

# 基于 B样条表示的物体轮廓曲线匹配

杜建丽<sup>1</sup>, 茹少峰<sup>2</sup>, 樊少荣<sup>3</sup>, 周明全<sup>3</sup>

(1 西安石油大学 信息科学系, 陕西 西安 710065; 2 西北大学 经济管理学院; 3 西北大学 信息科学与技术学院, 陕西 西安 710069)

**摘要:**目的 研究利用破碎物体的轮廓曲线进行形状复原。方法 提出了 3D 曲线的表示和匹配方法。曲线的表示用 B样条曲线逼近到从碎片物体的轮廓线上提取的数据点,在弧长参数化下,曲率和挠率是空间曲线在旋转和平移下的不变量,且具有局部性和稳定性,因此将其选择为特征集。3D 曲线的匹配就转化为 1D 字符串的匹配,并采用对于特征集排序方法。结果 提高了匹配速度,匹配算法的时间复杂度为  $O(n)$ 。实验结果表明该匹配算法有效。结论 对于物体形状复原有应用价值。

**关键词:** B样条; 曲线表示; 特征集

**中图分类号:** TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-274X (2005)05-0527-04

物体轮廓线匹配问题是机器视觉研究中的一个主要课题,该课题涉及两个方面的问题,物体轮廓线的表示以及基于这一表示的物体轮廓线的匹配。由于这一问题的复杂性和应用的广泛性,许多学者做了大量的研究:文献[1]在研究三维物体识别时,提出了一种用物体特征曲线识别的方法,物体特征曲线用 B样条表示和进行匹配,特征集为曲率和挠率;文献[2]在研究二维物体的识别时,提出了用二维物体的轮廓线进行,轮廓线用 B样条表示和匹配;文献[3]用边的特征研究 3D 物体的识别;文献[4]提出了基于高斯曲率的曲面点分类算法进行曲面匹配;文献[5-6]提出用一般曲线进行 3D 物体识别。在本文中假定考虑的物体碎片是没有厚度的,因此可以将其表示成三维欧几里德空间中的曲面片,这样确定两个曲面是否相拼接,就通过检测他们的轮廓线中是否有匹配的曲线段,也就是检测是否有共享的碎裂线。因此,可以将碎片的拼接重构问题转化为曲线匹配问题。

三维物体轮廓线的表示方法有很多,例如,傅立叶描述、链码、多项式逼近、矩方法、参数代数曲线、中轴变换、曲率不变、隐多项式函数、边界多项式、B样条等。B样条方法是最有效的方法,因为它有良好的性质,如惟一性、有界性、连续性、局部控制性、

仿射变换不变性等<sup>[7-8]</sup>。B样条方法在计算机辅助设计领域应用广泛,但在模式识别领域很少应用。本文用 B样条表示物体的形状,研究基于这一表示的物体形状的匹配和运动计算,并给出在物体形状复原中的应用。

## 1 物体轮廓线的表示

设给定  $m$  个数据点,目标是构造 B样条曲线拟合到这些数据点。常用的方法有插值和逼近,由于逼近方法需要较少的参数,且对噪声具有弹性,因此本文采用 B样条曲线在满足一定误差的条件下逼近到数据点。

### 1.1 B样条曲线的阶数的确定

本文在匹配中用到光滑空间曲线的弧长、曲率、挠率等不变量,而曲率和挠率本质上是曲线的二阶和三阶导数。因此,考虑到基于挠率匹配的稳定性,从而选择 B样条曲线的阶数为 5 阶(次数为 4)。

### 1.2 控制顶点及个数的计算

用 B样条逼近数据点时,控制顶点越少,曲线越光滑;控制顶点越多,曲线越接近原始数据点,光滑性就越差。我们希望在满足精度要求的条件下,用尽量少的控制顶点。因此, B样条曲线逼近的方

收稿日期: 2004-11-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60271032); 陕西省教育厅专项基金资助项目(05JK300)

作者简介: 杜建丽(1967-),女,山东蓬莱人,西安石油大学讲师,从事应用数学教学与研究。

法是迭代进行的。其步骤如下: ①开始用足够少的控制顶点; ②用全局逼近方法到数据点; ③检查逼近精度; ④如果精度小于给定的值, 结束。否则, 返回①并用更多控制顶点进行逼近。

