

Práctica 0

Nociones Previas

Ejercicio 1. Resuelve las siguientes inecuaciones.

a) $-2x + 1 \geq 7$

c) $5(4x - 3) < 10$

b) $-x + 3 \geq 16$

d) $-4(3 - x) > 12$

Ejercicio 2. Resuelve las siguientes inecuaciones con módulo.

a) $|x - 3| \leq 1$

e) ¿Qué representa gráficamente?

b) $|2x - 1| \geq 2$

a) $|x - 3|$ b) $|x + 4|$

c) $|x + 4| < 7$

Hint: recordar que $|x|$ representa la distancia al 0.

d) $3|x + 1| > 2$

Ejercicio 3. Esperanza y Varianza de variables aleatorias.

a) Si X es una v.a. discreta

| | | | |
|------------|-----|-----|-----|
| $X = x$ | 0 | 1 | 2 |
| $P(X = x)$ | 0.2 | 0.5 | 0.3 |

calcular $E(X)$ y $Var(X)$.

Si $Y = 3X + 4$ y $Z = \ln(X + 2)$, hallar la $E(Y)$, $Var(Y)$ y $E(Z)$.

b) Si X es una v.a. continua, con función de densidad

$$f_X(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Calcular $E(X^3)$ y $E(2X - 5)$.

c) Sean X_1, X_2, \dots, X_{10} v.a. independientes con $E(X_i) = 3$ y $Var(X_i) = 5$, $\forall i$ (para todo valor de i), $1 \leq i \leq n$. Si

$$W = 2 \sum_{i=1}^{10} X_i + 3$$

Calcular $E(W)$ y $Var(W)$.

- d) Sean X_1, X_2, \dots, X_n v.a. independientes con $E(X_i) = 3$ y $Var(X_i) = 5 \forall i$, $1 \leq i \leq n$, calcular la esperanza y la varianza de:

$$\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

Ejercicio 4. En una línea de producción los productos pasan por 4 procesos sucesivos (preparación, armado, control y embalaje) hasta quedar listos para la venta. Sean X_1 , X_2 , X_3 y X_4 los tiempos (en minutos) que tardan en cumplirse cada uno de los procesos. Se sabe que los cuatro procesos actúan en forma independiente y que $X_1 \sim \mathcal{U}(3, 5)$, $X_2 \sim \mathcal{N}(3, 1/4)$, $X_3 \sim \mathcal{N}(4, 1/4)$ y $X_4 \sim \mathcal{U}(2, 4)$. Sea Y la variable aleatoria que mide el tiempo total que tarda un producto en pasar por toda la línea de producción. Halle $E(Y)$ y $Var(Y)$.

Respuestas numéricas

Ejercicio 1

a) $x \leq -3$

c) $x < 5/4$

b) $x \leq -13$

d) $x > 6$

Ejercicio 2

a) $2 \leq x \leq 4$

c) $-11 < x < 3$

b) $x \leq -1/2 \quad \text{ó} \quad 3/2 \leq x$

d) $x < -5/3 \quad \text{ó} \quad -1/3 < x$

Ejercicio 3

a) $E(X) = 1,1, \quad Var(X) = 0,49.$

$E(Y) = 7,3, \quad Var(Y) = 4,41, \quad E(Z) = 1,1038$

b) $E(X^3) = 1/4$

$E(2x - 5) = -4$

c) $E(W) = 63, \quad Var(W) = 200.$

d) $E(\bar{X}_n) = 3, \quad Var(\bar{X}_n) = 5/n.$

Ejercicio 4

$E(Y) = 14, \quad Var(Y) = 7/6$