LPHYS1112: Laboratoire 1

Lilian Vanderveken

March 5, 2021

Programme I

Agenda:

- Rappel sur la corde vibrante
- Simulation numérique du problème
- Manipulation

Programme II

- Lilian Vanderveken
- Bureau : Mercator B.442 (4ème étage), casier au 3ème.
- Email : lilian.vanderveken@uclouvain.be

Rappel théorique I

Equation de la corde vibrante (équation d'onde):

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = \frac{T_0}{\rho}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}.$$

On définit la vitesse de phase $c^2 = \frac{T_0}{\rho}$.
Pour résoudre cette équation, on a besoin de:

- Deux conditions initiales (en général $\psi(x,0) = g(x)$ et $\frac{\partial\psi(x,0)}{\partial t} = 0$)
- Deux conditions au bord (fixes ou libres)

Rappel théorique II

On cherche les modes propres stationnaires de la corde vibrante aux bords fixés.
Ansatz:

$$\psi(x,t) = A(x)cos(\omega t + \phi)$$

où $\omega = \frac{2\pi}{T}$ est la **fréquence angulaire** associée à la **période** T
En remplacant dans l'équation:

$$\frac{d^2A(x)}{dx^2} = -\omega^2 \frac{T_0}{\rho} A(x)$$

Solution d'un oscillateur harmonique:

$$A(x) = Asin(kx) + Bcos(kx)$$

où $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ est appelé **nombre d'onde** et λ est la **longueur d'onde** associée.

Rappel théorique III

Les conditions au bord permettent de fixer la valeur de B et k.
Bord gauche: $\psi(0,t) = Asin(k0) + Bcos(k0) = 0 \Rightarrow B = 0$
Bord droit: $\psi(L,t) = Asin(kL) = 0 \Rightarrow k_n = \frac{\pi}{L}n$

/!\Infinité de solutions $\Rightarrow$ Infinité de modes propres
Les conditions initiales permettent de fixer A et ϕ.
<u>Note:</u> Pour ce labo, $\psi(x,0) = 0$ et $\frac{\partial\psi(x,0)}{\partial t} = 0 \Rightarrow \phi = 0$. On va exciter le système avec une fréquence fixée et voir ce qu'il se passe

Il nous manque le lien entre ω et k.

Rappel théorique IV

Ce lien nous est donné par la **relation de dispersion**. Cette dernière est obtenue en remplacant la solution obtenue dans l'équation d'onde

$$-\omega^2 = -c^2 k^2$$

La relation de dispersion pour la corde vibrante est donc:

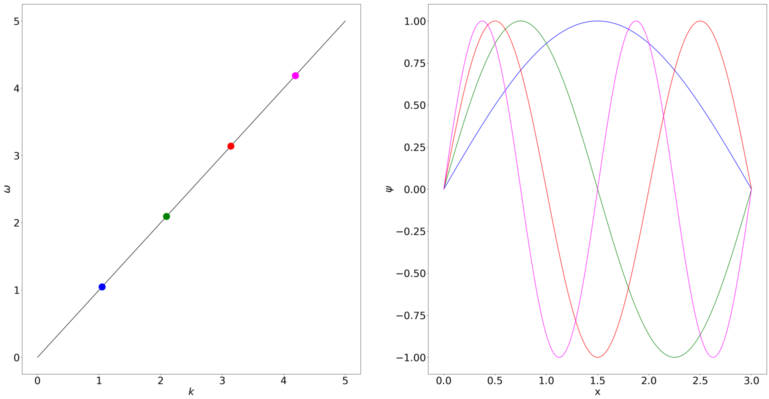
$$\omega = ck$$

Cette relation permet d'associer une fréquence à une longeur d'onde. Et donc de connaitre la fréquence d'oscillation des modes propres de la corde

$$\omega_n = ck_n = c\, n\frac{\pi}{L}$$

Rappel théorique V

L=3m et c=1m/s



Simulation numérique

On considère une corde vibrante de longueur L fixée à une extrémité et excitée à l'autre extrémité à une fréquence angulaire donnée ω_0 tel que:

$$\psi(0,t) = 0.01\, sin(\omega_0 t), \quad \psi(L,t) = 0$$

Code disponible ici

Simulation numérique

jupyter Forced_string (unsaved changes)

