

# Petri-Netze

# Petri-Netze

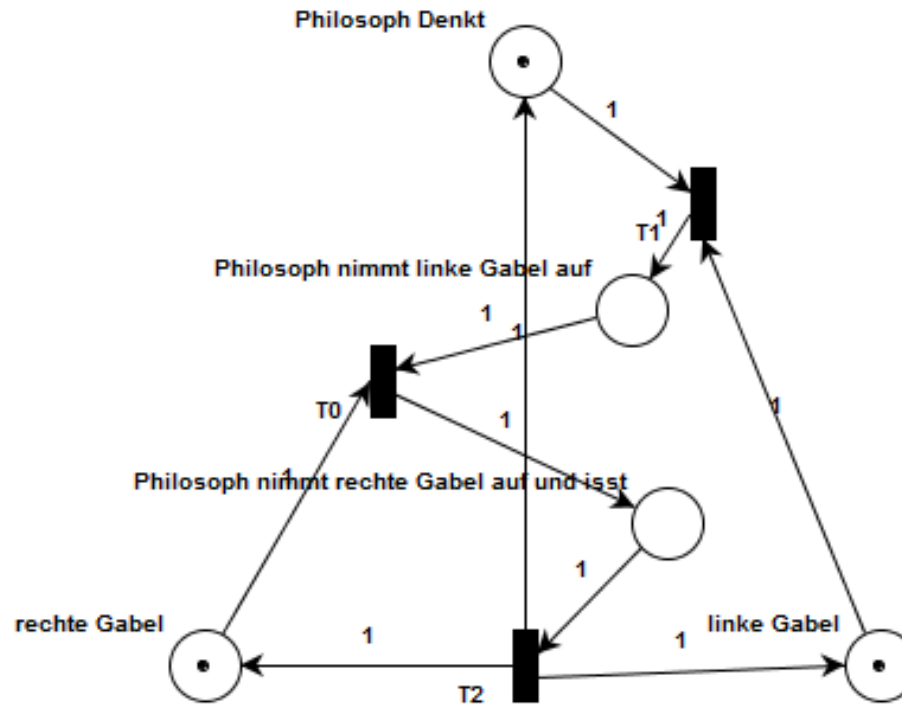
## **Aufgabe 1 – Drei Philosophen mit Deadlock -**

Modellieren Sie das folgende Szenario mit einem Petri-Netz und erläutern Sie die Lösung:

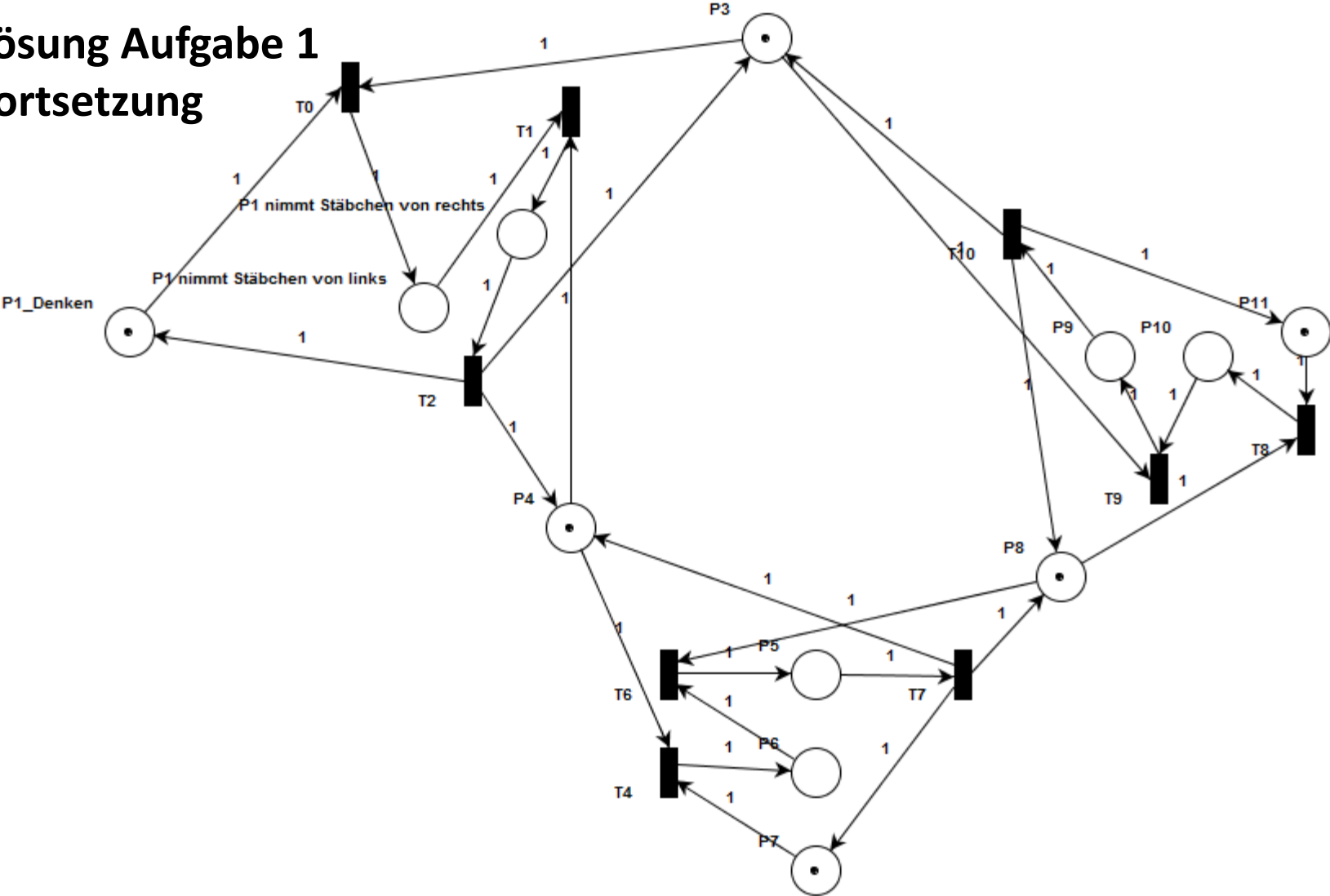
- Drei Philosophen sitzen um einen Runden Tisch herum. Jeder Philosoph hat einen Teller vor sich. In der Mitte des Tisches steht eine große Schüssel mit Spaghetti.
- Zwischen je zwei Tellern liegt ein Stäbchen. Wenn eine Philosoph isst, benötigt er zwei Stäbchen. Er kann nur das linke und rechte Stäbchen verwenden. Solange ein Philosoph nicht isst, denkt er nach. Für das Nachdenken benötigt er kein Stäbchen.
- Der Philosoph greift zuerst zum linken Stäbchen und wenn er dieses aufgenommen hat, zum rechten. Dann beginnt er zu essen.

