



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

SISTEMA DE ADQUISICIÓN DE DATOS PARA
MEDIR CORRELACIONES EN PARES DE FOTONES

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
FÍSICO

PRESENTA:
LUIS YVES VILLEGAS AGUILAR

DIRECTOR DEL TRABAJO:
DR. DANIEL SAHAGÚN SÁNCHEZ

Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2018



*A el Santo y Blue Demon,
por vencer a las momias de Guanajuato.*

Agradecimientos

Se agradecen los aplausos

Resumen

En el presente informe se detallan las actividades realizadas de acuerdo con el proyecto de titulación por

Índice

1. Introducción	8
2. Correlaciones	9
2.1. Motivación	9
2.1.1. Luz cuántica	10
2.1.2. Preparación del sistema	10
2.1.3. Instrumentos	11
2.2. Teoría	12
2.2.1. Óptica clásica	12
2.2.2. Coherencia	14
2.2.3. Cuantización del campo	18
2.2.4. Estadística de fotones	19
2.3. Sistemas	23
2.3.1. Perfilómetro	23
2.3.2. Sistema de adquisición	26
2.3.3. Gating	26
2.3.4. Sistema de control	26
2.4. Resultados	26
3. Conclusiones	27

Índice de figuras

Índice de tablas

1. $g^{(2)}(0)$ y su correspondiente estadística y descripción clásica para distintas fuentes de luz. 22

1. Introducción

Consideremos un sistema de dos niveles, por ejemplo la polarización de un fotón que puede estar polarizado horizontal (H) o verticalmente (V). Este estado puede ser representado como la siguiente función de onda

$$|\varphi\rangle = c_1 |H\rangle + c_2 |V\rangle, \quad (1)$$

en donde $|c_1|^2$ y $|c_2|^2$ son las probabilidades de obtener H y V respectivamente al llevar a cabo una medición y por lo tanto $|c_1|^2 + |c_2|^2 = 1$.

2. Correlaciones

El Laboratorio de Átomos Fríos y Óptica Cuántica del Instituto de Física de la UNAM — parte del Laboratorio Nacional de Materia Cuántica — tiene como propósito hacer investigación en metrología e información cuántica, por medio del estudio de sistemas cuánticos ópticos y materiales.

El experimento principal del Laboratorio es el de generación de pares de fotones (o *bifotones*) por medio de un proceso no lineal llamado *mezclado de cuatro ondas* — o FWM por sus siglas en inglés. En el laboratorio, este proceso de FWM es realizado actualmente en una muestra de átomos de rubidio calientes, y próximamente se realizará también en una muestra de átomos fríos.

2.1. Motivación

La técnica más estándar para generar bifotones es la de procesos de conversión espontánea paramétrica descendiente [1] (o SPDC por sus siglas en inglés) en cristales no lineales, como BBO. Sin embargo, el tiempo de coherencia de los fotones generados en SPDC es muy corto (del orden de ps) gracias a que poseen un amplio ancho de banda. Esto impide ciertos experimentos interesantes; incluso sistemas de detección fotónica con tecnología de punta tienen una resolución temporal de al menos decenas de ps [2]. Además, la corta longitud de coherencia los hacen poco viables para interacciones átomo–fotón, haciéndolos poco deseables para estudios de información cuántica [3].

Por esto, en años recientes ha aumentado mucho el interés en generar pares de fotones con un ancho de banda angosto. Una solución simple es colocar el cristal para SPDC en una cavidad óptica [4]. Sin embargo, el avance en técnicas de enfriamiento de átomos ha permitido estudiar la generación de bifotones en gases atómicos fríos por medio de procesos de FWM espontáneo. Utilizar este proceso trae varios beneficios: bifotones con un ancho de banda muy angosto, mayor eficiencia de producción y varios parámetros experimentales para poder controlar la función de onda resultante [5]. En este laboratorio, el corazón de este futuro experimento consiste en un gas de átomos de *Rb*, confinados y enfriados por medio de una trampa magneto-óptica (o MOT). Una breve explicación de nuestra MOT se dará en la sección **ESPECTROSCOPIA MOTIVACIÓN**, y una descripción más detallada puede encontrarse en [6]. A pesar de que el proceso de FWM en átomos fríos todavía no se implementa en el laboratorio, hay varios aspectos del experimento que necesitan desarrollo, como los sistemas de control y adquisición de datos así como la caracterización y optimización de la nube atómica.

Por la naturaleza sensible de este experimento, el desarrollo de un sistema dedicado de adquisición de datos era necesario. Dicho sistema se diseñó para el procesamiento, almacenamiento y posterior procesamiento de los datos experimentales que permitirían el estudio de correlaciones en la luz generada. A continuación se presentará la motivación y desarrollo del trabajo de este capítulo.

2.1.1. Luz cuántica

El primer propósito del estudio de fotones individuales es estudiar las correlaciones entre ellos. En 1986, Grangier et al [7] generaron haces de fotones individuales utilizando decaimientos atómicos en cesio para demostrar algunas propiedades cuánticas de la luz. En particular, buscaban estudiar las correlaciones entre foto-detectores para las salidas de transmisión y reflexión en un divisor de haz. Si — citando a Grangier — *sólo se puede detectar un fotón una sola vez*, entonces habremos probado propiedades granulares de la luz y no habría duda de que sólo se puede describir de manera cuántica, i.e., con su función de onda.

Ahora, si uno considera cada fotón como un campo eléctrico propio, es de interés ver cuáles son las correlaciones que se pueden medir entre ellos. En la sección 2.2, se presentarán los conceptos sobre lo que se entiende por *correlaciones* en nuestro sistema, así como una breve descripción matemática acerca de cómo calcularlas.

2.1.2. Preparación del sistema

Al pensar en un sistema de adquisición de datos se deben también tener en cuenta los dispositivos necesarios para la generación de fotones como los haces láser usados y los instrumentos de detección, así como la óptica que ayudará a guiar a los fotones a los detectores. Es así que surge una motivación natural de caracterizar estos sistemas como parte de un trabajo más completo.

El arreglo óptico se divide en la parte de bombeo (la luz que llega a la nube de átomos) y la parte de adquisición (la luz resultante que será analizada). La óptica de bombeo se describirá en el capítulo **ESPECTROSCOPIA** correspondiente al experimento de espectroscopía, pues es más relevante a ese experimento. El montaje de la óptica de bombeo consiste principalmente en un arreglo de filtros de interferencia SEMROCK LL01-780 para filtrar los haces de bombeo y dos fotodiodos de avalancha (APDs) para la detección de eventos. La recolección de esta luz hacia los APDs se realiza por medio de dos fibras ópticas **THORLABS SERIAL NUMBER**.

