

高斯几何矩及其在特征匹配与图像配准中的应用

张朝鑫, 席 平

(北京航空航天大学机械工程及自动化学院 北京 100191)

(jorsoncy@126.com)

摘 要: 针对几何矩存在特征表述能力较弱和对噪声敏感等缺点, 提出一种高斯几何矩, 并给出了它的平移和旋转不变矩, 同时提出一种基于高斯几何矩的图像配准方法. 在几何矩的基础上引入高斯核, 定义了高斯几何矩; 再由高斯复数矩推导高斯几何矩的位移不变矩及旋转不变矩的独立与完备集; 讨论了尺度因子对高斯几何矩表征图像的影响, 充分利用尺度因子的灵活性特点, 重点捕获图像的有效信息, 提高了图像的特征表述能力. 对高斯几何矩和几何矩的特征匹配能力与图像配准能力进行详细比较的结果表明, 文中提出的高斯几何矩比几何矩具有更强的特征表述能力和抗噪声干扰能力.

关键词: 高斯几何矩; 矩的不变性; 特征匹配; 图像配准

中图分类号: TP391

Gaussian-Geometric Moments and Its Application in Feature Matching & Image Registration

Zhang Chaoxin and Xi Ping

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beihang University, Beijing 100191)

Abstract: In this paper, Gaussian-geometric moment (GGM) and their translation and rotation invariants have been introduced and a GGM-based image registration method has been proposed. Firstly, on the basis of GM, gauss kernel is employed to define the GGM; secondly, the GGM invariants are derived by means of the Gaussian-complex moment and an independent and complete set of GGM rotational invariants is given; finally, feature description capability of GGM by the influence of the scale parameter is fully studied. The capability of feature matching and image registration of both moments has been comprehensively tested by experiments, the results of which show that the proposed moments are much better than geometric ones in noise resistance and feature description.

Key words: Gaussian-geometric moment (GGM); moment invariants; feature matching; image registration

过去几十年, 矩及其不变矩被广泛的研究, 并应用于图像处理中. 最早是 Hu 在 20 世纪 60 年代用代数的方法推导了 7 个几何矩的旋转不变矩^[1], 随后有大量的矩及其不变矩(平移不变、旋转不变、尺度不变等)被提出. 根据所定义的空间, 这些矩可以归纳为 2 大类: 定义在连续空间上的和定义在离散空间上的; 其中, 几何矩(geometric moment, GM)、复数矩、Legendre 矩、Zernike 矩和伪 Zernike 矩属于第一类^[2], 而 Tchebichef 矩、Krawtchouk 矩、Racah 矩和 Dual Hahn 矩属于第二类^[3-5]; 当然, 还有一些其他类型的矩, 例如 Xu 等^[6]把 GM 推广到三维空

间中. 这些矩及它们的不变矩被大量地应用于图像配准^[7]、边缘检测^[8]、水印^[9]、脸部识别^[10]、图像检索^[11]和医学图像分析^[12]中. 理论上讲, 以上所述矩都可以用 GM 的组合来表示.

实现图像特征匹配与图像配准有非常不同的方法. 近来, 基于矩的方法被越来越多地研究与采用^[13], 其基本思想是, 用一系列不变矩去描述图像特征, 从而达到识别与配准的目的. 虽然 Zernike 不变矩由于其正交性被广泛地用于图像局部特征描述^[14-15], 但其基底中存在阶乘运算使得计算成本非常高; 而 GM 的计算就相对简单很多. 而且由于

收稿日期: 2013-06-16; 修回日期: 2013-08-26. 张朝鑫(1986—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为图像处理、模式识别; 席 平(1954—), 女, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为 CAD&CAM、计算机图形学、飞机制造工艺.

具有表述图像的几何属性,GM 仍然是最普遍使用的.但是,当用 GM 的不变矩去描述图像的局部特征时,仍然存在一些问题.如,GM 侧重于描述图像的边缘信息,而会丢失图像的中心信息,这在高阶的 GM 中尤为明显.通常,图像中心的信息才是最重要的.另外,GM 对于图像噪声太敏感.为了解决这些问题,本文提出一种高斯几何矩(Gaussian-geometric moment, GGM),并给出其平移及旋转不变矩. GGM 能够描述图像中心的信息,并且抗噪声干扰能力更强;同时, GGM 中有一个尺度因子,允许我们选择合适的尺度因子来描述更多的图像信息.本文把 GGM 用于图像配准中,提出一种基于 GGM 的图像配准方法.

1 GGM

1.1 背景

矩 $M_{pq}^{(f)}$ 在一幅图像 $f(x, y)$ 上的定义为

$$M_{pq}^{(f)} = \iint_D P_{pq}(x, y) f(x, y) dx dy;$$

其中 p 和 q 是非负整数, $r = p + q$ 是矩的阶数, $P_{00}(x, y), P_{1,0}(x, y), \dots, P_{kj}(x, y), \dots$ 是定义在区域 D 上的多项式.

当 $P_{pq}(x, y) = x^p y^q$ 时,得到 GM 的定义

$$m_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x^p y^q f(x, y) dx dy \quad (1)$$

低阶 GM 是有具体的意义的,即 m_{00} 表示一幅图像的质量(对于二值图像,是物体的面积), m_{10}/m_{00} 和 m_{01}/m_{00} 均表示图像的重心或者中心.

1.2 定义

本文提出一种 GGM,在式(1)中,把 x 替换成 (x/σ) ,把 y 替换成 (y/σ) ,并加入高斯核 $\exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right)$,可以得到定义在图像灰度函数 $f(x, y)$ 的 $p+q$ 阶的 GGM 为

$$M_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x/\sigma)^p (y/\sigma)^q \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right) f(x, y) dx dy \quad (2)$$

其中, σ 是高斯核的标准差,我们把它称作 GGM 的尺度因子.

1.3 离散形式

GGM 是定义在连续区间 $(-\infty, \infty)$ 上的.由于在 GGM 中存在一个尺度因子 σ ,在计算矩之前应先设定好尺度.对于不同大小的图像,为了更好地选择尺度因子,应把图像的坐标转换到一个有限的区间里,本文根据通常的使用习惯选择区间 $[-1, 1]$. 对于一个定义在区间 $[0 \leq i, j \leq K-1]$ 上的数据图像 $I(i, j)$,图像的坐标首先通过 $x = (2i - K + 1)/(K - 1)$, $y = (2j - K + 1)/(K - 1)$ 进行转换;那么,定义在图像 $I(i, j)$ 上 $p+q$ 阶的 GGM 就可能通过

$$M_{pq} = \frac{4}{(K-1)^2} \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} (x/\sigma)^p (y/\sigma)^q \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right) I(i, j)$$

计算得到.