# Petri-Netze

## Aufgabe 1 Lösung – Ein Philosoph



Lösung Aufgabe 1  
Fortsetzung



# Petri-Netze

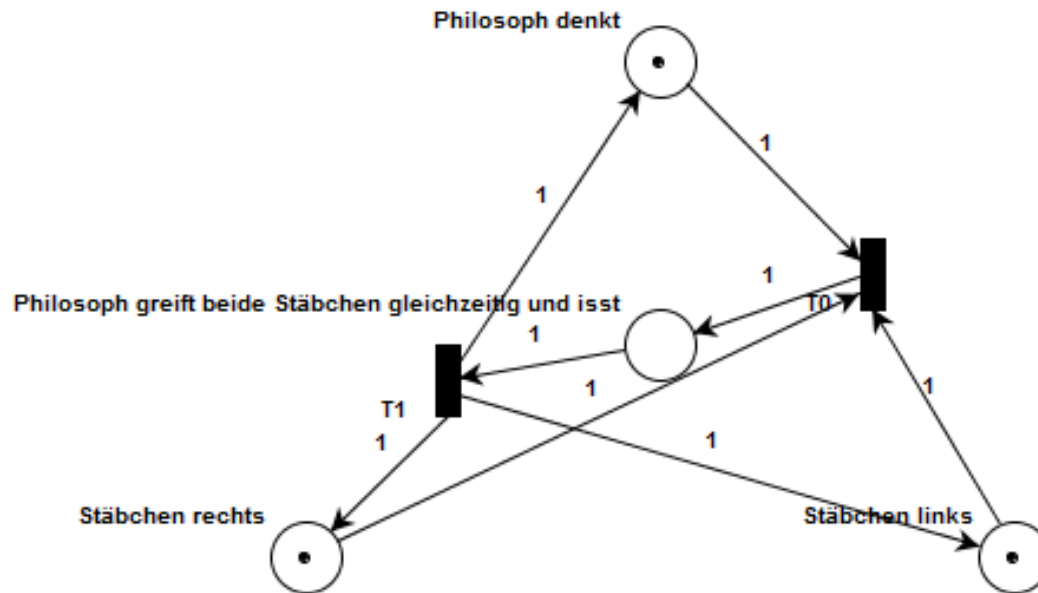
## Aufgabe 2 – Drei Philosophen ohne Deadlock -

Modellieren Sie das folgende Szenario mit einem Petri-Netz und erläutern Sie die Lösung:

- Drei Philosophen sitzen um einen Runden Tisch herum. Jeder Philosoph hat einen Teller vor sich. In der Mitte des Tisches steht eine große Schüssel mit Spaghetti.
- Zwischen je zwei Tellern liegt ein Stäbchen. Wenn eine Philosoph isst, benötigt er zwei Stäbchen. Er kann nur das linke und rechte Stäbchen verwenden. Solange ein Philosoph nicht isst, denkt er nach. Für das Nachdenken benötigt er kein Stäbchen.
- Der Philosoph greift gleichzeitig zu beiden Stäbchen.

