Lista de Exercícios

Cálculo I

James Stewart; Cálculo - Volume 1; 6ª edição.
Seções 1.1, 1.3, 1.5, 1.6 e Apêndices A.9, A.30

Apêndice A.9

Enunciado para as questões 1 e 11: Reescreva as expressões sem usar o símbolo de valor absoluto:
1. $|5 - 23|$
11. $|x^2 + 1|$

Enunciado para as questões 17 e 21: Resolva as inequações em termos de intervalos e represente o conjunto solução na reta real.
17. $2x + 1 < 5x - 8$
21. $0 \leq 1 - x < 1$

45. Resolva a equação para x.

$$|x + 3| = |2x + 1|$$

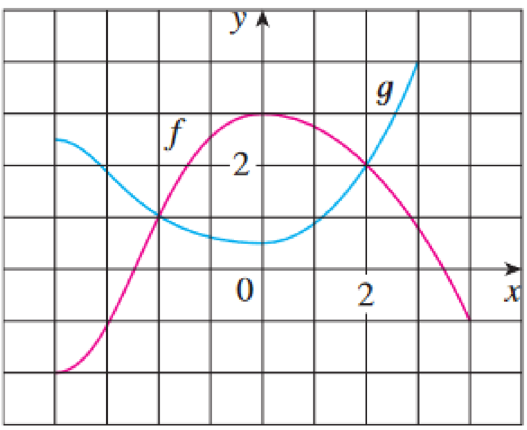
51. Resolva a inequação.

$$|x + 5| \geq 2$$

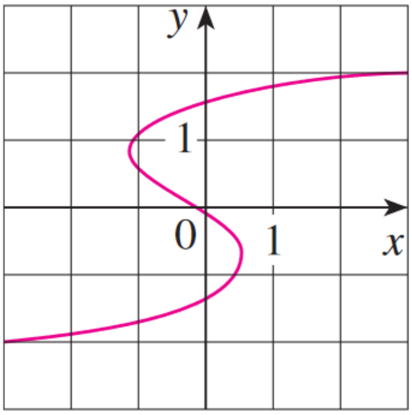
Seção 1.1

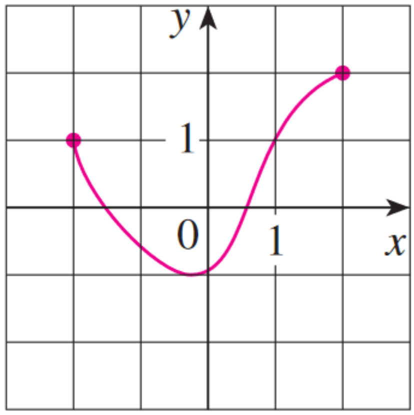
2. Dado os gráficos de f e g:

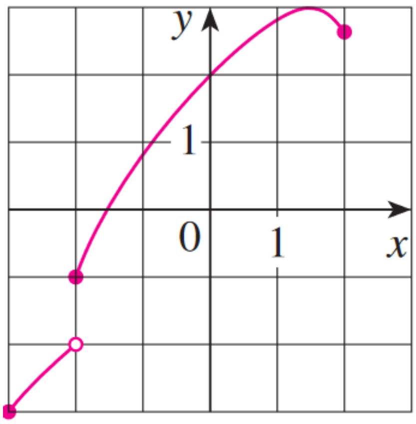
(a) Obtenha os valores de $f(-4)$ e $g(3)$.
(b) $f(x) = g(x)$ para quais valores de x?
(c) Estime a solução da equação $f(x) = -1$.
(d) Em qual intervalo f é decrescente?
(e) Dê o domínio e a imagem de f.
(f) Obtenha o domínio e a imagem de g.



Enunciado para as questões 5 a 7: Determine se a curva dada é o gráfico de uma função de x. Se for o caso, obtenha o domínio e a imagem da função.

5. 

6. 

7. 

23. Calcule o quociente das diferenças para a função dada. Simplifique sua resposta.

$$f(x) = 4 + 3x - x^2, \quad \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$$

Enunciado para as questões 27 e 30: Encontre o domínio da função.

27. $f(x) = \dfrac{x}{3x-1}$

30. $g(u) = \sqrt{u} + \sqrt{4-u}$

41. Encontre o domínio e esboce o gráfico da função.

$$f(x) = \begin{cases} x+2, \text{se } x < 0 \\ 1-x, \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

45. Encontre uma expressão para a função cujo gráfico é a curva dada.

Segmento de reta unindo os pontos $(1, 3)$ *e* $(5, 7)$.