Visit repo | Copy Binder link

File | Edit | View | Insert | Cell | Kernel | Widgets | Help

Not Trusted | Python 3

Run | Markdown | Download | GitHub | Binder

Memory: 123.2 MB / 2 GB

à utiliser

Fait tourner une cellule

Second-order wave equation on Chabychev grid with FFT

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

avec $u(-1) = -1,\ u(1) = sin(10t)$

In [1]:

```
%matplotlib widget
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib as mpl

def chebdiff_fft(v):
    N=len(v)-1
    x=np.cos(np.arange(0,N+1)*np.pi/N)
    ii=np.linspace(0,N-1,N,dtype=int)
    V=np.append(v,np.flipud(v[1:-1]))
    U=np.real(np.fft.fft(V))
    f=np.append(ii,np.append(0,-np.flipud(ii[1:])))
    W=np.real(np.fft.ifft(1j*f*U))
    w=np.zeros(N+1)
    w[1:-1]=-W[1:N]/np.sqrt(1-x[1:-1]**2)
    w[0]=np.sum(ii**2*U[ii])/N+0.5*N*U[N]
    w[-1]=np.sum((-1)**(ii+1)*ii**2*U[ii])/N+0.5*(-1)**(N+1)*N*U[N]
    return(w)
```

1 cellule

à modifier

In [13]:

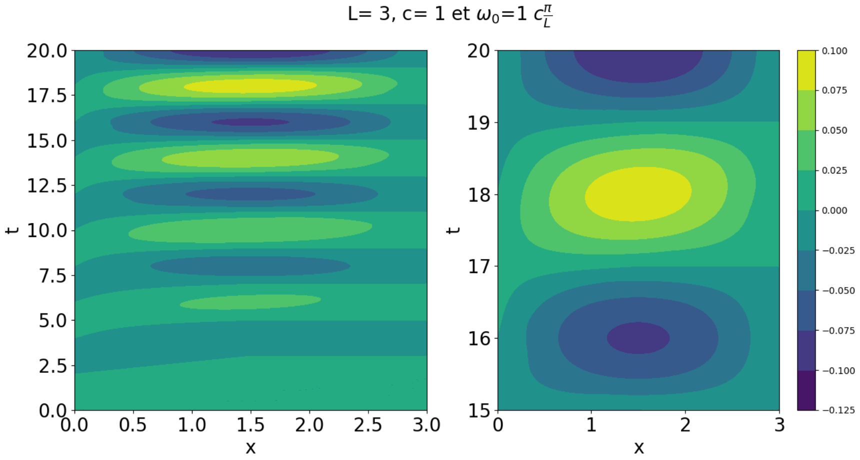
```
#vitesse de phase
c=5
#taille de la corde
L=3
#fréquence d'excitation
n=1.5
omg=n*c*np.pi/L
#temps d'intégration
tmax=5
```

In [14]:

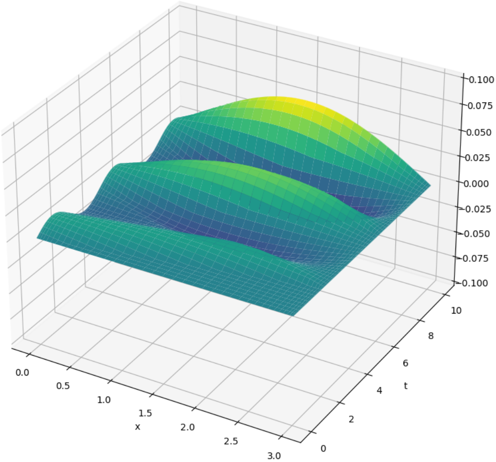
```
N=80
x=np.cos(np.arange(0,N+1)*np.pi/N)
dt=(8/N**2)/10

u=np.zeros(N+1)
M=int(np.round(tmax/dt))+1
```

