

---

# 粗略估算

工程师必备的基本技能

---

DerbySoft内部分享交流

---

# 先抛出几个问题

---

1. 本世纪末的世界人口数量是多少？
  2. 2014年的元旦北京市的死亡人数是多少？
  3. 缓存Choice酒店集团所有酒店一年的价格数据需要占用多少计算机内存？
  4. 上海出租车一年的加油费是多少？
  5. 本周一9号楼7楼南塔的厕所用水量是多少？
-

# 什么是粗略估算

---

**粗略估算是指在已知的有限信息下，对一些似乎算不出来的量，作出合理的估测。**

---

# 从一个问题开始

---

**一个搬家车(厢式货车)一次能搬运多少个网球？**

---

# 从一个问题开始

---

搬家车的容积(长×宽×高) =  $3\text{m} \times 2\text{m} \times 2\text{m} = 12\text{m}^3$

网球的直径大约7cm

球体体积 =  $\frac{4}{3}\pi r^3$

一个网球的体积约为 $0.0002\text{m}^3$

所以: 卡车车厢可容纳  $12 / 0.0002 = 60000$  个

---

# 公式与猜测

---

## 粗略估算的两个关键点：公式与猜测

- **公式：是进行估算的整体模型**
  - **猜测：是对未知信息的合理推测**
-

# 公式

---

**公式是我们从书本中学习到的知识**

**比如下面的计算公式**

**圆的周长= $2\pi r$**

**圆的面积= $\pi r^2$**

**球体体积= $\frac{4}{3}\pi r^3$**

---

# 猜测

---

**猜测来源于我们的经验**

**估算要面对的情况更多的是信息的缺乏，需要用我们的经验来进行推测和估计，以补充缺失的信息。**

**猜测的准确度是可以通过训练来提高的，丰富的生活和工作经验能让你预估的准确度更高。**

---



# 基本技巧--快速检验

---

快速判断加法的正误：

$\begin{array}{r} 3234 \\ +2411 \\ +2545 \\ \hline 970 \end{array}$	$\begin{array}{r} 8132 \\ +7518 \\ +4543 \\ \hline 20192 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2567 \\ +3985 \\ +4852 \\ \hline 11404 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3645 \\ +8127 \\ +7812 \\ \hline 18584 \end{array}$
---	---	---	---

---

# 基本技巧--快速检验

---

1. 第一个和的位数过少。
  2. 第二个和在最低有效位出错。
  3. 第三个不能明显判断是错误的，实际是正确的。
  4. 第四个根据“去九法”可以迅速判断结果是错误的。
-

# 基本技巧--去九法/舍九法

---

去九法判定加、减和乘法的方法如下：

- 写下数式中各数包括答案除以9的余数。
  - 把各数的余数依算式运算，看看是否和答案的相同。
  - 若相同，答案可能正确。
  - 若不同，答案肯定错误。
-

# 基本技巧--去九法

---

**原理**

**ABC**

$$=100A+10B+1C$$

$$=(99+1)A+(9+1)B+1C$$

$$=99A+9B+(A+B+C)$$

$$=9M+(A+B+C)$$

**因此可得知：**

$$ABC \equiv A+B+C \pmod{9}$$

**所以，在 $ABC+DEF=GHI$ 的运算中，**

$$ABC+DEF \equiv (A+B+C)+(D+E+F) \equiv G+H+I \pmod{9}$$

**A+B+C的和，仍可继续拆解，以此类推。**

---

# 基本技巧--去九法

---

## 验算方法

以 $19786901 \times 8098678443 = 160247748582475143$ 为例:

1.  $19786901 \Rightarrow 1+9+7+8+6+9+0+1=41 \Rightarrow 4+1 = 5$
2.  $8098678443 \Rightarrow 8+0+9+8+6+7+8+4+4+3 = 57 \Rightarrow 5+7 = 12 \Rightarrow 1+2 = 3$
3.  $5 \times 3 = 15 \Rightarrow 1+5 = 6$
4.  $160247748582475143 \Rightarrow 78 \Rightarrow 15 \Rightarrow 1+5 = 6$

