

# 一种新的空间曲线匹配算法

王 坚 周来水 张丽艳

南京航空航天大学, 南京, 210016

**摘要:** 提出一种新的空间曲线匹配算法。该算法对离散的曲线进行光顺、拟合和采样, 使用空间曲线微分几何性质计算各采样点的曲率和弗朗内特标架。通过曲率计算匹配点对列表, 通过对齐匹配点对的弗朗内特标架进行曲线匹配, 得到一个匹配矩阵集。从匹配矩阵集中选出一个最优匹配的匹配矩阵, 使得空间曲线的对应点匹配窗口内的距离平方和最小。实验结果证明, 算法效率高、鲁棒性好。

**关键词:** 空间曲线匹配; 弗朗内特标架对齐; 参数三次样条; 匹配点对列表; 匹配窗口; 匹配矩阵

中图分类号: TP391

文章编号: 1004—132X(2006)16—1744—04

## A Novel Algorithm on Space Curve Matching

Wang Jian Zhou Laishui Zhang Liyan

Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016

**Abstract:** A novel space curve matching algorithm was presented. After smoothing, fitting and sampling the discrete space curves, the algorithm calculated Frenet frame and curvature for each sampling point. The curvature was used to pair the sampling points. Then by registrating the Frenet frames for each pair, a set of match matrix was obtained. We selected the optimal match matrix from it, which minimized the corresponding point distance square sum within the match window. Experimental results demonstrate the algorithm is efficient and robust.

**Key words:** space curve matching; Frenet frame registration; parametric cubic spline; match point pair list; match window; match matrix

## 0 引言

空间曲线匹配的研究具有理论价值和实际意义, 是计算机视觉、文物复原、纳米技术、模式识别、形状检索、现代医药等研究领域中的一个重要问题, 国内外学术界对此进行了广泛的研究。综合起来, 基本可以将算法分为以下三类: ①通过迭代优化曲线的相对位置, 得到最佳匹配。如 Besl 等<sup>[1]</sup>提出了可以进行空间曲线匹配的最近点迭代(ICP)算法, 该方法具有单调收敛的优点, 但对初值的选取十分敏感, 并易陷入局部极值。②通过检测特征点, 将曲线分割成子段来完成整条曲线的匹配。Zhu 等<sup>[2]</sup>将曲率和挠率相结合作为全曲率, 使用全曲率来检测轮廓的特征点, 为进一步的匹配做好准备。③通过计算空间曲线的局部形状标签, 得到相似矩阵, 检测出最优匹配段, 完成匹配。Ucoluk 等<sup>[3]</sup>运用差分法计算曲率和挠率作

为局部形状标签, 构成相似矩阵, 检测出最长匹配序列, 作为最优匹配, 但检测算法复杂度高, 算法仅使用了理想曲线。Leitao 等<sup>[4]</sup>使用多尺度曲率, 结合动态规划算法精确搜索匹配序列, 找出平面曲线的最优匹配, 但算法参数配置复杂, 不易实现, 难以推广到空间曲线。Kong 等<sup>[5]</sup>将动态规划和能量方法相结合来计算匹配误差, 完成曲线匹配。Thomas 等<sup>[6]</sup>也使用动态规划的方法对相似矩阵进行分析, 完成了对二维手写字体的匹配。

本文针对封闭轮廓曲线, 计算各采样点的弗朗内特标架和曲率值, 将曲率值作为局部形状标签来匹配点对, 形成匹配点对列表。对列表中的每一点对, 通过对齐它们的弗朗内特标架得到所有的候选匹配矩阵。设置合适的匹配窗口, 采用对应点的匹配窗口内的距离平方和作为匹配误差, 从候选匹配矩阵集合中选择匹配误差最小的矩阵作为最优匹配。实验表明, 通过合理设置匹配窗口的大小, 算法可以适用全局曲线匹配和部分曲线匹配。

收稿日期: 2005—08—05

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60273097); 高等学校优秀青年教师教学科研奖励基金资助项目; 南京航空航天大学创新科研基金资助项目(S0272—054)