1.4 GGM 的基

由式(2)可知,在一维里的 K 阶 GGM 的基函数为 $B_k(x, \sigma) = (x/\sigma)^k \exp(-x^2/2\sigma^2)$.

图 1a~1c 给出了几个不同阶数的一维 GGM

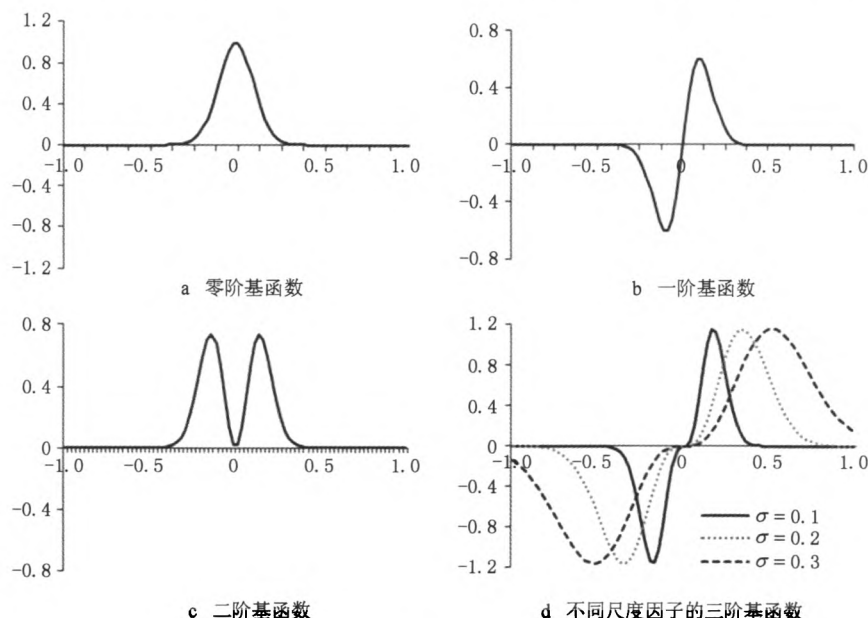


图 1 一维 GGM 的基函数

的基函数,其中设尺度因子 $\sigma=0.1$;图 1d 给出了几个 3 阶的 GGM 的基函数,其中尺度 σ 分别设置为 0.1,0.2 和 0.3.

阶数为 $k+l$ 的二维 GGM 基函数定义为 $B_k(x, \sigma)B_l(y, \sigma)$,图 2 所示为 0~5 阶 GM 和 GGM 的二维的基函数.

从式(2)可知,不同阶数的 GGM 其实就是图像

的灰度函数 $f(x, y)$ 和图 2 中的“基”做卷积运算而得到的.因此,从图 2 可以看出,如果用矩去描述一幅图像,GM 侧重于描述图像的边缘信息而失去了图像中心的信息,尤其是高阶的 GM.相反,GGM 可以描述图像中心的信息,而图像中心的信息是相对更重要的.另外,我们可以看出,通过调整 GGM 中的尺度因子,可以描述图像的不同区域.

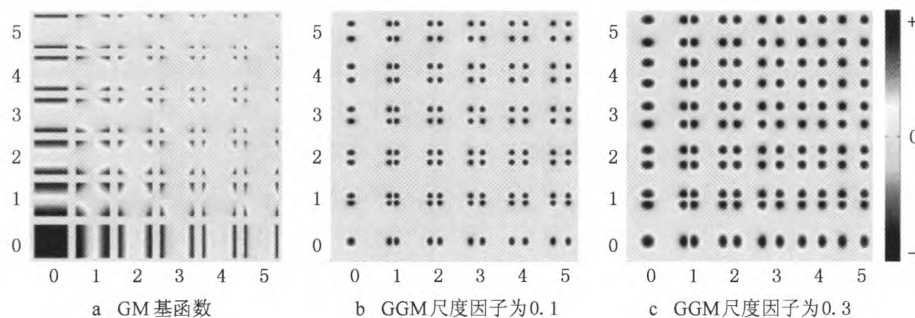


图 2 二维 GM 与 GGM 的基函数

2 GGM 的不变性

2.1 平移不变性

大多数矩的平移不变性都是通过它们的中心矩得到的;GM, Legendre 矩, Zernike 矩以及离散的 Tchebichef 矩都是如此.同样,GGM 的平移不变性也可以通过它的中心矩得到;其中心矩定义为

$$\Phi_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B_p(x-x', \sigma) B_q(y-y', \sigma) f(x, y) dx dy;$$

其中, (x', y') 是图像的中心,它可以通过 0 和 1 阶的 GM 计算得到,即 $x' = m_{10}/m_{00}$ 和 $y' = m_{01}/m_{00}$. $B_p(x, \sigma)$ 是在式(2)中定义的 GGM 的基函数.

GGM 的平移不变性可以简单地通过把 M_{pq} 替换成 Φ_{pq} 得到.

2.2 旋转不变性

GM 的不变矩一直是研究热点,已有很多不变矩的推导方法;其中最大的贡献者是 Flusser 等^[13],其通过复数矩的方法,给出了任何给定阶数的 GM 的不变矩的独立和完备集.因为高斯核本身是旋转不变的,因此我们推断,GGM 的旋转不变矩和 GM 的旋转不变矩具有相同的形式.我们通过类似 Flusser 等的方法^[13]构造了高斯复数矩,并通过它们之间的一一对应关系推导了 GM 的旋转不变矩.具体的推导与证明过程在附录 A 中给出.

下面列出 2~5 阶不变矩的独立完备集.

