

Bestimmung einer angemessenen Sterbetafel für Lebensversicherungen mit Todesfallcharakter

Horst Loebus (Hamburg)

0. Einführung

Bislang diente als Grundlage zur Berechnung der Deckungsrückstellung bei Lebensversicherungen der vom Bundesaufsichtsamt genehmigte technische Geschäftsplan. Nach dem Wegfall der Genehmigung von Geschäftsplänen für das Neugeschäft ab 1. 7. 1994 obliegt in Zukunft dem verantwortlichen Aktuar eines Versicherungsunternehmens die Aufgabe, sachgerechte, aktuariell begründbare, biometrische Rechnungsgrundlagen für Versicherungen zu wählen oder gegebenenfalls zu erstellen.

Wegen der in den letzten Jahren beträchtlich gesunkenen Sterblichkeit liegt es nahe, insbesondere eine geeignete Sterbetafel für Versicherungen mit Todesfallcharakter zu erarbeiten, die den Aktuarien von der Deutschen Aktuarvereinigung empfohlen wird, um für diese Versicherungen ausreichend sichere, jedoch nicht überhöhte Deckungsrückstellungen zu bilden. Diese Sterbetafel wird nachfolgend als DAV-Sterbetafel 1994 T bezeichnet. Für den Fall, daß der verantwortliche Aktuar unternehmenseigene Sterbenswahrscheinlichkeiten zu verwenden beabsichtigt, werden Kriterien für die aktuarielle Erstellung unternehmenseigener Sterbetafeln angegeben und erläutert. Die DAV-Sterbetafel 1994 T oder gegebenenfalls die unternehmenseigene Sterbetafel kann auch für die Beitragsberechnung Anwendung finden.

In Deutschland wurden bisher die anerkannten Sterbetafeln für die Versicherungsunternehmen aus Bevölkerungssterbetafeln abgeleitet. In Großbritannien werden vom Institute of Actuaries und von der Faculty of Actuaries Versichertensterbetafeln aus den Versichertendaten der angeschlossenen Versicherungsunternehmen erstellt und veröffentlicht [1].

Da es einige Jahre dauern wird, bis in Deutschland unternehmensübergreifende Daten zur Versichertensterblichkeit zur Verfügung stehen werden, wird in diesem Artikel die erste von der Deutschen Aktuarvereinigung empfohlene Sterbetafel als Sterbetafel aus der Bevölkerungssterbetafel 1986/88, der letzten zur Verfügung stehenden, aus einer Volkszählung abgeleiteten Bevölkerungssterbetafel, vorgestellt. Die DAV-Sterbetafel 1994 T weist Sicherheitszuschläge auf, die auf der einen Seite hoch genug sind, dem bilanzrechtlichen Gebot der vorsichtigen Bewertung von Verpflichtungen des Versicherungsunternehmens gegenüber dem Versicherungsnehmer zu genügen, auf der anderen Seite aber nicht so hoch sind, daß befürchtet werden müßte, die mit ihnen errechneten Deckungsrückstellungen könnten von den Finanzbehörden als überhöht bewertetes Passivum steuerlich nicht anerkannt werden.

Die DAV-Sterbetafel 1994 T soll auch für die Beitragskalkulation geeignet sein. Die Erfahrung aus den vergangenen Jahrzehnten in der Lebensversicherung hat gezeigt, daß es aus verschiedenen Gründen wünschenswert ist, für Beiträge zu Versicherungen mit Todesfallcharakter einen monoton wachsenden Verlauf mit zunehmendem Eintrittsalter bei gleicher Versicherungs- und Beitragszahlungsdauer angeben zu können. Dies ist sichergestellt, wenn ein monoton wachsender Verlauf der Sterbenswahrscheinlichkeiten mit zunehmendem Alter gegeben ist. In der DAV-Sterbetafel 1994 T ist ein solcher Verlauf ohne schwerwiegende Eingriffe für Alter ab 11 Jahre erreichbar. Die Ausdehnung der Monotonieeigenschaft auf die Alter unter 11 scheint zum einen nur von geringer Bedeu-

tung zu sein, zum anderen ist sie wegen der im Vergleich zu den folgenden Lebensjahren hohen Säuglingssterblichkeit im ersten Lebensjahr nicht für die gesamte Sterbetafel, die die Alter von 0 bis 100 umfaßt, vertretbar. Sofern die hohe Sterblichkeit für das Alter 0 als störend gilt, ist es durch eine geeignete Leistungseinschränkung für den Todesfall im ersten Lebensjahr, z. B. monatlich gestaffelter linearer Leistungsanstieg oder nur Rückzahlung der eingezahlten Beiträge, erreichbar, daß die Verwendung der Sterbenswahrscheinlichkeit für das Alter 1 auch für das Alter 0 als zulässig angesehen werden kann.

1. Ausgangsdaten der neuen DAV-Sterbetafel 1994 T

Grundlage ist die allgemeine Sterbetafel 1986/88, die anhand der Ergebnisse der Volkszählung 1987 nach der Sterbeziffernmethode erstellt wurde [2]. Die rohen Sterbenswahrscheinlichkeiten wurden in der genannten Veröffentlichung nach dem Verfahren von Reinsch, das einen Spline-Ansatz verwendet, ausgeglichen. Im Gegensatz zu den in der Vergangenheit benutzten mechanischen Ausgleichsverfahren wurde dieses Verfahren angewandt ([3] S. 114 ff.), weil damit der gesamte Altersbereich einheitlich ausgeglichen werden kann, wobei das Alter 0 jedoch nicht mit einbezogen wird.

Übersicht der verwendeten Bezeichnungen

Jeweils als hochgestellter Index bezeichnet

M	den Bezug auf einen Modellbestand von 300000 Personen gleichen Geschlechts mit einer Alterszusammensetzung wie die Bevölkerung 1986/88,
u	den Bezug auf den Bestand eines Versicherungsunternehmens,
VB	den Bezug auf die Verbandstafel 1986,
81/83	den Bezug auf die der Verbandstafel 1986 zugrunde liegende Bevölkerungsterbetafel 1981/83.
L_x	Lebende des Alters x ,
t_x	im Alter x Gestorbene aus L_x (Beobachtungswert),
T_x	im Alter x Gestorbene aus L_x^M (Zufallsgröße),
$T = \sum_x T_x$	Gesamtzahl der Gestorbenen (Zufallsgröße),
q_x	ausgegliche Sterbenswahrscheinlichkeiten der allgemeinen Sterbetafel 1986/88,
$u_{1-\alpha}$	Sicherheitskoeffizient der Standardnormalverteilung zum Niveau $1-\alpha$,
$1-\alpha$	Sicherheitswahrscheinlichkeit für den Schätzwert der Todesfälle eines Bestandes $L = \sum_x L_x$.
$1-\alpha^*$	Sicherheitswahrscheinlichkeit für den Schätzwert der einzelnen q_x ,
s_x^α	statistischer Schwankungszuschlag mit Sicherheitswahrscheinlichkeit $1-\alpha$,
$q_x^\alpha = q_x + s_x^\alpha$	obere Konfidenzschranke für q_x zum Niveau $1-\alpha^*$ und für T zum Niveau $1-\alpha$,
r_x	Änderungsrisikozuschlag (-faktor) auf die q_x ,
$\bar{q}_x^\alpha = r_x q_x^\alpha$	Sterbenswahrscheinlichkeiten der DAV-Sterbetafel 1994 T,
$\bar{q}_x^{u\alpha} = r_x (q_x^{u\alpha} + 0,2 q_x^\alpha)$	Sterbenswahrscheinlichkeiten für die Sterbetafel eines Unternehmens.

2. Berechnungsansätze

Wie schon oben ausgeführt, müssen die Sterbenswahrscheinlichkeiten für die Versicherungen mit Todesfallcharakter mit ausreichenden Sicherheitszuschlägen versehen werden. Detailliert sind dies der statistische Schwankungszuschlag zur Absicherung des statistischen Schwankungsrisikos und der Änderungsrisikozuschlag, der das Risiko des Ansteigens der Sterblichkeit in der Zukunft absichert.

Dazu nutzen wir den theoretischen Ansatz

$$\bar{q}_x^a = r_x (q_x + s_x^a). \quad (1)$$

Wir verwenden den multiplikativen Zuschlag r_x als Änderungsrisikozuschlag und den additiven Zuschlag s_x^a als statistischen Schwankungszuschlag zum Sicherheitsniveau $1 - \alpha^*$ für die q_x bzw. $1 - \alpha$ für T .

2.1 Statistischer Schwankungszuschlag

Der statistische Schwankungszuschlag für eine DAV-Sterbetafel 1994 T sollte derart bemessen sein, daß die mit den entsprechend erhöhten Sterbenswahrscheinlichkeiten für den Bestand eines „mittelgroßen“ Versicherungsunternehmens berechnete Anzahl erwarteter Todesfälle eine obere Konfidenzgrenze für die mit den Sterbenswahrscheinlichkeiten des Modellbestandes berechneten erwarteten Todesfälle darstellt, und zwar mit einer hohen Sicherheitswahrscheinlichkeit $1 - \alpha$ bei $\alpha = 0,01$.

Zwei Fälle sind von Interesse. Betrachtet man auf der einen Seite jeweils nur die Todesfälle eines Alters x , so erhält man die Forderung

$$P(q_x^M L_x^M \leq (q_x + s_x^a) L_x^M) = P(q_x^M \leq q_x + s_x^a) \geq 1 - \alpha \text{ für alle Alter } x. \quad (2)$$

Hierbei wurde die Darstellung $T_x = q_x^M L_x^M$ für die Zufallsvariable T_x der Gestorbenen des Alters x verwendet. In diesem Kontext ist $q_x^M = \frac{1}{L_x^M} T_x$ als (zu T_x proportionale) Zufallsvariable der rohen Sterbenswahrscheinlichkeiten (relative Häufigkeiten) zu interpretieren. Dagegen bezeichnet q_x die ausgeglichenen Sterbenswahrscheinlichkeiten der allgemeinen Sterbetafel 1986/88, die als Zahlen zu interpretieren sind.

Diese Forderung, daß für jedes einzelne Altersjahr eine Sicherheit von 99% erreicht wird, verlangt sehr hohe, kaum noch begründbare Schwankungszuschläge bei kleineren Beständen, oder bei annehmbaren Zuschlägen sehr große Bestände.

So würde bei Annahme der Binomialverteilung $B(L_x^M, q_x)$ für die Anzahl der Todesfälle eines Alters x als Bestand eine Mindestgröße von

$$L_x^M \geq \left(\frac{u_{1-\alpha}}{S_x^2} \right)^2 q_x (1 - q_x) \quad (3)$$

gefordert ([5] S. 265 f.). Bei einer Genauigkeit von 5%, d. h. $s_x^a = 0,05 q_x$ ergäbe dies für $\alpha = 0,01$ zu $q_{27} = 1\%$ eine Mindestgröße von ca. 2162000 und für $q_{60} = 15\%$ eine Mindestgröße von ca. 142000 Versicherten des jeweiligen Alters. Für ein „mittelgroßes“ Unternehmen sind diese Größenordnungen nicht erreichbar, wenn statistische Absicherungsmethoden angewendet werden sollen.

Betrachtet man jedoch andererseits *alle* Todesfälle des Bestandes, erhält man

$$P\left(\sum_x q_x^M L_x^M \leq \sum_x (q_x + s_x^a) L_x^M\right) \geq 1 - \alpha \quad (4)$$

als Ausgangsgleichung zur Bestimmung der s_x^α . Um eine Vorstellung über die Größenordnung zu gewinnen, die notwendig ist, eine Sicherheit von 99% für die Gesamtzahl der Todesfälle eines Bestandes nach Formel (4) zu gewährleisten, gehen wir vereinfacht von der durchschnittlichen Sterbenswahrscheinlichkeit der Bevölkerung 1986/88 mit $q = 15\%$ aus. Für Abweichungen von q um einen Prozentsatz p ergeben sich mit Formel (3) für $p = 3\%, 4\%$ bzw. 5% (d. h. für $s_x^\alpha = q$ $p = 0,00045, 0,00060$ bzw. $0,00075$) Mindestbestandsgrößen von 395 000, 223 000 bzw. 142 000 Personen bei einer Beobachtungszeit von einem Jahr oder von einem n -tel dieser Bestandsgrößen bei einer Beobachtungszeit von n Jahren. Das sind Größenordnungen, die von den Beständen „mittelgroßer“ Versicherungsunternehmen erreicht werden. Wir halten es daher für angebracht, zur Bestimmung der s_x^α die Forderung (4) zugrunde zu legen.

s_x^α wird im folgenden deshalb für einen Modellbestand mit $L^M = \sum_x L_x^M = 300\,000$ Versicherten gleichen Geschlechts ermittelt, deren Altersklassen entsprechend der Altersverteilung der Bevölkerung gemäß den Belegungszahlen der Sterbetafel 1986/88 belegt sind. Unterstellt man lediglich die Gültigkeit von (4), so hat man natürlich für jedes einzelne Alter eine niedrigere Sicherheitswahrscheinlichkeit $1 - \alpha^*$ als im Falle der Forderung (2). Der nachfolgende Ansatz (Formeln (5) bis (7)) erfüllt die Forderung (4) und führt zu einer altersunabhängigen Sicherheitswahrscheinlichkeit $1 - \alpha^*$. Er ist inhaltlich gut begründbar, wie die folgenden Ausführungen zeigen.

