

INSTITUTO TECNOLÓGICO AUTÓNOMO DE MÉXICO



**Elección bajo incertidumbre:
El Sorteo TEC**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
LICENCIADO EN ACTUARÍA

PRESENTA

LUIS IRÁN VÁZQUEZ LÓPEZ

ASESORA

M.E. BÁRBARA CARRILLO FLORES

«Con fundamento en los artículos 21 y 27 de la Ley Federal del Derecho de Autor y como titular de los derechos moral y patrimonial de la obra titulada “**Elección bajo incertidumbre: El Sorteo Tec**”, otorgo de manera gratuita y permanente al Instituto Tecnológico Autónomo de México y a la Biblioteca Raúl Baillères Jr., la autorización para que fijen la obra en cualquier medio, incluido el electrónico, y la divulguen entre sus usuarios, profesores, estudiantes o terceras personas, sin que pueda percibir por tal divulgación una contraprestación.»

FECHA

LUIS IRÁN VÁZQUEZ LÓPEZ

*A mis padres y hermana,
por siempre estar ahí.*

Agradecimientos

A Bárbara Carrillo quien asesoró este trabajo y quien me ayudó a desarrollarlo de la mejor manera posible. Después de un camino de ser su alumno, su laboratorista y ahora su tesista, gracias.

A mis padres por haberme dado la oportunidad de estudiar lo que quise en donde quise, por enseñarme y guiarme para siempre mejorar, gracias.

A mi hermana por el apoyo incondicional que me ha dado siempre.

A Ernesto, Sebastian y Pablo por siempre darme una mano y acompañarme durante todo nuestro trayecto en el ITAM.

A José, Alejandro y Missael por el apoyo que me brindaron en la realización de este trabajo, siempre es bueno ver las cosas desde los ojos de alguien más.

A Jorge G., Jorge E. y Santiago por haberse vuelto mi otra familia, gracias.

Índice general

Introducción	1
1. Antecedentes y revisión de literatura	4
1.1. Antecedentes	4
1.1.1. Daniel Bernoulli	4
1.1.2. John Von Neumann y Oskar Morgenstern	8
1.1.3. Kenneth J. Arrow y Jhon W. Pratt	13
1.2. Revisión de literatura	14
1.2.1. Levi Pérez y Brad Humphreys	14
1.2.2. Michael Spiro	17
1.2.3. Emily Oster	19
2. Marco Teórico	22
2.1. Aversión al riesgo y loterías	22
2.2. Aversión al riesgo y riqueza	28
2.3. Elasticidades	30
3. Modelo econométrico	33
3.1. Análisis exploratorio de datos	33
3.2. Modelo	45

4. Resultados	49
4.1. El Sorteo Tec	49
Conclusiones	61
A. Validación modelo (3.1)	64
B. Validación modelo (3.2)	67
Referencias	70

Índice de cuadros

3.1. Estados en donde se venden boletos del Sorteo Tec . . .	35
3.2. Datos para el sorteo AventuraT	36
3.3. Ajuste Modelo (3.1)	47
3.4. Ajuste Modelo (3.2)	48
4.1. Información sorteo AventuraT	50
4.2. Información sorteo Educativo	51
4.3. Información sorteo Mi Sueño	52
4.4. Resumen coeficientes	55
4.5. Resumen $\Delta\%$ número de boletos	58
4.6. Resultados para diferentes escenarios	59

Índice de figuras

2.1. Utilidad de 2 loterías	25
3.1. Boletos vendidos por Estado	37
3.2. Matriz de Correlación por Sorteo	38
3.3. Boletos vendidos por sorteo	39
3.4. Boletos vendidos por Estado	40
3.5. Estados que más boletos vendieron	42
3.6. Boletos vs PIB <i>per capita</i> (log - log)	44
4.1. Comparación dos individuos	54
4.2. Relación β_1	56
4.3. Relación α_2	57
A.1. Validación modelo (3.1) AventuraT	65
A.2. Validación modelo (3.1) Educativo	65
A.3. Validación modelo (3.1) Mi Sueño	66
B.1. Validación modelo (3.2) AventuraT	68
B.2. Validación modelo (3.2) Educativo	68
B.3. Validación modelo (3.2) Mi Sueño	69

Introducción

Una pregunta que la gran mayoría de personas se ha hecho o le han preguntado es: ¿qué harían si se ganaran la lotería? Las loterías alrededor del mundo son muy populares; muchas personas compran boletos de lotería día a día con la esperanza de tener suerte y ganarse algún premio. Es por esto que, el estudio del comportamiento de los individuos y la distribución del ingreso en este tipo de bien ha ido en aumento, analizando diferentes tipos de loterías en diferentes lugares.

En una apuesta, lotería o un juego de azar existen diferentes elementos sobre los cuales depende la probabilidad de ganar. En el caso de una lotería, ganar un premio dependerá de cuántos boletos se van a emitir lo cual se traduce en una probabilidad, casos favorables entre casos totales. A mayor número de boletos emitidos, la probabilidad de ganar un premio si compramos un solo boleto será menor.

Podemos aumentar nuestras probabilidades de ganar si compramos más boletos. La venta de boletos de una lotería, como de casi todos los bienes, estará sujeto a la cantidad de ingreso disponible y las preferencias de cada individuo.

Para la presente tesis, se trabajó con el Sorteo Tec, institución que realiza diferentes sorteos a lo largo del año. Se obtuvo información de tres loterías las cuales tienen diferentes premios, número de boletos emitidos y precios. Estudiaremos si estos boletos son bienes superiores al ingreso, lo cual nos dice que a mayor ingreso, aumenta la cantidad de boletos que la gente quiere comprar y este cambio en la cantidad de boletos es de mayor magnitud que el cambio en el ingreso. Esto tiene suma importancia cuando la economía se enfrenta a una recesión pues, se generan las siguientes preguntas: ¿la venta de boletos caerá? Si la venta cae, ¿en qué magnitud será esta caída? Conocer la elasticidad ingreso para los organizadores es de suma importancia para entender qué es lo que le pasará a la institución ante la crisis.

La presente investigación se desarrolla de la siguiente manera: en el **Capítulo 1** se habla sobre los antecedentes de la aversión al riesgo, así como de la literatura expuesta en años recientes sobre la elasticidad ingreso de diferentes loterías. En el **Capítulo 2** se desarrolla el marco teórico referente a la aversión al riesgo, las loterías y las elasticidades. Se definen conceptos importantes que son necesarios para el desarrollo y análisis de los resultados de la tesis. En el **Capítulo 3** se realiza un análisis exploratorio de datos con la información proporcionada por el Sorteo Tec para después plantear los modelos econométricos. Se ajustaron dos modelos econométricos, uno para el cálculo de la elasticidad ingreso y otro para encontrar la relación de concavidad de la función de utilidad. El ajuste de estos modelos se realizó a los tres sorteos por separado. En el **Capítulo 4** se analizan los resultados obtenidos en el capítulo anterior. Además, se utilizan las proyecciones del PIB publicadas por diferentes instituciones para estimar el cambio

en el número de boletos vendidos de cada uno de los tres sorteos bajo estas diferentes situaciones. Finalmente, se presentan las conclusiones del estudio tomando en cuenta toda la información disponible en complemento con los resultados obtenidos.

En relación a los principales hallazgos de esta tesis se encontró que, todos los sorteos estudiados son bienes superiores al ingreso, esto marca una clara diferencia entre la literatura citada en donde los sorteos estudiados todos son bienes normales al ingreso. De igual forma, se encontró que los participantes de los sorteos analizados son aversos al riesgo aunque muy cercano a ser neutrales al riesgo. Por otro lado, el efecto que se encontró en la disminución en la venta de boletos no será proporcional.

Capítulo 1

Antecedentes y revisión de literatura

1.1. Antecedentes

1.1.1. Daniel Bernoulli

El término utilidad fue presentado por primera vez en el siglo XVIII cuando Daniel Bernoulli y Gabriel Cramer publican “*Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk*”¹ y se utiliza para dar solución a la paradoja de San Petersburgo. La versión estándar consiste en un juego con las siguientes reglas: una moneda honesta es lanzada hasta que caiga por primera vez en águila, en este punto el jugador gana 2^i , donde i es el número de veces que la moneda fue lanzada.

La pregunta resulta ser ¿cuánto dinero está dispuesto el jugador a

¹Bernoulli, D. (1954). *Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk*. *Econometrica*, 22(1), 23–36.

pagar para participar en este juego? para contestar la pregunta observamos que la probabilidad de obtener águila por primera vez en el i -ésimo lanzamiento es $(\frac{1}{2})^i$.

Por lo que el valor esperado de este juego resulta en:

$$E[x] = \sum_{i=1}^{\infty} \pi_i x_i = \sum_{i=1}^{\infty} 2^i \left(\frac{1}{2}\right)^i = \infty \quad (1.1)$$

Donde x_i es la variable aleatoria de la ganancia del jugador en el i -ésimo lanzamiento de la moneda y π_i es la probabilidad de obtener águila en el i -ésimo lanzamiento.

Esto querría decir que existiría un incentivo a que una persona pague una cantidad grande de dinero, por ejemplo, un millón de pesos para poder jugar pues el millón de pesos resulta ser mucho menor que el valor esperado del juego.

La solución de Bernoulli recae en el argumento sobre que las personas no les interesa directamente cuánto es la ganancia monetaria del juego sino depende de la utilidad que esta ganancia monetaria genere en los individuos. Si se asume que la utilidad marginal de la riqueza decrece cuando la riqueza aumenta, esto es, que la curva de utilidad sea cóncava, el juego puede converger a una utilidad esperada finita con la cual se puede determinar el valor que estaría dispuesto a pagar un individuo por participar en el juego a lo cual Bernoulli llama “*moral value*”. Se presenta una solución a la paradoja:

Suponga que la utilidad del premio a recibir en el juego está dado por $U(x_i) = \ln(x_i)$, esta función logarítmica cumple con ser cóncava

pues $U' > 0$ y $U'' < 0$. Calculamos la utilidad esperada y resulta que

$$E[U(x_i)] = \sum_{i=1}^{\infty} \pi_i U(x_i) = \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^i \ln(2^i) = 2\ln(2) \quad (1.2)$$

Donde x_i es la variable aleatoria de la ganancia del jugador en el i -ésimo lanzamiento de la moneda y π_i es la probabilidad de obtener águila en el i -ésimo lanzamiento.

El resultado anterior se puede demostrar mediante la derivada de la serie geométrica. De esta forma, observamos que la utilidad esperada de este juego es aproximadamente 1.39.

El fundamento teórico de la solución a este juego se presenta en el mismo artículo. Como se mencionó previamente, Bernoulli propone que la función de utilidad que se utiliza para evaluar las apuestas debe ser una función de la riqueza total y no sólo de los ingresos actuales.

Bernoulli sugiere una función de utilidad en términos de una ecuación diferencial. Propone que la utilidad marginal es inversamente proporcional a la riqueza W , de aquí que:

$$\frac{du(W)}{dW} = \frac{a}{W} \quad (1.3)$$

Para una constante a . Resolviendo la ecuación diferencial obtenemos que:

$$u(W) = a \ln(W) + b \quad (1.4)$$

Con a, b constantes. Esto sugiere que, con esta función de utilidad, los individuos son aversos al riesgo.

Lo anterior genera lo que hoy se conoce como *funciones de utilidad de tipo Bernoulli*, funciones que son de gran importancia para Arrow y Pratt en su trabajo para la medición de la aversión al riesgo, el cual se desarrolla en la sección **1.1.3** de la presente tesis.

1.1.2. John Von Neumann y Oskar Morgenstern

En 1944 John Von Neumann y Oskar Morgenstern publican su libro “*Theory of Games and Economic Behavior*”² donde se presentan modelos matemáticos para estudiar el comportamiento económico de los individuos bajo condiciones de incertidumbre.

Con la teoría desarrollada por estos dos autores se definen conceptos relevantes para el desarrollo de esta tesis, los cuales se presentan a lo largo de esta sección.

Uno de los teoremas dentro del análisis de la elección bajo incertidumbre es el *Teorema de la Utilidad Esperada* en el que Von Neumann y Morgenster mencionan que si las preferencias de los individuos cumplen los axiomas de racionalidad entonces sus preferencias podrían ser representadas por una función de utilidad.

Definiremos qué es una lotería simple, término que se utilizará para explicar el *Teorema de Utilidad Esperada*.

- Una *lotería simple* L es una lista $L = (p_1, \dots, p_N)$ con $p_n \geq 0 \forall n$ y $\sum_n p_n = 1$, donde p_n es la probabilidad de que ocurra el evento n .

