

计算物理A作业16

吕邀 PB19030789

1.作业题目

进行单中心DLA模型的模拟（可以用圆形边界，也可以用正方形边界），并用两种方法计算模拟得到的DLA图形的分形维数，求分形维数时需要作出双对数图。

2.算法和主要公式

2.1 二维DLA模拟

DLA(diffusive limited aggregation)模拟生长过程的基本思路是先在二维正方格子的中心放上一个粒子作为核心，再在远处随机产生一个粒子并让它作随机的扩散运动，一旦它进到核心的最近邻位置就停下成为两个粒子组成的核心。此后在远处不断产生新的粒子重复上述过程。

2.2 Sandbox计数法

Sandbox法是将一系列尺寸 $r(> 1)$ 不断增大的方框（也可以是圆）覆盖到分型图形上（如DLA图形）上，计数不同方框（或圆中）像素数 N （即以像素为测量单元），在 $\ln N - \ln r$ 图上如有直线部分，则在此范围内存在 $N \sim r^D$ ，直线部分的斜率即分形维数 D 。

2.3 面积-回转半径法

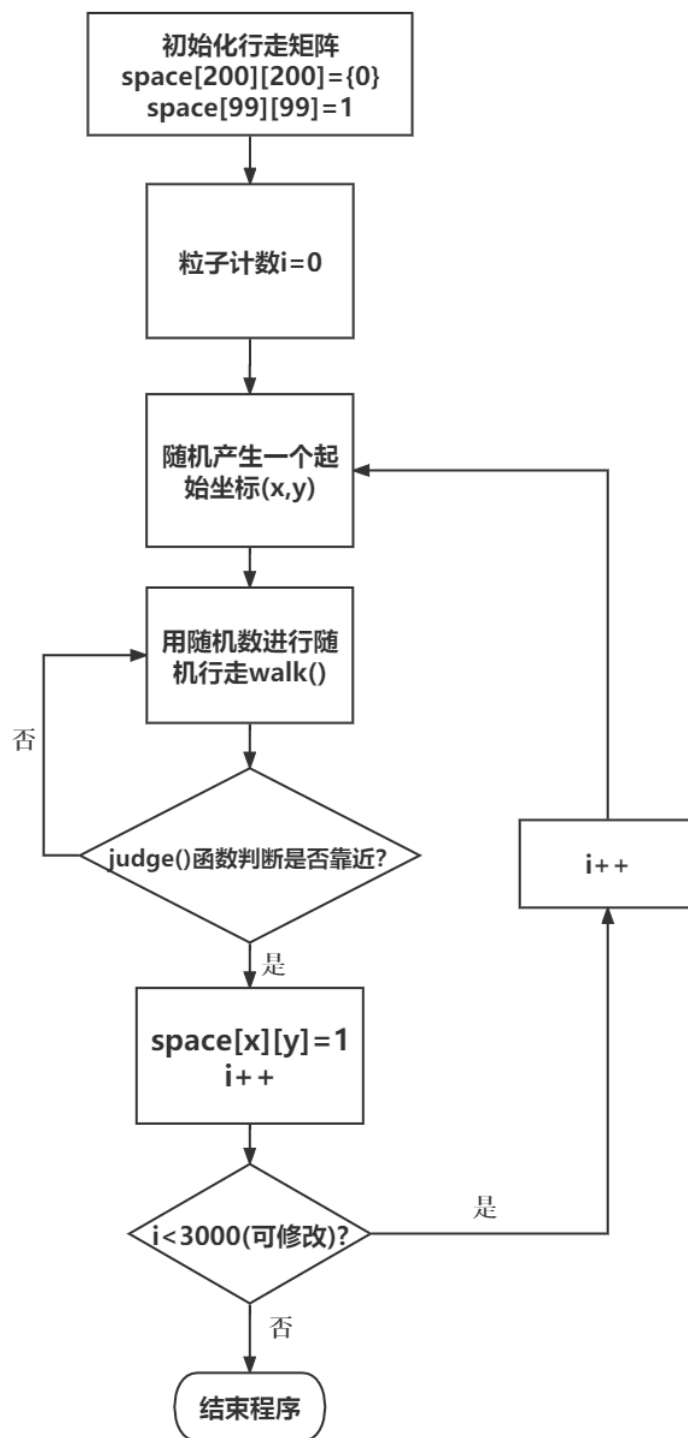