Es sei:

$$s_x^\alpha = u_{1-\alpha^*} f_x \quad \text{für alle Alter } x \quad (5)$$

mit

$$f_x = \sqrt{\frac{q_x(1-q_x)}{L_x^M}} \quad \text{für alle Alter } x \quad (6)$$

und

$$u_{1-\alpha^*} = u_{1-\alpha} \frac{\sqrt{\text{Var}(T)}}{\sum_x \sqrt{\text{Var}(T_x)}}. \quad (7)$$

Der Beweis, daß mit (5) die Bedingung (4) erfüllt ist, erfolgt mit den folgenden Annahmen:

- (a) $T_x \sim B(L_x^M, q_x)$, d. h. T_x sind binomialverteilte Zufallsvariable der im Alter x Gestorbenen mit so großen L_x^M , daß ([5] S. 259) $L_x^M q_x \geq 5$ und $L_x^M(1-q_x) \geq 5$ für alle x gilt und somit eine Approximation durch eine geeignete Normalverteilung möglich ist.
- (b) T_x sind stochastisch unabhängig in x .
- (c) $T = \sum_x T_x \sim N(E(T), \text{Var}(T))$, d. h. T ist normalverteilte Zufallsvariable mit Erwartungswert $E(T)$ und Varianz $\text{Var}(T)$. (Wenn (a) und (b) vorliegen, gilt (c) näherungsweise.)

Unter diesen Annahmen gilt:

$$E(T) = E\left(\sum_x T_x\right) = \sum_x E(T_x) = \sum_x L_x^M q_x$$

sowie wegen der postulierten stochastischen Unabhängigkeit

$$\text{Var}(T) = \text{Var}\left(\sum_x T_x\right) = \sum_x \text{Var}(T_x) = \sum_x L_x^M q_x(1-q_x).$$

Aus (a) folgt weiterhin:

$$\begin{aligned}
 1 - \alpha^* &= P\left(\frac{T_x - L_x^M q_x}{\sqrt{L_x^M q_x (1 - q_x)}} \leq u_{1-\alpha^*}\right) = P\left(\frac{q_x^M - q_x}{\sqrt{\frac{q_x (1 - q_x)}{L_x^M}}} \leq u_{1-\alpha^*}\right) \\
 &= P\left(q_x^M \leq q_x + u_{1-\alpha^*} \sqrt{\frac{q_x (1 - q_x)}{L_x^M}}\right) = P(q_x^M \leq q_x^*), \quad \text{d.h.} \\
 q_x^* &= q_x + u_{1-\alpha^*} \sqrt{\frac{q_x (1 - q_x)}{L_x^M}} = q_x + u_{1-\alpha^*} f_x
 \end{aligned} \tag{8}$$

mit f_x aus (6) ist eine obere Konfidenzschranke zum Niveau $1 - \alpha^*$ für q_x^M .

Aus (c) folgt:

$$\bar{T} = E(T) + u_{1-\alpha} \sqrt{\text{Var}(T)}$$

ist eine obere Konfidenzschranke für T zum Niveau $1 - \alpha$, da

$$P(T \leq E(T) + u_{1-\alpha} \sqrt{\text{Var}(T)}) = P\left(\frac{T - E(T)}{\sqrt{\text{Var}(T)}} \leq u_{1-\alpha}\right) = 1 - \alpha$$

gilt.

Gemäß unserer Ausgangsforderung (4) sind die q_x^* so zu wählen, daß $\bar{T} = \sum_x L_x^M q_x^*$. Mit den zu Beginn hergeleiteten Formeln für $E(T)$ und $\text{Var}(T)$ ergibt sich

$$\begin{aligned}
 P\left(\sum_x L_x^M q_x^M \leq \sum_x L_x^M q_x + u_{1-\alpha} \sqrt{\text{Var}(T)} \frac{\sum_x \sqrt{\text{Var}(T_x)}}{\sum_x \sqrt{\text{Var}(T_x)}}\right) &= 1 - \alpha, \quad \text{d.h.} \\
 P\left(\sum_x L_x^M q_x^M \leq \sum_x L_x^M q_x + u_{1-\alpha} \sqrt{\text{Var}(T)} \frac{\sum_x L_x^M \sqrt{\frac{q_x (1 - q_x)}{L_x^M}}}{\sum_x \sqrt{\text{Var}(T_x)}}\right) &= 1 - \alpha, \quad \text{d.h.} \\
 P\left(\sum_x L_x^M q_x^M \leq \sum_x L_x^M \left(q_x + u_{1-\alpha} \sqrt{\text{Var}(T)} \frac{\sqrt{\frac{q_x (1 - q_x)}{L_x^M}}}{\sum_x \sqrt{\text{Var}(T_x)}}\right)\right) &= 1 - \alpha, \quad \text{d.h.} \\
 P\left(\sum_x L_x^M q_x^M \leq \sum_x L_x^M (q_x + u_{1-\alpha^*} f_x)\right) &= 1 - \alpha.
 \end{aligned}$$

Die Formel (5) beinhaltet in ihrer Darstellung des statistischen Zuschlages für das Alter x als Produkt zweier Faktoren auch eine Aufteilung des statistischen Zuschlages in zwei inhaltlich verschiedene Komponenten: Die Faktoren f_x sind offenbar proportional zum Kehrwert der Wurzel der Bestandsgröße; sie verdeutlichen den quantitativen Umfang der mit wachsendem Bestand wachsenden Sicherheit vor „statistischen Ausreißern“ im Datenbestand. Der Faktor $u_{1-\alpha^*}$ wiederum geht aus $u_{1-\alpha}$ hervor durch Multiplikation mit dem Quotienten der Standardabweichung von T zur Summe der Standardabweichungen der einzelnen T_x . Der genannte Quotient hängt in erster (aber sehr guter)

Näherung nur von der Breite des im Bestand vertretenen Altersbereiches, nicht aber von der Größe des Bestandes ab. Er beinhaltet das Absinken der Sicherheitswahrscheinlichkeit, das vom Übergang von der Gesamtzahl der Gestorbenen auf die Gestorbenen der einzelnen Alter verursacht wird.

Da wir die $1 - \alpha^*$ bereitstellen mußten, interessiert selbstverständlich auch ihre Größe. Die folgende Tafel gibt an, welche Sicherheitswahrscheinlichkeit $1 - \alpha^*$ für die q_x^M eines jeden Alters x des Altersbereiches $[x1, x2]$ eines Bestandes L vorliegt, wenn die q_x^M mit einer Sicherheitswahrscheinlichkeit $1 - \alpha = 99\%$ für die Gesamtzahl T der Todesfälle aus dem Modellbestand M mit 300 000 Personen im Altersbereich $[x1, x2]$ gewonnen werden.

Tafel 1: Sicherheitswahrscheinlichkeiten

$[x1, x2]$	$L = M$	$L = 1\,000\,000$	$L = 3\,000\,000$	$L = 9\,000\,000$
$[0, 100]$	62%	71%	83%	95,3%
$[30, 65]$	66%	78%	91%	98,98%

Eine implizite Untergrenze für die Bestandsgröße ist durch die Forderung $L_x^M q_x \geq 5$ gegeben. Wie aus Tabelle 1 ersichtlich, ist die Annahme (a) auch für eine Bestandsgröße von 300 000 Personen in jungen Jahren nicht erfüllt. Proberechnungen haben gezeigt, daß selbst bei einer geringeren Anzahl von Todesfällen Formel (8) ausreichend genau ist. Führt man die Berechnungen der oberen Konfidenzschranke der Binomialverteilung statt mit Formel (8) mit dem Clopper-Pearson-Verfahren [5] durch, so erhält man mit diesen so gewonnenen Sterbenswahrscheinlichkeiten die gleiche Anzahl erwarteter Todesfälle. Bestände, die größer als der Modellbestand sind, besitzen eine größere statistische Sicherheit, sowohl für den Gesamtbestand als auch für jedes Alter. Für Bestände, die kleiner als der Modellbestand sind, ist keine Sicherheitswahrscheinlichkeit von 99% mehr gegeben. Für einen Bestand von 100 000 Versicherten beträgt die Sicherheitswahrscheinlichkeit für die Gesamtzahl der Todesfälle noch 91%, für einen Bestand von 30 000 Versicherten nur noch 77%. In kleineren Beständen können daher Sterblichkeitsverluste in mehreren aufeinander folgenden Jahren auftreten. Deshalb muß der verantwortliche Aktuar dafür sorgen, daß durch Rückversicherung oder ausreichend hohes Eigenkapital Risikoverhältnisse geschaffen werden, die die Anwendung der Tafel zulassen.

2.2 Änderungsrisiko der Sterblichkeit

Die Entwicklung der Sterblichkeit in diesem Jahrhundert hat bis jetzt nur zu Sterblichkeitssenkungen geführt. In der folgenden Tabelle wurden mit den Belegungszahlen der

Tafel 2: Entwicklung der Sterblichkeit seit 1978/80

Beobachtungsjahre	$t^j = \sum_x L_x^{86/88} q_x^j$		$t^j/t^{86/88}$ in %	
	Männer	Frauen	Männer	Frauen
1978/80	1 285 490	1 461 992	117	120
1980/82	1 254 055	1 418 438	114	116
1982/84	1 203 078	1 347 873	109	111
1984/86	1 157 730	1 288 016	105	106
1986/88	1 099 293	1 217 606	100	100

Sterbetafel 1986/88 die Todesfälle berechnet, die man mit den Sterbenswahrscheinlichkeiten der abgekürzten Sterbetafeln aus früheren Beobachtungsjahren (Grafik 1) erwartet hätte. Diese Erwartungswerte ergeben, daß sich in einem Zeitraum von 8 Jahren von 1980 bis 1988 die Sterblichkeit um über 15% verringert hat. Die schon geringere Sterblichkeit der Frauen verringerte sich sogar noch stärker als die der Männer. Dieser Trend besteht schon seit vielen Jahren.

Man wird zwar nicht mit einer völligen Umkehr dieser Sterblichkeitsentwicklung rechnen müssen. Es gibt aber durchaus Faktoren, die eine Teilumkehr des gegenwärtigen Sterblichkeitstrends bewirken könnten.

Die in der Vergangenheit in den neuen Bundesländern beobachtete höhere Sterblichkeit (Grafik 2) führt statistisch nach der Wiedervereinigung zu einer Verschlechterung der Sterblichkeit um ca. 5%. Aber auch Verschlechterungen durch andere Ursachen, wie das Auftreten neuer oder alter Seuchen wie AIDS oder Diphtherie können den Sterblichkeitsverlauf ungünstig beeinflussen. Ebenso können sich negative wirtschaftliche und soziale Entwicklungen, Veränderungen der Umweltbedingungen auf die Sterblichkeit erhöhend auswirken.

Bei einem Zuschlag für das Änderungsrisiko der Sterblichkeit ist zu berücksichtigen, daß in der Vergangenheit die Änderung der Sterbenswahrscheinlichkeiten für niedrige Alter erheblich höher ausfiel als für hohe Alter (Grafik 1). Deshalb sollte man einen multiplikativen, mit zunehmendem Alter abnehmenden Zuschlag wählen. Mit den nachfolgenden Zuschlägen r_x , einheitlich für Männer und Frauen, wird den angestellten Überlegungen Rechnung getragen:

Zuschläge r_x aufgrund des Änderungsrisikos

$$r_x := \begin{cases} 1,2 & \text{für } x \leq 20 \\ 1,2 - 0,01 (x - 20) & \text{für } 21 \leq x \leq 33 \\ 1,07 & \text{für } x > 34 \end{cases}$$

Bei der Bewertung der Höhe des Zuschlages für das Änderungsrisiko ist zu beachten, daß implizit ein weiterer Sicherheitszuschlag dadurch gegeben ist, daß der Ausgangspunkt der Herleitung der DAV-Sterbetafel 1994 T eine Bevölkerungs-, nicht aber eine Versicherten-Sterbetafel ist. Dies erhöht den Änderungszuschlag bezogen auf die Versichertensterblichkeit erheblich. Der Zuschlag für das Änderungsrisiko ist jedoch insgesamt nicht zu hoch bemessen, da er die Sterblichkeitserhöhungen der Zukunft absichern soll. Die Zukunft hat aber bereits begonnen. So hat allein die Wiedervereinigung eine Sterblichkeitsverschlechterung um ca. 5% bewirkt.

