

Diskrete Zufallsgrößen

Seminaraufgaben

- (1) Zu Prüfzwecken wird aus einem sehr großen Warenposten eine Stichprobe vom Umfang $n = 3$ entnommen. X sei die zufällige Anzahl der Ausschussteile unter den 3 geprüften Teilen, wobei der Ausschussprozentsatz des Warenposten 10% beträgt.
 - a) Geben Sie die Tabelle der Einzelwahrscheinlichkeiten an.
 - b) Skizzieren Sie die Verteilungsfunktion
 - c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in der Stichprobe höchstens 1 Teil Ausschuss ist.
- (2) Mit welcher Wahrscheinlichkeit gibt es in einer Familie mit 6 Kindern
 - a) ebenso viele Jungen wie Mädchen
 - b) mehr Jungen als Mädchen?
- (3) Ein Gemüsehändler bezieht vom Großmarkt Orangen, wobei ihm gesagt wird, dass höchstens 10% davon ungenießbar sind. Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass
 - a) unter 10 Orangen keine faul ist.
 - b) unter 20 Orangen genau eine faul ist.
 - c) unter 20 Orangen mindestens eine faul ist.
- (4) Auf einem Fragebogen sind 12 Fragen zu beantworten, wobei zu jeder Frage eine richtige und drei falsche Antworten möglich sind. Eine völlig ahnungslose Person kreuzt bei jeder Frage die richtige Antwort mit der Wahrscheinlichkeit 0.25 an. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kreuzt sie mindestens 6 Antworten richtig an?
- (5) Wie oft muss man einen idealen Würfel mindestens werfen, um mit der Wahrscheinlichkeit von 0.9 mindestens einmal eine 6 zu erhalten?
- (6) Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Teilnehmer im Verlaufe einer Stunde bei einer Zentrale anruft, betrage 0.01. Die Zentrale bedient 300 Teilnehmer. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass während einer Stunde
 - a) genau 4 Teilnehmer anrufen?

- b) wenigstens 4 Teilnehmer anrufen?
- (7) In einer Abteilung stehen 12 gleichartige Maschinen. Jede dieser Maschinen fällt mit einer Wahrscheinlichkeit von 2% in einer Schicht aus. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 2 Maschinen ausfallen?
- (8) In einer Schublade befinden sich 6 Paar schwarze und 4 Paar weiße Socken. Es werden 3 Paar Socken aus der Schublade entnommen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat man genau zwei Paar schwarze Socken erwischt?
- (9) Eine Lieferung von 100 Dioden enthalte genau 4 fehlerhafte. Aus der Lieferung werden zufällig 5 Dioden entnommen. Die Zufallsvariable X beschreibe die Anzahl der fehlerhaften unter den 5 entnommenen Dioden.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit höchstens eine fehlerhafte Diode zu ziehen?

Aufgaben zur Nachbereitung

- (1) Bei einer Qualitätskontrolle hat man mit einem Ausschuss von 5% zu rechnen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass
- (a) unter 10 Artikeln kein Ausschuss ist.
 - (b) unter 20 Artikeln höchstens ein Artikel defekt ist.
- (2) Eine Seminargruppe besteht aus 12 Studierenden. Jeder Studierende besucht mit der Wahrscheinlichkeit $p = 0,6$ die Seminare. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind wenigstens $\frac{2}{3}$ der Studenten zum Seminar anwesend ?
- (3) Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Brennelement in einem Kernreaktor den Bedingungen einer Qualitätsprüfung nicht genügt, beträgt 0,0002. Man ermittle die Wahrscheinlichkeit, dass
- (a) höchstens 2 von 5000
 - (b) genau 1 von 1000
 - (c) keines von 100
- dieser Brennelemente die Qualitätsbedingungen nicht erfüllt.
- (4) An einer Tankstelle kommen zwischen 16.00 und 18.00 Uhr durchschnittlich 4 Fahrzeuge pro Minute an. Die Anzahl der in einer Minute ankommenden Fahrzeuge sei poissonverteilt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass

- (a) kein Fahrzeug ankommt.
 (b) genau ein Fahrzeug ankommt.
 (c) genau zwei Fahrzeuge ankommen .
 (d) mindestens 3 Fahrzeuge ankommen.
- (5) Von 100 Losen gewinnt jedes fünfte Los. Es werden 3 Lose gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit mindestens einen Gewinn zu erhalten?
 Verwenden Sie die hypergeometrische Verteilung und die Binomialverteilung.

- (6) Gegeben seien die Einzelwahrscheinlichkeiten einer Zufallsgröße X .

i	-3	-2	-1	1	2	4	5
p_i	0,05	0,1	0,2	0,4	0,1	0,1	0,05

- (a) Bestimmen sie die zugehörige Verteilungsfunktion.
 (b) $P(-2 \leq X < 2)$
 (c) $P(-2 \leq X \leq 2)$
 (d) $P(X > 3)$
 (e) $F(-1)$
 (f) $F(5)$
 (g) $E(X)$
 (h) $D^2(X)$

Lösungen der Nachbereitung

- (1a) 0.598 (1b) 0.7358
 (2) 0.43318
 (3) (a) 0.91970 (b) 0.16375 (c) 0.98020
 (4) (a) 0.0183 (b) 0.0733 (c) 0.1465 (d) 0.7619
 (5) 0,492 hypergeomtr. verteilt
 0,488 binomial verteilt

$$(6a) \quad F_X(x) = \begin{cases} 0 & , x < -3 \\ 0,05 & , -3 \leq x < -2 \\ 0,15 & , -2 \leq x < -1 \\ 0,35 & , -1 \leq x < 1 \\ 0,75 & , 1 \leq x < 2 \\ 0,85 & , 2 \leq x < 4 \\ 0,95 & , 4 \leq x < 5 \\ 1 & , x \geq 5 \end{cases}$$

$$(6b) \quad 0,7$$

$$(6e) \quad 0,35$$

$$(6h) \quad 4,21$$

$$(6c) \quad 0,8$$

$$(6f) \quad 1$$

$$(6d) \quad 0,15$$

$$(6g) \quad 0,7$$