迭代进行的核心工作是在满足精度要求的条件下, 给出控制顶点数目  $n$ 。下面用线性二乘技术进行逼近以确定控制顶点数目。

设  $p(=5) \geq 1, n \geq p$  和数据点为  $Q_0, \dots, Q_m (m > n)$  是给定的, 构造  $p$  阶的非有理 B 样条曲线

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) P_i, u \in [0, 1],$$

满足条件  $Q_0 = C(0), Q_m = C(1)$ 。 (1)

其余的数据点以最小二乘逼近。即  $\min \sum_{k=1}^{m-1} |Q_k - C(\bar{u}_k)|^2$ ,  $P_i$  是  $n+1$  个控制顶点。

$\{\bar{u}_k\}$  是预先计算的参数值。强调曲线不全部通过数据点  $Q_k$ , 且  $C(\bar{u}_k)$  不是最接近  $Q_k$  的点。

$$f = \sum_{k=1}^{m-1} |Q_k - C(\bar{u}_k)|^2 = \sum_{k=1}^{m-1} |Q_k - \sum_{i=0}^n N_{i,p}(\bar{u}_k) P_i|^2,$$

$$R_k = Q_k - N_{0,p}(\bar{u}_k) Q_0 - N_{n,p}(\bar{u}_k) Q_m,$$

$$k = 1, 2, \dots, m-1;$$

$$f = \sum_{k=1}^{m-1} |R_k - \sum_{i=1}^{n-1} N_{i,p}(\bar{u}_k) P_i|^2 = \sum_{k=1}^{m-1} [R_k \cdot R_k - 2 \sum_{i=1}^{n-1} N_{i,p}(\bar{u}_k) (R_k \cdot P_i) + (\sum_{i=1}^{n-1} N_{i,p}(\bar{u}_k) P_i) \cdot (\sum_{i=1}^{n-1} N_{i,p}(\bar{u}_k) P_i)].$$

$f$  是  $n-1$  个变量  $P_1, P_2, \dots, P_{n-1}$  的实值函数。现在应用最小二乘法进行逼近, 为了使得  $f$  最小, 令  $f$  关于  $n-1$  个变量  $P_1, P_2, \dots, P_{n-1}$  的导数为零。

第  $l$  个导数为

$$\frac{\partial f}{\partial P_l} = \sum_{k=1}^{m-1} (-2N_{l,p}(\bar{u}_k) R_k + 2N_{l,p}(\bar{u}_k) \sum_{i=1}^{n-1} N_{i,p}(\bar{u}_k) P_i) = 0$$

$$l = 1, 2, \dots, n-1.$$

$$\sum_{k=1}^{m-1} N_{l,p}(\bar{u}_k) R_k = \sum_{i=1}^{n-1} (\sum_{k=1}^{m-1} N_{l,p}(\bar{u}_k) N_{i,p}(\bar{u}_k)) P_i.$$

上式是一个  $f$  关于  $n-1$  个变量  $P_1, P_2, \dots, P_{n-1}$  的线性方程组。

令  $l = 1, 2, \dots, n-1; (N^T N)P = R$ ,

$$N = \begin{bmatrix} N_{1,p}(\bar{u}_1) & \cdots & N_{n-1,p}(\bar{u}_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ N_{1,p}(\bar{u}_{m-1}) & \vdots & N_{n-1,p}(\bar{u}_{m-1}) \end{bmatrix};$$

$$R = \begin{bmatrix} N_{1,p}(\bar{u}_1) R_1 + \cdots + N_{n-1,p}(\bar{u}_{m-1}) R_{m-1} \\ \vdots \\ N_{n-1,p}(\bar{u}_1) R_1 + \cdots + N_{n-1,p}(\bar{u}_{m-1}) R_{m-1} \end{bmatrix};$$

$$P = \begin{bmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_{n-1} \end{bmatrix}.$$

