

Introducción a la Programación

Cristian Nahuel Díaz

Primer Semestre de 2022

Clase práctica 7: Más listas, ciclos, invariantes.

Ejercicio 1 - Terminación

```
1  vr: List[int] = []
2  i: int = 0
3  # (A)
4  while i < len(l):
5      # (B)
6      if i % 2 == 0:
7          vr.append(l[i])
8      else:
9          vr.append(l[i]+n)
10     i = i + 1
11     # (C)
12     # (D)
13     return vr
```

► *i comienza valiendo 0*

Ejercicio 1 - Terminación

```
1  vr: List[int] = []
2  i: int = 0
3  # (A)
4  while i < len(l):
5      # (B)
6      if i % 2 == 0:
7          vr.append(l[i])
8      else:
9          vr.append(l[i]+n)
10     i = i + 1
11     # (C)
12     # (D)
13     return vr
```

- ▶ i comienza valiendo 0
- ▶ La lista l no se modifica o sea que $len(l)$ es fijo

Ejercicio 1 - Terminación

```
1  vr: List[int] = []
2  i: int = 0
3  # (A)
4  while i < len(l):
5      # (B)
6      if i % 2 == 0:
7          vr.append(l[i])
8      else:
9          vr.append(l[i]+n)
10     i = i + 1
11     # (C)
12     # (D)
13     return vr
```

- ▶ i comienza valiendo 0
- ▶ La lista l no se modifica o sea que $len(l)$ es fijo
- ▶ En cada iteración i se incrementa en 1

Ejercicio 1 - Terminación

```
1  vr: List[int] = []
2  i: int = 0
3  # (A)
4  while i < len(l):
5      # (B)
6      if i % 2 == 0:
7          vr.append(l[i])
8      else:
9          vr.append(l[i]+n)
10     i = i + 1
11     # (C)
12     # (D)
13     return vr
```

- ▶ i comienza valiendo 0
- ▶ La lista l no se modifica o sea que $len(l)$ es fijo
- ▶ En cada iteración i se incrementa en 1
- ▶ Por lo tanto es inevitable que en algún momento $i = len(l)$, momento en el que la guarda evaluará a False y el ciclo terminará

Ejercicio 1 - Correctitud

\mathcal{I} :

```
1  vr: List[int] = []
2  i: int = 0
3  # (A)
4  while i < len(l):
5      # (B)
6      if i % 2 == 0:
7          vr.append(l[i])
8      else:
9          vr.append(l[i]+n)
10     i = i + 1
11     # (C)
12     # (D)
13     return vr
```

Ejercicio 1 - Correctitud

```
1  vr: List[int] = []
2  i: int = 0
3  # (A)
4  while i < len(l):
5      # (B)
6      if i % 2 == 0:
7          vr.append(l[i])
8      else:
9          vr.append(l[i]+n)
10     i = i + 1
11     # (C)
12     # (D)
13     return vr
```

\mathcal{I} :

► $0 \leq i \leq \text{len}(l)$

Ejercicio 1 - Correctitud

```
1  vr: List[int] = []
2  i: int = 0
3  # (A)
4  while i < len(l):
5      # (B)
6      if i % 2 == 0:
7          vr.append(l[i])
8      else:
9          vr.append(l[i]+n)
10     i = i + 1
11     # (C)
12     # (D)
13     return vr
```

\mathcal{I} :

- ▶ $0 \leq i \leq \text{len}(l)$
- ▶ $\text{len}(vr) == i$

Ejercicio 1 - Correctitud

```
1  vr: List[int] = []
2  i: int = 0
3  # (A)
4  while i < len(l):
5      # (B)
6      if i % 2 == 0:
7          vr.append(l[i])
8      else:
9          vr.append(l[i]+n)
10     i = i + 1
11     # (C)
12 # (D)
13 return vr
```

\mathcal{I} :

- ▶ $0 \leq i \leq \text{len}(l)$
- ▶ $\text{len}(vr) == i$
- ▶ Para j tal que $0 \leq j \leq i - 1$,
 $vr[j] == l[j]$ si j es par y $vr[j] == l[j] + n$
si j es impar

