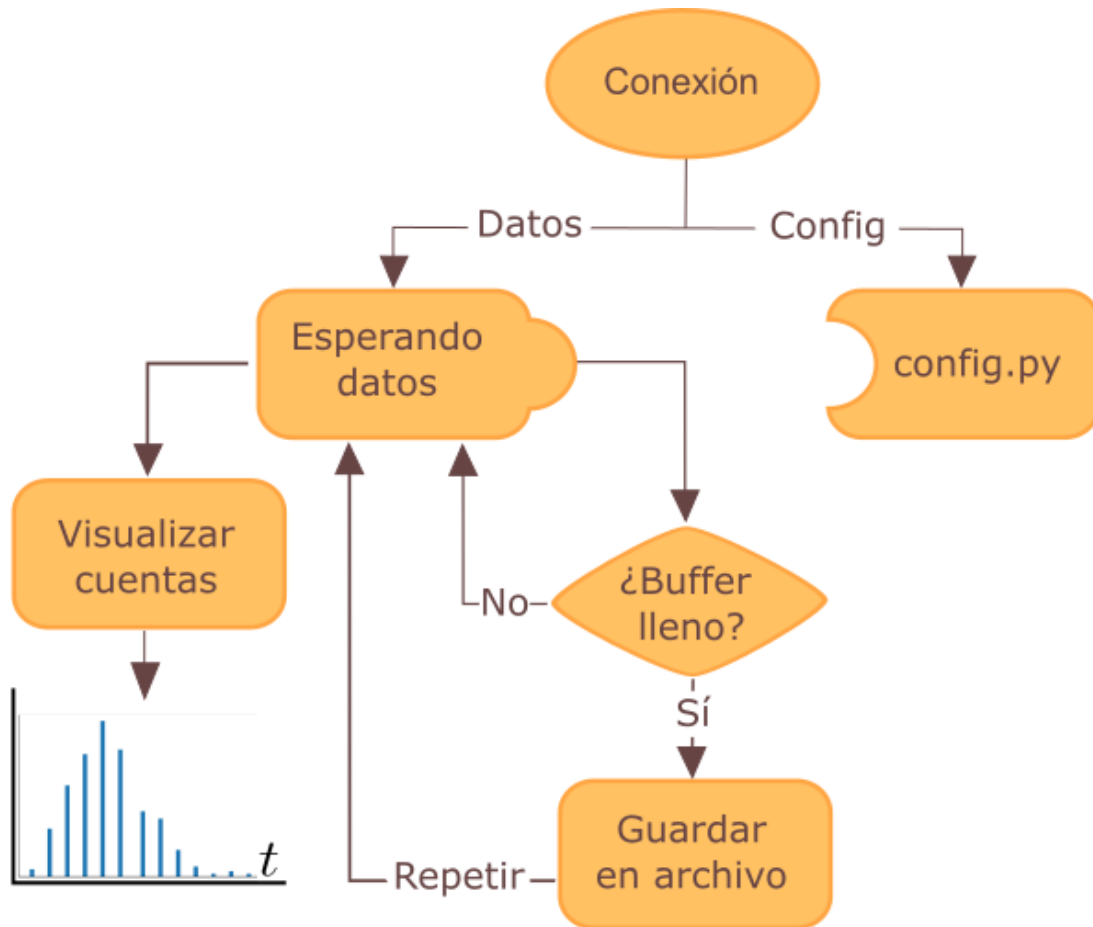


Figura 8: Diagrama de flujo del programa de adquisición. Ver detalles en la sección 1.3.2.

de la paquetería se encuentra en la Figura 8. Una descripción secuencial de lo que hace el programa es:

1. Establecer conexión con el TDC.
2. De manera simultánea, configurar los parámetros del experimento (que incluyen un *búfer de datos* que establece el tamaño de los archivos a crear) y empieza a “escuchar” para registrar eventos que lleguen al TDC.
3. Visualizar en tiempo real las cuentas procesadas.
4. Guardar automáticamente los eventos una vez que el búfer de datos se llene.

