Geschäftsprozess-Management

Prof. Dr.-Ing. Andreas Ittner

Email: ittner@hs-mittweida.de

WWW: www.andreas-ittner.de

Tel.: +49(0)3727-58-1288

Gliederung

- Motivation
- Prozesse und Prozess-Management
  - Geschäftsprozesse, Workflow-Prozesse
  - Prozessdesign, Prozessverbesserungen
- Prozess-Modellierung
  - Zweck, Modellierungselemente und –sprachen
  - Petri-Netze, EPKs, BPMN, …
- Prozess-Analyse
  - Struktur-, Verhaltens-, Erreichbarkeits- und Performance-Analysen
  - Simulation
- Workflow-Management-Systeme
  - Historie, Infrastruktur, Implementierungen, Standards

Prozess-Analyse

1. Fragestellungen und klassische Fehler,
2. Struktur-Elemente und -Eigenschaften (Zusammenhängend, Free Choice, Workflow-Netz, well-handled, -structured, S-Komponenten / s-coverable),
3. Dynamische Elemente und Eigenschaften (Anfangsmarkierung, Beschränktheit, Komplementbildung, tot, lebendig, verklemmungsfrei, Soundness, Invarianten (S-, T-Invarianten)),
4. Erreichbarkeitsanalyse,
5. Linear Algebraische Darstellung,
6. Zusammenhänge bei der Prozess-Analyse.

4. Erreichbarkeitsanalyse

Analyse der

- erreichbaren Zustände,
- des möglichen Verhaltens.

→ aufwendig bis unmöglich (wenn zu komplex).

Prozessmodelle und Eigenschaften können nur für einfache Beispiele „von Hand“ überprüft werden.

Vorteil des Petrinetz-basierten Ansatzes

- erfüllt Anforderungen an Modellierungssprache,
- viele Methoden zur Analyse,
- viele Werkzeuge zur „automatischen“ Verifikation.

4. Erreichbarkeitsanalyse

Der Graph aus den Knoten $[m_0>$ und mit den Transitionen beschrifteten Kanten { (m,t,m´) | m→m´) heißt ***Markierungsgraph*** von (N,m_0).

Alle möglichen Markierungen des Netzes werden als Knoten dargestellt, die Übergänge zu Markierungen als Kanten.

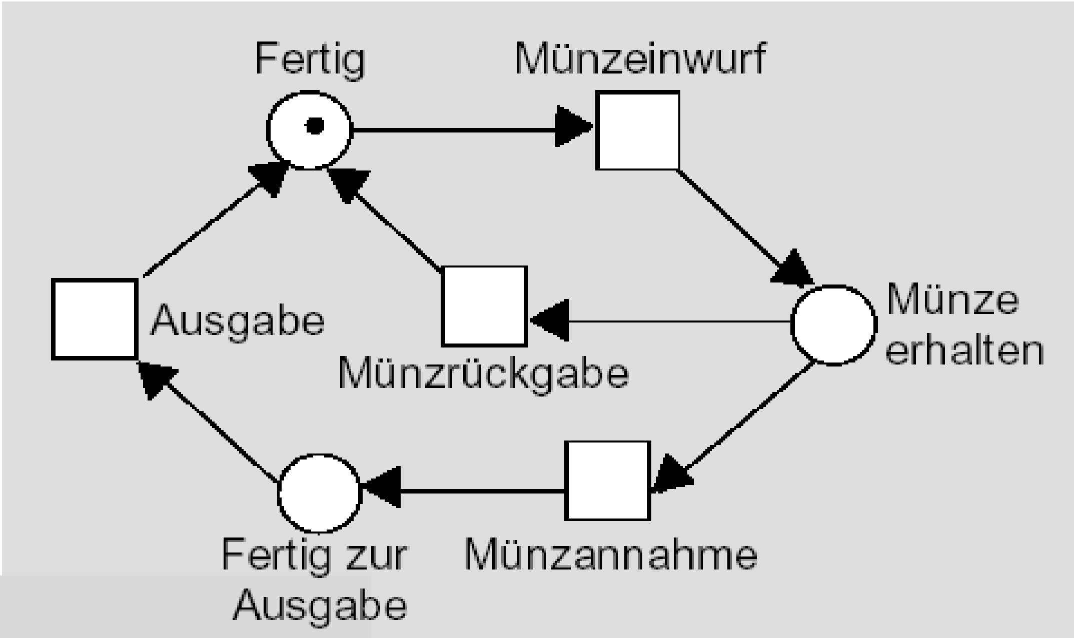
Die Anfangsmarkierung wird im Markierungsgraph besonders dargestellt: → •.

- Darstellung möglicher erreichbarer Markierungen / Zustände,
- Erkennen von Deadlocks

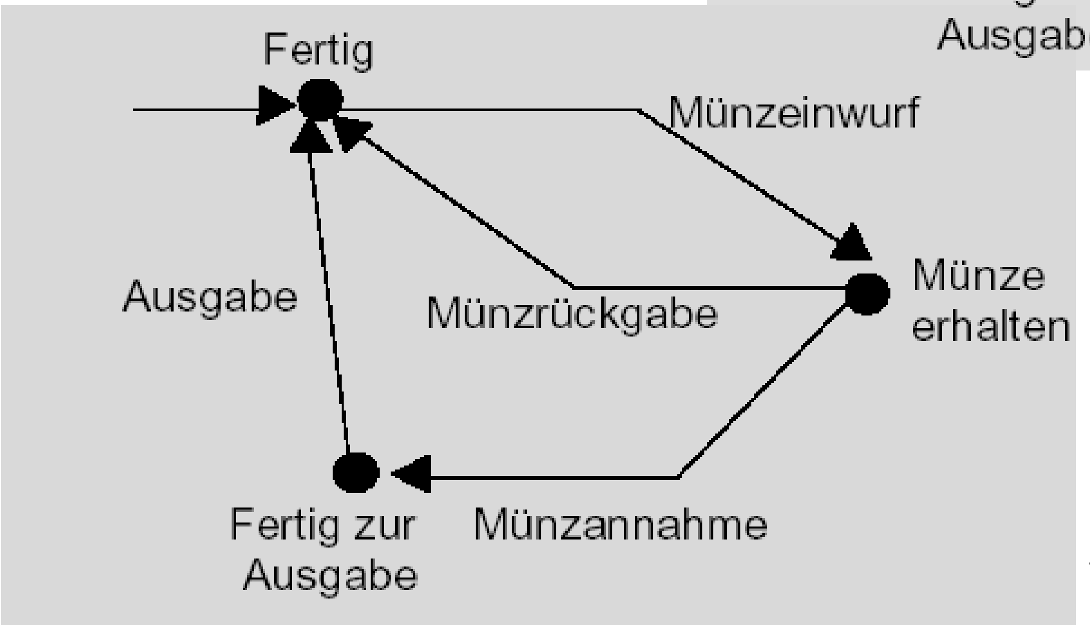
Verwendetes Synonym: Erreichbarkeitsgraph

4. Erreichbarkeitsanalyse

Beispiel: Automat (I)



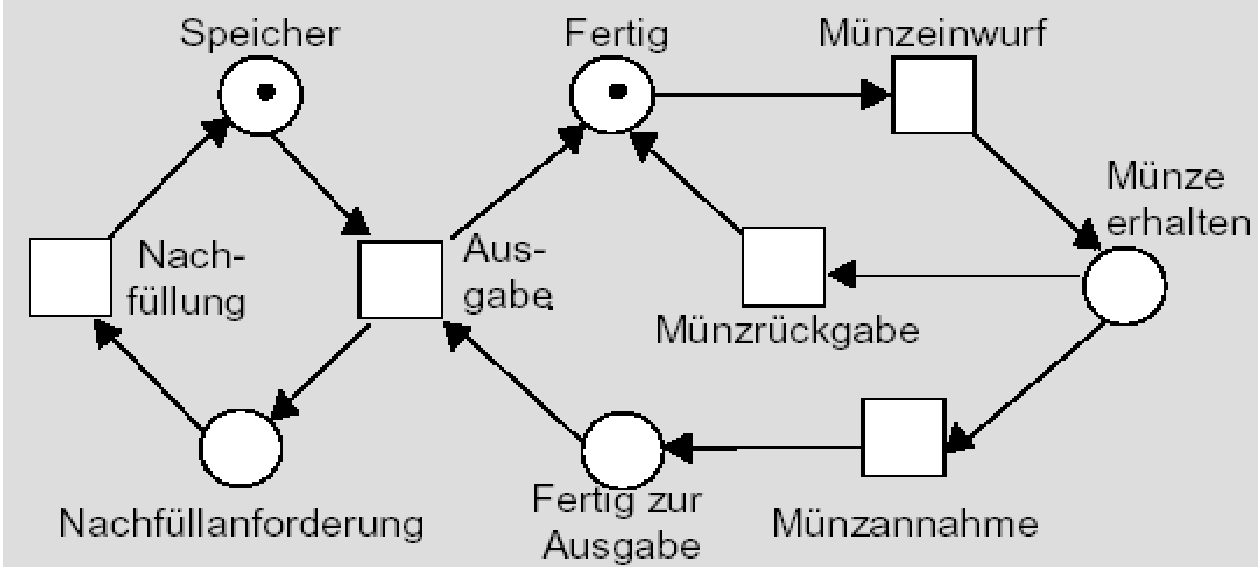
ein Automat durch ein markiertes Petrinetz modelliert