Aún con técnicas estándar hoy en día, la tasa de generación de bifotones en experimentos de este tipo es baja [8]; es por esto que es importante obtener la mayor

eficiencia posible a la hora de acoplar las fibras ópticas. El problema del acoplamiento consiste en la alineación del haz incidente y de la fibra para maximizar la potencia transferida. En condiciones ideales, uno podría conseguir un porcentaje de acoplamiento a la fibra de casi 100 % [9], pero hacerlo es laborioso y necesita de múltiples elementos ópticos. El acoplamiento de luz láser a una fibra monomodal es un problema de empatamiento de modos [10]:

$$f = D \frac{\pi\omega}{4\lambda}, \quad (2)$$

donde f es la distancia focal de la lente necesaria para acoplar un haz de diámetro $1/e^2 D$ y longitud de onda λ a una fibra con modo ω . De la ecuación 2, vemos que el diámetro del haz es un parámetro controlable importante para conseguir un buen acoplamiento. Por esto, se decidió escribir un sencillo programa de computadora para analizar perfiles de haces láser utilizando fotos tomadas con un chip CCD.

IMG montaje optico

El montaje óptico que se decidió utilizar se observa en la figura **LABEL**, en donde pudimos obtener eficiencias de hasta el 81 % para el acoplamiento de láseres del experimento, gracias al uso de lentes asféricas **THORLABS**, así como de una montura Thorlabs SM1Z que nos permitió un ajuste fino de la distancia de la fibra al lente a lo largo del eje óptico.

2.1.3. Instrumentos

Para la detección y procesamiento de señales se utilizarán dos instrumentos: varios APD de silicón (*id120*) y un etiquetador de cuentas temporales (*id800*) fabricados por IDQuantique.

Un APD es un diodo p-n con una ganancia alta. Estos instrumentos tienen un mecanismo interno de amplificación, que genera señales eléctricas con alta tasa señal-ruido como respuesta a detecciones de un sólo fotón [11]. Las cuentas detectadas por un APD pueden tener distintas fuentes:

- Fotones individuales, que pueden ser registrados correctamente o como *after-pulses*.
- *Cuentas oscuras*, señales generadas por el mismo APD sin luz externa incidente. La tasa de cuentas oscuras (*dark count rate*) es dependiente de la temperatura del detector y el voltaje de polarización (bias).

Los APD *id120* cuentan con una zona de detección de $500\mu m$ de diámetro y una eficiencia cuántica de 80 % para $800nm$. Es necesario optimizar los valores del voltaje

de bias aplicado para minimizar el *afterpulsing* y el *dark count rate* — optimización que no forma parte del presente trabajo, pues el experimento de FWM sigue en fase de planeación. Sin embargo, una descripción mucho más detallada de el funcionamiento y las tasas de generación de eventos en APDs puede encontrarse en [12].

Una desventaja de la elección de *id120* es que no tienen un trigger interno capaz de ser activado de manera externa, por lo que fue necesario diseñar un circuito de *gating* utilizando búferes de tres estados.

Finalmente, el *id800* es un módulo etiquetador de cuentas temporales (time-to-digital converter, TDC). Cuenta con 8 canales de entrada BNC con una resolución temporal de 81ps para coincidencias de eventos en canales distintos. El *id800* cuenta con un software de LabView para el procesamiento de cuentas, pero la funcionalidad que ofrecía no era adecuada para experimentos de FWM. Por ello, se optó por escribir una biblioteca completa para Python 3.6, para permitir la programación del módulo. Con esta biblioteca, se escribió un programa para procesar y visualizar en tiempo real las cuentas que el TDC reciba.

Todo el software, la electrónica y las pruebas correspondientes se encuentran en la sección 2.3.

2.2. Teoría

En esta sección se presentará una descripción de los elementos teóricos utilizados en este capítulo. Partiendo de una descripción clásica de la luz, se introducirán los conceptos de *coherencia* de primer y segundo grado, que nos permitirán clasificar luz de distintas fuentes de acuerdo a la estadística que siguen. Finalmente, se realizará una cuantización del campo. Este desarrollo sigue principalmente la exposición de **Kenyon, Loudon y Fox**, respectivamente.

2.2.1. Óptica clásica

Aunque muchos efectos ópticos clásicos pueden ser descritos por óptica geométrica, para poder explicar efectos como interferencia y difracción, que necesitan el tratamiento clásico de la luz como ondas.

Aunque no fue el primero en proponerlas, la teoría de Maxwell de la luz como ondas electromagnéticas está descrita en términos del campo eléctrico $\mathcal{E}(\mathbf{r}, t)$ y el campo magnético $\mathcal{B}(\mathbf{r}, t)$; para el campo electromagnético en materiales, se definen de manera más general el campo de desplazamiento $\mathcal{D}(\mathbf{r}, t)$ y la cantidad magnética $\mathcal{H}(\mathbf{r}, t)$.

En un material homogéneo e isotrópico, la descripción de estos campos generales es:

$$\mathcal{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathcal{E} \qquad \mathcal{B} = \mu_0 \mu_r \mathcal{H},$$

donde ϵ_0 y μ_0 son la permitividad eléctrica y permeabilidad magnética del vacío, respectivamente, y ϵ_r y μ_r la permitividad eléctrica y permeabilidad magnética del medio.

Las ecuaciones que describen la respuesta de un medio al campo eléctrico y magnético fueron compiladas por Maxwell:

$$\nabla \cdot \mathcal{D} = \rho, \tag{3}$$

$$\nabla \cdot \mathcal{B} = 0, \tag{4}$$

$$\nabla \times \mathcal{E} = -\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial t}, \tag{5}$$

$$\nabla \times \mathcal{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial t}, \tag{6}$$

donde ρ es la densidad de carga libre y \mathbf{j} la corriente de carga libre. En el vacío (y sin densidad ni corriente de carga libre) $\epsilon_r = \mu_r = 1$ y las ecuaciones de Maxwell son:

$$\nabla \cdot \mathcal{E} = 0, \tag{7}$$

$$\nabla \cdot \mathcal{B} = 0, \tag{8}$$

$$\nabla \times \mathcal{E} = -\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial t}, \tag{9}$$

$$\nabla \times \mathcal{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}, \tag{10}$$

Tomando el rotacional de la ecuación 9, y combinándolo con la ecuación 10:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathcal{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \mathcal{B} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2}.$$

Por otro lado, utilizando que para cualquier campo vectorial \mathcal{A} es cierto que:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathcal{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathcal{A}) - \nabla^2 \mathcal{A},$$

y el hecho que el primer término del lado derecho es cero por la ecuación 7, tenemos que

$$\nabla^2 \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathcal{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2}, \tag{11}$$

que corresponde a una ecuación de onda con velocidad $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = 2.998 \times 10^8 \text{ms}^{-1}$, que es la velocidad de la luz en el vacío. De una manera análoga se encuentra una ecuación de onda para el campo magnético \mathcal{B} .

