Lista de Exercícios

Cálculo I

O teorema fundamental do cálculo.

Os exercícios dessa lista são da seção 5.3 do livro “Cálculo, volume 1”, do James Stewart, 6^a edição.

7. Use a Parte 1 do Teorema Fundamental do Cálculo para encontrar a derivada da função $g(x) = \int_1^x \dfrac{1}{t^3+1}dt$.

11. Use a Parte 1 do Teorema Fundamental do Cálculo para encontrar a derivada da função $F(x) = \int_x^\pi \sqrt{1+\sec(t)}dt$.
(Dica: $\int_x^\pi \sqrt{1+\sec(t)}dt = -\int_\pi^x \sqrt{1+\sec(t)}dt$).

15. Use a Parte 1 do Teorema Fundamental do Cálculo para encontrar a derivada da função $y = \int_0^{\tan(x)} \sqrt{t+\sqrt{t}}dt$.

Enunciado para as questões 19-42: Calcule a integral:

19. $\int_{-1}^{2}(x^3-2x)dx$.

26. $\int_\pi^{2\pi} \cos(\theta)d\theta$.

29. $\int_1^9 \dfrac{x-1}{\sqrt{x}}dx$.

31. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec^2(t)dt$.

32. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec(\theta)\tan(\theta)d\theta$.

37. $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \dfrac{6}{\sqrt{1-t^2}}dt$.

38. $\int_0^1 \dfrac{4}{t^2+1}dt$.

41. $\int_0^\pi f(x)dx$, onde $f(x) = \begin{cases} \text{sen}(x), & \text{se } 0 \le x < \frac{\pi}{2} \\ \cos(x), & \text{se } \frac{\pi}{2} \le x \le \pi \end{cases}$.

45. O que está errado na equação $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \sec(\theta)\tan(\theta)d\theta = \sec(\theta)\Big]_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} = -3$?

56. Ache a derivada da função $y = \int_{\cos(x)}^{5x} \cos(u^2)du$.

58. Ache o intervalo em que a curva $y = \int_0^x \dfrac{1}{1+t+t^2}dt$ é côncava para cima.

70.

(a) Mostre que $\cos(x^2) \geq \cos(x)$, para $0 \leq x \leq 1$.

(b) Deduza que $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos(x^2)dx \geq \dfrac{1}{2}$.

Gabarito

7. $g'(x) = \dfrac{1}{x^3+1}$.

11. $F'(x) = -\sqrt{1+\sec(x)}$.

15. $y' = \sec^2(x)\sqrt{\tan(x)+\sqrt{\tan(x)}}$.

19. $\dfrac{3}{4}$.

26. 0.

29. $\dfrac{40}{3}$.

31. 1.

32. $\sqrt{2}-1$.

37. π.

38. π.

41. 0.

45. O erro é aplicar o Teorema Fundamental do Cálculo sobre uma função que não é contínua no intervalo.

56. $y' = \text{sen}(x)\cos(\cos^2(x)) + 5\cos(25x^5)$.

58. $(-\infty, -\frac{1}{2})$.

70.

(a) Veja que $\frac{d}{dx}\cos(x) = -sen(x) \leq 0$, se $0 \leq x \leq 1$. Logo, $\cos(x)$ é uma função decrescente nesse intervalo. Uma vez que $0 \leq x \leq 1$, temos que $x^2 \leq x$. Assim, $\cos(x) \leq \cos(x^2)$.

(b) Como estamos tratando de funções positivas,

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos(x^2)dx \geq \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos(x)dx = \text{sen}(\frac{\pi}{6}) - \text{sen}(0) = \frac{1}{2}.$$