

计算物理A作业11

吕邀 PB19030789

1.作业题目

计算2维正方格子中GASW的指数值，并定性地加以讨论。进一步，如何研究球面网格上的SAW，它和平面上的结果会有什么不同？

2.算法和主要公式

一般情况下，随机行走前后距离的方均值为

$$\langle r^2(N) \rangle = aN^{2\nu}(1 + bN^{-\Delta} + \dots)$$

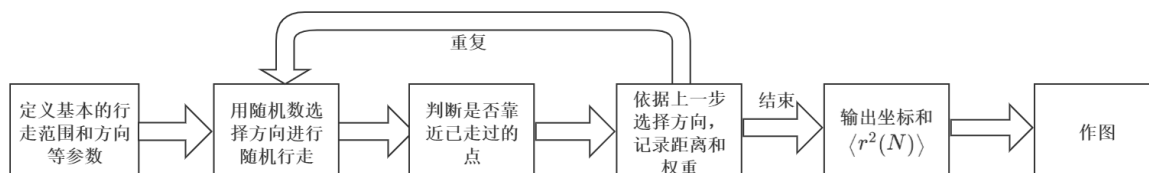
本题使用**权重法**模拟二维平面上的自规避行走。设每一次的行走步数为 N ，进行随机行走的次数为 M 。在每一次行走时需要记录每一步粒子到原点的距离 r 和该点的权重。

加权的方法是：（1）起始一步时的权重 $w(1) = 1$ ；（2）自相交时 $w(N) = 0$ ，重新开始另外一条行走；（3）如果可以选择3个方向，则 $w(N) = w(N - 1)$ ；（4）如果可以选择的方向数 m 为 $1 \leq m < 3$ ，则 $w(N) = \frac{m}{3}w(N - 1)$ 。最后对行走步数 N 以权重加和求均方根：

