

Konfidenzintervalle

Seminaraufgaben

- (1) X sei eine normalverteilte Zufallsgröße, deren Mittelwert μ jedoch unbekannt sei. Bestimmen Sie anhand der Stichprobe

| | | | | | | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| x_i | 140 | 162 | 128 | 132 | 136 | 148 | 140 | 128 | 135 | 158 |

ein zweiseitiges Vertrauensintervall für den Mittelwert μ

- (a) bei bekannter Varianz $\sigma^2 = 9$
(b) bei unbekannter Varianz σ^2
zum Konfidenzniveau 0.95.
- (2) Zur Untersuchung einer Stahlsorte bezüglich ihrer Streckgrenze wurden 145 Messungen durchgeführt und daraus das arithmetische Mittel $\bar{x} = 314.0 \text{ N/mm}^2$ berechnet.
- (a) Unter der Voraussetzung, dass die Streckgrenze eine normalverteilte Zufallsgröße X ist, soll das konkrete Konfidenzintervall für μ zum Konfidenzniveau 99% bestimmt werden. Die Streuung von X sei aus Erfahrung bekannt und betrage $\sigma^2 = 1000 \text{ (N/mm}^2\text{)}^2$.
- (b) Wieviele Messung sind durchzuführen um zum gleichen Niveau ein Konfidenzintervall der Länge $L = 8.0 \text{ N/mm}^2$ zu erhalten?
- (c) Wie groß ist das Konfidenzniveau zu wählen, um bei $n = 145$ Messungen ein Konfidenzintervall der Länge $L = 8.0 \text{ N/mm}^2$ zu erhalten?
- (3) In einer Lebensmittelfabrik werden verschiedene Produkte hergestellt. Für ein spezielles Produkt ist das Mindestfüllgewicht 125 g. Aus langjährigen Messreihen ist bekannt, dass das Füllgewicht dieses Produktes normalverteilt ist. Die Firmenleitung legt großen Wert darauf, dass das Füllgewicht nur wenig schwankt. Aus der Tagesproduktion wurde eine Stichprobe von 26 entnommen und gewogen. Für die Messreihe ergab sich ein mittleres Füllgewicht von 124.58 g und eine Schwankung (Varianz) 2.95 .
- (a) Bestimmen Sie einen 95%–Vertrauensbereich für die Schwankung.
(b) Bestimmen Sie einen nach oben 95%–Vertrauensbereich für die Schwankung.
- (4) Ein Chemieunternehmen möchte den Bekanntheitsgrad eines von ihm hergestellten Waschmittels in Erfahrung bringen. Dazu werden 400 Personen zufällig ausgewählt und befragt. Das Waschmittel war 30 % der Befragten namentlich bekannt.
- (a) Bestimmen Sie ein Konfidenzintervall für den Bekanntheitsgrad für $\alpha = 0.1$.

- (b) Bestimmen Sie ein nach unten begrenztes Konfidenzintervall für den Bekanntheitsgrad für $\alpha = 0.1$.

Aufgaben zur Nachbereitung

- (1) Aus einer großen Lieferung abgepackter Kartoffeln werden 10 Säcke entnommen. Folgende Gewichte in kg werden notiert:
9.5 10.5 10.0 10.0 10.2 10.0 10.4 9.6 9.8 10.0
Die Gewichte der Packungen seien näherungsweise normalverteilt. Bestimmen Sie ein zweiseitiges Konfidenzintervall
(a) zum Konfidenzniveau 0.95
(b) zum Konfidenzniveau 0.99
für das durchschnittliche Gewicht der Packungen in der Lieferung.
(c) Welche Auswirkung hat die Änderung des Konfidenzintervalls
- (2) 20 Messungen der Schaftlänge von Zylinderschrauben ergaben eine mittlere Länge von 18 mm und eine Standardabweichung von $28\text{ }\mu\text{m}$. Gesucht sind die Konfidenzgrenzen für die Streubreite σ mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5 %, wenn die Schaftlänge als normalverteilt angenommen werden kann.
Hinweis: Gesucht ist hier ein KI für σ (in μm) anstatt für σ^2 .
- (3) Bei der Produktion von bestimmten Bauteilen für elektronische Geräte sei p die Ausschusswahrscheinlichkeit. Um Aufschluss über p zu bekommen, wird eine Stichprobe von n Teilen entnommen, die auf ihre Funktionsfähigkeit überprüft werden.
(a) Geben Sie ein Konfidenzintervall für die Ausschusswahrscheinlichkeit an zum Konfidenzniveau von 95 % an, wenn 69 der 600 überprüften Bauteile defekt sind.
(b) Geben Sie die Größe der Stichprobe an, so dass zum Konfidenzniveau 95% die Länge des Konfidenzintervalls 0.05 beträgt.

Lösungen der Nachbereitung

- (1a) $[9.7738; 10.2262]$
(1b) $[9.675; 10.3250]$
(1c) siehe Konsultation
(2) $[21.29\text{ }\mu\text{m}; 40.88\text{ }\mu\text{m}]$

(3a) $[0.0895; 0.1405]$

(3b) 626