1) 2 阶与 3 阶

$$\psi_1 = M_{20} + M_{02},$$

$$\psi_2 = (M_{30} + M_{12})^2 + (M_{21} + M_{03})^2,$$

$$\psi_3 = (M_{20} - M_{02}) [(M_{30} + M_{12})^2 - (M_{21} + M_{03})^2] + 4M_{11}(M_{30} + M_{12})(M_{21} + M_{03}),$$

$$\psi_4 = M_{11} [(M_{30} + M_{12})^2 - (M_{21} + M_{03})^2] - (M_{20} - M_{02})(M_{30} + M_{12})(M_{21} + M_{03}),$$

$$\psi_5 = (M_{30} - 3M_{12})(M_{30} + M_{12}) [(M_{30} + M_{12})^2 - 3(M_{21} + M_{03})^2] + (M_{03} - 3M_{21})(M_{03} + M_{21}) [(M_{03} + M_{21})^2 - 3(M_{12} + M_{30})^2],$$

$$\psi_6 = (M_{30} - 3M_{12})(M_{03} + M_{21}) [(M_{03} + M_{21})^2 - 3(M_{12} + M_{30})^2] + (3M_{21} - M_{03})(M_{30} + M_{12}) [(M_{30} + M_{12})^2 - 3(M_{21} + M_{03})^2].$$

2) 4 阶

$$\psi_7 = M_{40} + 2M_{22} + M_{04},$$

$$\psi_8 = (M_{40} - M_{04}) [(M_{30} + M_{12})^2 - (M_{21} + M_{03})^2] + 4(M_{31} + M_{13})(M_{30} + M_{12})(M_{21} + M_{03}),$$

$$\psi_9 = (M_{31} + M_{13}) [(M_{30} + M_{12})^2 - (M_{21} + M_{03})^2] - (M_{40} - M_{04})(M_{30} + M_{12})(M_{21} + M_{03}),$$

$$\psi_{10} = (M_{40} - 6M_{22} + M_{04}) [(M_{30} + M_{12})^4 - 6(M_{30} + M_{12})^2(M_{21} + M_{03})^2 + (M_{21} + M_{03})^4] + 16(M_{31} - M_{13})(M_{30} + M_{12})(M_{21} + M_{03}) [(M_{30} + M_{12})^2 - (M_{21} + M_{03})^2],$$

$$\psi_{11} = (M_{40} - 6M_{22} + M_{04})(M_{30} + M_{12})(M_{21} + M_{03}) [(M_{30} + M_{12})^2 - (M_{21} + M_{03})^2] + (M_{31} - M_{13}) [(M_{30} + M_{12})^4 - 6(M_{30} + M_{12})^2(M_{21} + M_{03})^2 + (M_{21} + M_{03})^4].$$

3) 5 阶

$$\psi_{12} = (M_{50} + 2M_{32} + M_{14})^2 + (M_{41} + 2M_{23} + M_{05})^2,$$

$$\begin{aligned}\psi_{13} &= (M_{50} + 2M_{32} + M_{14})(M_{30} + M_{12}) + (M_{41} + 2M_{23} + M_{05})(M_{21} + M_{03}), \\ \psi_{14} &= (M_{41} + 2M_{23} + M_{05})(M_{30} + M_{12}) - (M_{50} + 2M_{32} + M_{14})(M_{21} + M_{03}), \\ \psi_{15} &= (M_{50} - 2M_{32} - 3M_{14})[(M_{30} + M_{12})^3 - 3(M_{30} + M_{12})(M_{21} + M_{03})^2] - (3M_{41} + 2M_{23} - M_{05})[(M_{21} + M_{03})^3 - 3(M_{21} + M_{03})(M_{30} + M_{12})^2], \\ \psi_{16} &= (M_{50} - 2M_{32} - 3M_{14})[(M_{21} + M_{03})^3 - 3(M_{21} + M_{03})(M_{30} + M_{12})^2] + (3M_{41} + 2M_{23} - M_{05})[(M_{30} + M_{12})^3 - 3(M_{30} + M_{12})(M_{21} + M_{03})^2], \\ \psi_{17} &= (M_{50} - 10M_{32} + 5M_{14})[(M_{30} + M_{12})^5 - 10(M_{30} + M_{12})^3(M_{21} + M_{03})^2 + 5(M_{30} + M_{12})(M_{21} + M_{03})^4] + (5M_{41} - 10M_{23} + M_{05})[(M_{21} + M_{03})^5 - 10(M_{21} + M_{03})^2(M_{30} + M_{12})^3 + 5(M_{21} + M_{03})(M_{30} + M_{12})^4], \\ \psi_{18} &= (M_{05} - 10M_{23} + 5M_{41})[(M_{30} + M_{12})^5 - 10(M_{30} + M_{12})^3(M_{21} + M_{03})^2 + 5(M_{30} + M_{12})(M_{21} +\end{aligned}$$

$$M_{03})^4] + (5M_{14} - 10M_{32} + M_{50})[(M_{21} + M_{03})^5 - 10(M_{30} + M_{12})^2(M_{21} + M_{03})^3 + 5(M_{21} + M_{03})(M_{30} + M_{12})^4].$$

2.3 实验结果

本文实验是为了验证用所提出的旋转不变矩的正确性与数字稳定性,它通过一个 256×256 大小的灰度图像,背景为黑的”Lena”的肖像完成,如图 3 所示.图 3 b~3 h 分别给出了通过计算机得到的 7 个不同旋转角度的旋转图像.这里计算的不变矩,其尺度因子设置为 0.3,其中尺度因子是不会影响图像的旋转不变性的,只是为了计算需要.我们用不变矩的平均偏差百分比 $(\xi/|\mu|)\%$ 来评估数字稳定性,实验中, ξ 和 $|\mu|$ 分别代表不变矩的标准差和平均值.越小的平均偏差百分比表明更好的数字稳定性;相反,值越大代表不稳定.图 3 中所有图像的平均偏差百分比值都小于 0.3%,这也就意味着 GGM 的不变矩具有很好的数字稳定性.