Si definimos \mathcal{L} como el conjunto de alternativas u opciones a las que se enfrenta un individuo y utilizamos la definición de *lotería simple* donde los eventos a ocurrir son diferentes pagos monetarios, entonces \mathcal{L} queda definido como el espacio de loterías.

²Neumann, V. J., & Morgenstern, O. (1953). *Theory of Games and Economic Behavior* (3rd ed.). New York, United States: Princeton University Press.

Para que las preferencias sean racionales se deben de cumplir los siguientes puntos:

- Exista una relación de preferencias racional \succeq a \mathcal{L} . Esto se da cuando se cumplen las siguientes dos propiedades:

1. **Completitud:** $\forall L, L' \in \mathcal{L}$ se tiene que $L \succeq L'$ o $L' \succeq L$ o los prefiere igual.
2. **Transitividad:** $\forall L, L', L'' \in \mathcal{L}$, si $L \succeq L'$ y $L' \succeq L'' \Rightarrow L \succeq L''$.

- Continuidad: si para cualquier $L, L', L'' \in \mathcal{L}$ los conjuntos

$$\{\alpha \in [0, 1] : \alpha L + (1 - \alpha)L' \succeq L''\} \subset [0, 1]$$

$$\{\alpha \in [0, 1] : L'' \succeq \alpha L + (1 - \alpha)L'\} \subset [0, 1]$$

son cerrados. Esto implica la existencia de una función de utilidad que representa \succeq , una función $U : \mathcal{L} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $L \succeq L' \Leftrightarrow U(L) \geq U(L')$.

- Axioma de independencia: la relación de preferencia \succeq en el espacio de loterías simples \mathcal{L} satisface este axioma si para todo $L, L', L'' \in \mathcal{L}$ y $\alpha \in (0, 1)$ se tiene

$$L \succeq L' \Leftrightarrow \alpha L + (1 - \alpha)L'' \succeq \alpha L' + (1 - \alpha)L''$$

En otras palabras, esto significa que si mezclamos cada una de las dos loterías con una tercera, el orden de preferencia de las mezclas no depende de la tercera lotería usada en particular.

El *Teorema de la Utilidad Esperada* (Mass-Collel et al, 1995, p.176) dice que, si suponemos que la relación de preferencia racional \succeq en el

espacio de loterías \mathcal{L} satisface los axiomas de continuidad e independencia entonces \succeq admite una representación de la utilidad en forma de utilidad esperada. Esto es, podemos asignar un número u_n a cada pago $n = 1, \dots, N$ de tal manera que para cualesquiera dos loterías $L = (p_1, \dots, p_N)$ y $L' = (p'_1, \dots, p'_N)$ se tiene que

$$L \succeq L' \Leftrightarrow \sum_{n=1}^N u_n p_n \geq \sum_{n=1}^N u_n p'_n \quad (1.5)$$

Este teorema ha generado mucha discusión al paso de los años; uno de los comentarios más fuertes que se le ha hecho al Teorema de Utilidad Esperada ha sido la *paradoja de Allais* (Mass-Collel et al, 1995, p.179) formulada en 1953 por Maurice Allais. En ella se plantea un experimento como el siguiente:

Existen tres posibles premios monetarios

Premio 1	Premio 2	Premio 3
\$ 1,250,000	\$250,000	\$0

El jugador se enfrenta a dos conjuntos de decisión. El primer conjunto está conformado por dos loterías $L_1 = (0, 1, 0)$ y $L'_1 = (0.10, 0.89, 0.01)$. La primer lotería consiste en obtener con seguridad \$250,000; la segunda lotería consiste en obtener \$1,250,000 con probabilidad 0.10, \$250,000 con probabilidad 0.89 y \$0 con probabilidad 0.01.

El segundo conjunto está conformado por dos loterías $L_2 = (0, 0.11, 0.89)$ y $L'_2 = (0.10, 0, 0.90)$. La primer lotería consiste en obtener \$250,000 con probabilidad 0.11 y \$0 con probabilidad 0.89; la segunda lotería consiste en obtener \$1,250,000 con probabilidad 0.10 y

\$0 con probabilidad 0.90.

Con esto, Allais muestra que los individuos expresan sus preferencias tal que $L_1 \succeq L'_1$ y $L'_2 \succeq L_2$ lo cual presenta inconsistencias a la teoría de utilidad esperada. Se comprueba de la siguiente manera:

Supongamos una función de utilidad $U(\cdot)$ y aplicamos el *Teorema de Utilidad Esperada*, tenemos que $L_1 \succeq L'_1 \Leftrightarrow U(L_1) \geq U(L'_1)$ entonces,

$$(1)U(250,000) \geq (0,1)U(1,250,000) + (0,89)U(250,000) + (0,01)U(0)$$

restamos $0.89U(250,000)$ de ambos lados

$$(0,11)U(250,000) \geq (0,1)U(1,250,000) + (0,01)U(0)$$

sumamos $0.89U(0)$ de ambos lados

$$(0,11)U(250,000) + (0,89)U(0) \geq (0,1)U(1,250,000) + (0,9)U(0)$$

Entonces, $U(L_2) \geq U(L'_2)$ por lo tanto $L_2 \succeq L'_2$. Con lo anterior podemos decir que los individuos deben de escoger $L_1 \succeq L'_1$ y $L_2 \succeq L'_2$ o $L'_1 \succeq L_1$ y $L'_2 \succeq L_2$ y es aquí donde Allais encuentra la inconsistencia.

La importancia que tienen el Teorema de Utilidad Esperada en este trabajo es poder dar un fundamento matemático a la elección de los individuos ante situaciones de incertidumbre, esto se traduce en las preferencias que tiene cada individuo. Además, estas preferencias ordenadas incluyen al axioma de independencia, esto implica que la función de utilidad esperada representa que el ordenamiento de las preferencias es lineal en las probabilidades. La mención sobre la

paradoja de Allais es para ejemplificar la posibilidad de que los individuos no respondan a las probabilidades de manera lineal.

1.1.3. Kenneth J. Arrow y Jhon W. Pratt

Dos autores que contribuyeron de gran forma a la medición de la aversión al riesgo fueron Kenneth J. Arrow y Jhon W. Pratt, quienes publican por separado sus descubrimientos acerca del tema. Cómo se mencionó en la sección 1.1.1, Arrow y Pratt utilizan como base de sus teorías a las *funciones de utilidad de tipo Bernoulli*.

Con el trabajo de Arrow y Pratt se desarrolla un coeficiente para obtener el grado de aversión al riesgo de los individuos y poder hacer comparaciones. Se define como la *medida Arrow-Pratt de aversión al riesgo absoluta* a:

$$r(W) = \frac{-u''(W)}{u'(W)} \quad (1.6)$$

Donde W representa la riqueza del individuo y $u(\cdot)$ es una función de utilidad de tipo Bernoulli doblemente diferenciable.

Ahora bien, sean 2 individuos M y N con funciones de utilidad (cóncavas y doblemente diferenciables) $u_M(\cdot)$ y $u_N(\cdot)$ respectivamente. El individuo N es *más averso al riesgo* que el individuo M a un nivel de riqueza W si:

$$r_M(W) = \frac{-u''_M(W)}{u'_M(W)} < \frac{-u''_N(W)}{u'_N(W)} = r_N(W) \quad (1.7)$$

Este coeficiente permite comparar el comportamiento hacia situaciones de riesgo en donde el resultado del evento recae en ganancias o pérdidas absolutas sobre el actual nivel W de la riqueza de los individuos. Es importante mencionar que este coeficiente es una

medida local de la aversión al riesgo, para un nivel diferente de la riqueza W la comparación puede cambiar.

La importancia de Arrow y Pratt para esta tesis recae en el hecho que se presenta una forma de comparar el nivel de la aversión al riesgo entre los individuos representativos de cada Estado en los que se venden boletos del Sorteo Tec. Es importante mencionar que lo anterior representa una dificultad dado que, no se tiene una función de utilidad para cada individuo representativo de cada Estado, suponer una misma función de utilidad para todos no es práctico pues no refleja la realidad.

1.2. Revisión de literatura

1.2.1. Levi Pérez y Brad Humphreys

En 2011, L. Pérez y B. Humphreys publican un artículo titulado "*The Income Elasticity of Lottery: New Evidence from Micro Data*".³ En su artículo, Pérez y Humphreys hacen un análisis para explicar el gasto en consumo por boletos de la Lotería Nacional en España; de manera general estudiaron los determinantes del gasto en la lotería en los hogares españoles así como la incidencia del impuesto a la lotería para poder identificar patrones en el comportamiento de consumo en los diferentes deciles económicos.

Es importante explicar cómo se juega la Lotería Nacional Española, ya que esta lotería se clasifica como pasiva. Esto es, los

³Pérez, L., & Humphreys, B. R. (2011). *The Income Elasticity of Lottery: New Evidence from Micro Data*. Public Finance Review, 39(4), 551–570.

jugadores escogen su boleto de una serie que está marcado con cinco dígitos entre el 00000 y 99999 (la probabilidad de ganar el premio mayor es de uno en cien mil) y esperan a que se haga el sorteo. Cada serie está dividida en diez, cada jugador tiene la oportunidad de comprar toda la serie o solo un *décimo* de la serie. La lotería en España es casi idéntica a la lotería en México.

En la literatura se ha observado comunmente que el gasto asociado a participar en loterías se trata de explicar mediante regresores como el ingreso más otras variables de control de tipo socioeconómicas y demográficas. Con la finalidad de estudiar la relación existente entre las loterías y el ingreso, Pérez y Humphreys estudian esta relación usando dos encuestas realizadas por el Estado. Utilizan un modelo econométrico llamado *Tobit Model* el cual está diseñado para tomar en cuenta la presencia de valores cero en los datos.

Asumen que la compra de los boletos de lotería es idéntica a cualquier otro bien de consumo y no se hace ningún supuesto sobre la aversión al riesgo de los individuos. El modelo puede ser descrito de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} y^* &= X_i\beta + u_i \\ y_i &= y^* \text{ si } y^* > 0 \\ y_i &= 0 \text{ si } y^* \leq 0 \\ i &= 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

Donde N es el número de observaciones, y_i es la variable dependiente definida como el gasto individual en boletos de la lotería nacional y X_i es un vector de covariables del individuo i de las

variables edad, ingreso, ingreso/número de habitantes en el hogar, estado civil, soltero, años de educación y si tiene un empleo. Toman además que $u_i \sim N(0, \sigma^2)$ y de esta manera llegan al *Tobit Estimator* que resulta ser la función de verosimilitud para las N observaciones generado por el modelo.

Los resultados obtenidos por Pérez y Humphreys fueron que la edad influía de tal forma que el gasto en boletos de lotería iba incrementando de joven a adulto, teniendo su máximo en 46 años y a partir de esta edad empieza a disminuir; los hombres gastan más en boletos para la lotería que las mujeres; la mayoría son casados/casadas y tienen pocos años de formación académica.

Asimismo, obtienen la estimación de la elasticidad ingreso de los boletos de lotería y concluyen que éstos son un **bien normal al ingreso** y que un incremento en el ingreso hace que las personas que ya juegan a la lotería gasten más en boletos y que las personas que no juegan a la lotería no las incentiva a participar.

1.2.2. Michael Spiro

En 1974 M. Spiro publica su artículo "*On The Tax Incidence Of The Pennsylvania Lottery*"⁴ en donde publica su investigación sobre la estimación de la incidencia de impuestos en la lotería de Pennsylvania.

Para poder realizar un estudio a fondo era necesario contar con datos de todas las personas que compraron boletos de lotería, esto implicaba un costo monetario elevado en elaboración de encuestas. Así, se optó por segmentar a la población que compró boletos de lotería de tal manera que se obtuvo un subgrupo de personas que habían ganado algún premio mayor a cien dólares en dicha lotería y de quienes los datos eran posibles de obtener.

En total, fueron 1250 individuos que fueron contactados por haber ganado un premio mayor a cien dólares y se les envió un cuestionario, en donde se les pedía indicar en qué categoría económica se encontraba y cuántos boletos habían comprado para el sorteo en el cual fueron ganadores. Alrededor de 300 individuos respondieron el cuestionario y de estos, sólo 271 fueron usados para realizar el análisis.