结论:符合去九法的判定规则,可能是正确的。

实际也确实是正确的。

---

# 基本技巧--去九法

---

**缺点:**

1.  $1236+254 \neq 1265$  无法看出数字对调的错误
2.  $800 \times 9 \neq 720$  无法看出多写0的错误

**也就是说去九法只能快速验伪, 而不能验真**

---

# 基本技巧--去九法

---

学习效果检验, 请火速找出一个错误的出来

1.  $273654 \times 254 = 69528116$

2.  $8011 \times 191 = 1530101$

3.  $9326754 + 8143569 = 17471323$

4.  $54327393 + 73236393 = 127563786$

5.  $81189 + 32679 = 113868$

---

# 基本技巧--量纲检验

---

## 单位和量纲

- **单位**:量度各种物理量数值大小的标准量。如长度单位m和cm等。——“量”的表征。
  - **量纲**:是指撇开单位的大小后,表征物理量的性质和类别。比如长度量纲为[L]。——“质”的表征。
-



# 基本技巧--量纲检验

---

## 量纲

1. **基本量纲**:具有独立性的,不能由其他量纲推导出来的量纲叫做基本量纲。国际单位制七个基本量纲:长度 $L$ 、质量 $M$ 、时间 $T$ 、电流 $I$ 、温度 $\Theta$ 、物质的量 $N$ 和光强度 $J$ 。
  2. **诱导量纲**:是指由基本量纲推导出来的量纲。
-

# 基本技巧--量纲检验

---

**量纲检验是检验几何或物理等式的快速而有效的方法。**

- 1. 第一个法则: 式中各项的量纲必须相同, 这个量纲同时也是最终求和结果的量纲。**

**【可以把秒相加得到秒, 但是不能把秒和公斤相加】**

- 2. 第二个法则: 乘积的量纲是各乘数量纲的乘积。**

**【(公里+公里)×公里×公里/天=公里<sup>3</sup>/天】**

---

# 基本技巧--量纲检验

---

譬如，如下一个匀加速运动的路程公式：

$$s = vt + \frac{1}{2}at$$

# 基本技巧--量纲检验

---

譬如，如下一个匀加速运动的路程公式：

$$s = vt + \frac{1}{2}at$$

用量纲一检查：

$$[s] = L, \quad [v][t] = L, \quad [a][t] = LT^{-1}$$

显然最后一项错了，应该是  $t^2$

公式中数字系数正确与否，不能用量纲检验出来

---

# 基本技巧--72法则(经验法则)

---

**金融版本的“72法则”描述：**

**假如以年利率为 $r\%$ 投资一笔钱 $y$ 年，如果 $r \times y = 72$ ，那么你的收益将差不多翻倍。**

**这个法则相当精确，误差在10%以内。**

---

# 基本技巧--72法则--举例

---

**1.以年利率6%投资1000美元12年, 可得到约2000美元(实际数字是2012美元)。**

**2.以年利率8%投资1000美元9年, 可得到约2000美元(实际数字是1999美元)。**

---

# 基本技巧--72法则--举例

---

一个盘子里有100只菌，菌群以每小时3%的速率增长，一个月后盘子里有多少只菌？

根据72法则，24小时菌群数量会翻倍，10天翻的倍数就是2的10次方，程序员的经验法则： $2^{10}=1024$ ，30天翻的倍数就是 $2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} = 10$ 亿倍

所以一个月后盘子里的菌数量为： $100 \times 10 \text{亿} = 1000 \text{亿}$

---

# 本世纪末(2100)世界人口数

---

首先, 写公式, 建立求解模型

设N年的世界人口数量为C, 世界人口平均年增长率为R, 则有2100年的世界人口数X:

$$X = C \times (1+R)^{(2100-N)}$$

---



# 本世纪末(2100)世界人口数

---

根据世界人口统计：

2012年世界人口达到70亿

世界人口平均年增长率为0.8%

则有,  $N = 2012$ ,  $C = 70$ 亿,  $R = 0.8\%$ ,

$$X = C \times (1+R)^{(2100-N)} = 70\text{亿} \times (1+0.8\%)^{92} = ?$$

---

# 本世纪末(2100)世界人口数

---

**更简单的计算方式：**

**根据72法则，需要 $72/0.8=90$ 年，也就是大约到2102年，世界人口会翻一倍，达到140亿；**

**考虑人口的增长率是下降趋势，所以，可以考虑乘以一个安全系数(0.8)，最后可以预测本世界末世界人口数将在100到120亿之间。**

---

# Little定律

---

**队列中物体的平均数量为进入速率与平均停留时间的乘积(假定进入速率与离开速率平衡)**

$$N = V \times T$$

---

# Little定律举例

---

**假设你正在排队等待进入一个火爆的餐馆，根据你的经验和观察，你可以估算：“这个餐馆有50个桌子，每桌就餐时间为2小时，因此进入餐馆的速率为25桌/小时。现在你取的排号前面还有25桌，这意味着你需要等待大约一个小时的时间才能进入”**

---

# 北京每天的死亡人数

---

写公式，建立求解模型

设在某个时间点北京的人口数为C，每天的死亡率为R，北京每天的死亡人数为X，

则有，

$$X = C \times R$$

---

# 北京每天的死亡人数

---

人口数(C)

2014年北京人口是2200万左右

死亡率(R)

北京人的平均寿命为80岁, Little定律告诉我们,  
北京人口年死亡率为 $1/80$ , 天死亡率为 $1/80/365$

---

# 北京每天的死亡人数

---

所以，北京每年的死亡人数为：

$$X = C \times R = 2200\text{万}/80 = 27.5\text{万人}$$

每天的死亡人数为：

$$X = C \times R = 2200\text{万}/80/365 = 753\text{人}$$

---

# 安全系数

---

**安全系数用以补偿我们的知识局限、估算参数时的偏差和对问题的认识不足。**

---



# 安全系数

---

## 关于布鲁克林大桥(Brooklyn Bridge)

布鲁克林大桥是美国最老的悬索桥之一，建于1883年。同代人设计的悬索桥已经全部垮掉了，为什么布鲁克林大桥到现在都没有垮掉呢？

---

# 安全系数

---

因为这个桥的设计者John Roebling是个优秀的工程师，他知道悬索桥有气动上升现象，他也知道自己的知识的局限性，不清楚如何为之建模，于是他将桥车行道的托架强度按照正常计算结果的6倍进行设计。

也就是说，他通过使用很大的安全系数来补偿自己的知识局限，从而建造了一座百年没垮的高质量大桥。

---

# 缓存Choice酒店集团价格

---

**缓存Choice酒店集团所有酒店一年的价格数据需要占用多少计算机内存？**

---

# 缓存Choice酒店集团价格

---

缓存Choice酒店集团所有酒店一年的价格数据需要占用多少计算机内存？

设Choice酒店集团一共有N家酒店，每家酒店一天的价格数据占用内存X(MB)，存储所有酒店一年的价格数据所需内存为Y，则有：

$$Y = X(\text{MB}) \times 365 \times N$$

Choice酒店数为7500,  $N = 7500$

---

# 缓存Choice酒店集团价格

---

## 基础知识

**1B = 8bit**

**1KB = 1024B**

**1MB = 1024KB**

**1GB = 1024MB**

**1TB = 1024GB**

**一个英文字符占用一个字节(B)内存**

---

# 缓存Choice酒店集团价格

---

如果我们用字符串存储价格数据

一个房型和一个价格计划一天的价格占的字符串  
长度为 50

设每家酒店有M个房型, 有N个价格计划,

则有, 一家酒店一天的价格数据占用内存:

$$X = 50(B) \times M \times N$$

---

# 缓存Choice酒店集团价格

---

根据经验我们预估每家酒店房型数为:8

每家酒店价格计划数为:8

$$X = 50(B) \times 8 \times 8 = 3200(B) = 0.003(MB)$$

一家酒店一年的价格数据所占内存为:

$$0.003(MB) \times 365 = 1(MB)$$

---

# 缓存Choice酒店集团价格

---

Choice所有酒店一年的价格数据所占内存:

$$Y = X(\text{MB}) \times 365 \times N = 1(\text{MB}) \times 7500 \\ = 7500(\text{MB}) = 7.5(\text{GB})$$