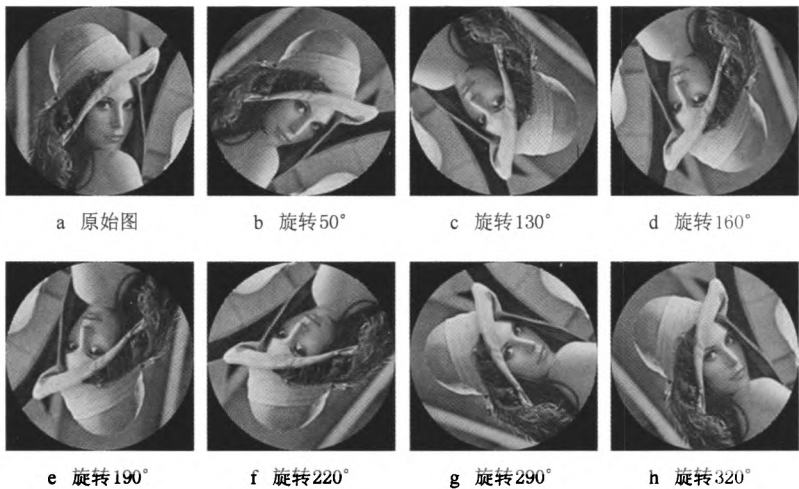


图 3 “Lena”灰度图像及其旋转版本

表 1 18 个不变矩的数字稳定性实验结果

旋转角度/(°)	ψ_1	ψ_2	ψ_3	ψ_4	ψ_5	ψ_6
0	134.702 4	709.359 5	1 545.792 8	3 107.374 8	270 503.978 8	80 959.300 0
50	134.697 1	709.374 4	1 524.853 3	3 108.067 4	269 827.564 9	81 515.289 6
130	134.698 4	709.231 6	1 529.908 4	3 107.674 6	269 754.812 0	81 276.251 7
160	134.698 0	708.810 5	1 527.403 8	3 106.007 6	269 445.771 9	81 357.029 2
190	134.700 1	708.841 6	1 528.440 9	3 106.769 2	269 497.098 0	81 227.263 0
220	134.698 4	709.231 6	1 529.908 4	3 107.674 6	269 754.812 0	81 276.251 7
290	134.701 6	709.042 1	1 528.118 4	3 106.721 9	269 606.438 1	81 446.155 8
320	134.697 1	709.374 4	1 524.853 3	3 108.067 4	269 827.564 9	81 515.289 6
平均偏差/%	0.001 3	0.027 5	0.259 5	0.019 2	0.076 7	0.168 3

续表 1

旋转角度/(°)	ψ_7	ψ_8	ψ_9	ψ_{10}	ψ_{11}	ψ_{12}
0	513.318 0	-4 658.832 5	9 502.413 4	-6 220 963.400 1	873 738.111 7	10 819.913 6
50	513.283 2	-4 726.137 0	9 488.197 7	-6 262 723.839 1	868 665.376 9	10 823.408 7
130	513.299 1	-4 705.226 1	9 490.598 9	-6 243 945.402 5	869 454.959 0	10 822.680 1
160	513.282 6	-4 704.544 9	9 483.192 7	-6 238 222.387 1	864 257.766 7	10 811.803 8
190	513.296 6	-4 705.250 0	9 487.408 6	-6 221 544.074 1	865 716.309 2	10 812.846 1
220	513.299 1	-4 705.226 1	9 490.598 9	-6 243 945.402 5	869 454.959 0	10 822.680 1
290	513.295 9	-4 711.664 8	9 483.406 7	-6 231 248.778 9	867 670.576 7	10 816.473 7
320	513.283 2	-4 726.137 0	9 488.197 7	-6 262 723.839 1	868 665.376 9	10 823.408 7
平均偏差/%	0.001 7	0.254 0	0.041 8	0.203 0	0.222 1	0.037 7

旋转角度/(°)	ψ_{13}	ψ_{14}	ψ_{15}	ψ_{16}	ψ_{17}	ψ_{18}
0	2 732.224 6	-458.429 1	1 032 737.435 4	645 344.210 3	401 371 925.420 4	397 008 223.810 3
50	2 731.693 7	-464.433 4	1 026 155.452 4	643 282.349 6	402 534 685.395 1	402 909 649.793 6
130	2 731.268 4	-464.714 6	1 026 189.105 9	642 037.514 9	403 034 676.010 6	401 473 441.730 2
160	2 729.107 5	-464.211 3	1 025 147.098 9	642 060.870 6	401 973 751.516 4	401 163 008.032 7
190	2 729.278 2	-464.365 5	1 025 506.006 6	641 842.874 7	402 356 730.192 0	401 051 734.832 0
220	2 731.268 4	-464.714 6	1 026 189.105 9	642 037.514 9	403 034 676.010 6	401 473 441.730 2
290	2 730.172 7	-464.211 4	1 025 588.294 0	642 988.751 4	402 234 509.121 5	401 839 006.202 3
320	2 731.693 7	-464.433 4	1 026 155.452 4	643 282.349 6	402 534 685.395 1	402 909 649.793 6
平均偏差/%	0.036 2	0.283 6	0.146 8	0.134 5	0.099 5	0.278 1

3 特征匹配

本节将测试我们提出的不变矩和几何不变矩特征匹配的能力.这里使用最高 5 阶不变矩来进行测试.为了进行更详细和具体的比较,我们通过不同的噪声、不同相对尺寸和不同尺度 3 种方式来完成测试.

在匹配过程中,我们用 18 个 GGM 的不变矩和 GM 的不变矩来表述一个图像的特征,形成一个特征向量.特征向量之间的最小距离意味着正确的匹配,欧氏距离公式为

$$D(\mathbf{V}',\mathbf{V}^{(k)})=\left(\frac{\mathbf{V}'\cdot\mathbf{V}^{(k)}}{|\mathbf{V}'||\mathbf{V}^{(k)}|}\right) \tag{3}$$

其中 \mathbf{V}' 是参考图像的特征向量, $\mathbf{V}^{(k)}$ 是我们识别的图像的特征向量,它们通过 $\mathbf{V}_n^{(k)}=\rho_n\cdot\psi_n^{(k)},n=1,\cdots,18$ 进行规则化,其中,

$$\rho_n=\sqrt{K\over\sum_{k=1}^K(\psi_n^{(k)}-\bar{\psi}_n)^2},\bar{\psi}_n=\sum_{k=1}^K\psi_n^{(k)}/K.$$

3.1 不同噪声图像的比较

图 4 所示实验是为了测试 GGM 与 GM 的搞噪声干扰能力,其灰度图像为 200×200 ,分别为飞机“F35”“J10”,“M35”的外形.由于其相似程度高,极

易导致匹配困难甚至误匹配;其中图 4 a,4 g 和 4 m 分别为参考图像,其余分别是经过变换的版本:1)经过旋转一定角度;2)旋转后加 $\sigma^2=2.0$ 的高斯模糊;3)旋转后加 $\sigma^2=0.02$ 的高斯白噪声;4)旋转、加高斯模糊并加高斯白噪声;5)旋转后加 5% 的胡椒盐噪声.