De esta forma, Spiro plantea que el número de boletos comprados por un individuo para el sorteo en el que fue ganador, T , es una función lineal de su ingreso, Y . Esto es, $T = A + bY$. Hace la aclaración de que los impuestos pagados son proporcionales al número de boletos comprados, por lo que T en este análisis puede ser interpretado como boletos o impuestos. Esta hipótesis puede llevar a la conclusión que el impuesto

⁴Spiro, M. H. (1974). *On the Tax Incidence of the Pennsylvania Lottery*. National Tax Journal, 27(1), 57-61.

es progresivo si y sólo si se cumplen dos condiciones:

- La ordenada al origen es negativa ($A < 0$)
- La pendiente es positiva ($b > 0$)

En el primer modelo $T = A + bY$ se obtuvo la siguiente estimación $T = 1.875 + 1.6 \times 10^{-4}Y$ con una $\bar{R}^2 = 0.029$. Se plantea un segundo modelo, un modelo logarítmico $\ln T = a + b \ln Y$. Este modelo tiene la ventaja de arrojar la elasticidad de los boletos respecto al ingreso, el resultado de la estimación fue $\ln T = 1.057 + 0.2169 \ln Y$ con una $\bar{R}^2 = 0.023$.

Así, podemos observar que para los individuos ganadores de premios mayores a cien dólares la elasticidad ingreso es de 0.22. Esto quiere decir que se considera un **bien normal al ingreso**.

1.2.3. Emily Oster

E. Oster publica en 2004 su artículo llamado "*Are All Lotteries Regressive? Evidence from the Powerball*"⁵ en donde estudia la relación existente entre el número de boletos de lotería comprados, el premio y el ingreso de los individuos. Oster explica cómo es el comportamiento de la demanda de boletos en diferentes zonas geográficas y, por ende, para diferentes niveles de ingreso.

La lotería *Powerball* es originaria de Estados Unidos y participan alrededor de veintidos estados. Se compra un boleto y el jugador selecciona cinco números de cuarenta y nueve posibles (sin reemplazo) y después un número de cuarenta y dos posibles (*powerball*), cuando se hace el sorteo los números son seleccionados al azar y la probabilidad de que salgan los seis es de uno en 80,089,128. También, existe la posibilidad de ganar premios si se le atina a menos de seis números. Los premios van desde los \$10 millones USD (bolsa mínima) y se ha alcanzado una bolsa de hasta \$300 millones USD.

Oster utiliza una base de datos de la lotería del estado de Connecticut que contiene información sobre ventas de cada oficina desde agosto de 1999 hasta julio de 2001, la cual está identificada por el código postal y con ello poder identificar zonas geográficas y así poder determinar la variable ingreso.

Una de las primeras observaciones es que las personas de menores ingresos compren más boletos cuando la bolsa del premio es menor,

⁵Oster, E. (2004). *Are All Lotteries Regressive? Evidence from the Powerball*. National Tax Journal, 57(2), 179–187.

mientras que cuando la bolsa es sustancialmente más grande las personas de mayores ingresos compran más boletos. Para probar esto plantea el siguiente modelo:

$$\ln Sales_{i,t} = \alpha + \beta_1(premio_t) + \beta_2(\ln HH\ Income_i) + \beta_3(\ln HH\ Income_i : premio_t)$$

Donde, los índices i son para los códigos postales y t para los índices de tiempo. La variable $\ln HHIncome$ es el logaritmo natural del ingreso medio de los habitantes del código postal i . La variable dependiente es el logaritmo natural de las ventas por persona de boletos de la lotería.

Ahora bien, el coeficiente de interés para Oster es β_3 , que representa la elasticidad ingreso de las ventas respecto al tamaño del premio. Este coeficiente resulta el más importante dado que la autora quiere medir la interacción entre el ingreso observado en cada código postal (zonas geográficas) y el premio a recibir contra el número de boletos vendidos. La estimación del modelo resulta en $\alpha = -1.066$, $\beta_1 = 0.011$, $\beta_2 = -0.709$ y $\beta_3 = 0.00214$ (todos los coeficientes fueron significativos al 1 %).

Así, se obtuvo que la elasticidad ingreso es de 0.0021, esto implica que un aumento en el 10 % del ingreso incrementa la sensibilidad en la respuesta al premio en un 0.02 %. Con el resultado anterior, se obtiene que el boleto es un **bien normal al ingreso**.

Después de obtener esta elasticidad, Oster realiza otra regresión en donde las ventas están en función de los ingresos medios de los participantes de la muestra y compara el resultado contra el tamaño

de la bolsa del premio. Encuentra que la elasticidad ingreso aumenta a medida que el premio aumenta.

Considerando lo anterior, en los 3 artículos citados en la sección **1.2** se observa que para las loterías analizadas todas son bienes normales al ingreso. Punto que difiere con el objetivo de esta tesis que es probar que las loterías del Sorteo Tec son bienes superiores al ingreso.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Aversión al riesgo y loterías

Después de presentar la teoría de utilidad esperada en la sección **1.1.2** de esta tesis, pasamos a desarrollar el tema de aversión al riesgo, su relación existente con las loterías monetarias y cómo es el comportamiento de los individuos frente a la elección bajo incertidumbre.

En primer lugar, definiremos el término *riesgo* como la variabilidad en el resultado de una actividad bajo incertidumbre. Bajo esta definición, es posible mostrar que las personas cuando se enfrentan a dos apuestas con el mismo valor esperado, la mayoría de las veces optará por escoger la opción que tenga menor variabilidad en el resultado (Nicholson, 2007). De manera intuitiva esto se puede explicar debido a que generalmente se asume que la utilidad marginal de una unidad monetaria extra decrece mientras el premio se hace mayor.

Esto es resultado de la desigualdad de Jensen, que dice que si x es una variable aleatoria y $f(x)$ es una función cóncava entonces $E[f(x)] \leq f(E[x])$. En términos de utilidad esperada esto quiere decir que si la utilidad es cóncava y x representa una variable aleatoria que mide la riqueza entonces la utilidad esperada de la riqueza será menor que la utilidad asociada con el valor esperado de la riqueza.

Ahora bien, definimos de nuevo una *lotería* como un conjunto de resultados monetarios finales x_1, \dots, x_n junto con sus respectivas probabilidades p_1, \dots, p_n tal que $\sum p_i = 1$. El valor esperado de la lotería resulta $E[L] = p_1x_1 + \dots + p_nx_n$. Dentro de estas loterías podemos encontrar diferentes tipos de juegos tomando en cuenta que I_0 es el ingreso inicial del individuo:

- La lotería L es **justa** si $E[L] = I_0$
- La lotería L es **injusta contraria al jugador** si $E[L] < I_0$
- La lotería L es **injusta favorable al jugador** si $E[L] > I_0$

De igual forma, el *equivalente cierto* de una lotería L es una cantidad α tal que el individuo está indiferente entre tener α (constante) o la lotería L . Esto es $U(\alpha) = UE[L]$.

Por otro lado, también existe una clasificación de los individuos por su actitud frente al riesgo:

1. **Averso al riesgo** cuando $U'' < 0$ (utilidad cóncava). A este tipo de individuos, si se le plantea un juego justo siempre lo rechazará.
2. **Amante al riesgo** cuando $U'' > 0$ (utilidad convexa). A este tipo de individuos, si se le plantea un juego justo siempre aceptará.

3. **Neutral al riesgo** cuando U es lineal. A este tipo de individuos, le es indiferente jugar o no jugar.

Para un individuo que es averso al riesgo, supongamos que I_0 representa su riqueza actual y $U(\cdot)$ es la función de utilidad que refleja cómo se siente con diferentes niveles de riqueza. Si además, suponemos que $U(\cdot)$ es cóncava podemos asumir que obtener una unidad monetaria extra agrega menos utilidad conforme la riqueza incrementa. A este individuo supongamos que se le ofrece participar en dos juegos, el primero es un volado con una moneda honesta y la posibilidad de ganar o perder $\$q$ y el segundo juego es también un volado con una moneda honesta pero ahora con la posibilidad de ganar o perder $\$2q$.

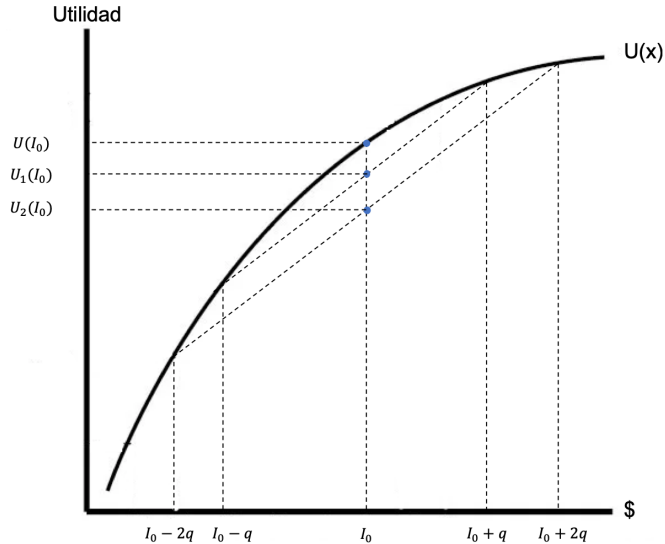
Ahora bien, para el primer juego se tiene que la utilidad esperada es $U_1(I_0)$ y está dada por:

$$U_1(I_0) = \frac{1}{2}U(I_0 + q) + \frac{1}{2}U(I_0 - q)$$

La utilidad esperada para el segundo juego $U_2(I_0)$ está dada por:

$$U_2(I_0) = \frac{1}{2}U(I_0 + 2q) + \frac{1}{2}U(I_0 - 2q)$$

Figura 2.1. Utilidad de 2 loterías



Fuente: Elaboración propia

Gráficamente podemos observar que:

$$U(I_0) > U_1(I_0) > U_2(I_0)$$

Con esto, podemos comprobar que un individuo averso al riesgo preferirá su riqueza inicial a jugar en una lotería justa y además preferirá una apuesta pequeña a una grande. También, se puede observar que cuando se tiene una riqueza menor, ganar el premio le genera mayor utilidad al individuo a comparación de la situación en donde la riqueza es mayor donde si se gana el premio la utilidad no aumenta de manera significativa.

Veamos un ejemplo numérico, supongamos que el individuo tiene una riqueza inicial $I_0 = \$100$ y se le propone apostar \$80 en un volado con una moneda honesta, por lo que la lotería quedaría definida de la siguiente manera:

$$L = \begin{array}{ll} \overline{x_1 = \$180} & \text{con } p_1 = \frac{1}{2} \\ \overline{x_2 = \$20} & \text{con } p_2 = \frac{1}{2} \end{array}$$

Observamos que, el valor esperado de la lotería $E[L] = \$100$ y tiene dos opciones:

- No jugar y con probabilidad 1 tener $I_0 = \$100$ esto es $U(100)$
- Jugar la lotería y tener de utilidad esperada $UE[L] = p_1U(x_1) + p_2U(x_2) = \frac{U(180)+U(20)}{2}$

Se tiene que, $U(100) > UE[L]$ esto debido a que al ser una función cóncava cualquier combinación lineal que se obtenga queda en el conjunto inferior dando una utilidad menor y por lo tanto prefiere no jugar.

Lo anterior se utilizará para comprobar que los individuos representativos que participan en estas loterías son aversos al riesgo y ver que tipo de loterías son (justas o injustas). Con ello se podrá entender de mejor manera si la decisión de participar o no en la lotería compensa el *trade-off* entre el riesgo tomado y el valor esperado del premio potencial.

2.2. Aversión al riesgo y riqueza

En la sección 1.1.3 se presenta la teoría de Arrow y Pratt donde se introduce una forma de medir cuantitativamente que tan averso al riesgo es un individuo. Con ello, surge la pregunta si la aversión al riesgo incrementa o disminuye dependiendo del nivel de riqueza con el que se cuenta.

Para poder dar una respuesta al cuestionamiento anterior, Arrow y Pratt presentan una familia de funciones para entender los cambios en la aversión al riesgo cuando la riqueza cambia. Respecto a la medida de *aversión al riesgo absoluto* existen 3 tipos de funciones: CARA, DARA y IARA las cuales presentan aversión al riesgo constante, decreciente y creciente respectivamente.

Algebráicamente lo anterior se obtiene de la derivada de la ecuación (1.6) para llegar a lo siguiente:

$$r'(W) = \begin{cases} < 0 & \implies \text{DARA} \\ = 0 & \implies \text{CARA} \\ > 0 & \implies \text{IARA} \end{cases}$$

Para entender de mejor forma esta familia de funciones, consideremos dos niveles de riqueza W_1 y W_2 con $W_1 > W_2$ y un posible pago monetario de x . Adicionalmente, supongamos $u(\cdot)$ una función de utilidad de tipo Bernoulli.