Zur Sicherung der Monotonie nach dem „Unfallbuckel“ sind die Sterbenswahrscheinlichkeiten \bar{q}_x^* ab Alter 11 bei fallendem Verlauf iterativ gleich dem unmittelbar vorangehenden Wert gesetzt worden.

Die DAV-Sterbetafel 1994 T ist in den Tabellen 1 und 2 dargestellt.

3. Bisherige Techniken zur Ermittlung von Sterbetafeln

3.1 Mechanisches Zuschlagsverfahren der Verbandssterbetafel 1986

In der Vergangenheit wurden in Deutschland die Zuschläge mechanisch bestimmt, indem Alterserhöhungen vorgenommen, Konstante addiert bzw. multipliziert oder beide Verfahren kombiniert wurden.

Die Ableitung der Verbandstafel 1986, die gegenwärtig Grundlage für Versicherungen mit Todesfallcharakter ist, aus der Bevölkerungstafel 1981/83 erfolgte so:

$$q_x^{VB} := \begin{cases} 1,0\text{‰} & \text{für } x \leq 14 \\ q_x + 0,5\text{‰} & \text{für } 15 \leq x \leq 17 \\ (1,68 + 0,01 x)\text{‰} & \text{für } 18 \leq x \leq 33 \\ \max(q_{x+1}, q_x + 0,5\text{‰}) & \text{für } 34 \leq x \leq 100 \end{cases}$$

$$q_y^{VB} := \begin{cases} 1,0\text{‰} & \text{für } y \leq 13 \\ (1,0 + (y - 14) 0,02)\text{‰} & \text{für } 14 \leq y \leq 28 \\ 1,2 \max(q_{y+1}, q_y + 0,5\text{‰}) & \text{für } 29 \leq y \leq 70 \\ q_{y+1} + q_{y+1} 0,01 (90 - y) & \text{für } 71 \leq y \leq 90 \\ q_{y+1} & \text{für } 91 \leq y \leq 100 \end{cases}$$

Grafik 3 enthält die Werte der Verbandstafel 1986 im Vergleich zu den ihr zugrunde liegenden Sterbenswahrscheinlichkeiten der Bevölkerungstafel 1981/83.

In der Abbildung fallen für die Männer die hohen Sicherheitszuschläge bis zum Alter 14 auf, die Folge der pauschalen Festsetzung der Sterbenswahrscheinlichkeit auf 1‰ für diesen Altersbereich sind. Der Zuschlag fällt von einem lokalen Maximum, das 60% Zuschlag beim Alter 24 erreicht, kontinuierlich bis zum Alter 43, schwankt danach bis zum Alter 80 um die 10%-Marke und fällt dann bis zum Alter 100 auf 5% ab.

Ähnlich, aber auf einem erheblich höheren Niveau, verläuft der Zuschlag für die Frauen. Von einem lokalen Maximum von 151% beim Alter 22 fällt er kontinuierlich bis zum Alter 45, schwankt bis zum Alter 70 um die 30%-Marke und fällt dann bis zum Alter 100 ebenfalls auf 5% ab.

Bei der Erstellung der Verbandstafel 1986 wurde für die Frauen im Altersbereich 29 bis 70 Jahre ein zusätzlicher Zuschlag von 20% festgelegt. Dieser Zuschlag diente dazu, die damals bei den Frauen beobachtete, im Vergleich zu den Männern geringere Abweichung der Versichertensterblichkeit gegenüber der Bevölkerungsterblichkeit von ca. 20% aufzufangen, damit ein geschlechtsunabhängiges Niveau der Überschuaanteilsätze beibehalten werden konnte.

Neuere Untersuchungen zur Versichertensterblichkeit haben gezeigt, daß der Unterschied zwischen den Abweichungen beider Geschlechter von der jeweiligen Bevölkerungsterblichkeit bei einigen Unternehmen zwar etwas geringer geworden, bei anderen aber auf gleichem Niveau geblieben ist. Insoweit ließe sich auch heute noch ein höherer Sicherheitszuschlag bei Frauen rechtfertigen. Da dies für die Bewertungssicherheit der Deckungsrückstellung jedoch irrelevant erscheint, wurde er bei der Erstellung der DAV-Sterbetafel 1994 T nicht berücksichtigt. Es steht den Lebensversicherungsunternehmen frei, bei der Berechnung der Beiträge für Frauen diesem Umstand Rechnung zu tragen.

3.2 Zuschlagsverfahren des Canadian Institute of Actuaries (CIA-Verfahren)

Bisher sind nur wenige Zuschlagsverfahren international veröffentlicht worden. Das einzige bekannte stammt vom Canadian Institute of Actuaries, das wir deshalb zum Vergleich heranziehen. In ‚Provision for Adverse Deviation‘ [4] wird bei der Ermittlung von Zu-

schlägen zu Sterbenswahrscheinlichkeiten q_x der Ansatz $q_x^c = q_x + \frac{c}{e_x}$ vorgeschlagen, mit

$$e_x = \frac{\sum_{k=x}^{100} l_k}{l_x} - \frac{1}{2}, \text{ wobei } l_x \text{ eine Absterbeordnung über } q_x \text{ definiert.}$$

Dieser Ansatz liefert Zuschläge, die sich umgekehrt proportional zur fernerer Lebenserwartung e_x eines x -jährigen verhalten. Die so berechneten Zuschläge werden mit zunehmendem Alter absolut größer, aber relativ zu den Sterbenswahrscheinlichkeiten sind sie für junge Alter sehr hoch und verringern sich mit zunehmendem Alter stark. Für hohe (sichere) Zuschläge wird $c = 15\text{‰}$ und für niedrige Zuschläge wird $c = 3,75\text{‰}$ gesetzt. In der Grafik 5 ist dies (bei $c = 15\text{‰}$) dargestellt.

4. Vergleich der Ergebnisse

Ein Vergleich der neuen Richtwerte mit den Werten der Verbandstafel 1986 (Grafik 5) zeigt, daß die neuen Werte teilweise sehr deutlich, mit Ausnahme der Werte für Alter über 90 Jahre, unter den Werten der Verbandstafel liegen. Mit wachsendem Alter gibt es abnehmende Differenzen, bedingt durch die Sterblichkeitsentwicklung (Grafik 1), die einen geringeren Rückgang der Sterbenswahrscheinlichkeiten in höheren Altern aufweist. Eine Bestätigung für diese höheren Zuschläge liefern die tatsächlichen Sterbenswahrscheinlichkeiten der Sterbetafel 1986/88; diese liegen ab Alter 95 über den Werten der Verbandstafel 1986. Weiterhin lassen sich diese Zuschläge durch ein höheres Schwankungsrisiko der kleinen Bestände in diesem Altersbereich als notwendig begründen.

Vergleicht man die neuen Richtwerte und das CIA-Verfahren miteinander, so sind die neuen Werte ab Alter 42 bei den Männern und 51 bei den Frauen höher als die Werte aus dem CIA-Verfahren. Bei den Frauen unter 50 Jahre liegen die neuen Richtwerte immer unter den Werten des CIA-Verfahrens. Das Schwankungsrisiko, das in jungen Altern aufgrund sehr niedriger Sterbenswahrscheinlichkeiten hoch ist, wird durch die im Vergleich zu den zugrunde liegenden Sterbenswahrscheinlichkeiten hohen Sicherheitszuschläge der DAV-Sterbetafel 1994 T und des CIA-Verfahrens angemessen berücksichtigt, während die für die Verbandstafel 1986 gewählten Sicherheitszuschläge in dieser Altersklasse unter Berücksichtigung der heutigen Sterblichkeit zu hoch erscheinen.

Um eine Aussage über die Qualität dieser Sicherheitszuschläge zu erhalten, berechnen wir für die L_x^M mit den Sterbenswahrscheinlichkeiten der DAV-Sterbetafel 1994 T, die sich aus den verschiedenen Sicherheitszuschlagssystemen (im Tabellenkopf angeführt) ergeben, die erwarteten Todesfälle des gesamten Bestandes und setzen sie ins Verhältnis zu den mit den q_x -Werten ohne Sicherheitszuschlag erwarteten Todesfällen. Die in der Spalte q_x^c angegebenen Werte beziehen sich auf das in 3.2 dargestellte kanadische Verfahren mit $c = 15\text{‰}$. Die in der letzten Spalte angegebenen Werte stammen aus dem analogen Vergleich zwischen der Verbandstafel von 1986 und den zugrunde liegenden Sterbenswahrscheinlichkeiten 1981/83. Es ergibt sich die folgende Tabelle:

	q_x^a	\bar{q}_x^a	q_x^c	q_x^{VB} zu $q_x^{81/83}$
Männer	1,04	1,12	1,06	1,10
Frauen	1,04	1,12	1,06	1,25

Durch den statistischen Schwankungszuschlag gewinnt man für die Gesamtzahl der Todesfälle also eine Sicherheitsmarge von 4%, und durch den Änderungszuschlag weitere 8%.

5. Unternehmenseigene Sterbetafeln

5.1 Verfahren zum Erstellen der Sterbetafel

Stellt ein Unternehmen in seinem Versichertenbestand Untersterblichkeit fest und möchte aufgrund dessen niedrigere Sterbenswahrscheinlichkeiten als die der DAV-Sterbetafel 1994 T verwenden, so muß diese Untersterblichkeit statistisch geprüft werden. Eine Absenkung sollte nur dann vorgenommen werden, wenn die obere Schranke der beobachteten Todesfälle zum Niveau $1 - \alpha$ niedriger ist als die untere Grenze des Sicherheitsintervalls zum Niveau $1 - \alpha$ um den Erwartungswert, der mit den Wahrscheinlichkeiten der Bevölkerungstafel ermittelt wurde. Darüber hinaus sollte man absichern, daß das Sterblichkeitsniveau für die meisten Alter des relevanten Altersbereiches niedriger als das Niveau der Bevölkerungstafel ist, z. B. durch einen Vorzeichenwechseltest ([3] S. 62f.). Das Änderungsrisiko sollte genauso wie bei der DAV-Sterbetafel 1994 T angesetzt werden, da man bei einem Versichertenbestand als Teilmenge der Bevölkerung grundsätzlich mit dem gleichen Änderungsrisiko rechnen muß. Zusätzlich muß noch berücksichtigt werden, daß zwar die bei deutschen Versicherungsunternehmen beobachtete Versichertensterblichkeit in etwa 20% unter der Bevölkerungsterblichkeit liegt und daß dieser auch in der DAV-Sterbetafel 1994 T enthaltene, zusätzliche implizite Sicherheitszuschlag auch bei unternehmenseigenen Tafeln zu berücksichtigen ist. Diesen Anforderungen wird man durch den folgenden Ansatz gerecht:

$$\bar{q}_x^{ua} = r_x (q_x^{ua} + 0,2 q_x^a), \quad (9)$$

wobei der additive Zuschlag von $0,2 q_x^a$ das Änderungsrisiko von einer Versichertensterblichkeit hin zur Bevölkerungsterblichkeit berücksichtigen soll.

Die q_x^{ua} sind die mit einem statistischen Sicherheitszuschlag versehenen ausgeglichenen unternehmenseigenen Sterbenswahrscheinlichkeiten q_x^u . Zum Ausgleichen wird in den folgenden Beispielen das Verfahren von Whittaker-Henderson verwendet [3], das qualitativ die gleichen Ergebnisse liefert wie das Verfahren von Reinsch.

Zur Bestimmung der q_x^{ua} werden zwei Verfahren vorgeschlagen:

- (I) Ableitung aus unternehmenseigenen Beobachtungsdaten,
- (II) Ableitung aus der DAV-Sterbetafel 1994 T.

zu (I):

Die Ableitung nach Verfahren (I) kann nur für den Altersbereich erfolgen, für den die Voraussetzungen (a) bis (c) aus Abschnitt 2.1 erfüllt sind. Insbesondere muß die Anzahl der beobachteten Todesfälle je Alter größer oder gleich 5 sein. Die Ableitung der q_x^{ua} erfolgt nach dem gleichen Verfahren wie die Ableitung der q_x^a für die DAV-Sterbetafel 1994 T, wobei statt des Modellbestandes L_x^M der unternehmenseigene Bestand L_x^U herangezogen wird, d. h. $q_x^{ua} = q_x^u + s_x^{ua}$ wird als obere Konfidenzschranke für die unternehmenseigenen q_x^u zum Gesamtniveau $1 - \alpha$ für T (für jedes Alter zu einem Niveau $1 - \alpha^*$) bestimmt (siehe Formeln (5), (6) und (7)).

