

Lista de Exercícios

Cálculo I

Seção 7.8: Integrais Impróprias

Lista Referente à Seção 7.8 da 6ª ed. do livro de James Stewart, Cálculo - Volume 1.

1. Explique por que cada uma das seguintes integrais é imprópria.

(a) $\int_1^{\infty} x^4 e^{-x^4} dx$

(b) $\int_1^{\frac{\pi}{2}} \sec x dx$

(c) $\int_0^2 \frac{x}{x^2-5x+6} dx$

(d) $\int_{-\infty}^0 \frac{1}{x^2+5} dx$

2. Quais das seguintes integrais é imprópria? Por quê?

(a) $\int_0^2 \frac{1}{2x-1} dx$

(b) $\int_0^1 \frac{1}{2x-1} dx$

(c) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{1+x^2} dx$

(d) $\int_1^2 \ln(x-1) dx$

Enunciado para as questões 5-29: Determine se cada integral é convergente ou divergente. Calcule aquelas que são convergentes.

5. $\int_1^{\infty} \frac{1}{(3x+1)^2} dx$

6. $\int_{-\infty}^0 \frac{1}{2x-5} dx$

7. $\int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{\sqrt{2-w}} dw$

8. $\int_0^{\infty} \frac{x}{(x^2+2)^2} dx$

9. $\int_4^{\infty} e^{-\frac{y}{2}} dy$

10. $\int_{-\infty}^{-1} e^{-2t} dt$

14. $\int_1^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$

15. $\int_{2\pi}^{\infty} \sin(\theta) d\theta$

25. $\int_e^{\infty} \frac{1}{x(\ln x)^3} dx$

27. $\int_0^1 \frac{3}{x^5} dx$

29. $\int_{-2}^{14} \frac{1}{\sqrt[4]{x+2}} dx$

67. Um fabricante de lâmpadas quer produzir lâmpadas que durem cerca de 700 horas, mas naturalmente algumas lâmpadas queimam mais rapidamente que outras. Seja $F(t)$ a fração de lâmpadas da companhia que queimam antes de t horas; assim $F(t)$ está entre 0 e 1.

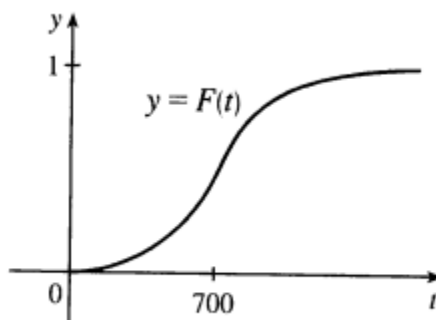
(a) Faça um esboço de como você acha que o gráfico de F deve parecer.

(b) Qual o significado da derivada $r(t) = F'(t)$?

(c) Qual é o valor de $\int_0^{\infty} r(t) dt$? Por quê?

Gabarito

1. (a) Intervalo infinito.
(b) Descontinuidade infinita.
(c) Descontinuidade infinita.
(d) Intervalo infinito.
2. (a) Descontinuidade em $x = \frac{1}{2}$.
(b) Descontinuidade em $x = \frac{1}{2}$.
(c) Intervalo infinito.
(d) Descontinuidade em $x = 1$.
5. $\frac{1}{12}$
6. Diverge.
7. Diverge.
8. $\frac{1}{4}$.
9. $2e^{-2}$.
10. Diverge.
14. $2e^{-1}$.
15. Diverge.
25. $\frac{1}{2}$.
27. Diverge.
29. $\frac{32}{3}$.
67. (a)



- (b) A taxa de crescimento da fração $F(t)$ com o tempo.
- (c) $\int_0^\infty r(t)dt = 1$.