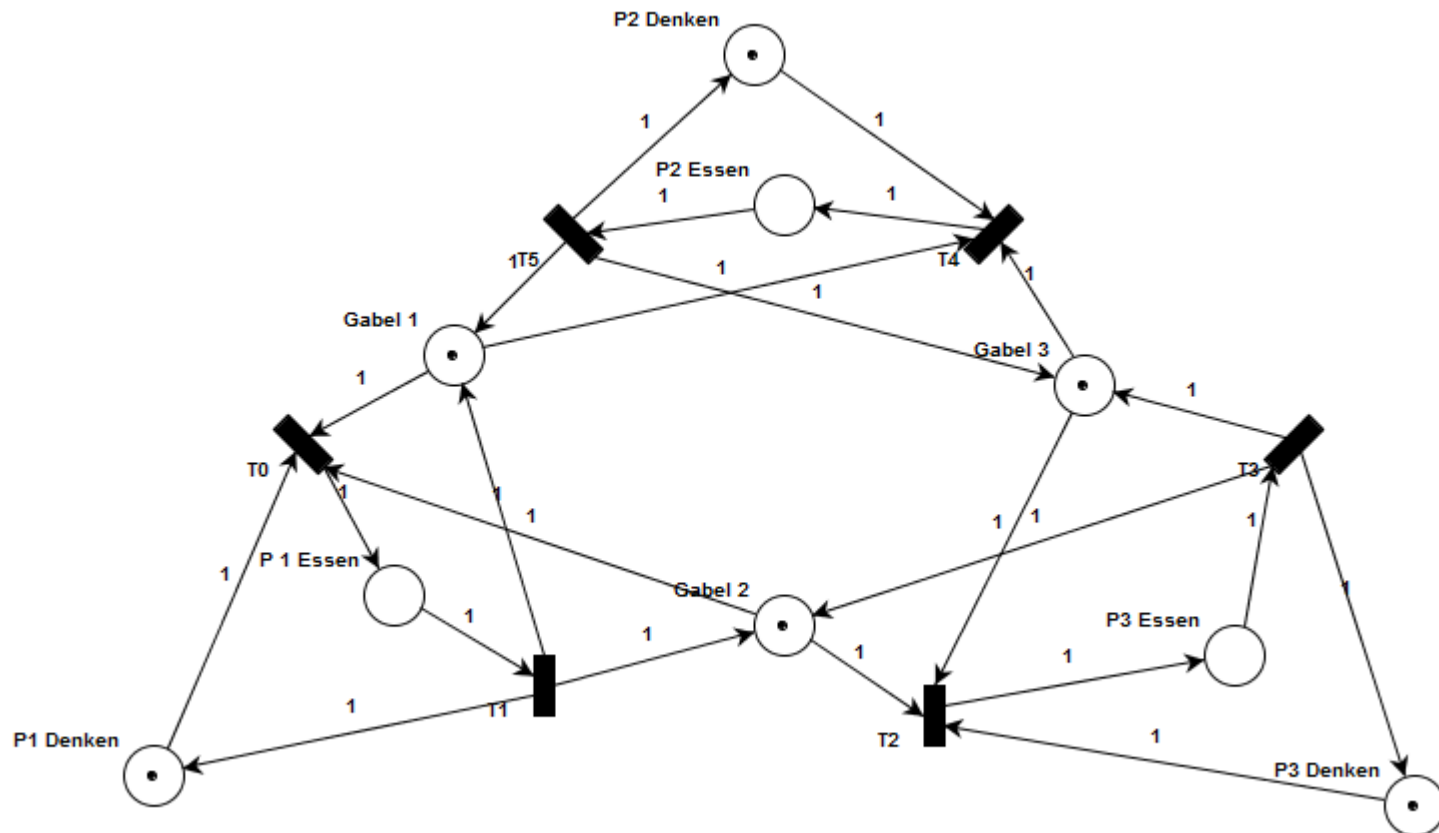
# Petri-Netze

## Lösung Aufgabe 2 – Ein Philosoph



# Petri-Netze

## Lösung Aufgabe 2



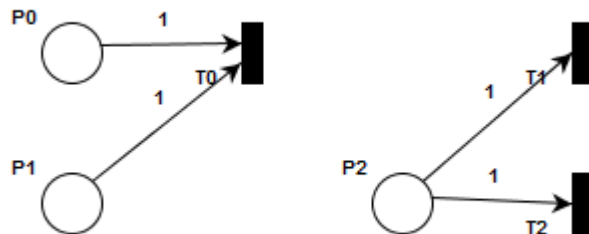
# Eigenschaften von Petrinetzen

## Free Choice:

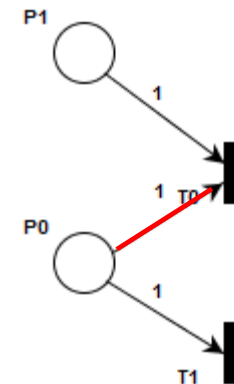
Haben zwei oder mehr Transitionen eine gemeinsame vorgelagerte Stelle, so darf jede dieser Transitionen nur genau diese vorgelagerte Stelle besitzen.