Ejercicio 1 - Correctitud

```
1  vr: List[int] = []
2  i: int = 0
3  # (A)
4  while i < len(l):
5      # (B)
6      if i % 2 == 0:
7          vr.append(l[i])
8      else:
9          vr.append(l[i]+n)
10     i = i + 1
11     # (C)
12     # (D)
13     return vr
```

\mathcal{I} :

- ▶ $0 \leq i \leq \text{len}(l)$
- ▶ $\text{len}(vr) == i$
- ▶ Para j tal que $0 \leq j \leq i - 1$,
 $vr[j] == l[j]$ si j es par y $vr[j] == l[j] + n$
si j es impar

Vale \mathcal{I} en (A)?

- ▶ $i = 0$ entonces vale $0 \leq i \leq \text{len}(l)$

Ejercicio 1 - Correctitud

```
1  vr: List[int] = []
2  i: int = 0
3  # (A)
4  while i < len(l):
5      # (B)
6      if i % 2 == 0:
7          vr.append(l[i])
8      else:
9          vr.append(l[i]+n)
10     i = i + 1
11     # (C)
12 # (D)
13 return vr
```

\mathcal{I} :

- ▶ $0 \leq i \leq \text{len}(l)$
- ▶ $\text{len}(vr) == i$
- ▶ Para j tal que $0 \leq j \leq i - 1$,
 $vr[j] == l[j]$ si j es par y $vr[j] == l[j] + n$
si j es impar

Vale \mathcal{I} en (A)?

- ▶ $i = 0$ entonces vale $0 \leq i \leq \text{len}(l)$
- ▶ $vr = []$ entonces vale $\text{len}(vr) == 0 == i$

Ejercicio 1 - Correctitud

```
1  vr: List[int] = []
2  i: int = 0
3  # (A)
4  while i < len(l):
5      # (B)
6      if i % 2 == 0:
7          vr.append(l[i])
8      else:
9          vr.append(l[i]+n)
10     i = i + 1
11     # (C)
12 # (D)
13 return vr
```

\mathcal{I} :

- ▶ $0 \leq i \leq \text{len}(l)$
- ▶ $\text{len}(vr) == i$
- ▶ Para j tal que $0 \leq j \leq i - 1$,
 $vr[j] == l[j]$ si j es par y $vr[j] == l[j] + n$ si j es impar

Vale \mathcal{I} en (A)?

- ▶ $i = 0$ entonces vale $0 \leq i \leq \text{len}(l)$
- ▶ $vr = []$ entonces vale $\text{len}(vr) == 0 == i$
- ▶ Como $i = 0$, el rango 0 a $i-1$ es vacío, entonces la 3er sentencia del invariante vale automáticamente

Ejercicio 1 - Correctitud

```
1  vr: List[int] = []
2  i: int = 0
3  # (A)
4  while i < len(l):
5      # (B)
6      if i % 2 == 0:
7          vr.append(l[i])
8      else:
9          vr.append(l[i]+n)
10     i = i + 1
11     # (C)
12     # (D)
13     return vr
```

\mathcal{I} :

- ▶ $0 \leq i \leq \text{len}(l)$
- ▶ $\text{len}(vr) == i$
- ▶ Para j tal que $0 \leq j \leq i - 1$,
 $vr[j] == l[j]$ si j es par y $vr[j] == l[j] + n$
si j es impar

Asumamos que \mathcal{I} vale en (B). Sea K el valor de i

Ejercicio 1 - Correctitud

```
1  vr: List[int] = []
2  i: int = 0
3  # (A)
4  while i < len(l):
5      # (B)
6      if i % 2 == 0:
7          vr.append(l[i])
8      else:
9          vr.append(l[i]+n)
10     i = i + 1
11     # (C)
12 # (D)
13 return vr
```

\mathcal{I} :

- ▶ $0 \leq i \leq \text{len}(l)$
- ▶ $\text{len}(vr) == i$
- ▶ Para j tal que $0 \leq j \leq i - 1$,
 $vr[j] == l[j]$ si j es par y $vr[j] == l[j] + n$ si j es impar