# 1 空间曲线的拟合

## 1.1 空间离散曲线的获得和光顺

由流动式光学测量仪(ATOS)进行实际测量得到碎片模型,碎片模型以STL文件格式<sup>[7]</sup>存储。将STL文件读入内存,去除冗余顶点,建立拓扑结构<sup>[8]</sup>,通过基于种子三角片的区域增长算法对模型进行分割,得到彼此相邻的块,提取块的边界作为待匹配的空间轮廓数据。由于碎片的不规则,得到的曲线比较粗糙,本文先用高斯光顺算法进行光顺处理。高斯算法<sup>[9]</sup>如下:

$$P_i = \sum_{j=-w}^w P_{i \oplus j} G_j \quad G_j = \frac{e^{-j^2/(2\sigma^2)}}{\sum_{j=-w}^w e^{-j^2/(2\sigma^2)}} \quad i = 0, 1, \dots, n$$

式中,  $P_i$  为曲线  $C$  上的第  $i$  点;  $\oplus$  表示模  $n$  和, 即  $i \oplus j$  表示  $(i+j) \bmod n$ ;  $G_j$  为高斯核;  $w$  为滤波带宽;  $\sigma$  为滤波的标准差。

参考  $3\sigma$  原则, 距离  $P_i$  大于  $3\sigma$  的离散点对光顺起不到良好的作用, 本文将  $\sigma$  设为  $w/3$ 。光顺后曲线上点的分布比较均匀, 整体不发生收缩, 基本上反映了原来的曲线形状。

## 1.2 空间离散曲线的拟合和采样

研究空间离散轮廓线的微分特性有两种方法: 一种采用差分, 这种方法易于计算, 具有近似性, 但一般需要相当密度且分布均匀的点列; 另一种采用函数拟合。参数三次样条曲线<sup>[10]</sup>是可以表示有凹凸形状的平面曲线以及带有拐点的空间曲线的最低次数的参数曲线, 本文选用周期参数三次样条曲线作为插值拟合曲线, 使之顺序通过给定的有序轮廓数据点  $P_i$ 。

采样的原则是在尽可能不损失原始形状信息的情况下, 减少采样数据点的数量, 本文采用等间隔采样, 因参数曲线是累计弦长参数化的, 所以也是等参数间隔的采样。这种采样的好处是可以在后续的匹配中容易将不同曲线上的数据点等间隔对应起来。

## 1.3 空间曲线的弗朗内特标架计算和曲率计算

计算空间曲线的切矢时需要一阶导矢, 计算曲率时需要二阶导矢, 计算挠率时需要三阶导矢, 而计算弗朗内特标架时只需要二阶导矢。弧长参数化下有如下计算公式:

$$t = \dot{P} \quad b = \frac{\dot{P} \times \ddot{P}}{|\dot{P} \times \ddot{P}|}$$

$$n = b \times t = \frac{(\dot{P} \times \ddot{P}) \times \ddot{P}}{|(\dot{P} \times \ddot{P}) \times \ddot{P}|} \quad \kappa = |\dot{P} \times \ddot{P}|$$

式中,  $t$  为切矢;  $n$  为曲率矢;  $b$  为副法矢;  $P$  为矢量点;  $\kappa$  为曲率。

图1所示是程序计算的空间曲线的弗朗内特标架, 由图1可以很直观地看到弗朗内特标架的准确性和连续性。

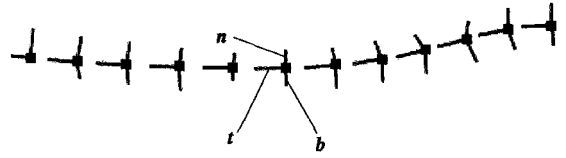


图1 空间曲线弗朗内特标架计算结果的局部放大图

## 2 空间曲线的匹配

### 2.1 匹配点对列表

已知空间曲线  $C^1 = \{P_0^1, P_1^1, \dots, P_m^1\}$ ,  $C^2 = \{P_0^2, P_1^2, \dots, P_n^2\}$ ,  $\kappa_i^1$ 、 $\kappa_j^2$  分别是  $P_i^1$  和  $P_j^2$  的曲率。曲率可以作为离散点的局部形状标签。判断离散点是否成对, 有计算公式:

$$|\kappa_i^1 - \kappa_j^2| < \epsilon \quad (1)$$

式中,  $\epsilon$  为阈值。

本文采用下式确定  $\epsilon$  的值:

$$\epsilon = \eta \frac{[(\kappa_{\max}^1 - \kappa_{\min}^1) + (\kappa_{\max}^2 - \kappa_{\min}^2)]}{2} \quad \eta \in [0, 1]$$