对于相同机型的图像,它们的特征向量之间的距离应该越小越好;相反,对于不同机型之间的图像,它们的特征向量之间的距离应该越大越好.表 2~6 中列出了它们之间的特征匹配结果,其中尺度因子设置为 0.1.为了使结果更具有比较性,我们把相同图像之间的特征向量的距离规则化成了 1,其他匹配对之间的结果除以相对应的相同图像匹配对的结果进行规则化.从表 2~3 可以看出,对于只有旋转和旋转加模糊后的图像,GGM 和 GM 都能完成正确的匹配.从表 4 可以看出,当图像经过旋转和加了高斯白噪声后,GM 认为图 4 p 和图 4 d 是一样的,但是 GGM 都正确完成了匹配.表 6 中,GM 同样出现了误匹配(将图 4 l 与图 4 a 匹配,把图 4 l 与图 4 m 匹配);相反,GGM 都给出了正确的匹配结果.从实验可以看出,GGM 对于噪声干扰表现得更为稳定,特征匹配效果更好.

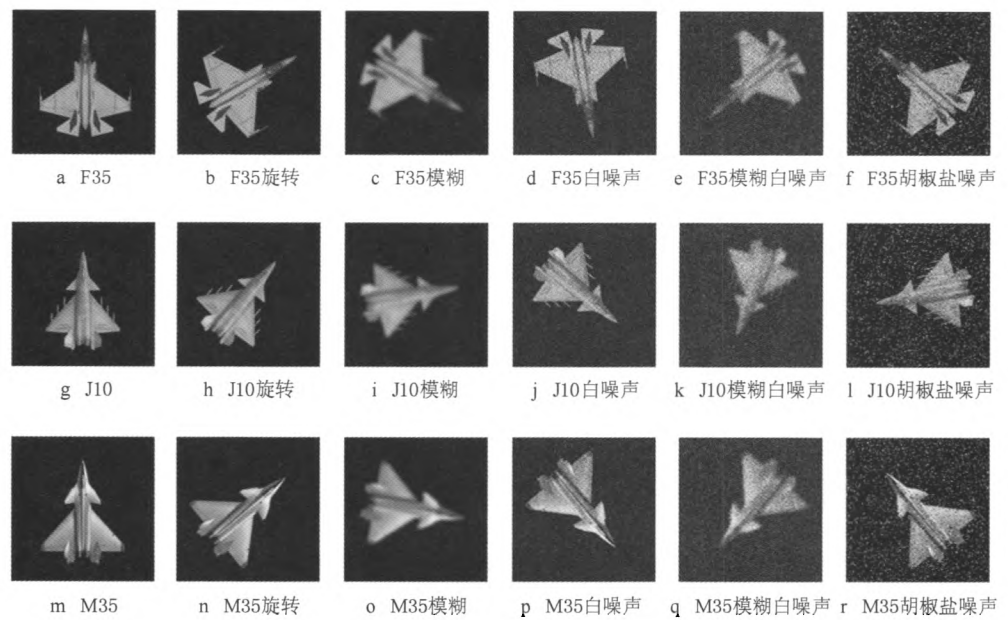


图 4 不同噪声及旋转角度的灰度图像

旋转图像	GGM			GM		
	图 4 a	图 4 g	图 4 m	图 4 a	图 4 g	图 4 m
图 4 b	1.00	338.74	434.16	1.00	66.06	45.71
图 4 h	948.25	1.00	787.69	1446	1.00	1198
图 4 n	935.78	605.70	1.00	347	420.54	1.00

表 2 旋转后图像的匹配结果

模糊图像	GGM			GM		
	图 4 a	图 4 g	图 4 m	图 4 a	图 4 g	图 4 m
图 4 c	1.00	17.95	23.04	1.00	61.35	42.25
图 4 i	36.01	1.00	30.67	70.95	1.00	58.83
图 4 o	37.07	23.53	1.00	44.19	53.68	1.00

表 3 旋转并加模糊图像的匹配结果

白噪声图像	GGM			GM		
	图 4 a	图 4 g	图 4 m	图 4 a	图 4 g	图 4 m
图 4 d	1.00	1.64	1.91	1.00	1.29	1.28
图 4 j	6.68	1.00	4.19	1.19	1.00	1.26
图 4 p	21.14	12.84	1.00	1.00	1.13	1.00

表 4 旋转并加高斯白噪声的匹配结果

模糊白噪声图像	GGM			GM		
	图 4 a	图 4 g	图 4 m	图 4 a	图 4 g	图 4 m
图 4 e	1.00	1.06	1.19	1.00	1.21	1.16
图 4 k	5.05	1.00	2.74	1.04	1.00	1.04
图 4 q	27.63	17.07	1.00	1.07	1.07	1.00

表 5 旋转、模糊并加高斯白噪声的匹配结果

椒盐噪声图像	GGM			GM		
	图 4 a	图 4 g	图 4 m	图 4 a	图 4 g	图 4 m
图 4 f	1.00	1.91	2.37	1.00	1.26	0.99
图 4 l	7.63	1.00	5.13	0.90	1.00	0.90
图 4 r	17.07	10.16	1.00	1.12	1.13	1.00

表 6 旋转并加椒盐噪声的匹配结果

3.2 不同尺寸图像的比较

图 5 所示实验是为了测试对于不同尺寸的图像 GGM 与 GM 的特征匹配能力. 这里不同相对大小的图像是指图像大小尺寸不变,但是图像的内容发生了改变. 如图 5 所示,为 200×200 像素的灰度图像,分别是汉字“搏”、“傅”、“博”. 第一、三、五列是参考图像,第二、四、六列分别是对应的旋转后的图像;其中,第一行是原始图像,第二行是 80% 的原始图像,第三行是 50% 的原始图像,第四行是 30% 的原始图像.

