

Base de physique pour la SVT

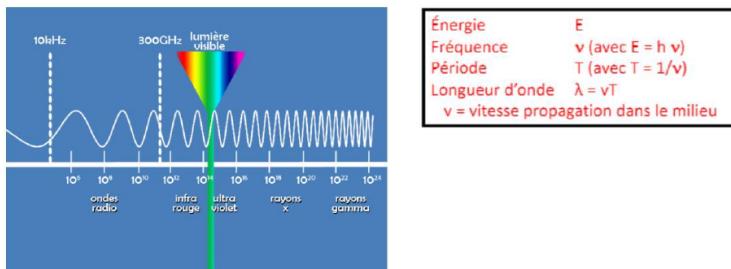
L'optique

Introduction

Etude de l'optique pour comprendre les phénomènes de propagation des rayons lumineux dans les instruments d'optique et pour des analyses de biologie/technologie.

L'optique physique (ou ondulatoire) prend en compte l'aspect ondulatoire de la lumière pour expliquer les phénomènes de propagation optique. > **Lumière : onde électromagnétique qui se propage sans support** (sans déplacement de matière) : le photon n'a pas de masse = quasi-particule. L'énergie du photon est caractérisée par la formule : $E = h \cdot \nu$ où ν = fréquence et h = la constante de Planck soit $6,62 \times 10^{-34}$ J.s.

Onde : perturbation qui se propage.



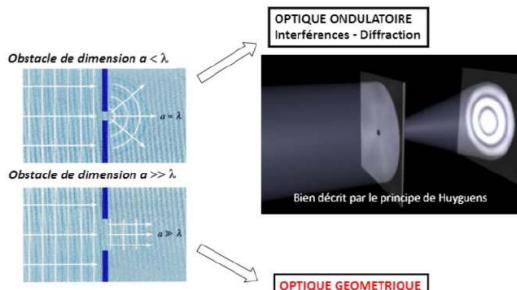
Spectre du visible entre 800 (rouge) et 400 (violet) nm.

Onde électromagnétique	Application
Rayons X	Imagerie médicale
Rayons UV	Banc solaire
Lumière visible	Vision
Infrarouges	Chaudrage
Fréquences extrêmement hautes	Radars
Fréquences super hautes	Alarme anti-intrusion
Fréquences ultra hautes	Portables
Très hautes fréquences	Télévision
Hautes fréquences	Soudage
Fréquences moyennes	Radio diffusion MO-PO
Basses fréquences	Tours à induction

Très basses fréquences	Radio-communication
Fréquences audio	Chauffage par induction
Extrêmement basses fréquences	Electroménager

L'optique géométrique :

Dans ce cours on va faire une étude approchée de la propagation de la lumière, basée sur la notion de rayons lumineux à travers les systèmes optiques et la formation des images. La taille d'un objet \gg à la longueur d'onde λ .



Les ondes électromagnétiques se propagent dans le vide à la vitesse de la lumière :

$$c = 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s} \simeq 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \simeq 300000 \text{ km/s}$$

Le son se propage environ 1 million de fois moins vite $>$ on voit le tonnerre avant de l'entendre.

Chapitre 2 – Lois de Descartes, dispersion – images et objets réel ou virtuel, dioptre plan, prisme et application à la réfractométrie

Lois de Descartes

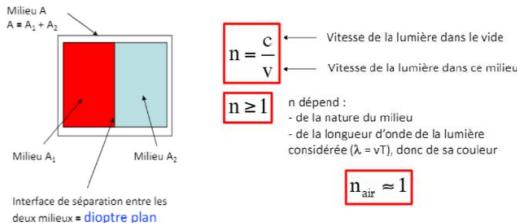
La lumière est fournie par une source lumineuse (soleil, lampe, LED, LASER etc.). Elle traverse le vide sans aucune modification.

Lorsque la source de lumière est à l'infini (soleil), les rayons lumineux qui arrivent vers l'observateur sont parallèles. Enfin lorsqu'elle est à une distance finie, les rayons se dirigent sous forme de cloche.

Un objet éclairé peut stopper la lumière (éclipses) ou la diffuser (brouillard), ou encore l'absorber (lunettes solaires) et enfin émettre de la lumière (phosphorescence).

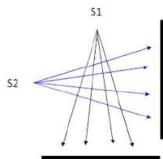
3 principes :

- **Propagation rectiligne de la lumière dans un milieu homogène** (les propriétés de la lumière sont toutes identiques dans ce milieu) :

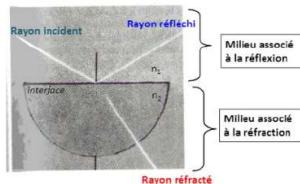
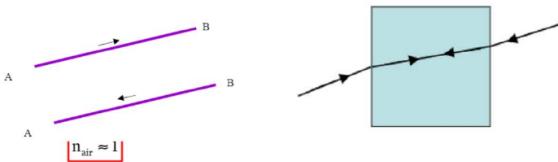


Le milieu A n'est pas homogène ; les milieux A₁ et A₂ sont homogènes. **Un milieu homogène** est un milieu d'indice de réfraction n constant.

- **L'indépendance des rayons lumineux** : il n'y a aucune interférence entre des rayons qui se croisent.



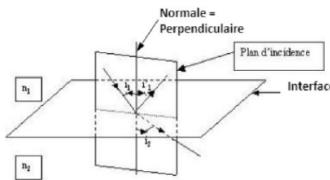
- **Le retour inverse de la lumière** : le trajet lumineux de A → B est identique au trajet B → A.



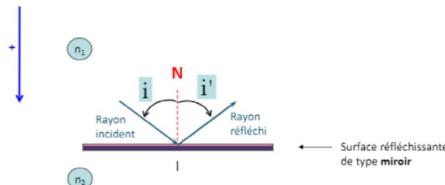
Rayon réfracté : **rayon qui subit un changement de direction en traversant l'interface (= surface de séparation) entre deux milieux transparents d'indices de réfraction n_1 et n_2 différents.**

Lois de Descartes

- **Première** : **les trois rayons incident, réfléchi et réfracté, sont tous dans le même plan**, appelé plan d'incidence. Le plan d'incidence est formé par le rayon incident et la normale (perpendiculaire, dans un schéma la première chose à faire est de tracer la normale) à la surface de séparation (interface) entre les deux milieux d'indices de réfraction n_1 et n_2 différents.

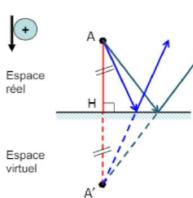


- **Deuxième (réflexion)** : l'angle de réflexion est égal et opposé à l'angle d'incidence. **On a $i = -i'$** mais on ne tient pas compte du signe donc $i = i'$. Les angles se définissent toujours par rapport à la normale N.



Soit A un point placé dans l'espace objet réel d'un miroir plan :

$$\text{Objet } A \xrightarrow{M} \text{Image } A'$$



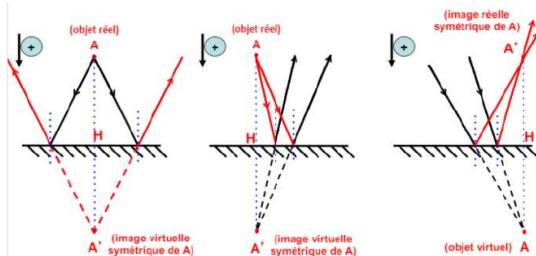
Point objet (objet ponctuel) : point d'où sont issus les rayons incidents, se dirigeant vers le système optique par rapport au sens de propagation de la lumière. Ici, l'objet est dans l'espace réel alors on a un objet réel.

Point image (image ponctuelle) : point d'où sont issus les rayons émergents, qui sortent du système optique par rapport au sens de propagation de la lumière. Ici, l'image est dans l'espace virtuel alors on a une image virtuelle.

L'image A' d'un point objet A donnée par un miroir plan est le point symétrique de A **par rapport au miroir** > AH = A'H. A' est appelée image virtuelle de l'objet réel A.

Le miroir plan est le seul système optique rigoureusement stigmatique pour tous les points de l'espace : tous les rayons issus de A arrivant sur le miroir se réfléchissent en passant par A' donc l'image d'un point est un point.

Miroir plan et tracé de rayons lumineux :

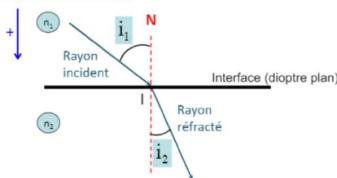


Règles : on utilise le sens des flèches sur les rayons déjà placés et les traits.

- Les rayons arrivant sur le miroir proviennent de l'objet A.
- Ceux qui sortent proviennent de l'image A'.
- Une fois qu'on a la position de A alors A' (et inversement) s'obtient par symétrie par rapport au miroir AH = A'H.
- Ensuite les rayons à tracer proviennent de A' pour ressortir du miroir ou proviennent de A pour arriver sur le miroir.
- **3^{ème} loi (réfraction) : Pour deux milieux transparents donnés, d'indices de réfraction n₁ et n₂, séparés par une interphase de type dioptre plan, le rapport du sinus de l'angle d'incidence i₁ au sinus de l'angle i₂ est constant.**

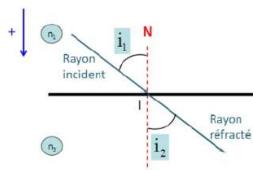
$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

Les angles se définissent entre les rayons et la normal.

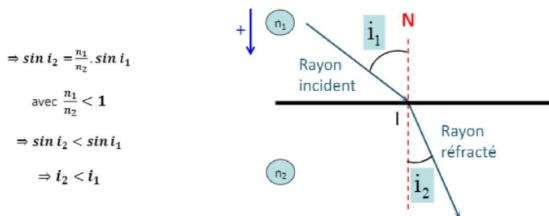


Cas 1 : les deux milieux ont le même indice de réfraction.

$n_1 = n_2$ Le rayon n'est pas dévié quel que soit la valeur de l'angle d'incidence.
 $\Rightarrow \sin i_1 = \sin i_2$ Utilisé en microscopie optique avec les objectifs à immersion.
 $\Rightarrow i_1 = i_2$



Cas 2 : le milieu 2 est plus réfringent que le 1. $n_2 > n_1 \Leftrightarrow n_1 < n_2$. Le milieu de réfraction est donc plus réfringent que le milieu d'incidence.

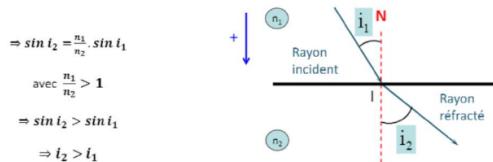


Le rayon réfracté dans un milieu plus réfringent que le milieu incident se rapproche de la normale il est donc dévié. Il y a toujours un rayon transmis. Pour $i_1 = 90^\circ$, incidence rasante, i_2 est appelé angle limite de réfraction.

Exemple :
 milieu 1 : air, $n_1 = 1$, milieu 2 : eau douce, $n_2 = 1,33$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Calculer } i_2 \text{ pour } i_1 = 20^\circ \rightarrow i_2 = 14,90^\circ \\ \text{Calculer } i_2 \text{ pour } i_1 = 90^\circ \rightarrow i_2 = 48,75^\circ \end{array} \right.$$

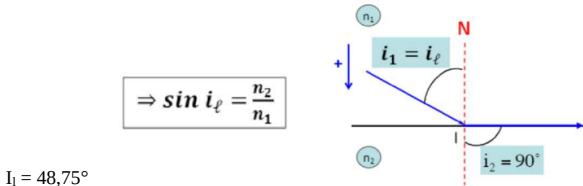
Cas 3 : le milieu 2 est moins réfringent que le 1. $n_2 < n_1 \Leftrightarrow n_1 > n_2$. Le milieu de réfraction est donc moins réfringent que le milieu d'incidence.



Le rayon réfracté dans un milieu moins réfringent que le milieu incident s'éloigne de la normale (il arrive plus vite à sa limite de 90° donc il n'existe pas toujours de rayon transmis).

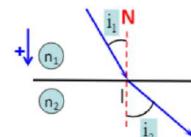
Ex : milieu 1 : eau, $n_1 = 1,33$ / milieu 2 : air, $n_2 = 1$. Calculer i_2 pour $i_1 = 20^\circ$ et 90° .

L'angle limite d'incidence $i_1 = i_l$ est calculé avec $\sin i_2 = 1$, ce qui correspond à $i_2 = 90^\circ$. On dit alors qu'il y a émergence rasante. On parle d'émergence rasante quand l'angle de réfraction vaut 90° .

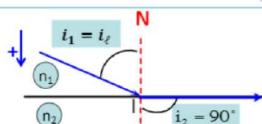


Récap :

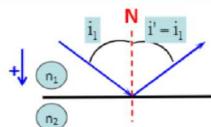
- Si $i_1 < i_\ell$ alors $\sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot \sin i_1$
⇒ le rayon réfracté existe



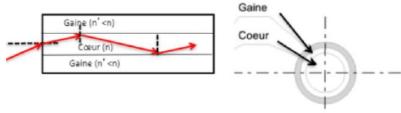
- Si $i_1 = i_\ell$ alors $i_2 = 90^\circ$
⇒ il y a émergence rasante



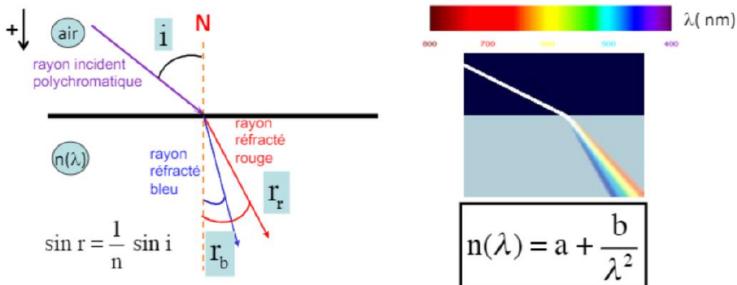
- Si $i_1 > i_\ell$ alors i_2 ne peut pas être calculé
⇒ il y a réflexion totale



Application à la réflexion totale : fibre optique : pour guider la lumière, la fibre utilise le phénomène de réflexion totale qui se produit à l'interface entre deux milieux d'indices différents : le cœur et la gaine optique.



Dispersion chromatique : pour un milieu donné, l'indice de réfraction dépend de la longueur d'onde de la lumière qui le traverse : il y a dispersion de la lumière.

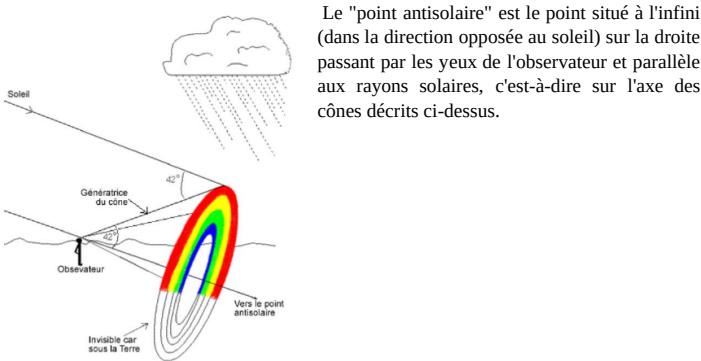


$$\lambda_{\text{rouge}} > \lambda_{\text{bleu}} \longrightarrow n_{\text{rouge}} < n_{\text{bleu}} \longrightarrow r_{\text{rouge}} > r_{\text{bleu}}$$

Quand on donne un seul indice de réfraction n pour un milieu sans préciser, c'est l'indice moyen du milieu pour la lumière blanche.

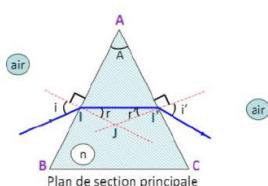
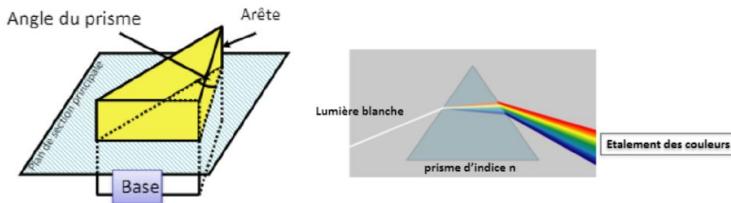
L'arc-en-ciel est un phénomène naturel de la dispersion chromatique. C'est une illusion d'optique due à la dispersion de la lumière du soleil par les gouttes d'eau, avec un angle de déviation maximal compris entre 40 et 42,4 degrés.

Les gouttes d'eau qui envoient de la lumière vers l'observateur sous une déviation d'environ 42° (rouge) sont plus hautes que celles lui envoyant de la lumière sous une déviation de 40° (bleu) > la lumière venant des gouttes d'eau hautes est plus rouge aux yeux de l'observateur que celle venant des gouttes plus basses, apparaissant plus bleue. Le rouge est à l'extérieur et le bleu à l'intérieur. Les rayons lumineux forment des cônes, dont le sommet correspond aux yeux de l'observateur et dont l'axe est le rayon solaire passant par les yeux de l'observateur.



Le prisme : milieu homogène et transparent d'indice de réfraction n limité par deux dioptres plans non parallèles. L'intersection de ces dioptres constitue l'arête du prisme. Il réalise deux actions :

- **La déviation de la lumière** aux deux interfaces d'entrée et de sortie (exactement de la même manière à cause du retour inverse de la lumière). Le prisme dévie la lumière vers sa base.
- **L'étalement des couleurs** à cause de la dispersion.



Soit un prisme ABC, d'angle au sommet A et d'indice de réfraction n , placé dans l'air d'indice de réfraction égal à 1.

Attention les angles i , r , r' et i' sont toujours positionnés dans cet ordre pour que les formules du prisme soient valides.

Réfraction au point d'incidence I

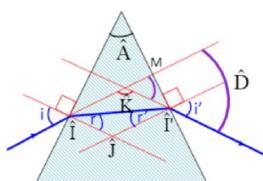
$$\sin i = n \sin r$$

Réfraction au point d'émergence I'

$$n \sin r' = \sin i'$$

$$A = r + r'$$

Déviation d'un rayon incident par un prisme :



Si on prolonge le rayon incident vers l'avant et le rayon émergent vers l'arrière par rapport au sens de propagation de la lumière, les deux rayons se coupent au point K et définissent l'angle de déviation D. D est l'angle de déviation du rayon incident après sa traversée du prisme.

$$D = i + i' - A$$

La déviation D est l'angle dont le prisme dévie les rayons lumineux. Le rayon émergent est toujours dévié vers la base du prisme ($D > 0$). Puisque l'indice de réfraction n du prisme dépend de la longueur d'onde λ de la lumière incidente, par la relation :

$$n(\lambda) = a + \frac{b}{\lambda^2}$$

Alors l'angle de déviation D dépend aussi de la couleur de la lumière qui traverse le prisme par le phénomène de dispersion de la lumière.

Conditions d'émergence :

- 1^{ère} : Le rayon incident pénètre dans le prisme quel que soit l'angle d'incidence i si le prisme est placé dans l'air, puisque $n > 1$. En revanche, le rayon émergent ne ressort sur la surface de sortie que si la réfraction (vers un milieu moins réfringent ici) est possible. La condition correspondante pour l'angle d'incidence i s'appelle : la première condition d'émergence :

$$i_0 \leq i < 90^\circ \text{ avec } \sin i_0 = n \sin(A - r'_l) \text{ et } r'_l = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$$

- Si $i \geq i_0$ il y a réfraction en l' sur la face d'émergence du prisme et la déviation existe
- Si $i < i_0$ il y a réflexion totale en l' vers l'intérieur du prisme.

- 2^{ème} : on la déduit :

$$A = r + r' \leq 2r'_l$$

Exemple :

Si $n = 1,5$ (indice typique d'un verre), on trouve :

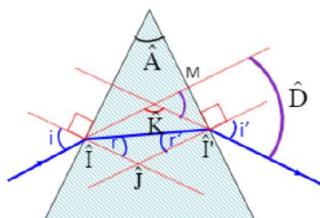
$$r'_l = \arcsin(1/n) = 41,8^\circ$$

La 2^{ème} condition $A \leq 2r'_l$ donne : $A \leq 83,6^\circ$

On peut prendre une valeur typique $A = 60^\circ$

La 1^{ère} condition est $i_0 \leq i < 90^\circ$ dans laquelle $\sin i_0 = n \sin(A - r'_l)$.

La 1^{ère} condition s'écrit alors $28^\circ \leq i < 90^\circ$



La 1^{ère} condition est expérimentale. L'utilisateur la change en éclairant le prisme de manière suffisamment oblique pour que la lumière ressorte par la face de sortie.

La 2^{ème} condition est liée à l'appareil de mesure (ici l'angle au sommet du prisme).

Récap :

Il existe 4 relations fondamentales du prisme permettant de calculer les 4 angles inconnus (r , r' , i' , D) en fonction de ceux connus (i , n , A).

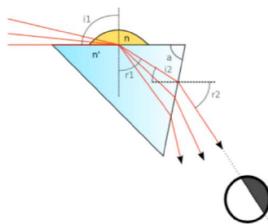
$$\begin{aligned} \sin i &= n \sin r \\ A &= r + r' \\ \sin i' &= n \sin r' \\ D &= i + i' - A \end{aligned}$$

Pour le prisme, les quantités (i , r , r' , i' , D , A) sont des angles.
Ex : on en déduit l'angle de déviation D (i , A , n).

Application à la réfractométrie :

Le réfractomètre permet la mesure directe d'indices de réfraction de liquides, fluides visqueux, gel etc.

