

TÍCH PHÂN ĐƯỜNG LOẠI 1

1. $\int_C xy \, dl$, C là chu vi hình chữ nhật ABCD với $A(0,0)$, $B(4,0)$, $C(4,2)$, $D(0,2)$.
2. $\int_C (x - y) \, dl$, $C: x^2 + y^2 = ax$.
3. $\int_C (x^2 + y^2 + z^2) \, dl$, $C: x = a \cos t, y = a \sin t, z = bt, 0 \leq t \leq 2\pi$ ($a, b, c > 0$).
4. $\int_C (x + y) \, dl$, C có dưới dạng vector $\vec{r} = t \cdot \vec{i} + (1 - t) \cdot \vec{j}, 0 \leq t \leq 1$.
5. $\int_C xyz \, dl$, C là giao tuyến của $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, $x^2 + y^2 = \frac{R^2}{4}$ lấy phần $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$.
6. $\int_C xy \, dl$, $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, x \geq 0, y \geq 0$.
7. $\int_C \sqrt{2y^2 + z^2} \, dl$, C : giao tuyến của $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, x = y$.
8. $\int_C x^2 \, dl$, C : giao tuyến của $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, x + y + z = 0$.
9. Tính khối lượng cung parabol $y^2 = 2x, 0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ nếu hàm mật độ của cung parabol là $\rho(x, y) = |y|$.
10. Xác định tọa độ trọng tâm của cung Cycloid đồng chất $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t), 0 \leq t \leq \pi$ với $\rho(x, y) = 1$.

Đáp án:

- | | | |
|---------------|------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| 1) 24 | 2) $\frac{\pi a^2}{2}$ | 3) $\frac{2}{3} \pi \sqrt{a^2 + b^2} (3a^2 + 4b^2 \pi^2)$ |
| 4) $\sqrt{2}$ | 5) $\frac{R^4 \sqrt{3}}{32}$ | 6) $\frac{ab(a^2 + ab + b^2)}{3(a + b)}$ |
| 7) $2\pi a^2$ | 8) $\frac{2\pi a^3}{3}$ | 9) $\frac{2}{3} (2\sqrt{2} - 1)$ 10) $x_0 = y_0 = \frac{4a}{3}$ |

TÍCH PHÂN ĐƯỜNG LOẠI 2

1. $\int_C (x-y)^2 dx + (x+y)^2 dy$, C là biên tam giác OAB với $O(0,0)$, $A(2,0)$, $B(4,2)$

theo chiều dương

a) Tính trực tiếp.

b) Dùng công thức Green.

2. $\int_C ydx - (y+x^2)dy$, $C: y=2x-x^2, y \geq 0$ ngược chiều kim đồng hồ.

3. $\int_C (xy-1)dx + x^2y dy$, C đi từ $A(1,0)$ đến $B(0,2)$ theo các đường

a) Đường thẳng nối A và B .

b) Đường parabol $x = 1 - \frac{y^2}{4}$.

4. $\int_C |x-y|dy$, C là một phần tư đường tròn $x^2 + y^2 = R^2$ đi từ $(R,0)$ đến $(0,R)$.

5. $\int_C xy^2 dx + yz^2 dy - x^2z dz$, C là đoạn OA với $O(0,0,0)$, $A(-2,4,5)$.

6. $\int_C x^2y dx + x^2 dy$, C là biên của miền giới hạn bởi $y^2 = x, x^2 = y$ theo chiều dương.

7. $\int_C xy dx + y dy + yz dz$, C là giao tuyến của $y = x^2, x - z = 0$ đi từ $(0,0,0)$ đến $(1,1,1)$.

8. $\int_C (x^2 + y \cos(xy)) dx + (\frac{x^3}{3} + xy^2 - x + x \cos(xy)) dy$, C là nửa trên đường tròn $x^2 + y^2 = a^2, y \geq 0$ lấy ngược chiều kim đồng hồ.

9. Tính các tích phân đường

a) $\int_{(1,1)}^{(3,2)} \frac{xdx + ydy}{x^2 + y^2}$ theo đường cong không đi qua gốc O .

b) $\int_{(2,1)}^{(1,2)} \frac{ydx - xdy}{x^2}$ theo đường cong không cắt trục Oy .

c) $\int_{(0,0)}^{(a,b)} e^x (\cos y dx - \sin y dy)$.

10. Tìm số a, b để tích phân $\int_C \frac{(1-ax^2)dy + 2bxydx}{(1-x^2)^2 + y^2}$ không phụ thuộc vào đường đi với C là đường cong không đi qua điểm $(1,0)$ và $(-1,0)$.
11. Tìm số $m \in \mathbb{N}$ để tích phân $\int_C \frac{(x-y)dx + (x+y)dy}{(x^2 + y^2)^m}$ không phụ thuộc vào đường đi với C là đường cong không đi qua gốc O và chỉ rõ hàm $U(x,y)$ sao cho $dU = Pdx + Qdy$.
12. Tính diện tích miền phẳng giới hạn bởi các đường cong sau nhờ tích phân đường:
- $y = 0, y = 1 - x^2$.
 - $y = x, y = x^2$.
 - $y = x, y = \frac{1}{x}, y = \frac{x}{4} (x \geq 0, y \geq 0)$.
 - $x = a \cos t, y = b \sin t, 0 \leq t \leq 2\pi$.

Đáp án:

- 1) 16 2) -4 3) a) 1 b) $\frac{17}{15}$ 4) $\frac{R^2}{2}$
- 5) 91 6) $\frac{3}{14}$ 7) 1 8) $(\frac{\pi a^4}{4} - \frac{\pi a^2}{2}) - \frac{2a^3}{3}$
- 9) a) $\ln \sqrt{13} - \ln \sqrt{2}$ b) $\frac{-3}{2}$ c) $e^a \cos b - 1$ 10) $a = b = 1$
- 11) $m = 1, \quad U(x, y) = \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2) + \arctg \frac{y}{x} + C$
- 12) a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\ln 2$ d) πab