

Lista de Exercícios

Cálculo I

Seção 3.5- Derivação Implícita

Enunciado para as questões 7-15: Encontre $\frac{dy}{dx}$ derivando implicitamente.

7. $x^3 + x^2y + 4y^2 = 6$

11. $x^2y^2 + xseny = 4$

15. $e^{\frac{x}{y}} = x - y$

21. Se $f(x) + x^2[f(x)]^3 = 10$ e $f(1) = 2$, ache $f'(1)$.

25. Use a derivação implícita para encontrar uma equação da reta tangente à curva $x^2 + xy + y^2 = 3$ (elipse) no ponto $(1, 1)$.

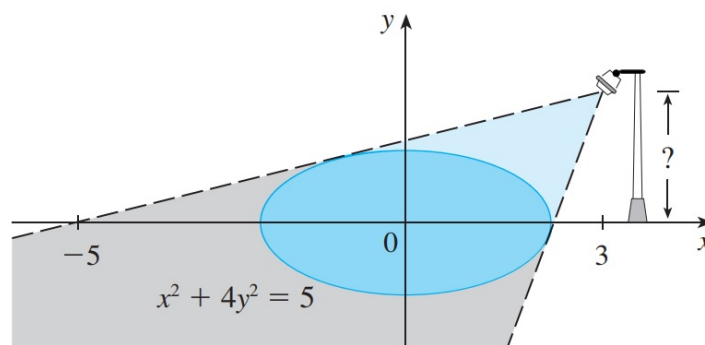
40. Mostre, fazendo a derivação implícita, que a tangente à elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ no ponto (x_0, y_0) é $\frac{x_0x}{a^2} + \frac{y_0y}{b^2} = 1$.

Enunciado para as questões 45-53: Encontre a derivada da função. Simplifique onde possível.

45. $y = \text{tg}^{-1} \sqrt{x}$

53. $y = \cos^{-1}(e^{2x})$

69. A figura mostra uma lâmpada localizada três unidades à direita do eixo y e uma sombra originada pela região elíptica $x^2 + 4y^2 \leq 5$. Se o ponto $(-5, 0)$ estiver na borda da sombra, qual a altura da lâmpada acima do eixo x?



Gabarito

7. $y' = \frac{-x(3x+2y)}{x^2+8y}$

11. $y' = \frac{-2xy^2 - \sin y}{2x^2y + x \cos y}$

15. $y' = \frac{y(y - e^{\frac{x}{y}})}{y^2 - xe^{\frac{x}{y}}}$

21. $-\frac{16}{13}$

25. $y = -x + 2$

40. A equação da reta tangente é da forma $y - y_0 = m(x - x_0)$, no qual $m = y'(x_0)$. Temos $y'(x_0) = -\frac{b^2x_0}{y_0a^2}$, substituindo na equação da reta ficamos com $\frac{x_0x}{a^2} + \frac{y_0y}{b^2} = \frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2}$, como os pontos (x_0, y_0) pertencem a elipse, segue que o lado direito da igualdade é 1, logo temos o resultado.

45. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x(1+x)}}$

53. $y' = -\frac{2e^{2x}}{\sqrt{1+e^{4x}}}$

69. 2