Asumamos que \mathcal{I} vale en (B). Sea K el valor de i

- ▶ Tenemos que $0 \leq K \leq \text{len}(l)$
- ▶ Vale $\text{len}(vr) == K$
- ▶ Para j tal que $0 \leq j \leq K - 1$,
 $vr[j] == l[j]$ si j es par y $vr[j] == l[j] + n$ si j es impar

Ejercicio 1 - Correctitud

```
1  vr: List[int] = []
2  i: int = 0
3  # (A)
4  while i < len(l):
5      # (B)
6      if i % 2 == 0:
7          vr.append(l[i])
8      else:
9          vr.append(l[i]+n)
10     i = i + 1
11     # (C)
12 # (D)
13 return vr
```

\mathcal{I} :

- ▶ $0 \leq i \leq \text{len}(l)$
- ▶ $\text{len}(vr) == i$
- ▶ Para j tal que $0 \leq j \leq i - 1$,
 $vr[j] == l[j]$ si j es par y $vr[j] == l[j] + n$ si j es impar

Asumamos que \mathcal{I} vale en (B). Sea K el valor de i

- ▶ Tenemos que $0 \leq K \leq \text{len}(l)$
- ▶ Vale $\text{len}(vr) == K$
- ▶ Para j tal que $0 \leq j \leq K - 1$,
 $vr[j] == l[j]$ si j es par y $vr[j] == l[j] + n$ si j es impar

Ejercicio 1 - Correctitud

```
1  vr: List[int] = []
2  i: int = 0
3  # (A)
4  while i < len(l):
5      # (B)
6      if i % 2 == 0:
7          vr.append(l[i])
8      else:
9          vr.append(l[i]+n)
10     i = i + 1
11     # (C)
12 # (D)
13 return vr
```

(B):

- ▶ Tenemos que $0 \leq K < \text{len}(l)$
- ▶ Vale $\text{len}(vr) == K$
- ▶ Para j tal que $0 \leq j \leq K - 1$,
 $vr[j] == l[j]$ si j es par y $vr[j] == l[j] + n$ si j es impar

Vale \mathcal{I} en (C)?

- ▶ Si K es par, se agrega a vr el valor de $l[K]$.
Si es impar, se agrega a vr $l[K]+n$
- ▶ $\text{len}(vr)$ se incrementa en 1, entonces vale $\text{len}(vr) == K + 1$
- ▶ i se incrementa en 1, entonces vale $i == K + 1$ (y que $i - 1 == K$)

Ejercicio 1 - Correctitud

```
1  vr: List[int] = []
2  i: int = 0
3  # (A)
4  while i < len(l):
5      # (B)
6      if i % 2 == 0:
7          vr.append(l[i])
8      else:
9          vr.append(l[i]+n)
10     i = i + 1
11     # (C)
12     # (D)
13     return vr
```

Vale \mathcal{I} en (C)?

- ▶ Si K es par, se agrega a vr el valor de $l[K]$.
Si es impar, se agrega a vr $l[K]+n$
- ▶ $len(vr)$ se incrementa en 1, entonces vale $len(vr) == K + 1$
- ▶ i se incrementa en 1, entonces vale $i == K + 1$ (y que $i - 1 == K$)
- ▶ Entonces $len(vr) = i$

Ejercicio 1 - Correctitud

```
1  vr: List[int] = []
2  i: int = 0
3  # (A)
4  while i < len(l):
5      # (B)
6      if i % 2 == 0:
7          vr.append(l[i])
8      else:
9          vr.append(l[i]+n)
10     i = i + 1
11     # (C)
12 # (D)
13 return vr
```

Vale \mathcal{I} en (C)?

- ▶ Si K es par, se agrega a vr el valor de $l[K]$.
Si es impar, se agrega a vr $l[K]+n$
- ▶ $len(vr)$ se incrementa en 1, entonces vale $len(vr) == K + 1$
- ▶ i se incrementa en 1, entonces vale $i == K + 1$ (y que $i - 1 == K$)
- ▶ Entonces $len(vr) = i$
- ▶ Para j tal que $0 \leq j \leq K$, $vr[j] == l[j]$ si j es par y $vr[j] == l[j] + n$ si j es impar

Ejercicio 1 - Correctitud

```
1  vr: List[int] = []
2  i: int = 0
3  # (A)
4  while i < len(l):
5      # (B)
6      if i % 2 == 0:
7          vr.append(l[i])
8      else:
9          vr.append(l[i]+n)
10     i = i + 1
11     # (C)
12 # (D)
13 return vr
```

Vale \mathcal{I} en (C)?