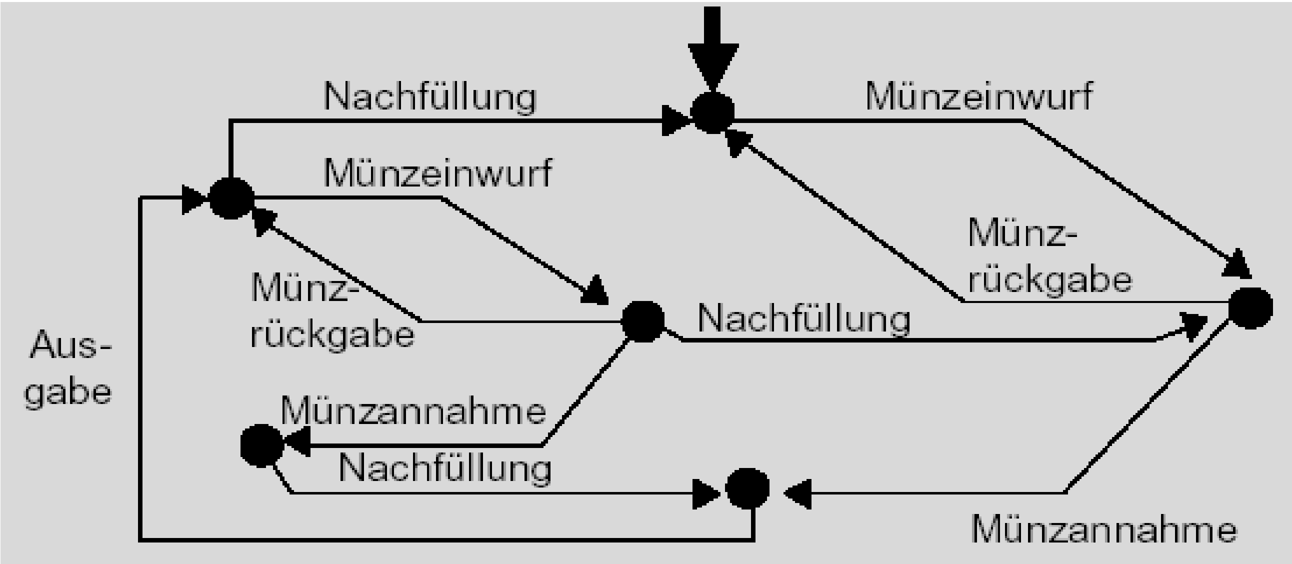


das Verhalten des Automaten als Markierungsgraph

4. Erreichbarkeitsanalyse

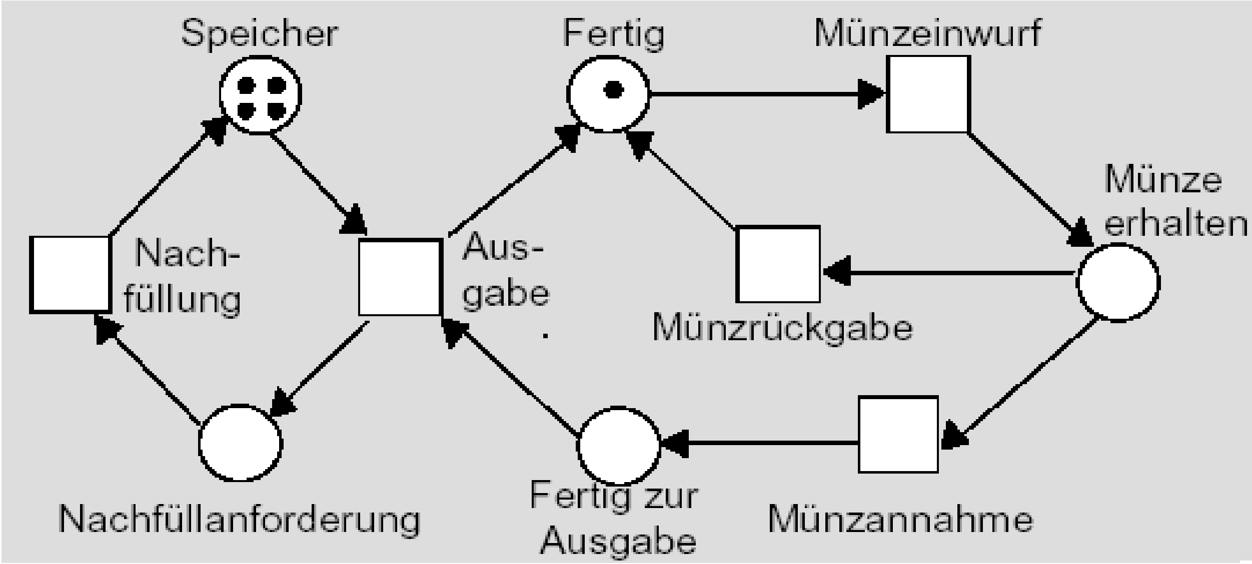
Beispiel:
Automat (II)
mit Kapazität 1

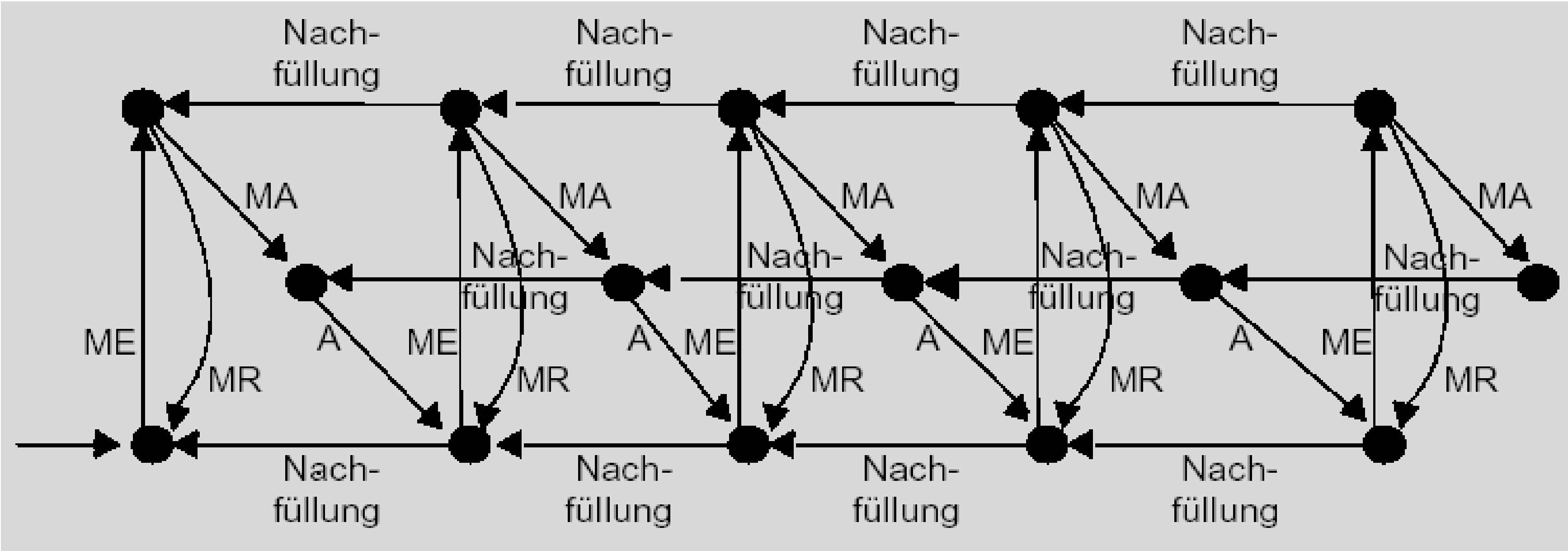




4. Erreichbarkeitsanalyse

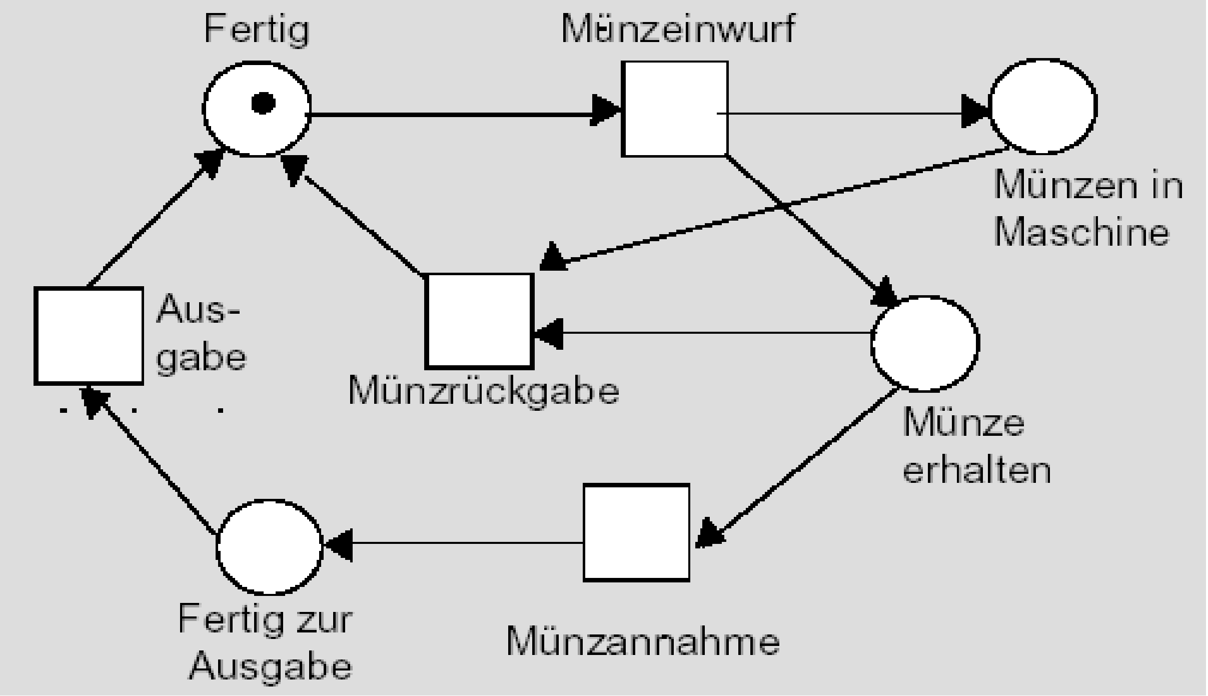
Beispiel:
Automat (III)
mit Kapazität 4

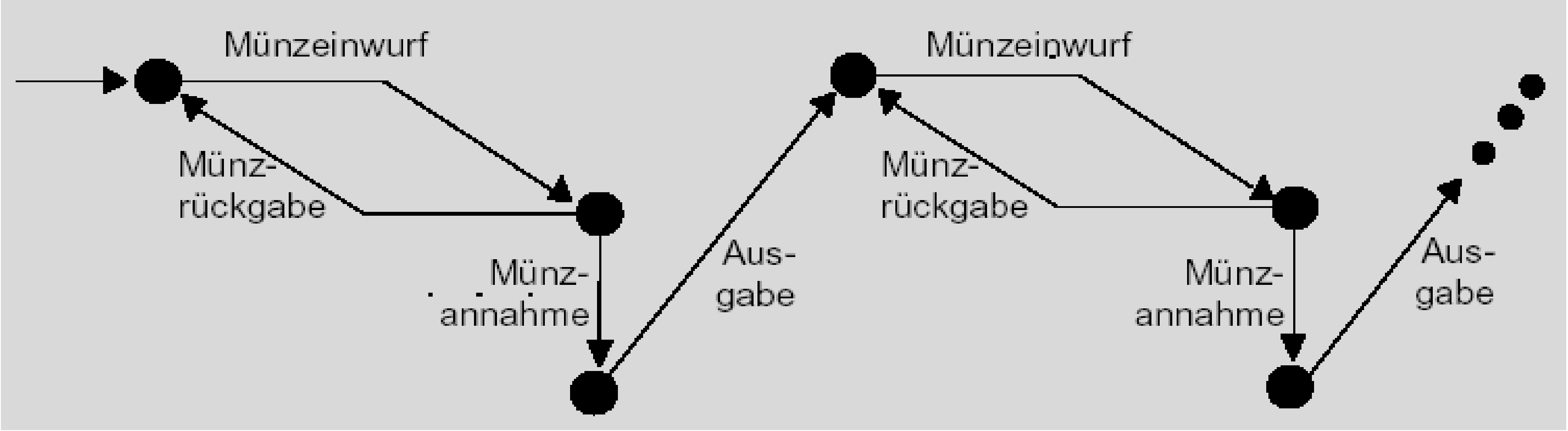




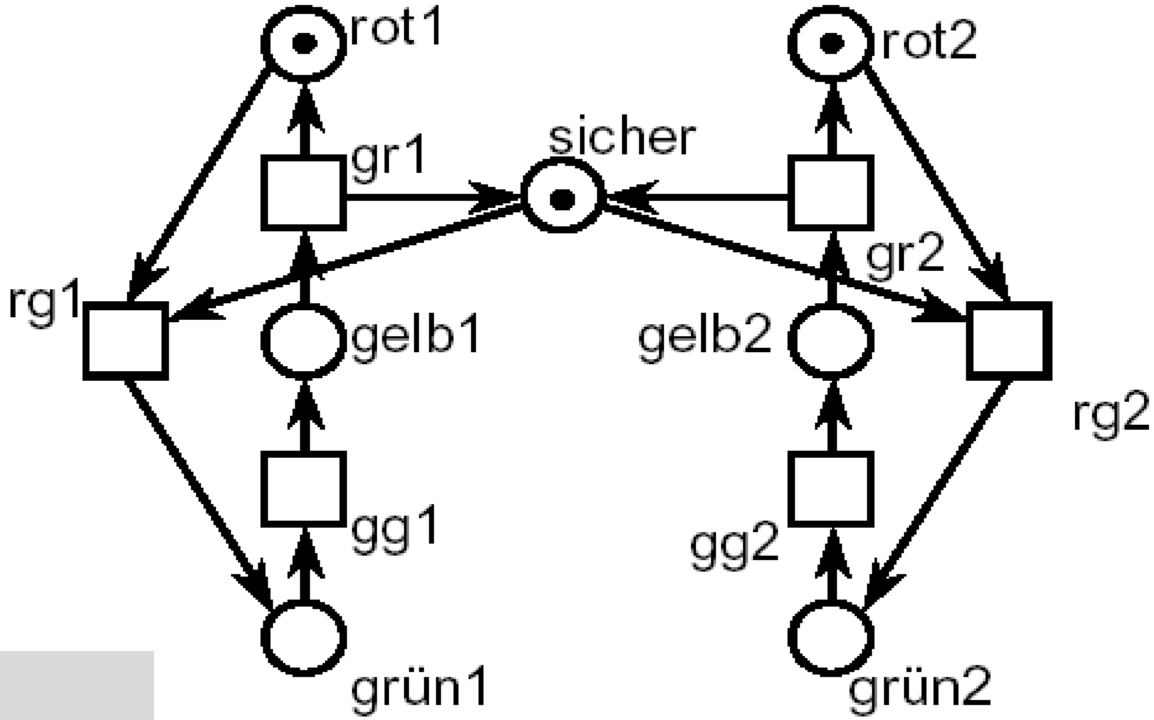
4. Erreichbarkeitsanalyse

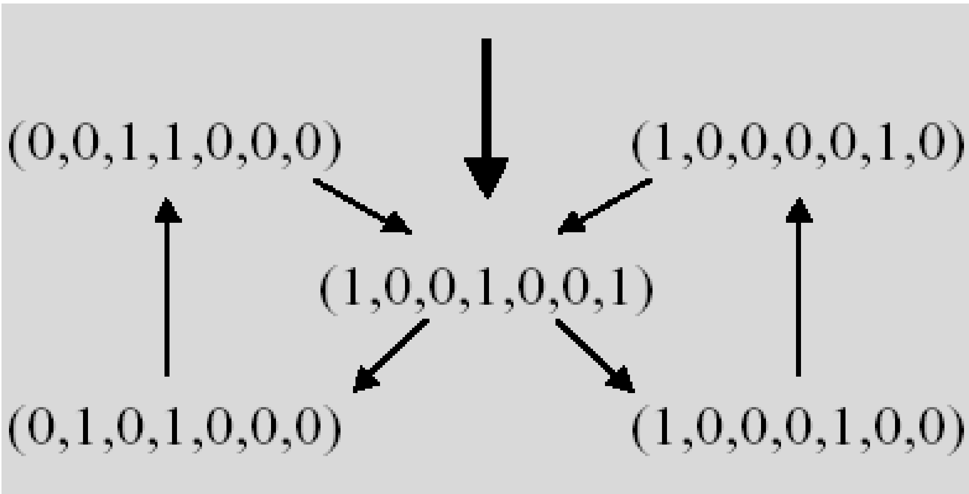
Beispiel:
Automat (IV)
mit Zähler
(unbeschränkt)





4. Erreichbarkeitsanalyse





Tupel=(rot1, grün1, gelb1, rot2, grün2, gelb2, sicher)

Eigenschaften des Markierungsgraphen:

1. Ein endlicher Markierungsgraph bedeutet, dass das Netz beschränkt ist. D.h., dass kein Überlauf von Marken in Stellen vorkommt.
2. Besitzt jeder Knoten des Markierungsgraphen einen Nachfolger, so ist das entsprechende Petrinetz verklemmungsfrei, also ist im System kein Stillstand zu erwarten.
3. Ein stark zusammenhängender Markierungsgraph bedeutet immer eine Reversibilität des Petrinetzes, also die Rücksetzbarkeit des Systems in den Anfangszustand.
4. Ist eine Markierung m Knoten des Markierungsgraphen, so heißt das für das Petrinetz, dass die Markierung m erreichbar ist.
   Der entsprechende Zustand des Systems, den diese Markierung modelliert, ist erreichbar.