2.2.2. Coherencia

Vale la pena hablar primero del efecto de interferencia. La interferencia es el efecto de la recombinación de dos ondas en movimiento; patrones de interferencia ocurren cuando estas dos ondas presentan una diferencia relativa de fase. En el contexto del campo electromagnético, existen varios ejemplos que sirven para dejarlo en claro: el experimento de la doble rendija de Young, el interferómetro de Michaelson o el interferómetro de Mach Zehnder.

Si dos trenes de ondas presentan una relación bien determinada de fase entre ellos, se dice que son *coherentes*. En una situación ideal, si conocemos esta relación de fase para un tiempo inicial, podríamos deducir la fase relativa en todo momento. La vida real, por desgracia, no funciona así y en realidad tenemos fluctuaciones en la fase que suceden conforme pasa el tiempo. Sin embargo, si la diferencia de fase entre las dos ondas permanece relativamente constante dentro de un intervalo τ_c , decimos que son *parcialmente coherentes* con un tiempo de coherencia τ_c . En este sentido, la coherencia es una medida de la estabilidad de frecuencia de la luz: podremos predecir acertadamente la fase de una onda para un tiempo $t + \tau$, siempre y cuando $\tau \ll \tau_c$. De manera inmediata podemos obtener la distancia de coherencia $d_c = c\tau_c$ y medir la fase en dos puntos distintos en el espacio.

Para cuantificar la coherencia, calculamos la *correlación*.

MACH ZEHNDER

La figura **DE ARRIBA** muestra un esquema sencillo del interferómetro de Mach Zehnder. Supongamos que tenemos un campo eléctrico incidente $\mathcal{E}(t)$ incidente sobre el primer divisor de haz, que asumimos idéntico al segundo y ambos con coeficiente de reflexión \mathcal{R} y coeficiente de transmisión \mathcal{T} . Después de pasar por el primer divisor, el haz reflejado y el transmitido recorren una distancia l_1 y l_2 , respectivamente, usualmente diseñadas de distinta magnitud. Al recombinarse en el segundo divisor, tendremos dos salidas:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_A(t) &= \mathcal{R}\mathcal{T}\mathcal{E}(t_1) + \mathcal{T}\mathcal{R}\mathcal{E}(t_2) \propto \mathcal{E}(t_1) + \mathcal{E}(t_2), \\ \mathcal{E}_B(t) &= \mathcal{T}\mathcal{T}\mathcal{E}(t_2) + \mathcal{R}\mathcal{R}\mathcal{E}(t_1),\end{aligned}$$

con $t_1 = t - l_1/c$ y $t_2 = t - l_2/c$.

Consideremos la intensidad del campo $\mathcal{E}_A(t)$ al tiempo t :

$$I_A(t) \propto |\mathcal{E}(t_1) + \mathcal{E}(t_2)|^2 = \mathcal{E}(t_1)^2 + \mathcal{E}(t_2)^2 + 2\mathcal{E}(t_1) \cdot \mathcal{E}(t_2).$$

En la realidad no podemos medir la intensidad de manera instantánea, por lo que tomamos la intensidad promediada:

$$\langle I_A(t) \rangle \propto \langle \mathcal{E}(t_1)^2 \rangle + \langle \mathcal{E}(t_2)^2 \rangle + 2\langle \mathcal{E}(t_1) \cdot \mathcal{E}(t_2) \rangle. \quad (12)$$

Vemos que tenemos tres contribuciones a la intensidad medida. Las primeras dos corresponden a la intensidad que mediríamos de cada campo después de recorrer su brazo del interferómetro de manera independiente, *i.e.*, sin efectos de interferencia. Sin embargo, el tercer término contiene la información de la *correlación* de cada haz.

Si, sin pérdida de generalidad, consideramos que $t_1 < t_2 = t_1 + \tau$, podemos ver que la correlación dependerá de esta diferencia temporal τ a partir de un tiempo dado, más que de valores particulares de t_1 o t_2 , siempre y cuando la naturaleza de $\mathcal{E}(t)$ nos permita tomar promedios sin mucho problema. De manera más general, el tercer término está definido de manera estadística como:

$$\langle \mathcal{E}(t) \cdot \mathcal{E}(t + \tau) \rangle = \frac{1}{T} \int_T dt \mathcal{E}^*(t) \mathcal{E}(t + \tau) \equiv \langle \mathcal{E}^*(t) \mathcal{E}(t + \tau) \rangle, \quad (13)$$

que se conoce como la *función de correlación de primer orden*. El *grado de coherencia temporal de primer orden* se define como la versión normalizada de la función de correlación de primer orden:

$$g^{(1)}(\tau) = \frac{\langle \mathcal{E}^*(t) \mathcal{E}(t + \tau) \rangle}{\langle \mathcal{E}^*(t) \mathcal{E}(t) \rangle}. \quad (14)$$

Veamos cómo se ve $g^{(1)}(\tau)$ para distintos tipos de luz.