Anders ausgedrückt:

Eine Kante von einer Stelle zu einer Transition ist entweder die einzige Kante von der Stelle oder die einzige Kante zu der Transition



Free Choice



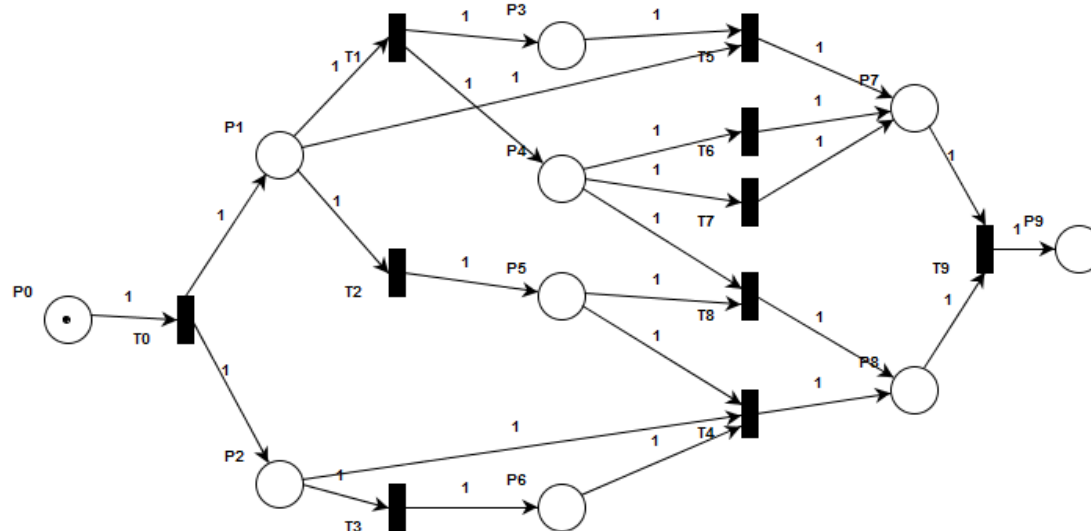
Nicht Free Choice



# Eigenschaften von Petrinetzen

## Aufgabe 3:

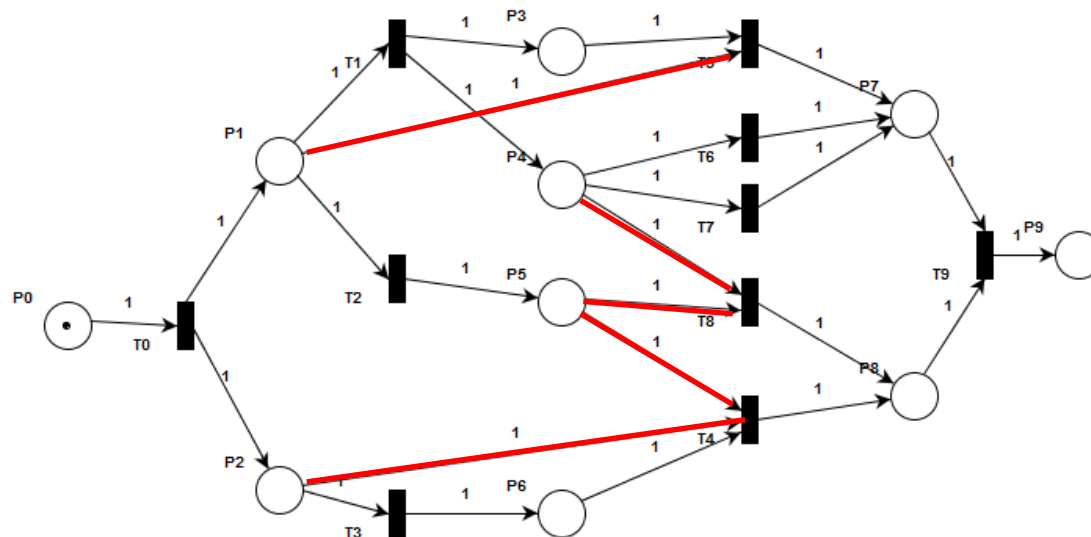
Finden Sie alle Kanten im unten dargestellten Petrinetz, durch die die Free-Choice-Eigenschaft verletzt wird.