在已知分形中心或质心时，回转半径 R_g 的定义是

$$R_g = \frac{\sum r_i^2}{N}$$

其中 r_i 是象素 i 至分形中心的距离， i 遍及所有象素（从1到 N ）。

作 $\ln N - \ln R_g$ 图，如有直线部分，此部分的斜率就是分形维数 D 。

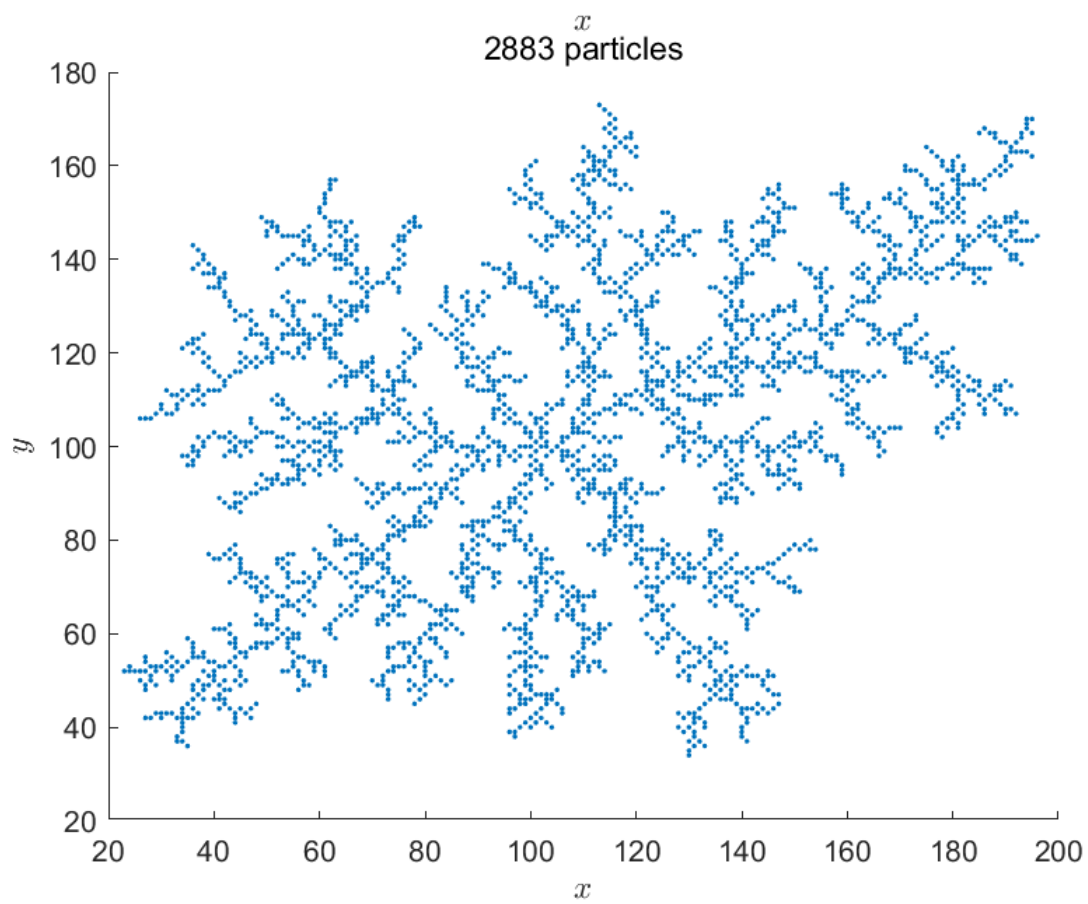
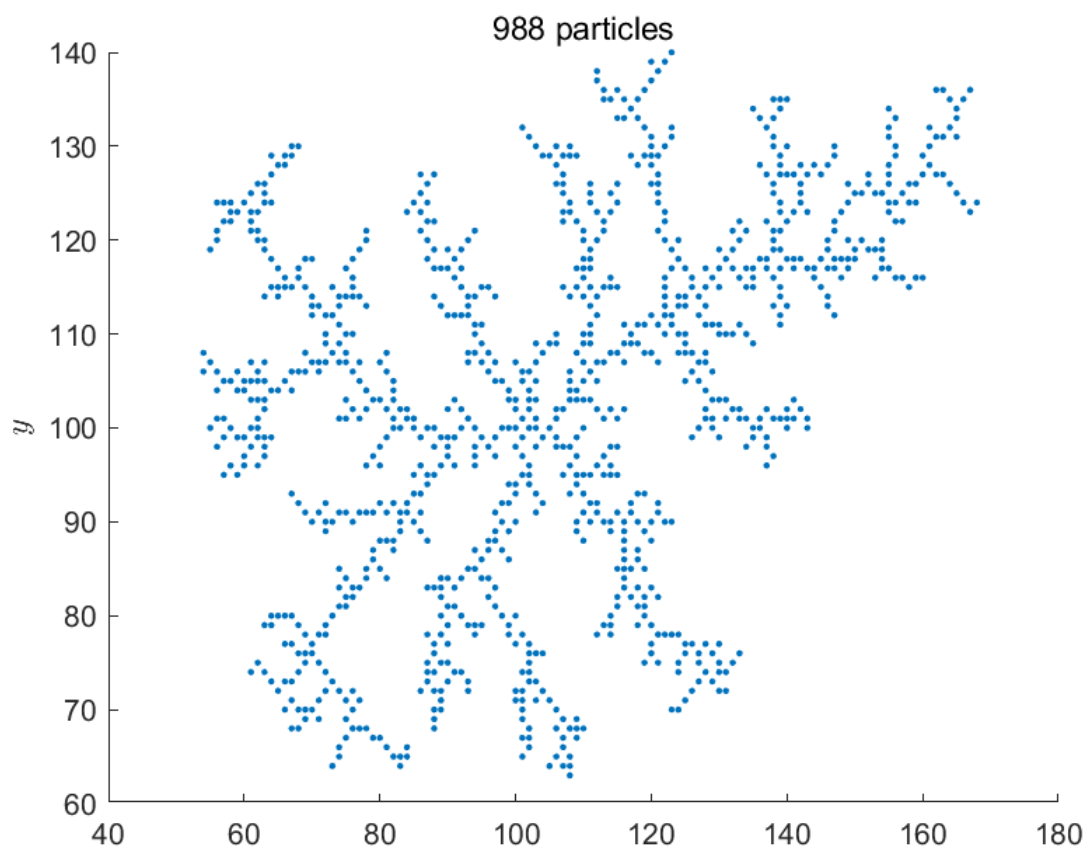
2.4 程序设计思路