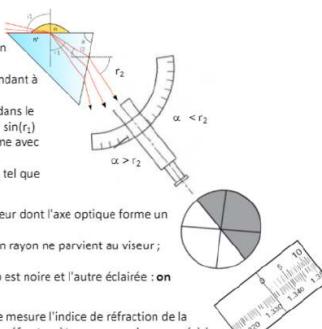
- Réfractomètre de Pulfrich, $A = 90^\circ$
- Réfractomètre d'Abbe, $A = 60^\circ$



Une goutte du liquide à tester (jaune), d'indice de réfraction inconnu n , est déposée sur un prisme d'indice de réfraction connu n' , avec $n' > n$. On éclaire le système avec une lumière monochromatique en incidence rasante. Un viseur en sortie de prisme permet de voir la limite (très nette) entre la plage sombre et celle illuminée. En connaissant la position de cette limite et l'indice du prisme n' , on peut mesurer l'indice n de l'échantillon.

D'après le schéma :

- mesure de l'indice de réfraction inconnu n par recherche de la direction du faisceau correspondant à une incidence rasante.
- angle maximum de réfraction dans le prisme = r_2 , avec $n \sin(90^\circ) = n' \sin(r_1)$
- arrivée sur l'autre face du prisme avec une incidence $i_2 = (90^\circ - r_1)$
- le rayon émergé avec l'angle r_2 tel que $n' \sin(r_2) = \sin(r_2)$

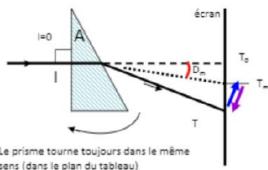


On examine la goutte avec un viseur dont l'axe optique forme un angle α avec l'horizontale :

- si $\alpha < r_2$: champ noir car aucun rayon ne parvient au viseur ;
- si $\alpha > r_2$: champ éclairé ;
- si $\alpha = r_2$, une moitié du champ est noire et l'autre éclairée : on peut alors réaliser la mesure.

On lit directement sur l'échelle de mesure l'indice de réfraction de la solution déposée sur le prisme du réfractomètre, avec une bonne précision. Les réfractomètres possèdent aussi une échelle graduée en concentration massique de saccharose exprimée en g/100mL (appelée échelle Brix).

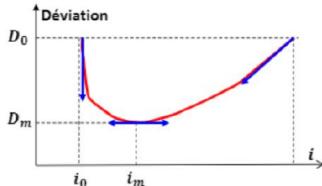
Etude de la déviation :



On fait tourner le prisme autour de son arête dans le sens de la flèche et l'angle d'incidence croît régulièrement.

La tache T se déplace sur l'écran suivant le trajet T puis reste un instant stationnaire en T_m pour se déplacer finalement en sens inverse suivant le trajet T' .

L'expérience montre qu'il existe une valeur i_m de l'angle d'incidence i qui rend la déviation D minimale.



Quand i varie, D décroît, passe par un minimum D_m et croît de nouveau ensuite.
 D_m est l'angle minimum de déviation

Après calculs, la seule solution acceptable est :

$$i = i' = i_m = \frac{A + D_m}{2} \Rightarrow r = r' = \frac{A}{2}$$

En substituant dans $\sin i = n \sin r$ on obtient la **formule de Fraunhofer**, utile pour mesurer l'indice du prisme :

Mesurer D_m revient à mesurer n . Un prisme peut donc être vu comme un appareil de mesure d'indices de réfraction.

$$n = \frac{\sin\left(\frac{A + D_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

38

Loi de Cauchy : variation de l'indice n avec la longueur d'onde λ .

$$n = a + \frac{b}{\lambda^2}$$

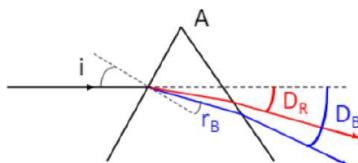
Donc n diminue quand λ augmente.

Exemple : cas des rayons rouge et bleu, avec $\lambda_R > \lambda_B$

$$\Rightarrow n_R < n_B$$

$$\sin r_R = \frac{\sin i}{n_R} \quad \text{et} \quad \sin r_B = \frac{\sin i}{n_B}$$

$$\Rightarrow r_B < r_R$$



On a de plus : $r' = A - r \Rightarrow r'_B > r'_R \Rightarrow n_B \sin r'_B > n_R \sin r'_R$

D'où : $i'_B > i'_R$.

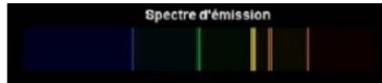
Et puisque $D = i + i' - A$

On conclut :

$$D_B > D_R$$

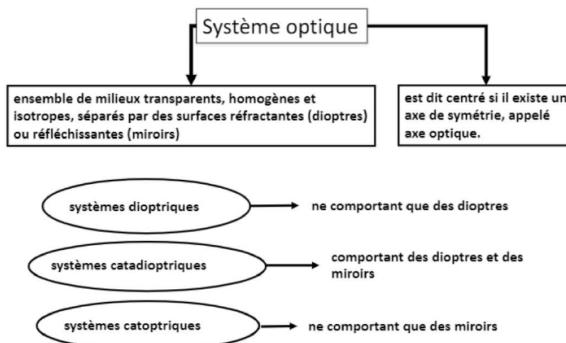
Si λ diminue alors D augmente

39



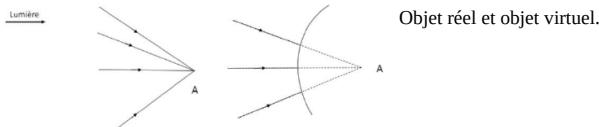
Images et objets réels ou virtuels :

Nature de l'objet : réel ou virtuel ?

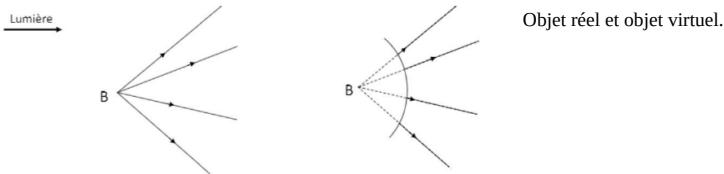


Faisceaux lumineux :

- **Convergents** : la lumière converge vers un même point.

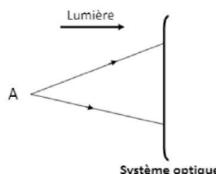


- **Divergents** : la lumière diverge d'un même point.

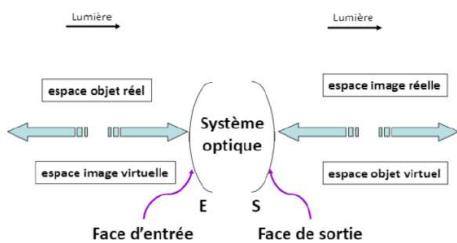
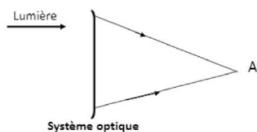


Point objet et point image :

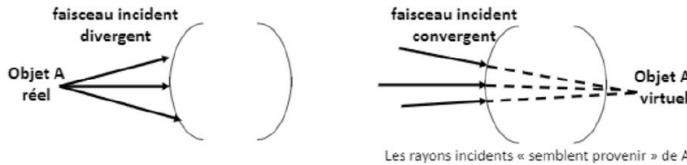
- **Point objet A** : c'est le point d'intersection des rayons **incidents**.



- **Image ponctuelle ou point image A'** : c'est le point d'intersection des rayons **émergents**.



Un objet est dit réel s'il est situé dans l'espace objet réel, il est dit virtuel dans le cas contraire.



Remarque : un objet virtuel est en fait une image réelle créée par un autre système optique. On intercale le système à étudier entre le 1^{er} système et l'image qu'il a donnée de l'objet.

Une image est dite réelle si elle est située dans l'espace image réelle, elle est dite virtuelle dans le cas contraire.



Dans le cas d'une image réelle A', les rayons émergents passent effectivement par A' après avoir traversé le système > on peut observer une image réelle sur l'écran (schéma ci-dessus à gauche).

Dans le cas d'un objet virtuel ou d'une image virtuelle, il est nécessaire de prolonger les rayons (par des rayons virtuels tracés en pointillés) pour trouver leur intersection > **on ne peut pas observer une image virtuelle sur un écran, mais on peut la voir en regardant à travers le système optique.**

Stigmatisme :

- **Rigoureux** : un système optique est rigoureusement stigmatique pour un point lumineux A si tous les rayons lumineux émergents, ou leurs prolongements, convergent exactement en un même point A'. On parle également de stigmatisme rigoureux lorsque la position de l'image est indépendante de l'angle d'incidence. Le miroir plan est rigoureusement stigmatique en tous points de l'espace. C'est le seul système optique dans ce cas-là.
- **Approché** : si tous les rayons lumineux émergents, ou leur prolongement, convergent approximativement en un point A'. Pour l'obtenir il faut se placer dans les conditions de Gauss, on a alors :

$$\sin i \sim i, \quad \cos i \sim 1, \quad \tan i \sim i$$

Le dioptre plan : l'interface plane séparant deux milieux transparents d'indice n_1 et n_2 .

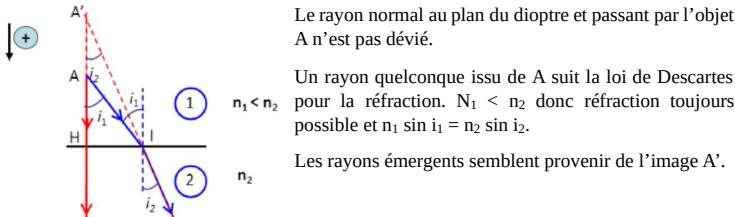


Image d'un point par un dioptre plan : soit A un point objet.

Son image A' (si elle existe au sens du stigmatisme rigoureux ou rapproché), ne pourra se trouver que sur la normale au dioptre plan passant par A car tout rayon incident normal au dioptre n'est pas dévié.

$$\text{Objet A} \xrightarrow[\text{(n}_1\text{)}]{\text{DP}} \text{Image A'} \text{ (n}_2\text{)}$$

Une image est définie par l'intersection d'au moins deux rayons.



On définit le lien entre les distances AH et A'H pour obtenir la formule de conjugaison du dioptre plan. Afin que cette formule soit valide quel que soit le sens de la lumière, on utilise les mesures algébriques qui sont des distances définies positives dans le sens de la lumière et négatives dans le sens opposé. Ici :

$$\overline{AH} = -\overline{HA} \text{ avec } \overline{AH} > 0 \text{ et } \overline{HA} < 0$$

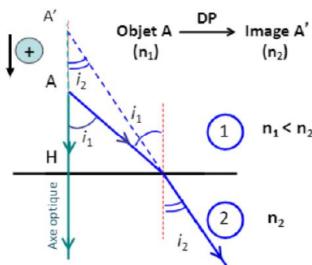
$$\overline{A'H} = -\overline{HA'} \text{ avec } \overline{A'H} > 0 \text{ et } \overline{HA'} < 0$$

Formule de conjugaison du dioptre plan :

Elle donne une relation entre la position de l'image A' et la position de l'objet A, en fonction d'un point particulier du système.

- Pour le dioptre plan, le point particulier s'appelle H.
- H est l'intersection entre le dioptre plan et l'axe optique.
- La formule de conjugaison s'obtient en prenant l'objet A positionné sur l'axe optique.
- L'image A' sera elle aussi positionnée sur l'axe optique.

$$\frac{n_1}{\overline{HA}} - \frac{n_2}{\overline{HA'}} = 0$$



Formule de conjugaison

$$\frac{n_1}{\overline{HA}} = \frac{n_2}{\overline{HA'}}$$

H est l'intersection entre le dioptre plan et l'axe optique. Donc on a $\frac{1}{\overline{HA}} < 0$.

\overline{HA} et $\overline{HA'}$ sont orientés algébriquement et toujours de même signe.

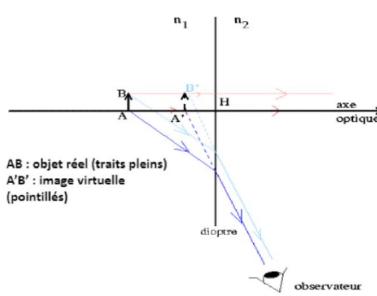
L'image d'un objet est toujours située du même côté que l'objet par rapport au dioptre plan.

A un objet réel correspond à une image virtuelle et réciproquement.

Image par un dioptre plan d'un objet AB perpendiculaire à l'axe optique.

Objet A $\xrightarrow{\text{DP}}$ **Image A' (n₂)**

- L'axe optique a un sens : la flèche indique le sens de la lumière.
- Le système optique (ici dioptre plan) est perpendiculaire à l'axe optique.



L'objet AB est perpendiculaire à l'axe optique avec A placé sur l'axe. Il est représenté par une flèche verticale AB.

H est l'intersection entre le dioptre plan et l'axe optique.

On considère que le tracé est fait dans les conditions de Gauss.

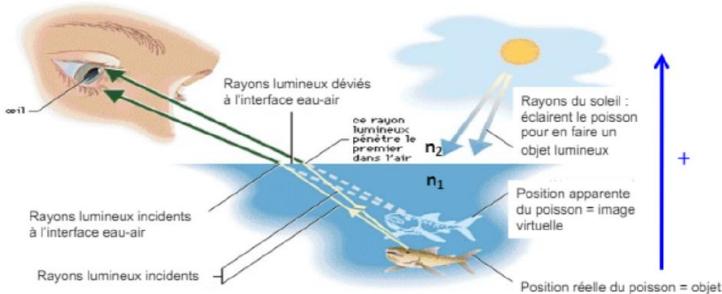
On trace l'image B' de B. L'image A' de A se trouve alors sur l'axe optique, à l'aplomb de B' : l'image A'B' est aussi une flèche verticale.

Conséquence sur la position de l'image :

On utilise la formule de conjugaison du dioptre plan :

$$\overline{HA'} = \frac{n_2}{n_1} \overline{HA}$$

Si $n_2 > n_1$ alors $\overline{HA'} > \overline{HA}$ et l'image est plus éloignée du dioptre plan que l'objet
 Si $n_2 < n_1$ alors $\overline{HA'} < \overline{HA}$ et l'image est plus proche du dioptre plan que l'objet



Le grandissement du dioptre plan :

Le grandissement d'un système optique est le rapport de la taille de l'image sur la taille de l'objet :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

Pour tous les types de dioptres on a une relation de la forme :

$\gamma = \frac{n_1}{n_2} \frac{\overline{HA'}}{\overline{HA}}$ où H représente le point particulier du dioptre par rapport auquel on donne la formule de conjugaison, ici H, et ce sera S pour le dioptre sphérique.

On en déduit, pour le dioptre plan, par la formule de conjugaison, que le grandissement est dans tous les cas $\gamma = 1$.

Un objet et son image donnée par un dioptre plan ont la même taille.

Chapitre 3 – les dioptres sphériques – modélisation de l'œil emmétrope

Généralités sur les systèmes optiques

Pour tous les systèmes optiques étudiés (dioptres sphériques, lentilles minces, et les associations de systèmes optiques), on peut appliquer les règles et définitions concernant les faisceaux lumineux convergents et divergents, point objet et image, natures des objets et des images, déf (d'espace objet), image – réel ou virtuel.

Le stigmatisme approché : en dehors du miroir plan, aucun système optique n'est rigoureusement stigmatique.

Se placer dans les conditions de Gauss pour avec un stigmatisme approché :

- Utiliser des rayons peu inclinés sur l'axe > petits angles
- Utiliser un faisceau lumineux du point objet A qui soit étroit
- On peut alors approximer les angles $\sin i \sim i$, $\cos i \sim 1$, $\tan i \sim i$.

Le système optique est alors dit stigmatique approché et l'image d'un point et un point.

Définition de l'infini pour un système optique :

- Des rayons // arrivant sur un SO = issus d'un point objet situé à l'infini.
- Des rayons parallèles sortant d'un système optique = donnant un point image situé à l'infini
- Tous les rayons // à l'axe optique peuvent être considérés comme provenant d'un point objet situé à l'infini sur l'axe optique.

En pratique le terme à l'infini indique une distance très grande devant des dimensions caractéristiques du système optique. Ex : TP > image lumineuse à qlqs mètres > un objet à l'infini.

On utilise la notion d'objet et image à l'infini pour définir les foyers objet et image d'un système optique.

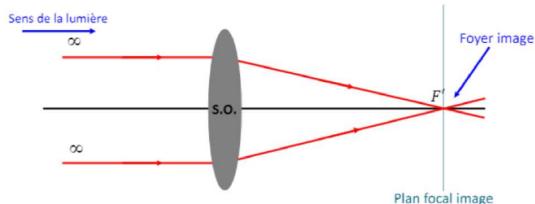
$$A \rightarrow \infty \xrightarrow{\text{Syst. Opt.}} A' = F'$$

Dans tous les cas le foyer image F' est formé à partir de l'intersection des rayons sortant du SO pour des rayons incidents // à l'axe optique.

Foyer image F' : image A' d'un objet ponctuel A à l'infini sur l'axe optique se forme en un point F' de cet axe appelé foyer image.

La distance focale image (ou distance focale) est définie comme mesure algébrique bt un point remarquable du SO et F' .

F' : foyer image du SO, image ponctuelle sur l'axe optique d'un objet ponctuel à l'infini sur l'axe.



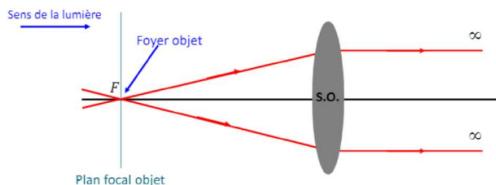
Foyer objet F :

Objet ponctuel A qui donne une image ponctuelle A' à l'infini sur l'axe optique est positionné en un point F de cet axe appelé foyer objet.

La distance focale objet est définie comme mesure algébrique bt un point remarquable du SO et F.

$$A = F \xrightarrow{\text{Syst. Opt.}} A' \rightarrow \infty$$

Dans tous les cas le foyer objet F = source des rayons qui arrivent sur le SO en ressortant dans le milieu émergent //èment à l'axe optique.

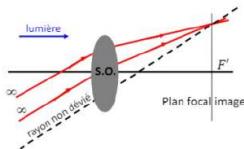


F' : point de l'axe optique dont l'image A' est un point à l'infini de l'axe optique.

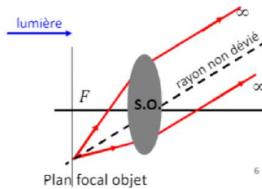
Rayons incidents // à l'axe optique correspondent à objet ponctuel à l'infini sur l'axe

/° Rayons émergents // à l'axe optique correspondent à image ponctuelle à l'infini sur l'axe

Plan focal image : chaque point image correspond à une direction particulière des rayons incidents //, dans le milieu objet. Les rayons incidents issus d'un objet ponctuel à l'infini mais non placé sur l'axe optique sont //. Ils ressortent en se croisant dans le plan focal image (intersection donnée par le rayon non dévié). Intersection du plan focal image avec l'axe optique = foyer F'.



Plan focal objet : Intersection avec l'axe optique est le foyer objet F qui correspond à une direction particulière des rayons émergents \parallel , dans le milieu image. Les rayons incidents issus d'un objet dans le plan focal objet mais pas sur l'axe optique (donc pas en F) ressortent du SO dans la direction du rayon non dévié et donne une image à l'infini en dehors de l'axe optique.



Utilisation de 3 rayons particuliers pour tracer l'image $A'B'$ d'un objet AB :

- Se placer dans les conditions de Gauss donc on considère que l'image d'un point = point
- Objet AB est perpendiculaire à l'axe optique, avec A sur l'axe optique.
- Au moins deux rayons parmi 3 particuliers définis à partir d'un point remarquable du SO, du foyer objet et du foyer image de ce système, afin de déterminer la position de B' qui est l'image de B .
- En considérant que l'image $A'B' =$ perpendiculaire à l'axe optique, on déduit la position de A' sur l'axe optique.

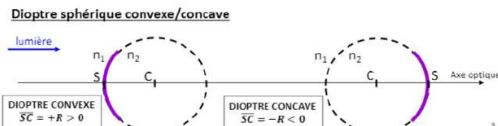
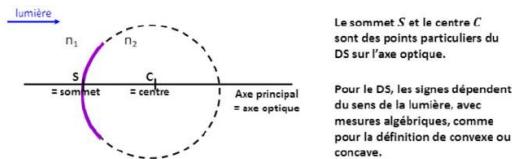
Les 3 rayons sont :

- Rayon incident passant par B et par le centre optique du système, ressort non-dévié et passant par B' .
- Rayon incident \parallel à l'axe optique passant par B et ressortant du SO en passant par le foyer image F' et B' .
- Rayon incident passant par le foyer objet F et par B ressort du système optique parallèlement à l'axe optique en passant par B' .

Ainsi B' est l'intersection des 3 rayons émergents (donc il faut utiliser au moins 2 rayons).

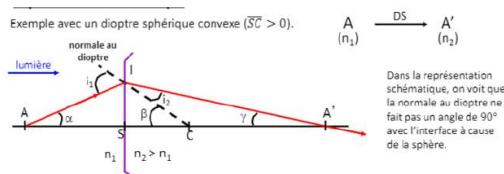
Dioptre sphérique, relation de conjugaison et grandissement

Dioptre sphérique : interface sphérique séparant deux milieux transparents d'indices de réfraction différents.



Propriétés :

- La valeur absolue $|SC|$ appelée rayon de courbure R du dioptre > 0 .
- Toutes les distances seront données en mesure algébrique avec origine au sommet S.
- Concave et convexe utilisé seulement par rapport au signe de SC .
- Il n'est pas rigoureusement stigmatique. En pratique : condition de Gauss > stigmatisme approché.



Les rayons arrivant sur l'interface en passant par le centre de la sphère ne seront pas déviés \Rightarrow tout rayon passant par le centre optique C, est non dévié.