4. Erreichbarkeitsanalyse

HOCHSCHULE MITTWEIDA
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

- Problem Markierungsgraph: Anzahl der Zustände kann explodieren,
- Für beschränkte Netze kann die Zahl erreichbarer Markierungen exponentiell in der Größe des Netzes wachsen (Anzahl der Knoten),
- Eine Analyse des Verhaltens mittels Konstruktion des Markierungsgraphen ist deshalb praktisch unmöglich.
- → deshalb Einführung eines **Überdeckungsgraphen**

HOCHSCHULE MITTWEIDA UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Überdeckungsgraph

- kann für jedes - auch unbeschränktes - Petri-Netz konstruiert werden,
- ist die endliche Variante eines Markierungsgraphen,
- ist aber nicht eindeutig.

Grundidee:

- aussortieren streng monoton steigender Folgen von Markierungen aus der Erreichbarkeitsmenge,
- abbilden einer Menge von unendlich vielen Zuständen auf einen (einzigen) „Ersatzzustand“.

! Information über die erreichbaren Zustände gehen verloren

4. Erreichbarkeitsanalyse

HOCHSCHULE MITTWEIDA UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

- x, z: Knoten des Markierungsgraphen,
- m[x], m[z]: zugehörige Markierungen.

Eine ***Markierung m[z]*** ist ***größer*** als eine ***Markierung m[x],*** wenn alle Komponenten der Markierung von z größer oder gleich groß sind und eine Komponente echt größer ist, d.h. falls $m_i[z] \geq m_i[x]$ für alle i existiert ein j: $m_j[z] > m_j[x]$.

Alle Transitionen, die unter einer Markierung aktiviert sind, sind auch unter jeder größeren Markierung aktiviert!

Eine Markierung m[z] eines Knotens z aus dem Markierungsgraphen ***überdeckt*** die Markierung m[x] des Knotens x aus dem Markierungsgraphen, wenn gilt: Markierung m[z] > Markierung m[x].

4. Erreichbarkeitsanalyse

HOCHSCHULE MITTWEIDA UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

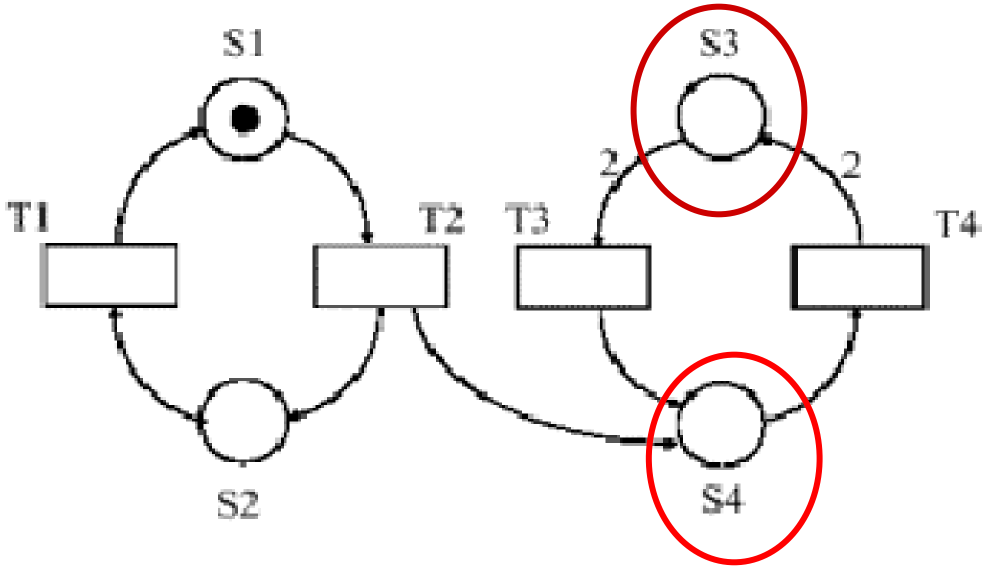
Überdeckungsgraph:

Enthält nur eine Teilmenge der Markierungen (Knoten) aus dem Markierungsgraphen. Zusätzlich aber gibt es spezielle Markierungen, die ein oder mehrere „w“ enthalten, wenn eine oder mehrere Stellen im Petrinetz existieren, die unbeschränkt sind.

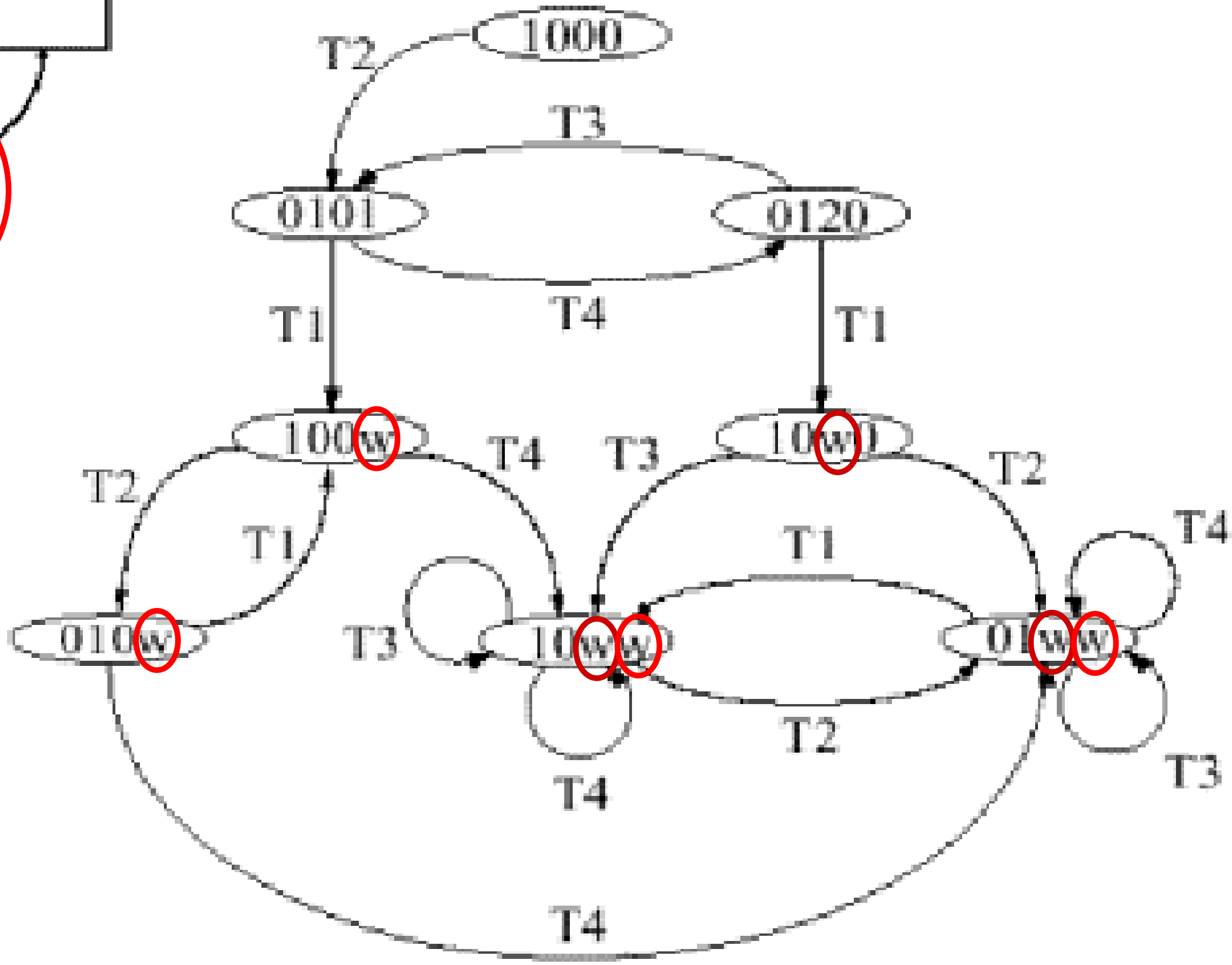
Mit einem „w“ gekennzeichnete Stellen sind Stellen, die unendlich viele Marken enthalten können.

Wir bezeichnen eine Markierung, die ein oder mehrere w enthalten kann als **w-Markierung**.