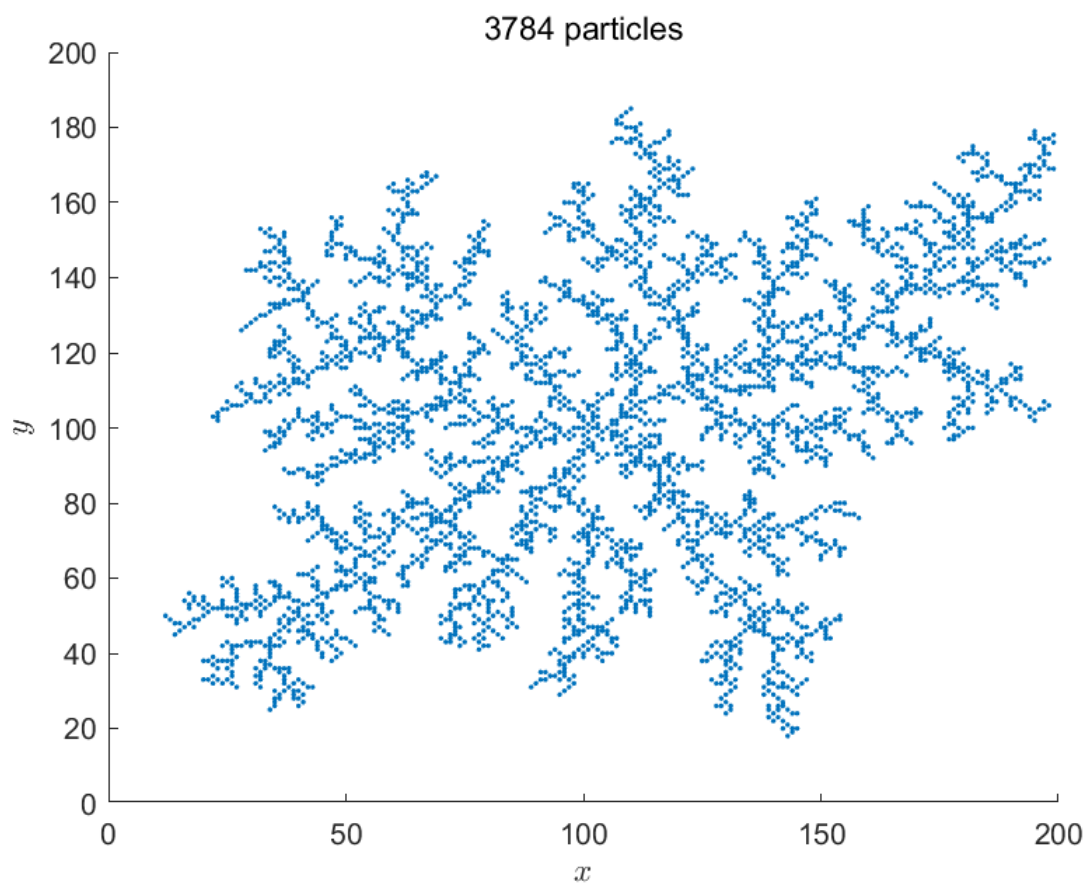


3.计算结果及分析

3.1 单中心DLA生长图形

