

**Bài 1:** Tính các giới hạn sau:

$$1. \lim_{(x,y) \rightarrow (0,2)} \frac{\sqrt{x^2 + (y-2)^2 + 1} - 1}{x^2 + (y-2)^2}$$

$$2. \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (1 + x^2 + y^2)^{\frac{1}{x^2 + y^2}}$$

$$3. \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1 + x^2 + y^2}{y^2} (1 - \cos y)$$

**Bài 2:** Tính  $d^2 f$  của hàm số:  $f(x, y) = x \sin(x^2 + 3y) + \ln(x + 2y)$

**Bài 3:** Tính  $d^2 f$  tại  $(0; 1)$  của hàm số:  $f(x, y) = e^{2x+3y} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

**Bài 4:** Tính  $d^2z$ , biết:

$$(1) \ z = x^2 \ln(x + y)$$

$$(2) \ z = \arctan \frac{y}{x}$$

$$(3) \ z = \sin(x^2 + 3y)$$

**Bài 5:** Cho  $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ , chứng minh rằng:

$$u''_{x^2} + u''_{y^2} + u''_{z^2} = \frac{2}{u}$$

**Bài 5:** Tìm cực trị của các hàm số sau:

$$(1) \ f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 2x - 3y.$$

$$(2) \ f(x, y) = x^3 + y^3 - 15xy.$$

$$(3) \ f(x, y) = xy + \frac{8}{x} + \frac{1}{y}$$

$$(4) \ f(x, y) = y\sqrt{x} - 2y^2 - x + 7y + 5.$$

$$(5) \ f(x, y) = x^2 + 4y^2 - 2\ln(xy).$$

$$(6) \ f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y.$$

$$(7) \ f(x, y) = x + 2y \text{ với điều kiện } x^2 + y^2 = 5$$

$$(8) \ f(x, y) = x^2 + y^2 \text{ với điều kiện } \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$$