Lista de Exercícios

Cálculo I

Seção 5.5: Regra da Substituição

Enunciado para os exercícios 3,6: Calcule a integral fazendo a substituição dada.

3. $\int x^2\sqrt{x^3+1}dx, \quad u = x^3+1.$
6. $\int e^{\operatorname{sen}\theta}\cos\theta d\theta, \quad u = \operatorname{sen}\theta.$

Enunciado para os exercícios 7 a 35: Calcule a integral indefinida.

7. $\int x\operatorname{sen}(x^2)dx.$
11. $\int (x+1)\sqrt{2x+x^2}dx$
12. $\displaystyle\int \frac{x}{(x^2+1)^2}dx.$
14. $\int e^x\operatorname{sen}(e^x)dx.$
17. $\displaystyle\int \frac{a+bx^2}{\sqrt{3ax+bx^3}}dx.$
23. $\int \cos\theta\operatorname{sen}^6\theta d\theta.$
28. $\displaystyle\int \frac{\operatorname{tg}^{-1}x}{1+x^2}dx.$
30. $\displaystyle\int \frac{\operatorname{sen}(\ln(x))}{x}dx.$
34. $\displaystyle\int \frac{\cos\left(\frac{\pi}{x}\right)}{x^2}dx.$
35. $\displaystyle\int \frac{\operatorname{sen}2x}{1+\cos^2 x}dx.$

Enunciado para os exercícios 57 a 70: Calcule a integral definida.

57. $\displaystyle\int_{\frac{-\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \operatorname{tg}^3\theta d\theta.$
58. $\displaystyle\int_0^1 xe^{-x^2}dx.$
60. $\displaystyle\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x^2\operatorname{sen}x}{1+x^6}dx$
62. $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x\operatorname{sen}(\operatorname{sen}x)dx.$
65. $\displaystyle\int_1^2 x\sqrt{x-1}dx$
67. $\displaystyle\int_e^{e^4} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}.$

70. $\displaystyle\int_0^{\frac{T}{2}} \operatorname{sen}\left(2\pi\frac{t}{T} - \alpha\right) dt.$

73. Calcule $\displaystyle\int_{-2}^{2} (x+3)\sqrt{4-x^2}\,dx$ escrevendo-a como uma soma de duas integrais e interpretando uma dessas integrais em termos de uma área.

Gabarito

3.$\dfrac{2}{9}\left(x^3+1\right)^{\frac{3}{2}}+C.$

6. $e^{\operatorname{sen}\theta}+C.$

7. $-\dfrac{1}{2}\cos\left(x^2\right)+C$

11. $\dfrac{1}{3}\left(2x+x^2\right)^{\frac{3}{2}}+C$

12. $-\dfrac{1}{2\left(x^2+1\right)}+C$

14. $-\cos\left(e^x\right)+C$

17. $\dfrac{2}{3}\sqrt{3ax+bx^3}+C$

23. $\dfrac{1}{7}\operatorname{sen}^7\theta+C$

28. $\dfrac{\left(tg^{-1}x\right)^2}{2}+C$

30. $-\cos(\ln x)+C$

34. $-\dfrac{1}{\pi}\operatorname{sen}\left(\dfrac{\pi}{x}\right)+C$

35. $-\ln\left(1+\cos^2 x\right)+C$

57. 0

58. $\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{1}{e}\right)$

60. 0

62. $1-\cos 1$

65. $\dfrac{16}{15}$

67. 2

70. $\dfrac{T}{2\pi}\left(\cos(-\alpha)-\cos(-\alpha+\pi)\right)$

73. A integral $I=\int_{-2}^{2}(x+3)\sqrt{4-x^2}dx$ pode ser escrita como $I=I_1+I_2=\int_{-2}^{2}x\sqrt{4-x^2}dx+\int_{-2}^{2}3\sqrt{4-x^2}dx$. Têm-se que $I_1=0$, $I_2=6\pi$, e, portanto, $I=6\pi$.