4. Erreichbarkeitsanalyse



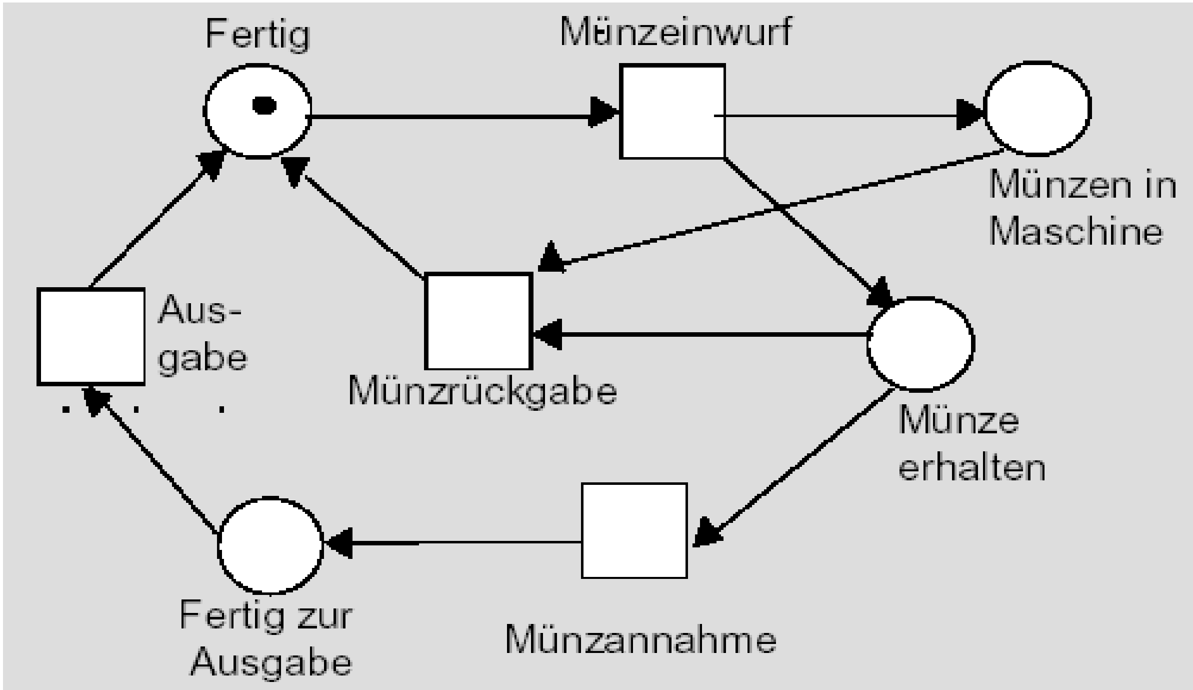
Beispiel: Überdeckungsgraph

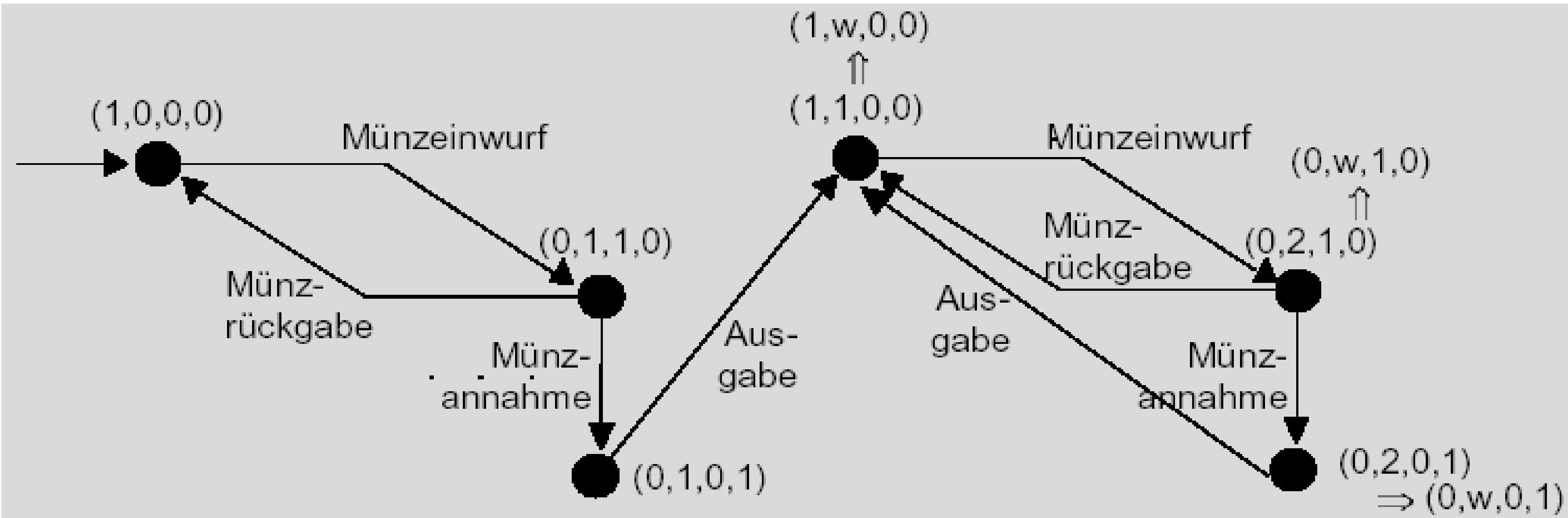


4. Erreichbarkeitsanalyse

Beispiel: Überdeckungsgraph

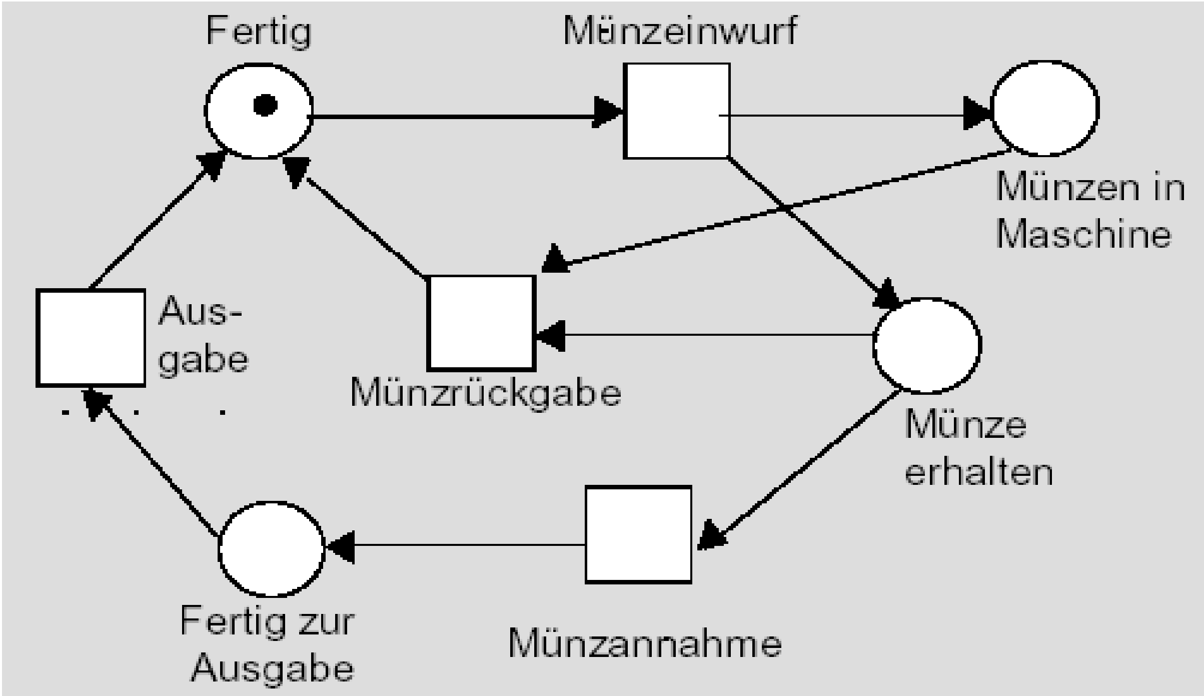
Automat (IV)
mit Zähler
(unbeschränkt)