下面是不同粒子数下DLA生长图形展示

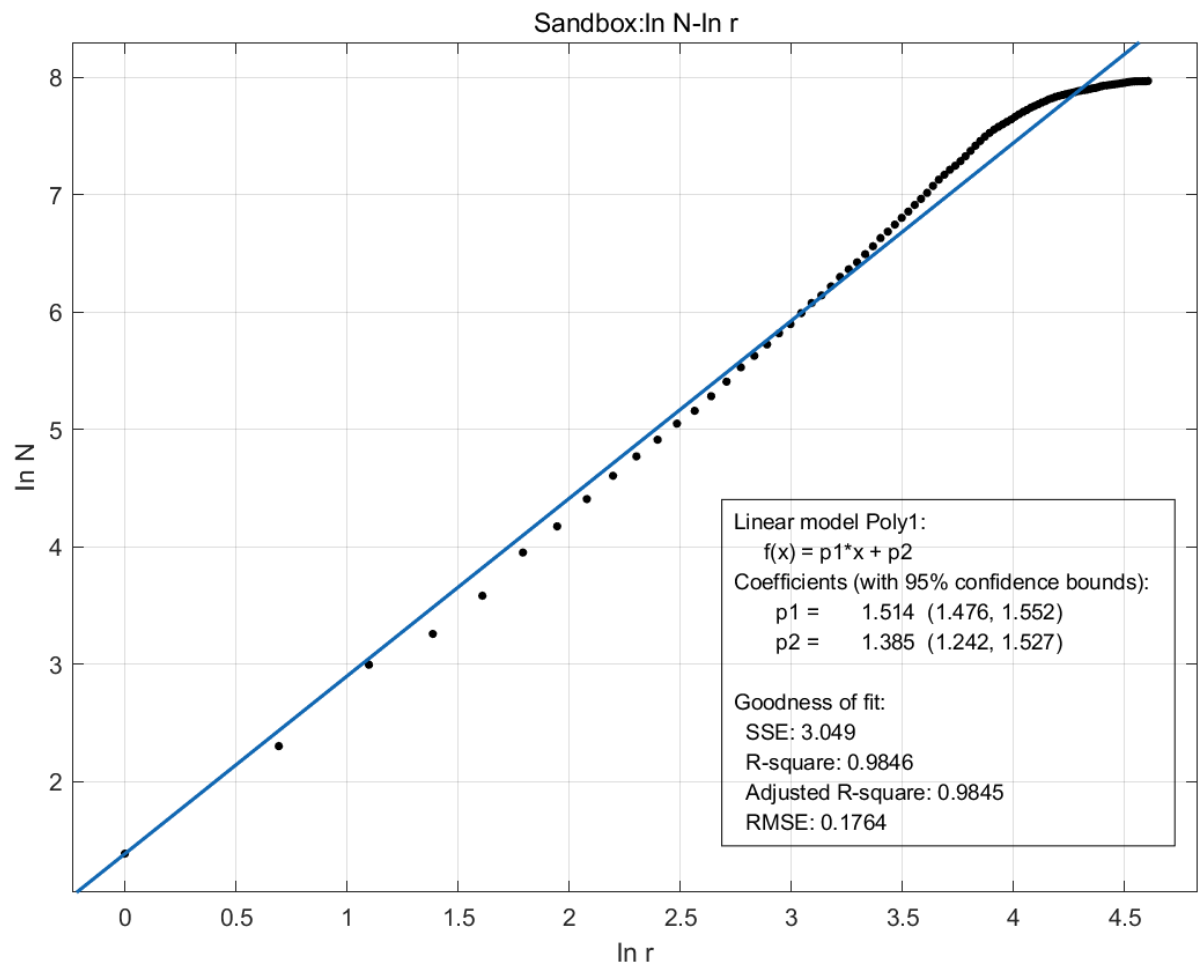