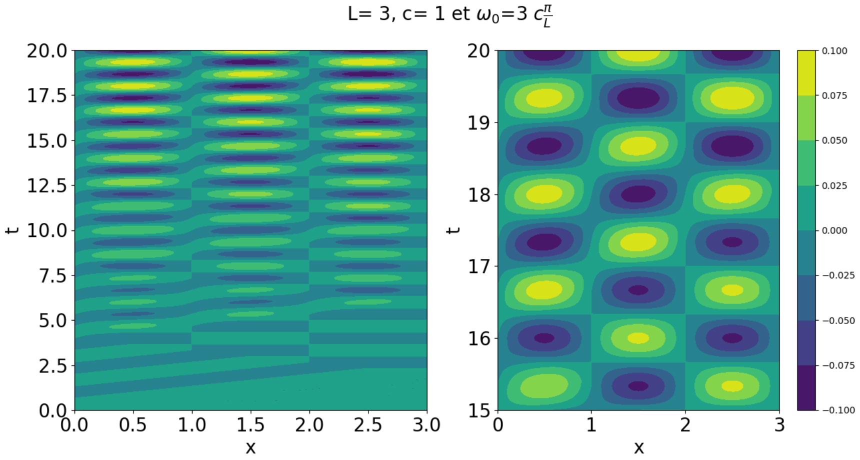
Simulation numérique



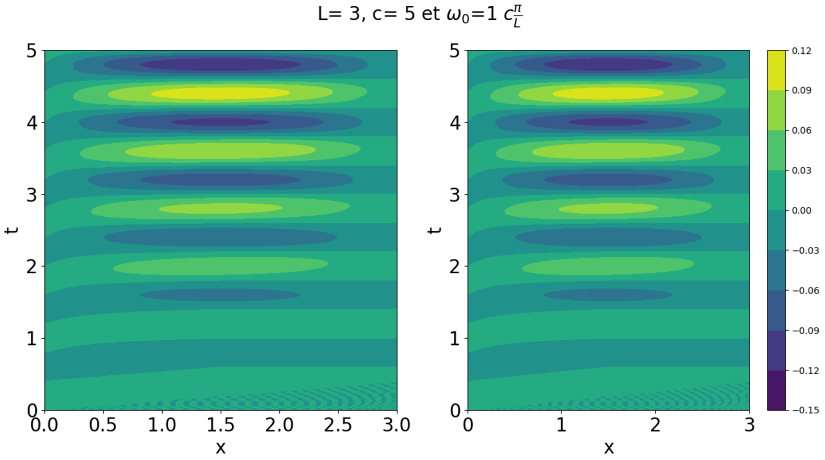
Simulation numérique



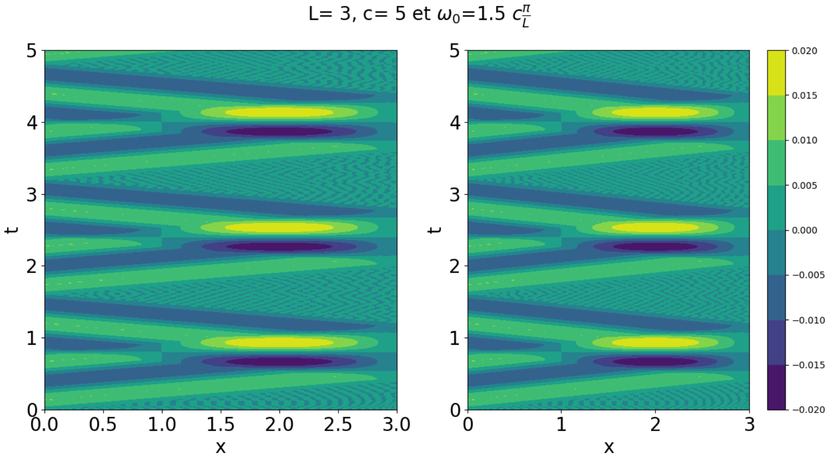
Simulation numérique



Simulation numérique



Simulation numérique



Manipulations

A vous de jouer!!

LABORATOIRE 1 - CORDE VIBRANTE

1 Objectifs

L'objectif de ce laboratoire est de vérifier la validité de l'équation d'onde dans le cas de la corde vibrante et de se familiariser avec les notions de vitesse de phase et d'onde stationnaire.

2 Expérience 1 : Vitesse de phase

Dans cette expérience vous devrez déterminer la vitesse de phase d'une corde vibrante à l'aide de deux méthodes différentes. Tout d'abord, la vitesse de phase sera évaluée en observant la longeur d'onde et la fréquence d'onde stationnaire. Ensuite vous utiliserez la densité linéique et la tension dans le fil pour calculer la vitesse de phase.

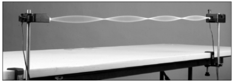
2.1 Dispositif expérimental

Matériel

- Vibrateur de corde (PASCO)
- Dynamomètre (PASCO)
- Dock PASCO
- 2 pinces
- Balance
- Corde élastique

Montage

1. Utilisez les tiges et les pinces pour fixer le dynamomètre et le vibrateur de corde à la table comme indiqué sur la figure ci-dessous.



2. Prenez la corde élastique et mesurez sa longueur détendu. Mesurez également sa masse et calculez sa densité linéique détendu.

1

Nom :......................
Prénom :....................
Année :.....................

Laboratoire 1 - Corde vibrante

1 Objectif du laboratoire

2 Travail préliminaire

- Donnez l'équation d'onde pour un corde vibrantes
- Pour les conditions au bord suivantes : $u(x=0,t)=0, u(x=L,t)=0$; donnez l'évolution du nième mode stationnaire ainsi que la fréquence et la longueur d'onde associées.
- Quel est lien entre la vitesse de phase, la fréquence et la longueur d'onde
- Donnez la vitesse de phase en fonction de la tension dans la corde F et la densité linéique μ.

1