In allen Altersbereichen, in denen das Verfahren (I) möglich ist, darf es nicht durch das Verfahren (II) ersetzt werden.

zu (II):

Erfüllt der Bestand eines Unternehmens, für den eine Sterbetafel erstellt werden soll, in einigen Altersbereichen nicht die Voraussetzungen (a) bis (c) aus Abschnitt 2.1, oder ist der Bestand in diesen Altersbereichen derart inhomogen, daß bei mehreren Altern nicht mindestens 5 Todesfälle beobachtet werden können, weicht die Sterblichkeit in diesen Altersbereichen aber von der Versichertensterblichkeit, die der DAV-Sterbetafel 1994 T implizit zugrunde liegt, signifikant ab, so ermöglicht das Verfahren (II) trotzdem die Aufstellung unternehmenseigener Sterbenswahrscheinlichkeiten auch für dieses Alter. Beim Verfahren (II) wird im ersten Schritt geprüft, ob Altersgruppen $X_i = [x_{il}, x_{im}]$, $i = 1, \dots, n$ so zusammengefaßt werden können, daß $\sum_{x \in X_i} t_x^u \geq 5$ für jede Altersgruppe gilt. Ist dies erfüllt, so bilden wir

$ET_i = \sum_{x \in X_i} L_x^u q_x$ die mit der Bevölkerungssterbetafel erwarteten Todesfälle aus L_x^u ,

$KT_i = ET_i - u_{1-\alpha} \sqrt{\sum_{x \in X_i} L_x^u q_x (1 - q_x)}$ eine unter Schranke von ET_i zum Niveau $1 - \alpha$,

$BT_i = \sum_{x \in X_i} t_x^u$ die beobachteten Todesfälle aus L_x^u ,

$OT_i = BT_i + u_{1-\alpha} \sqrt{\sum_{x \in X_i} L_x^u q_x^u (1 - q_x^u)}$ eine obere Schranke von BT zum Niveau $1 - \alpha$,

und setzen für $x \in X_i$ $q_x^{ua} = q_x \frac{OT_i}{KT_i}$, wenn $KT_i > OT_i$ gilt.

Nun besteht die Gefahr, daß die Intervallbreite so groß gewählt wird, daß innerhalb eines Intervalls große Schwankungen des relativen Untersterblichkeitsniveau auftreten, was zu einer Quersubvention führen könnte. Um das zu vermeiden, darf die Intervalllänge m nicht größer als 10 sein. Diese Forderung gilt nur für den Altersbereich 20 bis 70 Jahre, da die Belegungszahlen in den Randbereichen häufig so klein sind, daß diese Forderung sonst nicht erfüllbar wäre.

Wie beim Verfahren (I) wird das Sterblichkeitsänderungsrisiko durch den Faktor r_x und das Änderungsrisiko der Versichertensterblichkeit durch den additiven Zuschlag von $0,2 q_x^a$ berücksichtigt.

Für die Altersbereiche, für die keine Bestände vorhanden sind oder deren Bestände zu klein sind, können die Werte der DAV-Sterbetafel 1994 T benutzt werden. Durch Interpolation in den Randbereichen lassen sich unerwünschte Sprünge im Verlauf der Sterbenswahrscheinlichkeiten vermeiden.

5.2. Beispiel für die Ableitung einer unternehmenseigenen Sterbetafel

Hier wird für das Altersintervall 1 bis 70 Jahre eines Teilbestandes eines großen deutschen LVU, $L^u = \sum_x L_x^u$ mit $t^u = \sum_x t_x^u$ Gestorbenen, die Erstellung einer unternehmenseigenen Sterbetafel exemplarisch dargelegt.

1. Schritt:

Die Voraussetzungen (a) bis (c) werden überprüft. Insbesondere wird ermittelt, für welche Alter x oder Altersintervalle X_i die Bedingung $t_x \geq 5$ bzw. $t_{X_i} \geq 5$ erfüllt ist.

In diesem Beispiel bilden wir die Teilintervalle 1–20, 21–30, 31–34 sowie 65–70 Jahre. Für diese Intervalle werden nach Verfahren (II) Absenkungsfaktoren ermittelt. Für das Altersintervall 30–64 Jahre werden die Sterbenswahrscheinlichkeiten nach Verfahren (I) ermittelt.

2. Schritt:

Die relativen Sterbenshäufigkeiten werden mit dem Whittaker-Henderson-Verfahren ausgeglichen, wobei die Glätte über die 3. Differenzen mit Glättemaß 1 vorgewählt wird (siehe [3] und Kurzbeschreibung in Ziffer 5.3)

$$\begin{aligned} \text{z. B. } q_{50}^u &= 2,329\text{‰} \\ q_{25}^u &= 0,808\text{‰} . \end{aligned}$$

3. Schritt:

Berechnung des $(1 - \alpha^*)$ -Fraktils $u_{1-\alpha^*}$ mit Formel (7)

$$u_{1-\alpha^*} = 0,4207 \text{ und damit } 1 - \alpha^* = 0,663 .$$

4. Schritt:

Berechnung der Wahrscheinlichkeiten $\bar{q}_x^{u\alpha}$ für die Sterbetafel mit Formel (9)

Verfahren (I): für Alter 50

$$\bar{q}_{50}^{u\alpha} = 1,07 \left(0,002329 + u_{0,663} \sqrt{\frac{0,002329(1 - 0,002329)}{31602}} + 0,2 \cdot 0,006309 \right) = 0,003963 .$$

Verfahren (II): für Alter 25

Die Absenkungsfaktoren OT_i/KT_i betragen für

Alter	1–20:	0,844964
Alter	21–30:	0,870967
Alter	31–34:	0,329157
Alter	67–70:	0,527763

$$\bar{q}_{25}^{u\alpha} = 1,15 (0,870967 \cdot 0,001003 + 0,2 \cdot 0,001123) = 0,001263 .$$

Ergebnisse der beiden Verfahren (I) und (II) zeigen die Tabelle 3 sowie Grafik 4.

Bei dem in Tabelle 3 angegebenen Bestand beträgt der Erwartungswert an Gestorbenen, berechnet mit der Versichertensterblichkeit, 42% des Erwartungswertes der Gestorbenen, berechnet mit der Bevölkerungssterblichkeit. Der analoge Erwartungswert, berechnet mit der Versichertensterblichkeit einschließlich Zuschlägen, beträgt dagegen 70% des Erwartungswertes an Gestorbenen, berechnet mit den Sterbenswahrscheinlichkeiten der DAV-Sterbetafel 1994 T.

5.3. Beschreibung des Ausgleichsverfahrens von Whittaker-Henderson

Das Verfahren von Whittaker-Henderson [3] basiert auf der Lösung der Optimierungsaufgabe, die Summe eines Maßes für die Anpassung der ausgeglichenen an die beobachteten Werte und eines Maßes für die Glätte der ausgeglichenen Werte zu minimieren.

Seien $Q = (q_x, q_{x+1}, \dots, q_{x+n})$ der Vektor der $n+1$ beobachteten und $Q^* = (q_x^*, q_{x+1}^*, \dots, q_{x+n}^*)$ der Vektor der $n+1$ ausgeglichenen Werte.

Mit dem Anpassungsmaß $\sum_{k=0}^n (q_{x_0+k}^* - q_{x_0+k})^2$ und dem Glättemaß $\sum_{k=0}^{n-s} (\Delta^s q_{x+k}^*)^2$ mit $\Delta^s q_{x+k}^* = \sum_{v=0}^s (-1)^v \binom{s}{v} q_{x+k+v}^*$ als Operator der s -ten Differenzen lautet die Optimierungsaufgabe

$$\sum_{k=0}^n w_k (q_{x+k}^* - q_{x+k})^2 + g \sum_{k=0}^{n-s} (\Delta^s q_{x+k}^*)^2 = \min .$$

Die $w = (w_0, w_1, \dots, w_n)$ sind zusätzliche positive Gewichte mit $\sum_{k=0}^n w_k = 1$ z.B. $w_k = \frac{L_k}{\sum_{j=0}^n L_j}$, und g ist eine positive Konstante, die es uns gestattet, die Glätte zu gewichten.

W sei die $(n+1) \times (n+1)$ -Diagonalmatrix der w_k , und I sei die $(n+1) \times (n+1)$ -Einheitsmatrix.

K sei die $(n-s+1) \times (n+1)$ -Matrix der s -ten Differenzen (= Binomialkoeffizienten der Ordnung s mit alternierendem Vorzeichen).

Mit diesen Bezeichnungen lautet das Optimierungsproblem

$$(Q^* - Q)' W (Q^* - Q) + g (K Q^*)' K Q^* = \min .$$

Man erhält den Lösungsvektor

$$Q^* = (W + g K' K)^{-1} W Q .$$

Dieses Ausgleichsverfahren läßt sich auch auf den 2-dimensionalen Fall erweitern, um z.B. selektionsabhängige Wertereihen auszugleichen.

5.4. Selektionseinfluß

Bei der Erstellung von Tafeln auf der Grundlage von Versichertengesamtheiten muß der Einfluß der Selektion berücksichtigt werden, d.h. die durch die Gesundheitsprüfung bedingte geringere Sterblichkeit in den ersten Jahren der Versicherung.

Die einfachste Methode, diesen Selektionseinfluß auszuschalten, besteht darin, nur Bestände heranzuziehen, die älter als 5 Jahre sind. Diese Methode hat den Nachteil, daß man eventuell große Teile des Beobachtungsmaterials nicht verwenden kann. Will man (um das gesamte Beobachtungsmaterial auswerten zu können) aus der Gesamtsterblichkeit des Unternehmens (also mit Selektionseinfluß) eine Sterblichkeit ohne Selektionseinfluß bestimmen, so wird nachfolgendes Näherungsverfahren vorgeschlagen.

Wir bezeichnen mit

- q_x die Sterblichkeit der x -jährigen (unter Berücksichtigung aller Beobachtungen),
- q_x^n die Sterblichkeit der x -jährigen außerhalb der Selektionsdauer (normale Sterblichkeit),
- q_x^s die Sterblichkeit der x -jährigen innerhalb der Selektionsdauer (Sterblichkeit unter Einfluß der Selektion),
- b_x den Anteil der Versicherten x -jährigen außerhalb der Selektionsdauer

und setzen

$$v_x = q_x^s / q_x^n .$$

Aus den Beobachtungen ergibt sich selbstverständlich:

$$q_x = b_x q_x^n + (1 - b_x) q_x^s .$$

Dann gilt:

$$q_x^n = f_x q_x \quad \text{mit} \quad f_x = 1 / (b_x + (1 - b_x) v_x) .$$

Wir wählen $f = 1 / (b + (1 - b) v)$ altersunabhängig, wobei b und v jeweils als arithmetisches Mittel der b_x bzw. v_x über den relevanten Altersbereich von z. B. 30 bis 65 Jahren gebildet werden. Diese Näherung ergibt gute Übereinstimmung mit tatsächlichen Werten. Für $b < 50\%$ konnte das Näherungsverfahren nicht überprüft werden.

Bei einem Versicherungsunternehmen mit hohem Neugeschäftsanteil, der bei einer Neugründung oder bei einer hohen Neugeschäftssteigerung vorliegen kann, erhält man wegen des relativ kleinen b erwartungsgemäß ein größeres f . Ist beispielsweise 0,8 der Wert für v , so erhält man bei einem Wert von 0,85 für b einen durchschnittlichen Faktor von $f = 1,03$. Ist dagegen 0,5 der Wert von b , so steigt f auf 1,11.