Un individuo con función de utilidad $u(\cdot)$ presenta aversión al riesgo absoluto decreciente (DARA) si:

$$r(W_1 + x, u) < r(W_2 + x, u) \quad (2.1)$$

Por otro lado, un individuo con función de utilidad $u(\cdot)$ presenta aversión al riesgo absoluto creciente (IARA) si:

$$r(W_1 + x, u) > r(W_2 + x, u) \quad (2.2)$$

Si tomamos ahora, una función de utilidad de la forma $u(W) = -e^{-\lambda W}$ con $\lambda > 0$ esta función de utilidad presenta aversión al riesgo absoluto constante (CARA) pues:

$$u'(W) = \lambda e^{-\lambda W}, \quad u''(W) = -\lambda^2 e^{-\lambda W}$$

$$\therefore r(W) = \lambda$$

Como se mencionó en la sección **1.1.3**, tratar de obtener estos coeficientes con los datos disponibles representa una dificultad dado que no se tiene una función de utilidad para cada individuo representativo de cada Estado y suponer una misma función de utilidad para todos no es lo ideal dado que no refleja la realidad. No se tomaría en cuenta características inherentes a cada Estado/Región que influyen en la percepción de la utilidad para cada individuo representativo.

2.3. Elasticidades

Una pregunta que se puede hacer en torno al ingreso y la cantidad demandada de un bien es cómo cambia el comportamiento de los individuos ante aumentos o disminuciones en el ingreso. ¿Consumirán más, menos o una cantidad igual de ese bien?

Para poder contestar la pregunta anterior definiremos a la elasticidad como *una medida de sensibilidad que relaciona al precio o al ingreso con la cantidad demandada de un bien*. Utilizaremos este concepto debido a que, si bien es posible comparar las pendientes de diversas curvas de demanda, no siempre es lo óptimo puesto que estas pendientes dependen de las unidades en que medimos el precio y la cantidad y en ciertas ocasiones las unidades no están relacionadas. El concepto de elasticidad da la independencia de unidades.

Dentro de la teoría económica existen diferentes tipos de elasticidades, tales como:

- Elasticidad precio de la demanda
- Elasticidad precio de la oferta
- Elasticidad ingreso de la demanda

Para fines de esta tesis nos enfocaremos en la elasticidad ingreso para analizar los efectos y la sensibilidad existente entre la demanda de boletos del Sorteo Tec y el ingreso de los individuos representativos de cada Estado. Realizaremos un estudio similar a los que se describen en la sección **1.2 Revisión de literatura**.

Imaginemos dos situaciones, la primera donde la economía está en crecimiento y expansión, los individuos tienen ingresos más altos lo cual genera un aumento en la demanda de casi todos los bienes y servicios. La segunda, donde la economía se encuentra estancada o se empiezan a ver indicadores de que la economía empezará a decrecer, los individuos empiezan a tener menores ingresos lo cual genera una disminución en casi todos los bienes y servicios.

Para poder explicar que le pasará a la demanda de los bienes y servicios en ambas situaciones explicaremos a detalle la teoría asociada a las elasticidades.

La **elasticidad ingreso de la demanda** es la medida de sensibilidad de la demanda de un bien ante un cambio en el ingreso, cuando los demás factores se mantienen constantes. Esta elasticidad se calcula de la siguiente forma:

$$\varepsilon_I = \frac{\Delta \% \text{ cantidad demandada}}{\Delta \% \text{ ingreso}}$$

Dicha elasticidad ingreso puede ser positiva, negativa o cero:

- $\varepsilon_I > 1$: bien *superior* al ingreso
- $\varepsilon_I = 1$: bien con elasticidad ingreso unitaria
- $0 < \varepsilon_I < 1$: bien *normal* al ingreso
- $\varepsilon_I = 0$: bien *neutro* al ingreso
- $\varepsilon_I < 0$: bien *inferior* al ingreso

Cuando un bien es superior al ingreso quiere decir que si el ingreso aumenta, la cantidad demandada aumenta en mayor proporción que el

aumento en el ingreso. Cuando un bien es normal al ingreso quiere decir que si el ingreso aumenta, la cantidad demandada aumenta en menor proporción que el aumento en el ingreso y si un bien es inferior al ingreso, quiere decir que ante un aumento en el ingreso, la cantidad demandada de ese bien disminuye.

Así, buscaremos encontrar cuál es la elasticidad ingreso de los boletos del Sorteo Tec para determinar qué tipo de bien es. Esto se relacionará con la teoría de elección bajo incertidumbre y su relación con la teoría de utilidad esperada para poder determinar cómo es el comportamiento de los individuos representativos de cada Estado ante diferentes situaciones respecto al ingreso.

Capítulo 3

Modelo econométrico

3.1. Análisis exploratorio de datos

Con apoyo del área de *analytics* del Sorteo Tec se obtuvo la base de datos con la cual se trabajaron los modelos econométricos para obtener la elasticidad ingreso y las relaciones funcionales buscadas. Además de esto, se utilizó información publicada por el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) relacionada a los niveles del PIB por Estado así como los datos de los censos poblacionales.

Se nos proporcionó información de tres sorteos los cuales, a continuación se presenta una breve descripción¹:

- **AventuraT**: el boleto tiene un precio de \$140. Los premios de este sorteo van desde un viaje alrededor del mundo con valor de \$1,000,000 hasta certificados para compras de productos del Sorteo Tec por valor de \$140.

¹Consulta realizada en www.sorteostec.org el 6 de abril de 2020

- **Educativo:** el boleto tiene un precio de \$300. Los premios de este sorteo van desde un certificado por una carrera completa en el Tecnológico de Monterrey, premio en efectivo por \$12,000,000 hasta un premio de \$300.
- **Mi Sueño:** el boleto tiene un precio de \$600. Los premios de este sorteo son en efectivo/cheque los cuales van desde un premio de \$28,000,000 hasta un premio de \$600.

La información que hay en la base de datos proporcionada por el Sorteo Tec contiene datos de los tres sorteos mencionados anteriormente. Para cada sorteo se tiene el número de boletos vendidos por oficina en cada Estado y la fecha en la cual se celebró cada sorteo.

A continuación se presentan los Estados en los cuales se tiene registro de ventas de boletos del Sorteo Tec. Es importante mencionar que, no en todos los Estados del país existe un campus Tec de Monterrey pero, sí existen oficinas de representación en las cuales se pueden comprar boletos. La base de datos cuenta con información de 30 Estados y una oficina virtual, a los cuales se les asignó un ID y una variable indicadora si en dicho Estado hay un campus Tec de Monterrey.

**Cuadro 3.1. Estados en donde se venden boletos del Sorteo
Tec**

ID	Estado	Campus
1	Aguascalientes	Si
2	Baja California	No
3	Baja California Sur	No
4	Coahuila de Zaragoza	Si
5	Colima	Si
6	Chiapas	Si
7	Chihuahua	Si
8	Distrito Federal	Si
9	Durango	No
10	Guanajuato	Si
11	Guerrero	No
12	Hidalgo	Si
13	Jalisco	Si
14	Estado de Mexico	Si
15	Michoacan de Ocampo	Si
16	Morelos	Si
17	Nayarit	No
18	Nuevo Leon	Si
19	Oaxaca	No
20	Puebla	Si
21	Queretaro	Si
22	Quintana Roo	No
23	San Luis Potosi	Si
24	Sinaloa	Si
25	Sonora	Si
26	Tabasco	No
27	Tamaulipas	Si
28	Veracruz de Ignacio de la Llave	Si
29	Yucatan	No
30	Zacatecas	Si
31	Oficina Virtual	No

Se transformó esta información para poder llegar al número de boletos vendidos por Estado. A continuación, a manera de ejemplo, se presentan las primeras seis observaciones de la tabla que resulta del manejo de datos para el sorteo AventuraT:

Cuadro 3.2. Datos para el sorteo AventuraT

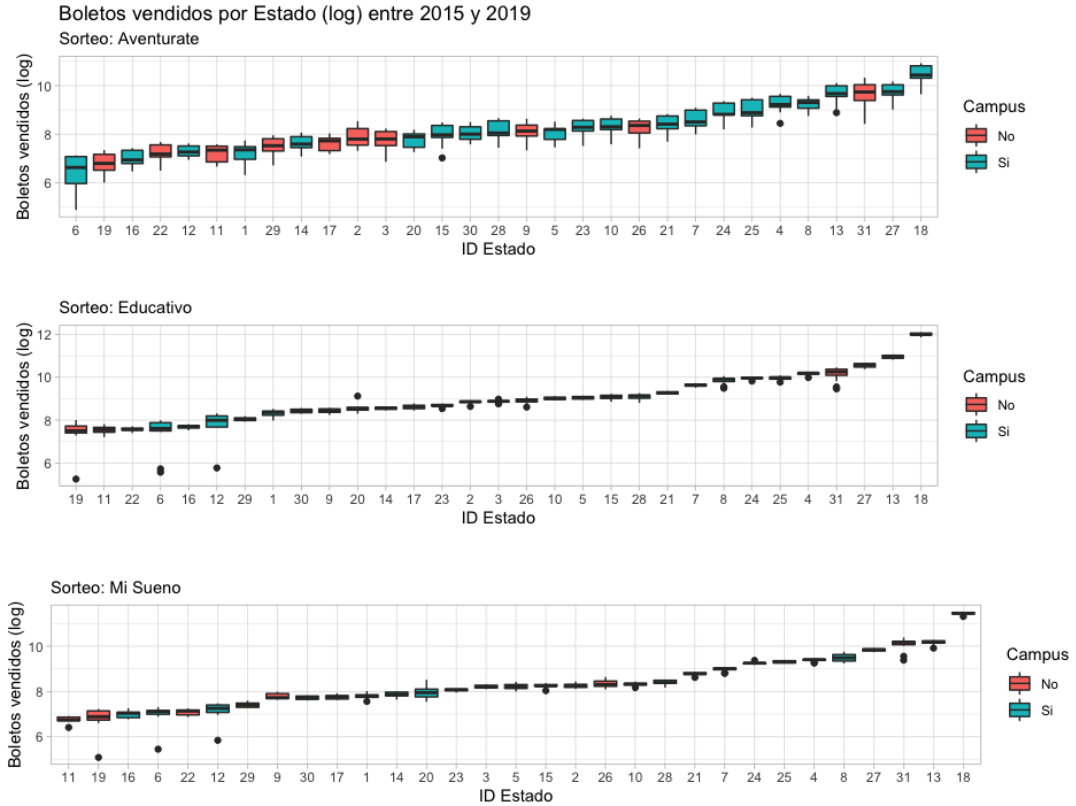
Estado	ID	Fecha	# Boletos	PIB <i>per capita</i>	PIB*	Campus
Aguascalientes	1	4/dic/2015	553	150,985.72	198,175.39	Sí
Baja California	2	4/dic/2015	1498	152,585.45	505,937.66	No
Baja California Sur	3	4/dic/2015	953	182,712.47	130,096.58	No
Coahuila de Zaragoza	4	4/dic/2015	4650	194,201.89	573,850.07	Sí
Colima	5	4/dic/2015	1725	134,073	95,357.74	Sí
Chiapas	6	4/dic/2015	389	55,666	290,463.61	Sí

*Cifras en millones de pesos

Fuente: Elaboración propia con datos del Sorteo Tec

Con la información obtenida para cada sorteo se realizaron diferentes visualizaciones para obtener mayor información acerca de los datos. En primer lugar se presenta un diagrama de cajas y brazos, diferenciando en grupos si existe un campus Tec de Monterrey en el Estado, en donde se observa que para los 3 sorteos los Estados que más boletos vendieron entre 2015 y 2019 son Nuevo León, Tamaulipas, Jalisco y la Oficina Virtual. En estos primeros 3 estados existe un campus Tec de Monterrey, lo cual puede darnos una idea si el hecho de que exista un campus en el Estado tenga un efecto sobre el número de boletos vendidos.

Figura 3.1. Boleto vendidos por Estado



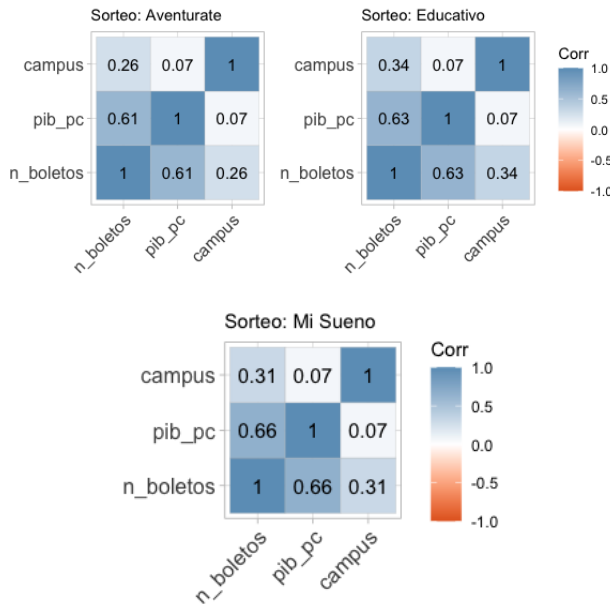
Fuente: Elaboración propia

En relación a lo anterior, se presenta la matriz de correlaciones entre las variables:

- *campus*: variable indicadora si existe un campus en el Estado o no.
- *pib_pc*: PIB *per capita* por Estado en escala logarítmica.