Luz caótica

Consideremos a una fuente de luz caótica como un ensamble de muchos átomos que emiten luz de manera independiente unos de otros. Si se da una colisión entre ellos, la fase de la luz emitida cambia (y permanece constante hasta que ocurra otra colisión) pero su amplitud E_0 y frecuencia ω_0 permanecen constantes. Podemos modelar este cambio de fase como una función $\phi(t)$ que va cambiando en $[0, 2\pi]$, y si observamos este campo en un punto espacial fijo:

$$\mathcal{E}(t) = E_0 e^{-i\omega_0 t + i\phi(t)}.$$

Suponiendo que podemos superponer cada campo individual para obtener el campo eléctrico total:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(t) &= \mathcal{E}_1(t) + \mathcal{E}_2(t) + \dots + \mathcal{E}_n(t) \\ \mathcal{E}(t) &= E_0 e^{-i\omega_0 t} (e^{i\phi_1(t) + i\phi_2(t) + \dots + i\phi_n(t)}) \end{aligned}$$

Si calculamos $g^{(1)}(\tau)$ para esta fuente de luz:

$$\begin{aligned}\langle \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}(t+\tau) \rangle &= E_0^2 e^{-i\omega_0\tau} \times \langle \{e^{-i\varphi_1(t)} + e^{-i\varphi_2(t)} + \dots + e^{-i\varphi_n(t)}\} \\ &\quad \times \{e^{i\varphi_1(t+\tau)} + e^{i\varphi_2(t+\tau)} + \dots + e^{i\varphi_n(t+\tau)}\} \rangle.\end{aligned}$$

Al tomarse el promedio estadístico, los términos cruzados se eliminan pues corresponden a saltos aleatorios distintos (y promedian cero al considerarse el ensamble completo). Así,

$$\begin{aligned}\langle \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}(t+\tau) \rangle &= E_0^2 e^{-i\omega_0\tau} \sum_{j=1}^n \langle e^{i\phi_j(t+\tau)-i\phi_j(t)} \rangle \\ &= nE_0^2 e^{-i\omega_0\tau} \langle e^{i\phi_j(t+\tau)-i\phi_j(t)} \rangle \\ &= n\langle \mathcal{E}_j^*(t)\mathcal{E}_j(t+\tau) \rangle,\end{aligned}\tag{15}$$

ya que cada átomo es indistinguible de los demás.

Finalmente, calculemos $\langle \mathcal{E}_j^*(t)\mathcal{E}_j(t+\tau) \rangle$. De la teoría cinética de los gases, sabemos que la probabilidad de que haya un tiempo entre colisiones dentro del intervalo $[\tau, \tau + d\tau]$ (donde la fase del campo es constante) es:

$$p(\tau)d\tau = (1/\tau_c)e^{(\tau/\tau_c)}d\tau,\tag{16}$$

donde τ_c es el tiempo característico de vuelo, o tiempo de coherencia. Usando esta distribución de probabilidad para calcular $\langle \mathcal{E}_j^*(t)\mathcal{E}_j(t+\tau) \rangle$,

$$\begin{aligned}\langle \mathcal{E}_j^*(t)\mathcal{E}_j(t+\tau) \rangle &= E_0^2 e^{-i\omega_0\tau} \langle e^{i\phi_j(t+\tau)-i\phi_j(t)} \rangle \\ &= E_0^2 e^{-i\omega_0\tau} \int_{\tau}^{\infty} d\tau' p(\tau') \\ &= E_0^2 e^{-i\omega_0\tau} e^{\tau/\tau_c}.\end{aligned}$$

Finalmente, de la ecuación 15 obtenemos que:

$$g^{(1)}(\tau) = e^{-i\omega\tau - \tau/\tau_c}.\tag{17}$$

Para una fuente de luz caótica con ensanchamiento Doppler se puede hacer un análisis similar. Partiendo de la expresión del campo eléctrico para este tipo de luz:

$$\mathcal{E}(t) = E_0 \sum_{i=1}^n e^{-i\omega_i t + i\varphi_i}.$$

Aunque la fase del i -ésimo átomo es constante (dado que asumimos que no hay colisiones atómicas), están distribuidos de manera aleatoria y las contribuciones de

fase de distintos átomos promediará cero. Además, cada átomo tiene una frecuencia de radiación ω_i recorrida de la frecuencia central ω_0 , determinada por su velocidad.

Calculando $\langle \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}(t+\tau) \rangle$, obtenemos que:

$$g^{(1)}(\tau) = e^{-i\omega_0\tau - \frac{\pi}{2}(\tau/\tau_c)^2}. \quad (18)$$

FIGURA DE $g(1)$ PARA AMBAS FUENTES

Vemos que la magnitud de $g^{(1)}(\tau)$ para luz caótica ensanchada por colisiones tiene un perfil Lorentziano, mientras que para luz caótica ensanchada por Doppler presenta un perfil Gaussiano. $|g^{(1)}(0)| = 1$ es el máximo y decrece monotónicamente hacia 0.

Luz láser

De manera ideal, un láser emite una sola frecuencia y tiene coherencia perfecta. Podemos describirlo por una onda sinusoidal con una fase φ bien definida en todo momento, y observándolo en un punto fijo a lo largo de la dirección de propagación:

$$\mathcal{E}(t) = E_0 e^{-i\omega_0 t + i\varphi}. \quad (19)$$

Vemos entonces que:

$$\langle \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}(t+\tau) \rangle = E_0^2 e^{-i\omega_0\tau},$$

y

$$g^{(1)}(\tau) = e^{-i\omega_0\tau}. \quad (20)$$

Es inmediato que $|g^{(1)}(\tau)| = 1$ para todo τ , que significa que la luz láser es perfectamente coherente.

Función de correlación de segundo orden

El experimento de interferencia de intensidades que realizaron Hanbury Brown y Twiss [13] mostró que el análisis de las correlaciones entre intensidades era interesante. Justo como consideramos el grado de coherencia temporal de primer orden como una medida de la correlación entre amplitudes, el *grado de coherencia temporal de segundo orden* es una medida de la correlación entre intensidades. La función $g^{(2)}(\tau)$ mide esencialmente fluctuaciones en la intensidad y se define como:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}^*(t+\tau)\mathcal{E}(t+\tau)\mathcal{E}(t) \rangle}{\langle \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}(t) \rangle \langle \mathcal{E}^*(t+\tau)\mathcal{E}(t+\tau) \rangle} = \frac{\langle I(t)I(t+\tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle \langle I(t+\tau) \rangle}. \quad (21)$$

De acuerdo con esta descripción clásica de la luz, es posible probar con la *desigualdad de Cauchy-Schwartz* que:

$$1 \leq g^{(2)}(0) \quad (22)$$

$$g^{(2)}(\tau) \leq g^{(2)}(0). \quad (23)$$

Para una fuente clásica de luz láser como la descrita por la ecuación 19, es trivial probar que:

$$g^{(2)}(\tau) = 1, \quad (24)$$

para todo τ — sigue siendo perfectamente coherente en intensidad.