La paquetería de uso para el módulo etiquetador de cuentas temporales (TDC) *id800* está escrita en Python 3.6. Esta paquetería hace fuerte uso de `ctypes` que es una

biblioteca de funciones foráneas para Python. Esta paquetería provee compatibilidad de estructuras con C/C++ y el uso de librerías compartidas (DLLs).

El módulo TDC venía con un software de control propietario, un software de Lab-View y ejecutables compilados en C. El desarrollar un software de adquisición propio era importante, pues el lenguaje estándar de programación del Laboratorio de Átomos Fríos es Python 3.6 y estandarizar el código usado por los programas de los experimentos era necesario.

Un manual completo se puede encontrar en el Anexo A y la paquetería está disponible en [27] para uso público.

Se escribió también un programa de visualización de datos en tiempo real con dos funciones específicas de conteo de datos:

- Una función que integra el número de eventos por unidad de tiempo para cada canal.
- Un analizador de diferencias temporales: tomando un evento en un canal como un *inicio*, y el siguiente como un *fin*. De estas diferencias se construye un histograma útil para ver las diferencias temporales entre distintas señales (distintos canales).

El programa de adquisición es parte de un sistema más completo que consiste en los sistemas de control, de imagen y de adquisición de datos para experimentos en átomos fríos.

1.3.3. Circuito de conmutación

Los APDs utilizados no cuentan con un canal de entrada digital que permita prenderlos o apagarlos usando un pulso electrónico. Por esto, se diseñó un pequeño instrumento que funcionara como compuerta digital para los eventos que registra el TDC.

Este circuito de conmutación es básicamente un circuito AND adecuado a las especificaciones de voltaje de salida de los APDs (TTL de bajo voltaje o LVTTTL), de entrada del TDC (TTL o LVTTTL) y los pulsos del sistema de control (TTL). Se decidió usar un búfer de tres estados, que permite 3 salidas: 1 V, 0 V, y un estado de alta impedancia (donde no pasa corriente). El búfer tiene dos canales de entrada (input y control) y uno de salida (output); cuando no hay señal de control, el estado del búfer es de alta impedancia. Esto fue para evitar la posibilidad de que el TDC interpretara señales de salida de bajo voltaje (idealmente 0 V) como falsos eventos. El instrumento permite hasta 8 señales de salida independientes, con sus respectivos canales de entrada y control.