Formule de conjugaison :

Pour un objet AB associé à un milieu incident d'indice n_1 et donnant par un DS de sommet S et de centre C une image A'B' associée à un milieu émergent d'indice n_2 on écrit :

$$AB \xrightarrow{DS} A'B' \quad (n_1) \quad (n_2)$$

Formule de conjugaison :

$$\frac{n_2}{\overline{SA}'} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{(n_2 - n_1)}{\overline{SC}} \quad \text{ou encore} \quad \frac{n_1}{\overline{SA}} - \frac{n_2}{\overline{SA}'} = \frac{(n_1 - n_2)}{\overline{SC}}$$

Attention

- à bien associer la position de l'image \overline{SA}' avec n_2
- à bien associer la position de l'objet \overline{SA} avec n_1
- à l'ordre des indices de réfraction entre les deux membres de l'égalité suivant l'égalité choisie

Distances focales objet et image du DS convergent ou divergent :

$$\begin{array}{ccc} AB & \xrightarrow[\text{(n}_1)]{} & A'B' \\ & & \end{array} \quad \text{Formule de conjugaison} \quad \frac{n_2}{\overline{SA}'} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{(n_2 - n_1)}{\overline{SC}}$$

Calcul de la distance focale image (ou distance focale $\overline{SF'}$)

Par définition, le foyer image F' est l'image d'un objet A à l'infini sur l'axe optique à travers un système optique qui sépare le milieu incident n_1 du milieu émergent n_2 .

$$\begin{array}{ccc} \infty & \xrightarrow[\text{(n}_1)]{} & F' \\ & & \text{(n}_2) \end{array} \quad \frac{n_2}{\overline{SF'}} - \frac{n_1}{-\infty} = \frac{(n_2 - n_1)}{\overline{SC}} \quad \Rightarrow \overline{SF'} = \frac{n_2}{(n_2 - n_1)} \overline{SC}$$

Calcul de la distance focale objet (\overline{SF})

Par définition, le foyer objet F est le point objet qui donne une image A' à l'infini sur l'axe optique à travers un système optique qui sépare le milieu incident n_1 du milieu émergent n_2 .

$$\begin{array}{ccc} F & \xrightarrow[\text{(n}_1)]{} & \infty \\ & & \text{(n}_2) \end{array} \quad \frac{n_2}{\infty} - \frac{n_1}{\overline{SF}} = \frac{(n_2 - n_1)}{\overline{SC}} \quad \Rightarrow \overline{SF} = \frac{n_1}{(n_1 - n_2)} \overline{SC}$$

- Si $\overline{SF'} > 0$ et $\overline{SF} < 0$ alors le DS est convergent
- Si $\overline{SF'} < 0$ et $\overline{SF} > 0$ alors le DS est divergent

Attention à ne pas confondre avec les termes convexe et concave reliés au signe de \overline{SC} ¹²

Relation remarquable du DS :

La position respective des 4 points : S , C , F et F' n'est pas quelconque.

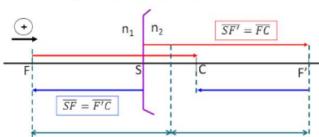
On a :

$$\overline{SF} + \overline{SF'} = \overline{SC}$$

Et on peut montrer que :

$$\overline{SF} = \overline{F'C} \quad \text{et} \quad \overline{SF'} = \overline{FC}$$

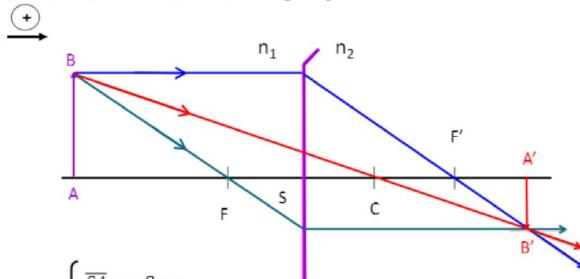
Les foyers objet et image sont toujours symétriques par rapport au milieu du segment SC . Cette propriété est à utiliser pour la cohérence du tracé des images.



Construction de l'image d'un objet AB perpendiculaire à l'axe optique et grandissement :

$$AB \xrightarrow[n_1]{DS} A'B'$$

Dioptre sphérique convexe ($\bar{SC} > 0$) avec $n_2 > n_1$



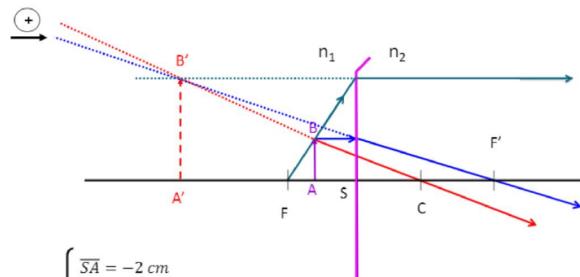
Prendre $\begin{cases} \bar{SA} = -8 \text{ cm} \\ \bar{SC} = 2,5 \text{ cm} \\ \bar{F'C} = \bar{SF} = -2,5 \text{ cm} \end{cases}$

$\overline{A'B'}$ = image réelle
+ petite que \overline{AB} et renversée

$\bar{SF'} > 0$ donc DS convergent

$$AB \xrightarrow[n_1]{DS} A'B'$$

Dioptre sphérique convexe ($\bar{SC} > 0$) avec $n_2 > n_1$



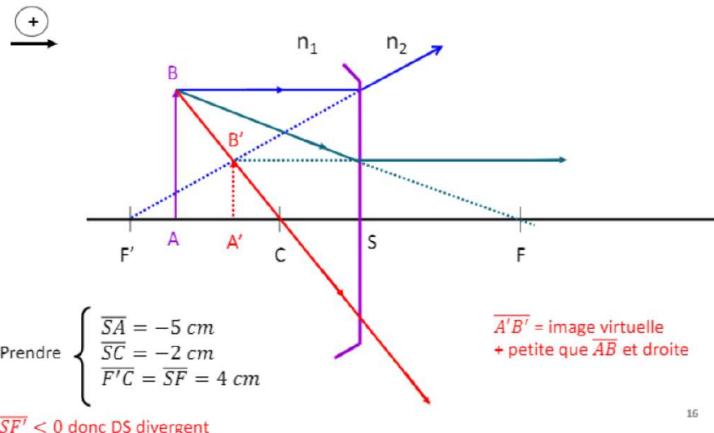
Prendre $\begin{cases} \bar{SA} = -2 \text{ cm} \\ \bar{SC} = 2,5 \text{ cm} \\ \bar{F'C} = \bar{SF} = -2,5 \text{ cm} \end{cases}$

$\overline{A'B'}$ = image virtuelle
+ grande que \overline{AB} et droite

15

Dioptre sphérique concave ($\overline{SC} < 0$) avec $n_2 > n_1$

$$AB \xrightarrow[n_1]{DS} A'B'$$

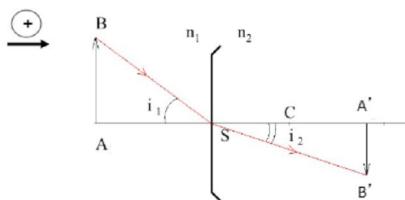


16

Grandissement du dioptre sphérique :

Rappel : γ : le rapport de la taille de l'image sur la taille de l'objet donc

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

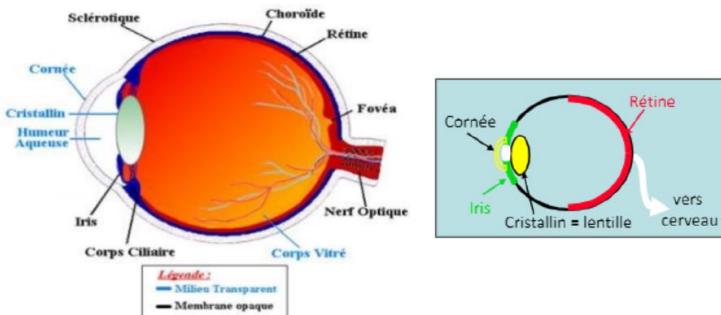


Pour le dioptre sphérique, le grandissement se calcule comme le rapport de la position de l'image à celle de l'objet, multiplié par le rapport des indices.

$$\boxed{\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n_1}{n_2} \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}}$$

Modélisation de l'œil emmétrope par un dioptre sphérique

Œil = globe d'env. 25mm.



Fonctionnement : rayons incidents sont réfractés par la cornée (membrane transparente avec une courbure) puis traversent sans être déviés la cavité sphérique remplie d'un liquide ~ eau = l'humeur aqueuse. La pupille/iris est une ouverture contrôlant le flux de lumière entrant. Une 2^{ème} division se produit à la traversée du cristallin, lentille de distance focale variable, d'indice n ~ 1,42 permettant à l'œil d'accommoder. Puis la lumière se propage dans un autre liquide d'indice n ~ 1,33 (humeur/corps vitré). Enfin la lumière finit sa course sur la rétine tapissant le fond de l'œil.

Rétine : membrane formée de cellules nerveuses (cônes + bâtonnets) sensibles à la lumière, qui se comporte comme un écran relié au cerveau sur lequel se forment les images.

Un objet est vu nettement si son image se forme sur la rétine.

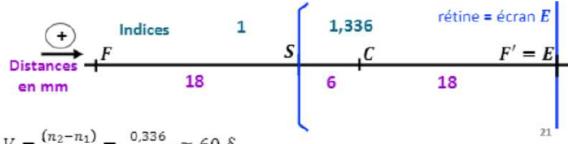
Punctum remotum R : point de l'axe optique le plus éloigné que l'œil voit nettement sur sa rétine sans accommoder (œil au repos). > Distance (R – œil) : distance maximale de vision distincte.

Punctum proximum P : point de l'axe optique le plus proche que l'œil voit nettement sur sa rétine en accommodant au max (thx to cristallin qui fournit une vergence supplémentaire) > Distance (P – œil) : distance minimale de vision distincte.

Œil sans défaut (normal ou emmétrope) : R situé à l'inf de l'œil, et P situé à 25 cm devant l'œil.

Oeil humain réduit : dioptre sphérique :

Schéma d'un œil « normal » observant sans accommodation.



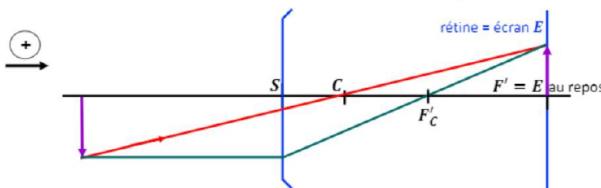
$$\text{L'œil a une vergence } V = \frac{(n_2 - n_1)}{SC} = \frac{0,336}{6 \times 10^{-3}} \approx 60 \delta$$

Construction de l'image d'un objet AB :

Pour qu'un objet AB soit vu nettement par l'œil, il faut : qu'il se trouve entre R et P + que son image A'B' se forme sur la rétine E (l'image de la rétine est toujours renversée).

C'est un tracé de dioptre sphérique particulier, pour lequel on connaît la position de l'image, qui est sur la rétine E :

- Un seul rayon suffit quand l'œil est au repos (objet en R), on a alors $F' = E$.
- Quand l'œil s'accorde pour passer de R (exclus) à P, il faut utiliser un deuxième rayon pour déterminer la position correspondante du foyer image F'_C , qui est alors devant E.

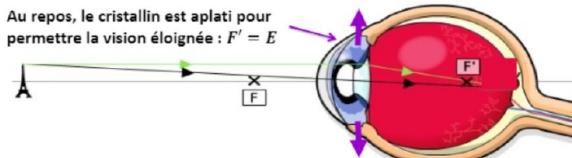


Principe de l'accommodation :

Sans accommodation (œil au repos) :

L'œil a une vision nette sur sa rétine du punctum remotum R.

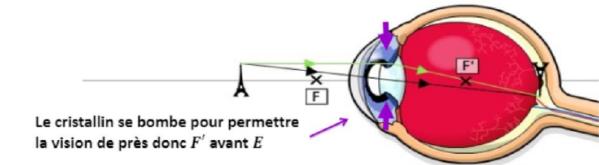
L'œil cristallin est au repos : la convergence est définie.



Lorsque le cristallin est sollicité il y a une accommodation :

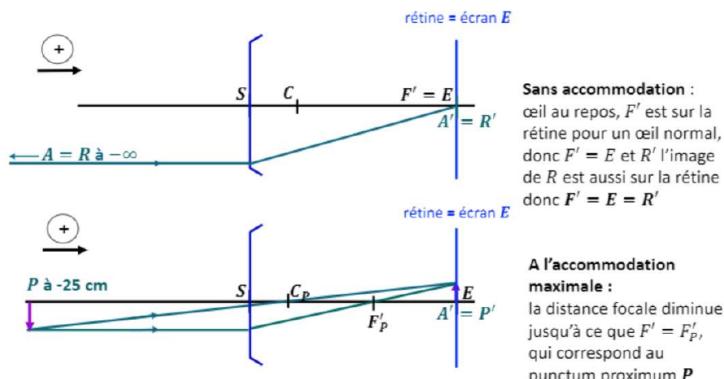
- La convergence augmente et la distance focale diminue
- Permet la vision nette d'objets plus proches

Au max d'accommodation, l'œil a une vision nette sur sa rétine du punctum proximum P.



Amplitude dioptrique d'accommodation :

Les extrêmes pour l'œil :



C'est en modifiant son rayon de courbure que l'œil peut voir net sur sa rétine les images des objets placés entre les points R et P.

L'amplitude dioptrique d'accommodation A est donnée en fonction des distances maximale et minimale de vision distincte par la formule :

$$A = \frac{1}{SR} - \frac{1}{SP}$$

S est le sommet de la cornée : sommet de l'œil réduit.

Les distances s'expriment en m → A est en dioptries.

Pour un œil emmétrope on a

$$\begin{aligned}\overline{SR} &\rightarrow -\infty \\ \overline{SP} &= -25 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$A = \frac{1}{-\infty} - \frac{1}{-0,25} = 4 \delta$$

L'amplitude dioptrique d'accommodation d'un œil normal est une constante qui vaut
 $A = 4\delta$

Pouvoir séparateur de l'œil

Angle limite ϵ sous lequel deux points lumineux peuvent être vus séparément par l'œil.

Le pouvoir séparateur de l'œil ϵ est donc la valeur minimale α_{\min} de l'angle α , en radians, défini par $\tan \alpha = D/d$. D est la distance entre deux points extrêmes d'un objet et d , la distance d'observation de cet objet.

Dans ces conditions α_{\min} correspond à D_{\min} , la distance minimale entre 2 points de l'objet que l'œil est capable de discerner : $\epsilon = \alpha_{\min} = \arctan(D_{\min}/d)$.

Le pouvoir séparateur définit la limite de résolution de l'œil.



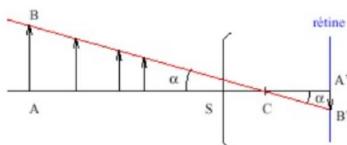
Rappel : $\pi \text{ rad} = 180^\circ = 180 \times 60'$ (en minutes d'arc)

Si les images A' et B' excitent des cellules différentes de la rétine, alors les deux extrémités de l'objet A et B sont distingués par l'œil.

Ce qui compte c'est l'angle α sous lequel est vu l'objet AB dans les conditions de Gauss avec α en radians, on a $\sin \alpha \sim \tan \alpha \sim \alpha$.

La distance entre deux cellules vaut env. 5 micromètres.

La distance CA' vaut environ 18 mm avec $SC = 6 \text{ mm}$ et $SE = 24 \text{ mm}$ donc $CA' = CE = 18 \text{ mm}$.

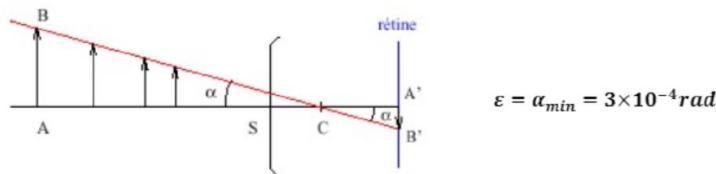


$$\tan \alpha_{min} \approx \alpha_{min} = \varepsilon = \frac{A'B'}{CA'} = \frac{5 \times 10^{-6}}{18 \times 10^{-3}} \approx 3 \times 10^{-4} rad$$

ε vaut donc environ $3 \times 10^{-4} rad$ (soit 1' d'arc)
→ C'est le pouvoir séparateur de l'œil

Limite de résolution de l'œil :

Connaissant le pouvoir séparateur de l'œil, on cherche la taille minimale d'un objet AB visible par l'œil, donc placé au P et vu sous l'angle limite ε . Pour un œil normal, la distance minimale de vision distincte vaut 0,25 m.



$$\Rightarrow AB = AC \times \varepsilon \approx (0,25 + SC) \times 3 \times 10^{-4} \approx 0,25 \times 3 \times 10^{-4} \approx 75 \times 10^{-6} m \\ AB = 75 \mu m$$

Limite de résolution de l'œil : $75 \mu m$
(dans les conditions les plus favorables de luminosité, etc...)

Chapitre 4 : lentilles sphériques mince – la loupe

Une lentille sphérique est un système dioptrique centré constitué d'un milieu transparent homogène et isotrope d'indice n , délimité par deux dioptres sphériques (ou un dioptre sphérique et un plan).

Il existe trois types de lentilles à bords minces et trois à bords épais :

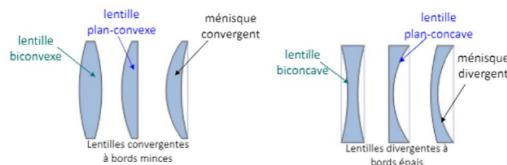
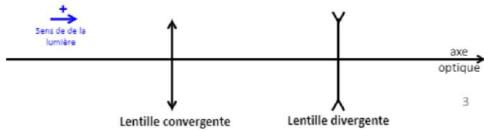


Schéma de principe :

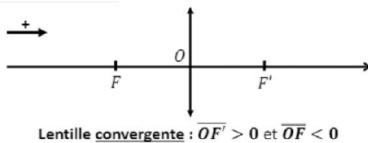


Points remarquables pour une lentille mince :

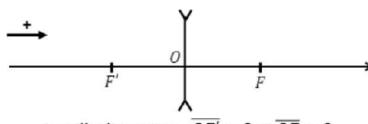
En plus des foyers objets F et image F' de la lentille L, on a un 3^{ème} point remarquable qui est le centre optique O, intersection entre l'axe optique et l'axe de la lentille L.

On a la relation : $\frac{1}{OF'} = -\frac{1}{OF}$ donc les foyers F et F' sont toujours symétriques par rapport à O.

Nature de la lentille mince :



Lentille convergente : $OF' > 0$ et $OF < 0$



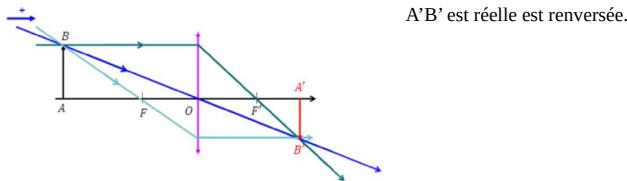
Lentille divergente : $OF' < 0$ et $OF > 0$

Construction de l'image A'B' d'un objet AB :

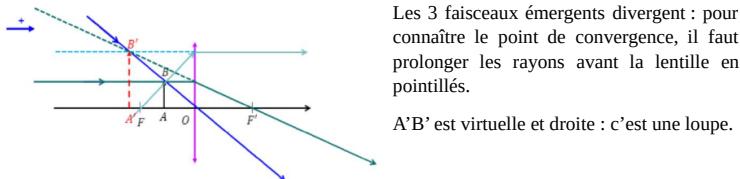
On utilise toujours au moins 2 ou 3 rayons dont le trajet est connu.

- Le rayon qui passe par le centre optique O et par B n'est pas dévié donc ressort en passant par B'.
- Le rayon incident parallèle à l'axe optique et passant par B ressort dans le milieu émergent en passant par le foyer image F' et par B'.
- Le rayon incident passant par le foyer objet F et par B ressort dans le milieu émergent parallèlement à l'axe optique en passant par B'.

Ex : tracé avec une lentille convergente, objet AB avant le foyer objet F (objet réel).



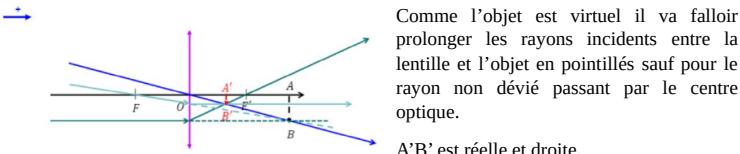
Objet AB entre le foyer F et le centre optique O (objet réel) :



Les 3 faisceaux émergents divergent : pour connaître le point de convergence, il faut prolonger les rayons avant la lentille en pointillés.

A'B' est virtuelle et droite : c'est une loupe.

Objet AB entre le centre optique O et l'infini donc après la lentille (objet virtuel).



Comme l'objet est virtuel il va falloir prolonger les rayons incidents entre la lentille et l'objet en pointillés sauf pour le rayon non dévié passant par le centre optique.

A'B' est réelle et droite.

Formule de conjugaison des lentilles minces :

Rappel : comme toutes les formules de conjugaison, elle donne le lien entre la position de l'image et la position de l'objet, en mesures algébriques, par rapport à un point particulier du système optique. Pour les lentilles c'est le centre optique O.

Pour trouver la formule, on détermine les relations donnant les angles α et β :

$$\tan \alpha = \frac{AB}{OA} = \frac{A'B'}{OA'} \Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA}$$

$$\tan \beta = \frac{OP}{OF'} = \frac{AB}{OF'} = \frac{A'B'}{OF'} - \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'F' + OF'}{OF'} = \frac{A'F' + OF'}{OF'} = \frac{OA'}{OF'}$$

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{A'F'}{OF'} + 1$$

On divise tout par $\overline{OA'}$ et on obtient la formule de conjugaison:

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'}$$

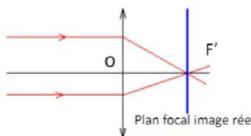
Vergence d'une lentille mince (V ou C) :

La vergence V d'une lentille est l'inverse de sa distance focale :

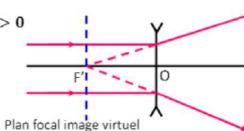
$$V = \frac{1}{OF'} \quad \text{L'unité de la vergence est la dioptrie } \delta (\text{ou m}^{-1}).$$

Attention : Dans le calcul de V , les distances doivent être exprimées en m car V en δ .
Et V a le même signe que OF' .

