Lista de Exercícios

Cálculo I

Regra da Cadeia

Os exercícios dessa lista são referentes aos exercícios da Seção 3.4 do livro James Stewart, Cálculo - Vol 1, 6^a ed.

Enunciado para as questões 3 e 5: Escreva a função composta na forma $f(g(x))$. [Identifique a função de dentro $u = g(x)$ e a de fora $y = f(u)$.] Então, encontre a derivada dy/dx.

3. $y = (1 - x^2)^{10}$

5. $y = e^{\sqrt{x}}$

Enunciado para as questões 35-45: Encontre a derivada das seguintes funções:

35. $y = \cos\left(\dfrac{1 - e^{2x}}{1 + e^{2x}}\right)$

42. $y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$

45. $y = \cos\sqrt{\operatorname{sen}(\operatorname{tg}(\pi x))}$

51. Encontre a equação da reta tangente à curva $y = \dfrac{8}{\sqrt{4 + 3x}}$ no ponto $(4, 2)$.

61. Se $F(x) = f(g(x))$, onde $f(-2) = 8$, $f'(-2) = 4$, $f'(5) = 3$, $g(5) = -2$ e $g'(5) = 6$, encontre $F'(5)$.

62. Se $h\,(x) = \sqrt{4 + 3f\,(x)}$, onde $f\,(1) = 7$ e $f'\,(1) = 4$, encontre $h'(1)$.

67. Suponha que f seja derivável em $\mathbb{R}$. Seja $F(x) = f(e^x)$ e $G(x) = e^{f(x)}$. Encontre as expressões para (a) $F'(x)$ e (b) $G'(x)$.

69. Seja $r(x) = f(g(h(x)))$ onde $h(1) = 2$, $g(2) = 3$, $h'(1) = 4$, $g'(2) = 5$ e $f'(3) = 6$. Encontre $r'(1)$.

71. Se $F(x) = f(3f(4f(x)))$, onde $f(0) = 0$ e $f'(0) = 2$, encontre $F'(0)$.

Gabarito

3. $u = g(x) = 1 - x^2$, $y = f(u) = u^{10}$, $y' = -20x(1 - x^2)^9$.

5. $u = g(x) = \sqrt{x}$, $y = f(u) = e^u$, $y' = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$

35. $y' = \dfrac{4e^{2x}}{(1 + e^{2x})^2} \operatorname{sen}\left(\dfrac{1 - e^{2x}}{1 + e^{2x}}\right)$

42. $y' = \dfrac{1}{2}\left(x + \sqrt{x + \sqrt{x}}\right)^{-\frac{1}{2}} \left[1 + \dfrac{1}{2}(x + \sqrt{x})^{-\frac{1}{2}}\left(1 + \dfrac{1}{2\sqrt{x}}\right)\right]$

45. $y' = \dfrac{-\pi \operatorname{sen}(\sqrt{\operatorname{sen}(\operatorname{tg}(\pi x))}) \cos(\operatorname{tg}(\pi x)) \sec^2(\pi x)}{2\sqrt{\operatorname{sen}(\operatorname{tg}(\pi x))}}$

51. $y = -\dfrac{3}{16}x + \dfrac{11}{4}$

61. 24

62. $\dfrac{6}{5}$

67. (a) $f'(e^x)e^x$ (b) $e^{f(x)}f'(x)$

69. 120

71. 96