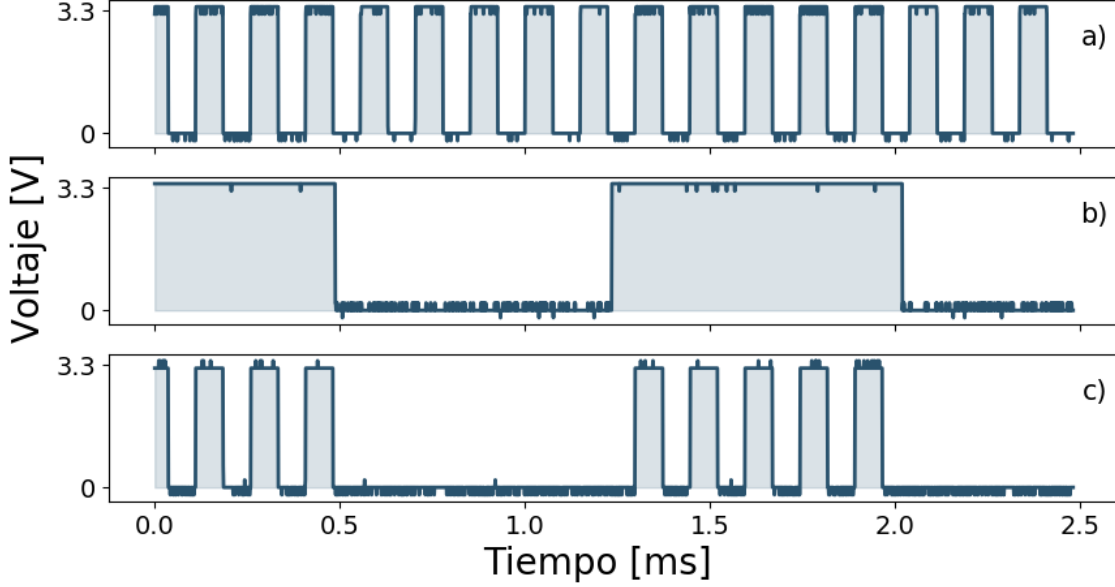


Figura 9: Ejemplo de prueba para el circuito de gating. a) El pulso de entrada o la señal que queremos usar. b) El pulso de control. c) El pulso de salida después de pasar por el circuito.

Se realizaron pruebas para verificar que el circuito funcionara adecuadamente. Con un generador de funciones, se enviaron dos trenes de pulsos TTL de distintas frecuencias: una frecuencia baja de control y una más alta como input. La Figura 9 muestra que el circuito de gating funciona adecuadamente.

1.4. Configuración experimental

Como preparación para los experimentos de FWM en átomos fríos, se diseñó un experimento sencillo para medir la función de correlación de segundo orden $g^{(2)}$ para luz láser.

Se amplió el montaje de la óptica de adquisición de FWM de la Figura 1 para analizar la luz del haz de bombeo de 780 nm. Se montó un interferómetro de intensidades con un divisor de haz 50/50 y cada brazo se mandó a un APDs. Para este experimento se apagó la luz de 776 nm.

En la sección 1.2 vimos que en el tratamiento cuántico podemos considerar a un haz de luz como un haz de fotones individuales. El *flujo de fotones* Φ se define como el número de fotones promedio que pasa por una región por unidad de tiempo. Si consideramos un haz monocromático y con intensidad constante I , entonces el flujo

