Tarea 01 - Métodos Numéricos para la Ciencia e Ingeniería

Luz Agüero Contreras
Profesor: Valentino Gonzales
Auxiliar: Felipe Pesce

25 Septiembre 2015

1 Introducción

La tarea consistió de 4 partes básicamente:
Hacer un gráfico de flujo vs longitud de onda con los datos del archivo "sun_AM0.dat", que contiene el espectro del sol.
Integrar númericamente el espectro resultante en la primera parte, para poder posteriormente calcular la luminosidad solar.
Integrar númericamente la función de Planck:

$$B_\lambda(T) = \frac{2\pi hc^2/\lambda^5}{e^{hc/\lambda k_B T} - 1}$$

La cual, es equivalente a:

$$P = \frac{2\pi h}{c^2}\left(\frac{k_B T}{h}\right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx$$

Posteriormente, se debian comparar los resultados obtenidos anteriormente con los resultados producidos por las funciónes "scipy.integrate.quads" y "scipy.integrate.trapz", las cuales también entregan valores numericos de las integrales, pero estan incluidas y listas para usar en la libreria "scipy".

2 Procedimiento

- Parte 1
  Para poder trabajar con el archivo "sun_AM0.dat" se creo un algoritmo simple para separar los datos en 2 listas, una con las longitudes de ondas y otra con el flujo. Las unidades del archivo eran de $[nm]$ y $[Wm^{-2}nm^{-1}]$, las cuales, para pasarlas a Angstrom o micron y CGS, si hizo un cambio de unidades tal que, $1nm \rightarrow 10\mathring{A}$ y $W{\cdot}m^{-2}{\cdot}nm^{-1} \rightarrow 10^{10}g{\cdot}cm^{-1}{\cdot}s^{-3}$.

- Parte 2
  El metodo utilizado para la integración del espectro solar fue por medio de la regla del rectangulo,

  $$\int_a^b f(x)dx = (b-a)f(a)$$

  Como no era una función con lo que se estaba trabajando, los valores a y b eran el mínimo y máximo respectivamente de las longitudes de onda. Así, se iteró para conseguir el area bajo la curva, la cual representa la densidad de potencia que recibe la tierra desde el sol.

- Parte 3
  Para la función de Planck, se ocupo un cambio de variable, $y = arctan(x)$, para poder normalizar la integral y tener limites de integración finitos:

  $$P = \frac{2\pi h}{c^2}\left(\frac{k_B T}{h}\right)^4 \int_0^{\pi/2} \frac{tan(y)^3}{(e^{tan(y)}-1)cos(y)^2}dy$$

  Luego, se utilizo el la regla trapezoidal para poder calcular su valor numericamente,

  $$I_n = \frac{\Delta x}{2}\left(f(a) + \sum_i^{n-2} f_i + f(b)\right)$$

  Ocupando $a = 0$, $b = \frac{\pi}{2}$ y $\Delta x = 0.01$

3 Resultados

Gráfico realizado en base a los datos del archivo "sun_AM0.dat"

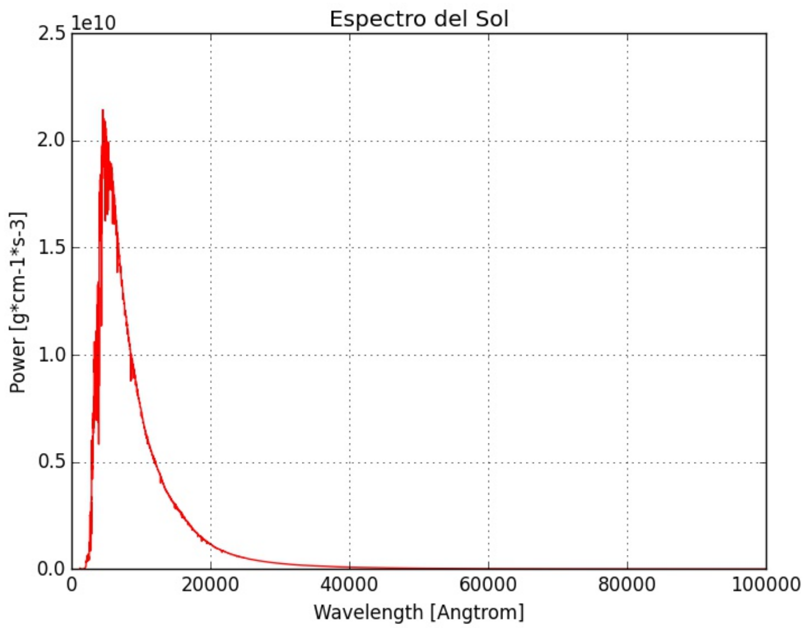

Figure 1: Espectro solar, se restaron los datos con $\lambda > 100000[Angstrom]$ para poder obtener una curva visible.

De la integración del espectro, resultó la Potencia, la cual multiplicada por el Radio solar ($R_{sun} = 2.812 \cdot 10^{23}$), resulta la Luminosidad Solar:

$$P_{sun} = 1366.623509[W{\cdot}m^{-2}]$$

$$\mathscr{L}_{sun} = 3.84294530731 \cdot 10^{26}[W]$$

La integración númerica de la función de planck, sin las constantes, resultó,

$$\int_0^{\pi/2} \frac{tan(y)^3}{(e^{tan(y)} - 1)cos(y)^2} dy = 6.49393890472$$

Considerando,
$c = 299792.458[m/s]$
$h = 6.62606957 \cdot 10^{-34}[J{\cdot}s]$
$k_b = 1.3806488 \cdot 10^{-23}[J{\cdot}K]$
$T_{eff}^{sun} = 5776[K]$

$$P = 63113215.0322[W{\cdot}m^{-2}]$$

4 Conclusiones

Los valores obtenidos para la Potencia y Luminosidad del sol se acercan bastante a los conocidos ($P = 1367[W/m^-2]$ y $\mathscr{L} = 3.810^26[W]$, lo cual demuestra que los métodos de integración númerica permiten obtener resultados tan exactos como los metodos de integración analítica.