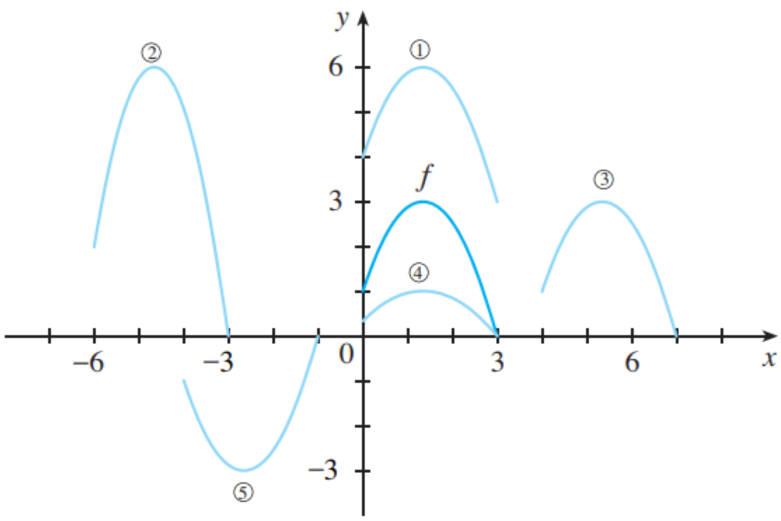
51. Encontre uma fórmula para a função descrita e obtenha seu domínio.

Um retângulo tem um perímetro de 20 metros. Expresse a área do retângulo como uma função do comprimento de um de seus lados. .

Seção 1.3

3. Dado o gráfico $y = f(x)$, associe cada equação com seu gráfico e justifique suas escolhas:

(*a*) $y = f(x-4)$ (*b*) $y = f(x) + 3$ (*c*) $y = \frac{1}{3}f(x)$
(*d*) $y = -f(x+4)$ (*e*) $y = 2f(x+6)$



Enunciado para as questões 21 e 23: Faça o gráfico de cada função, sem marcar pontos, mas começando com o gráfico de uma das funções básicas dadas na Seção 1.2* e então aplicando as transformações apropriadas.

21. $y = \frac{2}{x+1}$

23. $y = |\text{sen } x|$

29. Encontre $f + g$, $f - g$, fg, f/g e defina seus domínios donde

$$f(x) = x^3 + 2x^2, \quad g(x) = 3x^2 - 1$$

Enunciado para as questões 31 e 35: Encontre as funções (a) $f \circ g$, (b) $g \circ f$, (c) $f \circ f$ e (d) $g \circ g$ e seus domínios.

31. $f(x) = x^2 - 1, \quad g(x) = 2x + 1.$

35. $f(x) = x + \frac{1}{x}, \quad g(x) = \frac{x+1}{x+2}$

Enunciado para as questões 37 e 39: Encontre $f \circ g \circ h$.

37. $f(x) = x + 1, \quad g(x) = 2x, \quad h(x) = x - 1$

39. $f(x) = \sqrt{x - 3}, \quad g(x) = x^2, \quad h(x) = x^3 + 2$

41. Expresse a função na forma $f \circ g$.

$$F(x) = (x^2 + 1)^{10}$$

Seção 1.5

1.

(a) Escreva uma equação que defina a função exponencial com base $a > 0$.
(b) Qual é o domínio dessa função?
(c) se $a \neq 1$, qual a imagem dessa função?
(d) Esboce a forma geral do gráfico da função exponencial nos seguintes casos.

$$(i) a > 1 \quad (ii) a = 1 \quad (iii) 0 < a < 1$$

15. Encontre o domínio de cada função

$$(a)\ f(x) = \frac{1}{1+e^x} \qquad\qquad (b)\ f(x) = \frac{1}{1-e^x}$$

29. Se você traçar o gráfico da função

$$f(x) = \frac{1-e^{1/x}}{1+e^{1/x}}$$

verá que f parece ser uma função ímpar. Demonstre isso.

Seção 1.6

Enunciado para as questões 9 e 11: Determine se as seguintes funções são injetoras:

9. $f(x) = \frac{1}{2}(x+5)$

11. $g(x) = |x|$.

17. Se $g(x) = 3 + x + e^x$, ache $g^{-1}(4)$.

21. Dada $f(x) = \sqrt{10-3x}$, encontre uma fórmula para a função inversa.

23. Encontre uma fórmula para a função inversa da função $f(x) = e^{x^3}$.

48. Resolva a seguinte equação em x.

$$e^{2x+3} - 7 = 0.$$

53. Seja $f(x) = \sqrt{3-e^{2x}}$. Determine:
(a) O domínio de f.
(b) A inversa de f e seu domínio.

Apêndice A.30

1. Converta $210°$ para radianos.

9. Converta $\frac{5\pi}{12}$ para graus.

42. Demonstre a seguinte identidade: $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \text{sen}(x)$.

59. Se $\text{sen}(x) = 1/3$ e $\sec(y) = 5/4$, onde x e y estão entre 0 e $\pi/2$, cacule a seguinte expressão: $\text{sen}(x + y)$.

87. Use a fórmula da adição para cosseno e as identidades

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \text{sen}(\theta) \quad , \quad \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos(\theta)$$

para demonstrar a fórmula da subtração para a função seno.