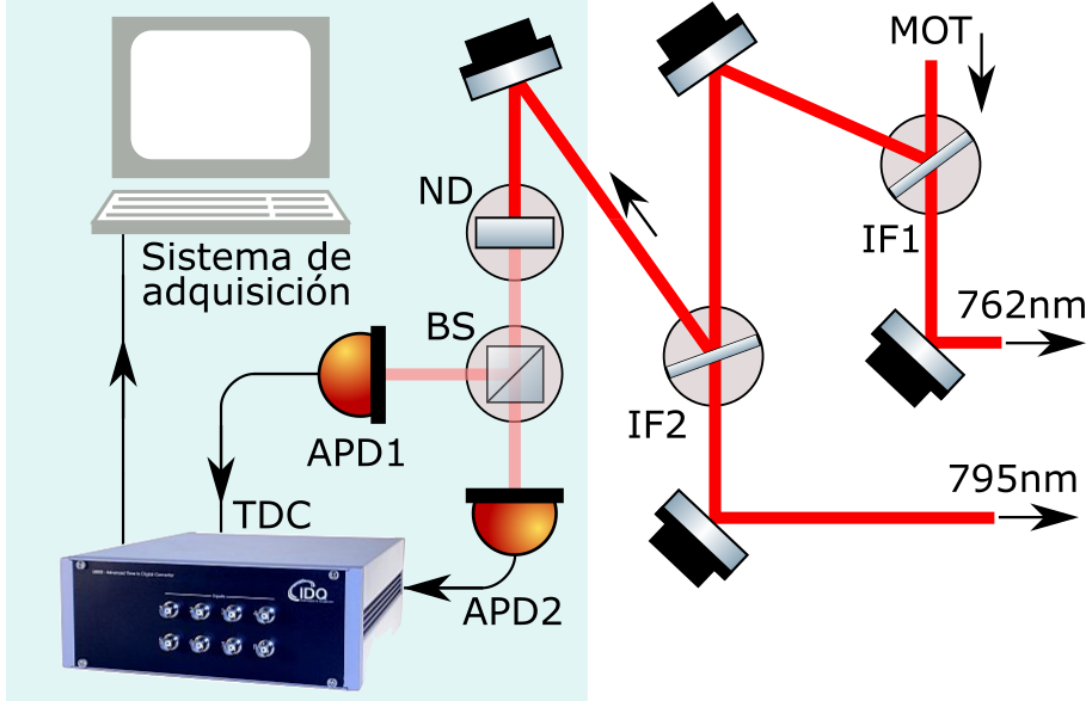


Figura 10: Óptica de adquisición para el haz de 780 nm. La sección resaltada es la ampliación del arreglo óptico de la Figura 1. Se consiguió una intensidad baja usando filtros ND y un divisor no polarizante BS.

se da como:

$$\Phi = \frac{IA}{\hbar\omega} = \frac{P}{\hbar\omega} \text{ fotones s}^{-1}, \quad (41)$$

siendo P la potencia del haz.

Cada APD tiene un valor de *eficiencia cuántica* η , que es la proporción del número de foto detecciones al número de fotones incidentes. Para el *id120* y luz de 780 nm, $\eta \sim 80\%$. Así, la tasa de fotones detectados por los APDs es:

$$\mathcal{R} = \eta\Phi. \quad (42)$$

Existe un valor máximo de \mathcal{R} para cada APD que surge de que el detector necesita “descansar” después de registrar un evento. Para el *id120*, este llamado *tiempo muerto* es de $\sim 1 \mu\text{s}$. Esto nos dice que el valor máximo de \mathcal{R} para registrar eventos adecuadamente es aproximadamente $\sim 10^6$ fotones s^{-1} . Con este valor máximo de $\mathcal{R} = 10^6$ y $\lambda = 780 \text{ nm}$ (sabiendo que $\omega = 2\pi c/\lambda$) encontramos el valor máximo de la potencia del haz láser que podemos usar $P_{\text{max}} \sim 3 \times 10^{-12} \text{ W}$ o tres picowatts. Esto

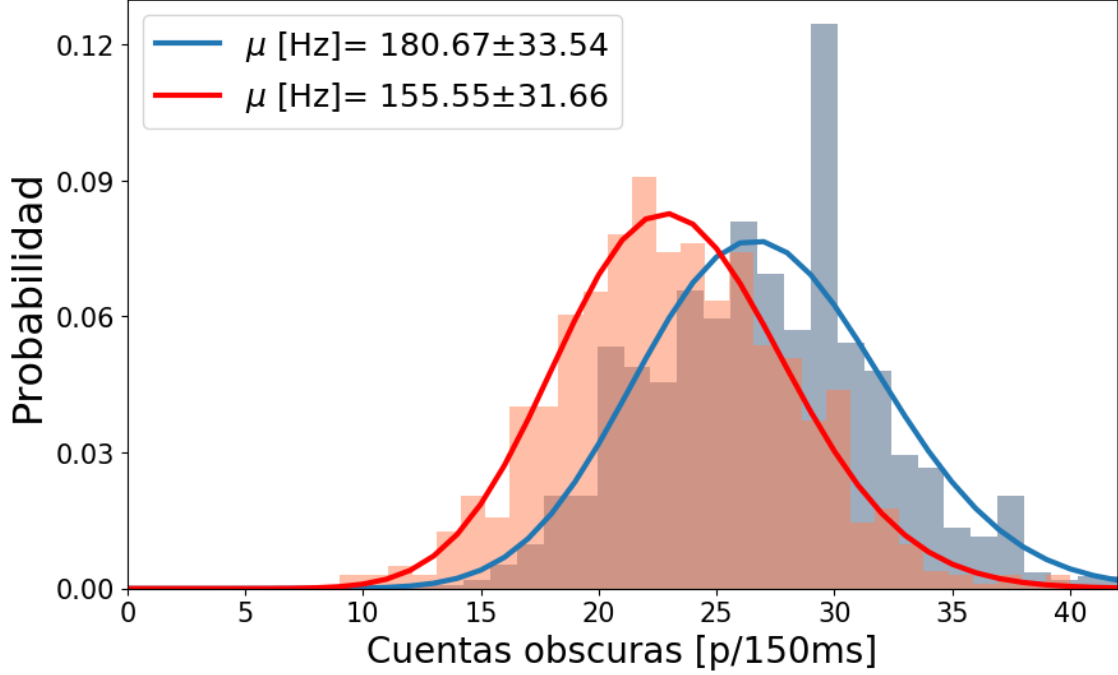


Figura 11: Histograma de cuentas oscuras para el APD1 (azul) y el APD2 (rojo). El tiempo de integración para cada canasta fue de 150 ms.