式中,  $\kappa_{\max}^1$ 、 $\kappa_{\min}^1$ 、 $\kappa_{\max}^2$ 、 $\kappa_{\min}^2$  分别为曲线  $C^1$ 、 $C^2$  上的曲率的最大值和最小值。

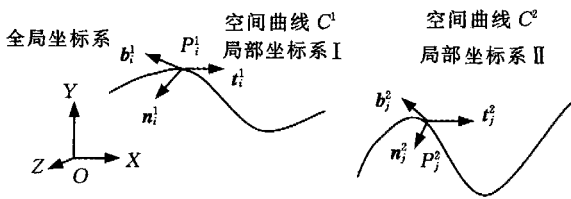
若  $\eta$  取值 1, 则匹配列表包括所有的点对, 若取 0, 则列表为空。本文中  $\eta$  取 0.4。

如果式(1)成立,  $P_i^1$  和  $P_j^2$  可能是真实匹配的, 对齐这两点的弗朗内特标架就对齐了整体曲线, 但也不是真实匹配的, 只是局部形状相似。它们得到的匹配误差必然很大, 容易被排除在最优匹配之外。所有满足式(1)匹配点对的点对序号  $(i, j)$  和相应的平均曲率  $k = (\kappa_i^1 + \kappa_j^2)/2$  被加入到匹配点对候选列表 pair\_list 中。

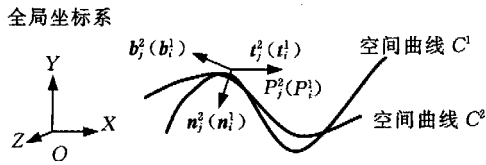
### 2.2 弗朗内特标架的对齐

设全局坐标系为  $[O; e_1, e_2, e_3]$ ,  $e_1$ 、 $e_2$ 、 $e_3$  分别是  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  轴上的单位矢量。空间曲线  $C^1$  的局部坐标系为  $[P_i^1; t_i^1, n_i^1, b_i^1]$ , 空间曲线  $C^2$  的局部坐标系为  $[P_j^2; t_j^2, n_j^2, b_j^2]$ , 坐标和坐标轴矢量均在全局坐标系中定义, 且坐标轴矢量已单位化。弗朗内特标架的对齐就是空间局部坐标系的对齐, 如图2所示。

旋转矩阵设为  $R$ , 平移矩阵设为  $T$ , 则坐标系的对齐矩阵为  $M = TR$ 。这种方法比较麻烦, 涉及欧拉角的使用。本文采用另一种对齐的思路: 首先将全局坐标系下的曲线  $C^1$  变化到局部坐标系 I 下, 然后再从局部坐标系 II 变化到全局坐标系下, 完成  $C^1$  和  $C^2$  的对齐。



(a) 未对齐的空间曲线  $C^1$ 、 $C^2$



(b) 对齐后的空间曲线  $C^1$ 、 $C^2$

图 2 空间曲线对齐示意图

如果将全局坐标系到局部坐标系 I 的坐标变换矩阵设为  $M_1$ , 将局部坐标系 II 到全局坐标系的坐标变换矩阵设为  $M_2$ , 那么将  $C^2$  对齐到  $C^1$  的变换矩阵  $M = M_2 M_1$ .  $M_1$ 、 $M_2$  分别为

$$M_1 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad M_2 = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_1 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_2 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其中,  $a_m$  ( $m = 1, 2, 3, n = 1, 2, 3$ ) 和  $a_m$  ( $m = 1, 2, 3$ ) 由下式求得:

$$P_i^1 O = [a_1 \ a_2 \ a_3] \begin{bmatrix} t_i^1 \\ n_i^1 \\ b_i^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_i^1 \\ n_i^1 \\ b_i^1 \end{bmatrix}$$

$b_{mm}$  和  $b_m$  由下式求得:

$$OP_j^2 = [b_1 \ b_2 \ b_3] \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix}$$