Gabaritos

Apêndice A.9

1. 18

11. $x^2 + 1$

17. $x \in (3, \infty)$

21. $x \in [1, 2)$

45. $x \in \{2\}$

51. $x \geq 5$ ou $x \leq -7$

Seção 1.1

2.
 a) $f(-4) = -2eg(3) = 4$ b) $x = -2$ e $x = 2$ c) $x = -3$ ou $x = 4$
 d) $[0, 4]$ e) $D = [-4, 4]$ e $I = [-2, 3]$ f) $D = [-4, 3]$ e $I = [\frac{1}{2}, 4]$

5. Não

6. Sim, D = [-2,2]

7. Sim, D = [-3,2]

23. -3 -h

27. D = $x \neq \frac{1}{3}$

30. D = [0,4]

41. D = Reais

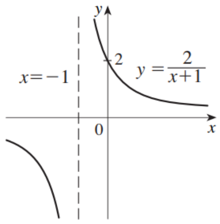
45. $f(x) = \frac{5x}{2} - \frac{11}{2}$

51. $A(x) = -x^2 + 10x$

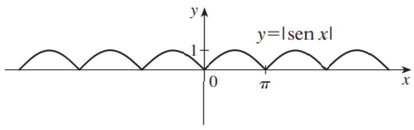
Seção 1.3

3. (a) 3 (b) 1 (c) 4 (d) 5 (e) 2

21.



23.



29.

$(f+g)(x) = x^3 + 5x^2 - 1, (-\infty, \infty)$
$(f-g)(x) = x^3 - x^2 + 1, (-\infty, \infty)$
$(fg)(x) = 3x^5 + 6x^4 - x^3 - 2x^2, (-\infty, \infty)$
$(f/g)(x) = (x^3 + 2x^2)/(3x^2 - 1), \{x \mid x \neq \pm 1/\sqrt{3}\}$

31.

(a) $(f \circ g)(x) = 4x^2 + 4x, (-\infty, \infty)$
(b) $(g \circ f)(x) = 2x^2 - 1, (-\infty, \infty)$
(c) $(f \circ f)(x) = x^4 - 2x^2, (-\infty, \infty)$
(d) $(g \circ g)(x) = 4x + 3, (-\infty, \infty)$

35.

(a) $(f \circ g)(x) = (2x^2 + 6x + 5)/[(x+2)(x+1)], \{x \mid x \neq -2, -1\}$
(b) $(g \circ f)(x) = (x^2 + x + 1)/(x+1)^2, \{x \mid x \neq -1\}$
(c) $(f \circ f)(x) = (x^4 + 3x^2 + 1)[x(x^2+1)], \{x \mid x \neq 0\}$
(d)$(g \circ g)(x) = (2x+3)/(3x+5), \{x \mid x \neq -2, -\frac{5}{3}\}$

37. $(f \circ g \circ h)(x) = 2x - 1$

39. $(f \circ g \circ h)(x) = \sqrt{x^6 + 4x^3 + 1}$

41. $g(x) = x^2 + 1,\ f(x) = x^{10}$

Seção 1.5

1.
(a). $f(x) = a^x, a > 0$
(b) $\mathbb{R}$
(c) $(0, \infty)$
(d) Veja as Figuras 4(c), 4(b) e 4(a) respectivamente. (seção 1.5 da referência, J.Stewart Ed.6ª)

15. $(a)\ (-\infty, \infty)$ $\qquad$ $(b)\ (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

29. Uma função impar é aquela que satisfaz a propriedade: $f(-x) = -f(x)$ para todo x no domínio. Em particular para a função f em questão temos:

$$f(-x) = \frac{1 - e^{\frac{1}{-x}}}{1 + e^{\frac{1}{-x}}} = \frac{1 - e^{-\frac{1}{x}}}{1 + e^{-\frac{1}{x}}} = \frac{1 - \frac{1}{e^{\frac{1}{x}}}}{1 + \frac{1}{e^{\frac{1}{x}}}} = \frac{\frac{e^{\frac{1}{x}} - 1}{e^{\frac{1}{x}}}}{\frac{e^{\frac{1}{x}} + 1}{e^{\frac{1}{x}}}} = \frac{-1 + e^{\frac{1}{x}}}{1 + e^{\frac{1}{x}}} = -\frac{1 - e^{\frac{1}{x}}}{1 + e^{\frac{1}{x}}} = -f(x)$$

Seção 1.6

9. Sim (Teste da reta horizontal)

11. Não (g(1)=g(-1)=1)

17. 0

21. $f^{-1}(x) = -\frac{x^2}{3} + \frac{10}{3},\ x \geq 0$

23. $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\ln(x)},\ x > 0$

48. $\frac{\ln(7) - 3}{2}$

53. (a) $\left(-\infty, \dfrac{\ln(3)}{2}\right]$

(b) $f^{-1}(x) = \dfrac{1}{2}\ln(3 - x^2),\ [0, \sqrt{3})$

Apêndice A.30

1. $\dfrac{7\pi}{6}$

9. $75°$

42. Utilize a fórmula de subtração do cosseno e o fato de que $\cos(\pi/2) = 0$ e $\operatorname{sen}(\pi/2) = 1$.

59. $\dfrac{4 + 6\sqrt{2}}{15}$

87. Utilize a fórmula para $\cos(x + y)$ com $x = \pi/2 - \alpha$ e $y = \beta$ e aplique as identidades sugeridas no enunciado.