# Eigenschaften von Petrinetzen

## Lösung Aufgabe 3:

Finden Sie alle Kanten im unten dargestellten Petrinetz, durch die die Free-Choice-Eigenschaft verletzt wird.



# Eigenschaften von Petrinetzen

## Beschränktheit/ Sicher:

- k-beschränkt: Jede Stelle enthält unter jeder erreichbaren Markierung höchstens k Marken. Oder  $(N, m_0)$  heißt beschränkt, wenn eine Schranke b existiert, so dass  $m(s) \leq b$  für alle  $m \in [m_0>$ .
- $[m_0>$  = Startmarkierung und alle Folgemarkierungen
- 1-beschränkt:  $k = 1$  (das Petrinetz wird auch als sicher/ save bezeichnet)
- Für beschränkte S/T-Netze wächst die Zahl der erreichbaren Markierungen exponentiell mit der Größe des Netzes (Anzahl der SUT) (**State Space Explosion**). Eine Analyse des Verhaltens mittels Konstruktion des Markierungsgraphen ist deshalb praktisch unmöglich. *Siehe Punkt Erreichbarkeit*

# Eigenschaften von Petrinetzen

## Lebendigkeit:

- Eine Transition  $t$  heißt **tot** unter der Markierung  $m$ , wenn keine  $m' \in [m>$  die Transition aktiviert.
- Eine Markierung heißt **tot**, wenn alle Transitionen tot sind. D.h. es können keine Folgemarkierungen erreicht werden.
- Eine Transition heißt **lebendig** unter der Markierung  $m$ , wenn sie unter keiner Folgemarkierung  $m'$  tot ist.
- Eine Markierung heißt **lebendig**, wenn alle Transitionen lebendig sind.

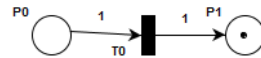
# Eigenschaften von Petrinetzen

## Deadlock/ Verklemmung:

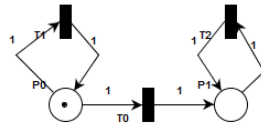
- Eine Markierung heißt **verklemmungsfrei**, wenn keine tote Markierung erreichbar ist.

# Eigenschaften von Petrinetzen

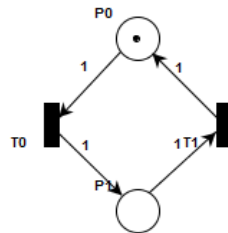
- Ein Petri-Netz ist tot, wenn alle Transitionen tot sind



- Ein Petri-Netz ist schwach lebendig/ deadlockfrei, wenn unter jeder Markierung mindestens eine Transition aktiviert ist.



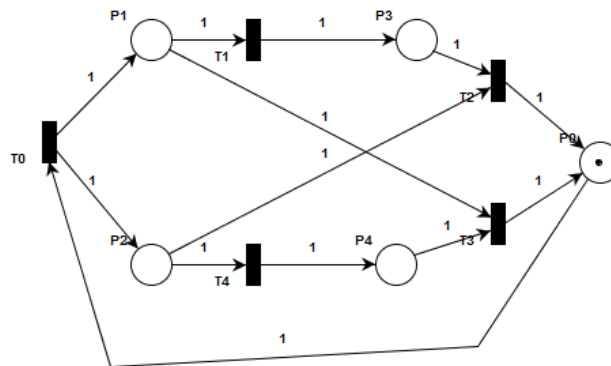
- Ein Petri-Netz heißt (stark) lebendig, falls alle Transitionen lebendig sind.



# Eigenschaften von Petrinetzen

## Aufgabe 4:

Welche Eigenschaften treffen auf die folgenden Petrinetze zu?

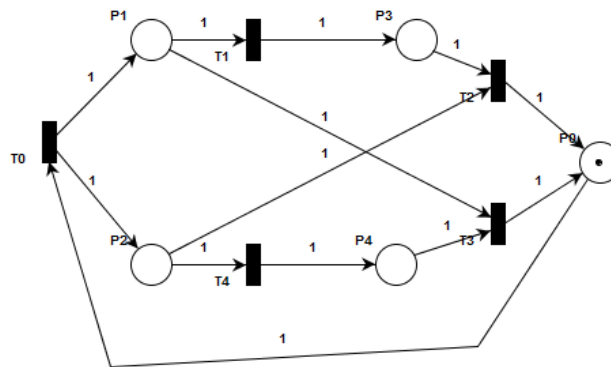


deadlockfrei  
schwach lebendig  
stark lebendig  
tot  
free choice  
beschränkt

# Eigenschaften von Petrinetzen

## Lösung Aufgabe 4:

Welche Eigenschaften treffen auf die folgenden Petrinetze zu?