Para las fuentes de luz caótica se puede demostrar que, si se tiene un número n muy grande de átomos, es válido:

$$\langle \mathcal{E}^*(t) \mathcal{E}^*(t + \tau) \mathcal{E}(t + \tau) \mathcal{E}(t) \rangle = n^2 [\langle \mathcal{E}_i^*(t) \mathcal{E}_i(t) \rangle^2 + |\langle \mathcal{E}_i^*(t) \mathcal{E}_i(t + \tau) \rangle|^2]. \quad (25)$$

Usando 25 en la definición de $g^{(2)}$, tenemos que para luz caótica (y para $n \gg 1$):

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + |g^{(1)}(\tau)|^2,$$

quedando para luz caótica con colisiones y con ensanchamiento Doppler:

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + e^{-2\tau/\tau_c}, \quad g^{(2)}(\tau) = 1 + e^{-\pi(\tau/\tau_c)^2}. \quad (26)$$

g(2) PARA LAS TRES LUCES CLÁSICAS

2.2.3. Cuantización del campo

De la teoría clásica del campo electromagnético **Loudon**, sabemos que el campo eléctrico $\mathcal{E}(\mathbf{r}, t)$ y el campo magnético $\mathcal{B}(\mathbf{r}, t)$ son campos vectoriales dependientes del tiempo que en vacío dependen de un tercer campo $\mathcal{A}(\mathbf{r}, t)$ (el potencial vectorial) y un campo escalar $\phi(\mathbf{r}, t)$:

$$\begin{aligned} \mathcal{B}(\mathbf{r}, t) &= \nabla \times \mathcal{A}(\mathbf{r}, t), \\ \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) &= -\nabla \phi(\mathbf{r}, t) - \frac{\partial \mathcal{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}. \end{aligned}$$

De acuerdo a las expresiones anteriores, el Hamiltoniano clásico tiene la forma

$$H = \frac{1}{2} \epsilon_0 \int \int \int_V d^3\mathbf{r} (|\mathcal{E}(\mathbf{r}, t)|^2 + c^2 |\mathcal{B}(\mathbf{r}, t)|^2). \quad (27)$$

Tomando la norma de Coulomb, (para la cual $\nabla \cdot \mathcal{A} = 0$), se puede demostrar que la expansión de Fourier del potencial vectorial es:

$$\mathcal{A}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\mu=\pm 1} \left(\mathbf{e}^{(\mu)}(\mathbf{k}) a_{\mathbf{k}}^{(\mu)}(t) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} + \mathbf{e}^{*(\mu)}(\mathbf{k}) a_{\mathbf{k}}^{*(\mu)}(t) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \right), \quad (28)$$

con $\mathbf{e}^{(\pm 1)}$ los vectores unitarios de polarización circular y \mathbf{k} es el vector de onda.

Si aplicamos las reglas de cuantización equivalentes a $\hat{\mathbf{p}}(t) \rightarrow -i\hbar\nabla$ para los coeficientes de la serie de Fourier $a_{\mathbf{k}}^{(\pm 1)}(t)$, es posible demostrar que el Hamiltoniano dado se vuelve:

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}, \mu} \hbar\omega_{\mathbf{k}} \left(\hat{a}^{\dagger(\mu)}(\mathbf{k}) \hat{a}^{(\mu)}(\mathbf{k}) + \frac{1}{2} \right). \quad (29)$$

Este Hamiltoniano se asemeja mucho al de un oscilador armónico expresado en función de los operadores \hat{a}^\dagger de creación y \hat{a} de aniquilación:

$$\hat{H} = \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right). \quad (30)$$

Esto, y la naturaleza ondulatoria y periódica de la luz, hacen razonable describir el comportamiento cuántico en el formalismo del oscilador armónico. Los eigenestados de este Hamiltoniano son $|n\rangle$, y les corresponde una energía:

$$E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (31)$$

Los operadores \hat{a}^\dagger y \hat{a} actúan en estos estados de la forma:

$$\begin{aligned} \hat{a}^\dagger \hat{a} |n\rangle &= \hat{n} |n\rangle, \\ \hat{a} |n\rangle &= \sqrt{n} |n-1\rangle, \\ \hat{a}^\dagger |n\rangle &= \sqrt{n+1} |n+1\rangle. \end{aligned}$$

En la descripción de óptica cuántica, estos estados $|n\rangle$ describe el número de excitaciones con energía $\hbar\omega$; estas excitaciones reciben el nombre de *fotones*.

2.2.4. Estadística de fotones

La óptica cuántica está encargada de estudiar a los haces de luz como un chorro de fotones en vez de la descripción clásica de ondas. Para hacer esto, es útil ver estudiar la estadística de este haz de fotones. La intensidad de este campo está dado por el

valor esperado del operador \hat{n} , que es equivalente al número promedio de fotones en el haz. Esto quiere decir que:

$$\langle I \rangle \propto \langle \hat{n} \rangle = \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle \equiv \bar{n}. \quad (32)$$

Con esto, vale la pena volver a definir la función de correlación de segundo orden en función del operador \hat{n} :

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \hat{a}^\dagger(t) \hat{a}^\dagger(t+\tau) \hat{a}(t+\tau) \hat{a}(t) \rangle}{\langle \hat{a}^\dagger(t) \hat{a}(t) \rangle \langle \hat{a}^\dagger(t+\tau) \hat{a}(t+\tau) \rangle} = \frac{\langle \hat{n}(t) \hat{n}(t+\tau) \rangle}{\langle \hat{n}(t) \rangle \langle \hat{n}(t+\tau) \rangle}. \quad (33)$$

Veamos los resultados de $g^{(2)}(\tau)$ para las fuentes de luz usadas en en 2.2.2.