lo conseguimos usando un arreglo de filtros de densidad neutral (ND) para atenuar el haz que usamos; estos filtros reducen la potencia de un haz en 10^{-OD} , donde OD es la densidad óptica total del arreglo de filtros.

Además de probar la calibración y funcionalidad de los APDs, se realizaron pruebas para medir la tasa de cuentas oscuras para cada uno. Para estas medidas se bloqueó el haz láser y se registraron los eventos por media hora usando el programa de adquisición de datos.

La temperatura de operación de los APDs fue de -40 °C y el voltaje de polarización de 200 V para el APD1, y 191 V para el APD2. La tasa de cuentas oscuras que se obtuvo fue de:

- APD1: $\mu = 180.67 \pm 33.55$ cuentas s^{-1}
- APD2: $\mu = 155.55 \pm 31.66$ cuentas s^{-1}

La estadística de estas cuentas oscuras sigue una estadística Poissoniana [28], y concuerda con el valor máximo de 200 Hz reportado por el fabricante.

Después de probar la funcionalidad del programa de adquisición, se realizaron me-

didadas de intensidad para luz láser de 780 nm. Para un haz estable de 100 μW de potencia, se usó un arreglo de filtros ND con densidad óptica total de 7.5 para obtener 3 pW a la entrada del divisor de haz 50/50. Cada brazo del interferómetro se acopló a una fibra mono-modal conectada a un APD. Para diferenciar cada brazo del interferómetro, a uno se le asignó el subíndice T por ser el transmitido por el divisor de haz, mientras el otro tendrá R por ser el reflejado.

Se ajustó la distancia de los interferómetros para que fueran la misma longitud para medir $g^{(2)}(\tau = 0)$. Así, el tiempo inicial de integración de cada brazo fue $t_{T,0} = t_{R,0} = 0$.

Al utilizar los APDs no se mide directamente la intensidad de los láseres, así que es necesario relacionarlo a cantidades que podamos medir en el laboratorio. En la práctica, la intensidad de un haz no es completamente constante y habrán fluctuaciones que se verán reflejadas en la estadística que hagamos al calcular $g^{(2)}(0)$. Es por esto que es adecuado considerar las probabilidades de detección para un tiempo de integración Δt [29]:

$$g^{(2)}(\tau = 0) = \frac{P_{TR}(\Delta t)}{P_T(\Delta t)P_R(\Delta t)}, \quad (43)$$

donde P_{TR} es la probabilidad conjunta de medir una detección tanto en T como en R en el mismo intervalo Δt . Estas probabilidades están dadas por:

$$P_T(\Delta t) = \mathcal{R}_T \Delta t, \quad P_{TR}(\Delta t) = \mathcal{R}_{TR} \Delta t, \quad P_R(\Delta t) = \mathcal{R}_R \Delta t,$$

para las tasas de detección promedio \mathcal{R}_T , \mathcal{R}_R y la tasa de detección conjunta \mathcal{R}_{TR} .

Para un tiempo total de detección ΔT — subdividido en muchas canastas de tamaño Δt — podemos hacer un histograma de n canastas para obtener la distribución del número de eventos registrados en cada canal:

$$\begin{array}{c} t_0 \\ \downarrow \\ T = | 1 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | \dots | 0 | \\ \longleftrightarrow \\ \Delta t \\ R = | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 2 | 0 | 0 | \dots | 1 | \end{array}$$

donde T_i representa el número de cuentas en $[t_i, t_{i+1}] = [i\Delta t, (i+1)\Delta t]$, por ejemplo.