- ▶ Si K es par, se agrega a vr el valor de $l[K]$.
Si es impar, se agrega a vr $l[K]+n$
- ▶ $len(vr)$ se incrementa en 1, entonces vale $len(vr) == K + 1$
- ▶ i se incrementa en 1, entonces vale $i == K + 1$ (y que $i - 1 == K$)
- ▶ Entonces $len(vr) = i$
- ▶ Para j tal que $0 \leq j \leq i - 1$,
 $vr[j] == l[j]$ si j es par y $vr[j] == l[j] + n$
si j es impar

Ejercicio 1 - Correctitud

```
1  vr: List[int] = []
2  i: int = 0
3  # (A)
4  while i < len(l):
5      # (B)
6      if i % 2 == 0:
7          vr.append(l[i])
8      else:
9          vr.append(l[i]+n)
10     i = i + 1
11     # (C)
12 # (D)
13 return vr
```

Vale \mathcal{I} en (C)?

- ▶ Si K es par, se agrega a vr el valor de $l[K]$.
Si es impar, se agrega a vr $l[K]+n$
- ▶ $len(vr)$ se incrementa en 1, entonces vale $len(vr) == K + 1$
- ▶ i se incrementa en 1, entonces vale $i == K + 1$ (y que $i - 1 == K$)
- ▶ Entonces $len(vr) = i$
- ▶ Para j tal que $0 \leq j \leq i - 1$,
 $vr[j] == l[j]$ si j es par y $vr[j] == l[j] + n$ si j es impar
- ▶ $0 \leq K < len(l)$ equivale a
 $0 \leq K + 1 \leq len(l)$ y esto equivale a
que $0 \leq i \leq len(l)$

Ejercicio 1 - Correctitud

```
1  vr: List[int] = []
2  i: int = 0
3  # (A)
4  while i < len(l):
5      # (B)
6      if i % 2 == 0:
7          vr.append(l[i])
8      else:
9          vr.append(l[i]+n)
10     i = i + 1
11     # (C)
12 # (D)
13 return vr
```

\mathcal{I} :

- ▶ $0 \leq i \leq \text{len}(l)$
- ▶ $\text{len}(vr) == i$
- ▶ Para j tal que $0 \leq j \leq i - 1$,
 $vr[j] == l[j]$ si j es par y $vr[j] == l[j] + n$ si j es impar

Vale \mathcal{I} en (C)!

- ▶ Entonces $\text{len}(vr) = i$
- ▶ Para j tal que $0 \leq j \leq i - 1$,
 $vr[j] == l[j]$ si j es par y $vr[j] == l[j] + n$ si j es impar
- ▶ $0 \leq K < \text{len}(l)$ equivale a
 $0 \leq K + 1 \leq \text{len}(l)$ y esto equivale a
que $0 \leq i \leq \text{len}(l)$

Ejercicio 1 - Correctitud

```
1  vr: List[int] = []
2  i: int = 0
3  # (A)
4  while i < len(l):
5      # (B)
6      if i % 2 == 0:
7          vr.append(l[i])
8      else:
9          vr.append(l[i]+n)
10     i = i + 1
11     # (C)
12     # (D)
13     return vr
```

\mathcal{I} :

- ▶ $0 \leq i \leq \text{len}(l)$
 - ▶ $\text{len}(vr) == i$
 - ▶ Para j tal que $0 \leq j \leq i - 1$,
 $vr[j] == l[j]$ si j es par y $vr[j] == l[j] + n$ si j es impar
-
- ▶ Por último, en (D) vale el \mathcal{I} y además que $i == \text{len}(l)$

Ejercicio 1 - Correctitud

```
1  vr: List[int] = []
2  i: int = 0
3  # (A)
4  while i < len(l):
5      # (B)
6      if i % 2 == 0:
7          vr.append(l[i])
8      else:
9          vr.append(l[i]+n)
10     i = i + 1
11     # (C)
12     # (D)
13     return vr
```