匹配结果记录在表 7~10 中,其中 GGM 的尺度因子设置为 0.1. 同样,2 个图像特征向量之间的距离也是经过规则化的,规则化方法与 3.2 节相同. 从表 7~10 可以看出,GGM 与 GM 都正确地完成了匹配,但同时也注意到,通过 GGM 计算的平均规则后距离(average of normalized distance, AND)比 GM 的大. 平均规则后距离是指对于同一组匹配中结果进行平均计算,距离值越大说明匹配结果越准确,或者越不容易出现误匹配;相反,距离值越小,越接近 1,说明越有可能出现误匹配,如果距离值小于 1,

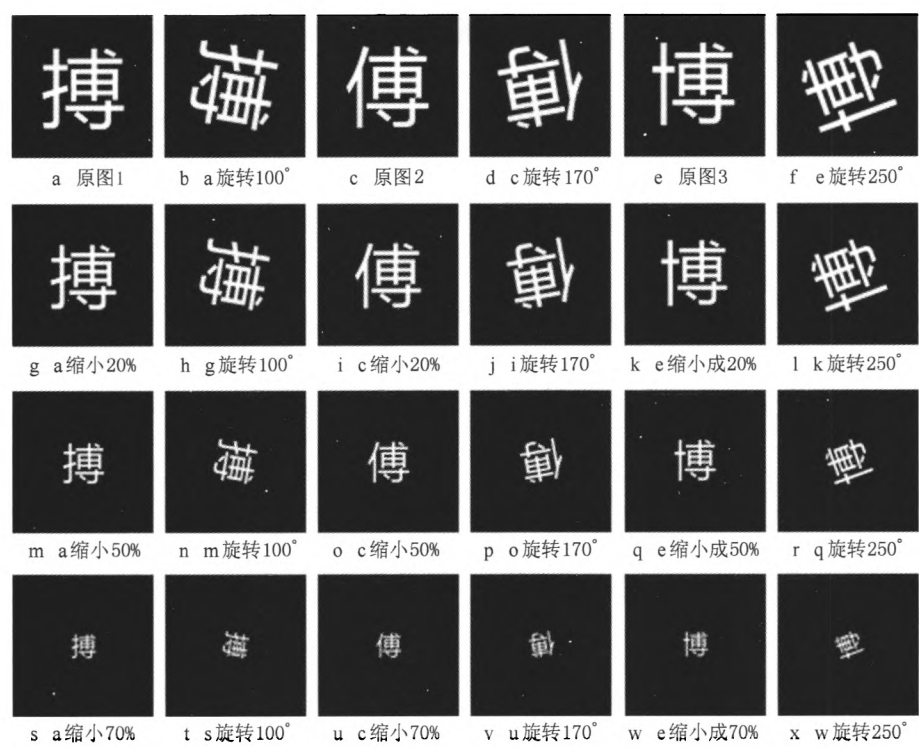


图 5 不同尺寸大小及其旋转后的图像

则表示出现误匹配. 图 6 所示为这 4 种不同大小图像的 AND 图. 这个实验表明, 对于不同大小的图像, GGM 比 GM 的特征匹配能力强, 但是其具体匹配能力也受尺度因子的影响, 这将在 3.3 节中讨论.

表 7 原始图像的匹配结果

原始图像 旋转	GGM			GM		
	图 5 a	图 5 c	图 5 e	图 5 a	图 5 c	图 5 e
图 5 b	1.00	243.23	316.71	1.00	76.12	69.48
图 5 d	512.61	1.00	413.13	95.15	1.00	131.68
图 5 f	122.57	101.02	1.00	72.32	59.65	1.00

表 8 80%原始图像的匹配结果

缩小 20% 图像旋转	GGM			GM		
	图 5 g	图 5 i	图 5 k	图 5 g	图 5 i	图 5 k
图 5 h	1.00	247.01	167.58	1.00	65.60	70.46
图 5 j	391.08	1.00	415.65	65.16	1.00	83.47
图 5 l	142.27	170.11	1.00	70.69	81.38	1.00

表 9 50%原始图像的匹配结果

缩小 50% 图像旋转	GGM			GM		
	图 5 m	图 5 o	图 5 q	图 5 m	图 5 o	图 5 q
图 5 n	1.00	102.49	87.31	1.00	84.52	65.37
图 5 p	246.34	1.00	206.93	50.43	1.00	58.21
图 5 r	107.91	123.29	1.00	32.12	42.16	1.00

表 10 30%原始图像的匹配结果

缩小 70% 图像旋转	GGM			GM		
	图 5 s	图 5 u	图 5 w	图 5 s	图 5 u	图 5 w
图 5 t	1.00	20.94	24.31	1.00	14.18	15.31
图 5 v	18.43	1.00	23.12	13.18	1.00	16.64
图 5 x	19.31	21.71	1.00	9.21	11.06	1.00

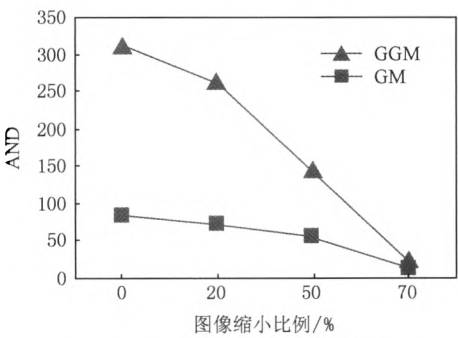


图 6 4 种尺寸匹配结果变化趋势图

3.3 不同尺度的图像比较

在 GGM 中有一个尺度因子, 可以通过选择不同的尺度来描述图像感兴趣区域的信息. 从图 6 可以看出, 当图像的相对尺寸变小时通过 GGM 计算得到的 AND 急剧下降. 这是因为, 在这 4 种不同相对尺寸的图像中计算中, 我们始终把尺度因子设定为一个常数 0.1. 为了知道在不同相对尺寸的图像中尺度因子对特征匹配的影响, 本文进行了图 7 所示实验. 针对以上 4 种不同的相对尺寸的图像, 图 7

分别给出了当尺度因子设置范围为 0.05~0.35 时,不同 AND 的变化趋势.我们可以清楚地看到,对于 4 种相对尺寸的图像,几乎所有通过 GGM 计算得到的 AND 都要比通过 GM 计算得到的大,最佳的

尺度因子(当 AND 最大时)随着图像变小而逐渐变小.从这个实验可以看出,在所有的尺度中 GGM 的不变矩比 GM 不变矩都要表现更好,尺度因子合理的选择区间是[0.08,0.30].