- $n_boletos$: número de boletos vendidos por Estado en escala logarítmica.

Figura 3.2. Matriz de Correlación por Sorteo



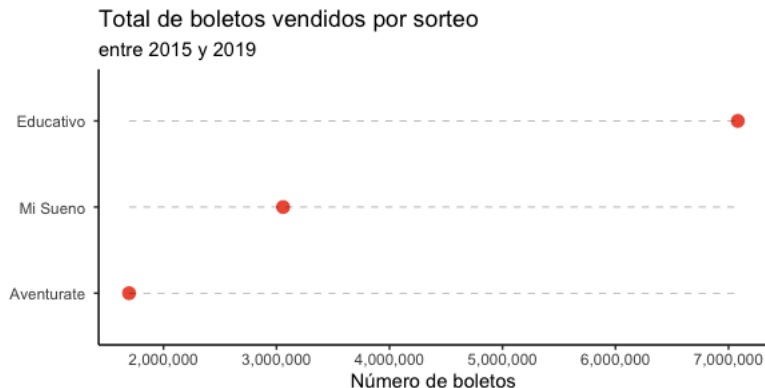
Fuente: Elaboración propia

Se observa que para los 3 sorteos hay una correlación positiva alta entre las variables $n_boletos$ y pib_pc , mientras que la correlación entre las variables $campus$ y $n_boletos$ si bien es positiva no tiene un nivel alto a excepción en los sorteos Educativo y Mi Sueño.

Por otro lado, se analizó la variable de boletos vendidos por Estado. Primero observamos que el sorteo Educativo es el que más boletos ha vendido entre 2015 y 2019, esto se podría explicar debido a que cierto grupo de alumnos de la institución tienen que vender cierta cantidad

de boletos ligado a alguna ayuda financiera que la Institución les esté otorgando.

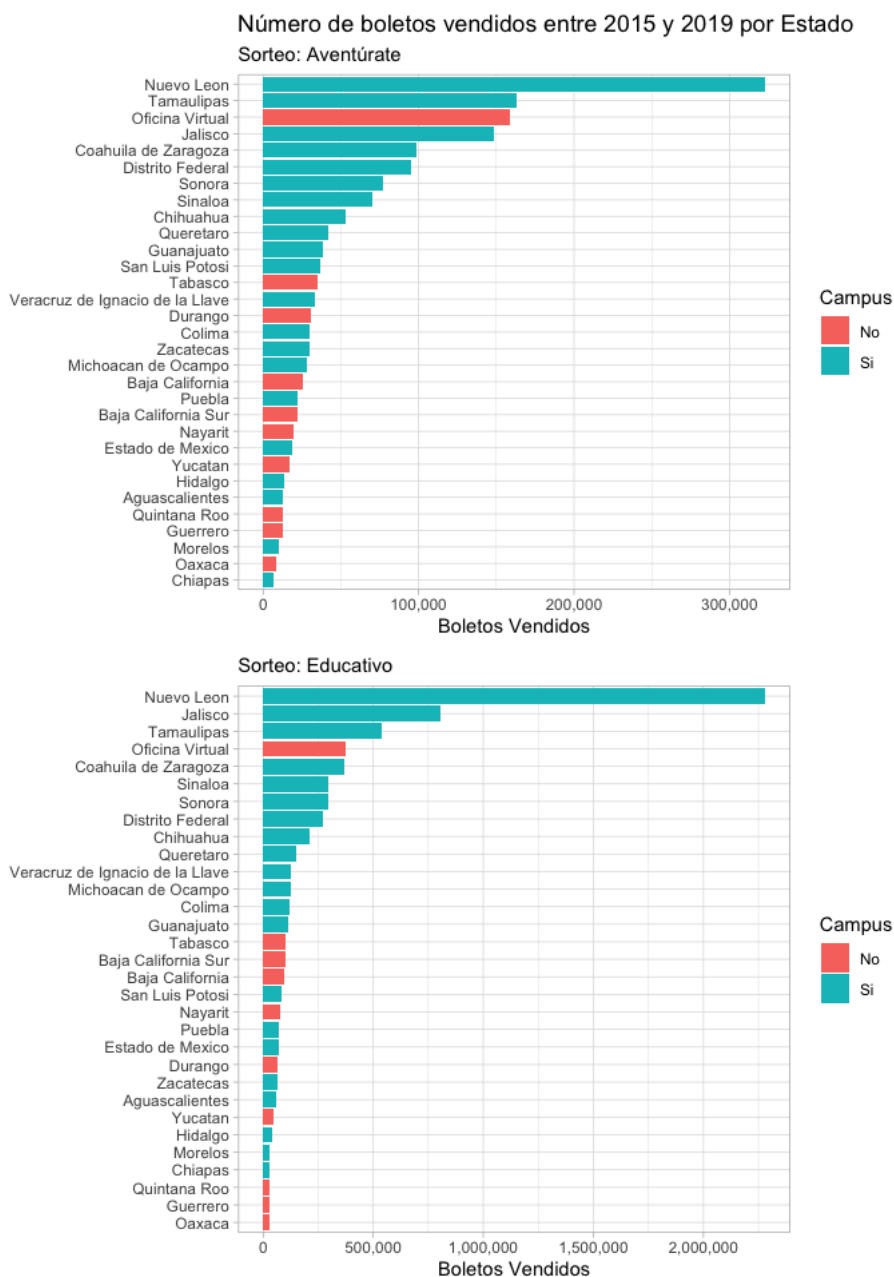
Figura 3.3. Boletos vendidos por sorteo

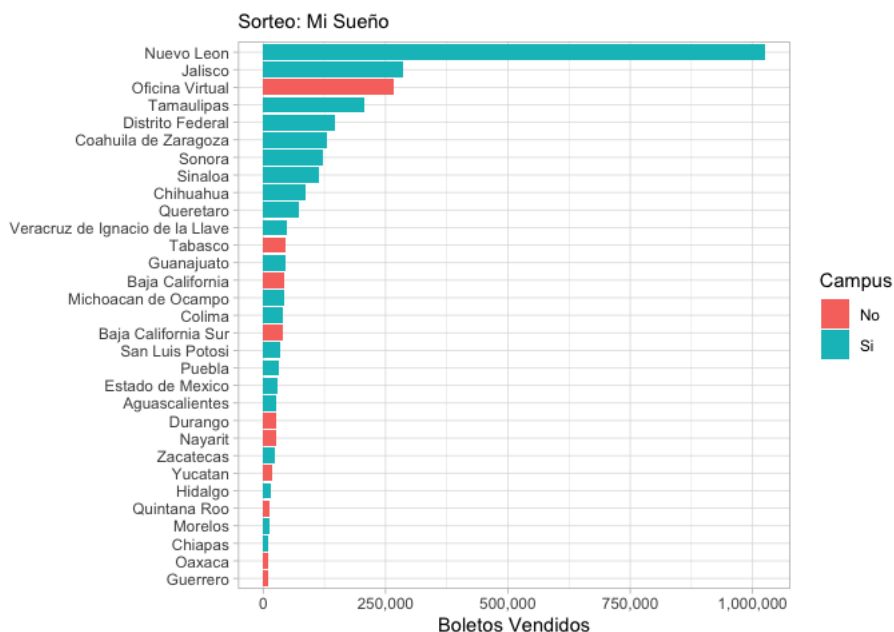


Fuente: Elaboración propia

Ahora bien, observamos esta misma información pero agrupada de diferente manera. Agrupamos el número de boletos vendidos por Estado y observamos que entre 2015 y 2019 el Estado que vendió más boletos fue Nuevo León. Esto se podría explicar debido a que la Institución nace en este Estado y la presencia del número de docentes, alumnos y personal es significativamente mayor en comparación a otros Estados. Si bien, como se observó en la figura 3.2 la correlación entre que haya un campus en el Estado no tiene una correlación positiva elevada, se observa en las siguientes gráficas que para todos los sorteos los Estados que más boletos venden son los que tienen un campus Tec de Monterrey.

Figura 3.4. Boletos vendidos por Estado





Fuente: Elaboración propia

De igual forma, se observaron los 15 Estados que vendieron más boletos entre 2015 y 2019 para analizar como se comportaron las ventas en cada fecha de sorteo. Para el sorteo Aventúrate se observa una tendencia creciente en el número de boletos vendidos y apartir de 2018 se ve una clara disminución para los 15 Estados. Para los otros 2 sorteos no se observa una tendencia clara. Es importante mencionar que, en la selección de estas 15 entidades se observan Estados que no cuentan con un campus Tec de Monterrey en él.

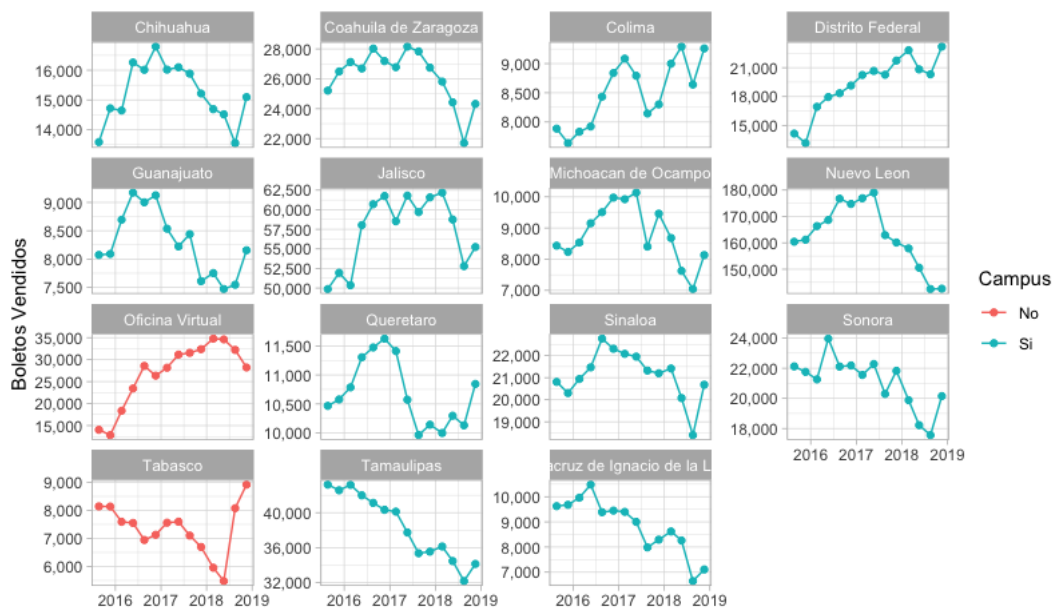
Figura 3.5. Estados que más boletos vendieron

Los 15 Estados que mayores ventas tuvieron entre 2015 - 2019

Sorteo: Aventúrate



Sorteo: Educativo

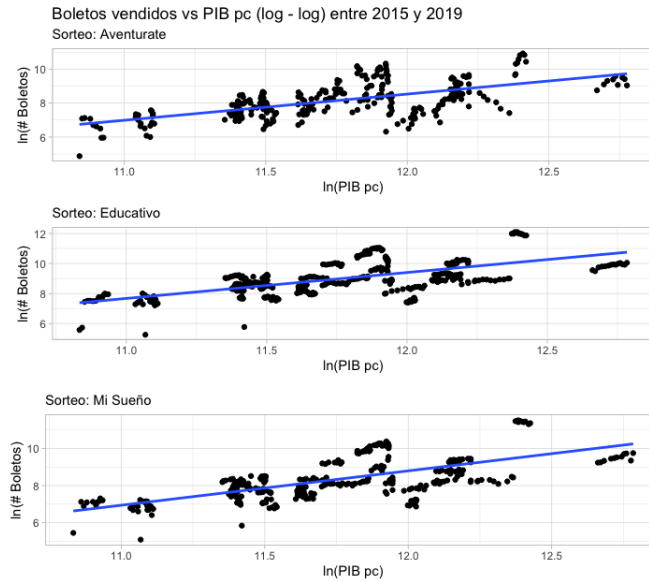




Fuente: Elaboración propia

Por otro lado, se buscó encontrar la relación existente entre el número de boletos vendidos y el PIB *per capita* (aplicando logaritmos a las dos variables para cada sorteo). Esto con la intención de analizar más a fondo lo observado en la figura 3.2.