为安全起见可以考虑适当乘以一个安全系数, 比如1.2,

那我们就可以预估缓存Choice所有酒店一年的价格数据所需的内存为:

$$Y = 7.5(\text{GB}) \times 1.2 = 9(\text{GB})$$

---



# 日常生活中的粗略估算

---

**2014年初一个出租车司机告诉你，他的新出租车去年一年的加油费花了40W，你认为这个出租车司机的话可信度高吗？**

---

# 日常生活中的粗略估算

---

我们可以大概随便算算, 出租车一般是两班倒

加油费: 40W

每个出租车每年上交公司费用: 12W

两个司机的年收入:  $8W + 8W = 16W$

出租车每年的收入至少达到:  $40W + 12W + 16W = 68W$

出租车每天的收入应为:  $68W / 330 = 2000$ 元

我觉得出租车平均每天这个收入基本是达不到的

---

# 日常生活中的粗略估算

---

那如果他告诉你一年的加油费花了  
30W, 你认为可信度高吗？

---

# 日常生活中的粗略估算

---

我们换一种方式再来算算

加油费: 30万

2013年油价: 7.6元/升

出租车油耗: 100公里/10升

30万的油钱能跑的公里数为:

$30W / 7.6\text{元/升} \times 100\text{公里/10升} = 40W\text{公里}$

也就是说这个出租车一年要跑40W公里

---

# 日常生活中的粗略估算

---

那如果他告诉你是20W呢？

出租车一年要跑的公里数为：

$$20W / 7.6 \times 100 / 10 = 26W \text{公里}$$

---

# 日常生活中的粗略估算

---

**你认为上海出租车一年的加油费多少是比较合理的？**

**估测出租车每天跑500公里，每年正常工作330天，**

**出租车一年的行驶公里数为： $500\text{公里} \times 330 = 17\text{W公里}$**

**这个值合理不合理呢？这里有另外一个数据佐证一下：**

**上海一个新的出租车运营4年下线，而下线时行驶的公里数一般在50W—80W公里，所以一年17W公里算是比较合理的**

---

# 日常生活中的粗略估算

---

**你认为上海出租车一年的加油费多少是比较合理的？**

**有了一年行驶17W公里的数据，加油费就比较容易算出了**

**设加油费为X，则有：**

$$X / 7.6 \times 100 / 10 = 17\text{万公里} \Rightarrow X = 13\text{万元}$$

**也即，2013年上海出租车一年的加油费不超过13万元是合理的，当然，生意异常火爆的会有例外，但是也不应该超过太多。**

---

# 日常生活中的粗略估算

---

**本周一9号楼7楼南塔的厕所用水量是多少？**

**计算公式：**

$$Y = Y1 + Y2$$

$$Y1 = X1 \times C \times N1 ; Y2 = X2 \times N2$$

**X1为每个人的入厕一次的平均用水量, C为每个人每天入厕的次数, N1为7楼南塔的办公的总人数, X2为洗一次饭盒的用水量, N2为洗饭盒的人数。**

---



# 日常生活中的粗略估算

---

先算Y1, 所需的几个关键点:

- 7楼人数:  $N1 = 120$
- 成人每天工作时间入厕次数:  $C = 4$
- 每个人的入厕一次的平均用水量:

$X1 = 10L$  (马桶冲水量一次大约6L)

$$Y1 = X1 \times C \times N1 = 10L \times 4 \times 120 = 4800L$$

---

# 日常生活中的粗略估算

---

再算Y2, 所需的几个关键点:

- 7楼每天中午带饭人数的比例为30%, 带饭的人数为: $N2 = 120 \times 30\% = 36$
- 洗一次饭盒的用水量:

$X2 = 20L$  (可以根据流水速度和洗饭盒时间算的更精确一点)

$$Y2 = X2 \times N2 = 20L \times 36 = 720L$$

---

# 日常生活中的粗略估算

---

**本周一9号楼7楼南塔的厕所用水量是多少？**

$$Y = Y1 + Y2 = 4800L + 720L = 5520L$$

**考虑一个安全系数:1.2, 则有总用水量**

$$Y = 5520L \times 1.2 = 6600L$$

---

# 粗略估算的意义

---

**粗略估算是一种把复杂的事情简单化的能力，也是工程师必备的基本技能。**

---

# Thank You

---

2014-07-31

## End

**联系我**

**朱攀(Panos.Zhu)**

**panos.zhu@gmail.com**

**panos.zhu@derbysoft.com**

---