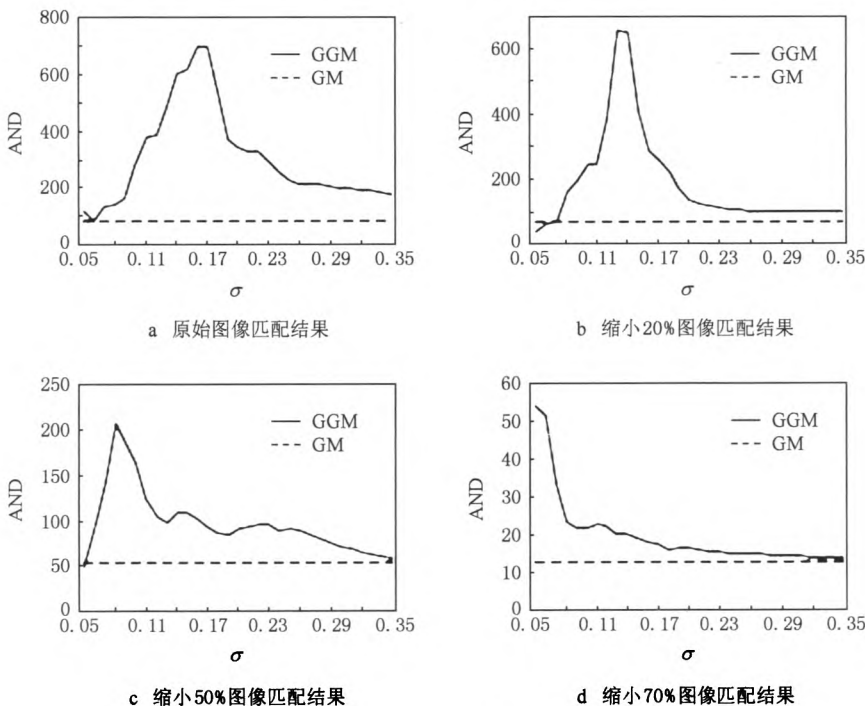


图 7 不同尺度因子下匹配图像结果变化图

4 图像配准

图像配准主要可以分为 2 个步骤:图像的特征点检测与特征点匹配.首先,使用检测算子分别检测出 2 幅图像上重复度较高的局部特征点,然后用一定的方法描述这些特征点的特征并建立起匹配关系,完成图像的配准.本文提出采用 GGM 的不变矩描述图像局部特征的图像配准方法,同时采用 GM 的不变矩方法,并比较两者的配准结果.

4.1 特征点检测

特征点检测算法中比较经典的有 Harris 算法、Hessian 检测算法、SUSAN 算法、FAST 检测算法等^[16-19].为了解决尺度变化的影响,Mikolajczyk 等引入了 Laplace 尺度空间,提出 Harris-Laplace 和 Hessian-Laplace 等算法^[20].在 2 幅相同场景,但拍摄角度、大小或光照条件不同的图像中,能够检测出重复度较高的点(即场景中对应的同一特征)即为好的检测算法.本文选用 Harris-Laplacian 算法用于特征点检测.

4.2 特征点匹配

一旦完成特征点检测,紧接着是去建立 2 幅图

像特征点之间的一一对应关系,并去除多余的点.对于每一个特征点,取其周围半径为 R 的一个邻域,计算 18 个不变矩,建立一个 18 维的特征向量. R 是由特征检测时尺度选择决定的,应与所在的尺度空间对应.因此,我们得到特征向量集 $V^{(i)}$ 和 $U^{(j)}$.配准过程如下:

- Step1. 由式(3)计算它们两两之间的欧氏距离.
- Step2. 寻找潜在的匹配对 (i, j) , i 是参考图像中离待配准图像中 j 点最近的点,反之亦然.
- Step3. 使用相对距离度量法确定最终的匹配关系.即为了得到更精确的配准结果,使用参数 β 来过滤一些匹配对,如果 $\beta > 0.7$,则移除掉这一匹配对;其中,定义 $\beta = (\text{最近距离} / \text{次近距离})$.

图 8 所示为 2 个不同拍摄角度的地质图像配准例子,其直线表示正确的匹配对.图 8 a 所示为采用 GM 来描述特征点,图 8 b 所示为采用 GGM 来描述特征点,其他匹配条件一致.从图 8 可以看出,GM 完成 12 对正确的匹配,而 GGM 在相同条件下完成 28 对正确的匹配(这里为了更直观地表示匹配结果,实际设 $\beta = 0.4$,以减少更多的匹配对).结果表明,GGM 比 GM 具有更强的配准能力.

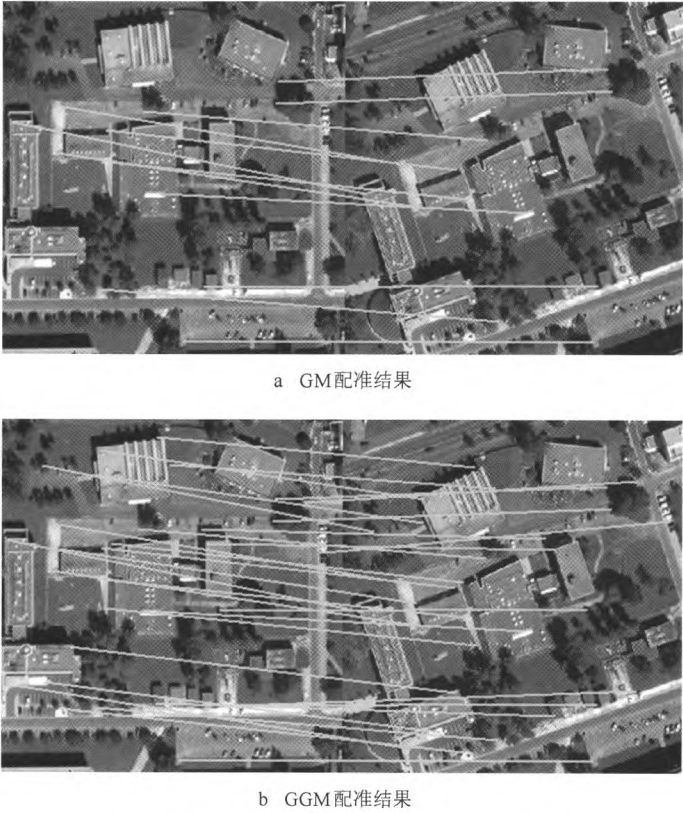


图 8 不同拍摄角度的 2 幅地质图像配准结果

5 结 语

本文提出了 GGM,并给出了它的平移和旋转不变矩;GGM 与 GM 的旋转不变矩具有完全相同的形式.实验表明,本文所提出的旋转不变性具有很好的数字稳定性.为了测试所提出的不变矩的特征匹配能力,我们通过 3 个方面(不同噪声、不同图像大小、不同尺度因子)与几何不变矩进行了详细的比较分析.从实验结果可以看出,所提出的不变矩对于噪声的干扰更加稳定,而且对于不同尺寸的图像,其表现比 GM 更为优秀.同时,GGM 中有一个尺度因子,我们可以合理地选择尺度因子,从而描述图像中感兴趣的区域.本文还把 GGM 的不变矩用于图像配准中,配准结果同样表明,在相同的条件下 GGM 比 GM 获得更多的匹配对,具有更强的图像配准能力.总之,相比 GM 的不变矩,GGM 的不变矩具有更强的特征表述能力和抗噪声干扰能力.基于这些优势,在特征匹配与图像配准等应用,GGM 是 GM 的一个很好的替代.