Figura 3.6. Boleto vs PIB *per capita* (log - log)



Fuente: Elaboración propia

De las gráficas anteriores, se observa una clara relación positiva entre el logaritmo natural del número de boletos vendidos y el logaritmo natural del PIB *per capita*. Esto resulta relevante pues, como se mencionó en el capítulo anterior, la elasticidad ingreso nos mide la sensibilidad en la cantidad demandada de un bien cuando cambia el ingreso. Observar esta relación positiva nos empieza a dar señales de cómo será esta elasticidad.

3.2. Modelo

Para la comprobación de la hipótesis propuesta para esta tesis, se corrieron diferentes modelos de regresión tanto log-log como múltiple.

Los modelos econométricos que se utilizarán en este trabajo son los siguientes:

$$\ln(y) = \beta_0 + \beta_1 \ln(x) + \epsilon \quad (3.1)$$

$$y = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \epsilon \quad (3.2)$$

Donde y es el número de boletos vendidos, x es el PIB *per capita* y $\epsilon \sim N(0, \sigma^2)$ para ambos modelos. Estos modelos nos servirán para encontrar con la ecuación (3.1) la elasticidad ingreso y con la ecuación (3.2) la concavidad de la función.

El modelo (3.1) se origina de la siguiente manera. Consideremos el siguiente modelo que se conoce como *regresión exponencial*:

$$Y_i = \theta_0 X_i^{\beta_1} e^{u_i} \quad (3.3)$$

El cual puede ser expresado de la siguiente forma:

$$\ln(Y_i) = \beta_0 + \beta_1 \ln(X_i) + u_i \quad (3.4)$$

Donde $\beta_0 = \ln(\theta_0)$. A la ecuación (3.4) se le conoce como **modelo log-log**, este modelo resulta ser lineal en los parámetros β_0 y β_1 , lineal en los logaritmos de las variables Y y X. De aquí se sigue que, si los supuestos de una regresión lineal clásica se cumplen, los parámetros pueden ser estimados mediante mínimos cuadrados ordinarios

sustituyendo $Y_i^* = \ln(Y_i)$ y $X_i^* = \ln(X_i)$ llegando a la siguiente ecuación:

$$Y_i^* = \beta_0 + \beta_1 X_i^* + u_i \quad (3.5)$$

Se propone el modelo log-log debido a que el coeficiente β_1 mide la elasticidad de Y respecto a X. Es importante mencionar que, el modelo asume que la elasticidad es constante a través de toda la curva, en otras palabras esto significa que el cambio en $\ln(Y)$ debido al cambio en $\ln(X)$ permanece constante sin importar a que nivel de $\ln(X)$ se esté midiendo la elasticidad.

Traduciéndolo a nuestro contexto, si tomamos el modelo (3.1) con nuestras variables tenemos que:

$$\beta_1 = \frac{\Delta \% \text{ boletos vendidos}}{\Delta \% \text{ PIB pc}} \equiv \varepsilon_{I,x} \quad (3.6)$$

Así, obtenemos la elasticidad ingreso de los boletos del Sorteo Tec la cual es parte central de nuestra investigación.

Ahora, el modelo (3.2) nos explicará si existe una forma funcional cóncava o convexa, esto se obtiene del coeficiente $\alpha_2 = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ del cual nos interesa el signo. Traduciéndolo a nuestro contexto con nuestras variables, tenemos que:

$$\alpha_2 = \frac{\partial^2 \text{ boletos vendidos}}{\partial \text{ PIB pc}^2} \quad (3.7)$$

Si $\alpha_2 < 0$ tenemos una función cóncava y si $\alpha_2 > 0$ tenemos una función convexa. Bajo nuestra hipótesis, esperaríamos que la función

fuera cóncava lo cual nos daría una idea de que el individuo es averso al riesgo como se explicó en el capítulo **2.1**.

Estos modelos se utilizarán para los 3 sorteos y así analizar cada uno por separado. A continuación, en el **cuadro 3.3** se presenta el ajuste que se realizó para el modelo (3.1) y en el **cuadro 3.4** se presenta el ajuste que se realizó para el modelo (3.2). El ajuste se realizó con el método de mínimos cuadrados ordinarios y se utilizó el software estadístico R. La validación de los modelos se encuentra en los apéndices A y B.

Cuadro 3.3. Ajuste Modelo (3.1)

	<i>Dependent variable:</i>		
	log(Venta Estado)		
	(AventuraT)	(Educativo)	(Mi Sueño)
log(PIB <i>per capita</i>)	1.542*** (0.120)	1.726*** (0.103)	1.854*** (0.113)
Constant	-9.979*** (1.417)	-11.317*** (1.211)	-13.448*** (1.335)
R ²	0.372	0.395	0.441
Adjusted R ²	0.370	0.393	0.440
Residual Std. Error	0.809 (df = 277)	0.861 (df = 431)	0.835 (df = 338)
F Statistic	163.937*** (df = 1; 277)	281.194*** (df = 1; 431)	266.968*** (df = 1; 338)

Note:

*p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01

Cuadro 3.4. Ajuste Modelo (3.2)

	<i>Dependent variable:</i>		
	Venta Estado		
	(AventuraT)	(Educativo)	(Mi Sueño)
PIB <i>per capita</i>	0.120*** (0.028)	0.418*** (0.084)	0.221*** (0.054)
(PIB <i>per capita</i>) ²	-1.613e-07** (7.606e-08)	-5.713e-07** (2.291e-07)	-2.588e-07* (1.471e-07)
Constant	-6,909.530*** (2,285.693)	-28,626.400*** (6,858.514)	-15,784.160*** (4,410.503)
R ²	0.222	0.194	0.208
Adjusted R ²	0.216	0.191	0.204
Residual Std. Error	7,136.310 (df = 276)	26,589.100 (df = 430)	15,011.720 (df = 337)
F Statistic	39.377*** (df = 2; 276)	51.861*** (df = 2; 430)	44.358*** (df = 2; 337)

Note:

*p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01

Como comentario adicional, se ajustaron dos modelos más, al modelo 3.1 y al modelo 3.2 se les agregó una variable indicadora que corresponde a la existencia de un campus Tec en el Estado, esto con la intención de ver el efecto fijo que podría presentar tanto en la estimación de la elasticidad como en la concavidad de la función. Los resultados de dicho ajuste no presentaron diferencias significativas a los presentados en las tablas anteriores (se preservaron las magnitudes y los signos).

Capítulo 4

Resultados

4.1. El Sorteo Tec

A continuación, pasaremos al análisis de aversión al riesgo de las diferentes loterías. Se cuenta con la información relacionada al número de premios, el valor de los premios y el número de boletos emitidos en cada sorteo, con esta información se obtuvieron las probabilidades asociadas a cada premio y así definir la lotería L como se mencionó en el capítulo 2.1.

Para el sorteo **AventuraT** se tiene una emisión de 60,000 boletos y hay un total de 6,421 premios. Con esta información sabemos que la probabilidad de ganar alguno de los premios es de 0.10702.

Cuadro 4.1. Información sorteo AventuraT

Premios	\$	Probabilidad
1	1,000,000	0.00001666666667
1	100,000	0.00001666666667
1	50,000	0.00001666666667
3	20,000	0.00005
10	5,000	0.0001666666667
25	2,500	0.0004166666667
80	1,000	0.001333333333
300	500	0.005
6,000	140	0.1

Además, se obtuvo el valor esperado de esta lotería. El resultado fue $E[L] = 39.88$, menor al valor del boleto que es de \$140. Si tomamos a un individuo representativo de cada Estado en donde se venden boletos del Sorteo AventuraT y utilizamos como ingreso inicial (I_0) al PIB *per capita* observamos que para todos los casos se tiene que $E[L] < I_0$ haciendo a la lotería injusta contraria al jugador.

Para el sorteo **Educativo** se tiene una emisión de 470,000 boletos y un total de 26,835 premios. Con esta información sabemos que la probabilidad de ganar alguno de los premios es de 0.05710

Cuadro 4.2. Información sorteo Educativo

Premios	\$	Probabilidad
1	12,000,000	0.000002127659574
2	1,045,000	0.000004255319149
7	1,000,000	0.00001489361702
10	100,000	0.00002127659574
15	50,000	0.00003191489362
100	5,000	0.0002127659574
400	2,500	0.0008510638298
2,800	1,000	0.005957446809
23,500	300	0.05

Además, se obtuvo el valor esperado de esta lotería. El resultado fue $E[L] = 72.74$, menor al valor del boleto que es de \$300. Si tomamos a un individuo representativo de cada Estado en donde se venden boletos del Sorteo Educativo y utilizamos como ingreso inicial (I_0) al PIB *per capita* observamos que para todos los casos se tiene que $E[L] < I_0$ haciendo a la lotería injusta contraria al jugador.

Para el sorteo **Mi Sueño** se tiene una emisión de 280,000 boletos y hay un total de 19,950 premios. Con esta información sabemos que la probabilidad de ganar alguno de los premios es de 0.07125.

Cuadro 4.3. Información sorteo Mi Sueño

Premios	\$	Probabilidad
1	28,000,000	0.000003571428571
1	5,333,280	0.000003571428571
1	1,800,000	0.000003571428571
7	100,000	0.000025
10	50,000	0.00003571428571
50	10,000	0.0001785714286
280	5,000	0.001
2,800	1,650	0.01
5,600	1,100	0.02
11,200	600	0.04

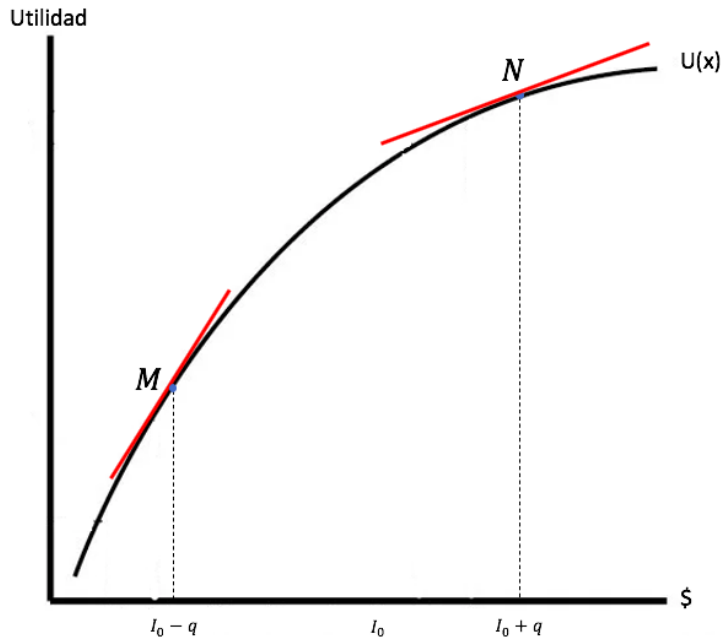
Además, con esta información podemos obtener el valor esperado de esta lotería. Así obtenemos que $E[L] = 199.05$, menor al valor del boleto que es de \$600. Si tomamos a un individuo representativo de cada Estado en donde se venden boletos del Sorteo Mi Sueño y utilizamos como ingreso inicial (I_0) al PIB *per capita* observamos que para todos los casos se tiene que $E[L] < I_0$ haciendo a la lotería injusta contraria al jugador.

Ahora bien, el valor esperado de cada lotería y las probabilidades que hay de ganar un premio nos hacen remarcar lo siguiente: las apuestas con probabilidad de ganar (p) pequeñas resultan menos atractivas de lo que deberían para un individuo que maximiza su utilidad. De aquí que la forma en que se utilizan los pesos para calcular tanto el valor esperado como la utilidad esperada generan una fuente de aversión al riesgo (O'Donoghue y Somerville, 2018).

Por otro lado, la aversión al riesgo deriva de la utilidad marginal decreciente que existe por la riqueza monetaria. Supongamos a dos individuos con diferentes riquezas tales que la riqueza de uno es mayor que del otro. Sea W_a y W_b las riquezas para los individuos A y B respectivamente y que $W_a < W_b$, además bajo el supuesto que estos dos individuos son aversos al riesgo la utilidad que le daría ganar un premio al individuo A es mayor a la utilidad que le daría ganar un premio al individuo B.