Para un haz coherente, nos preguntamos cuál es la probabilidad $\mathcal{P}(n)$ de encontrar n fotones en un haz de longitud L partido en N subsegmentos. Usando la distribución binomial para encontrar la probabilidad de n segmentos con un fotón y $N - n$ con ninguno, tenemos que:

$$\mathcal{P}(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n (1-p)^{N-n}.$$

Como $p = \bar{n}/N$, tenemos que:

$$\mathcal{P}(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} \left(\frac{\bar{n}}{N} \right)^n \left(1 - \frac{\bar{n}}{N} \right)^{N-n} = \frac{1}{n!} \left(\frac{N!}{(N-n)!N^n} \right) \bar{n}^n \left(1 - \frac{\bar{n}}{N} \right)^{N-n}.$$

Queremos tomar el límite cuando $N \rightarrow \infty$. Usando la fórmula de Stirling para probar que

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{N!}{(N-n)!N^n} \right] = 0,$$

y el teorema del binomio para probar que

$$\left(1 - \frac{\bar{n}}{N} \right)^{N-n} = \exp(-\bar{n}),$$

tenemos que la probabilidad $\mathcal{P}(n)$ cuando $N \rightarrow \infty$ es:

$$\mathcal{P}(n) = \frac{\bar{n}^n}{n!} e^{-\bar{n}}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (34)$$

que es una **distribución Poissoniana**. En general, una distribución Poissoniana expresa la probabilidad de que ocurra un número de eventos en un tiempo dado si hay una frecuencia de ocurrencia media y cada evento es independiente de todos los demás. Esto significa que la detección de cada fotón está aleatoriamente espaciada. Para este tipo de distribuciones, la *varianza* está dada por:

$$(\Delta n)^2 = \sum_{n=0}^{\infty} (n - \bar{n})^2 \mathcal{P}(n) = \bar{n}, \quad (35)$$

lo que significa que la *desviación estándar* cumple con

$$\Delta n = \sqrt{\bar{n}}. \quad (36)$$

Por otro lado, la luz térmica está definida como la radiación electromagnética emitida por un cuerpo negro, y presentan una densidad de energía dentro del rango de emisión $[\omega, \omega + d\omega]$ de acuerdo a la Ley de Planck:

$$\rho(\omega, T)d\omega = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{d\omega}{\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1}.$$

Cada modo oscilatorio tiene la energía dada por 31 y, de acuerdo a la mecánica estadística, la probabilidad de que se encuentren n fotones en el modo correspondiente a ω es:

$$\mathcal{P}_\omega(n) = \frac{\exp(-n\hbar\omega/k_B T)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-n\hbar\omega/k_B T)}. \quad (37)$$

Para este tipo de luz, es posible demostrar que $\bar{n} = 1/(\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1)$, y la probabilidad 37 es :

$$\mathcal{P}_\omega(n) = \frac{1}{\bar{n} + 1} \left(\frac{\bar{n}}{\bar{n} + 1} \right)^n, \quad (38)$$

que es una **distribución de Bose-Einstein**. Para este tipo de luz,

$$(\Delta n)^2 = \bar{n} + \bar{n}^2 \geq \bar{n}. \quad (39)$$

Este resultado nos muestra que la varianza de una distribución de Bose-Einstein siempre es mayor que la de una distribución Poissoniana. Las fluctuaciones de intensidad en la luz caótica clásica se asemejan mucho a las de la luz térmica descritas aquí, y presentan una estadística similar.

Con este análisis, es conveniente definir una clasificación para las estadísticas de fotones en función de su desviación estándar:

- **super-Poissoniana:** $\Delta n > \sqrt{\bar{n}}$,

Descripción clásica	Efecto de fotones	Estadística	$g^{(2)}(0)$
Luz caótica o térmica	Bunching	Super-Poissoniana	> 1
Coherente	Aleatorios	Poissoniana	$= 1$
—	Antibunching	Sub-Poissoniana	< 1

Tabla 1: $g^{(2)}(0)$ y su correspondiente estadística y descripción clásica para distintas fuentes de luz.

- **Poissoniana:** $\Delta n = \sqrt{n}$,
- **sub-Poissoniana:** $\Delta n < \sqrt{n}$.

La interpretación de que la luz térmica sea super-Poissoniana significa que los fotones que se detectan vienen en promedio con una separación temporal menor a la frecuencia media de ocurrencia, lo que sugiere que llegan en “paquetes” (o *bonches*). A este efecto se le conoce como *bunching*.

Veamos a $g^{(2)}(\tau = 0)$. Utilizando la regla de conmutación $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$ podemos encontrar de la ecuación 33 que:

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle \hat{n}^2 \rangle - \langle \hat{n} \rangle^2}{\langle \hat{n} \rangle^2} = 1 + \frac{\Delta n^2 - \bar{n}}{\bar{n}^2}. \quad (40)$$

Vemos con esto que para luz perfectamente coherente, $g^{(2)}(0) = 1$ y que para luz térmica, $g^{(2)}(0) > 1$. Sin embargo, si tuviéramos una distribución sub-Poissoniana, se tiene que $g^{(2)}(0) < 1$. Notemos que en la descripción clásica, de acuerdo a la ecuación 22, cualquier campo electromagnético cumple que $g^{(2)}(0) \geq 1$ y no es posible encontrar un equivalente clásico al resultado para una distribución sub-Poissoniana.

Este resultado —contrastando con el efecto de bunching— significa que los fotones tienden a no llegar al detector muy cerca uno de otro. Si este efecto es constante (es decir, si los fotones llegan regularmente espaciados uno después de otro), se le conoce como *antibunching*.¹ El hecho que $g^{(2)}(0) < 1$ nos dice que la fuente del campo electromagnético que se está analizando no puede ser descrito de manera clásica y es un claro ejemplo de la naturaleza cuántica de la luz.

Podemos ver los resultados obtenidos en esta sección para la estadística de fotones en la tabla 2.2.4:

¹Es importante decir que una estadística sub-Poissoniana no necesariamente quiere decir que hay detrás un proceso óptico que presente antibunching [14]. Sin embargo, por simplicidad, se le considerará así en este trabajo pues son dos efectos que muy frecuentemente se presentan juntos.

2.3. Sistemas

La principal parte del trabajo de este capítulo consistió en la elaboración de distintos programas y sistemas que serán de utilidad para el experimento de FWM en átomos fríos. Estos sistemas consistieron en un perfilador de haces Gaussianos, la paquetería de uso del TDC y el sistema de adquisición, el sistema de *gating* y parte del sistema de control.

2.3.1. Perfilómetro

Poder caracterizar y manipular un haz láser de manera adecuada siempre es ventajoso en un laboratorio de óptica pues permite optimizar algunas aplicaciones de dicha luz, como acoplamiento a fibras ópticas.

Una manera de caracterizar un haz es analizando su perfil de intensidad espacial en un plano perpendicular a su dirección de propagación. Este perfil de intensidad será distinto para cada láser dependiendo de la cavidad que tenga, aunque un perfil Gaussiano es común en láseres utilizados en el laboratorio. La propagación de los láseres del laboratorio puede aproximarse bastante bien asumiendo que tienen una distribución Gaussiana en 2-D, que corresponde a un perfil de intensidad:

$$I(r) = I_0 e^{-\frac{2r^2}{w^2}}, \quad (41)$$

donde $r^2 = x^2 + y^2$ y w representa el diámetro del haz. w es en realidad una función de la distancia a partir del plano en el que el frente de onda es plano, pero para un corte transversal es constante [15].