$V > 0$: lentille convergente
avec $OF' > 0$ et $OF < 0$



$V < 0$: lentille divergente
avec $OF' < 0$ et $OF > 0$

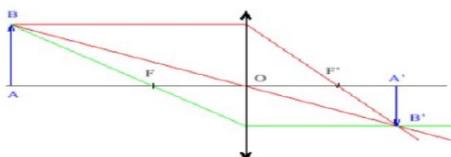


10

Calcul du grandissement :

Rappel : γ est le rapport de la taille de l'image sur la taille de l'objet donc :

$\gamma = \frac{A'B'}{AB}$ Pour la lentille, on démontre avec la lentille convergente et l'objet réel placé avant le foyer objet. Les triangle (ABO) et (A'B'O) sont semblables donc on a directement le rapport.



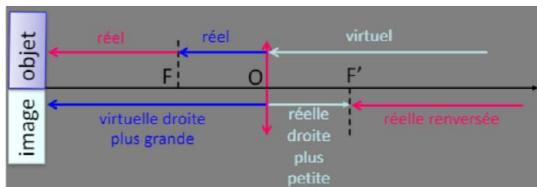
$$\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA}$$

Zones conjuguées pour une lentille :

On peut établir des correspondances entre les zones d'espace objet et image > zones conjuguées.

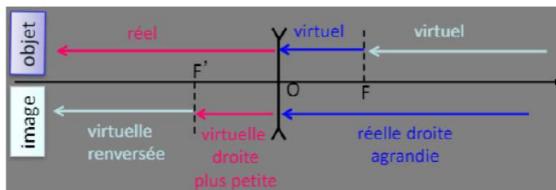
Lentilles convergentes :

L'image d'un objet virtuel donné est toujours réelle (et plus petite).



Lentilles divergentes :

L'image d'un objet réel donné par une lentille divergente est toujours virtuelle.



Lentilles minces accolées :

On peut calculer la vergence associée à un ensemble de lentilles minces accolées.

Hypothèse : après le regroupement, l'ensemble des lentilles minces forme encore une lentille mince.

La lentille résultante est une lentille mince de même centre optique O et de vergence V, qui est la somme des vergences individuelles :

$$V = \frac{1}{OF} = \sum_i \frac{1}{OF_i} = \sum_i V_i$$

La loupe

Puissance : P (en dioptries (δ))

$$P = \frac{\alpha'}{AB}$$

α' = angle sous lequel l'œil voit l'image $A'B'$ à travers l'instrument, en radians = diamètre apparent de l'image
 AB = dimension de l'objet, en mètres

Grossissement : G (sans unité)

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

α' = angle sous lequel l'œil voit l'image $A'B'$ à travers l'instrument, en radians = diamètre apparent de l'image
 α = angle sous lequel est vu l'objet à l'œil nu à la distance minimale de vision distincte de l'œil, en radians = diamètre apparent de l'objet

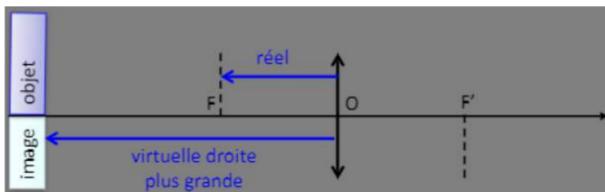
The diagram shows a magnifying glass focusing light rays from an object (A) to form an image (A'). The distance between the lens and the object is labeled '25 cm'. The angle subtended by the object at the eye is labeled 'α'. The angle subtended by the image at the eye is labeled 'α'.

grandeur	expression		unité
Grandissement	$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$	Rapport de 2 longueurs	sans
Grossissement	$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$	Rapport de 2 angles	sans
Puissance	$P = \frac{\alpha'}{AB}$	Rapport angle/longueur <small>dioptre δ (avec α' en radians et AB en m)</small>	

La loupe est l'instrument d'optique le plus simple. C'est une lentille convergente L, de petite distance focale, entre 2 et 20 cm.

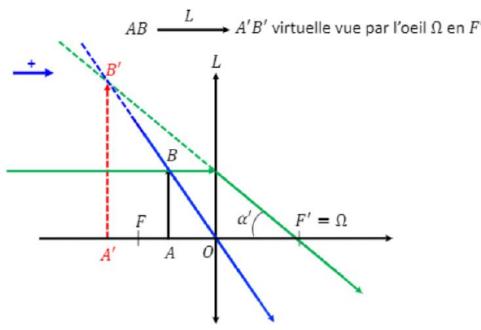
$$AB \xrightarrow{L} A'B'$$

Propriétés de la loupe : l'objet AB doit être situé entre le foyer objet F et le centre optique O de la loupe afin de former une image virtuelle.



Souvent on place le centre optique de l'œil Ω (ou S pour le sommet de l'œil) en F' .

Schéma associé :



L'œil de l'observateur, de centre optique Ω confondu avec le centre optique C du dioptre sphérique associé à l'œil, observe l'image virtuelle $A'B'$ de l'objet AB au travers de la loupe, sous un angle α' (diamètre apparent de l'image) plus grand que l'angle α (diamètre apparent de l'objet), en se plaçant sur le trajet de la lumière émergente.

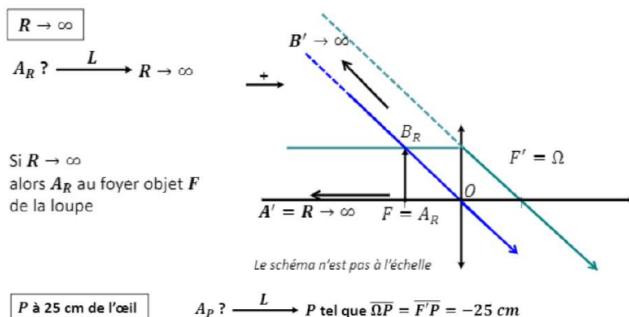
La vision nette est possible sur la rétine de l'œil si l'image A'B' se trouve entre le R et P de l'œil.

Il existe donc deux positions extrêmes de l'objet AB : A_R objet donnant pour image R par la lentille et A_P objet donnant pour image P par la lentille.

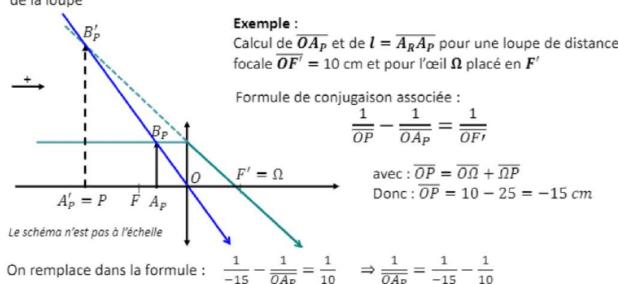
Latitude de mise au point (profondeur de champ) : la distance $\overline{A_R A_P}$ entre les positions extrêmes des objets donnant des images observables nettes par l'œil, donc des images situées entre R et P de l'œil.

$$\begin{array}{ccc} A_R & \xrightarrow{L} & R \\ A_P & \xrightarrow{L} & P \end{array} \quad l = \overline{A_R A_P}$$

Latitude de mise au point pour un œil emmétrope :



Ici il faut calculer $\overline{OA_P}$ sachant que $\overline{F'P} = -25 \text{ cm}$ et connaissant la distance focale $\overline{OF'}$ de la loupe



Et la latitude de mise au point vaut :

$$l = \overline{A_R A_P} = \overline{A_R O} + \overline{OA_P} = \overline{FO} + \overline{OA_P} = \overline{OF'} + \overline{OA_P} = 10 - 6$$

$$\Rightarrow l = 4 \text{ cm}$$

Puissance et grossissement d'une loupe

Puissance : P (en dioptries (δ))

$$P = \frac{\alpha'}{AB}$$

α' = angle sous lequel l'œil voit l'image $A'B'$ à travers l'instrument, en radians = diamètre apparent de l'image
 AB = dimension de l'objet, en mètres

La loupe est d'autant plus puissante que, pour une taille d'objet donnée, on a une grande valeur de α'

A priori, la puissance P de la loupe dépend de :

- Sa distance focale,
- La position de l'objet AB ,
- La position de l'œil Ω par rapport à la loupe.

Cas particuliers pour lesquels la puissance ne va dépendre que de la distance focale de la loupe :

- Si l'objet se trouve au foyer objet F , et avec l'image donnée par la loupe à l'infini.

On se place dans les conditions de Gauss.

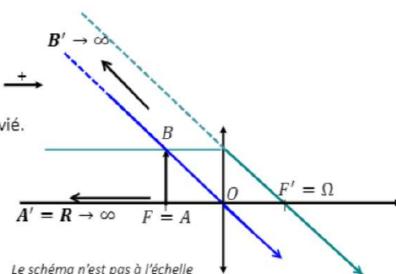
La puissance P est positive, les mesures algébriques sont inutiles.

On retrouve α' au niveau du rayon non dévié.

$$\tan \alpha' \approx \alpha' = \frac{AB}{FO}$$

Donc α' ne dépend pas de la position Ω de l'œil.

$$\Rightarrow P = \frac{\alpha'}{AB} = \frac{1}{FO} = \frac{1}{OF'}$$



On a donc :

$$P = \frac{1}{OF'} > 0$$

23

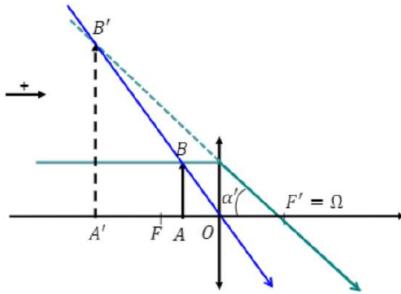
La puissance est l'inverse de la distance focale dans ce cas-là > la vergence.

- Si le centre optique de l'œil Ω est au foyer image F' .

On se place toujours dans les conditions de Gauss avec une puissance P positive.

On place α' et on voit que l'angle α' est indépendant de la position de l'objet (dépend seulement de la taille de l'objet)

$$\begin{aligned}\tan \alpha' &\approx \alpha' = \frac{AB}{OF'} \\ \Rightarrow P &= \frac{\alpha'}{AB} = \frac{1}{OF'}\end{aligned}$$



On a donc directement :

$$P = \frac{1}{OF'} > 0$$

Ici, la puissance de la loupe est également sa vergence.

Puissance intrinsèque :

Pour les deux cas particuliers, objet en F de la loupe ou œil au foyer image F' de la loupe, la puissance P ne dépend que de la distance focale de la loupe.

On définit alors la puissance intrinsèque P_i .

$$P_i = \frac{1}{OF'}$$

OF' est une distance dans cette formule et la puissance intrinsèque $P_i > 0$ comme toutes les puissances.

Pour une loupe « standard » on a : $2 \text{ cm} < \overline{OF'} < 20 \text{ cm}$

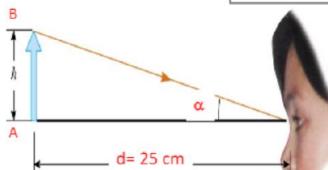
$$\longrightarrow 5 \delta < P_i = \frac{1}{OF'} < 50 \delta$$

Grossissement : G (sans unité)

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

$\alpha' = \text{angle sous lequel l'œil voit l'image } A'B' \text{ à travers l'instrument, en radians} = \text{diamètre apparent de l'image}$

$\alpha = \text{angle sous lequel est vu l'objet à l'œil nu à la distance minimale de vision distincte de l'œil, en radians} = \text{diamètre apparent de l'objet}$



Dans les conditions de Gauss on a :

$$\tan \alpha \approx \alpha = \frac{AB}{d}$$

$$\Rightarrow G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\alpha'}{\frac{AB}{d}} = P \cdot d$$

$$\Rightarrow G = P \times d$$

C'est une formule générale, valable pour une puissance quelconque.

Grossissement commercial :

Si l'observation se fait dans un des 2 cas particuliers, objet en F de la loupe ou œil au foyer image F' de la loupe, on utilise la **puissance intrinsèque** : $P_i = \frac{1}{OF'}$

Le grossissement devient alors : $G = \frac{d}{OF'}$

Si de plus l'œil est normal (emmétrope) alors la distance minimale de vision distincte est $d = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$

On définit alors le **grossissement commercial** G_C comme la puissance intrinsèque divisée par 4, avec P_i en δ et G_C sans unité.

$$G_C = P_i \times 0,25 = \frac{P_i}{4} = \frac{1}{4 \times OF'}$$

Pouvoir séparateur du système (œil + loupe) :

On suppose qu'une image est vue à travers une loupe à la limite de résolution de l'œil, telle que $\alpha'_{min} = \varepsilon$. On a alors :

$$\alpha'_{min} = \varepsilon = P_i \times AB = \frac{AB}{OF'}$$

Donc la taille de l'objet regardé est :

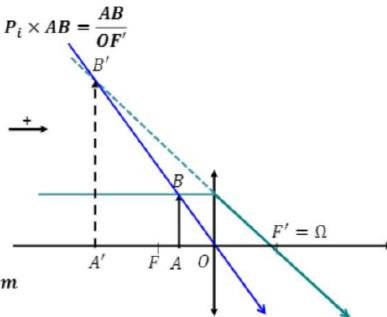
$$AB = \frac{\varepsilon}{P_i} = \varepsilon \times OF'$$

Exemple :

Soit une loupe de focale $\overline{OF'} = 0,03\text{ m}$, avec $\varepsilon = 3 \times 10^{-4}\text{ rad}$

On a : $AB = 3 \times 10^{-4} \times 0,03 = 9 \times 10^{-6}\text{ m}$

$$\Rightarrow AB = 9\text{ }\mu\text{m}$$



Valeur à comparer à $75\text{ }\mu\text{m}$ minimum pour l'œil seul, à la distance minimale de vision distincte $d = 0,25\text{ m}$, dans les mêmes conditions.

28

Association des systèmes optiques

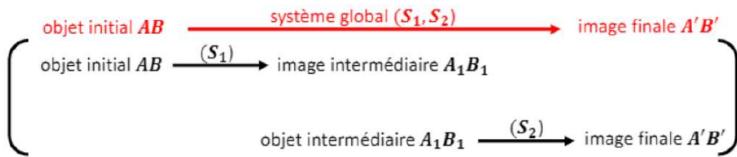
Principe

On considère deux systèmes optiques S_1 et S_2 , chacun d'eux pouvant être soit un miroir, soit un dioptrre plan/sphérique, ou une lentille mince.

On cherche l'image finale (définitive) $A'B'$ d'un objet initial AB , donnée par le système global (S_1, S_2) .

Principe : on procède par étapes $AB \xrightarrow{(S_1)} A_1B_1 \xrightarrow{(S_2)} A'B'$

- On considère d'abord l'image intermédiaire A_1B_1 de l'objet initial AB donnée par S_1 .
- On oublie le système S_1 , et on considère A_1B_1 comme un objet intermédiaire pour le système S_2 .
- Enfin, on détermine l'image finale $A'B'$ de l'objet A_1B_1 donnée par S_2 .



Notion de grandissement total :

$$AB \xrightarrow{(S_1)} A_1B_1 \xrightarrow{(S_2)} A'B'$$

On peut travailler sur chacun des systèmes indépendamment.

On applique les formules de conjugaison à chacun des systèmes l'un après l'autre :

- On déduit les positions de l'image intermédiaire puis de l'image finale
- On déduit le grandissement de chaque système.

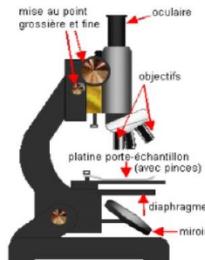
Pour un système global comprenant N systèmes optiques, le grandissement s'écrit comme le produit des grandissements de chaque système optique :

$$\gamma = \prod_{i=1}^N \gamma_i$$

Pour un système global comprenant seulement deux systèmes optiques S_1 et S_2 , le grandissement du système (S_1, S_2) s'écrit :

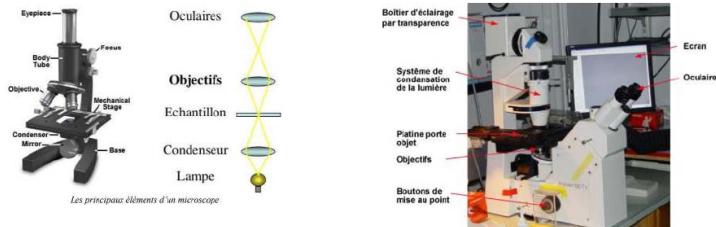
$$\gamma = \gamma_1 \cdot \gamma_2$$

Application au microscope



Dans un microscope, on examine avec un oculaire l'image agrandie d'un objet fournie par un objectif.

Oculaire : correspond à l'endroit où l'on place l'œil donc on veut créer une image finale à l'infini par le microscope, qui sera considérée comme un objet à l'infini pour l'œil.

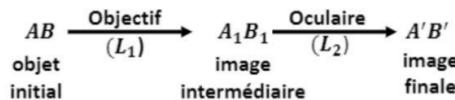


Microscope : objectif L₁ + oculaire L₂.

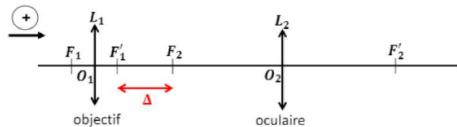
Objectif : système très convergent avec une distance focale de quelques mm et est assimilé à une lentille mince L₁.

Oculaire : loupe formée de deux lentilles non accolées avec une distance focale d'environ 2cm, assimilé à une lentille mince L₂.

- L'objectif L₁ crée une image réelle A₁B₁ d'un objet AB.
- L'image réelle A₁B₁ est examinée comme un objet intermédiaire réel A₁B₁ par une loupe (l'oculaire) qui crée une image finale A'B' virtuelle.
- Enfin, l'œil regarde cette image virtuelle A'B' à travers l'oculaire.



3- Intervalle optique Δ $AB \xrightarrow{(L_1)} A_1B_1 \xrightarrow{(L_2)} A'B'$



Définition

L'intervalle optique Δ est la distance entre le foyer image de l'objectif et le foyer objet de l'oculaire.

$$\boxed{\Delta = \overline{F'_1 F_2}}$$

On peut donc écrire l'intervalle optique comme la distance entre les deux lentilles moins les deux distances focales :

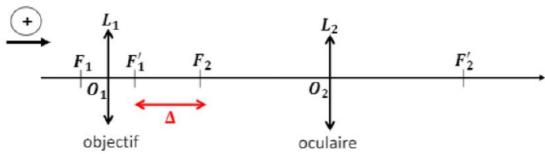
$$\Delta = \overline{F'_1 F_2} = \overline{F'_1 O_1} + \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 F_2}$$

$$\boxed{\Delta = \overline{O_1 O_2} - \overline{O_1 F'_1} - \overline{O_2 F'_2}}$$

Construction de l'image d'un objet AB :

1- Tracé au travers du système

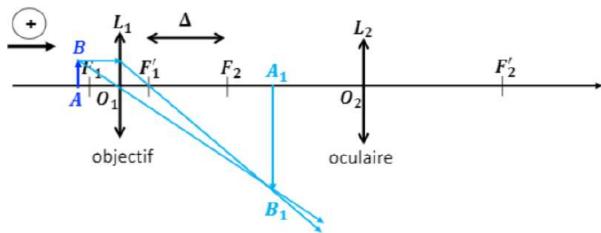
$$AB \xrightarrow{(L_1)} A_1B_1 \xrightarrow{(L_2)} A'B' \text{ vue par l'œil}$$



Prendre approximativement :

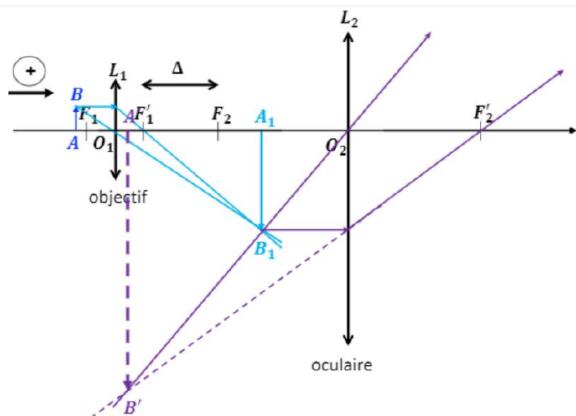
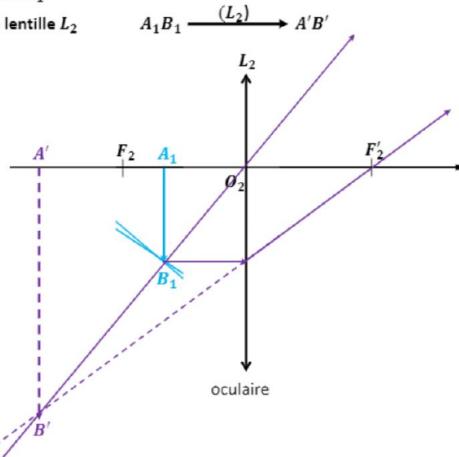
$$\overline{O_1F_1} = 1 \text{ cm} \quad \overline{O_1O_2} = 8,5 \text{ cm} \quad \overline{O_1A} = -1,5 \text{ cm}$$

1) Pour la lentille L_1 $AB \xrightarrow{(L_1)} A_1B_1$



2) On oublie L_1

Pour la lentille L_2



L'objectif L_1 donne d'un objet réel AB , une image réelle A_1B_1 , renversée

L'oculaire L_2 est une loupe qui examine cette image réelle A_1B_1 (qui joue pour elle le rôle d'objet réel) et en donne une image virtuelle $A'B'$ observable par l'œil à travers l'instrument.

- Noter la position de l'objet AB, devant l'objectif et très proche de L_1 .
- Noter la position de l'image intermédiaire A_1B_1 , par rapport à l'oculaire L_2 : elle est située entre F_2 et O_2 afin d'obtenir une image finale virtuelle $A'B'$.
- Noter que A_1B_1 est réelle, renversée par rapport à AB.
- Noter que $A'B'$ est virtuelle, droite par rapport à A_1B_1 .