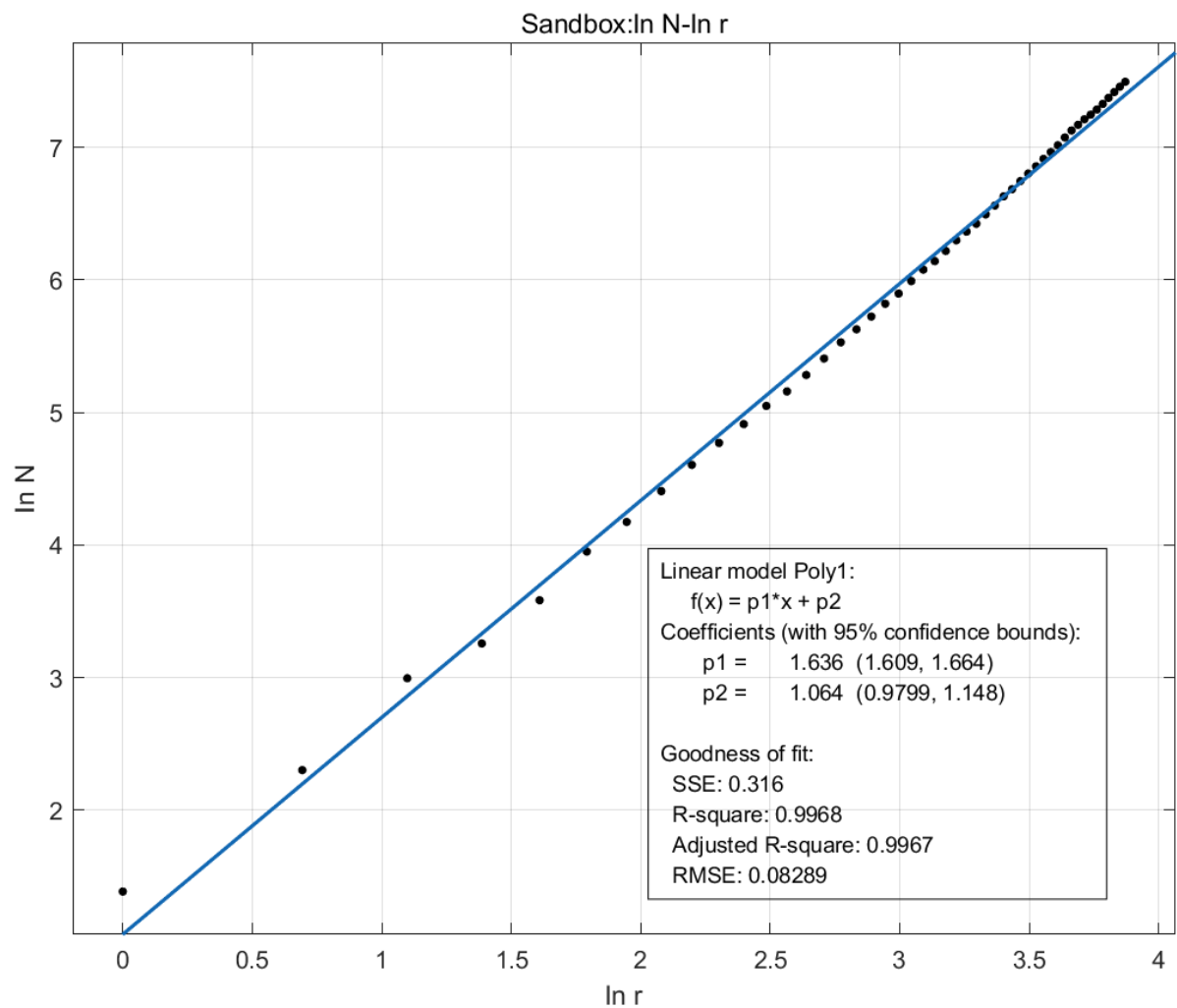
可以看出，随着粒子数的增加，DLA图形很清楚地体现出延展的方向，形状很像雪花或是叶脉。