Hay varias definiciones de diámetro de haz, y aunque para haces Gaussianos la más común es el diámetro para el cual la intensidad ha caído a $1/e^2$ (13.5 %) de su intensidad original. Otras definiciones — útiles en distintos contextos — son el diámetro $1/e$, *full-width half-maximum* (FWHM) y $D4\sigma$, que corresponden a caídas de intensidad a $1/e$ y 50 % para las primeras dos, respectivamente, y 4 veces la desviación estándar para la última. Para haces Gaussianos ideales, los diámetros de $1/e^2$ y $D4\sigma$ coinciden.

GRÁFICA DE PERFIL GAUSSIANO Y DIÁMETROS

Haciendo uso de una cámara digital, es posible tomar una foto del perfil de intensidad espacial en un plano perpendicular y realizar un análisis en la computadora. La cámara disponible para ese propósito en el laboratorio es una cámara Thorlabs DCC1545M, que cuenta con un chip CCD con una resolución de 1280x1024 pixeles cuadrados de $5.4\mu\text{m}$ de lado. El chip CCD tiene una intensidad de saturación de

aproximadamente $1\mu W/cm^2$, lo que significa que atenuar la luz láser usando filtros de densidad neutral (ND) es necesario.

FOTO DE HAZ LASER, LIMPIO Y CON INTERFERENCIA

Una vez que una foto ha sido tomada, es procesada por la computadora y convertida en una matriz de valores dentro del intervalo $[0, 255]$ (pues la cámara toma fotos en 8-bits). Después, el algoritmo realiza un procesamiento sencillo para reducir el ruido en la imagen, ruido que puede provenir tanto de ruido eléctrico en el sensor o por luz de fondo. El algoritmo calcula un valor de offset basado en el valor mediano de los pixeles no iluminados por el haz.

Para el análisis de imágenes, primero hace falta encontrar el centro del haz. La figura **FOTO DE ARRIBA b)** muestra que a veces es difícil tener una imagen limpia. A veces el uso de filtros ND distorsiona el modo y el perfil de un haz, o se puede presentar interferencia por la óptica usada. Por esto, encontrar el centro de un perfil de intensidad a veces no es directo como encontrar el pixel de mayor intensidad.

Normalmente, este ruido puede arreglarse si uno usa un iris o limpia bien la óptica, pero a veces es riesgoso cuando el arreglo es grande o complicado. En casos como este, es posible hacer un preprocesamiento de la imagen para intentar limpiar un poco el ruido.

FOURIER

DIAGRAMA DE FFT

La idea de este pre-procesamiento consiste en remover el ruido en el dominio de frecuencias por medio de la transformada discreta de Fourier en 2D (utilizando el algoritmo de la transformada rápida, o FFT). Para analizar espectros, es conveniente utilizar el hecho de que la transformada de una distribución Gaussiana es también una Gaussiana:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}\{I(x, y)\} &= \hat{I}(u, v) = \int \int I_0 \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{r_0^2}\right) \exp(-i2\pi(ux + vy)) dx dy \\
 &= I_0 \int \exp\left(-\frac{x^2}{r_0^2}\right) \exp(-i2\pi ux) dx \int \exp\left(-\frac{y^2}{r_0^2}\right) \exp(-i2\pi vy) dy \\
 &= I_0 \left(\frac{\sqrt{\pi}}{r_0} \exp(-\pi^2 r_0^2 u^2)\right) \left(\frac{\sqrt{\pi}}{r_0} \exp(-\pi^2 r_0^2 v^2)\right) \\
 &= I_0 \frac{\sqrt{\pi}}{r_0} \exp(-\pi^2 r_0^2 (u^2 + v^2)) = \hat{I}_0 \exp\left(-\frac{u^2 + v^2}{z_0^2}\right),
 \end{aligned}$$

donde $\hat{I}_0 = I_0 \frac{\sqrt{\pi}}{r_0}$ es la nueva amplitud de la distribución y $z_0 = \frac{1}{\pi r_0}$ es el nuevo radio. Observamos que si tenemos un haz con perfil ancho, se convertirá en un perfil delgado en el espacio de frecuencias.

ESPECTRO + ESPECTRO FILTRADO

Viendo el espectro de frecuencias, podemos bloquear los puntos que no correspondan al espectro de nuestra Gaussiana. A esto lo llamaremos una *máscara* o filtro. La calidad de la imagen que obtengamos dependerá de la manera en la que se filtran las frecuencias no deseadas [16], en este algoritmo se hace una máscara muy simple. Finalmente, se aplica la transformada inversa de Fourier y se observa que el perfil puede haber mejorado un poco.

PERFIL MEJORADO

Dependiendo de cuánto se bloquee en el espacio de frecuencias cambiará la calidad de la imagen reconstruida: si se bloquea muy poco, no habrá mejora, si se bloquea mucho, se puede perder información del perfil. Esta herramienta es útil cuando se prefiere una estimación medianamente precisa del ancho de un haz con mucho ruido y no se puede arreglar la imagen del con óptica, por lo que se recomienda no abusar de ella para obtener una medición confiable.

Después del pre-procesamiento, se encuentra el *centro de gravedad de la imagen* con un cálculo del primer momento de la intensidad del haz sobre la superficie del CCD en ambas direcciones [17]:

$$\langle x \rangle = \frac{\int I(x, y) x \, dx dy}{\int I(x, y) \, dx dy} \quad \langle y \rangle = \frac{\int I(x, y) y \, dx dy}{\int I(x, y) \, dx dy}.$$

El algoritmo realiza esta integral de manera discreta a lo largo de cada columna y cada fila del arreglo para encontrar el valor de la proyección sobre cada eje. Una vez encontrado el centro del haz, el algoritmo procede a hacer un ajuste una distribución Gaussiana por medio de mínimos cuadrados:

$$G(x) = A e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

donde A es la amplitud de la Gaussiana, μ es su valor esperado y σ la desviación estándar. Finalmente, calcula el diámetro para una de las cuatro definiciones.