Cas particulier :

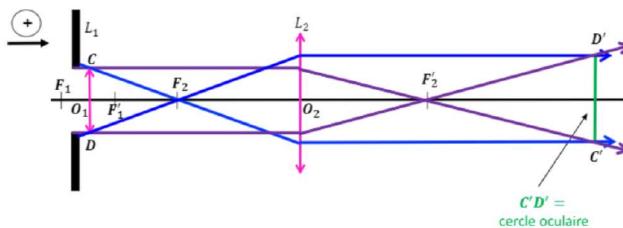
Si l'image intermédiaire A_1B_1 est située au foyer objet F_2 de l'oculaire L_2 alors l'image finale virtuelle $A'B'$ est à l'infini.

Dans ce cas, un œil normal (ou avec défaut mais corrigé) pourra observer $A'B'$ à l'infini sans accommoder (œil au repos) : c'est la position idéale d'observation pour un œil, sans fatigue oculaire.

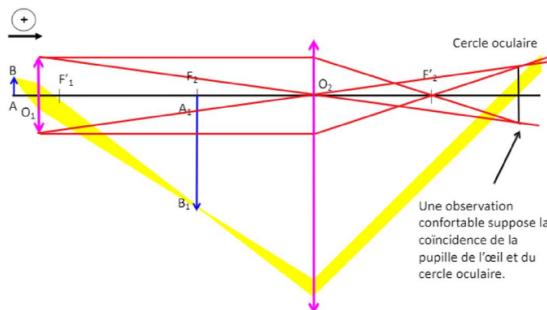
Cercle oculaire :

Le cercle oculaire est l'image $C'D'$ de la lentille d'entrée (objectif L_1), donc objet CD, donnée par l'oculaire L_2 .

Tous les rayons émis par l'objet et collectés par l'objectif passent par le cercle oculaire.



Trajet d'un pinceau lumineux avec image intermédiaire en F_2 et image finale à l'infini.



Latitude de mise au point :

Comme pour la loupe, on définit la latitude de mise au point ou profondeur de champ, qui est toujours la distance $\overline{A_R A_P}$ entre les positions extrêmes des objets qui donnent des images observables nettes par l'œil, donc des images situées entre R et P de l'œil.

$$\begin{array}{ccc} A_R & \xrightarrow{\text{microscope}} & R \\ A_P & \xrightarrow{\text{microscope}} & P \end{array} \quad l = \overline{A_R A_P}$$

La latitude de mise au point du microscope, aussi appelée profondeur de champ, est $l = \overline{A_R A_P}$ et vaut de l'ordre du millimètre.

Puissance et grossissement :

$$\text{Expression générale (voir la loupe) : } P = \frac{\alpha'}{AB}$$

Avec α' l'angle sous lequel l'œil voit l'image $A'B'$ à travers l'instrument, en radians, et AB la dimension de l'objet, en mètres

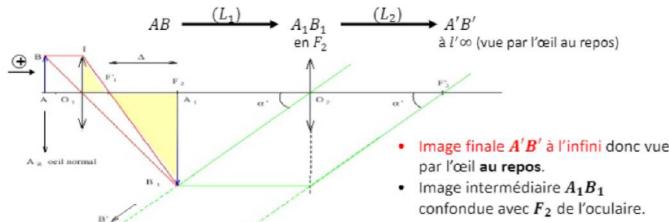
$$P = \frac{\alpha'}{AB} = \frac{\alpha'}{A_1 B_1} \times \frac{A_1 B_1}{AB} = P_{\text{oculaire}} \times |\gamma_{\text{objectif}}|$$

C'est aussi une expression générale : **la puissance du microscope est égale au produit de la puissance de l'oculaire par la valeur absolue du grossissement de l'objectif.**

$$P = P_{\text{oculaire}} \times |\gamma_{\text{objectif}}|$$

On peut aussi définir la puissance intrinsèque P_i , pour une vision à l'infini (image donnée par le microscope à l'infini et qui sera vue par l'œil emmétrope au repos).

Puissance intrinsèque P_i :



$$(L_1) : \text{objectif de grossissement (en valeur absolue)} \quad |Y_{obj}| = \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{A_1B_1}{O_1I} = \frac{F'_1F_2}{O_1F'_1} = \frac{\Delta}{O_1F'_1}$$

$$(L_2) : \text{loupe de puissance } P_{oc} = \frac{1}{O_2F'_2}$$

Puissance intrinsèque du microscope pour image finale à l'infini

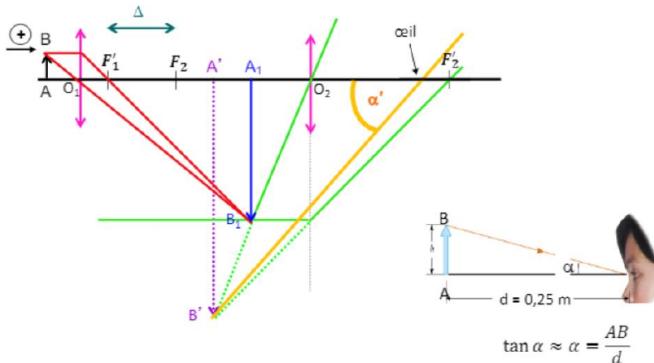
$$P_i = P_{oc} \times |Y_{obj}| = \frac{\Delta}{O_1F'_1 \times O_2F'_2}$$

P_i puissance intrinsèque ou nominale, ne dépend que de l'instrument, avec les longueurs en mètres et P_i en dioptries. Typiquement $100 \leq P_i \leq 10000 \text{ d}$

Grossissement du microscope :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

Avec α' l'angle sous lequel l'œil voit l'image $A'B'$ à travers l'instrument, en radians, et α l'angle sous lequel est vu l'objet à l'œil nu à la distance minimale de vision distinque de l'œil, en radians.



$$\begin{aligned}
 \Rightarrow G &= \frac{\alpha'}{\alpha} \\
 \Rightarrow G &= \frac{\alpha}{AB} \cdot d \\
 \Rightarrow G &= P_{micro} \cdot d \\
 \Rightarrow G &= P_{oc} \cdot |\gamma_{obj}| \cdot d \\
 \Rightarrow G &= P_{oc} \cdot d \cdot |\gamma_{obj}| \\
 \Rightarrow G &= G_{oc} \cdot |\gamma_{obj}|
 \end{aligned}$$

On définit le grossissement commercial \$G_c\$ pour un œil normal qui observe un objet à l'infini à travers le microscope, donc pour \$d = 0,25\text{m}\$ et \$P = P_i\$.

$$G_c = P_i \times 0,25 = \frac{P_i}{4} = G_{oc} \cdot |\gamma_{obj}|_\infty$$

Pouvoir séparateur du microscope :

On considère deux cas limites :

- Pour un **microscope de puissance moyenne** (\$P_i \approx 1000 \delta\$) alors la limite de résolution est imposée par l'œil, avec \$\varepsilon = 3 \times 10^{-4} \text{ rad}\$ le pouvoir séparateur de l'œil seul (sans instrument).

Exemple : soit un microscope de puissance \$P\$ pour observer un objet \$AB\$ dont l'image finale est vue par l'œil à travers le microscope sous un angle \$\alpha'_{min} = \varepsilon\$.

$$P = \frac{\alpha'_{min}}{AB} = \frac{\varepsilon}{AB} \Rightarrow AB = \frac{\varepsilon}{P} = \frac{3 \times 10^{-4}}{10^3} \approx 3 \times 10^{-7} \text{ m}$$

Donc \$AB \approx 0,2\$ à \$0,7 \mu\text{m}\$ (on rappelle que pour la loupe c'est environ \$10 \mu\text{m}\$)

- Pour un **microscope de puissance élevée** (\$P_i > 10000 \delta\$) alors la limite de résolution est imposée par les caractéristiques de la lumière
→ le pouvoir séparateur est limité par le **phénomène de diffraction**

Les défauts de l'œil :



Rappel : œil normal ou emmétrope = dioptrie sphérique convexe tel que

$$\overline{SC} = 6 \text{ mm et } \overline{SE} = 24 \text{ mm} = \overline{SF}_{DS}$$

quand l'œil est au repos.

Avec : $\overline{SR} \rightarrow \infty$, $\overline{SP} = -25 \text{ cm}$, $A = 4 \delta$

Un œil à défaut est appelé **œil amétrope**.

Les principaux défauts sont :

- La **myopie**, si l'œil est trop convergent

L'image se forme en avant de la rétine : vision de loin floue



- L'**hyperméropie**, si l'œil n'est pas assez convergent

L'image se forme en arrière de la rétine : vision de près floue, vision de loin impossible sans accomoder



- L'**astigmatie**, qui est un défaut dans la courbure du cristallin ou de la cornée

La cornée d'un œil astigmate est légèrement ovale, les rayons lumineux qui arrivent sur l'œil se focalisent en des points différents en arrière et en avant de la rétine ce qui provoque une déformation de l'image.



25

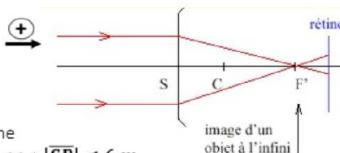
Défauts liés à l'âge :

- Presbytie : perte de l'élasticité du cristallin (le punctum proximum s'éloigne de l'œil > diminue l'amplitude d'accommodation).
- Cataracte : augmentation de l'opacité du cristallin.
- Glaucome : problème d'évacuation de l'humeur aqueuse.

Autres défauts :

- Décollement de la rétine : du liquide vient s'insérer derrière la rétine ce qui provoque des tâches au niveau de la vision.

Correction de la myopie :



1- Définition

- L'œil myope est trop convergent
- Le foyer image du DS est situé avant la rétine
- Le punctum remotum R n'est pas à l'infini : on a $|SR| < 6 \text{ m}$.
- Au repos, l'œil voit nettement des objets en R mais il ne peut pas voir nettement des objets plus éloignés
- Pour un œil myope le punctum proximum est en général plus proche de l'œil ($< 25 \text{ cm}$)

2- Correction

But : permettre à l'œil d'observer un objet à l'infini sans accommoder (au repos)

Principe

$$AB \text{ à } l'\infty \xrightarrow{(L)} A_1B_1 \text{ en } R \xrightarrow{(DS)} A'B' \text{ en } E$$

ou encore

$$AB \text{ à } l'\infty \xrightarrow{(L)} A_1B_1 \text{ en } F'_L \xrightarrow{(DS)} A'B' \text{ en } E$$

$$\Rightarrow R = F'_L$$

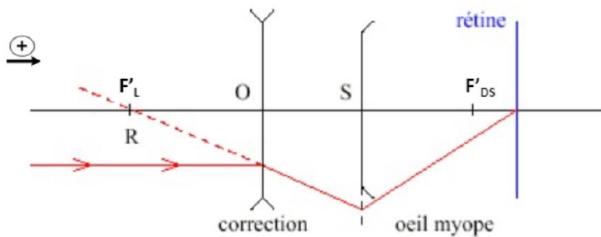
Il faut positionner le foyer image F'_L des verres correcteurs au punctum remotum R de l'œil myope

$$\Rightarrow \overline{OF'_L} = \overline{OR} < 0$$

27

Correction de la myopie par lentilles minces divergentes

$$R = F'_L$$



Correction par lentille divergente \Rightarrow lentille à bords épais

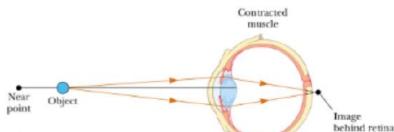
$$\overline{OF'_L} = \overline{OS} + \overline{SF'_L} = \overline{OS} + \overline{SR} < 0$$

avec $\overline{OS} =$ distance lentille-cornée > 0

Si lentilles de contact (ou lentilles correctrices) à la place de lunettes, on a $\overline{OS} = 0$ et on a directement :

$$\overline{OF'_L} = \overline{SR}$$

Correction de l'hypermétrie :



1- Définition

- L'œil n'est pas assez convergent
- L'œil forme d'un objet à l'infini une image située derrière la rétine, donc il voit flou.
- Le punctum remotum R n'est pas à l'infini : il est **virtuel** et situé derrière la rétine donc $\overline{SR} > 0$
- Mais l'œil a la faculté d'accommoder \Rightarrow un œil hypermétrope non corrigé accommode en permanence (fatigue visuelle)

2- Correction

But : permettre à l'œil d'observer un objet à l'infini sans accomoder (au repos)

Principe

$$AB \text{ à } l'\infty \xrightarrow{(L)} A_1B_1 \text{ en } R \xrightarrow{(DS)} A'B' \text{ en } E$$

ou encore

$$AB \text{ à } l'\infty \xrightarrow{(L)} A_1B_1 \text{ en } F'_L \xrightarrow{(DS)} A'B' \text{ en } E$$

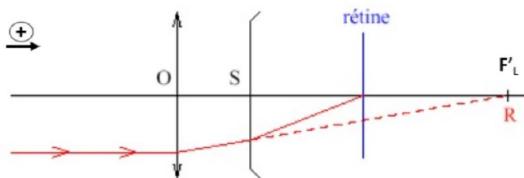
$$\Rightarrow R = F'_L$$

Il faut positionner le foyer image F'_L des verres correcteurs au punctum remotum R de l'œil hypermétrope $\Rightarrow \overline{OF'_L} = \overline{OR} > 0$

29

Correction de l'hypermétrie par lentilles minces convergentes

$$R = F'_L$$



Correction par **lentille convergente** \Rightarrow lentille à bords minces = loupe

\Rightarrow Si on regarde un œil hypermétrope au travers de ses lunettes, on le voit agrandi

$$\overline{OF'_L} = \overline{OS} + \overline{SF'_L} = \overline{OS} + \overline{SR}$$

avec \overline{OS} = distance lentille-cornée > 0 et $\overline{SR} > 0$

donc $\overline{OF'_L} > 0$

Si lentilles de contact (ou lentilles correctrices) à la place de lunettes, on a $\overline{OS} = 0$ et on a directement :

$$\overline{OF'_L} = \overline{SR}$$

30

Correction de la presbytie :

1- Définition

La presbytie est la réduction du pouvoir d'accommodation.

L'amplitude dioptrique d'accommodation A diminue (à peu près linéairement avec l'âge) donc l'œil, même en accommodant au maximum, n'est plus assez convergent.

Le punctum proximum P s'éloigne avec l'âge.

- à 10 ans : P.P. à 7 ou 8 cm → A ≈ 14 δ
- à 20 ans : P.P. à 25 cm → A ≈ 4 δ
- à 70 ans : P.P. > 1 m → A < 1 δ



2- Correction

On utilise des lentilles minces correctrices (L) afin d'observer, en accommodant au maximum, un objet AB situé à 0,25 m de l'œil (donc A en P de l'œil normal = P_N).

L'image de cet objet par la lentille correctrice doit se former en P de l'œil presbyte non corrigé (= P_P) pour donner image nette sur la rétine de l'œil E par le dioptre (DS).

$$A = P_N \xrightarrow{(L)} A_1 = P_P \xrightarrow{(DS)} A' = E$$

La distance focale $\overline{OF'_L}$ de la lentille correctrice L est donnée par :

$$\frac{1}{OP_P} - \frac{1}{OP_N} = \frac{1}{\overline{OF'_L}}$$

31

Chirurgie ophthalmique pour corriger la myopie :

1- La photokératectomie réfractive



- Au laser Excimer (faisceau ultra-violet)
- Consiste à enlever une couche de l'épithélium de la cornée
- Efficace pour les myopies entre -1 δ et -7 δ
- Cicatrisation difficile

2- Le LASIK (Laser In-situ Karatomilleusis)



- On soulève l'épithélium
- On modifie la courbure de la cornée
- On remplace l'épithélium
- Efficace pour les myopies entre -1 δ et -20 δ
- Guérison plus rapide qu'avec la photokératectomie réfractive

32

Électricité

Introduction

Pourquoi étudier l'électricité en SVT ?

De nombreux phénomènes qui nous entourent sont associés à l'électricité, ex : orage ; bioélectricité : domaine de la physiologie concernant la maîtrise de l'électricité chez les organismes vivants (ex. anguille électrique).

Production des influx nerveux par les neurones : la membrane cellulaire du neurone est excitable. Un influx nerveux peut-être déclenché à la suite d'une stimulation électrique, chimique ou mécanique. Sur les tiges des dendrites et sur l'axone (fibre nerveuse), elle contient des canaux ioniques sensibles à un potentiel électrique, essentiels à la propagation de l'influx nerveux.

Electrostatique

Définition

Electrostatique : études des charges électriques immobiles (attraction/répulsion)

Electrocinétique : études des charges en mouvement.

Propriétés en électrostatique

Champ et potentiel électriques : une charge électrique Q crée en tout point de l'espace un champ électrique \vec{E} (en $V \cdot m^{-3}$) et un potentiel électrique V (en V).

Force électrique : une charge électrique q placée dans un champ \vec{E} subit une force électrique \vec{F} (en N) telle que : $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$

Champ électrique	\vec{E}	→ unité : V/m (ou N/C)
Potentiel électrique	V	→ unité : V
Force électrique	\vec{F}	→ unité : N

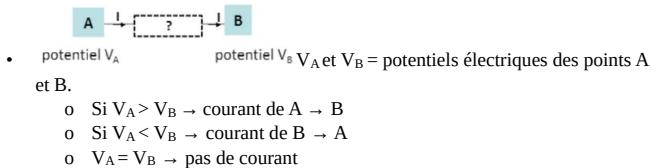
Charge électrique élémentaire, portée par les électrons -e et les protons +e du noyau de l'atome, avec $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C.

Potentiel, tension et courant électriques

Introduction

Ex :

- Un aquarium rempli d'eau est posé sur une surface plane > rien ne bouge car à l'équilibre.
 - Deux aquariums reliés par un tuyau sur une hauteur différente > création d'un courant.



La différence de potentiel entre deux points crée un courant = tension ($V_A - V_B$).

Cette différence produit un champ électrique \vec{E} uniforme, orienté vers les potentiels décroissants. Les porteurs de charges (électrons et ions) se mettent en mouvement lorsqu'une différence de potentiel est appliquée aux bornes du conducteur.

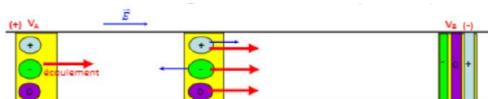
Le champ électrique \vec{E} produit sur ces porteurs de charge q une force électrique $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$

Si on considère maintenant des particules de charge q et de masse m , la force électrique va les accélérer dans la direction du champ électrique donc leur vitesse va augmenter.

On écrit le principe fondamental de la dynamique qui donne la variation de la vitesse \vec{v} des particules (de masse m) sous l'action de la force \vec{F} et on déduit l'expression de la vitesse $v(t)$ à un instant t :

$$\begin{aligned} \vec{F} &= m \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \text{La vitesse } \overrightarrow{v(t)} \text{ à un instant } t, \text{ dépend de la vitesse initiale } \overrightarrow{v(0)} \text{ du champ} \\ \Leftrightarrow q\vec{E} &= m \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \text{électrique } \vec{E} \text{ et du rapport } q/m. \\ \Leftrightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} &= \frac{q}{m} \vec{E} \\ \Rightarrow \overrightarrow{v(t)} &= \frac{qt}{m} \vec{E} + \overrightarrow{v(0)} \end{aligned}$$

Application à l'électrophorèse :



Mise en mouvement d'une solution (**en jaune**) contenant des espèces **neutres** (0), **anions** (-) et **cations** (+), en appliquant entre le (+) et le (-) :

- un **écoulement de fluide**
- un **champ électrique**.

Déplacement des espèces en solution :

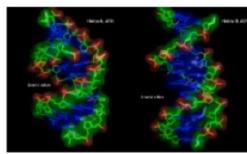
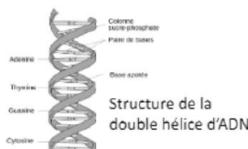
- ⇒ par **effet de flux (écoulement)** : agit pareillement sur toutes les espèces, donc ne dépend que de la masse **m**.
- ⇒ par **effet de champ électrique** : agit suivant le signe de la charge électrique, donc dépend de **E** et du signe.

Le flux électrophorétique dépend de la mobilité de chaque espèce

- Séparation à l'arrivée : cations arrivent d'abord, puis les neutres, puis les anions

Séparation ADN et ARN par électrophorèse en gel d'agarose

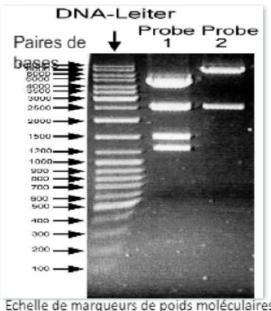
Méthode utilisée en biochimie et en biologie moléculaire pour séparer l'ADN (acide désoxyribonucléique), l'ARN (acide ribonucléique) ou des protéines en fonction de leur poids moléculaire.



Comparaison des structures de l'hélice B de l'ADN et de l'hélice A de l'ARN. Le grand sillon est fortement modifié.

La technique de l'électrophorèse sur gel d'agarose est basée sur la séparation des acides nucléiques chargés (-e) sous l'effet d'un champ électrique. Les molécules de plus petites tailles se déplacent plus rapidement et migreront plus loin que les molécules de tailles supérieures.

→ Permet la séparation de fragments d'ADN possédant de 50 à 1 million de paires de bases (pb).

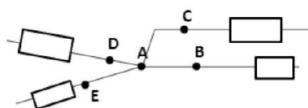


Potentiel électrique

Grandeur définissant l'état électrique d'un point de l'espace. Il définit l'énergie potentielle électrique qu'aurait une charge q en ce point, telle que : $E_{pe} = q \cdot V$ avec E_{pe} en J, q en C et V en V.