6. Anhang

6.1. Literatur

- [1] Continuous Mortality Investigation Reports No. 11,
Institute of Actuaries and the Faculty of Actuaries,
periodisch erscheinende Reports,
Bezugsadresse:
Institute of Actuaries
Napier House
4 Worcester Street
Oxford OX1 2AW
- [2] Wirtschaft und Statistik 6/1991
Allgemeine Sterbetafel 1986/88
- [3] Methodik von Sterblichkeitsuntersuchungen
Schriftenreihe Angewandte Versicherungsmathematik, Heft 15
Verlag Versicherungswirtschaft e. V., Karlsruhe 1985
- [4] Provision for Adverse Deviation
Canadian Institute of Actuaries
January 1990
Bezugsadresse:
Canadian Institute of Actuaries
360 Albert
Ottawa
Ontario, K1R7X7
- [5] Statistische Methoden
Lothar Sachs
Springer Verlag, 5. Auflage 1978

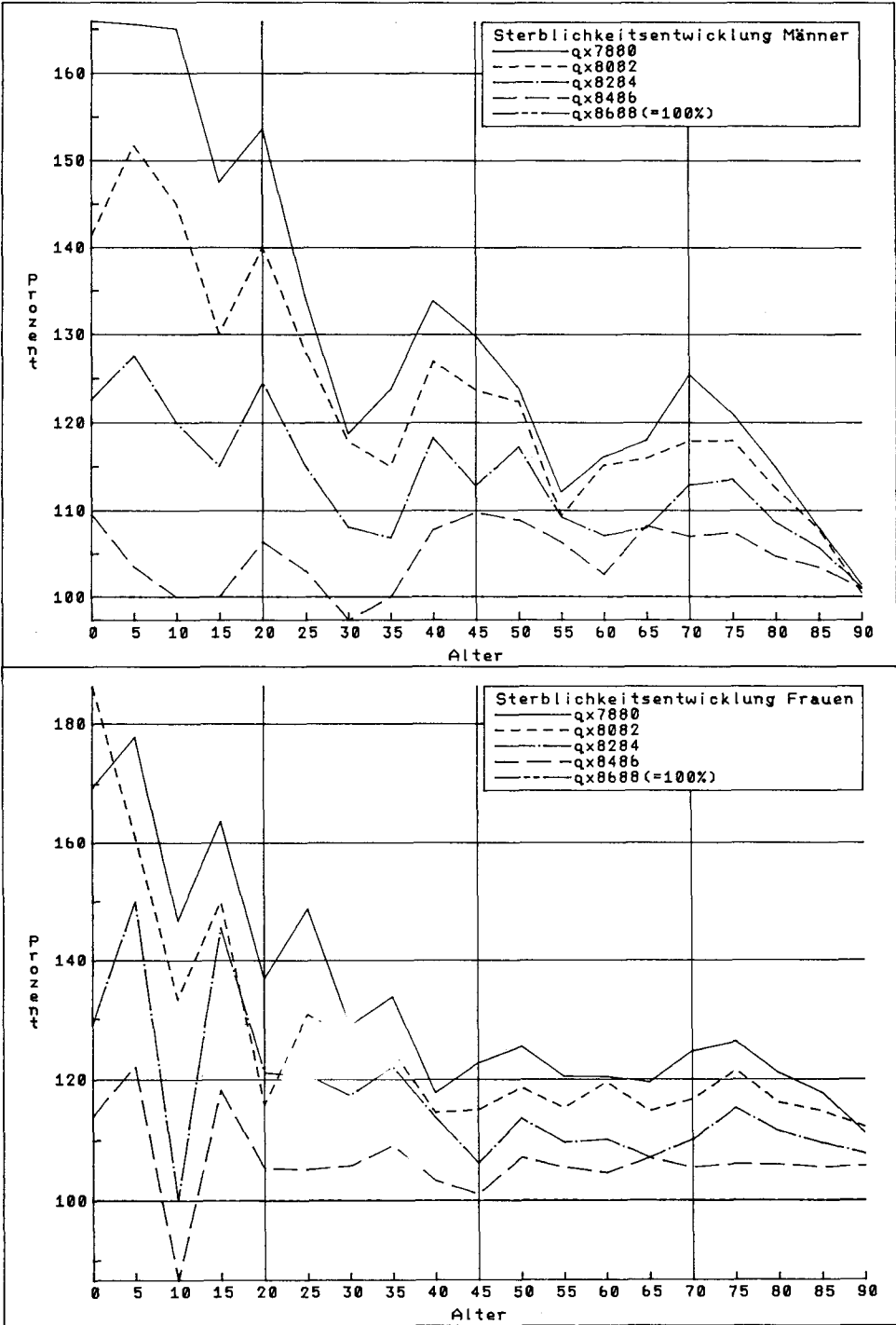
6.2. Verzeichnis von Grafiken und Tabellen

Grafiken

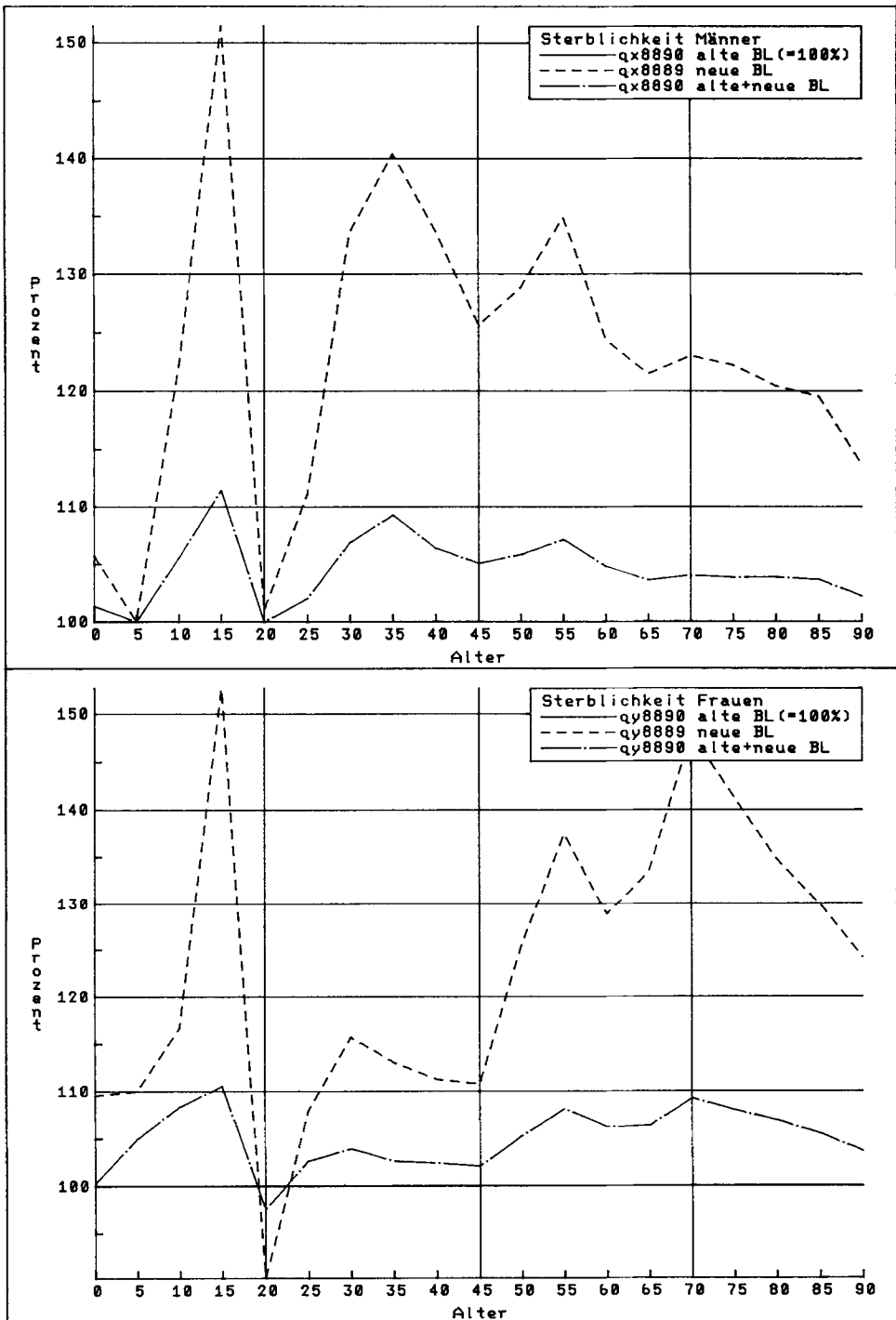
- 1 Sterblichkeitsentwicklung
- 2 Sterblichkeit (alte und neue Bundesländer)
- 3 Vergleich der DAV-Sterbetafel 1994 T mit $q_x^{86/88}$ und q_x^{VB} mit $q_x^{81/83}$
- 4 Vergleich der DAV-Sterbetafel 1994 T mit unternehmenseigener Sterbetafel
- 5 Vergleich der DAV-Sterbetafel 1994 T mit anderen Sterbetafeln
- 6 DAV-Sterbetafel 1994 T und die zugrunde liegenden Sterbenswahrscheinlichkeiten

Tabellen

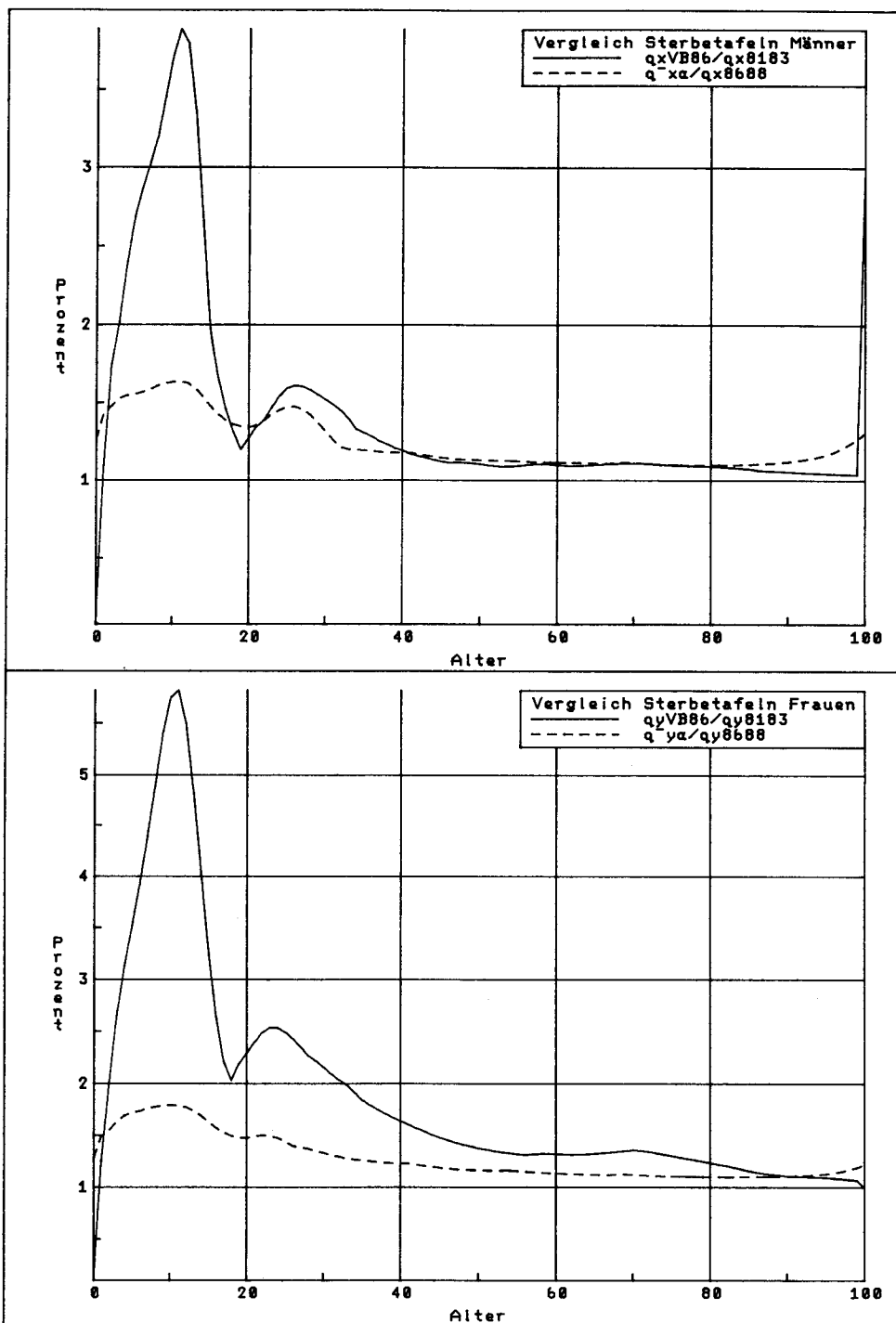
- 1 DAV-Sterbetafel 1994 T Männer
- 2 DAV-Sterbetafel 1994 T Frauen
- 3 Unternehmenseigene Sterbetafel