其中,  $P_i^1 O$  和  $OP_j^2$  以及各全局坐标向量和局部坐标向量均为已知量。

### 2.3 匹配误差与最优匹配

本文采用对应点距离平方和作为匹配误差的度量, 计算公式为

$$D = \frac{1}{2w+1} \sum_{k=-w}^w ( \| M(P_{i \oplus k}^1) - P_{j \oplus k}^2 \| )^2$$

$$i = 0, 1, \dots, m; j = 0, 1, \dots, n$$

式中,  $P_i^1$ 、 $P_j^2$  分别为空间曲线  $C^1$ 、 $C^2$  上的点;  $M$  为匹配矩阵;  $i, j, m, n$  分别为空间曲线  $C^1$ 、 $C^2$  上的点序号和采样点长度;  $k$  为对应点的编号;  $\| \cdot \|$  为两点之间的距离;  $\oplus$  为模和,  $i \oplus k$  为  $(i+k) \bmod m$ ,  $j \oplus k$  为  $(j+k) \bmod n$ ;  $w$  为匹配窗口大小控制参数;  $2w+1$  为窗口内采样点的数量。

设置不同的窗口参数  $w$ , 可以将算法应用到全局曲线匹配或者部分曲线匹配。在全局曲线匹配的情况下, 空间曲线  $C^1$ 、 $C^2$  的采样点数  $m, n$  相

等, 匹配窗口的大小可以等于采样点数。在部分曲线匹配的情况下, 设置满足局部形状需要的大小可变的匹配窗口, 在匹配窗口外的采样点不用来计算匹配误差。本文中  $w$  的设置由对应点的平均曲率  $k$  决定。  $k$  从 pair\_list 中得到。将平均曲率  $k$  映射为  $w$  的函数为

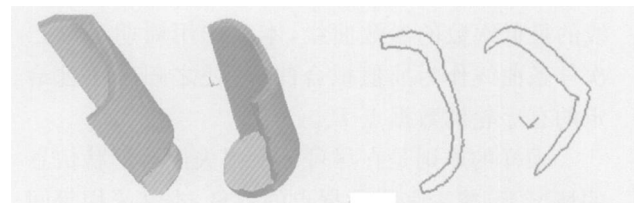
$$w = (1 - \zeta k_r) \min(m, n) \quad k_r \in [0, 1]$$

式中,  $k_r$  为  $k$  的归一化曲率;  $\zeta$  为调整权值, 本文取值 1.0。 容易看出, 对于曲率值高的点, 局部形状比较突出, 使用较小的匹配窗口, 而对于曲率值小的点, 局部形状比较平坦, 使用较大的匹配窗口。

### 3 应用实例与分析

实例 1 是陶瓷罐碎片, 用于验证三维轮廓曲线的全局匹配。实例 2 是砖块碎片, 其中一块不完整, 用于验证三维轮廓曲线的部分匹配。实例数据均存在不同程度的缺失、磨损等情况, 用以验证本文算法的鲁棒性。

实例 1 对陶瓷罐碎片进行分块的结果见图 3a, 从陶瓷罐碎片分块结果中提取出离散点组成的初始轮廓曲线见图 3b, 光顺拟合采样后的陶瓷罐碎片轮廓曲线见图 3c, 两条待匹配陶瓷罐碎片轮廓曲线的初始位置见图 3d, 运用本文算法进行匹配后的陶瓷罐碎片匹配结果见图 3e。将三维曲线的最优匹配矩阵运用到陶瓷罐碎片的拼合, 结果如图 4 所示。



(a) 陶瓷罐碎片

(b) 初始轮廓曲线



(c) 光顺拟合采样

(d) 初始位置

(e) 匹配结果

图 3 陶瓷罐碎片的全局轮廓曲线匹配

实例 2 部分匹配的砖块碎片的初始轮廓曲线见图 5a, 光顺拟合采样后的砖块碎片轮廓曲线见图 5b, 待匹配砖块碎片轮廓曲线的初始位置见图 5c, 运用本文算法后得到的砖块碎片匹配结果见图 5d。

下面分析匹配误差。理想状态下的匹配误差应为 0, 但由于采用的是实际测量例子, 轮廓曲线

不可避免地存在缺失、磨损等情况,所以匹配误差不可可能为 0。通过实验数据可知,实例 1 中全局匹配情况下的匹配误差为 10.8,实例 2 中局部匹配情况下的匹配误差为 6.307,达