Propriété :

En électrocinétique, le potentiel électrique est constant le long des fils.



$$V_A = V_B = V_D = V_E.$$

On peut déplacer les points le long des fils, utile pour l'étude des circuits.

Définition de la tension

La tension entre deux points d'un circuit représente la différence de potentiel entre ces deux points.

Soient A et B deux points d'un circuit tel que :

$$U_{AB} = V_A - V_B$$

U_{AB} de B vers A



$$U_{BA} = V_B - V_A$$

$$U_{BA} \text{ de A vers B}$$

• On a $U_{AB} = -U_{BA}$

• La tension U_{AB} est représentée par une flèche qui pointe vers la première lettre donc de B vers A.

• L'unité de tension est le volt (V).

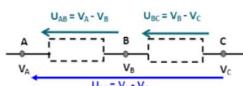
- Les valeurs standards vont de quelques mV à quelques dizaines de kV.

La répartition des tensions :

En série

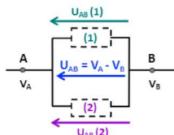
$$U_{AC} = (V_A - V_B) + (V_B - V_C)$$

$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}$$

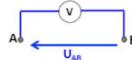


En parallèle

$$U_{AB} = U_{AB} (1) = U_{AB} (2)$$



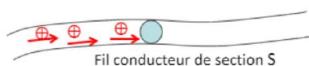
La tension électrique entre 2 points A et B est mesurée par un voltmètre monté en parallèle



Le courant électrique

Il correspond au déplacement des charges électriques dans un matériau conducteur sous l'effet du champ électrique induit par une différence de potentiel.

L'intensité $i(t)$ du courant mesure le débit des charges électriques $dq(t)$ qui traverse la section S d'un conducteur pendant un temps dt :



$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

Si le courant est continu (indépendant du temps), l'intensité I s'écrit :

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Le courant électrique est mesuré en ampère (A). $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$: l'intensité électrique est proportionnelle au nombre de charge électrique qui traverse le conducteur (fil) par seconde.

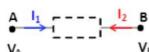
Ordre de grandeur :

- Installation domestique : 20 A.
- TGV : 1000 A au démarrage.
- Foudre : 1 à 100kA.

L'intensité est mesurée par un ampèremètre placé en série dans le circuit.

Le courant positif circule dans le sens des potentiels décroissants. Un courant positif dans un sens correspond à un courant négatif en sens inverse. La valeur absolue de ces deux courants est la même.

Avec $V_A > V_B$ on a $I_1 > 0$ et $I_2 < 0$.



Répartition des courants :

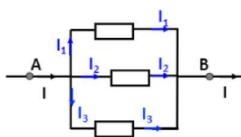
- En série :



Le courant traversant chaque élément est identique : $I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = I_5 = I_6$

Le long d'une branche de circuit, le courant est identique.

- En parallèle :



$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

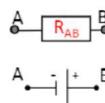
La loi des nœuds.

Circuits électriques

Dipôle : AB est un élément d'un circuit électrique possédant deux bornes (pôles) placées en A et en B. Il peut être actif ou passif. Chacun d'eux possède sa propre caractéristique (relation entre tension et intensité et ses propres conventions).

Ex :

- La résistance est un dipôle passif.
- Le générateur est un dipôle actif.



Branche de circuit : une partie de circuit électrique située entre deux nœuds consécutifs. Le long de celle-ci tous les éléments sont en série. Le courant traversant une branche de circuit est identique en tout point le long de cette dernière.

Nœud : point de connexion entre au moins deux branches d'un circuit. **La loi des nœuds est la somme des courants qui arrivent en un nœud est égale à la somme des courants qui sortent de celui-ci.**

$$\sum I_{\text{entrant}} = \sum I_{\text{sortant}}$$

Maille : un chemin fermé sur le circuit électrique qui peut être composée de plusieurs branches. Dans ce cas, le chemin fermé ne doit jamais passer deux fois au même endroit.

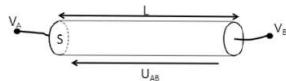
Résistivité, résistance et loi d'Ohm

Résistivité ρ ($\Omega \cdot m$) d'un matériau représente sa capacité à s'opposer à la circulation d'un courant.

On définit la conductivité σ , qui est l'inverse de la résistivité, $\sigma = 1/\rho$ ($\Omega^{-1} \cdot m^{-1}$).

Pour un matériau conducteur, la résistivité ρ est très faible (ex : $\rho(\text{Ag}) \sim 16 \times 10^{-9} \Omega \cdot m$)
Pour un matériau isolant, la résistivité ρ est très élevée (ex : $\rho(\text{verre}) \sim 10^{17} \Omega \cdot m$)

Soit un matériau conducteur de résistivité ρ , de section S et de longueur L .



La résistance R du fil, en Ω , est définie en fonction de la résistivité ρ par la relation :

$$R = \frac{\rho L}{S}$$

(Ω) ← R → (Ω)
 (Ω.m) ← ρL → (m)
 (m²) ← S → (m²)

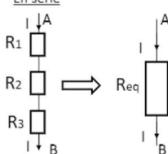
Résistance : dipôle électrique qui s'oppose au passage du courant (Ω). Elle est responsable d'une dissipation d'énergie sous forme de chaleur (effet Joule).



Association de résistances – résistance équivalente

Dans un circuit électrique comprenant plusieurs résistances, les résistances pourront être associées entre elles pour simplifier des montages complexes et déterminer simplement des grandeurs physiques (ex : déterminer le courant qui traverse une association de résistances.) Les résistances associées seront remplacées dans le circuit par une résistance équivalente R_{eq} .

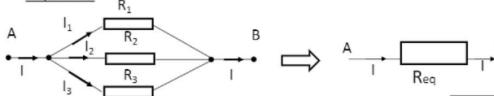
- En série



$$R_{eq} = \sum_i R_i$$

La résistance équivalente à plusieurs résistances en série est la somme des résistances.

- En parallèle



L'inverse de la résistance équivalente à plusieurs résistances en parallèle est la somme des inverses des résistances.

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

Loi d'Ohm

En valeur absolue, la tension U aux bornes d'une résistance R est égale au produit de l'intensité I du courant qui la traverse par la valeur de la résistance. Le signe du produit $R \cdot I$ dépend des sens choisis pour U_{AB} et I .

- Si U_{AB} et I ont des sens opposés

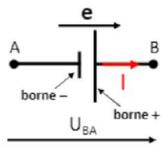


- Si U_{AB} et I ont le même sens



Générateur et moteur

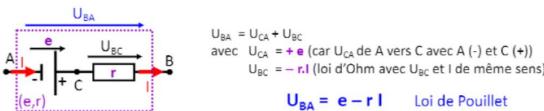
Générateur parfait : dipôle capable de délivrer une tension constante quelle que soit la charge (R) reliée à ses bornes. Il est caractérisé par une force électromotrice (V) > une tension.



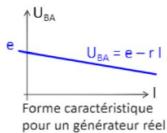
Cette force électromotrice est une tension orientée de la borne moins vers la borne plus. Ici $U_{AB} = e$, donc $U_{BA} = V_B - V_A > 0$ et $V_B > V_A$.

Si dans un circuit on voit une force électromotrice, on met directement une flèche dans le sens de la convention et cette tension est directement égal à e . Elle donne le sens du courant I s'il n'y a qu'un seul générateur dans le circuit.

Générateur réel : dipôle composé d'un générateur idéal de force électromotrice et d'une résistance interne r .

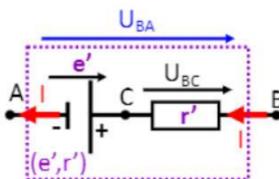


$$U_{BA} = e - rI \quad \text{Loi de Pouillet}$$



Pour un générateur réel, la tension n'est pas constante quelle que soit la charge (la pente de la droite vaut $-r$)

Moteur : il transforme une énergie électrique en une énergie mécanique. Il est caractérisé par sa force contre-électromotrice e' (V) et une résistance interne r' .



La force contre-électromotrice e' est une tension orientée de la borne moins vers la borne plus (même convention et représentation que pour le générateur).

Ici, la force contre-électromotrice ne donne pas le sens du courant.

$$U_{BA} = e' + r' I$$

tension utile
+ dissipée par
effet Joule

$$U_{BA} = U_{BC} + U_{CA}$$

avec $U_{CA} = +e'$ (car U_{CA} de A vers C avec A (-) et C (+))
 $U_{BC} = +r'I$ (loi d'Ohm avec U_{BC} et I de sens opposés)

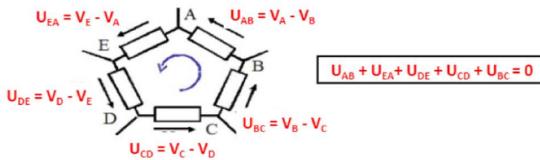
Loi de Kirchhoff

Loi des nœuds : la somme des courants arrivant à un nœud du circuit est égale à la somme des courants sortant de ce nœud.

$$\sum I_{\text{entrant}} = \sum I_{\text{sortant}}$$

$$I_1 + I_5 = I_2 + I_3 + I_4 + I_5$$

Loi des mailles : la somme des variations de potentiel rencontrée en parcourant une maille dans un sens donné est nulle.



$$\Rightarrow I = \frac{e_2 - e_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Loi de Pouillet généralisée

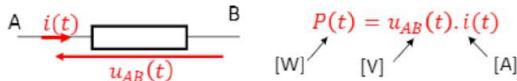
La loi de Pouillet ne fonctionne que sur un circuit en série.

Pour les lois des mailles la faire dans le sens + - →

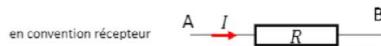
Puissance electrocinétique



Pour un dipôle en convention récepteur, la puissance reçue par celui-ci vaut :



- Résistance :**

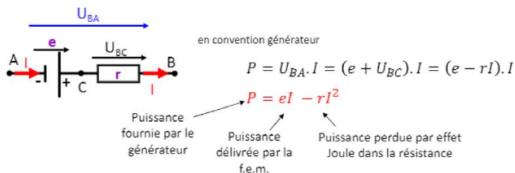


$$P = U_{AB}.I = RI.I$$

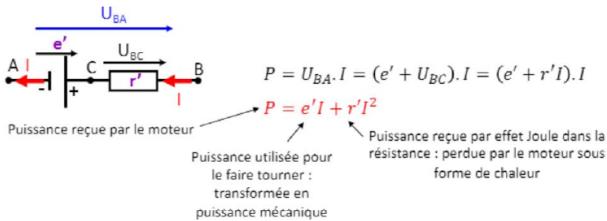
$$P = RI^2$$

Puissance reçue (et dissipée) par effet Joule par la résistance (chaleur).

- Générateur :**



- Moteur :**

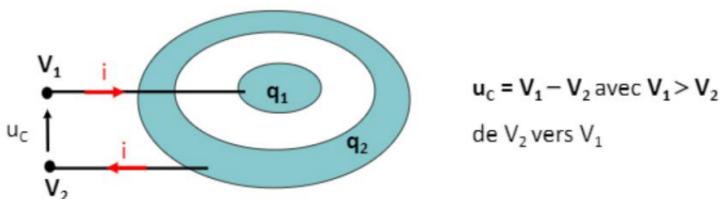


Unités utilisées en électrocinétique :

Grandeur	Unité
Courant (I)	A
Différence de potentiel ($V_B - V_A$)	V
Champ électrique (E)	$V \cdot m^{-1}$
Puissance (P)	W
Energie ou travail (W)	J
Longueur (L)	m
Section (S)	m^2
Résistance (R)	Ω
Résistivité (ρ)	$\Omega \cdot m$
Conductivité ($\sigma = 1/\rho$)	$\Omega^{-1} \cdot m^{-1}$

Condensateur

Un dipôle formé de deux conducteurs métalliques séparés par un matériau isolant.



Lorsque les armatures du condensateur, initialement neutres ($q_1 = q_2 = 0$), sont soumises aux tensions V_1 et V_2 , elles se chargent.

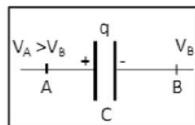
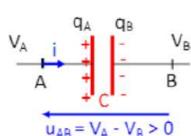
Les armatures portent des charges électriques de même valeur q , mais de signes opposés. Elles ont la même valeur absolue. La charge q du condensateur est positive et égale à cette valeur absolue.

Ici, pour $V_1 > V_2$ on a $q = +q_1 = -q_2$ avec $q = C(V_1 - V_2)$.

Pendant la charge le courant $i(t)$ varie. Quand elle est terminée, le courant est de nouveau nul $i = 0$.

Symbol : :

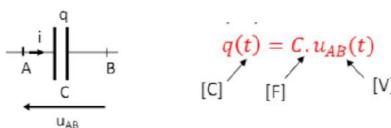
Pour $V_A > V_B$, on a $q_A > 0$, $q_B < 0$ donc $q = + q_A = - q_B$



C = capacité du condensateur.

Loi de comportement du condensateur :

La charge du condensateur est proportionnelle à la tension à ses bornes.

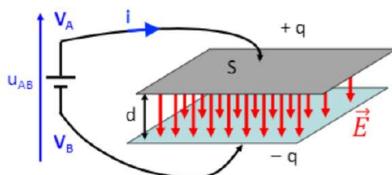


Capacité C : représente la capacité du condensateur à condenser les charges électriques sur ses armatures. Cela dépend uniquement de la géométrie du condensateur. S'exprime en Farad (F).

Convention :

Un condensateur doit toujours être branché en mode récepteur. La tension $U_{AB}(t) = U_c(t)$ à ses bornes doit toujours être opposée au sens du courant $i(t)$.

Condensateur plan : cas particulier pour lequel les armatures sont deux plans // chargés. On note S la surface, et d la distance bt les deux plans :



La capacité de ce condensateur plan vaut

$$C = \frac{\epsilon S}{d}$$

avec $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$

- ϵ_0 la permittivité diélectrique du vide (ou de l'air)
- $\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$ la permittivité diélectrique relative du matériau utilisé entre les deux plaques, de permittivité ϵ

$$(\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ SI}, \quad \epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1, \quad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ SI}, \quad c = 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1})$$

Il existe un champ électrique uniforme \vec{E} entre les bornes du condensateur, dirigé vers les potentiels décroissants (du + vers le -) et de norme $\|\vec{E}\| = \frac{U_{AB}}{d}$ en V/m.

Constantes diélectriques ou permittivités relatives

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

Permittivité relative (sans unité) →

Permittivité absolue (F/m)

Permittivité du vide (F/m)

substance	ϵ_r
Air 20 °	1,00059
Verre 20 °	5-10
Eau 25 °	78
Eau 80 °	61
Plastiques 20 °	3-20
TiO_2 20 °	100
Papier 20 °	3,5
Membrane d'axione non myélinisée	8

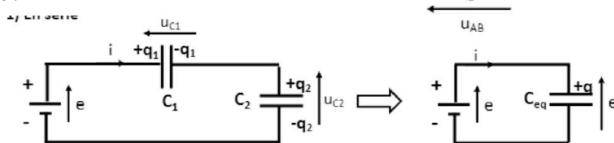
Energie stockée dans un condensateur :

Si U_{AB} = tension aux bornes du condensateur, q sa charge et C sa capacité, l'énergie E stockée dans le condensateur est égale à :

$$E = \frac{1}{2} q \cdot u_{AB} = \frac{1}{2} C \cdot u_{AB}^2$$

Association de condensateurs :

En série :



Lorsque les condenseurs sont en série, la charge portée par chaque condensateur est identique.
Donc $q_1 = q_2 = q$.

Or $q_1 = C_1 \cdot u_{C1}$ et $q_2 = C_2 \cdot u_{C2}$ donc $C_1 \cdot u_{C1} = C_2 \cdot u_{C2}$.

$$\text{De plus, on a (loi des mailles) : } e = u_{C1} + u_{C2} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2}$$

Soit C_{eq} la capacité équivalente (schéma de droite)

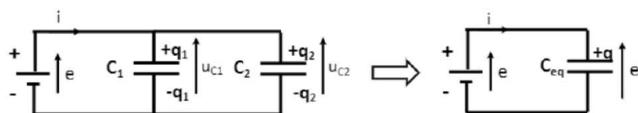
$$\text{on a donc aussi : } q = C_{eq} \cdot e \Leftrightarrow e = \frac{q}{C_{eq}} \quad (2)$$

$$(1) = (2) \text{ d'où : } \frac{q}{C_{eq}} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

L'inverse de la capacité équivalente à plusieurs capacités en série est la somme des inverses des capacités (comme les résistances en //).

En // :



Lorsque les condensateurs sont en //, la tension est la même aux bornes de chaque condensateur.
Donc $U_{C1} = U_{C2} = e$.

$$\text{Donc } q_1 = C_1 \cdot e \text{ et } q_2 = C_2 \cdot e$$

$$\text{La charge totale est } q = q_1 + q_2. \quad \text{donc } q = C_1 \cdot e + C_2 \cdot e \quad (1)$$

Soit C_{eq} la capacité équivalente (schéma de droite)

$$\text{on a donc aussi : } q = C_{eq} \cdot e \quad (2)$$

$$(1) = (2) \text{ d'où : } C_{eq} \cdot e = C_1 \cdot e + C_2 \cdot e \Rightarrow$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

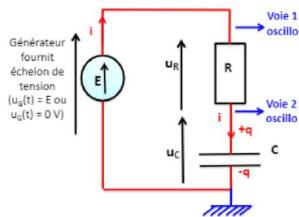
Des capacités en // s'additionnent (comme les résistances en série).

Dès qu'il y a un condensateur le courant n'est plus continu.

Charge du condensateur : (schéma TP oscillo 2) :

On dispose d'un générateur idéal, de type GBF délivrant un signal créneau ($U_G(t) = 0$ ou E , en volts), de fréquence f et période T , d'un condensateur de capacité C et d'une résistance R .

Avec l'échelon de tension, c'est comme si on disposait d'un interrupteur k permettant de couper (0 V) ou d'allumer la tension délivrée par le générateur (fournir la tension E en volts).



Sur la voie 1 de l'oscillo, on mesure $U_C(t) + U_R(t) = U_G(t)$ qui vaut E (ou V) donc on déduit $U_R(t)$.

Sur la voie 2 de l'oscillo, on mesure $U_C(t)$.

On peut aussi déduire l'intensité du circuit :

$$I(t) = U_R(t) / R$$

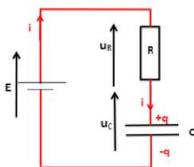
Initialement ($t=0$), échelon de tension à 0, donc $E = 0$, $U_C(0) = 0$, $U_R(0) = 0$.

Echelon passe à E : le condensateur se charge ;

Echelon repasse par 0 : le condensateur se décharge etc.



À $t = 0$, l'échelon passe à E , comme si on fermait un interrupteur, un courant I va circuler.



La charge q du condensateur augmente jusqu'à ce que le condensateur soit chargé entièrement. Lorsque la charge est terminée on a $q = q_{\max}$ et $I = 0$

Équation différentielle de la charge :

- Loi des mailles : $u_R(t) + u_C(t) = E$

- Expression de u_R et u_C :

$$u_R(t) = Ri(t) = R \frac{dq(t)}{dt}$$

$$q(t) = Cu_C(t) \text{ donc } \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C(t)}{dt}$$

$$\text{et } u_R(t) = RC \frac{du_C(t)}{dt}$$

- Équation différentielle de la charge :

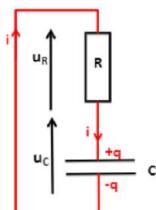
$$RC \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = E$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC}u_C(t) = \frac{E}{RC}$$

Décharge du condensateur :

Schéma du circuit et principe (schéma TP oscillo 2)

Cette fois l'échelon de tension passe à 0 (on enlève E de la maille) :



Le condensateur est initialement chargé sous une tension E donc à $t = 0$, les CI correspondant à : $U_C(0) = E$ et $q(0) = CE$

A $t > 0$, la décharge commence ; le condensateur se décharge dans la résistance.

Pendant la décharge le courant n'est plus nul i n'est pas = à 0, la tension U_C diminue et la charge q aussi.

A la fin de la décharge, courant, tension et charge sont nul :
 $i(t) \rightarrow 0$, $u_C(t) \rightarrow 0$ et $u_C(t) \rightarrow 0$.

Équation différentielle de la décharge :

- Loi des mailles : $u_R(t) + u_C(t) = 0$
avec toujours

$$u_R(t) = Ri(t) = R \frac{dq(t)}{dt}$$

$$q(t) = Cu_C(t) \text{ donc } \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C(t)}{dt}$$

$$\text{et } u_R(t) = RC \frac{du_C(t)}{dt}$$

- Équation différentielle de la décharge :

$$RC \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = 0$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC} u_C(t) = 0$$

14

Constante de temps (T) du circuit RC :

T est le temps tel que $T = RC$. Caractérise le temps de charge ou décharge du circuit RC. Plus $T = RC$ est grand, plus le temps de décharge est important. T est indépendant de E .

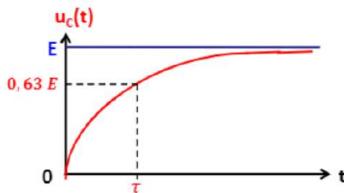
Détermination arithmétique :

Pendant la charge :

$$u_C(t) = E(1 - \exp(-\frac{t}{RC}))$$

$$\text{donc } u_C(t = \tau) = E(1 - \exp(-\frac{\tau}{RC})) = E \left(1 - \exp\left(-\frac{RC}{RC}\right)\right) = E(1 - \exp(-1)) = 0,63 E$$

Pendant la charge, on a $u_C(\tau) = 0,63 E$ ou encore $u_C(\tau) = 63\% E$



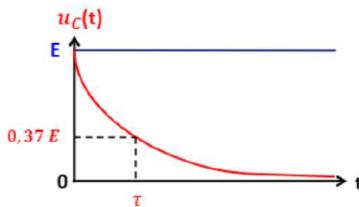
Connaissant E on déduit $u_C(\tau) = 0,63E$, on trace sur le graphe de $u_C(t)$ et on trouve τ par interpolation.