3.2 Sandbox法计算分形维数

我们选择3.1中粒子数为2883的情形进行计算，作出的 $\ln N - \ln r$ 双对数曲线如下图所示



我们发现上图中后一部分的点明显偏离直线，可以将这一部分点舍去，只取直线部分再次拟合：

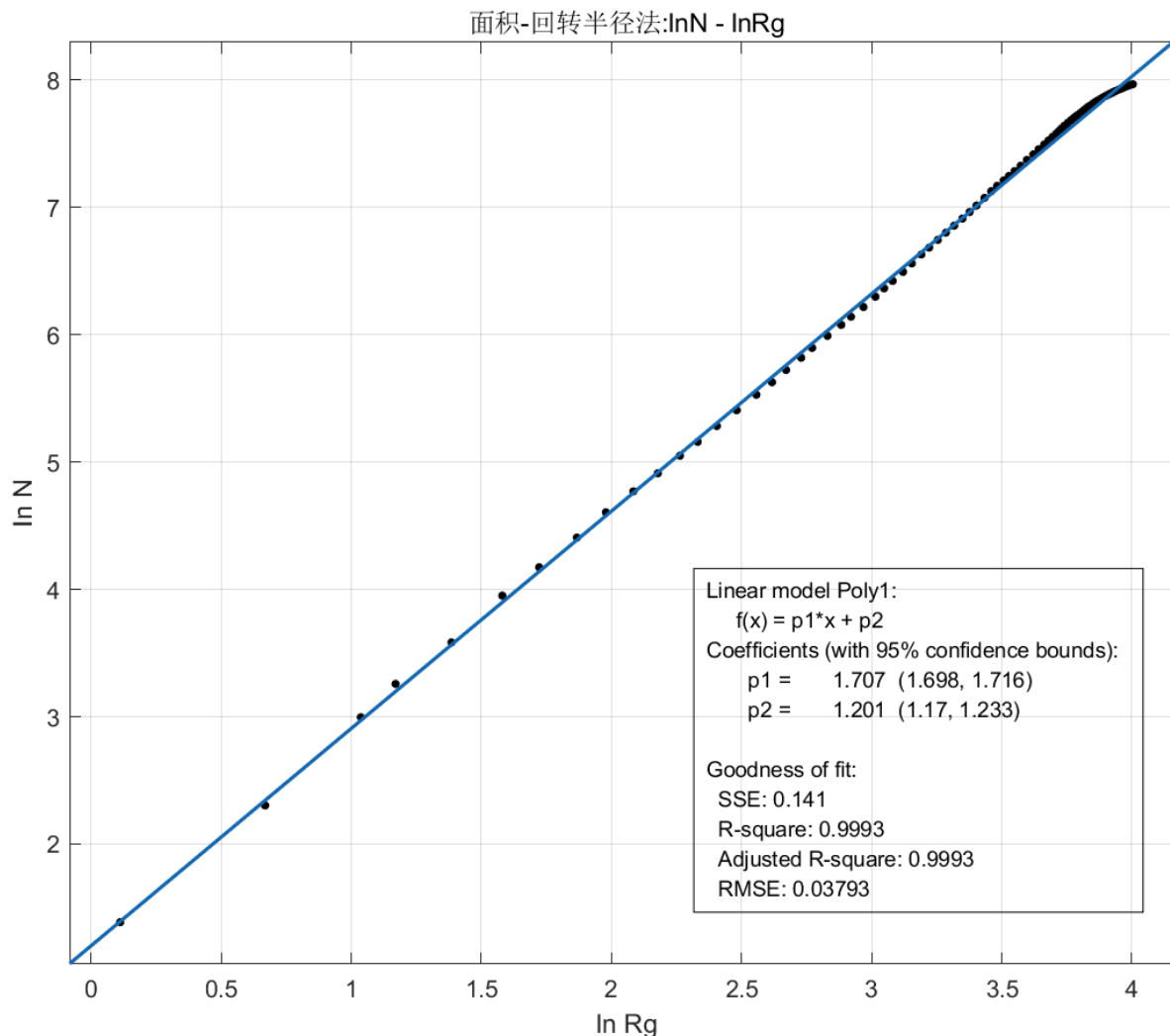


拟合直线斜率即为我们所求的分形维数 $D = 1.636$

理论上DLA的分形维数约为1.60~1.70，故我们用Sandbox法算出的结果是比较准确的。

3.3 面积-回转半径法计算分形维数

用面积-回转半径法得到的双对数图如下：



拟合直线斜率即为我们所求的分形维数 $D = 1.707$ ，也是在理论值范围内的，计算比较准确。

4.总结

(1) 本实验通过模拟二维DLA随机生长，理解了其基本的图形特征和分形维数的性质。这一模型在薄膜生长中可以被实验验证。

(2) 生长过程中放置的粒子数目要合适，粒子数过多计算时间过长且容易生长触碰到边界，粒子数过少不容易看出图形特征。

(3) 计算DLA分形维数有很多种方法，本次作业中选择了Sandbox法和面积-回转半径法，这些方法实现起来都很简单，结果也比较准确。