为了求解上述方程组, 需要确定节点向量  $U = \{u_0, \dots, u_r\}$  和参数  $\{\bar{u}_k\}$  的值。 $\{\bar{u}_k\}$  用弦长参数化方法确定

$$l = \sum_{k=1}^m |Q_k - Q_{k-1}|, \bar{u}_0 = 0, \bar{u}_m = 1,$$

$$\bar{u}_k = \bar{u}_{k-1} + \frac{|Q_k - Q_{k-1}|}{l}, k = 1, \dots, m-1.$$

节点的设置应该表现参数的性质。需要的节点数为:  $n+p+2$  其中  $n-p$  个内节点,  $n-p+1$  个节点区间。令  $d = \frac{m+1}{n-p+1}$ , 则,  $i = \text{int}(jd)$ ,  $\alpha = jd - i$ ,  $u_{p+j} = (1-\alpha)\bar{u}_{i-1} + \alpha\bar{u}_i, j = 1, \dots, n-p, u_0 = \dots = u_p = 0, u_n = \dots = u_{n+p} = 1$ 。

上式方程的节点设置方法除端点以外, 每一个节点生成的区间至少包含了一个参数  $\bar{u}_k$ , 且保证了方程组的系数矩阵是正定的, 可用高斯消元法求解。

### 1.3 数据点到逼近曲线的投影点计算

曲线逼近到数据点的目标函数为

$$\max_{0 \leq k \leq m} (\min_{0 \leq u \leq 1} |Q_k - C(u)|).$$

为了计算  $Q_k$  到  $C(u)$  的最短距离, 即点  $Q_k$  向曲线  $C(u)$  作正投影, 用牛顿迭代法解决这一问题。记通过参数  $u_i$  得到的第  $i$  次牛顿迭代式为

$$u_{i+1} = u_i - \frac{C'(u_i) \cdot (C(u_i) - Q_k)}{C''(u_i) \cdot (C(u_i) - Q_k) + |C'(u_i)|^2}.$$

目标检测按以下步骤进行:

1) 点在曲线上的检测  $|C(u_i) - Q_k| \leq \epsilon_1, \epsilon_1$  为距离阈值;

2) 角度检测  $\frac{C'(u_i) \cdot (C(u_i) - Q_k)}{|C(u_i) - Q_k| |C'(u_i)|} \leq \epsilon_2$ ,

$\epsilon_2$  为测量角度阈值, 如果上式中有一个条件不满足, 新的参数值  $u_{i+1}$  通过迭代公式得到, 并检查以下两步;

3) 保证参数值位于  $[a, b]$  区间内

如果曲线是闭的, 当  $u_{i+1} < a, u_{i+1} = b - (a - u_{i+1})$ , 当  $u_{i+1} > b, u_{i+1} = a + (u_{i+1} - b)$ ,

如果曲线是开的, 当  $u_{i+1} < a, u_{i+1} = a$  当  $u_{i+1} > b, u_{i+1} = b$

4) 新的参数值不改变一些特殊点的性质, 如曲线的端点

$| (u_{i+1} - u_i) C'(u_i) | \leq \varepsilon_1$ 。

如果上式中 1), 2) 满足或者 4) 满足, 则迭代结束, 对应于  $Q_k$  点的正投影点的参数就求得。

利用牛顿迭代法进行迭代的过程中需要用到初始点, 初始点的选择影响到迭代的收敛速度。我们选择初始参数为  $\bar{u}_k$ 。

1.4 重新参数化

由于空间曲线用参数方程表示不是惟一的, 不同的参数化就得到不同的参数方程。因此, 为了使后续匹配能方便地进行, 需要进行重新参数化。

上述构造的逼近曲线, 有些数据点在曲线上, 有些不在曲线上, 通过上述正投影, 我们就求得了每一个数据点在曲线上的投影点, 位于曲线上的投影点之间的弧长的累加就是曲线的长度, 并且对于两条曲线上的投影点按照相对弧长相等的原则进行重新排序。具体如下:

设  $C(s)$  表示以弧长  $s$  为参数的逼近到  $\{Q_k\}$ ,  $k = 1, 2, \dots, m$ , 的 B-样条曲线,  $Q_k$  在曲线上投影点之间的距离, 记为  $l_1, \dots, l_{m-1}$ , 总弧长为  $d_1 = \sum_{i=0}^{m-1} l_i$ ,  $b = 0$  则参数重新选取为

$$t_i = \frac{\sum_{k=0}^i l_k}{d_1}, \quad i = 0, 1, \dots, m。$$

2 特征选取

由微分几何可知, 弧长、曲率、挠率是空间光滑曲线刚体运动的不变量, 既具有局部性, 又具有稳定性, 还可以通过这些量重构曲线。因此, 曲率和挠率是表示曲线的理想特征。