Pendant la décharge :

$$u_C(t) = E \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

$$\text{donc } u_C(t = \tau) = E \exp\left(-\frac{\tau}{RC}\right) = \exp\left(-\frac{RC}{RC}\right) = \exp(-1) = 0,37 E$$

Pendant la décharge, on a $u_C(\tau) = 0,37 E$ ou encore $u_C(\tau) = 37\% E$



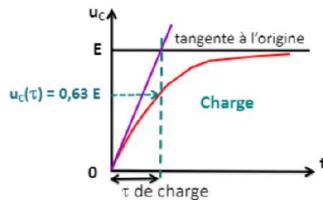
Connaissant E on déduit $u_C(\tau) = 0,37E$, on trace sur le graphe de $u_C(t)$ et on trouve τ par interpolation.

3) Détermination graphique

τ est l'abscisse du point d'intersection de la tangente à l'origine à la courbe $u_C(t)$ (ou $q(t)$ ou $i(t)$) et l'asymptote à cette courbe.

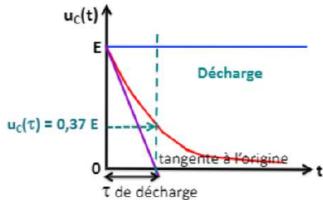
Exemple : charge (asymptote $u_C = E$)

$$u_C(t) = E \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)\right)$$

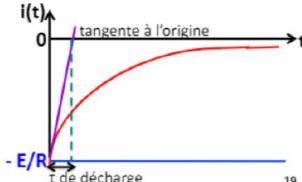


Exemple : décharge (asymptote $u_C = 0$)

$$u_C(t) = E \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$



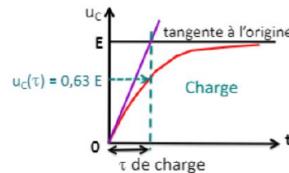
$$i(t) = -\frac{E}{R} \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$



Démonstration : exemple de la charge

$$u_C(t) = E \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)\right)$$

Asymptote: $u_C = E$



Soit $f(t)$ la tangente à l'origine, de coefficient directeur a .

$$\frac{du_C(t)}{dt} \Big|_{t=0} = \frac{E}{RC} \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \Big|_{t=0} = \frac{E}{RC}$$

On intègre pour obtenir $f(t)$ donc $f(t) = \frac{E}{RC}t + b$

Ordonnée à l'origine b donnée par $f(0) = g(0)$ soit $\frac{E}{RC} \times 0 + b = 0$ donc $b = 0$ et $f(t) = \frac{E}{RC}t$

Équation de l'asymptote $g(t) = E$

L'intersection est donnée par $f(t) = g(t)$ soit $\frac{E}{RC}t = E \Big|_{t=\tau}$ soit $\tau = RC$

Idem pour décharge, etc.

Neurone et axone

Neurone : système de communication qui met l'organisme en relation avec le monde extérieur. Les entrées d'infos se font au niveau de récepteurs sensoriels qui transforment les infos des diverses sources d'énergie en signaux électriques, qui gagnent ensuite le centres nerveux (encéphale, moelle épinière) où ils sont traités et codés. Il est capable d'émettre un potentiel électrique correspondant à une variation du potentiel membranaire. Il peut être partiel (variation limitée d'un potentiel local), ou au contraire maximal et donner un potentiel d'action : l'influx nerveux est donc le support de l'info. Ces variations de potentiels sont dues à des mouvements ioniques au travers de la membrane plasmique.

Modélisation de l'axone (membrane cellulaire et axoplasme)

Soit un axone constitué d'une membrane cellulaire de rayon r_{mem} et d'épaisseur e_{mem} entourant l'axoplasme de rayon r_{apo} .

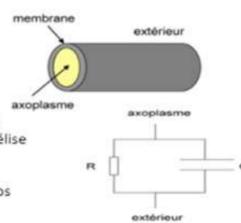
La membrane cellulaire peut être considérée comme un condensateur dont l'isolant est imparfait, ce qu'on modélise par une résistance en parallèle.

Il y a donc un courant de fuite circulant à travers la membrane, qui se décharge avec une constante de temps

$$t = RC = c_m / g_m$$

avec c_m est la capacité de la membrane par unité de surface, évaluée à : $c_m \approx 10^{-2} \text{ F/m}^2$ et g_m la conductivité ($= 1/\rho$ en $\Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$) par unité de longueur, qui vaut : $g_m = 9 \Omega^{-1}/\text{m}^2$. 21

Donc la constante de temps de l'axone est : $t \approx 10^{-3} \text{ s}$.

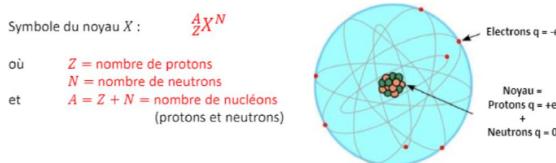


La radioactivité

Les noyaux radioactifs et leurs propriétés de désintégration sont abondamment utilisés en biologie, biochimie, géologie et médecine. Ils servent de marqueurs biologiques, ou encore pour la datation. On peut utiliser pour déceler des tumeurs cancéreuses, mais aussi pour les soigner.

Physique du noyau, unités associées, masse et énergie

Atome : noyau fait de protons (+) et neutrons (neutre) (charge totale $+Ze$) + Z électrons (charge totale $-Ze$), avec $e = \text{charge élémentaire} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$. Le même nb de protons que d'électrons.



X = nom de l'élément chimique ou isotope

A = nombre de masse de l'atome

Z = nombre de charge (= nombre d'électrons de l'atome) ou numéro atomique

Ions : gagnés ou perdus une charge électrique.

Isotopes : deux noyaux ayant le même Z (symbole chimique) mais des valeurs de A différentes, donc N différents. Comme $^{12}_6C^6$ et $^{14}_6C^8$.

Isobares : deux noyaux différents (donc Z différents) mais ayant le même nb de masse (A identique). Comme $^{132}_{55}Cs^{82}$ et $^{132}_{56}Ba^{81}$.

Désexcitation gamma du noyau

On dit que le noyau est excité lorsqu'il a acquis un surplus d'énergie :

- Un noyau dans un état excité peut être stable ou radioactif.
- Un noyau dans un état excité prend le symbole étoile en exposant $^{12}_6C^*$.
- Un noyau dans un état excité veut retourner vers son état fondamental.

Pour se désexciter, le noyau va émettre un photon qui emporte l'énergie en surplus entre l'état initial d'énergie E_i et l'état final d'énergie E_f avec $E_i > E_f$.



On a : $E_\gamma = h\nu$ ($= hf$) $= E_i - E_f$

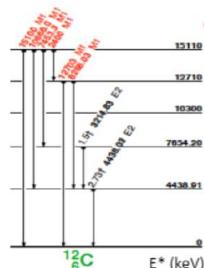
h est la constante de Planck, avec $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J.s.}$

ν (ou f) est la fréquence du rayonnement gamma.

Pas de distinction entre rayonnement et matière ici.

Le photon γ est à la fois une onde (rayonnement) et une particule (matière).

- sa masse est nulle $m_\gamma = 0$,
- sa vitesse est celle de la lumière dans le vide $v_\gamma = c = 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$,
- Sa longueur d'onde vaut $\lambda_\gamma = hc/E_\gamma$.



3

Unité d'énergie

Le joule (J) n'est pas une unité adaptée pour les énergies des noyaux et des particules car les valeurs sont trop faibles. On utilise l'électron-Volt et ses multiples.

Electron-Volt : l'énergie d'une charge élémentaire $> e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ soumise à une différence de potentiel de 1V donc $1\text{eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$.

On utilise :

$$1 \text{ keV} = 10^3 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-16} \text{ J}$$

$1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-13} \text{ J}$ pour les noyaux

$$1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-10} \text{ J}$$

$1 \text{ TeV} = 10^{12} \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-7} \text{ J}$ pour les particules des gros accélérateurs.

Unité de masse atomique

C'est l'unité utilisée pour les masses en radioactivité (plutôt que le kg qui n'est pas adaptée).

Une unité de masse atomique : égale à la masse de l'atome de carbone 12/12.

$$1 \text{ u.m.a.} = \frac{m(^{12}_6C)}{12} = \frac{1}{12} \frac{M}{N_A} = \frac{1}{12} \frac{12 \times 10^{-3}}{6,02 \times 10^{23}} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

Exemples :

$$\text{proton } m_p = 1,007276 \text{ u.m.a.}$$

$$\text{neutron } m_n = 1,008665 \text{ u.m.a.}$$

$$\text{électron } m_e = 0,0005486 \text{ u.m.a.}$$

masse d'un noyau

Masse du noyau = masse de son état fondamental. La masse est donnée en u. m. a.

Ex : $m(^{235}\text{U}) = 234,99345 \text{ u. m. a.}$

Energie de masse au repos

Principe d'équivalence masse-énergie énoncé par Einstein en 1905 : $E = mc^2$ avec E en J, m en kg et $c = 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

Energie équivalente à 1 u.m.α :

$$E = 1 \text{ u.m.} \alpha \times c^2 = 1,66 \times 10^{-27} \times (3 \times 10^8)^2$$
$$E \sim 1,4904 \times 10^{-10} \text{ J} = 931,5 \times 10^6 \text{ eV}$$

$E(1 \text{ u.m.} \alpha) = 931,5 \text{ MeV}$

Exemples :

$$\text{proton } m_p c^2 = 938,3 \text{ MeV}$$

$$\text{neutron } m_n c^2 = 939,6 \text{ MeV}$$

$$\text{électron } m_e c^2 = 0,511 \text{ MeV}$$

$$\text{particule alpha } m_\alpha c^2 = 3727,5 \text{ MeV} \text{ (avec } \alpha = \text{noyer d'hélium } 4 = {}_2^4\text{He})$$

Soit un noyau ${}_Z^A X^N$ avec $A = Z + N$

L'énergie de masse au repos de ce noyau, dans son état fondamental, s'écrit :

$$m({}_Z^A X^N) c^2 = Z \cdot m_p c^2 + N \cdot m_n c^2 - B(A, Z)$$

Donc $m({}_Z^A X^N) c^2 = \text{masse des nucléons constituant le noyau} - \text{énergie de liaison des nucléons dans le noyau } B(A, Z)$.

On peut aussi écrire : $m({}_Z^A X^N) c^2 = Z \cdot m_p c^2 + (A - Z) \cdot m_n c^2 - B(A, Z)$

L'énergie de liaison B(A, Z) empêche les protons du noyaux de se repousser (car charges électriques identiques).

On définit aussi l'énergie de liaison par nucléon, $B(A, Z)/A$, qui est une quantité presque constante env. 8MeV/u. m . a pour les noyaux stables, au-dessus de A) 5.

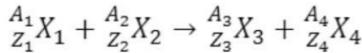
Remarque : si le noyau est dans un état excité d'énergie E_{exc} , alors l'énergie de masse au repos s'écrit :

$$m({}_Z^A X^{N*}) c^2 = m({}_Z^A X^N) c^2 + E_{exc}$$

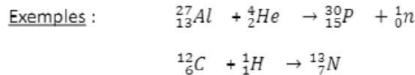
Lois de conservation et désintégrations radioactives

Lois de conservation

Soit une réaction nucléaire au cours de laquelle deux noyaux X_1 et X_2 entrent en collision dans l'état initial pour former dans l'état final deux noyaux X_3 et X_4 :

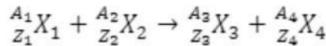


- Le nombre de masse A est conservé dans cette réaction : $A_1 + A_2 = A_3 + A_4$.
- Le nombre de charge Z est conservé dans cette réaction : $Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4$.



Chaleur de réaction Q

Le bilan énergétique d'une réaction est défini comme étant égal à Q, appelé chaleur de réaction ou énergie libérée dans la réaction. Pour une réaction nucléaire de type :



Où X_i sont des noyaux, le bilan énergétique Q s'écrit soit à partir des masses m (en u. m. a.), ou soit à partir des énergies de masse au repos mc^2 (en MeV).

Q est égal à la somme des masses (énergies) dans l'état initial moins la somme des masses (énergies) dans l'état final. On écrit, en MeV :

$$Q = (m_1 + m_2 - m_3 - m_4) \times 931,5 = m_1c^2 + m_2c^2 - m_3c^2 - m_4c^2 \text{ (en MeV).}$$

- Si $Q > 0$ la réaction est dite exoénergétique : elle est spontanée et se produit sans apport d'énergie dans la voie d'entrée. Il y a de l'énergie libérée en voie de sortie.
- Si $Q < 0$ la réaction est dite endoénergétique : la réaction est impossible si on ne fournit pas d'énergie dans l'état initial, sous forme d'énergie cinétique E_c donnée au projectile.

Cas particulier

Si la réaction ne contient que des noyaux (dans ce cas, N est conservé) :

$$\begin{aligned} Q &= m_1c^2 + m_2c^2 - m_3c^2 - m_4c^2 \\ &= Z_1 \cdot m_pc^2 + N_1 \cdot m_nc^2 - B_1(A_1, Z_1) + Z_2 \cdot m_pc^2 + N_2 \cdot m_nc^2 - B_2(A_2, Z_2) \\ &\quad - (Z_3 \cdot m_pc^2 + N_3 \cdot m_nc^2 - B_3(A_3, Z_3)) - (Z_4 \cdot m_pc^2 + N_4 \cdot m_nc^2 - B_4(A_4, Z_4)) \\ &= (Z_1 + Z_2 - Z_3 - Z_4) \cdot m_pc^2 + (N_1 + N_2 - N_3 - N_4) \cdot m_nc^2 + (-B_1 - B_2 + B_3 + B_4) \end{aligned}$$

Les deux premiers termes sont nuls et on peut écrire Q directement en fonction des énergies de liaison B des nucléons dans le noyau, mais attention à l'ordre : $\color{red}Q = B_3 + B_4 - B_1 - B_2$ (en MeV)

Généralités sur les désintégrations radioactives

Un noyau radioactif, naturellement ou créé artificiellement, est un noyau instable. Il peut-être dans son état fondamental ou dans un état excité. Il cherche à retourner vers une forme plus stable : le noyau radioactif va se désintégrer afin de se transformer spontanément en un noyau stable (en une ou plusieurs étapes).

Les désintégrations radioactives sont des réactions nucléaires particulières :

- Avec un seul noyau dans l'état initial,
- En général des particules sont présentes dans la réaction, souvent émises mais parfois capturées,
- Si elle existe, la désintégration est spontanée, donc il faut avoir $Q > 0$.

Il existe plusieurs types de désintégrations radioactives. Celles étudiées ici sont les plus courantes : α , β^+ , β^- et c. e.

β^+ , β^- et c. e. sont dites isobariques car le noyau père et le noyau fils ont la même valeur de A, ce sont des isobares.

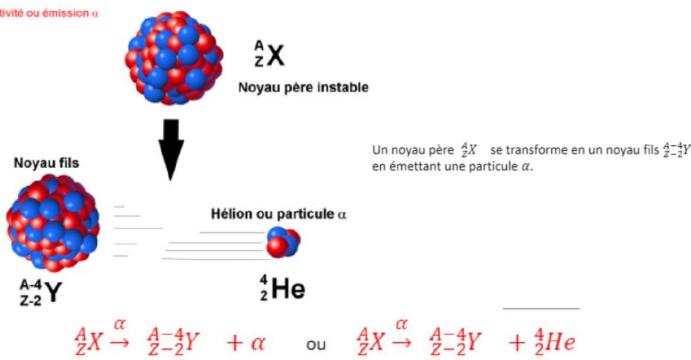
Neutrino ν et antineutrino $\bar{\nu}$, de charge électrique nulle, apparaissent dans les désintégrations isobariques. Ce sont des antiparticules, donc ils ont même masse. Elle est non nulle mais négligeable : $m(\nu) = m(\bar{\nu}) \sim 0$.

ν et $\bar{\nu}$ n'interviennent pas dans le calcul du Q de réaction mais doivent apparaître dans les réactions β^- , β^+ et c. e., sinon l'énergie totale n'est pas conservée et donc ces réactions sont fausses !

9

Désintégration α

Radioactivité ou émission α



On calcule le Q de réaction et on doit avoir $Q_\alpha > 0$.

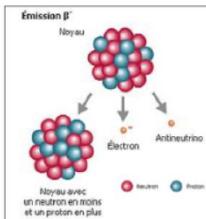
$$Q_\alpha = m(X)c^2 - m(Y)c^2 - m(\alpha)c^2$$

Les noyaux émetteurs α doivent avoir $A > 150$, ce sont donc des noyaux très lourds.

Remarque :

La particule α est un noyau d'hélium 4 (4_2He), on peut donc calculer Q directement avec les énergies de liaison nucléaires : $Q_\alpha = B(\alpha) + B(Y) - B(X)$

Désintégration β^-



Un noyau qui a un excès de neutrons les transforme en électrons par désintégration β^-

Un noyau père ${}_Z^A X$ se transforme en un noyau fils ${}_Z^{A-1} Y$ en émettant une électron e^- et un antineutrino $\bar{\nu}$ qui se partagent l'énergie Q_{β^-} libérée dans la réaction.
C'est une désintégration isobare, qui s'écrit :



On calcule le Q de réaction et on doit avoir $Q_{\beta^-} > 0$.

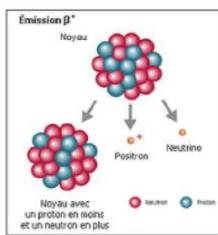
Pour l'antineutrino, on a $m(\bar{\nu}) \sim 0$.

L'électron a pour énergie de masse au repos $m_e c^2 = 0,511 MeV$

$$Q_{\beta^-} = m(X)c^2 - m(Y)c^2 - m_e c^2$$

Remarque importante : ne pas oublier $\bar{\nu}$ dans la désintégration β^- sinon elle est fausse

Désintégration β^+



Un noyau qui a un excès de protons les transforme en neutrons par désintégration β^+

Un noyau père ${}_Z^A X$ se transforme en un noyau fils ${}_Z^{A-1} Y$ en émettant une positron e^+ et un neutrino ν qui se partagent l'énergie Q_{β^+} libérée dans la réaction.
C'est une désintégration isobare, qui s'écrit :



On calcule le Q de réaction et on doit avoir $Q_{\beta^+} > 0$.

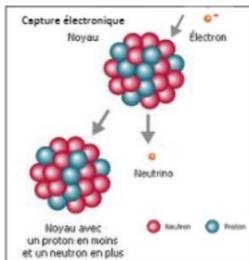
Pour le neutrino, on a : $m(\nu) \sim 0$.

Le positron est l'antiparticule de l'électron, donc à la même énergie de masse au repos $m_e c^2 = 0,511 MeV$, mais une charge électrique opposée.

$$Q_{\beta^+} = m(X)c^2 - m(Y)c^2 - m_e c^2$$

Remarque importante : ne pas oublier ν dans la désintégration β^+ sinon elle est fausse

Capture électronique (c. e.)



Un noyau qui a un excès de protons les transforme en neutrons par capture électronique c. e.

Comme l'antineutrino qui est son antiparticule, le neutrino a une charge électrique nulle,

et les deux ont même masse, non nulle mais négligeable : $m(\nu) = m(\bar{\nu}) \sim 0$.

L'électron a une énergie de masse au repos $m_e c^2 = 0,511 \text{ MeV}$.

$$Q_{c.e.} = m(X)c^2 + m_e c^2 - m(Y)c^2$$

β^+ et c. e. vont du même noyau père au même noyau fils mais on a $Q_{c.e.} = Q_{\beta^+} + 2m_e c^2$

Remarque importante : ne pas oublier ν dans la réaction de c. e. sinon elle est fausse

Loi de décroissance radioactive et activité

Loi de désintégration radioactive

Soit un échantillon radioactif, contenant à l'instant initial N_0 noyaux : c'est le nombre de noyaux radioactifs présents dans l'échantillon à $t = 0$.

On cherche le nombre $N(t)$ de noyaux radioactifs présents à un instant $t > 0$ dans l'échantillon.

La probabilité pour que ces noyaux radioactifs se désintègrent par unité de temps est λ , en s^{-1} , aussi appelée constante radioactive de l'élément.

L'équation de désintégration à laquelle obéit $N(t)$ est une équation différentielle du 1^{er} ordre sans second membre, qui décrit la variation $dN(t)$ et s'écrit initialement :

$$dN(t) = -\lambda N(t)dt$$

On la met sous une forme plus classique :

$$\frac{dN(t)}{dt} + \lambda N(t) = 0$$

La solution est de la forme : $N(t) = K \exp(-\lambda t)$ et on détermine la constante K à partir des conditions initiales sachant que $N(t = 0) = N_0 \Rightarrow N(0) = K \exp(0) = K = N_0$

On déduit la **loi de désintégration radioactive** (ou **loi de décroissance radioactive**)

$$N(t) = N_0 \exp(-\lambda t)$$

14

Période radioactive

La période radioactive : d'un échantillon de noyaux radioactifs, appelée T (ou $T_{1/2}$), est le temps au bout duquel il ne reste que la moitié des noyaux présents initialement. Elle est aussi appelée demi-vie.

Lien entre la période radioactive T et la constante radioactive λ :

On part de la loi de décroissance radioactive $N(t) = N_0 \exp(-\lambda t)$. Et on exprime qu'au bout d'une période le nombre de noyaux présents est divisé par deux

donc qu'on passe de $N(t = 0) = N_0$ à $N(t = T) = N_0/2$.

$$N(t = T) = \frac{N_0}{2} = N_0 \exp(-\lambda T).$$

On divise les deux membres de l'égalité par N_0 et on obtient :

$$\frac{1}{2} = \exp(-\lambda T)$$

Ensuite on prend le logarithme népérien des deux membres de l'égalité pour éliminer la fonction exponentielle et extraire l'expression de T .

