

## TÍCH PHÂN ĐƯỜNG LOẠI 1

1.  $\int_C xy \, dl$ , C là chu vi hình chữ nhật ABCD với A(0,0), B(4,0), C(4,2), D(0,2).
2.  $\int_C (x - y) \, dl$ , C :  $x^2 + y^2 = ax$ .
3.  $\int_C (x^2 + y^2 + z^2) \, dl$ , C:  $x = a \cos t$ ,  $y = a \sin t$ ,  $z = bt$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$  ( $a, b, c > 0$ ).
4.  $\int_C (x + y) \, dl$ , C có dưới dạng vecto  $\vec{r} = t \cdot \vec{i} + (1-t) \cdot \vec{j}$ ,  $0 \leq t \leq 1$ .
5.  $\int_C xyz \, dl$ , C là giao tuyến của  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ ,  $x^2 + y^2 = \frac{R^2}{4}$  lấy phần  $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ .
6.  $\int_C xy \, dl$ , C:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,  $x \geq 0, y \geq 0$ .
7.  $\int_C \sqrt{2y^2 + z^2} \, dl$ , C: giao tuyến của  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ ,  $x = y$ .
8.  $\int_C x^2 \, dl$ , C: giao tuyến của  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ ,  $x + y + z = 0$ .
9. Tính khối lượng cung parabol  $y^2 = 2x$ ,  $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$  nếu hàm mật độ của cung parabol là  $\rho(x, y) = |y|$ .
10. Xác định tọa độ trọng tâm của cung Cycloid đồng chất  $x = a(t - \sin t)$ ,  $y = a(1 - \cos t)$ ,  $0 \leq t \leq \pi$  với  $\rho(x, y) = 1$ .

Dáp án:

1) 24

2)  $\frac{\pi a^2}{2}$

3)  $\frac{2}{3}\pi\sqrt{a^2 + b^2}(3a^2 + 4b^2\pi^2)$

4)  $\sqrt{2}$

5)  $\frac{R^4\sqrt{3}}{32}$

6)  $\frac{ab(a^2 + ab + b^2)}{3(a + b)}$

7)  $2\pi a^2$

8)  $\frac{2\pi a^3}{3}$

9)  $\frac{2}{3}(2\sqrt{2} - 1)$

10)  $x_0 = y_0 = \frac{4a}{3}$

## TÍCH PHÂN ĐƯỜNG LOẠI 2

1.  $\int_C (x-y)^2 dx + (x+y)^2 dy$ , C là biên tam giác OAB với O(0,0), A(2,0), B(4,2) theo chiều dương
  - Tính trực tiếp.
  - Dùng công thức Green.
2.  $\int_C ydx - (y+x^2)dy$ , C :  $y = 2x - x^2$ ,  $y \geq 0$  ngược chiều kim đồng hồ.
3.  $\int_C (xy-1)dx + x^2ydy$ , C đi từ A(1,0) đến B(0,2) theo các đường
  - Đường thẳng nối A và B.
  - Đường parabol  $x = 1 - \frac{y^2}{4}$ .
4.  $\int_C |x-y|dy$ , C là một phần tư đường tròn  $x^2 + y^2 = R^2$  đi từ (R,0) đến (0,R).
5.  $\int_C xy^2dx + yz^2dy - x^2zdz$ , C là đoạn OA với O(0,0,0), A(-2,4,5).
6.  $\int_C x^2ydx + x^2dy$ , C là biên của miền giới hạn bởi  $y^2 = x$ ,  $x^2 = y$  theo chiều dương.
7.  $\int_C xydx + ydy + yzdz$ , C là giao tuyến của  $y = x^2$ ,  $x - z = 0$  đi từ (0,0,0) đến (1,1,1).
8.  $\int_C (x^2 + y\cos(xy))dx + (\frac{x^3}{3} + xy^2 - x + x\cos(xy))dy$ , C là nửa trên đường tròn  $x^2 + y^2 = a^2$ ,  $y \geq 0$  lấy ngược chiều kim đồng hồ.
9. Tính các tích phân đường
  - $\int_{(1,1)}^{(3,2)} \frac{x dx + y dy}{x^2 + y^2}$  theo đường cong không đi qua gốc O.
  - $\int_{(2,1)}^{(1,2)} \frac{y dx - x dy}{x^2}$  theo đường cong không cắt trục Oy.
  - $\int_{(0,0)}^{(a,b)} e^x (\cos y dx - \sin y dy)$ .

10. Tìm số  $a, b$  để tích phân  $\int_C \frac{(1-ax^2)dy + 2bxydx}{(1-x^2)^2 + y^2}$  không phụ thuộc vào đường đi với  $C$  là đường cong không đi qua điểm  $(1,0)$  và  $(-1,0)$ .

11. Tìm số  $m \in \mathbb{N}$  để tích phân  $\int_C \frac{(x-y)dx + (x+y)dy}{(x^2 + y^2)^m}$  không phụ thuộc vào đường đi với  $C$  là đường cong không đi qua gốc  $O$  và chỉ rõ hàm  $U(x,y)$  sao cho  $dU = Pdx + Qdy$ .

12. Tính diện tích miền phẳng giới hạn bởi các đường cong sau nhờ tích phân đường:

a)  $y = 0, y = 1 - x^2$ .

b)  $y = x, y = x^2$ .

c)  $y = x, y = \frac{1}{x}, y = \frac{x}{4} (x \geq 0, y \geq 0)$ .

d)  $x = a \cos t, y = b \sin t, 0 \leq t \leq 2\pi$ .

Đáp án:

1) 16

2) -4

3) a) 1    b)  $\frac{17}{15}$

4)  $\frac{R^2}{2}$

5) 91

6)  $\frac{3}{14}$

7) 1

8)  $(\frac{\pi a^4}{4} - \frac{\pi a^2}{2}) - \frac{2a^3}{3}$

9) a)

$\ln \sqrt{13} - \ln \sqrt{2}$

b)  $\frac{-3}{2}$

c)  $e^a \cos b - 1$

10)  $a = b = 1$

11)  $m = 1, U(x,y) = \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2) + \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + C$

12) a)  $\frac{4}{3}$

b)  $\frac{1}{6}$

c)  $\ln 2$

d)  $\pi ab$