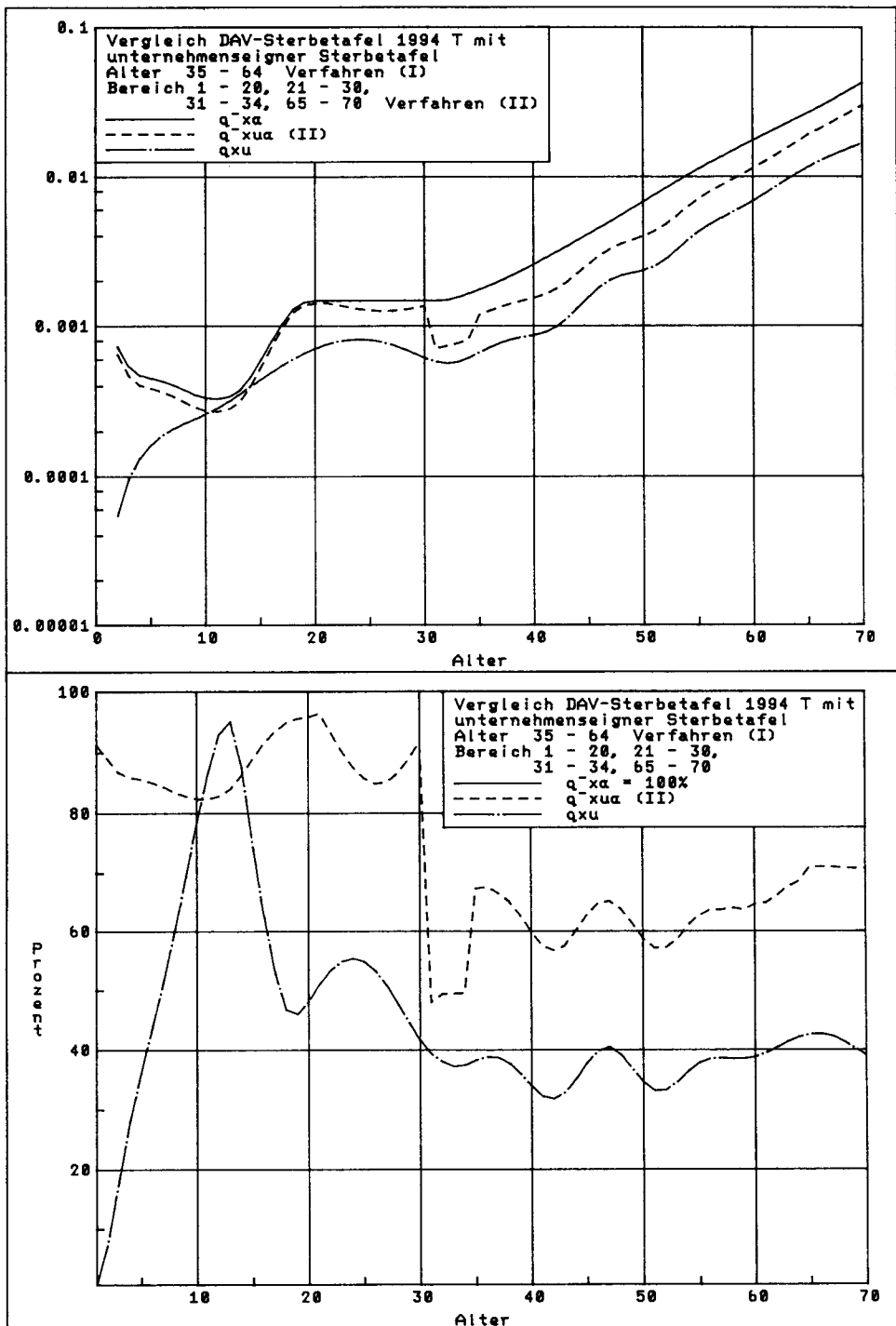
Grafik 1



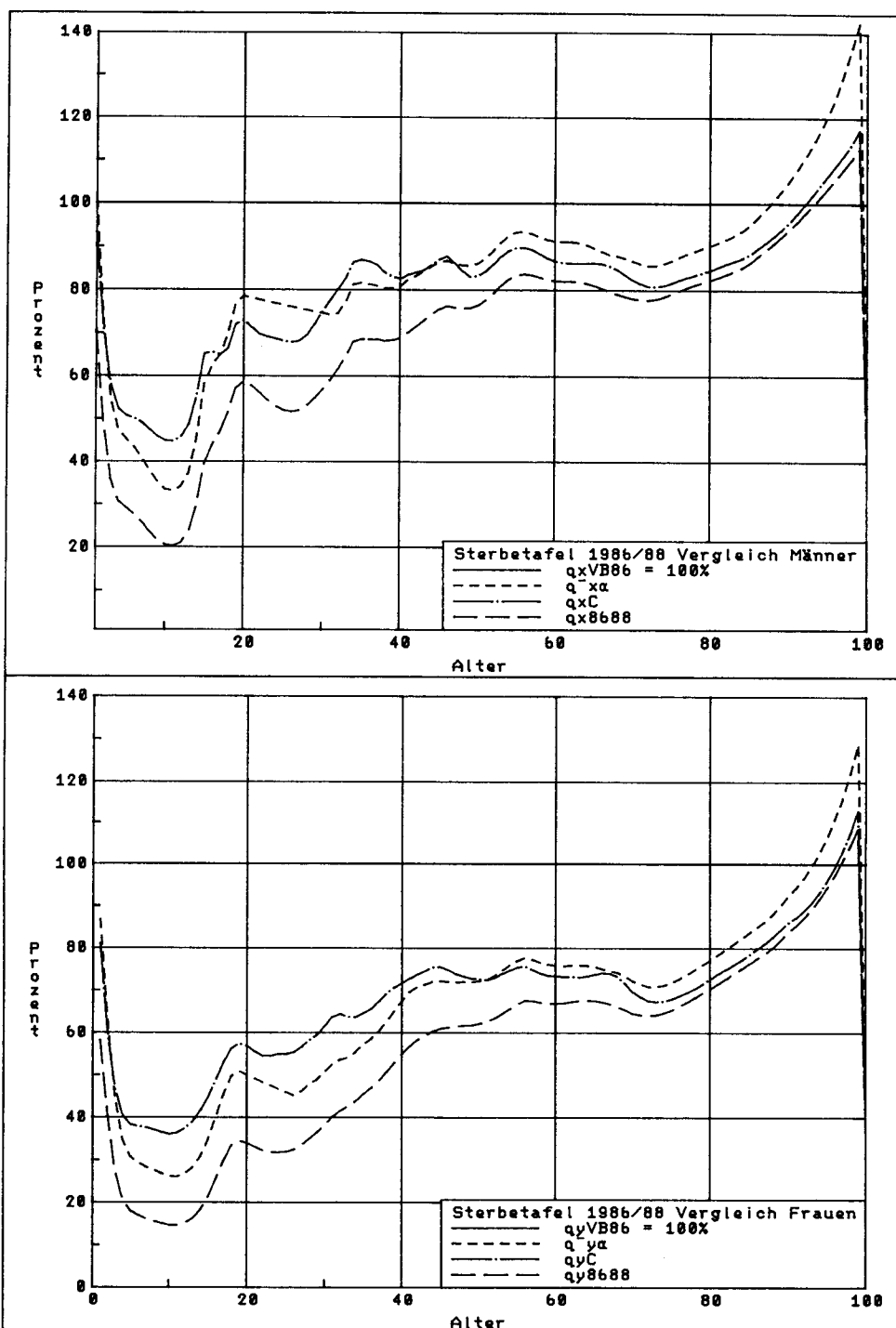
Grafik 2



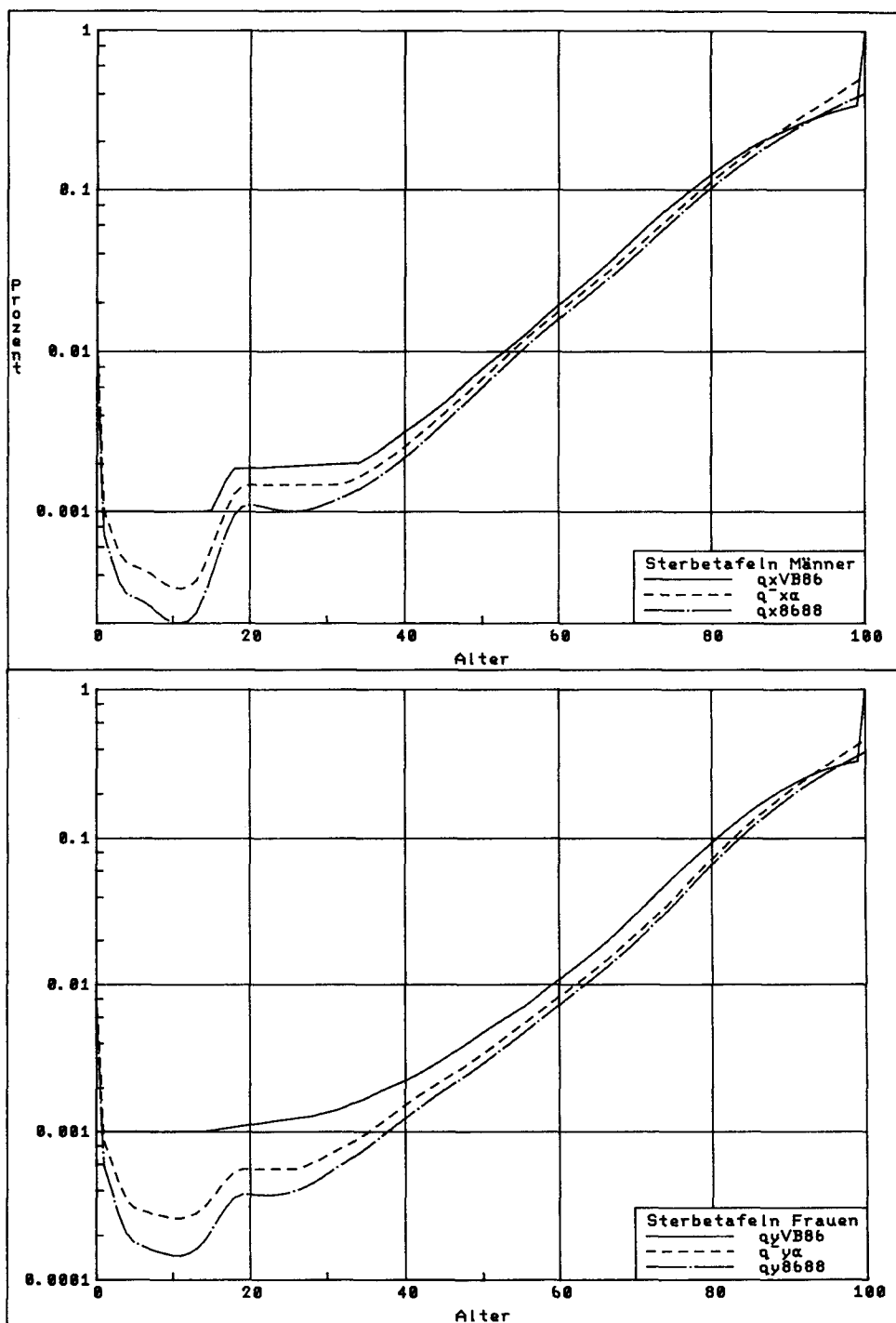
Grafik 3



Grafik 4



Grafik 5



Grafik 6

Tabelle 1. DAV-Sterbetafel 1994 T Männer

Alter	t_x	L_x^M	q_x	q_x^a	\bar{q}_x^a	$\frac{\bar{q}_x^a}{q_x}$	$\frac{q_x^c}{q_x}$	$\frac{q_x^{VB}}{q_x}$	$\frac{\bar{q}_x^a}{q_x^{VB}}$
0	29	3.119	9,253	9,739	11,687	126,31	102,26	10,81	1168,73
1	2	3.156	0,705	0,840	1,008	142,87	129,98	141,79	100,77
2	1	3.103	0,493	0,606	0,728	147,60	143,48	202,81	72,77
3	1	3.092	0,355	0,452	0,542	152,57	161,19	281,45	54,21
4	1	3.153	0,306	0,394	0,473	154,76	172,10	326,91	47,34
5	1	3.185	0,291	0,377	0,452	155,46	176,90	343,68	45,23
6	1	3.162	0,276	0,361	0,433	156,51	182,16	361,78	43,26
7	1	3.075	0,258	0,340	0,408	158,34	189,44	387,97	40,81
8	1	2.999	0,236	0,316	0,379	160,60	199,28	424,16	37,86
9	1	2.999	0,217	0,293	0,352	162,35	209,71	461,51	35,18
10	1	3.015	0,205	0,279	0,334	163,46	218,02	488,69	33,45
11	1	3.041	0,202	0,276	0,331	163,54	221,38	494,61	33,06
12	1	3.097	0,209	0,283	0,340	162,41	219,20	477,87	33,99
13	1	3.215	0,233	0,309	0,371	159,46	208,92	429,50	37,13
14	1	3.471	0,293	0,376	0,451	153,82	187,88	340,79	45,14
15	2	3.832	0,402	0,494	0,593	147,50	165,24	253,73	58,13
16	2	4.210	0,556	0,660	0,792	142,30	147,96	228,28	62,34
17	3	4.582	0,751	0,866	1,040	138,39	136,13	212,98	64,98
18	5	4.957	0,956	1,081	1,298	135,67	128,87	194,47	69,76
19	6	5.250	1,069	1,197	1,437	134,40	126,29	174,91	76,84
20	6	5.424	1,102	1,230	1,476	133,95	125,96	170,61	78,52
21	6	5.552	1,091	1,217	1,476	135,25	126,69	173,17	78,10
22	6	5.641	1,065	1,189	1,476	138,60	127,87	178,40	77,69
23	6	5.651	1,038	1,160	1,476	142,19	129,13	183,98	77,28
24	6	5.576	1,016	1,138	1,476	145,22	130,34	188,89	76,88
25	5	5.444	1,003	1,125	1,476	147,13	131,35	192,37	76,48
26	5	5.306	1,001	1,125	1,476	147,42	132,05	193,75	76,09
27	5	5.173	1,013	1,139	1,476	145,74	132,34	192,53	75,70
28	5	5.023	1,038	1,168	1,476	142,16	132,22	188,76	75,31
29	5	4.894	1,076	1,210	1,476	137,13	131,76	183,01	74,93
30	5	4.735	1,122	1,260	1,476	131,57	131,14	176,48	74,55
31	5	4.610	1,172	1,316	1,476	125,90	130,47	169,73	74,18
32	6	4.471	1,230	1,379	1,489	121,09	129,73	162,67	74,44
33	6	4.378	1,295	1,450	1,551	119,77	128,90	155,21	77,17
34	6	4.347	1,373	1,533	1,641	119,45	127,90	147,07	81,22
35	6	4.358	1,467	1,632	1,747	119,03	126,76	145,84	81,62
36	7	4.414	1,576	1,746	1,869	118,53	125,54	145,90	81,24
37	8	4.455	1,700	1,876	2,007	118,05	124,29	145,85	80,94
38	8	4.396	1,841	2,025	2,167	117,69	123,02	146,64	80,26
39	9	4.171	2,003	2,200	2,354	117,52	121,74	146,29	80,33
40	8	3.951	2,189	2,401	2,569	117,34	120,43	145,25	80,78
41	9	3.579	2,405	2,638	2,823	117,36	119,13	142,61	82,29
42	10	3.890	2,650	2,885	3,087	116,46	117,86	139,98	83,20
43	12	4.160	2,928	3,166	3,387	115,71	116,64	137,32	84,26
44	14	4.442	3,239	3,482	3,726	115,01	115,49	134,59	85,45
45	17	4.866	3,588	3,832	4,100	114,27	114,42	132,38	86,32
46	21	5.085	3,975	4,226	4,522	113,75	113,43	131,06	86,79
47	24	5.417	4,401	4,657	4,983	113,21	112,52	131,55	86,06
48	26	5.227	4,873	5,147	5,508	113,01	111,68	131,94	85,65
49	26	4.989	5,401	5,696	6,094	112,84	110,89	131,83	85,59
50	29	4.794	5,993	6,309	6,751	112,65	110,16	130,83	86,11