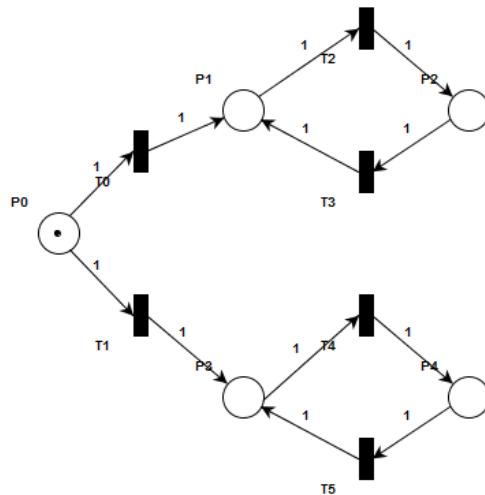
deadlockfrei  
schwach lebendig  
stark lebendig  
tot  
free choice  
beschränkt x



# Eigenschaften von Petrinetzen

## Aufgabe 5:

Welche Eigenschaften treffen auf die folgenden Petrinetze zu?

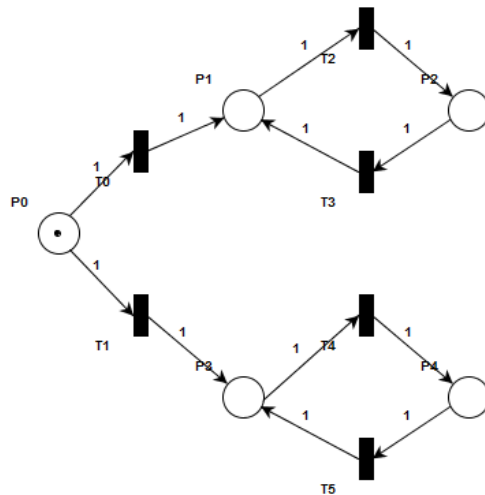


deadlockfrei  
schwach lebendig  
stark lebendig  
tot  
free choice  
beschränkt

# Eigenschaften von Petrinetzen

## Lösung Aufgabe 5:

Welche Eigenschaften treffen auf die folgenden Petrinetze zu?

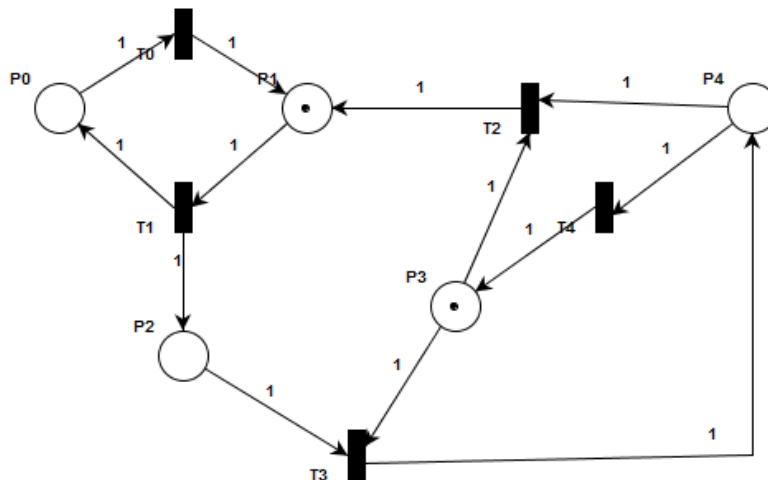


deadlockfrei x  
schwach lebendig x  
stark lebendig  
tot  
free choice x  
beschränkt x

# Eigenschaften von Petrinetzen

## Aufgabe 6:

Welche Eigenschaften treffen auf die folgenden Petrinetze zu?

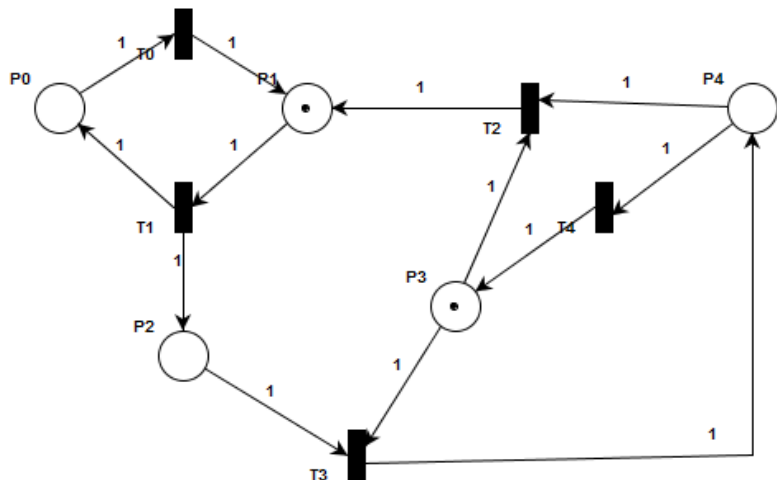


deadlockfrei  
schwach lebendig  
stark lebendig  
tot  
free choice  
sicher (1-beschränkt)  
k-beschränkt

# Eigenschaften von Petrinetzen

## Lösung Aufgabe 6:

Welche Eigenschaften treffen auf die folgenden Petrinetze zu?