目前尚无对 GGM 的尺度不变的研究,由于高斯函数本身的限制,推导尺度不变变得困难,这可能是 GGM 的一个局限.在图像配准中,本文采用了

18 维作为描述子,而在实际应用中,可以采用更多的不变矩获取更多的图像信息,甚至把 GM 与 GGM 联合起来使用,以达到更好的配准效果.

参考文献 (References):

[1] Hu M K. Visual pattern recognition by moment invariants [J]. IRE Transactions on Information Theory, 1962, 8(2): 179-187

[2] Teague M R. Image analysis via the general theory of moments [J]. Journal of Optical Society of America, 1980, 70(8): 920-930

[3] Mukundan R, Ong S H, Lee P A. Image analysis by Tchebichef moments [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(9): 1357-1364

[4] Zhu H Q, Shu H Z, Liang J, et al. Image analysis by discrete orthogonal Racah moments [J]. Signal Processing, 2007, 87(4): 687-708

[5] Yap P T, Paramesran R, Ong S H. Image analysis by Krawtchouk moments [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2003, 12(11): 1367-1377

[6] Xu D, Li H. Geometric moment invariants [J]. Pattern Recognition, 2008, 41(1): 240-249.

[7] Flusser J, Suk T. A moment-based approach to registration of images with affine geometric distortion [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1994, 32(2): 382-387

- [8] Ghosal S, Mehrotra R. Detection of composite edges [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1994, 3(1): 14-25
- [9] Alghoniemy M, Tewfik A H. Geometric invariance in image watermarking [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2004, 13(2): 145-153
- [10] Foon N H, Pang Y H, Jin A T B, *et al.* An efficient method for human face recognition using wavelet transform and Zernike moments [C] //Proceedings of International Conference on Computer Graphics, Imaging and Visualization. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2004: 65-69
- [11] Huang C L, Huang D H. A content-based image retrieval system [J]. Image and Vision Computing, 1998, 16(3): 149-163
- [12] Moghaddam M J, Soltanian-Zadeh H. Automatic segmentation of brain structures using geometric moment invariants and artificial neural networks [M] //Lecture Notes in Computer Science. Heidelberg: Springer, 2009: 326-337
- [13] Flusser J, Suk T, Zitova B. Moments and moment invariants in pattern recognition [M]. Hoboken: Wiley Online Library, 2009: 17-26
- [14] Chen Z, Sun S K. A Zernike moment phase-based descriptor for local image representation and matching [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2010, 19(1): 205-219
- [15] Singh C D. Improving image retrieval using combined features of Hough transform and Zernike moments [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2011, 49(12): 1384-1396
- [16] Harris C, Stephens M. A combined corner and edge detector [OL]. [2013-06-18]. <http://csce.uark.edu/~jgauch/library/Features/Harris.1988.pdf>
- [17] Smith S M, Brady J M. SUSAN—A new approach to low level image processing [J]. International Journal of Computer Vision, 1997, 23(1): 45-78
- [18] Rosten E, Porter R, Drummond T. Faster and better: A machine learning approach to corner detection [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2010, 32(1): 105-119
- [19] Lowe D G. Distinctive image features from scale-invariant keypoints [J]. International Journal of Computer Vision, 2004, 60(2): 91-110
- [20] Mikolajczyk K, Schmid C. Indexing based on scale invariant interest points [C] //Proceedings of the 8th IEEE International Conference on Computer Vision. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2001, 1: 525-531

附录 A

为了证明 GGM 的旋转不变形式与 GM 的旋转不变矩具有相同的形式(GM 的旋转不变证明参考文献[13]),我们首先引入高斯复数矩,定义为

$$\eta_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x/\sigma + iy/\sigma)^p (x/\sigma - iy/\sigma)^q \cdot \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) f(x, y) dx dy.$$

任何一个高斯复数矩都可能通过 GGM 表述为

$$\eta_{pq} = \sum_{k=0}^p \sum_{j=0}^q \binom{p}{k} \binom{q}{j} (-1)^{q-j} i^{p+q-k-j} M_{k+j, p+q-k-j} \quad (\text{A-1})$$

在极坐标形式中,式(A-1)可以改写为

$$\eta_{pq} = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} r^{p+q+1} e^{i(p-q)\theta} \sigma^{-p-q} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} f(r, \theta) dr d\theta \quad (\text{A-2})$$

让 f 旋转一个角度为 f' , 例如 $f'(r, \theta) = f(r, \theta + \alpha)$, 其中 α 是旋转角度; f' 的高斯复数矩表示为 η'_{pq} , 那么

$$\eta'_{pq} = e^{-i(p-q)\alpha} \eta_{pq} \quad (\text{A-3})$$

式(A-3)的证明是显而易见的. 因此, 我们可以为高斯复数矩得到和 Flusser 等^[13]给出的复数矩定理一样的定理.

定理 1. 让 $n \geq 1$ 和 k_i, p_i 和 q_i 为非负整数; $i = 1, \dots, n$.

如果 $\sum_{i=1}^n k_i (p_i - q_i) = 0$, 那么 $I = \prod_{i=1}^n \eta'_{p_i, q_i}$ 是旋转不变的.

至此, 高斯复数矩表示成 GGM 是和复数矩表示成 GM 完全一样的形式, 并且高斯复数矩和复数矩有着完全相同的旋转不变定理. 因此可以得证, GGM 和 GM 的旋转不变矩具有完全相同的形式; GGM 的旋转不变矩可以通过 Flusser 等^[13]的方法得到.