Tabelle 1 (Fortsetzung)

Alter	t_x	L_x^M	q_x	q_x^a	\bar{q}_x^a	$\frac{\bar{q}_x^a}{q_x}$	$\frac{q_x^c}{q_x}$	$\frac{q_x^{VB}}{q_x}$	$\frac{\bar{q}_x^a}{q_x^{VB}}$
51	31	4.608	6,655	6,995	7,485	112,47	109,47	128,78	87,33
52	32	4.372	7,391	7,759	8,302	112,33	108,83	126,24	88,98
53	33	3.903	8,202	8,612	9,215	112,35	108,25	123,51	90,96
54	33	3.647	9,082	9,528	10,195	112,25	107,73	121,34	92,51
55	36	3.591	10,029	10,501	11,236	112,04	107,27	119,95	93,40
56	41	3.683	11,044	11,532	12,340	111,73	106,86	119,52	93,48
57	46	3.737	12,127	12,635	13,519	111,48	106,50	119,90	92,98
58	49	3.691	13,283	13,817	14,784	111,30	106,17	120,61	92,29
59	51	3.508	14,521	15,094	16,150	111,22	105,89	121,41	91,61
60	53	3.282	15,854	16,472	17,625	111,17	105,62	121,86	91,23
61	53	3.040	17,296	17,965	19,223	111,14	105,38	122,00	91,10
62	54	2.819	18,860	19,585	20,956	111,12	105,16	122,01	91,07
63	56	2.664	20,561	21,339	22,833	111,05	104,95	122,18	90,89
64	60	2.637	22,416	23,232	24,858	110,89	104,76	122,63	90,43
65	66	2.659	24,455	25,302	27,073	110,71	104,58	123,45	89,68
66	72	2.518	26,710	27,618	29,552	110,64	104,41	124,48	88,88
67	66	2.240	29,228	30,234	32,350	110,68	104,24	125,53	88,17
68	57	1.596	32,057	33,301	35,632	111,15	104,07	126,55	87,83
69	48	1.342	35,238	36,658	39,224	111,31	103,90	127,45	87,34
70	52	1.328	38,812	40,306	43,127	111,12	103,74	128,18	86,69
71	68	1.481	42,820	44,299	47,400	110,70	103,59	128,66	86,04
72	86	1.807	47,297	48,701	52,110	110,18	103,44	128,80	85,54
73	104	1.896	52,277	53,712	57,472	109,94	103,30	128,43	85,60
74	111	1.886	57,783	59,290	63,440	109,79	103,16	127,60	86,04
75	117	1.768	63,830	65,457	70,039	109,73	103,04	126,48	86,76
76	120	1.641	70,429	72,194	77,248	109,68	102,93	125,25	87,57
77	123	1.519	77,593	79,508	85,073	109,64	102,82	124,11	88,34
78	125	1.400	85,336	87,415	93,534	109,61	102,73	123,15	89,00
79	125	1.270	93,674	95,945	102,662	109,59	102,65	122,25	89,65
80	122	1.134	102,621	105,119	112,477	109,60	102,57	121,40	90,28
81	120	998	112,187	114,948	122,995	109,63	102,50	120,52	90,97
82	114	866	122,380	125,449	134,231	109,68	102,44	119,54	91,76
83	106	736	133,205	136,647	146,212	109,76	102,39	118,49	92,64
84	95	613	144,670	148,564	158,964	109,88	102,34	117,34	93,64
85	84	500	156,782	161,226	172,512	110,03	102,30	115,94	94,90
86	74	397	169,544	174,669	186,896	110,23	102,27	113,98	96,72
87	61	305	182,952	188,958	202,185	110,51	102,24	112,16	98,54
88	50	227	196,995	204,124	218,413	110,87	102,21	110,29	100,53
89	38	167	211,661	220,184	235,597	111,31	102,19	108,39	102,70
90	31	122	226,931	237,094	253,691	111,79	102,18	106,45	105,02
91	24	87	242,777	255,039	272,891	112,40	102,17	104,49	107,57
92	18	62	259,168	273,965	293,142	113,11	102,17	102,51	110,34
93	14	43	276,066	294,055	314,638	113,97	102,17	100,52	113,38
94	10	29	293,425	315,644	337,739	115,10	102,19	98,53	116,82
95	7	20	311,199	338,374	362,060	116,34	102,23	96,54	120,52
96	5	13	329,335	363,301	388,732	118,04	102,31	94,55	124,84
97	3	8	347,778	391,744	419,166	120,53	102,46	92,58	130,19
98	2	5	366,467	422,438	452,008	123,34	102,76	90,62	136,11
99	2	3	385,341	454,579	486,400	126,23	103,55	88,67	142,35
100	1	2	404,335	492,651	527,137	130,37	107,42	247,32	52,71

Summe 3.328 300.002

Tabelle 2. DAV-Sterbetafel 1994 T Frauen

Alter	t_x	L_x^M	q_x	q_x^*	\bar{q}_x^*	$\frac{\bar{q}_x^*}{q_x}$	$\frac{q_x^c}{q_x}$	$\frac{q_x^{VB}}{q_x}$	$\frac{\bar{q}_x^*}{q_x^{VB}}$
0	19	2.739	7,016	7,503	9,003	128,32	102,73	14,25	900,30
1	2	2.769	0,582	0,722	0,867	148,86	133,35	171,79	86,65
2	1	2.722	0,402	0,520	0,624	155,02	148,86	248,56	62,37
3	1	2.710	0,273	0,370	0,444	162,62	172,98	366,47	44,37
4	1	2.762	0,204	0,287	0,345	168,80	198,79	489,60	34,48
5	1	2.794	0,179	0,256	0,307	171,85	214,35	559,19	30,73
6	1	2.777	0,169	0,244	0,293	173,50	222,65	591,72	29,32
7	0	2.704	0,161	0,235	0,283	175,57	230,59	621,43	28,25
8	0	2.630	0,155	0,229	0,275	177,42	237,54	645,41	27,49
9	0	2.628	0,150	0,223	0,268	178,34	243,88	665,69	26,79
10	0	2.642	0,146	0,217	0,261	179,11	250,64	687,00	26,07
11	0	2.665	0,145	0,217	0,260	178,88	253,01	687,71	26,01
12	0	2.724	0,151	0,222	0,267	177,24	250,01	664,32	26,68
13	0	2.826	0,161	0,234	0,281	174,27	241,98	619,39	28,14
14	1	3.048	0,181	0,256	0,307	169,29	228,28	551,18	30,71
15	1	3.359	0,216	0,294	0,353	162,99	209,21	471,31	34,58
16	1	3.693	0,265	0,346	0,416	157,07	190,71	392,97	39,97
17	1	4.022	0,314	0,400	0,480	152,60	177,61	337,29	45,24
18	2	4.357	0,360	0,448	0,537	149,27	168,86	300,09	49,94
19	2	4.639	0,379	0,467	0,560	147,63	166,41	290,01	50,90
20	2	4.786	0,380	0,466	0,560	147,27	167,36	294,57	50,00
21	2	4.885	0,376	0,461	0,560	148,78	169,21	302,91	49,12
22	2	4.946	0,374	0,457	0,560	149,92	170,94	310,58	48,27
23	2	4.943	0,375	0,459	0,560	149,38	171,93	314,78	47,45
24	2	4.890	0,380	0,465	0,560	147,24	172,17	315,54	46,66
25	2	4.786	0,388	0,475	0,560	144,16	171,95	314,08	45,90
26	2	4.677	0,401	0,491	0,560	139,47	170,90	308,86	45,16
27	2	4.551	0,421	0,514	0,581	137,93	168,88	299,24	46,09
28	2	4.216	0,447	0,546	0,612	136,92	166,14	286,39	47,81
29	2	4.287	0,479	0,581	0,645	134,65	162,88	275,37	48,90
30	2	4.162	0,518	0,626	0,689	132,87	159,31	262,36	50,64
31	2	4.078	0,561	0,674	0,735	131,00	155,90	249,50	52,51
32	3	3.998	0,606	0,725	0,783	129,18	152,82	240,86	53,63
33	3	3.954	0,654	0,779	0,833	127,31	149,96	235,30	54,10
34	3	3.947	0,709	0,838	0,897	126,53	147,10	228,46	55,38
35	3	3.952	0,773	0,908	0,971	125,69	144,17	219,99	57,14
36	3	3.979	0,847	0,988	1,057	124,79	141,19	213,61	58,42
37	4	3.980	0,932	1,080	1,156	123,96	138,28	205,91	60,20
38	4	3.885	1,027	1,184	1,267	123,35	135,57	197,66	62,41
39	4	3.673	1,130	1,299	1,390	123,03	133,10	189,38	64,96
40	4	3.462	1,241	1,424	1,524	122,75	130,86	182,07	67,42
41	4	3.141	1,362	1,563	1,672	122,79	128,83	176,23	69,67
42	5	3.413	1,492	1,693	1,812	121,47	126,98	171,62	70,78
43	6	3.626	1,631	1,836	1,964	120,42	125,31	168,59	71,43
44	7	3.855	1,780	1,987	2,126	119,46	123,81	165,73	72,08
45	8	4.225	1,938	2,145	2,295	118,41	122,46	164,06	72,17
46	10	4.421	2,107	2,318	2,480	117,69	121,23	163,24	72,10
47	10	4.739	2,289	2,501	2,676	116,91	120,10	162,51	71,94
48	12	4.579	2,488	2,712	2,902	116,67	119,03	162,01	72,01
49	12	4.386	2,706	2,945	3,151	116,47	118,02	161,89	71,94
50	13	4.233	2,946	3,201	3,425	116,23	117,05	160,87	72,25

Tabelle 2 (Fortsetzung)