Además de existir como una biblioteca de funciones independiente, se escribió una interfaz gráfica para utilizar el programa como un ejecutable. Actualmente el programa ha pasado a ser utilizado cotidianamente por todos los usuarios del Laboratorio.

2.3.2. Sistema de adquisición

El sistema de adquisición consiste en la paquetería de programación del TDC y el programa de visualización de cuentas. El TDC es un convertidor de cuentas de tiempo a valores digitales que consta en un circuito integrado de aplicación específica (ASIC) que registra eventos en los 8 canales del módulo y los manda a una matriz de puertas programable (FPGA) que los ordena, comprime y calcula tasas de coincidencia para los primeros 4 canales.

El TDC cuenta con un búfer de entrada que trabaja a una velocidad de 200 millones de eventos por segundo, que resulta en una resolución temporal de $5.5ns$ para eventos consecutivos registrados en el mismo canal. Sin embargo, la resolución temporal para eventos registrados en distintos canales es de $\approx 81ps$.

Para realizar la comunicación entre el TDC y el resto de los sistemas del laboratorio, fue necesario escribir una paquetería en Python. Esta paquetería se escribió como un controlador para el TDC basada en los archivos compilados por el fabricante (bibliotecas de enlace dinámico, o *DLL*). Un pequeño manual se puede encontrar en el **ANEXO A??** y la paquetería está disponible en **REFERENCIA GITHUB** para uso público.

Se escribió también un programa de visualización de datos en tiempo real con dos funciones específicas de conteo de datos:

- Una función que integra el número de eventos por unidad de tiempo para cada canal.
- Un analizador de diferencias temporales: tomando un evento en un canal como un *inicio*, y el siguiente como un *fin*. De estas diferencias se construye un histograma útil para ver las diferencias temporales entre distintas señales (distintos canales).

```
def hola(text):  
    return mundo
```

2.3.3. Gating

2.3.4. Sistema de control

2.4. Resultados

3. Conclusiones

Al final de todo, se logra pues, publicar un artículo en una revista arbitrada como resultado del trabajo detallado en este informe. El artículo pierde en un sentido y gana en otro con respecto a la idea original. Durante el primer arbitraje y las respectivas correcciones se pierde la discusión histórica y filosófica de las desigualdades de Bell y los estados entrelazados, además de algunos ejemplos que se creía esclarecerían la idea tras las desigualdades de Bell. Sin embargo, al deshacerse de esa parte, fue necesario ampliar el contenido acerca del experimento, se agrega una parte explicando cómo puede obtenerse cualquiera de los 4 estados de Bell a partir de la disposición original del experimento y el uso de placas retardadoras de fase.

El artículo en su estado final puede fácilmente cumplir con su labor de manual para llevar a cabo el experimento. Además de citar fuentes útiles tanto para la discusión teórica de las desigualdades como para su discusión filosófica. En el artículo se hace una clara distinción entre los resultados que predice cualquier teoría de variables ocultas locales en este experimento y las predicciones de la mecánica cuántica. Y por último se obtiene un parámetro de Bell que claramente viola la desigualdad de CHSH, probando así experimentalmente una vez más el teorema de Bell.

Referencias

- [1] D. C. Burnham and D. L. Weinberg, “Observation of simultaneity in parametric production of optical photon pairs,” *Physical Review Letters*, vol. 25, no. 2, p. 84–87, 1970.
- [2] J. M. Lukens, O. D. Odele, D. E. Leaird, and A. M. Weiner, “Electro-optic modulation for high-speed characterization of entangled photon pairs,” *Opt. Lett.*, vol. 40, pp. 5331–5334, Nov 2015.
- [3] A. André, L.-M. Duan, and M. D. Lukin, “Coherent atom interactions mediated by dark-state polaritons,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 88, p. 243602, May 2002.
- [4] X.-H. Bao, Y. Qian, J. Yang, H. Zhang, Z.-B. Chen, T. Yang, and J.-W. Pan, “Generation of narrow-band polarization-entangled photon pairs for atomic quantum memories,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 101, p. 190501, Nov 2008.
- [5] S. Du, J. Wen, and M. H. Rubin, “Narrowband biphoton generation near atomic resonance,” *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 25, pp. C98–C108, Dec 2008.
- [6] A. V. Martínez, “Construcción de una trampa magneto-óptica,” Master’s thesis, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México, México, 2018.
- [7] P. Grangier, G. Roger, and A. Aspect, “Experimental evidence for a photon anticorrelation effect on a beam splitter: A new light on single-photon interferences,” *Europhysics Letters (EPL)*, vol. 1, no. 4, pp. 173–179, 1986.
- [8] A. Cere, B. Srivathsan, G. K. Gulati, B. Chng, and C. Kurtsiefer, “Characterization of a photon pair source based on a cold atomic ensemble using a cascade level scheme,” *ArXiv e-prints*, June 2018.
- [9] I. Ladany, “Laser to single-mode fiber coupling in the laboratory,” *Appl. Opt.*, vol. 32, pp. 3233–3236, Jun 1993.
- [10] Newport, “Technical note: Fiber optic coupling.”
- [11] T. N. Bandi, “Cold atom physics: Trapping methods and detection schemes,” Master’s thesis, Cork Institute of Technology, Cork, Ireland, 2008.
- [12] X. Michalet, A. Ingargiola, R. A. Colyer, G. Scalia, S. Weiss, P. Maccagnani, A. Gulinatti, I. Rech, and M. Ghioni, “Silicon photon-counting avalanche diodes for single-molecule fluorescence spectroscopy,” *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 20, pp. 248–267, 2014.
- [13] R. Hanbury Brown and R. Q. Twiss, “A test of a new type of stellar interferometer on sirius,” *Nature*, vol. 178, pp. 1046–1048, 1956.

-
- [14] X. T. Zou and L. Mandel, “Photon-antibunching and sub-poissonian photon statistics,” *Phys. Rev. A*, vol. 41, pp. 475–476, Jan 1990.
 - [15] C. M. Griot, “Gaussian beam optics,” 2009.
 - [16] S. W. Chen and J. L. Pellequer, “DeStripe: frequency-based algorithm for removing stripe noises from AFM images,” *BMC Struct. Biol.*, vol. 11, p. 7, Feb 2011.
 - [17] “Lasers and laser-related equipment — Test methods for laser beam widths, divergence angles and beam propagation ratios — Part 1: Stigmatic and simple astigmatic beams,” Standard, International Organization for Standardization, Jan. 2005.