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln(2) = \ln(\exp(-\lambda T)) = -\lambda T \Rightarrow \ln(2) = \lambda T$$

Donc la **période radioactive** s'écrit :

$$T = \frac{\ln(2)}{\lambda}$$

15

Activité

L'activité $A(t)$: d'un échantillon de noyaux radioactifs caractérise les noyaux qui se désintègrent à un instant t . C'est le nombre de désintégrations par unité de temps.

Lien entre activité $A(t)$ et nombre de noyaux présents $N(t)$:

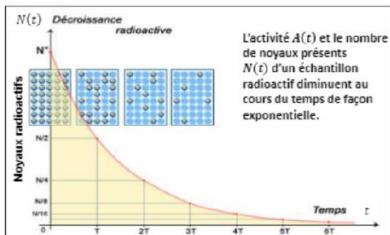
$$A(t) = \lambda N(t)$$

On peut aussi écrire $A(t) = \lambda N_0 \exp(-\lambda t)$ et en posant $A(t = 0) = A_0 = \lambda N_0$ l'activité initiale, on retrouve la même forme que pour la loi de décroissance radioactive.

$$A(t) = A_0 \exp(-\lambda t)$$

On déduit que la période radioactive T est aussi le temps nécessaire pour que l'activité $A(t)$ ait diminué de moitié (50% de l'activité initiale).

Unité d'activité en SI : le **Becquerel** (Bq), avec **1 Bq = 1 désintégration / seconde**.
Ancienne unité d'activité, encore utilisée en médecine notamment : le **Curie** (Ci), avec **1 Ci = $3,7 \times 10^{10}$ Bq**.



Datation absolue par mesure de la radioactivité

Généralités

Plusieurs méthodes utilisent la radioactivité pour déterminer l'âge d'une matière. Les roches, les fossiles ou les produits de l'activité humaine portent une dose naturelle de radioactivité : avec le temps ces atomes radioactifs se désintègrent en formant d'autres noyaux. Le processus de « désintégration-formation » se produit de manière régulière et mesurable. On peut donc mesurer l'activité $A(t)$ d'un objet pour déterminer son âge.

La méthode la plus connue est la datation au C14, mais limitée à des objets âgés de moins de 50000 ans. Pour dater les roches beaucoup plus anciennes on utilise la datation uranium-plomb, la datation potassium-argon ou rubidium-strontium.

Datation au C14

Le C14 est un élément radioactif de période $T = 5730$ ans, présent dans l'atmosphère, créé soit par des réactions de capture de neutrons du rayonnement cosmique :

${}_1^0n + {}_{7}^{14}N \rightarrow {}_{6}^{14}C + {}_1^1p$, soit par désintégration β^+ du ${}_{7}^{14}N$. Dans le même temps, le ${}_{6}^{14}C$ se désintègre vers le ${}_{7}^{14}N$ par désintégration β^- .

C'est donc un cycle de production + désintégration et tout au long de sa vie, un organisme vivant emmagasine du C14. La datation est basée sur cette présence de C14, en infime proportion, mais dont on peut connaître le taux. On fait l'hypothèse que le taux dans un organisme vivant est le même aujourd'hui qu'au cours des 50000 dernières années et que ce taux vaux :

$$N({}_{6}^{14}C) / N({}_{6}^{12}C) \sim 1,5 \times 10^{-12}$$

Après la mort de l'organisme, le C14 radioactif n'est plus produit, il va seulement se désintégrer avec la période T, et la quantité de C14 mesurée est de plus en plus faible au cours du temps : on peut dater des objets jusqu'à 35000 ans (env. 6T), soit la période jusqu'au paléolithique, voir même 50000 ans (env. 10T) avec des méthodes de mesure plus précises.

Remarques :

Cette méthode a été utilisée pour dater en 1950 des morceaux de charbons de bois trouvés sur le sol de la grotte de Lascaux.

Pour les organismes vivants, la datation par le processus de transformation du C14 en N14 ne peut être mesurée qu'à partir de la mort du sujet quand il n'y a plus de renouvellement du C14.

Datation uranium-plomb $^{238}U - ^{206}Pb$

La chaîne radioactive de l'**uranium 238** ($T(^{238}U) = 4.5 \times 10^9$ ans) conduit, après plusieurs désintégrations α et β^- , au **plomb 206 stable** (^{206}Pb). La quantité de plomb dans une roche augmente proportionnellement à son âge relatif, au fur et à mesure des désintégrations de l'uranium.

Si on cherche l'âge t_{ech} d'un échantillon de roche ancienne et que cet âge est du même ordre de grandeur que celui de la Terre, c'est la méthode de datation à utiliser.

Il faut obtenir la courbe de décroissance radioactive du nombre $N_U(t)$ de noyaux de ^{238}U présents dans cet échantillon.

En mesurant la quantité de ^{206}Pb dans un échantillon de roche ancienne $N_{Pb}(t_{ech})$ et en considérant qu'il n'y en avait pas initialement $N_{Pb}(0) = 0$, on peut donc déterminer l'âge de la roche à partir de la courbe de décroissance radioactive du nombre de noyaux de ^{238}U .

$$N_{Pb}(t_{ech}) = N_U(0) - N_U(t_{ech})$$

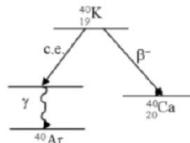
$$\Rightarrow N_U(t_{ech}) = N_U(0) - N_{Pb}(t_{ech}) \quad \text{et} \quad N_U(t_{ech}) = N_U(0)\exp(-\ln 2 t_{ech}/T(^{238}U))$$

$$\Rightarrow t_{ech} = -\frac{T(^{238}U)}{\ln 2} \ln\left(\frac{N_U(0) - N_{Pb}(t_{ech})}{N_U(0)}\right)$$

Datation potassium-argon $^{40}K - ^{40}Ar$

Certaines roches volcaniques contiennent du potassium (K) dont une partie est l'isotope 40 ($^{40}_{19}K$), radioactif avec deux modes de désintégration.

Pour la datation on utilise sa désintégration par c.e. vers un gaz inerte, l'argon ^{40}Ar , avec $T(^{40}K) = 1,25 \times 10^9$ ans.



Cette méthode de datation est basée sur la mesure du rapport du nombre de noyaux d'argon au nombre de noyaux de potassium dans la roche à dater : on en déduit l'âge t de la roche.

Elle est principalement utilisée pour dater les roches magmatiques (d'origine volcanique). Au moment de leur formation ces roches ne contiennent pas d'argon, puis le potassium 40 disparaît en même temps que l'argon apparaît.

Cette méthode permet de dater l'ensemble des 4,5 milliards d'années d'histoire de la Terre.

Datation rubidium-strontium $^{87}Rb - ^{87}Sr$

Même principe : c'est le rubidium 87 qui se désintègre en formant du strontium 87, avec $T(^{87}Rb) = 48,8 \times 10^9$ ans (donc peut dater des objets extraterrestres car l'âge de l'Univers est d'environ 13,7 milliards d'années).

Cette méthode nécessite également de réaliser des mesures sur des roches de la même origine (soit magmatique, soit des minéraux d'une même roche).

Elle permet des datations jusqu'à quelques dizaines de milliards d'années.

23

Traceurs radioactifs

Définitions, principes d'utilisation et caractéristiques

Un traceur radioactif : l'association d'un traceur, qui va se localiser de façon sélective sur une structure particulière de l'organisme. C'est un élément simple (iode), ou une molécule simple (eau) ou complexe (protéine), ou une structure cellulaire (globule rouge). Le traceur est choisi pour sa capacité à se fixer préférentiellement dans tel ou tel type de tissu et/ou son aptitude à mettre en évidence telle ou telle pathologie + d'un marqueur radioactif, qui sert d'émetteur de gammas (désintégration radioactive donc émission de particules qu'il est possible de détecter par un détecteur externe) et renseigne sur la localisation.

La méthode des traceurs radioactifs consiste à suivre l'élément radiotraceur, identifiable grâce à la désintégration d'un de ses radioisotopes, le long de transformations physiques ou chimiques.

Période effective

Elle caractérise le temps de présence effective du radiotracer dans l'organisme : en pratique après quelques périodes effectives le radiotracer n'a plus d'effet nocif car il a disparu par désintégration ou éliminé biologiquement. La période effective dépend donc de 2 mécanismes indépendants :

- La décroissance radioactive : caractéristique physique liée au radioisotope choisi (période radioactive T)
- L'élimination biologique, liée au taux de renouvellement de l'élément (période biologique T_b). Elle varie avec l'âge, dépend fortement de l'endroit où se fixe l'élément, et un traitement approprié peut l'accélérer.

La disparition effective du radiotracer résulte de la combinaison des 2 modes : son élimination est donc progressive et sa caractéristique est la période effective T_{eff} . La formule donnant T_{eff} est empirique (impossible de modéliser entièrement un corps humain) mais elle est naturelle dans ce genre de système avec une compétition entre deux effets se produisant en parallèle.

C'est la plus petite des deux périodes qui domine le phénomène de durée effective d'élimination :

- Si l'organisme élimine très rapidement ($T_b \ll T$), alors $T_{eff} \sim T_b$
- Si au contraire l'organisme élimine très peu ($T_b \gg T$), on aura $T_{eff} \sim T$

Pour tenir compte de cet effet, on exprime la **période effective** T_{eff} en fonction des deux autres périodes par la relation :

$$\frac{1}{T_{eff}} = \frac{1}{T} + \frac{1}{T_b}$$

Exercice R2.5

25

Définition de la période effective à savoir

Détection des traceurs radioactifs

Gamma-caméra : détecte les scintillations produites par les rayons gamma émis par le traceur radioactif qui peut-être un émetteur beta moins ou c.e. A partir de l'observation d'un grand nombre de scintillations, il est possible de localiser le point d'émission des molécules radioactives et de réaliser du diagnostic médical.

Caméra TEP (tomographie à émission de positrons) : dans ce cas le traceur radioactif est un émetteur beta plus. Le positron émis s'annihile avec un électron du milieu en produisant deux gammas de 0,511 MeV émis dos-à-dos, donc la localisation du point d'émission est beaucoup plus précise.

$$e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$$

avec $E_\gamma = m_e c^2 = 0,511 \text{ MeV}$

Interaction rayonnement-matière et radioprotection

Définition : les rayonnements ionisants

Rayonnement ionisant : son énergie est suffisante pour arracher un électron du cortège électronique d'un atome (il faut une énergie supérieure à 13,6 eV pour l'hydrogène, 115 keV pour l'uranium ...) ou d'une molécule (énergie de liaison de l'ordre de quelques eV pour les molécules des tissus biologiques).

Une particule ionisante expulse un électron d'un atome rencontré sur son chemin. L'atome qui a perdu un électron est devenu un ion, d'où le terme ionisation. Les atomes ionisés se réorganisent en émettant des photons, parmi lesquels des rayons X caractéristiques.

Le phénomène d'ionisation dépend de la nature de la particule, de sa charge électrique, et aussi de sa masse.

- Les rayonnements directement ionisants sont les particules chargées (électrons, protons, alpha, ions), qui sont ralenties jusqu'à une certaine profondeur dans le milieu traversé, avant d'être absorbées lorsque leur énergie est devenue très faible : elles perdent leur énergie progressivement et l'énergie déposée est maximale en fin de parcours.
- Les rayonnements indirectement ionisants sont les particules neutres (photons ou gammes, neutrons), qui interagissent par chocs directs ou à très courte distance > l'interaction provoque la mise en mouvement d'une particule chargée, qui à son tour va ioniser la matière sur sa trajectoire d'où le terme « indirectement ionisant ».

Atténuation des photons et des rayons X et radioprotection

Emission par une source ponctuelle et isotrope : on considère en général que l'émission des rayonnements par une source ponctuelle est isotrope et homogène (càd que l'émission est la même dans toutes les directions de l'espace). A une distance d de cette source, le rayonnement émis est réparti sur une sphère de surface $4\pi d^2$. Si on s'intéresse au rayonnement reçu sur une petite surface S de cette sphère, donc à la distance d , on a le nombre de photons reçus N qui dépend du nombre initial de photons émis par la source N_0 et qui vaut :

$$N = N_0 \frac{S}{4\pi d^2}$$

Atténuation des photons et des rayons X dans la matière

On part d'une source ponctuelle de gammes et avec un collimateur, on obtient un faisceau monoénergétique et monodirectionnel. Soit un faisceau de N_0 photons traversant une épaisseur de matière dx . Après la traversée de cette épaisseur dx , il ne reste que N photons. La loi d'atténuation s'écrit :

$$N(x) = N_0 \exp(-\mu x)$$

où μ est le coefficient d'atténuation, souvent exprimé en cm^{-1} . Il exprime la probabilité d'interaction des photons avec la matière (par absorption ou par diffusion).²¹

Protection contre les rayonnements ionisants : ex des gammes

On distingue trois types d'interaction gamma-matière :

- par **effet photoélectrique** (absorption du γ et mise en mouvement d'un e^- de l'atome)
- par **effet Compton** (diffusion sur les électrons de l'atome : $\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^-$)
- par création de paires e^+e^- ($\gamma \rightarrow e^+ + e^-$ pour $E_\gamma > 2m_e c^2 = 1,022 \text{ MeV}$)

Chacun de ces 3 types d'interaction gamma-matière a son propre coefficient d'atténuation μ .

L'interaction gamma-matière permet l'absorption du rayonnement gamma. Le gamma incident disparaît :

- Soit partiellement (par effet Compton et création de paires),
- Soit complètement (par effet photoélectrique).

Pour se protéger contre les rayonnements gamma, il sera donc intéressant d'utiliser des matériaux pour lesquels la probabilité d'avoir un effet photoélectrique est maximale.

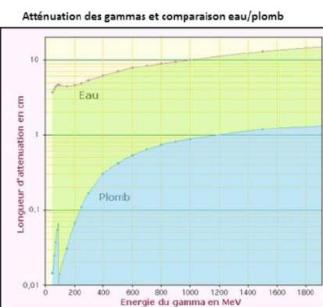
En conclusion : la façon dont les rayonnements interagissent avec la matière permet de s'en protéger.

- On diminue le rayonnement en s'éloignant de la source (variation en $1/d^2$).
- On arrête les rayons émis par une source radioactive en interposant des écrans sur leurs parcours > des blindages.
- En pratique, un blindage est dit efficace s'il rend négligeable le rayonnement qui n'est pas complètement arrêté.

Remarque : pour arrêter les particules chargées, il faut un blindage dont l'épaisseur est supérieure à leur parcours maximal. Les alphas sont arrêtés par l'épaisseur d'une feuille de papier. Les e^- nécessitent des écrans plus conséquents mais d'épaisseur modeste.

La longueur d'atténuation est une donnée caractéristique d'un blindage gamma. Plus elle est petite et plus l'atténuation est rapide.

- Moins de 1 mm de Pb suffisent pour atténuer de moitié un faisceau de γ avec $E_\gamma < 200 \text{ keV}$ alors qu'il faut 5 cm dans l'eau.
- Le Pb est moins efficace quand l'énergie augmente : pour des γ avec $E_\gamma = 1 \text{ MeV}$, il faut 1 cm de Pb pour les atténuer de moitié (et 10 cm dans l'eau !).
- Pour $E_\gamma > 1 \text{ MeV}$ le rapport des atténuations est voisin de celui des densités : 10 fois mieux pour Pb que pour H_2O (densités 11,6 et 1 respectivement).



En pratique, les particules neutres (gammes, neutrons) sont très difficiles à arrêter complètement. Pour les gammes, la meilleure radioprotection est obtenue par absorption du rayonnement (effet photoélectrique). Mais il est parfois suffisant d'utiliser des matériaux qui atténuent le

rayonnement sans l'arrêter.

Mesure des rayonnements : les doses

Dose absorbée

Au cours d'une interaction rayonnement-matière, les rayonnements perturbent les atomes en arrachant des électrons, brisent des molécules, électrisent et échauffent le milieu, ce qui peut provoquer des dégâts, transitoires ou permanents.

Pour les organismes vivants, les effets de l'ionisation peuvent être bénéfiques quand l'irradiation touche des cellules malades (traitement de cancers par radiothérapie), mais les effets sont nocifs si l'ionisation touche des cellules saines.

Pour mesurer l'effet des rayonnements sur la matière vivante, on calcule la dose D d'énergie absorbée par le milieu et on la compare à des doses « autorisées » en radioprotection.

La dose D est l'énergie E des rayonnements absorbés par un milieu homogène ayant une masse m :

$$D = \frac{E}{m}$$

Son unité SI est le **Gray (symbole Gy)**, qui correspond à la dose d'énergie absorbée par un milieu homogène ayant une masse de 1 kg, lorsqu'il est exposé à un rayonnement ionisant apportant une énergie de 1 J. On a donc **1 Gy = 1 J/kg = 1 m⁻²s⁻²**

Le Gy est 100 fois plus grand que le rad, unité qu'il a remplacé en 1986 (1 Gy = 100 rad).

Pour le vivant, le Gy est l'unité de dose à considérer pour des expositions courtes ou intenses. La dose due à une radiographie pulmonaire est de 1mGy. Le corps est capable de supporter des doses de 50Gy comme en radiothérapie : ces doses se traduisent par des destructions massives de cellules, mais sont supportées parce qu'elles sont localisées.

Dose effective (ou dose efficace)

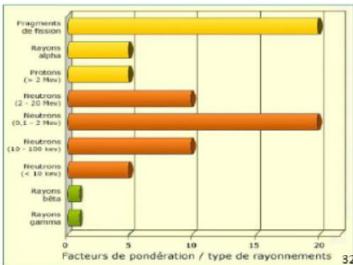
La dangerosité dépend aussi de la **nature de la particule rayonnée**. On applique un **facteur de pondération F_Q** aux doses d'énergie absorbée D pour en tenir compte. On peut ainsi définir une **dose effective D_{eff}** (aussi appelée dose efficace), qui tient compte de la nature du rayonnement, telle que :

$$D_{eff} = F_Q \cdot D$$

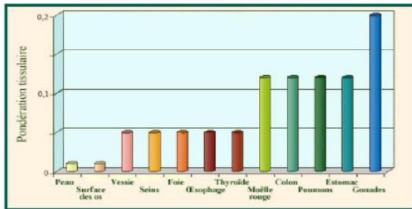
avec D_{eff} en **Sievert (Sv)**, donc $1 \text{ Sv} = F_Q \times 1 \text{ Gy}$ et F_Q en Sv/Gy

Facteur de pondération F_Q

- $F_Q = 1 \text{ Sv/Gy}$ pour les rayonnements de type β , γ et μ
- $F_Q = 5 \text{ Sv/Gy}$ pour des protons d'énergie $> 2 \text{ MeV}$
- $F_Q = 20 \text{ Sv/Gy}$ pour les fragments de fission ou des neutrons d'énergie $< 2 \text{ MeV}$



Les effets biologiques



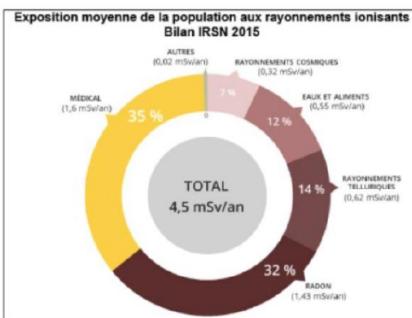
L'énergie déposée dans un organisme vivant produit aussi des effets très différents suivant le type de tissu ou d'organe touché. Certains sont plus « fragiles » que d'autres. On voit ici que les poumons ou l'estomac sont 10 fois plus sensibles que la peau.

Remarque: dans les exercices on ne tiendra pas compte de ces effets biologiques, seulement du facteur de pondération associé au type de rayonnement pour calculer la dose effective.

Un Français reçoit au total une **dose efficace annuelle moyenne de l'ordre de 4,5 mSv**.

Cette dose est due à l'exposition

- à la radioactivité naturelle pour 2,9 mSv/an : rayons cosmiques, radioactivité du sol (ou rayonnements telluriques), radioactivité des eaux, radioactivité de l'air essentiellement due au radon 222, et radioactivité du corps humain
- à la radioactivité artificielle pour 1,6 mSv/an, liée principalement à la médecine nucléaire et très peu aux rejets des installations nucléaires (accélérateurs ou réacteurs)



Actuellement la dose légale admise **par an** pour la population est de 1 mSv en France (en plus de la dose moyenne ci-dessus) et ces limites d'exposition sont à la baisse.

En 1992 elles étaient de 50 mSv aux USA, à comparer aux 4 mSv autorisés aujourd'hui.

Examens médicaux	Examens par 1000 habitants	dose efficace moyenne (mSv)
Radiographie poitrine	281	0,140
Radiophotographie poitrine	35	0,650
Membres et articulations	165	0,06
Colonne lombaire	48	1,80
Colonne thoracique	13	1,40
Colonne cervicale	32	0,27
Bassin et hanche	35	0,83
Tête	59	0,10
Abdomen	41	0,50
Voie gastro-intestinale supérieure	42	3,6
Voie gastro-intestinale inférieure	9	6,4
Cholécytographie	3	2
Urigraphie	12	3,7
Mammographie	25	0,5
Tomographie par ordinateur(scanner)	57	8,8
Angiographie	8	12
Procédures interventionnelles	3	20
Total	920	

Ex. : évaluation du risque d'une radio dentaire - 0,01 mSv
(équivalent à celui encouru en fumant une seule cigarette)

Examens	Dose en millisieverts (mSv)	Equivalent d'irradiation naturelle (en jours ou en années)
Radio dentaire	0,01	1,4 jours
Radio thorax	0,01	1,4 jours
Radio pulmonaire	0,02	2,4 jours
Radio du crâne	0,07	8,5 jours
Scintigraphie rénale	0,5	73 jours
Mammographie	0,7	80 jours
Radio des lombaires	1,3	158 jours
Scintigraphie osseuse	1,3	1,6 années
Scanner de la tête	2	243 jours
Urographie	2,2	1,2 années
Scanner du thorax	8	2,7 années
Scanner de l'abdomen	10	3,3 années
Scanner du cœur	21	6,9 années