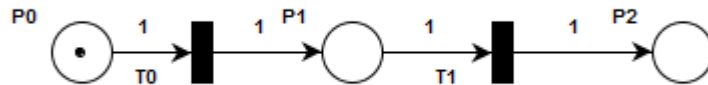


deadlockfrei x  
schwach lebendig x  
stark lebendig  
tot  
free choice  
sicher (1-beschränkt)  
k-beschränkt

# Eigenschaften von Petrinetzen

## Aufgabe 7:

Welche Eigenschaften treffen auf die folgenden Petrinetze zu?

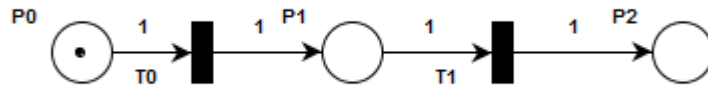


deadlockfrei  
schwach lebendig  
stark lebendig  
tot  
free choice  
sicher (1-beschränkt)  
k-beschränkt

# Eigenschaften von Petrinetzen

## Lösung Aufgabe 7:

Welche Eigenschaften treffen auf die folgenden Petrinetze zu?



deadlockfrei

schwach lebendig

stark lebendig

tot

free choice x

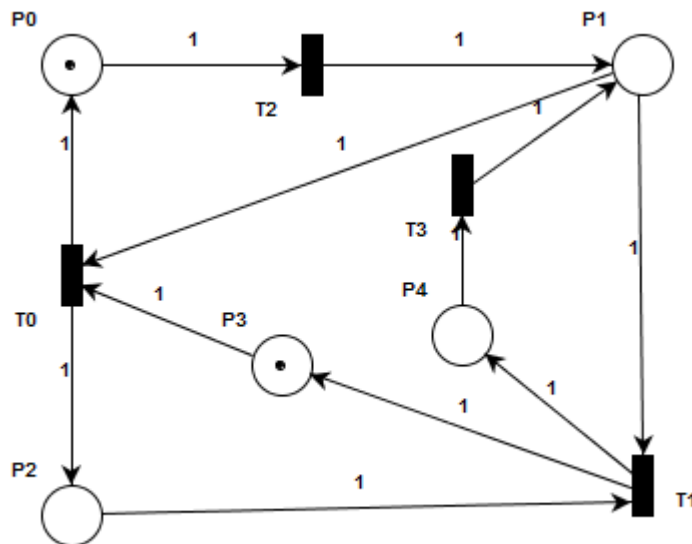
sicher (1-beschränkt) x

k-beschränkt x

# Eigenschaften von Petrinetzen

## Aufgabe 8:

Welche Eigenschaften treffen auf die folgenden Petrinetze zu?

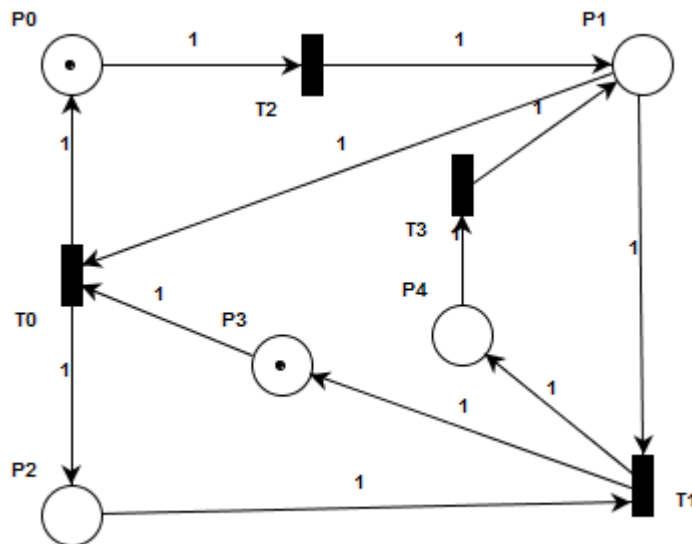


deadlockfrei  
schwach lebendig  
stark lebendig  
tot  
free choice  
sicher (1-beschränkt)  
k-beschränkt

# Eigenschaften von Petrinetzen

## Lösung Aufgabe 8:

Welche Eigenschaften treffen auf die folgenden Petrinetze zu?



deadlockfrei x  
schwach lebendig x  
stark lebendig x  
tot  
free choice  
sicher (1-beschränkt) x  
k-beschränkt x



# Eigenschaften von Petrinetzen

## Reversibilität/ Terminiertheit:

- Ein markiertes Petrinetz heißt **reversibel**, wenn  $m_0$  von jeder erreichbaren Markierung aus erreichbar ist.
- Ein markiertes Petrinetz **terminiert**, wenn die Menge der Schaltfolgen endlich ist.

