

Bài 1: Tính các giới hạn sau:

$$1. \lim_{(x,y) \rightarrow (0,2)} \frac{\sqrt{x^2 + (y-2)^2 + 1} - 1}{x^2 + (y-2)^2}$$

$$2. \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (1 + x^2 + y^2)^{\frac{1}{x^2 + y^2}}$$

$$3. \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1 + x^2 + y^2}{y^2} (1 - \cos y)$$

Bài 2: Tính $d^2 f$ của hàm số: $f(x, y) = x \sin(x^2 + 3y) + \ln(x + 2y)$

Bài 3: Tính $d^2 f$ tại $(0; 1)$ của hàm số: $f(x, y) = e^{2x+3y} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

Bài 4: Tính d^2z , biết:

$$(1) \quad z = x^2 \ln(x + y)$$

$$(2) \quad z = \arctan \frac{y}{x}$$

$$(3) \quad z = \sin(x^2 + 3y)$$

Bài 5: Cho $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, chứng minh rằng:

$$u''_{x^2} + u''_{y^2} + u''_{z^2} = \frac{2}{u}$$

Bài 5: Tìm cực trị của các hàm số sau:

(1) $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 2x - 3y.$

(2) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 15xy.$

(3) $f(x, y) = xy + \frac{8}{x} + \frac{1}{y}$

(4) $f(x, y) = y\sqrt{x} - 2y^2 - x + 7y + 5.$

(5) $f(x, y) = x^2 + 4y^2 - 2\ln(xy).$

(6) $f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y.$

(7) $f(x, y) = x + 2y$ với điều kiện $x^2 + y^2 = 5$

(8) $f(x, y) = x^2 + y^2$ với điều kiện $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$