

Lista de Exercícios - Cálculo I

Seção 2.3: Cálculos usando propriedades dos limites

1. Dado que

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4, \quad \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -2 \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow 2} h(x) = 0,$$

encontre, se existir, o limite dos itens que se seguem. Caso não exista, explique por quê.

(a) $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + 5g(x)].$

(c) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{f(x)}.$

(e) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)}{h(x)}.$

(b) $\lim_{x \rightarrow 2} [g(x)]^3.$

(d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3f(x)}{g(x)}.$

(f) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)h(x)}{f(x)}.$

Enunciado questões 3 e 4: Calcule o limite justificando cada passagem com as propriedades dos limites que forem usadas.

3. $\lim_{x \rightarrow 4} (5x^2 - 2x + 3)$

4. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x - 2}{x^2 + 4x - 3}$

10. (a) O que há de errado com a equação a seguir?

$$\frac{x^2 + x - 6}{x - 2} = x + 3$$

(b) Em vista de (a), explique por que a equação

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 3)$$

está errada.

Enunciado para as questões 11-28: Calcule o limite, se existir:

11. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}.$

14. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 3x - 4}.$

18. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}.$

12. $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 + 3x - 4}.$

16. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 3x - 4}.$

22. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+h} - 1}{h}.$

13. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x + 6}{x - 2}.$

17. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(4+h)^2 - 16}{h}.$

28. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3+h)^{-1} - 3^{-1}}{h}.$

36. Se $2x \leq g(x) \leq x^4 - x^2 + 2$, para todo x , encontre $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$.

58. Mostre por meio de um exemplo que $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)]$ pode existir mesmo que nem $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ nem $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ existam.

61. Existe um a tal que

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + ax + a + 3}{x^2 + x - 2}$$

exista? Caso afirmativo, encontre a e o valor do limite.

Gabarito

1.

(a) -6 .

(c) 2 .

(e) Não existe.

(b) -8 .

(d) -6 .

(f) 0 .

3. 75 .

4. $\frac{1}{2}$.

10. (a) A equação só é correta para $x \neq 2$, caso contrário, haverá divisão por zero e teríamos, por exemplo $\frac{0}{0} = 5$ que é absurdo.

(b) No limite só é tomado valores próximos de 2 mas nunca iguais a 2 , portanto é válida a afirmação.

11. 5 .

12. $\frac{3}{5}$.

13. Diverge.

14. $\frac{4}{5}$.

16. Diverge.

17. 8 .

18. $\frac{3}{2}$.

22. $\frac{1}{2}$.

28. $-\frac{1}{9}$.

36. 2 .

58. $f(x) = \frac{1}{x}$ e $g(x) = -\frac{1}{x}$.

61. $a = 15$, valor do limite igual a -1 .