Alter	t_x	L_x^M	q_x	q_x^z	\bar{q}_x^z	$\frac{\bar{q}_x^z}{q_x}$	$\frac{q_x^c}{q_x}$	$\frac{q_x^{VB}}{q_x}$	$\frac{\bar{q}_x^z}{q_x^{VB}}$
51	13	4.087	3,213	3,484	3,728	116,00	116,12	159,95	72,52
52	13	3.892	3,511	3,800	4,066	115,82	115,23	157,81	73,39
53	14	3.494	3,840	4,159	4,450	115,90	114,38	155,22	74,67
54	14	3.295	4,200	4,544	4,862	115,76	113,59	152,61	75,85
55	15	3.280	4,595	4,956	5,303	115,39	112,85	149,93	76,96
56	17	3.402	5,029	5,399	5,777	114,87	112,16	147,93	77,65
57	19	3.474	5,507	5,890	6,302	114,44	111,52	148,19	77,23
58	21	3.505	6,035	6,434	6,884	114,07	110,91	148,97	76,58
59	23	3.499	6,620	7,038	7,530	113,76	110,33	149,56	76,06
60	26	3.556	7,266	7,701	8,240	113,40	109,78	149,59	75,80
61	29	3.614	7,980	8,432	9,022	113,05	109,28	149,37	75,69
62	32	3.661	8,768	9,238	9,884	112,73	108,80	148,61	75,86
63	35	3.662	9,638	10,130	10,839	112,46	108,36	148,16	75,90
64	40	3.747	10,602	11,112	11,889	112,14	107,94	147,90	75,83
65	46	3.863	11,674	12,200	13,054	111,82	107,55	148,11	75,50
66	51	3.742	12,870	13,431	14,371	111,66	107,18	148,79	75,05
67	49	3.392	14,217	14,836	15,874	111,66	106,82	149,82	74,53
68	43	2.455	15,747	16,511	17,667	112,19	106,48	151,27	74,17
69	37	2.081	17,497	18,371	19,657	112,35	106,14	153,06	73,40
70	41	2.093	19,512	20,431	21,861	112,04	105,81	155,19	72,20
71	55	2.395	21,845	22,752	24,344	111,44	105,49	155,92	71,48
72	73	2.991	24,553	25,412	27,191	110,74	105,17	156,28	70,86
73	90	3.183	27,694	28,576	30,576	110,41	104,87	155,92	70,81
74	103	3.219	31,317	32,247	34,504	110,18	104,57	154,90	71,13
75	111	3.090	35,469	36,477	39,030	110,04	104,30	153,32	71,77
76	121	2.955	40,201	41,294	44,184	109,91	104,04	151,27	72,66
77	131	2.824	45,557	46,742	50,014	109,78	103,81	149,00	73,68
78	141	2.677	51,584	52,873	56,574	109,67	103,59	146,64	74,79
79	148	2.486	58,324	59,739	63,921	109,60	103,40	144,31	75,94
80	154	2.260	65,817	67,384	72,101	109,55	103,23	142,05	77,12
81	157	2.018	74,094	75,842	81,151	109,52	103,07	139,79	78,35
82	155	1.789	83,184	85,137	91,096	109,51	102,94	137,59	79,59
83	153	1.575	93,114	95,299	101,970	109,51	102,82	135,39	80,88
84	151	1.378	103,908	105,353	113,798	109,52	102,71	133,25	82,19
85	145	1.178	115,582	118,344	126,628	109,56	102,62	131,20	83,51
86	135	987	128,145	131,289	140,479	109,63	102,54	129,08	84,93
87	124	806	141,599	145,214	155,379	109,73	102,47	127,27	86,22
88	111	648	155,939	160,117	171,325	109,87	102,41	125,02	87,88
89	97	514	171,147	175,998	188,318	110,03	102,36	122,39	89,90
90	84	399	187,200	192,874	206,375	110,24	102,33	119,42	92,32
91	68	300	204,065	210,801	225,558	110,53	102,30	117,31	94,23
92	54	221	221,699	229,756	245,839	110,89	102,28	114,88	96,53
93	43	158	240,046	249,785	267,270	111,34	102,27	112,17	99,26
94	32	109	259,042	271,013	289,983	111,94	102,28	109,23	102,48
95	24	73	278,610	293,464	314,007	112,70	102,32	106,08	106,24
96	16	45	298,664	317,868	340,119	113,88	102,40	102,76	110,82
97	11	29	319,110	343,353	367,388	115,13	102,55	99,30	115,94
98	7	18	339,848	371,053	397,027	116,82	102,88	95,73	122,03
99	5	11	360,773	400,699	428,748	118,84	103,72	92,08	129,07
100	3	7	381,775	432,679	462,967	121,27	107,86	261,93	46,30
Summe	3.456	300.002							

Tabelle 3. Unternehmenseigene Sterbetafel

Alter	t_x^u	L_x^u	q_x^u	q_x^{uz}	$q_x^{uz} + 0,2q_x^z$	\bar{q}_x^{uz}	$\frac{\bar{q}_x^{uz}}{\bar{q}_x^u}$	$\frac{\bar{q}_x^{uz}}{q_x^u}$
1	0	410	0,008	0,596	0,763	0,916	91,19	1.1946,61
2	0	467	0,054	0,417	0,537	0,645	88,96	1189,14
3	0	548	0,095	0,300	0,390	0,468	86,74	490,64
4	0	465	0,131	0,258	0,337	0,404	85,81	308,13
5	0	420	0,162	0,246	0,321	0,385	85,52	238,08
6	0	581	0,187	0,234	0,305	0,366	85,09	195,78
7	1	588	0,208	0,218	0,285	0,343	84,34	164,67
8	0	547	0,226	0,199	0,262	0,314	83,46	139,29
9	0	510	0,243	0,183	0,241	0,290	82,78	119,41
10	0	524	0,262	0,173	0,228	0,274	82,36	104,78
11	0	662	0,285	0,171	0,226	0,271	82,33	95,04
12	0	662	0,314	0,177	0,233	0,280	82,76	88,97
13	0	620	0,351	0,197	0,258	0,310	83,90	88,35
14	1	633	0,394	0,248	0,323	0,387	86,21	98,42
15	0	666	0,442	0,340	0,438	0,526	89,00	119,00
16	0	701	0,494	0,470	0,602	0,722	91,48	146,07
17	1	788	0,549	0,635	0,808	0,969	93,46	176,41
18	0	1.080	0,605	0,808	1,024	1,229	94,91	203,10
19	2	1.503	0,659	0,903	1,142	1,371	95,60	208,01
20	0	2.011	0,709	0,931	1,177	1,412	95,85	199,18
21	3	2.350	0,752	0,951	1,194	1,420	96,42	188,82
22	1	2.836	0,786	0,928	1,165	1,375	93,31	174,86
23	3	3.287	0,808	0,904	1,136	1,329	90,20	164,44
24	4	3.583	0,816	0,885	1,112	1,290	87,60	158,18
25	2	4.184	0,808	0,874	1,098	1,263	85,75	156,34
26	5	4.602	0,785	0,872	1,097	1,250	84,86	159,16
27	3	4.852	0,750	0,882	1,109	1,254	85,10	167,17
28	4	5.025	0,706	0,904	1,137	1,274	86,48	180,56
29	3	5.300	0,658	0,938	1,179	1,309	88,84	199,02
30	5	5.410	0,613	0,977	1,229	1,352	91,75	220,55
31	6	6.092	0,579	0,386	0,649	0,707	47,99	122,12
32	0	6.549	0,564	0,405	0,680	0,734	49,42	130,15
33	1	6.935	0,576	0,426	0,716	0,766	49,47	133,03
34	2	7.858	0,612	0,452	0,758	0,811	49,55	132,44
35	12	10.428	0,666	0,773	1,098	1,175	67,42	176,42
36	8	10.926	0,723	0,832	1,180	1,263	67,72	174,57
37	10	14.121	0,775	0,873	1,248	1,335	66,65	172,32
38	9	14.433	0,816	0,916	1,320	1,412	65,29	173,17
39	24	16.988	0,845	0,939	1,378	1,474	62,75	174,50
40	15	21.000	0,869	0,955	1,434	1,534	59,83	176,56
41	32	24.955	0,906	0,986	1,513	1,619	57,46	178,65
42	19	28.066	0,979	1,058	1,634	1,748	56,72	178,54
43	34	35.233	1,110	1,185	1,817	1,944	57,48	175,54
44	37	30.860	1,305	1,391	2,087	2,233	60,01	171,13
45	41	34.627	1,546	1,635	2,401	2,569	62,72	166,12
46	52	32.944	1,799	1,897	2,741	2,933	64,94	163,07
47	112	37.359	2,013	2,111	3,041	3,254	65,38	161,63
48	70	33.997	2,157	2,262	3,291	3,521	64,00	163,28
49	87	33.374	2,245	2,354	3,492	3,737	61,37	166,43
50	73	31.602	2,329	2,443	3,704	3,963	58,76	170,16

Tabelle 3 (Fortsetzung)

Alter	t_x^u	L_x^u	q_x^u	q_x^{ua}	$q_x^{ua} + 0,2 q_x^r$	\bar{q}_x^{ua}	$\frac{\bar{q}_x^{ua}}{\bar{q}_x^r}$	$\frac{\bar{q}_x^{ua}}{q_x^u}$
51	80	32.373	2,480	2,596	3,994	4,274	57,15	172,33
52	42	31.366	2,757	2,882	4,433	4,743	57,18	172,00
53	85	31.737	3,183	3,316	5,036	5,389	58,53	169,33
54	83	17.127	3,706	3,901	5,805	6,212	60,98	167,62
55	96	13.225	4,246	4,484	6,582	7,043	62,73	165,89
56	39	9.517	4,747	5,044	7,349	7,863	63,77	165,63
57	45	9.303	5,216	5,530	8,056	8,619	63,80	165,25
58	39	5.915	5,688	6,099	8,861	9,481	64,17	166,70
59	34	7.091	6,211	6,604	9,621	10,294	63,78	165,74
60	23	4.147	6,835	7,374	10,666	11,413	64,79	166,97
61	28	5.118	7,586	8,097	11,688	12,506	65,10	164,85
62	37	4.412	8,462	9,043	12,958	13,865	66,20	163,84
63	41	2.970	9,434	10,181	14,447	15,458	67,74	163,84
64	27	2.627	10,465	11,301	15,945	17,061	68,67	163,03
65	4	400	11,526	12,906	17,964	19,222	71,03	166,77
66	4	201	12,597	14,097	19,618	20,991	71,06	166,64
67	5	162	13,663	15,426	21,470	22,973	71,04	168,14
68	2	297	14,721	16,919	23,576	25,226	70,83	171,37
69	1	237	15,771	18,597	25,926	27,741	70,75	175,90
70	4	167	16,815	20,484	28,542	30,540	70,84	181,62
Summe	1.401	672.554						

$$\text{Erwartete Tote} = \sum_{x=1}^{70} L_x^u q_x^r \quad \text{mit} \quad q_x^r := \begin{cases} q_x^u & = 1.401 & (1) \\ q_x^{ua} & = 1.488 & (2) \\ q_x^{ua} + 0,2 q_x^r & = 2.194 & (3) \\ \bar{q}_x^{ua} & = 2.352 & (4) \\ q_x^r & = 3.339 & (5) \\ \bar{q}_x^r & = 3.786 & (6) \end{cases}$$

Versichertensterblichkeit im Vergleich zur Bevölkerungssterblichkeit: $(1) / (5) = 0,42$
 $(4) / (5) = 0,70$

Versichertensterblichkeit im Vergleich zur DAV-Sterbetafel 1994 T: $(1) / (6) = 0,37$
 $(4) / (6) = 0,62$

Sicherheitsmarge der eigenen Tafel: $(4) / (1) = 1,68$
Sicherheitsmarge der Richtafel: $(6) / (5) = 1,13$

Zusammenfassung

Bestimmung einer angemessenen Sterbetafel für Lebensversicherungen mit Todesfallcharakter

Seit Erstellung der letzten Verbandssterbetafel 1986, der die Bevölkerungssterbetafel 1981/83 zugrunde lag, sind die relativen Sterbenshäufigkeiten weiterhin gesunken. Angesichts der ab 1. Juli 1994 wegfallenden Genehmigungspflicht durch das Bundesaufsichtsamt für das Versicherungswesen wurde vom DAV-Ausschuß „Lebensversicherung“ eine Arbeitsgruppe „Biometrische Rechnungsgrundlagen“ mit dem Auftrag gegründet, unter anderem eine angemessene Sterbetafel für Lebens-

versicherungen mit Todesfallcharakter zu erstellen. Zunächst wurde eine Sterbetafel – die DAV-Sterbetafel 1994 T – erstellt, deren Verwendung im Normalfall garantiert, daß die mit ihren Sterbenswahrscheinlichkeiten prospektiv berechneten Deckungskapitalien unter gleichen Bedingungen ausreichend bemessen sind. Da zur Zeit noch kein zu diesem Zweck brauchbares statistisches Material über Versichertensterblichkeit zur Verfügung steht, wurde von der neuesten deutschen Bevölkerungssterbetafel 1986/88 ausgegangen. Sodann wurden Kriterien erarbeitet, deren Einhaltung bei der etwaigen Erstellung einer abweichenden unternehmenseigenen Sterbetafel einen vergleichbaren Sicherheitsgrad gewährleistet.

In der Arbeitsgruppe haben mitgewirkt Frau Dr. Pallenberg und die Herren Büdenbender, Claßen, Ferrer, Häbler, Loebus, Remmert, Schedel und Dr. Schmithals.

Summary

Construction of an appropriate mortality table for whole life assurances

Since construction of the last association mortality table of assured lives 1986, which is based upon the German Population Mortality Table 1981/83, the relative mortality rates have substantially decreased. In view of the lapse of licensing requirement by the German federal supervisory office for insurance companies from July 1st 1994 the DAV-committee "Life-Insurance" formed a working group with order to construct among others an appropriate mortality table for whole life assurances. At first a mortality table – the DAV-Mortality-Table 1994 T – was constructed. The last German Population Mortality Table 1986/88 was taken as basis, as in Germany up to now for this purpose no useful statistical material about mortality of assured lives exists. Its use ordinary guarantees, that the prospective premium reserves are rated sufficiently. Thereafter, criteria were developed, which guarantee a comparable degree of certainty, when they are observed in case of a possible development of deviating corporate mortality tables.