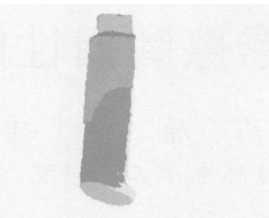


图 4 将最优匹配运用到陶瓷罐碎片得到的拼合结果

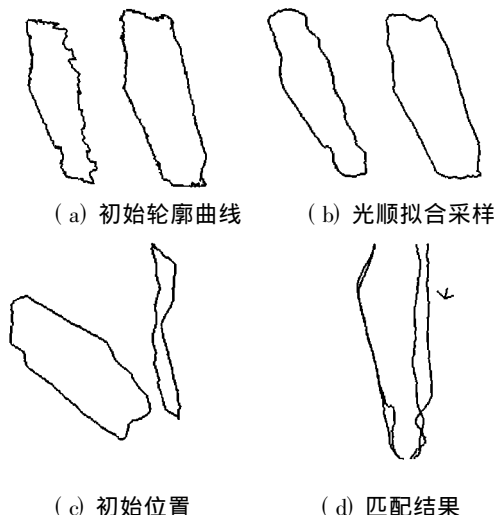


图 5 砖块碎片的部分轮廓曲线匹配

到了比较高的精度,后者的匹配情况较好。

匹配算法的复杂度为  $O(nd)$ , 其中  $n$  是匹配点对列表 `pair_list` 的大小,  $d$  是匹配窗口的大小。虽然匹配点对列表 `pair_list` 生成的复杂度为  $O(n^2)$ , 但由于式(1)的计算量较小,故可忽略。部分曲线匹配情况下的匹配窗口的大小根据点的曲率进行调整,一般情况下  $d \ll n$ 。相对于 Besl 等<sup>[1]</sup>的 ICP 方法,本文算法与匹配位置的初值无关,相对于 Ucoluk 等<sup>[3]</sup>的相似矩阵算法,本文算法不需要搜寻最长子串,计算量小许多。相对于 Leitao 等<sup>[4]</sup>的多尺度算法,本文的算法直观,容易实现。

## 4 结论

本文提出了一种空间曲线的匹配算法。该算法针对离散的有噪声的空间轮廓封闭曲线,通过高斯光顺、周期参数三次曲线进行拟合、采样,使用曲线的微分几何特性计算各采样点的弗朗内特标架和曲率值。使用曲率值得到一个匹配点对的列表,通过对齐所有匹配点对的弗朗内特标架到匹配矩阵集,从匹配矩阵集中选出一个使得对应点距离平方和最小的最优匹配矩阵,完成空间曲线的匹配。算法既适应于全局曲线的匹配,也适

应于部分曲线的匹配。实验结果表明,匹配的效率高、误差小、适应性好。

## 参考文献:

- [1] Besl P J, McKay N D. A Method for Registration of 3-D Shapes[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14(2): 239-256.
- [2] Zhu Yanjuan, Zhou Laishui, Wang Jian. Contour Extraction and Feature Point Detection for 3D Fragment Reassembly[J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2005, 22(1): 23-29.
- [3] Ucoluk G, Toroslu I H. Reconstruction of 3-D Surface Object from Its Pieces[C] //Proc. of the 9th Canadian Conference on Computational Geometry. Kingston: Elsevier, 1997: 187-192.
- [4] Leitao H C C, Stolfi J. A Multiscale Method for the Reassembly of Two-Dimensional Fragmented Objects[J]. IEEE Transactions and Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002, 24(9): 1239-1251.
- [5] Kong Weixin, Kimia B B. On Solving 2D and 3D Puzzles Using Curve Matching[C] //Proc. of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Hawaii: IEEE Computer Society, 2001: 583-590.
- [6] Thomas B S, Philip N K, Kimia B B. On Aligning Curves[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2003, 25(1): 116-125.
- [7] Szilvsi - Nagy M, Matyasi G. Analysis of STL Files [J]. Mathematical and Computer Modelling, 2003, 38(7/9), 945-960.
- [8] Shin Hayong, Park J C, Choi B K, et al. Efficient Topology Construction from Triangle Soup[C] //Proc. of the Geometric Modeling and Processing. Beijing: IEEE Computer Society, 2004: 359-364.
- [9] Papaioannou G, Karabassi A E. On the Automatic Assemblage of Arbitrary Broken Solid Artifacts[J]. Image and Vision Computing, 2003, 21(5): 401-412.
- [10] 施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1994.

(编辑 何成根)

作者简介: 王 坚, 男, 1979 年生。南京航空航天大学 CAD/CAM 工程研究中心博士研究生。主要研究方向为模式识别与形状匹配。周来水, 男, 1962 年生。南京航空航天大学 CAD/CAM 工程研究中心教授、博士研究生导师。张丽艳, 女, 1967 年生。南京航空航天大学 CAD/CAM 工程研究中心教授、博士研究生导师。