Esto se debe a la concavidad de la función de utilidad que representa a los individuos aversos al riesgo, la pendiente en el punto M es mayor a la pendiente en el punto N y esto nos explica la forma en que la utilidad aumenta en cada caso. Gráficamente se ve de la siguiente manera:

Figura 4.1. Comparación dos individuos



Fuente: Elaboración propia

Pasemos ahora a analizar los resultados obtenidos de nuestros modelos. Como mencionamos en el capítulo anterior, los coeficientes relevantes resultan ser β_1 para el modelo (3.1) y α_2 para el modelo (3.2). Retomemos los coeficientes obtenidos de estos modelos:

Cuadro 4.4. Resumen coeficientes

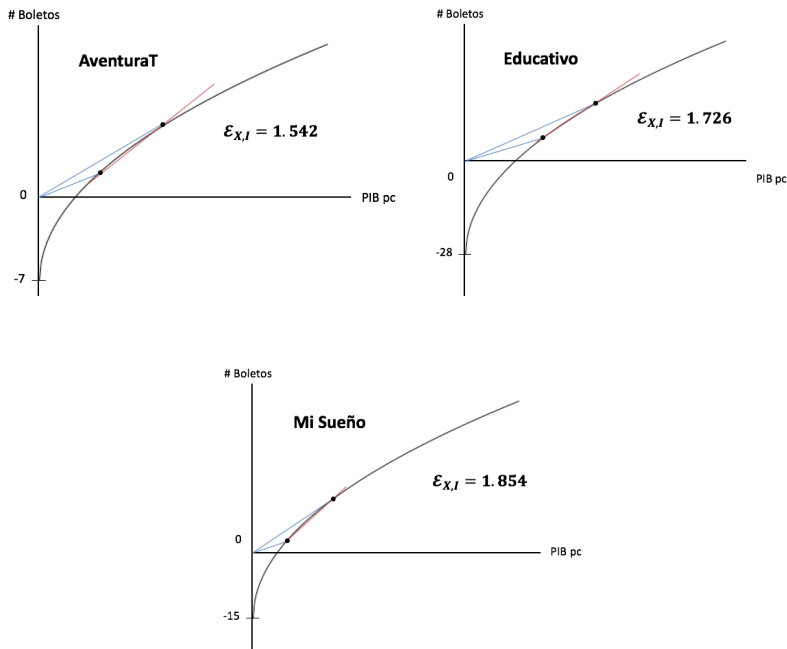
	AventuraT	Educativo	Mi Sueño
Modelo (3.1)			
β_1	1.542	1.726	1.854
Modelo (3.2)			
α_2	-1.613e-07	-5.713e-07	-2.588e-07

Observamos que para todos los sorteos el coeficiente $\beta_1 > 1$ lo que nos indica que la elasticidad ingreso de los boletos del Sorteo Tec es mayor a uno. Por otro lado, todos los coeficientes fueron estadísticamente diferentes de 0.

$$\begin{aligned}
 &\beta_1 > 1 \\
 &\Rightarrow \varepsilon_{I,x} > 1 \\
 &\Rightarrow \frac{\Delta \% \text{ boletos vendidos}}{\Delta \% \text{ PIB } pc} > 1
 \end{aligned}$$

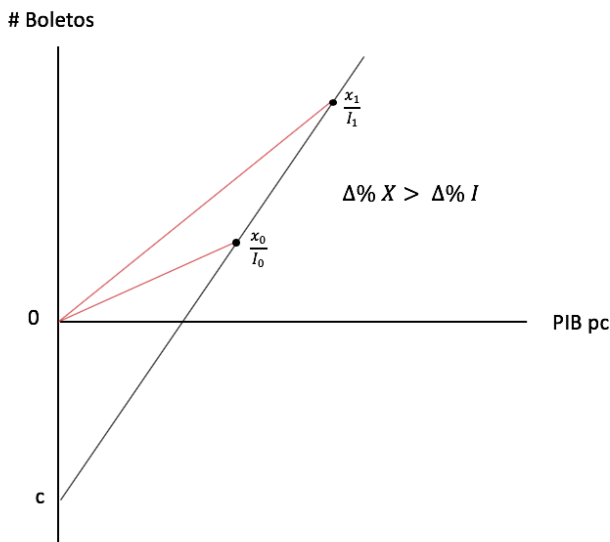
Esto nos indica que el bien es un **bien superior al ingreso**, lo cual se traduce que ante un cambio en el PIB *per capita* el cambio en el número de boletos será mayor, a mayor ingreso mayor demanda y a menor ingreso menor demanda. Este resultado va en línea con nuestra hipótesis, sustentando nuestra idea inicial que ante disminuciones en el ingreso la cantidad demanda de boletos disminuye. Esto aplica para los tres sorteos sobre los cuales se realizó el análisis.

Figura 4.2. Relación β_1



Por otro lado, el coeficiente α_2 nos dice si la función es cóncava o convexa. Como se mencionó anteriormente, un individuo que es averso al riesgo tiene preferencias cóncavas ($U'' < 0$). Para todos los sorteos el coeficiente α_2 es negativo pero muy cercano a cero, lo cual nos dice que los individuos son aversos al riesgo aunque la relación es casi lineal, consistente con el hecho que los bienes son superiores al ingreso. Además, al aumentar el ingreso la curva de utilidad se aplana lo cual implica que la curva es cóncava. Lo anterior nos vuelve a confirmar que los individuos representativos de cada Estado que participan en estas loterías son aversos al riesgo.

Figura 4.3. Relación α_2



Se obtuvo información¹ sobre las estimaciones del PIB para 2020 de 35 diferentes instituciones, dichas instituciones publican la variación anual que tendrá el PIB para finales del 2020. De las diferentes publicaciones un punto importante a mencionar es que ninguna institución (de las enlistadas) prevee algún crecimiento del PIB para 2020, todas las estimaciones son negativas con un promedio de -5.3 %, una mínima de -8.0 % por parte de *Bank of America* y una máxima de -2.0 % por parte de *Julius Baer*.

Usamos esta información para tomarla como el $\Delta \% PIB$ y con el cálculo previo de la elasticidad ingreso para cada sorteo se calculó el $\Delta \% cantidad\ de\ boletos$, que estimamos será la disminución para 2020 en la venta de boletos del Sorteo Tec.

Cuadro 4.5. Resumen $\Delta \%$ número de boletos

	$\Delta \% PIB$	AventuraT	Mi Sueño	Educativo
Media	-5.3	-8.25	-9.92	-9.23
Min (BofA)	-8.0	-12.34	-14.83	-13.81
Max (JB)	-2.0	-3.08	-3.71	-3.45

Observamos que, en promedio, la disminución de venta de boletos del Sorteo Tec estará entre 8 % y 9 %. El sorteo Mi Sueño es donde se podría observar una mayor disminución en el porcentaje de ventas bajo el supuesto de *Bank of America*. Bajo el supuesto de *Julius Baer* de nuevo el sorteo Mi Sueño es el que se vería más afectado. A continuación, presentamos los resultados bajo los escenarios previstos para las 35 instituciones.

¹Información publicada el 22 de abril de 2020 en la plataforma EIKON

Cuadro 4.6. Resultados para diferentes escenarios

Institución	Δ % PIB	Δ % cantidad boletos		
	2020	AventuraT	Mi Sueño	Educativo
ABN AMRO	-6	-9.3	-11.1	-10.4
Actinver	-6.2	-9.6	-11.5	-10.7
Banco Base	-8	-12.3	-14.8	-13.8
Banorte	-7.8	-12.0	-14.5	-13.5
Barclays	-5	-7.7	-9.3	-8.6
BayernLB	-2.5	-3.9	-4.6	-4.3
BofAML	-8	-12.3	-14.8	-13.8
BBVA	-7	-10.8	-13.0	-12.1
CaixaBank	-5	-7.7	-9.3	-8.6
Capital Econ	-6	-9.3	-11.1	-10.4
Citigroup	-5.1	-7.9	-9.5	-8.8
Continuum Econ	-5.5	-8.5	-10.2	-9.5
Credit Suisse	-4	-6.2	-7.4	-6.9
DZ Bank	-6.5	-10.0	-12.1	-11.2
Fitch Rating	-4	-6.2	-7.4	-6.9
Goldman Sachs	-4.3	-6.6	-8.0	-7.4
ING Fin Mkts	-3.8	-5.9	-7.0	-6.6
Invex	-6	-9.3	-11.1	-10.4
JP Morgan	-7.5	-11.6	-13.9	-12.9
Julius Baer	-2	-3.1	-3.7	-3.5
Moodys Investors Service	-3.7	-5.7	-6.9	-6.4
Morgan Stanley	-7.2	-11.1	-13.3	-12.4
NORD/LB	-4.5	-6.9	-8.3	-7.8
Natixis	-4	-6.2	-7.4	-6.9
Nomura	-3.5	-5.4	-6.5	-6.0
Pantheon	-5	-7.7	-9.3	-8.6
Rabobank	-6.8	-10.5	-12.6	-11.7
S&P	-6.7	-10.3	-12.4	-11.6
Scotiabank	-5.8	-8.9	-10.8	-10.0
Signum Research	-6.8	-10.5	-12.6	-11.7
Societe Generale	-3.2	-4.9	-5.9	-5.5
Standard Chartered	-2.9	-4.5	-5.4	-5.0
UBS	-7.6	-11.7	-14.1	-13.1
Ve Por Mas	-4.2	-6.5	-7.8	-7.2
Wells Fargo	-5.1	-7.9	-9.5	-8.8

Con los resultados obtenidos, es importante aclarar diferentes puntos. Las predicciones de la caída de boletos vendidos sólo responde a la caída en el PIB. Esto es el efecto ingreso, pues la elasticidad es precisamente lo que mide *ceteris paribus*. A esta caída se le deben de sumar otros efectos, tales como la menor promoción que habrá de los boletos debido al "quédate en casa"; es muy probable que mucha gente pierda su fuente ingreso; las visitas a la Casa Tec generan muchas ventas, debido a la pandemia el inmueble está cerrado y así las ventas no se generan y por último, no hay gente en el campus. Otro aspecto a considerar es el problema que se genera en la distribución de los boletos y la recolección de pagos y talones de los clientes que aun prefieren el boleto físico al digital. Todos estos factores deben de ser tomados en cuenta para entender la dimensión de la disminución en la venta de boletos.

Conclusiones

Desde el primer estudio formal de la aversión al riesgo con Daniel Bernoulli en el análisis de las apuestas con la paradoja de San Petersburgo en el siglo XVII, un gran número de estudios se han desarrollado con el paso de los años. Esto con la finalidad de entender el proceso de decisión al que se enfrentan los individuos en la toma de decisiones y el por qué varía tanto entre estos.

Se analizaron tres diferentes loterías del Sorteo Tec, cada uno con diferentes premios, números de boletos vendidos, precios y por ende diferentes probabilidades de ganar algún premio. A pesar de lo anterior, los resultados obtenidos para los tres sorteos fueron muy similares.

Para esta tesis, se utilizaron modelos econométricos para la estimación de la elasticidad ingreso y la obtención de la concavidad o convexidad de la función de utilidad. Se realizó un estudio de análisis de sensibilidad de la demanda de boletos de estos diferentes sorteos. Se buscó la relación existente con el ingreso de los individuos representativos de cada Estado para así determinar qué tipo de bienes son.

Para los tres sorteos que se estudiaron, se obtuvo que son bienes **superiores al ingreso** ($\varepsilon_{X,I} > 1$). Este resultado es uno de los más importantes pues, al comparar frente a los diversos resultados en la literatura relacionada a la estimación de la elasticidad ingreso de boletos de lotería, la mayoría arrojan que son bienes normales al ingreso ($0 < \varepsilon_{X,I} < 1$). De esta forma, al ser los boletos de los tres sorteos bienes superiores al ingreso, el efecto que resulta de un cambio en el ingreso a la cantidad demandada de estos bienes es mayor.

En adición a lo anterior, los resultados revelaron que la función de utilidad que representa a los jugadores de estas loterías es cóncava, esto es $U'' < 0$, aunque esta relación no es tan fuerte debido a que el coeficiente que nos indica esta relación es muy cercana a cero para los tres sorteos. De esta manera, podemos concluir que los individuos que participan en estas loterías son **aversos al riesgo**. Lo que se pierde por comprar el boleto es poco en relación al ingreso inicial con el que cuentan los individuos. Esto implica que los individuos no requieren de una alta probabilidad de ganar un premio para decidir comprar un boleto. Es importante mencionar que el valor esperado de las tres loterías es menor al precio de entrada que se paga por participar en estas apuestas.

Para los organizadores del Sorteo Tec estos son resultados un tanto ambiguos pues dependerá de la situación en que se encuentre el ingreso de los consumidores. Bajo nuestra hipótesis, en situaciones de crisis económica como la que se está viviendo al momento de escribir esta tesis (recesión, coronavirus, incertidumbre jurídica por parte del Ejecutivo, etc.) la disminución en la venta de boletos no va a ser

proporcional sino cada vez será mayor.

