

Lista de Exercícios

Cálculo I

Seção 7.1: Integração por Partes

Lista Referente à Seção 7.1 da 6ª ed. do livro de James Stewart, Cálculo - Volume 1.

Enunciado para as questões 1, 2: Calcule a integral usando integração por partes com as escolhas de u e dv indicadas:

1. $\int x^2 \ln x dx$; $u = \ln x$ $dv = x^2 dx$.
2. $\int \theta \cos \theta d\theta$; $u = \theta$ $dv = \cos \theta d\theta$.

Enunciado para as questões 4, 32: Calcule a integral.

4. $\int x e^{-x} dx$;
8. $\int x^2 \sin ax dx$;
10. $\int \sin^{-1} x dx$;
14. $\int s^2 ds$;
15. $\int (\ln x)^2 dx$;
17. $\int e^{2\theta} \sin 3\theta d\theta$;
20. $\int_0^1 (x^2 + 1)e^{-x} dx$;
29. $\int \cos x \ln(\sin x) dx$;
32. $\int_0^t e^s \sin(t - s) ds$;

Enunciado para as questões 34, 38: Primeiro faça uma substituição e então use integração por partes para calcular a integral.

34. $\int t^3 e^{-t^2} dt$;
38. $\int \sin(\ln x) dx$;

62. Um foguete acelera pela queima de combustível a bordo; assim, sua massa diminui com o tempo. Suponha que a massa inicial do foguete no lançamento (incluindo o combustível) seja m , que o combustível seja consumido a uma taxa r e que os gases de exaustão sejam ejetados a uma velocidade constante v_e (relativa ao foguete). Um modelo para a velocidade do foguete no instante t é dado pela seguinte equação:

$$v(t) = -gt - v_e \ln \frac{m - rt}{m}$$

em que g é a aceleração da gravidade e t é não muito grande. Se $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, $m = 30000 \text{ kg}$, $r = 160 \text{ kg/s}$ e $v_e = 3000 \text{ m/s}$, encontre a altitude do foguete 1 minuto após o lançamento.

63. Uma partícula que se move ao longo de uma reta tem velocidade igual a $v(t) = t^2 e^{-t}$ metros por segundo após t segundos. Qual a distância que esta partícula percorrerá durante os primeiros t segundos?

65. Suponha que $f(1) = 2$, $f(4) = 7$, $f'(1) = 5$, $f'(4) = 3$ e que f'' seja contínua. Determine o valor de $\int_1^4 x f''(x) dx$.

Gabarito

1. a. $\frac{x^3}{3} \ln x - \frac{x^3}{9} + C$. b. $\theta \sin \theta + \cos \theta + C$.
2. $-e^{-x}(x+1) + C$;
4. $-\frac{x^2 \cos ax}{a} + \frac{2x \sin ax}{a^2} + \frac{2 \cos ax}{a^3} + C$;
8. $x \sin^{-1} x - \sqrt{1-x^2} + C$;
10. $\frac{2^s s}{\ln 2} - \frac{2^s}{\ln^2 2} + C$;
14. $x \ln^2 x - 2x \ln x + 2x + C$;
15. $\frac{1}{13} e^{2\theta} (2 \sin 3\theta - 3 \cos 3\theta) + C$;
17. $-6e^{-1} + 3$;
20. $\sin(x)(\ln(\sin x) - 1) + C$;
29. $\frac{1}{2}[e^t - \sin(t) - \cos(t)] + C$;
32. a. $\frac{1}{2}e^{-t^2}(-t^2 - 1) + C$;
34. $\frac{1}{2}(x \sin(\ln x) - x \cos(\ln x)) + C$;
38. A altura do foguete é dada pela integral de $v(t)$ de $t = 0$ à $t = 60s$; $h \simeq 14,84$ km.
62. A distância é dada pela integral de $v(t)$ de 0 à t : $2 - e^{-t}(t^2 + 2t + 2)$;
65. 2.