Las tasas de detección promedio serán:

$$\mathcal{R}_T = \left(\frac{N_T}{\Delta T} \right), \quad \mathcal{R}_{TR} = \left(\frac{N_{TR}}{\Delta T} \right), \quad \mathcal{R}_R = \left(\frac{N_R}{\Delta T} \right),$$

donde N_T y N_R representan el número total de cuentas para cada canal. En términos de los histogramas de eventos, se ve que $N_T = \sum_{i=0}^n T_i$ y $N_R = \sum_{i=0}^n R_i$. Para Δt pequeños, las probabilidades de detección serán también muy pequeñas y será válido que el número de cuentas conjunto sea $N_{TR} = \sum_{i=0}^n T_i R_i$.

La ecuación 43 queda entonces dada por:

$$\begin{aligned} g^{(2)}(\tau = 0) &= \frac{N_{TR}}{N_T N_R} \left(\frac{\Delta T}{\Delta t} \right), \\ &= \frac{\sum_i T_i R_i}{\sum_i T_i \sum_i R_i} \left(\frac{\Delta T}{\Delta t} \right). \end{aligned} \quad (44)$$

Este análisis es válido para medir $g^{(2)}(0)$. El retraso τ surge de la diferencia de camino óptico entre los brazos del interferómetro: uno podría modificar este retraso en tiempos al mover los acopladores de fibra a los APDs o utilizando cables de distinta longitud que vayan de los APDs al TDC, pero podemos introducir un *retraso virtual* en alguno de los brazos del interferómetro en el análisis de datos para $g^{(2)}(\tau)$. Esto es posible porque las propiedades estadísticas de la luz láser son estacionarias — *i.e.*, sus fluctuaciones provienen de un proceso *ergódico* [20, p. 93]. Si desplazamos el inicio de uno de los histogramas por una casilla, simularemos que los eventos de ese brazo del interferómetro estarán retrasados por un valor de $\tau = \Delta t$.

$$\begin{array}{c} t_0 \\ \downarrow \\ T = | 1 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | \dots | 1 | 0 | 0 | \\ R' = | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | \dots | 2 | 0 | 0 | 1 | \\ \uparrow \\ t'_0 \end{array}$$

Vemos que, sin embargo, sólo podremos obtener el número de cuentas conjunto N_{TR} para el traslape temporal de nuestros nuevos histogramas, y nuestro tiempo total de detección ΔT también habrá cambiado. En este caso,

$$N_T = \sum_{i=1}^n T_i, \quad N_R = \sum_{i=0}^{n-1} R_i, \quad N_{TR} = \sum_{i=0}^{n-1} T_{i+1} R_i.$$

Podemos generalizar este retraso para k desplazamientos y denotar a $\tau_k = k\Delta t$. Finalmente, la ecuación 44 quedará de forma más general como:

$$g^{(2)}(\tau_k) = \frac{\sum_i T_{i+k} R_i}{\sum_i T_i \sum_i R_i} \left(\frac{\Delta T_k}{\Delta t} \right), \quad (45)$$

donde cada índice i corre dentro de su respectivo rango. Esto nos permite calcular $g^{(2)}(\tau)$ para múltiplos de Δt , aunque a medida que k aumente, la región de traslape de los histogramas disminuirá y la incertidumbre de $g^{(2)}(\tau_k)$ aumentará a la vez.