$$\langle r^2(N) \rangle = \frac{\sum w(N)r^2(N)}{\sum w(N)}$$

作出双对数曲线 $\log \langle r^2(N) \rangle - \log N$ ，可以通过其斜率求得指数 ν 。

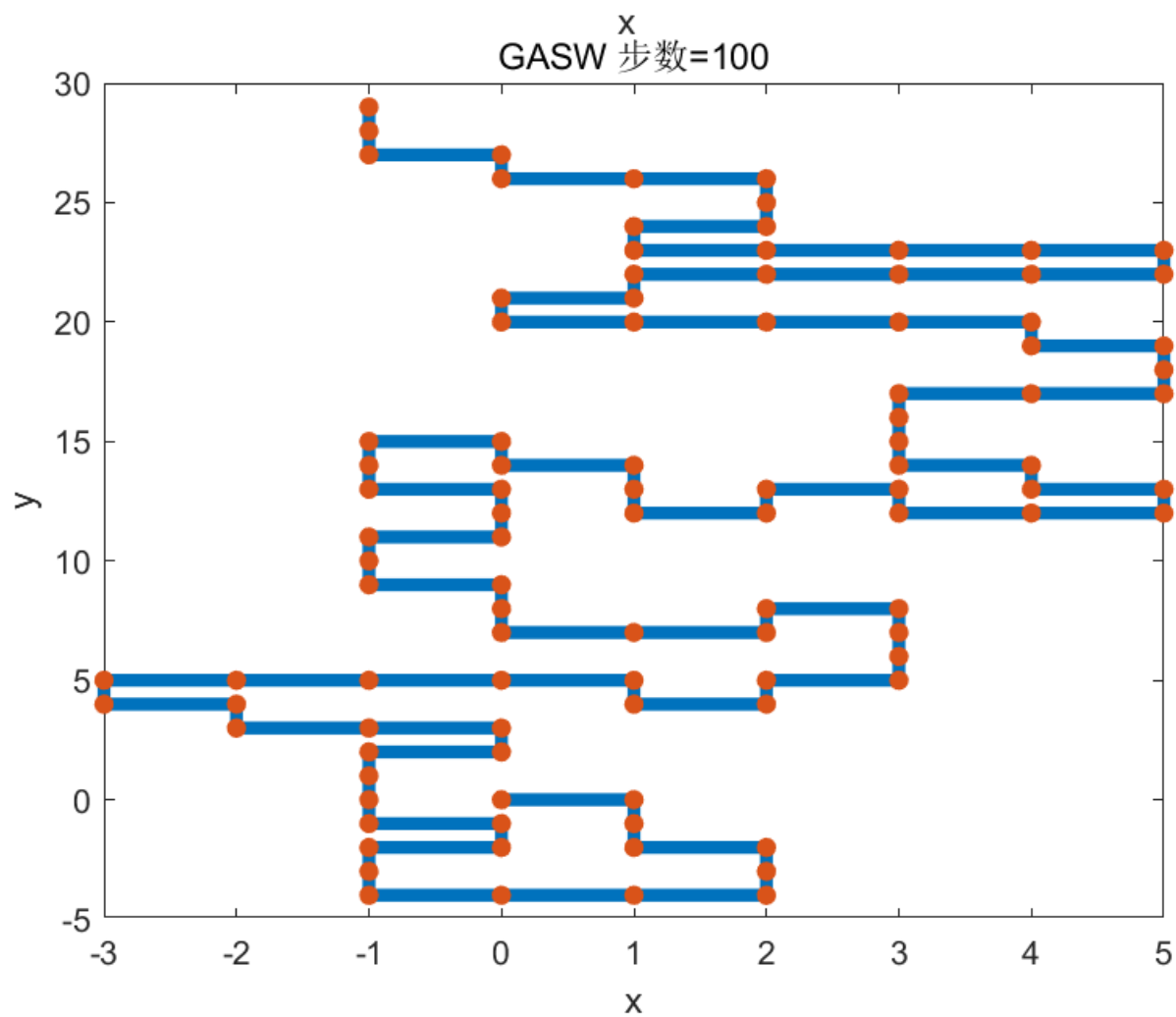
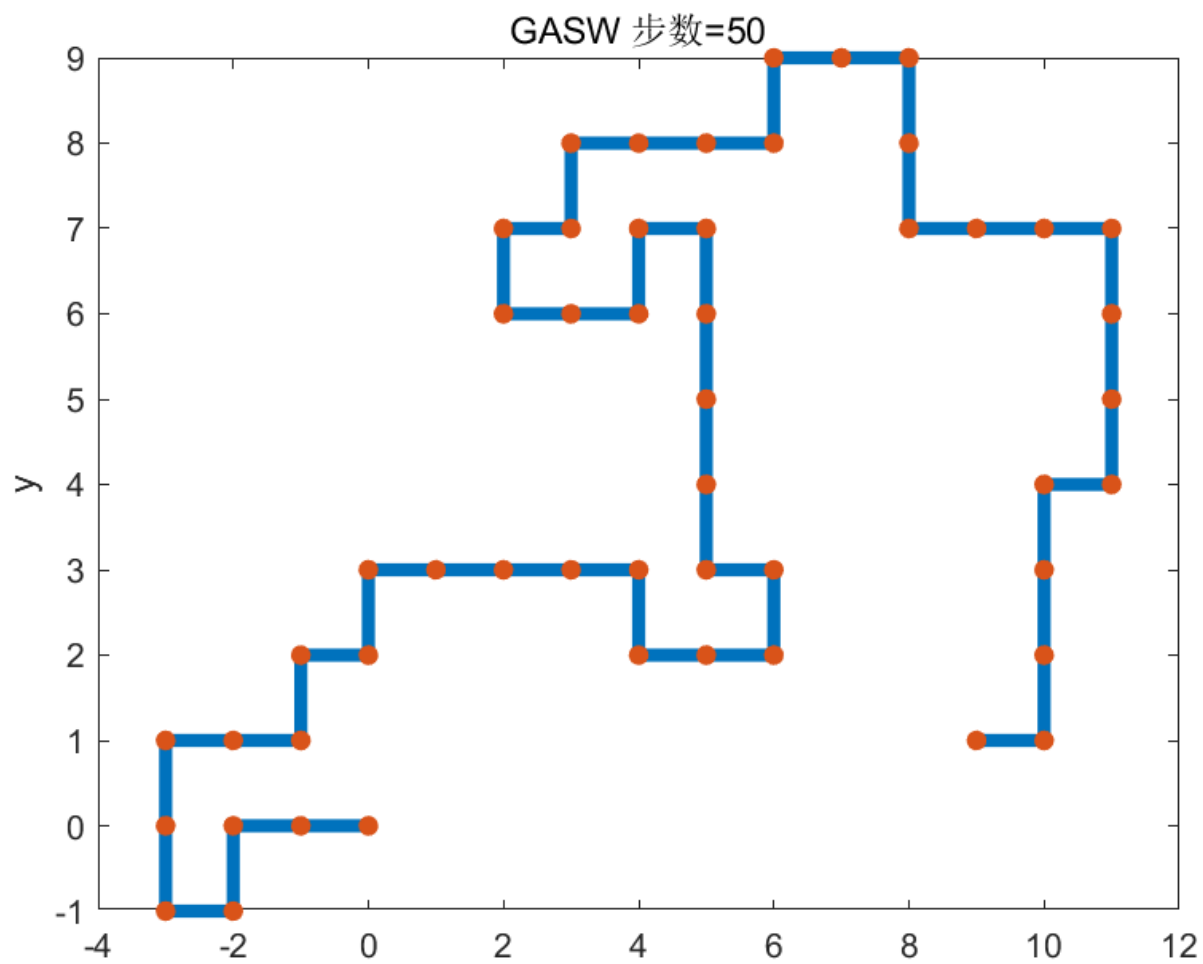
实验程序的大致思路如下图所示：