El escenario macroeconómico para 2020 no se ve favorable. La economía mexicana ha venido a la baja desde 2019, esto se debe a diferentes factores tanto internos como externos. A lo largo del año diferentes instituciones han publicado sus estimaciones del PIB para 2020, la tendencia a lo largo del año hasta abril del 2020 ha sido recortar estas estimaciones. Bajo los escenarios presentados por estas diferentes instituciones hasta abril, se observa que el impacto en la disminución en el número de boletos vendidos será de una magnitud considerable. Las predicciones muestran disminuciones desde un -3% hasta un -14%

Con los resultados obtenidos, nuestra hipótesis se sustenta de forma tal que, ante situaciones de crisis económica, el número de boletos vendidos por el Sorteo Tec será menor. El impacto será mayor que la caída en el PIB y esta relación no será proporcional.

Sería interesante para futuras investigaciones realizar un estudio que tome en consideración micro-datos de los participantes de esta lotería para poder tener una mayor descripción de los participantes y ver cómo es la asignación de recursos en cada sector de la población tomando en cuenta variables geográficas, demográficas, ingreso y niveles de educación.

Apéndice A

Validación modelo (3.1)

Se presenta a continuación la validación del modelo (3.1) que se aplicó a los 3 sorteos. Se observa que para todos los sorteos el modelo ajustado cumple con los supuesto de una regresión log-log. En las gráficas *Residuals vs Fitted* no se observa alguna tendencia y los puntos se ven aleatorios, de esta forma no observamos la existencia de problemas de heterocedasticidad. En las gráficas *Normal Q-Q* observamos que los cuantiles de los residuales están alineados con los cuantiles teóricos de una distribución normal. Por otro lado, en ningún modelo se encontraron datos influyentes o atípicos.

Figura A.1. Validación modelo (3.1) AventuraT

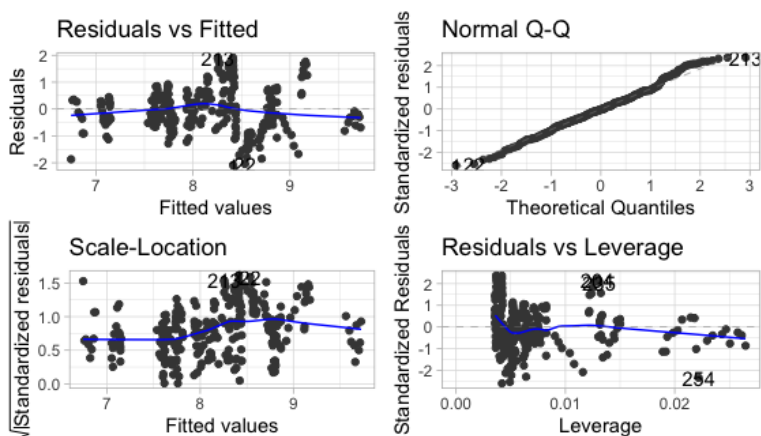


Figura A.2. Validación modelo (3.1) Educativo

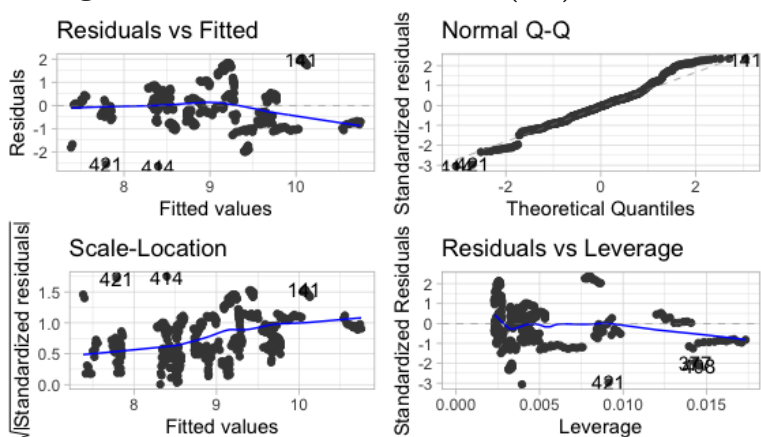
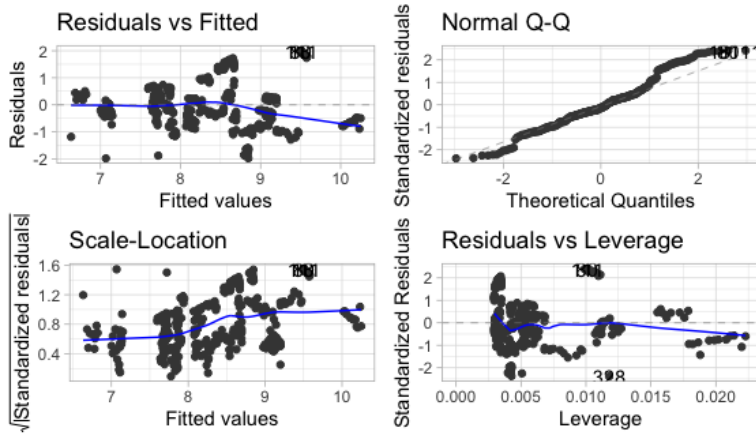


Figura A.3. Validación modelo (3.1) Mi Sueño



De igual forma, se aplicó la prueba Jarque-Bera para probar la normalidad en los residuales. Se obtuvieron los siguientes resultados:

Jarque-Bera Test		
Sorteo	Estadístico JB	p-value
AventuraT	0.46628	0.7725
Educativo	1.9813	0.303
Mi Sueño	3.2751	0.157

De esta forma observamos que los modelos son válidos y justifican estadísticamente la utilización de los coeficientes estimados por el modelo (3.1) utilizados en esta tesis.

Apéndice B

Validación modelo (3.2)

Se presenta a continuación la validación del modelo (3.2) que se aplicó a los 3 sorteos. Se observa que para todos los sorteos el modelo ajustado cumple con los supuestos de una regresión lineal múltiple. En las gráficas *Residuals vs Fitted* no se observa alguna tendencia y los puntos se ven aleatorios, de esta forma no observamos la existencia de problemas de heterocedasticidad. En las gráficas *Normal Q-Q* observamos que los cuantiles de los residuales están alineados con los cuantiles teóricos de una distribución normal. Por otro lado, en ningún modelo se encontraron datos influyentes o atípicos.

Figura B.1. Validación modelo (3.2) AventuraT

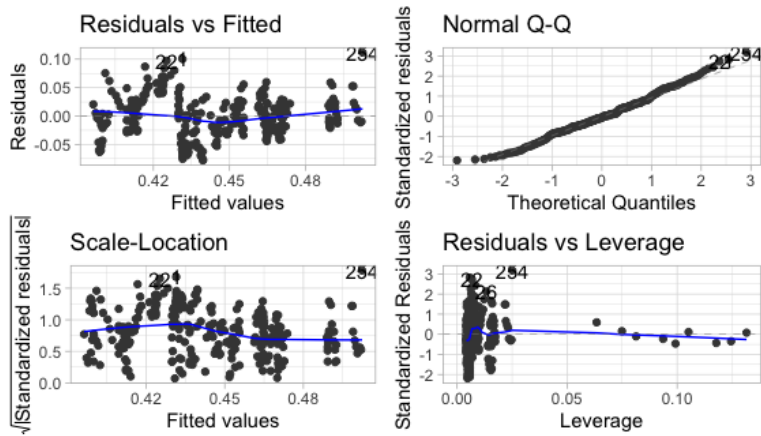


Figura B.2. Validación modelo (3.2) Educativo

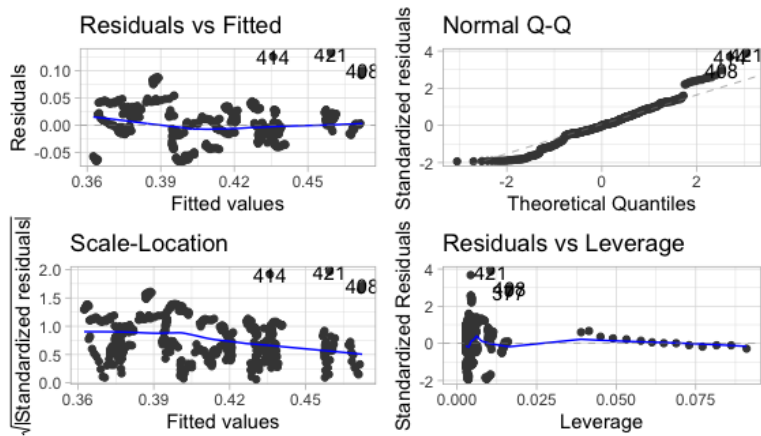
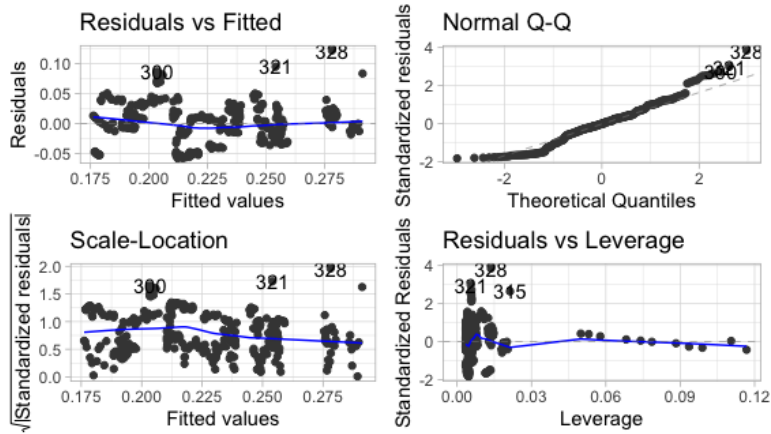


Figura B.3. Validación modelo (3.2) Mi Sueño



De igual forma, se aplicó la prueba Jarque-Bera para probar la normalidad en los residuales. Se obtuvieron los siguientes resultados:

Jarque-Bera Test		
Sorteo	Estadístico JB	p-value
AventuraT	0.35167	0.821
Educativo	2.2201	0.2685
Mi Sueño	3.4852	0.1315

De esta forma, observamos que los modelos son válidos y justifican estadísticamente la utilización de los coeficientes estimados por el modelo (3.2) utilizados en esta tesis.

Referencias

- Bernoulli, D. (1954). *Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk*. *Econometrica*, 22(1), 23–36.
- Bordalo, P., Gennaioli, N., & Shleifer, A. (2010). *Saliience Theory of Choice Under Risk*. *The Quarterly Journal of Economics*, 127(3), 1243–1285.
- Carliner, G. (1973). *Income Elasticity of Housing Demand*. *The Review of Economics and Statistics*, 55(4), 528–532.
- Garrett, T. A. (2015). *The (Aggregate) Demand for State Lottery Tickets: What Have We Really Learned?* *Contemporary Economic Policy*, 34(3), 475–482.
- Garrett, T. A., & Kolesnikova, N. (2014). *Local Price Variation and the Income Elasticity of Demand for Lottery Tickets*. *Public Finance Review*, 43(6), 717–738.
- Gujarati, D. N., Porter, D. C. (2008). *Basic Econometrics* (5th ed.). McGraw-Hill Education.
- Heavey, J. F. (1978). *The Incidence of State Lottery Taxes*. *Public Finance Quarterly*, 6(4), 415–426.

- Mas-Colell, A., Whinston, M. D., & Green, J. R. (1995). *Microeconomic Theory* (1st ed.). New York, United States: Oxford University Press.
- Neumann, V. J., & Morgenstern, O. (1953). *Theory of Games and Economic Behavior* (3rd ed.). New York, United States: Princeton University Press.
- Nicholson, W., & Snyder, C. (2007). *Microeconomic Theory: Basic Principles and Extensions*. Ohio, United States: Cengage Learning.
- O'Donoghue, T., & Somerville, J. (2018). *Modeling Risk Aversion in Economics*. *Journal of Economic Perspectives*, 32(2), 91–114.
- Oster, E. (2004). *Are All Lotteries Regressive? Evidence from the Powerball*. *National Tax Journal*, 57(2), 179–187.
- Pérez, L., & Humphreys, B. R. (2011). *The Income Elasticity of Lottery: New Evidence from Micro Data*. *Public Finance Review*, 39(4), 551–570.
- Pratt, J. W. (1964). *Risk Aversion in the Small and in the Large*. *Econometrica*, 32(1/2), 122–136.
- Spiro, M. H. (1974). *On the Tax Incidence of the Pennsylvania Lottery*. *National Tax Journal*, 27(1), 57–61.

*Risk is a matter of knowledge,
not perception.*

escrito por Luis Irán Vázquez López,
se terminó de imprimir en mes de año
en los talleres de Tesis Matoso.
Campeche 156, colonia Roma,
Ciudad de México.