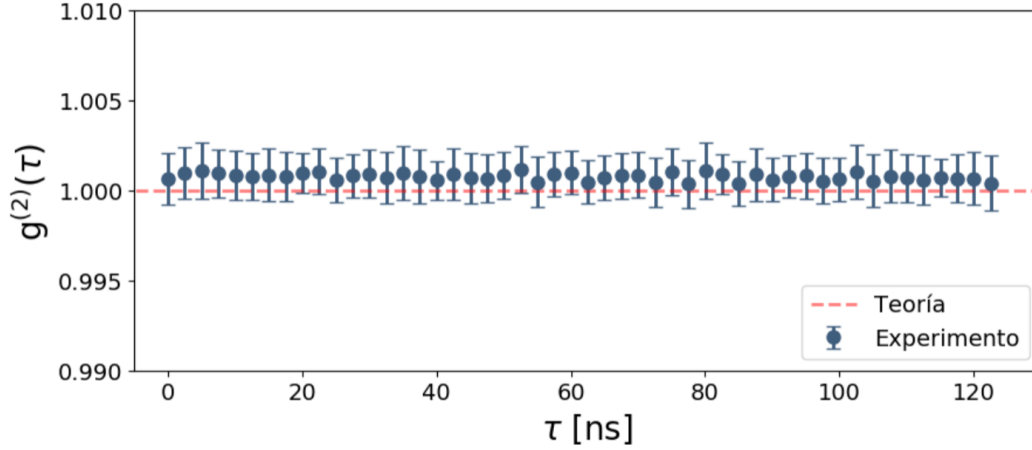


Figura 12: $g^{(2)}(\tau)$ para un haz de luz coherente.

1.5. Resultados

El objetivo principal de este capítulo fue el de realizar mediciones con el interferómetro para luz láser y así verificar el buen funcionamiento del sistema de adquisición de datos. Dentro del archivo de configuración `config.py` del programa de adquisición se fijó un tamaño de búfer de 1,000,000 de eventos y se guardaron 70 millones de cuentas para los dos APDs T y R .

Se realizó el análisis de $g^{(2)}$ para cada canal y se usó un tiempo de canasta de $\Delta t = 2.5$ ns para los histogramas de cuentas. El tiempo total de detección ΔT se calculó a partir de la primera y la última etiqueta de tiempo registrada para cada búfer. Para cada valor de τ_k desde 2.5 ns hasta 125 ns se realizó un análisis estadístico sobre todos los datos obtenidos para calcular $g^{(2)}(\tau_k)$ de acuerdo a la ecuación 45.

Se reporta un valor de $g^{(2)}(0) = 1.0006 \pm 0.0012$ y un promedio de $\overline{g^{(2)}} = 1.0007 \pm 0.0014$, que está en buena concordancia con el valor obtenido de la teoría. Este resultado responde bien al propósito de este trabajo: el desarrollo de un esquema experimental en anticipación a experimentos de FWM en átomos fríos.

Referencias

- [1] A. Ashkin, “Acceleration and trapping of particles by radiation pressure,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 24, pp. 156–159, Jan 1970.
- [2] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D. E. Pritchard, “Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 59, pp. 2631–2634, Dec 1987.
- [3] J. M. Lukens, O. D. Odele, D. E. Leaird, and A. M. Weiner, “Electro-optic modulation for high-speed characterization of entangled photon pairs,” *Opt. Lett.*, vol. 40, pp. 5331–5334, Nov 2015.
- [4] X.-H. Bao, Y. Qian, J. Yang, H. Zhang, Z.-B. Chen, T. Yang, and J.-W. Pan, “Generation of narrow-band polarization-entangled photon pairs for atomic quantum memories,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 101, p. 190501, Nov 2008.
- [5] D. C. Burnham and D. L. Weinberg, “Observation of simultaneity in parametric production of optical photon pairs,” *Physical Review Letters*, vol. 25, no. 2, p. 84–87, 1970.
- [6] A. André, L.-M. Duan, and M. D. Lukin, “Coherent atom interactions mediated by dark-state polaritons,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 88, p. 243602, May 2002.
- [7] C. W. Thiel, “Four-wave mixing and its applications.”
- [8] B. Fan, Z. Duan, L. Zhou, C. Yuan, Z. Y. Ou, and W. Zhang, “Generation of a single-photon source via a four-wave mixing process in a cavity,” *Phys. Rev. A*, vol. 80, p. 063809, Dec 2009.
- [9] F. E. Becerra, R. T. Willis, S. L. Rolston, H. J. Carmichael, and L. A. Orozco, “Nondegenerate four-wave mixing in rubidium vapor: Transient regime,” *Phys. Rev. A*, vol. 82, p. 043833, Oct 2010.
- [10] S. Du, J. Wen, and M. H. Rubin, “Narrowband biphoton generation near atomic resonance,” *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 25, pp. C98–C108, Dec 2008.
- [11] Y.-W. Cho, K.-K. Park, J.-C. Lee, and Y.-H. Kim, “Generation of nonclassical narrowband photon pairs from a cold rubidium cloud,” *Journal of the Korean Physical Society*, vol. 63, pp. 943–950, Aug 2013.
- [12] P. Grangier, G. Roger, and A. Aspect, “Experimental evidence for a photon anticorrelation effect on a beam splitter: A new light on single-photon interferences,” *Europhysics Letters (EPL)*, vol. 1, no. 4, pp. 173–179, 1986.
- [13] B. Srivathsan, *Heralded single photons for efficient interaction with single atoms*. PhD thesis, National University of Singapore, Singapore, 2015.