\mathcal{I} :

- ▶ $0 \leq i \leq \text{len}(l)$
- ▶ $\text{len}(vr) == i$
- ▶ Para j tal que $0 \leq j \leq i - 1$,
 $vr[j] == l[j]$ si j es par y $vr[j] == l[j] + n$ si j es impar

- ▶ Por último, en (D) vale el \mathcal{I} y además que $i == \text{len}(l)$
- ▶ Entonces vale que para j tal que
 $0 \leq j \leq \text{len}(l) - 1$, $vr[j] == l[j]$ si j es par y $vr[j] == l[j] + n$ si j es impar

Ejercicio 1 - Correctitud

```
1  vr: List[int] = []
2  i: int = 0
3  # (A)
4  while i < len(l):
5      # (B)
6      if i % 2 == 0:
7          vr.append(l[i])
8      else:
9          vr.append(l[i]+n)
10     i = i + 1
11     # (C)
12     # (D)
13     return vr
```

\mathcal{I} :

- ▶ $0 \leq i \leq \text{len}(l)$
- ▶ $\text{len}(vr) == i$
- ▶ Para j tal que $0 \leq j \leq i - 1$,
 $vr[j] == l[j]$ si j es par y $vr[j] == l[j] + n$ si j es impar

- ▶ Por último, en (D) vale el \mathcal{I} y además que $i == \text{len}(l)$
- ▶ Entonces vale que para j tal que
 $0 \leq j \leq \text{len}(l) - 1$, $vr[j] == l[j]$ si j es par y $vr[j] == l[j] + n$ si j es impar
- ▶ También que $\text{len}(vr) == i == \text{len}(l)$

Ejercicio 1 - Correctitud

```
1  vr: List[int] = []
2  i: int = 0
3  # (A)
4  while i < len(l):
5      # (B)
6      if i % 2 == 0:
7          vr.append(l[i])
8      else:
9          vr.append(l[i]+n)
10     i = i + 1
11     # (C)
12     # (D)
13     return vr
```

\mathcal{I} :

- ▶ $0 \leq i \leq \text{len}(l)$
- ▶ $\text{len}(vr) == i$
- ▶ Para j tal que $0 \leq j \leq i - 1$,
 $vr[j] == l[j]$ si j es par y $vr[j] == l[j] + n$ si j es impar

- ▶ Por último, en (D) vale el \mathcal{I} y además que $i == \text{len}(l)$
- ▶ Entonces vale que para j tal que
 $0 \leq j \leq \text{len}(l) - 1$, $vr[j] == l[j]$ si j es par y $vr[j] == l[j] + n$ si j es impar
- ▶ También que $\text{len}(vr) == i == \text{len}(l)$

Ejercicio 1 - Correctitud

```
1  vr: List[int] = []
2  i: int = 0
3  # (A)
4  while i < len(l):
5      # (B)
6      if i % 2 == 0:
7          vr.append(l[i])
8      else:
9          vr.append(l[i]+n)
10     i = i + 1
11     # (C)
12     # (D)
13     return vr
```

\mathcal{I} :

- ▶ $0 \leq i \leq \text{len}(l)$
- ▶ $\text{len}(vr) == i$
- ▶ Para j tal que $0 \leq j \leq i - 1$,
 $vr[j] == l[j]$ si j es par y $vr[j] == l[j] + n$ si j es impar

- ▶ Por último, en (D) vale el \mathcal{I} y además que $i == \text{len}(l)$
- ▶ Entonces vale que para j tal que
 $0 \leq j \leq \text{len}(l) - 1$, $vr[j] == l[j]$ si j es par y $vr[j] == l[j] + n$ si j es impar
- ▶ También que $\text{len}(vr) == i == \text{len}(l)$

Entonces vale el devuelve: $\text{len}(vr) == \text{len}(l)$, y en toda posición j entre 0 y $\text{len}(l)-1$: $vr[j] == l[j]$ si j es par, o bien $vr[j] == l[j] + n$ si j es impar