2.2 Hệ phương trình Cramer

Nguyễn Minh Trí

Ngày 16 tháng 10 năm 2022

Hệ phương trình Cramer được đặt theo tên của nhà toán học Gabriel Cramer (1704 – 1752).

Hệ phương trình Cramer được đặt theo tên của nhà toán học Gabriel Cramer (1704 – 1752).

Định nghĩa 2.2.1

Hệ phương trình Cramer là hệ phương trình tuyến tính $AX = B$ trong đó A là ma trận vuông và $\det(A) \neq 0$.

Hệ phương trình Cramer được đặt theo tên của nhà toán học Gabriel Cramer (1704 – 1752).

Định nghĩa 2.2.1

Hệ phương trình Cramer là hệ phương trình tuyến tính $AX = B$ trong đó A là ma trận vuông và $\det(A) \neq 0$.

Ví dụ 2.2.2

Hệ phương trình dưới đây là một hệ Cramer

$$\begin{cases} x_1 & + & 2x_2 & = & 1 \\ 2x_1 & + & 3x_2 & = & 3 \end{cases}$$

vì ma trận hệ số là $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ thỏa mãn $\det(A) = -1 \neq 0$.

Định lý 2.2.3

Hệ phương trình Cramer luôn có duy nhất một nghiệm xác định bởi

$$x_i = \frac{|A_i|}{|A|}$$

trong đó A_i là ma trận nhận được từ ma trận A bằng cách thay cột thứ i bằng cột B.

Ví dụ 2.2.4

Giải hệ phương trình Cramer

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 5x_1 + 8x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$$

Ví dụ 2.2.4

Giải hệ phương trình Cramer

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 5x_1 + 8x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$$

Giải. Ta có các định thức

$$|A| = \begin{vmatrix} .... & .... & .... \\ .... & .... & .... \\ .... & .... & .... \end{vmatrix} = ..., \quad |A_1| = \begin{vmatrix} .... & .... & .... \\ .... & .... & .... \\ .... & .... & .... \end{vmatrix} = ...,$$

$$|A_2| = \begin{vmatrix} .... & .... & .... \\ .... & .... & .... \\ .... & .... & .... \end{vmatrix} = ..., \quad |A_3| = \begin{vmatrix} .... & .... & .... \\ .... & .... & .... \\ .... & .... & .... \end{vmatrix} = ...$$

Khi đó

$$x_1 = \frac{|A_1|}{|A|} = ..., x_2 = \frac{|A_2|}{|A|} = ..., x_3 = \frac{|A_3|}{|A|} = ...$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $\{(....................)\}$.