- [14] A. Cere, B. Srivathsan, G. K. Gulati, B. Chng, and C. Kurtsiefer, “Characterization of a photon pair source based on a cold atomic ensemble using a cascade level scheme,” *ArXiv e-prints*, June 2018.
- [15] I. Ladany, “Laser to single-mode fiber coupling in the laboratory,” *Appl. Opt.*, vol. 32, pp. 3233–3236, Jun 1993.
- [16] Newport, “Technical note: Fiber optic coupling.”
- [17] T. N. Bandi, “Cold atom physics: Trapping methods and detection schemes,” Master’s thesis, Cork Institute of Technology, Cork, Ireland, 2008.
- [18] X. Michalet, A. Ingargiola, R. A. Colyer, G. Scalia, S. Weiss, P. Maccagnani, A. Gulinatti, I. Rech, and M. Ghioni, “Silicon photon-counting avalanche diodes for single-molecule fluorescence spectroscopy,” *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 20, pp. 248–267, 2014.
- [19] I. Kenyon, *The Light Fantastic: A Modern Introduction to Classical and Quantum Optics*. New York, NY, USA: Oxford University Press, Inc., 2008.
- [20] R. Loudon, *The quantum theory of light*. Oxford University Press, 2004.
- [21] M. Fox, *Quantum optics: an introduction*. Oxford Master Series in Atomic, Optical and Laser Physics, Oxford: Oxford Univ. Press, 2006.
- [22] R. Hanbury Brown and R. Q. Twiss, “A test of a new type of stellar interferometer on sirius,” *Nature*, vol. 178, pp. 1046–1048, 1956.
- [23] X. T. Zou and L. Mandel, “Photon-antibunching and sub-poissonian photon statistics,” *Phys. Rev. A*, vol. 41, pp. 475–476, Jan 1990.
- [24] C. M. Griot, “Gaussian beam optics,” 2009.
- [25] S. W. Chen and J. L. Pellequer, “DeStripe: frequency-based algorithm for removing stripe noises from AFM images,” *BMC Struct. Biol.*, vol. 11, p. 7, Feb 2011.
- [26] “Lasers and laser-related equipment — Test methods for laser beam widths, divergence angles and beam propagation ratios — Part 1: Stigmatic and simple astigmatic beams,” Standard, International Organization for Standardization, Jan. 2005.
- [27] L. Villegas, “hunahpy.” <https://github.com/luyves/time-tagger>, 2018.
- [28] M. A. Itzler, U. Krishnamachari, M. T. Entwistle, X. Jiang, M. F. Owens, and K. Slomkowski, “Dark count statistics in geiger-mode avalanche photodiode

- cameras for 3-d imaging ladar,” *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 20, pp. 318–328, 2014.
- [29] M. Beck, “Comparing measurements of $g(2)(0)$ performed with different coincidence detection techniques,” *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 24, pp. 2972–2978, Dec 2007.