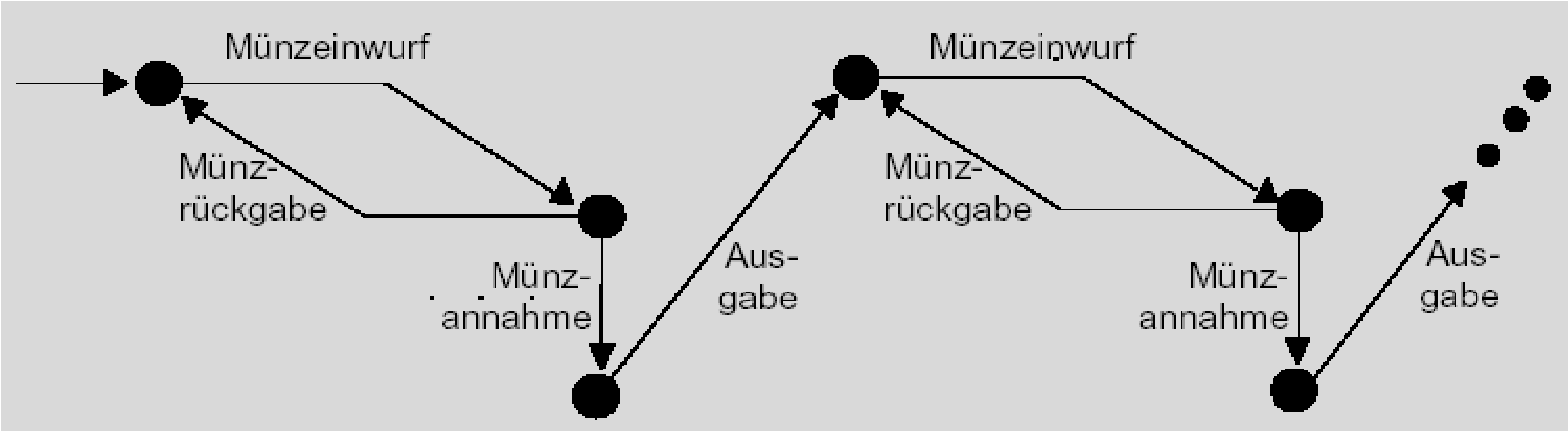




4. Erreichbarkeitsanalyse (Vergleich mit Markierungsgraph)

Beispiel:
Automat (IV)
mit Zähler
(unbeschränkt)





4. Erreichbarkeitsanalyse

Erzeugung des Überdeckungsgraphen zu (N,m0):

Initialisierung:

Anfangsknoten : = Anfangsmarkierung m_0

Algorithmus:

Ermitteln der Folgemarkierung(en)

- **Fall 1:** es existiert schon ein Knoten mit derselben Beschriftung
  → Kante zu diesem Knoten hinzufügen
- **Fall 2:** es existiert schon ein Knoten m[x] , so dass die Folgemarkierung m[z] größer ist
  → für die i mit $m_i[z] = m_i[x]$: Folgemarkierung erhält dieselbe Beschriftung wie Knoten m[x]
  → für die i mit $m_i[z] > m_i[x]$: Beschriftung := w.

Erzeugung des Überdeckungsgraphen zu (N,m0) (Fortsetzung):

- **Fall 3:** es existiert schon ein Knoten m[x], der ein oder mehrere w enthält und für alle anderen Komponenten gleich der Folgemarkierung ist
  → Kante zu diesem Knoten hinzufügen
- **Fall 4:** anderenfalls erhält der Knoten die Bezeichnung der Folgemarkierung.

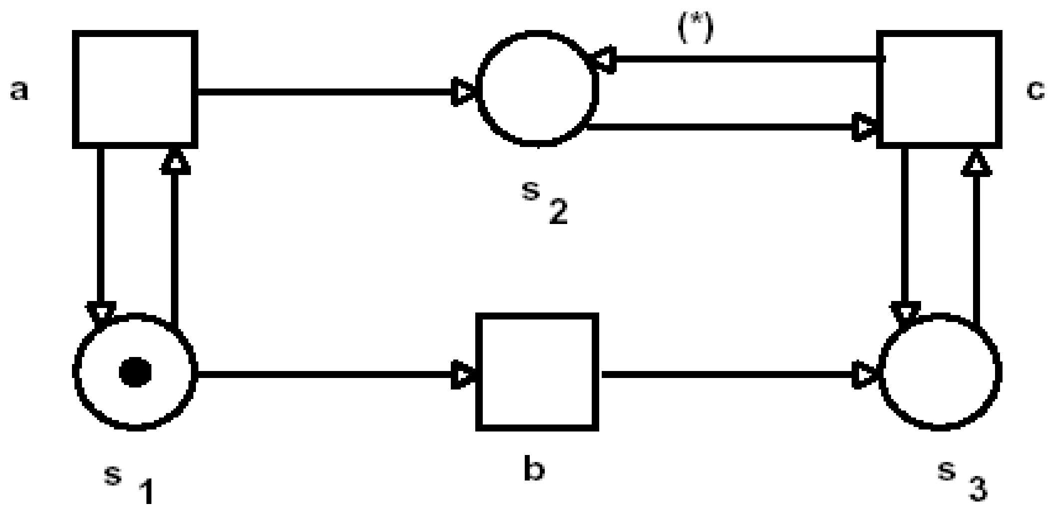
4. Erreichbarkeitsanalyse

- **Überdeckbarkeit** ist ähnlich der Erreichbarkeit,
- eine bestimmte Markierung muss nicht genau erreicht werden, sondern nur eine Teilmenge,
- ist abgeschwächter Begriff der Erreichbarkeit,
- auch partielle Erreichbarkeit,
- nur einzelne Teilzustände betrachtet. Man kann auch durchaus mehrere oder alle beteiligten Zustände überwachen,
- Für ein beschränktes Petrinetz liefert der Überdeckungsgraph den Markierungsgraphen.

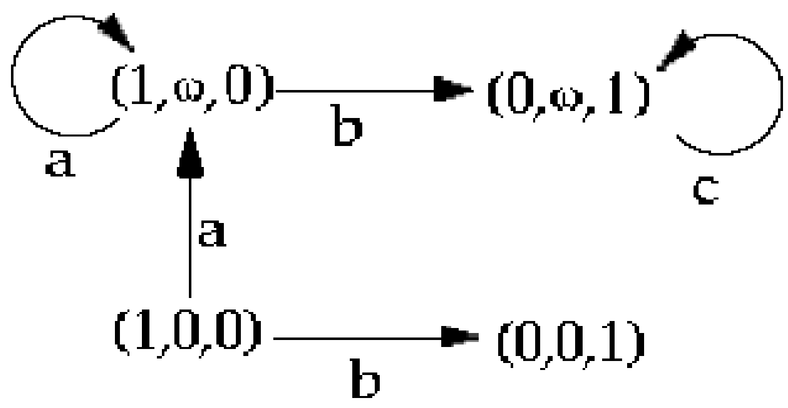
4. Erreichbarkeitsanalyse

Überdeckungsgraphen sind nicht eindeutig:

Verschiedene Netze können denselben Überdeckungsgraphen haben.



Überdeckungsgraph zu N_i ($i = 1,2$):



Sei N_1 mit Pfeil (*), N_2 ohne den Pfeil (*). Beide N_i haben als Überdeckungsgraphen (s.o.).

4. Erreichbarkeitsanalyse

Der Überdeckungsgraph liefert eine notwendige und hinreichende Bedingung für die Fragen:

- Ist eine bestimmte Stelle beschränkt?
- Ist das Petrinetz beschränkt?
- Ist eine bestimmte Transition tot?

Der Überdeckungsgraph liefert eine notwendige Bedingung für die Fragen:

- Ist eine bestimmte Transition lebendig?
- Ist das Petrinetz lebendig?
- Ist eine bestimmte Markierung erreichbar?

Petrinetz als Matrix

- Petrinetze lassen sich in die lineare Algebra abbilden,
- mit deren Hilfe kann man ganze Schaltsequenzen in einem Schritt durchrechnen,
- Matrixdarstellung hilft zur Bestimmung von Stellen-Invarianten und Transitions-Invarianten.

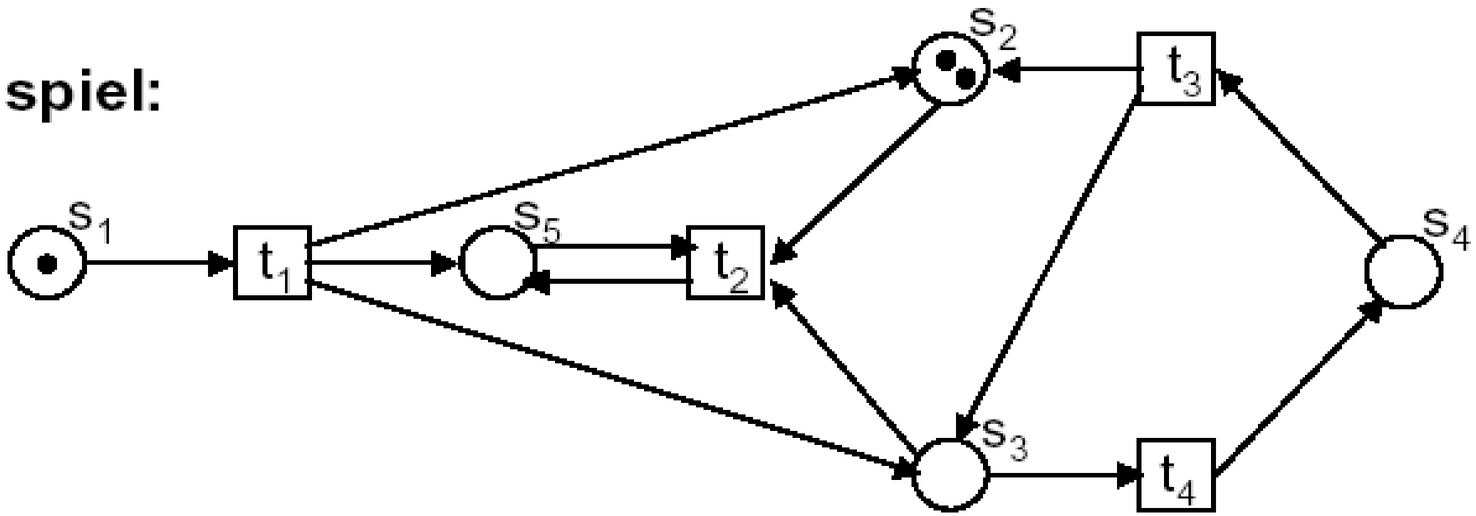
Petrinetz als Matrix

- zu jeder Transition t_i wird definiert:
  - die Abbildung t_i- zur Transition t_i sagt aus, wie viele Tokens einer Markierung m abgezogen werden, wenn diese schaltet.
  - t_i+ zu einer Transition t_i sagt aus, wie viele Tokens beim Schalten von t_i einer Markierung m hinzugefügt werden.
  - bei einem Petrinetz mit Transitionen, die jeweils eine Marke pro Stelle erzeugen ergibt sich eine ***Inzidenzmatrix I***:

$$I = (i_{jk}) = \begin{cases} -1, & j \in \bullet k \setminus k\bullet, \\ 1, & j \in k\bullet \setminus \bullet k, \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \qquad \text{mit } j \in S \text{ und } k \in T.$$

HOCHSCHULE MITTWEIDA UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Beispiel:



Die ***Inzidenzmatrix I*** zu obigem Netz lautet:

$$I = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & -1 & +1 & 0 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & +1 \\ +1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Die Anzahl Zeilen entsprechen der Anzahl Stellen des Netzes und die Anzahl Spalten der Transitionsanzahl.

5. Linear-Algebraische Darstellung

Folgemarkierungen

Vektor $\boldsymbol{q_\tau}$ zu einer Schaltfolge τ enthält für jede Transition die Anzahl, wie oft sie geschaltet wurde.

z.B. aus der Schaltfolge $\tau = t_1\ t_4\ t_3\ t_4$ folgt der Vektor $q_\tau = (1\ 0\ 1\ 2)$ für die vier Transitionen des Netzes aus dem vorigen Bsp.

Somit gilt:

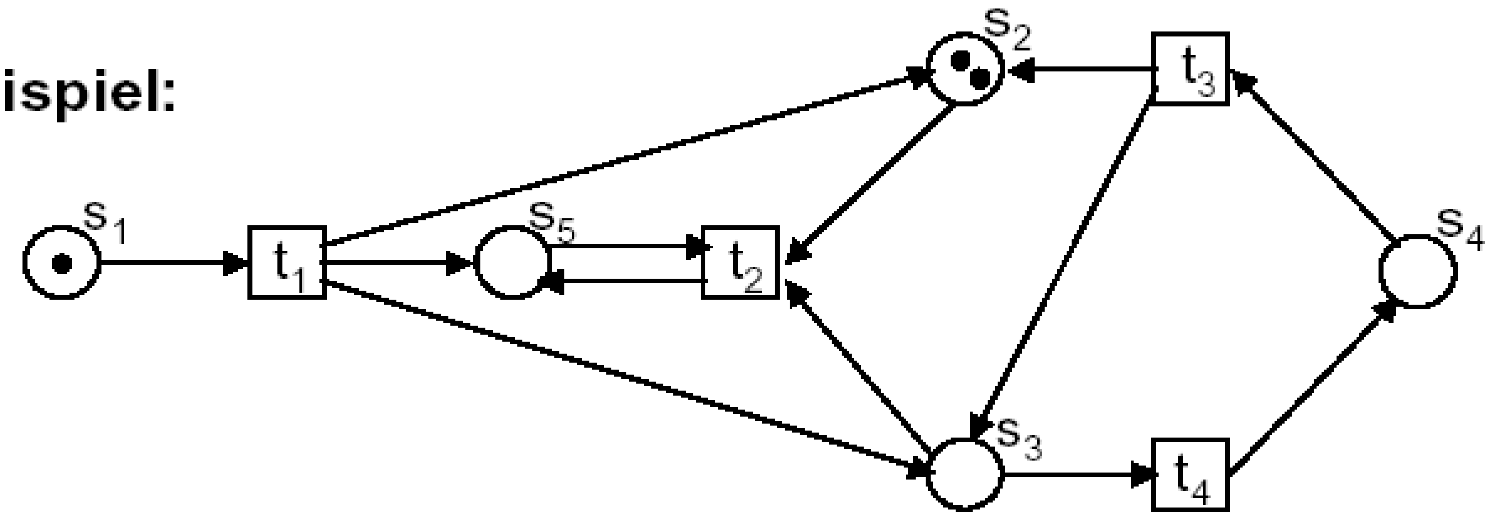
Die Markierung m_τ kann von m_0 ausgehend berechnet werden durch:

$$m_\tau = m_0 + (I * q^T_\tau)^T$$

5. Linear-Algebraische Darstellung

HOCHSCHULE MITTWEIDA
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Beispiel:



Schaltfolge $\tau = t_1\ t_4\ t_3\ t_4$ $\Rightarrow$ Vektor $q = (1\ \ 0\ \ 1\ \ 2)$

$$m_\tau = \quad (1\ 2\ 0\ 0\ 0) + \left(\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & -1 & +1 & 0 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & +1 \\ +1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right)^T = (0\ 4\ 0\ 1\ 1)$$

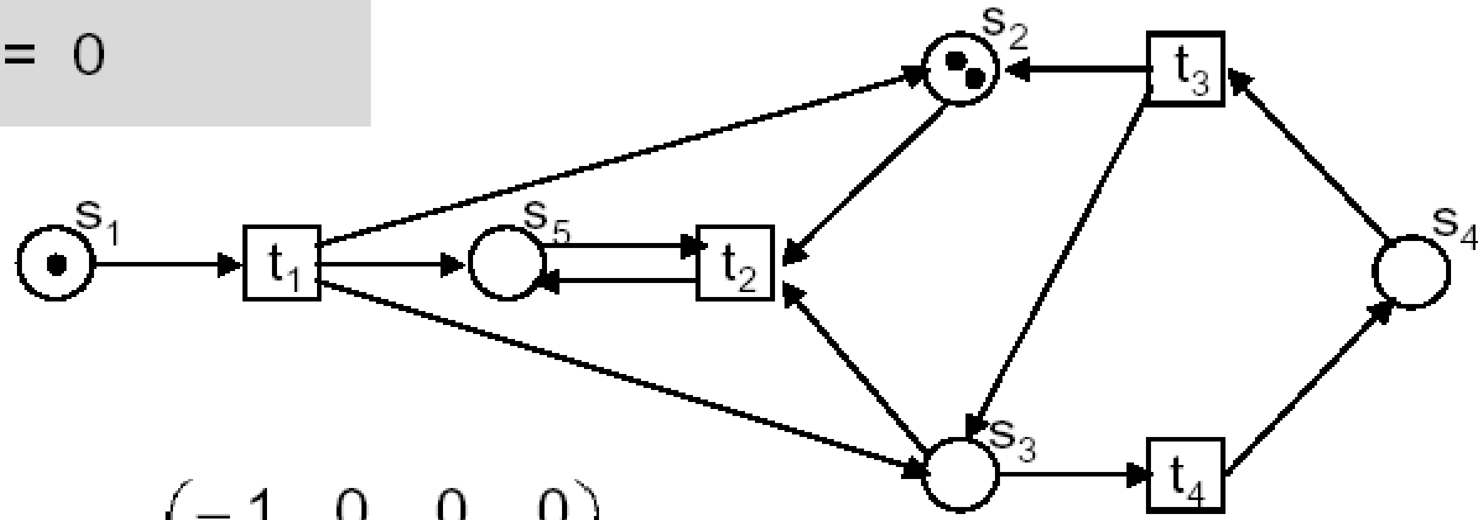
5. Linear-Algebraische Darstellung

Invarianten:

S-Invariante

S-Invarianten $Y = (y_1, \ldots, y_{|S|})$ können berechnet werden durch:

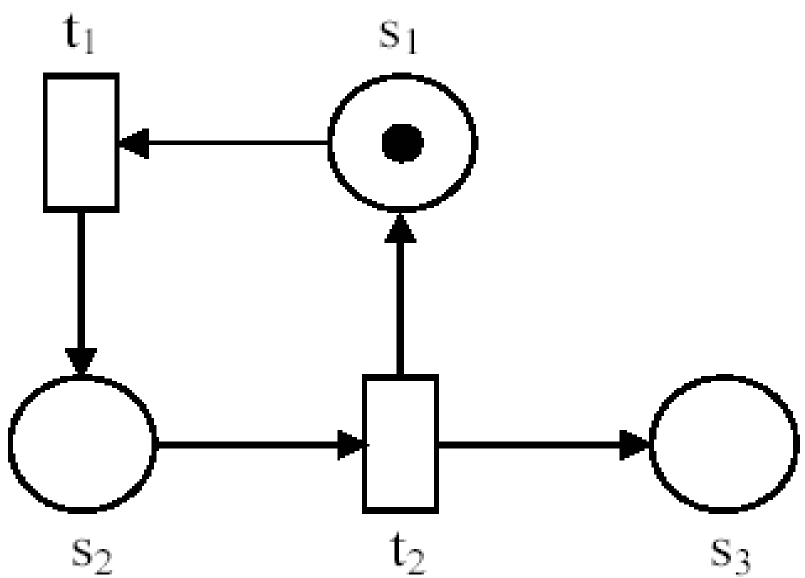
$$Y \cdot I = 0$$



$$\begin{pmatrix} y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & -1 & +1 & 0 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & +1 \\ +1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$Y = (1\ 0\ 0\ 0\ 1)$$

5. Linear-Algebraische Darstellung



hat die Inzidenzmatrix ...
$$\begin{array}{c} \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cc} t_1 & t_2 \end{array} \\ \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}.$$

Das lineare Gleichungssystem $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{T} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, d.h.