# Workflownetz WFN:

## **Notwendige Eigenschaften von WFN**

- Es existiert eine eindeutige Start- und Endstelle
- Der einzige Deadlock ist der Endzustand (bzw. ist das short circuited WFN deadlockfrei)
- Es gibt keine Livelocks

## **Darüberhinaus wünschenswert**

- Stellen, die Vorbedingungen für Tasks repräsentieren, enthalten nie mehr als eine Marke
- Es bleiben keine Marken im System zurück, d.h. in der erreichbaren Endmarkierung besitzt nur der Endzustand eine Marke
- Der Endzustand kann nur eine Marke enthalten (das WFN terminiert genau einmal)

# Eigenschaften von Petrinetzen

## **Stellen-Transitionsnetz**

- Mehrere Token pro Stelle
- Gewichte an Kanten

## **Bedingungs-Ereignisnetz**

- Kapazität der Stelle auf 1 begrenzt
- Kantengewicht auf 1 begrenzt

# Eigenschaften von Petrinetzen

## Aufgabe 9:

**Sind die folgenden Aussagen wahr?**

- Ein Petrinetz ist genau dann verklemmungsfrei, wenn der dazugehörige Markierungsgraph keinen Knoten ohne Nachfolger besitzt.
- Ein markiertes Petrinetz terminiert genau dann, wenn der dazugehörige Markierungsgraph zyklensfrei ist.
- Es gibt kein Petrinetz, welches terminiert und verklemmungsfrei ist.
- Jedes lebendige Petrinetz mit mindestens einer Transition ist verklemmungsfrei.
- Ein Petrinetz ist genau dann lebendig, wenn unter keiner erreichbaren Markierung eine tote Transition existiert.
- Ein Petrinetz ist genau dann beschränkt, wenn die Menge der erreichbaren Markierungen endlich ist.

# Eigenschaften von Petrinetzen

## Lösung Aufgabe 9:

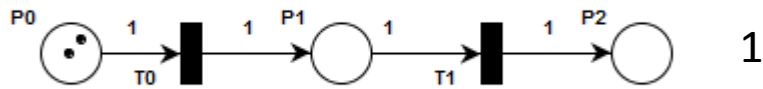
Sind die folgenden Aussagen wahr?

- Ein Petrinetz ist genau dann verklemmungsfrei, wenn der dazugehörige Markierungsgraph keinen Knoten ohne Nachfolger besitzt. [Wahr]
- Ein markiertes Petrinetz terminiert genau dann, wenn der dazugehörige Markierungsgraph zyklensfrei ist. [Wahr]
- Es gibt kein Petrinetz, welches terminiert und verklemmungsfrei ist. [Wahr]
- Jedes lebendige Petrinetz mit mindestens einer Transition ist verklemmungsfrei. [Wahr]
- Ein Petrinetz ist genau dann lebendig, wenn unter keiner erreichbaren Markierung eine tote Transition existiert. [Wahr]
- Ein Petrinetz ist genau dann beschränkt, wenn die Menge der erreichbaren Markierungen endlich ist. [Wahr]

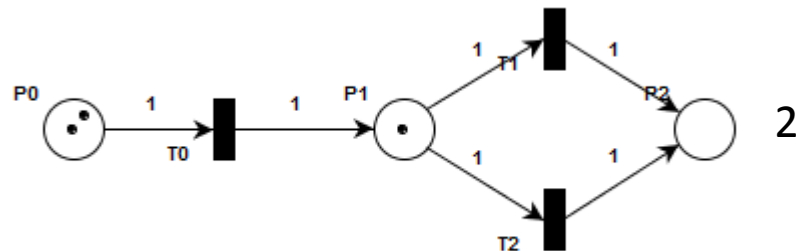
# Eigenschaften von Petrinetzen

## Aufgabe 10:

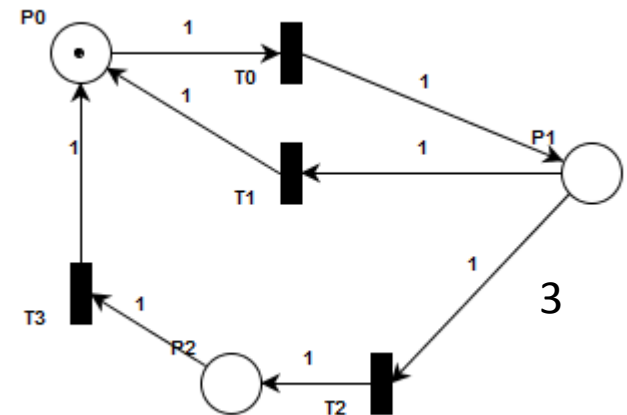
Zeichnen Sie den Erreichbarkeitsgraphen für die folgenden Petrinetze.



1



2



3