假设我们得到的 3D 空间的光滑曲线为:  $C(s) = (x(s), y(s), z(s))$ , 其中  $s$  为弧长。则其曲率和挠率计算如下

$$|\kappa| = \frac{|C' \times C''|}{|C'|^3},$$
$$\tau = \frac{C' C'' C'''}{(C' \times C'') \cdot (C' \times C''')}。$$

显然, 对于给定的封闭的 3D 空间光滑曲线, 就可以用上式求得曲线上任意一点的曲率和挠率。

3 匹配算法

对于给定的数据点经过前面的预处理, 我们就得到了逼近这些数据点的两个 B-样条曲线, 记为

$C_1(s_1), C_2(s_2)$ , 其中  $s_1, s_2$  为弧长参数。  $n+1$  个控制顶点分别为:  $P_0^1, P_1^1, \dots, P_n^1; P_0^2, P_1^2, \dots, P_n^2$ 。由于基于轮廓线的形状匹配只能应用局部特征, 根据特征我们选择了曲线上的曲率和挠率, 来研究基于这一特征的两条曲线的匹配问题。设在曲线  $C_1(s_1)$  上取  $m$  个采样点, 计算每一点处的曲率和挠率, 得到这条曲线的特征集,  $\{(\kappa_i^1, \tau_i^1)\}, i = 1, 2, \dots, m$ 。在曲线  $C_2(s_2)$  上取对应的  $m$  个采样点, 计算每一点处的曲率和挠率, 得到这条曲线的特征集,  $\{(\kappa_i^2, \tau_i^2)\}, i = 1, 2, \dots, m$ 。由于将参数选为弧长并进行了规范化, 因此, 只要将参数区间  $m$  等分, 代入各自的曲线表达式就得到相应的采样点。

本文给出的算法如下: 对于给定的两个特征集, 将按曲率的大小以升序的次序构成两个有序表(自然可以按照挠率的大小进行排序)。假设排序后的两个有序表如下

$$\Gamma_{C_1} = \{(\kappa_{i1}^1, \tau_{i1}^1), \dots, (\kappa_{m1}^1, \tau_{m1}^1)\};$$
$$\Gamma_{C_2} = \{(\kappa_{j2}^2, \tau_{j2}^2), \dots, (\kappa_{m2}^2, \tau_{m2}^2)\}。$$

设  $\kappa_{i1}^1$  和  $\kappa_{j2}^2, \quad 1 \leq k = 1, \dots, m$ , 绝对值之差在阈值的范围内, 这时检查对应的第二个分量, 如果绝对值之差仍在阈值的范围内, 则该点匹配成功, 否则认为不匹配。在匹配成功的情况下, 自然下一个  $\kappa_{i+1}^1$  只可能与  $\kappa_{j+1}^2$  及以后的一定范围内的某个点才可能匹配成功。这样就限制了匹配时搜索的范围, 如果误差阈值取为  $\delta = \min\{m \cdot \min(\kappa_{i+1}^1 - \kappa_{il}^1), m \cdot \min(\kappa_{j+1}^2 - \kappa_{jk}^2)\}, \quad 1 \leq k = 1, 2, \dots, m$ , 对于  $\Gamma_{C_1}$  和  $\Gamma_{C_2}$  中的各个曲率的比较的范围是一个常数。因此, 避免了在匹配时盲目的比较, 提高了匹配的速度。

4 实验结果

通过使用以上方法, 在获取物体模型的基础上, 提取其边界点, 然后采用 5 阶 4 次 B 样条曲线在满足一定误差的条件下逼近到数据点, 物体模型、提取到的边界点以及逼近的曲线:

其中, 图 1(a) 为物体模型, 图 1(b) 为提取的边界点, 图 1(c) 为逼近曲线。下一组给出了两碎片的轮廓曲线、曲线匹配后的结果及匹配后对应的两个模型之间的相互位置关系。

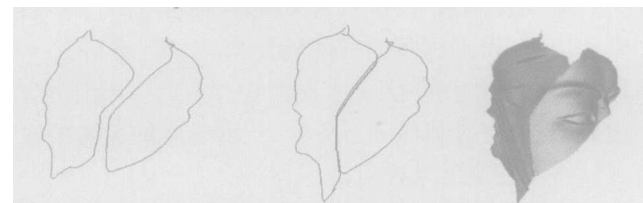
图 2(a) 为两个破碎物体的轮廓曲线, 图 2(b) 为轮廓曲线匹配结果 (较粗的重合部分为匹配成功的曲线段), 图 2(c) 为对应的模型匹配结果。