$\begin{array}{l} -x_1 + x_2 \phantom{{}+x_3} = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{array}$, liefert $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ als eine S-Invariante

5. Linear-Algebraische Darstellung

HOCHSCHULE MITTWEIDA
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Folgerungen aus Stelleninvarianten

Wenn eine S-Invariante Y existiert, deren Komponenten für jede Stelle positiv ist, also $y \geq 1$, ist gezeigt,

- dass das Netz N beschränkt ist, weil die Tokenzahl konstant ist,
- dass jeder Fall irgendwann beendet wird und keine Marken im System zurückbleiben.

Es gilt:

$m \bullet Y^T = m' \bullet Y^T$

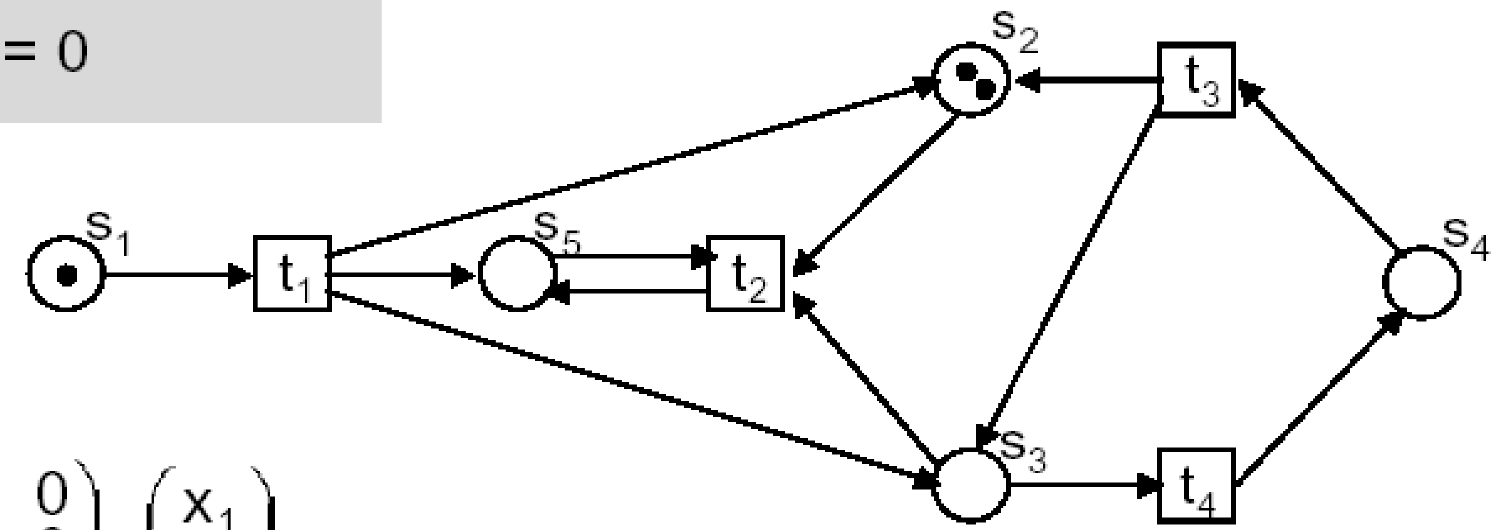
$(m - m')\, Y^T = 0$

HOCHSCHULE MITTWEIDA UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Invarianten:
T-Invariante

T-Invarianten $X = (x_1, \ldots, x_{|T|})$ können berechnet werden durch:

$$I \cdot X^T = 0$$



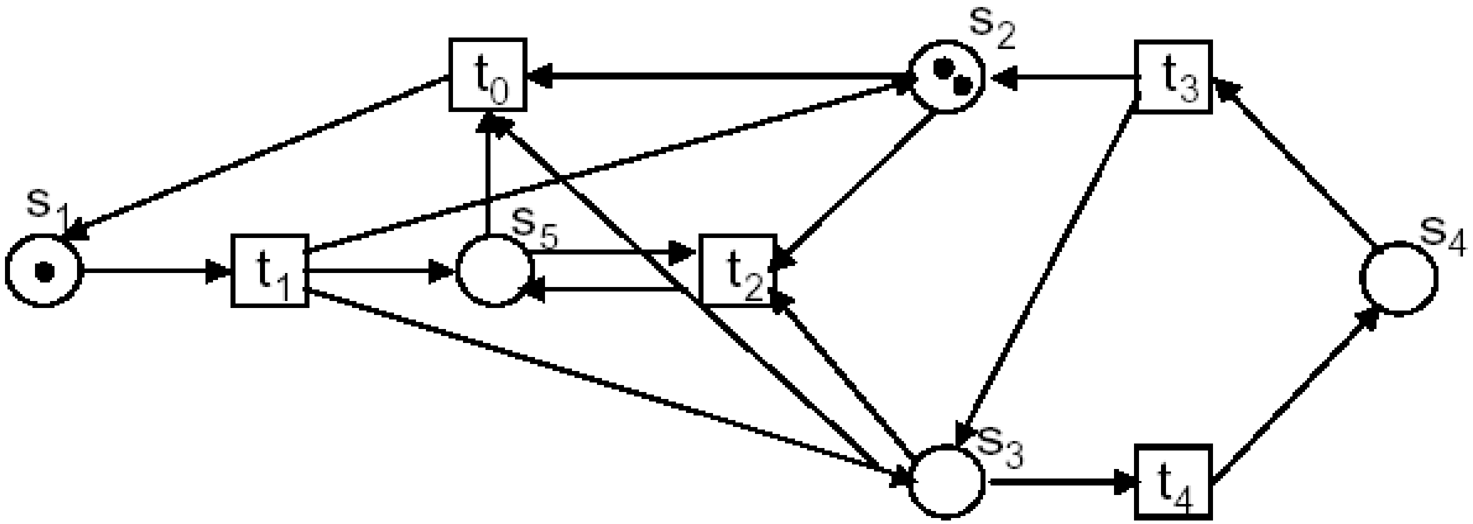
$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & -1 & +1 & 0 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & +1 \\ +1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = 0$$

$$X = (0\ 0\ 0\ 0)$$

5. Linear-Algebraische Darstellung

HOCHSCHULE MITTWEIDA UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Invarianten:
T-Invariante



$$I \cdot X^T = 0$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & +1 & -1 & +1 & 0 \\ -1 & +1 & -1 & +1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & +1 \\ -1 & +1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = 0$$

$X = (1\ 1\ 0\ 0\ 0)$

HOCHSCHULE MITTWEIDA UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Eigenschaften in Sätzen (II)

Ein markiertes Petrinetz ist genau dann verklemmungsfrei, wenn der zugehörige Markierungsgraph keinen Knoten ohne Nachfolger besitzt.

Ein markiertes Petrinetz terminiert genau dann, wenn der zugehörige Markierungsgraph zyklenfrei und endlich ist.

Ein markiertes Petrinetz ist genau dann reversibel, wenn der dazugehörige Markierungsgraph stark zusammenhängend ist.

Falls (N,m_0) beschränkt ist mit Schranke b, dann sind höchstens $(b+1)^{|s|}$ Markierungen erreichbar.
(|s| - sei die Anzahl der Stellen im Netz)

6. Zusammenhänge bei der Prozess-Analyse

dynamische Eigenschaft des Petri - Netzes	Interpretation	Eigenschaft des Markierungsgraphen
beschränkt	kein „Überlauf“ von Marken in Stellen	endlich
verklemmungsfrei	kein Stillstand erreichbar	jeder Knoten besitzt einen Nachfolger
reversibel	rücksetzbar in den Anfangszustand	stark zusammenhängend
Markierung *M* ist erreichbar	ein entsprechender Zustand ist erreichbar	*M* ist Knoten des Graphen