3.计算结果及分析

3.1 行走轨迹

由于程序的效率比较低，这里只进行了步数 $N = 50$ 和 $N = 100$ 的GASW，结果如下图所示：

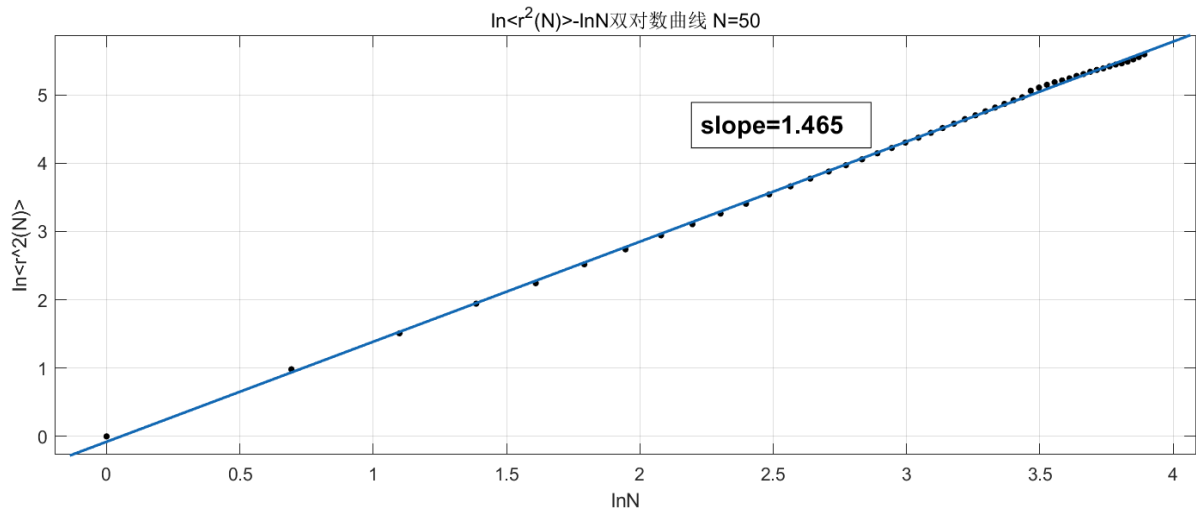


从图中可以直观看出自规避随机行走的特点。

3.2 标度指数计算

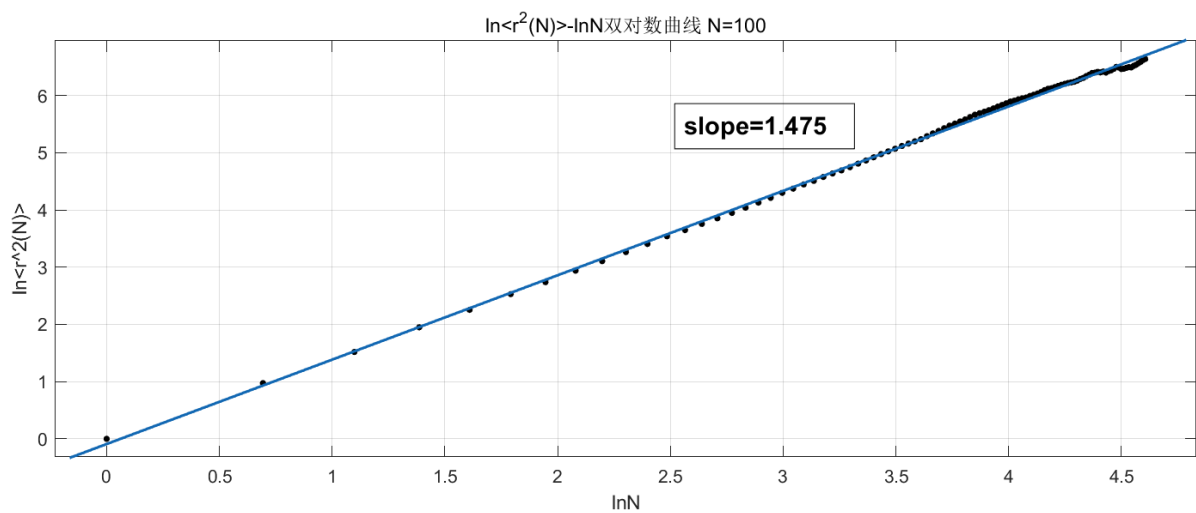
根据上述结果，作出 $\ln \langle r^2(N) \rangle - \ln N$ 的双对数曲线。

步数 $N = 50$ 的结果：



拟合斜率为1.465，则所求指数 $\nu = 1.465/2 = 0.7325$ 。与理论值0.75比较接近。

步数 $N = 100$ 的结果：

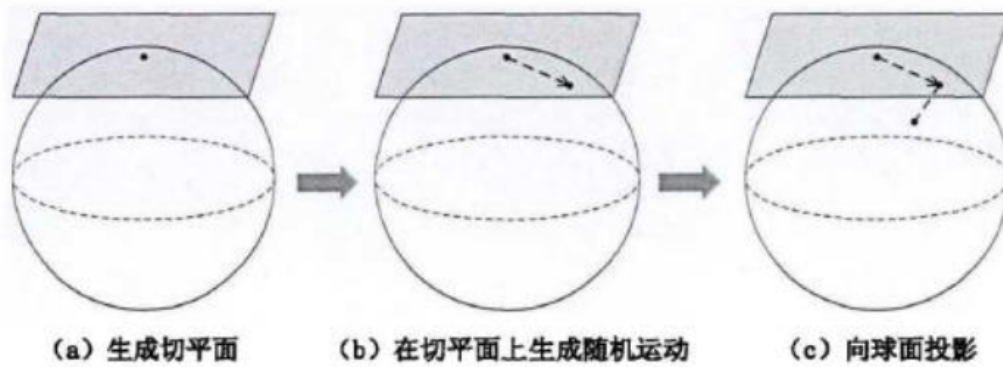


拟合斜率为1.475，则所求指数 $\nu = 1.475/2 = 0.7375$ 。与理论值0.75比较接近。

3.3 球面上SAW的讨论

根据上述二维平面上的GASW的思路，球面上的自规避随机行走可以考虑使用**投影法**。通过在球面上点的切平面上产生随机运动，然后将切平面上产生的随机运动点投影到球面上，进而得到球面上的随机运动。

平面上的随机行走上面已经研究过。在从平面到球面投影过程中需要记录球面上每一个点的坐标以实现自规避。



4.总结

(1) 本题中我们主要研究了二维平面上的生长型自规避行走。尽管我们使用权重法提高了一定的计算效率，但整个算法程序仍会占用比较多的时间和内存，所以我们只研究了行走50步和100步的情况。

(2) 本题中求出了二维GASW的标度指数 ν ，与理论值0.75比较接近。我认为产生误差的原因主要还是行走的步数不够，如果能提高行走步数，计算出的指数 ν 应该会更准确。