(a) 3D 物体 (b) 数字曲线 (c) B 样条逼近的曲线

图 1 B 样条表示的物体轮廓曲线

Fig 1 Contour of 3D objects based on B-splines Curve representation



(a) 轮廓曲线 (b) 曲线匹配结果 (c) 物体匹配结果

图 2 B 样条表示的轮廓线匹配试验结果

Fig 2 Experimental result of contour matching

## 5 结 语

数字曲线的 B 样条表示不仅给出了轮廓线的一种简单的描述方法, 也为轮廓线的匹配提供了数学模型, 这一表示充分利用了 B 样条曲线的光滑性、有界性、连续性、局部控制性、仿射变换不变性等优良性质和参数表示的可分离性。同时, 也由于形状参数表示的多样性, 增加了匹配的复杂度。本文通过重新参数化使得匹配可方便地进行, 通过在匹配中对特征点的排序方法, 使得匹配简单、快速。实验表明该算法取得了较好的拟合和匹配效果, 也为基于轮廓线匹配的物体形状的拼接与曲面重构奠定了基础。

## 参考文献:

- [1] KISHON E, HASIT T, WOFSON H. 3-D Curve Matching Using Splines[J]. Journal of Robotic Systems, 1991, 8(6): 723-743.
- [2] COHEN F S, HUANG Zhao hui, YANG Zhengwei. Invariant matching and identification of curves Using B-splines curve representation[J]. IEEE transactions on Image Processing, 1995, 4(1): 1-10.
- [3] BOLLES R G, CAIN R. A. Recognizing and locating partially visible objects: The local feature focus method[J]. The International Journal of Robotics Research, 1982, 1: 57-82.
- [4] BESL P J, JAIN R C. Three dimensional object recognition[J]. ACM Computing Surveys, 1986, 18: 67-108.
- [5] TSCHWARTZ J, SHARIM. Identification of partially obscured objects in two or three dimensions by matching of noisy characteristic curves[J]. The International Journal of Robotics Research, 1987, 6: 29-44.
- [6] BASTUSCHECK C M, SCHONBERG E, TSCHWARTZ J, et al. Object recognition by 3 dimensional curve matching[J]. International Journal of Intelligent Systems, 1986, 1: 105-132.
- [7] 茹少锋, 杜建丽, 耿国华. 基于轮廓线匹配的 2D 碎片构件复原方法[J]. 西北大学学报(自然科学版), 2004, 34(3): 275-278.
- [8] 茹少锋, 王晓强, 周明全. 基于连接点的 3D 多角弧匹配[J]. 中国图像图形学报, 2004, 9(5): 584-588.
- [9] de BOOR C. On calculation with B-splines[J]. Journal of Approximation Theory, 1972, 6(1): 50-62.
- [10] LEE B, WAYNE T. The NuRBS Book[M]. New York: Springer Press, 1995.

(编辑 曹大刚)

## Matching contour of 3-D objects based on B-splines curve representation

DU Jian-li<sup>1</sup>, RU Shao-feng<sup>2</sup>, FAN Shao-rong<sup>3</sup>, ZHOU Ming-quan<sup>3</sup>

(1. School of Science, Xi'an Shiyou University, Xi'an 710065, China; 2. College of Economic Management, Northwest University, 3. School of Information Science and Technology, Northwest University, Xi'an 710069, China)

**Abstract** **Aim** For recovering shape from contour of fragments **Methods** The method for representing and matching 3-D curve is presented. The Curves are represented by splines fitted through sequences of points extracted from contour. In reparametrization with arcs length, the curvature and torsion is invariant to translation and rotation transformation. That possess very attractive properties such as local and stable. The curvature and torsion are viewed as feature sets. The 3-D curve matching task is reduced into a 1-D numerical string-matching problem. **Results** A fast algorithm matching is adopted by using ordered list so that the matching is easy and the processing time is greatly saved. Experiments show that the matching algorithm is efficiency. **Conclusion** The matching algorithm has application in recovering 3-D Shape of fragments.

**Key words** B-splines; curve representation; feature sets; matching