

Hermilíkanið TEST

Kári Hlynsson

Erfðafræði, Menntaskólanum í Reykjavík

Kennari: Andri Guðmundsson

Útdráttur

Kynnt er TEST hermilíkanið (*Temporal Evolutionary Simulation Tool*) sem hermir aðlögun náttúrulegs þýðis að umhverfi sínu sem afleiðing náttúruvals. Við könnum samband milli umhverfispáttar φ og meðalhæfni ω_{avg} og sýnum að þegar enginn umhverfispáttur er til staðar er ekki stefnd breyting á meðalhæfni. Fræðileg undirstaða er tekin fyrir og niðurstöður hermunar raktar. Greinin er ítarefni á fyrirlestri sem var kynntur í erfðafræðiáfangi við Menntaskólann í Reykjavík.

1 Fræðileg undirstaða

Ein af meginkenningum Charles Darwin eru þær að tilhneiging náttúrulegs þýðis sé sú að einstaklingar sem eru betur aðlagðir umhverfi sínu eru líklegri til að fjölga sér og bera þannig erfðir sínar áfram. Efni fyrirlestursins og þessa skýrslu er að kanna einmitt þessa kenningu en þetta skal gert með hermun (e. *simulation*).

Við notum stærðfræðilegan rithátt til að einfalda framsetningu. $P = \{i_1, \dots, i_n\}$ tákna náttúrulega þýðið sem er til skoðunar, sem samanstendur af N einstaklingum. Hæfni einstaklings er táknuð ω_i þar sem i er einstaklingurinn. Jafnframt er ω_{avg} meðalhæfni þýðisins P og er reiknuð

$$\omega_{\text{avg}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \omega_i$$

Umhverfispátturinn $\varphi \in \mathbb{R}^+$ er það sem við notum til að kanna hvort einstaklingur lifi af einhvern erfiðleika í umhverfinu sem betur aðlagðir einstaklingar eiga auðveldar

með að lifa af. Yrðingin $\hat{S}(i)$ er *afkoma einstaklings* i og er skilgreind

$$\hat{S}(i) = \omega_i \geq \varphi$$

Ef fyrir einstakling i gildir $\neg\hat{S}(i)$ þá deyr einstaklingurinn en annars ekki. Þetta er bara ef einstaklingurinn er útsettur fyrir umhverfisþættinum, sem við skoðum hér fyrir neðan.

Talan $\lambda \in [0; 1]$ er hlutfall þýðisins sem er útsettir fyrir umhverfisþættinum á hverri tímaeiningu. Við höfum því að $N_\lambda = \lambda N$ þar sem N_λ táknar fjölda einstaklinga sem eru útsettir. Þeir eru valdir úr þýðinu með slembnu ferli.

Líkanið tekur inn stika $\Delta\varphi$ sem er þannig að á hverri tímaeiningu hækkar gildi umhverfisþáttar φ um einmitt þessa stærð, þ.e. $\frac{d\varphi}{dt} = \Delta\varphi$ þ.a. $\varphi_{t+1} = \varphi_t + \Delta\varphi$.

Þeir einstaklingar sem lifa af umhverfisþáttinn (eða eru ekki útsettir fyrir honum) fjölga sér (eru afritaðir inn í þýðið) og hæfni afkvæmisins fæst af slembnu reikniferli $R(\omega_i)$:

$$R(\omega_i) = \begin{cases} \omega_i + \Delta\omega & \text{fyrir } \mathbf{Unf}[0; 1] < \tau \\ \omega_i - \Delta\omega & \text{fyrir } \mathbf{Unf}[0; 1] > 1 - \tau \\ \omega & \text{annars.} \end{cases}$$

en hér er \mathbf{Unf} jafna líkindadreifingin yfir bilið $[a; b]$ þannig að $\Pr\{X = x\} = \frac{1}{b-a}$ þar sem $x \in [a; b]$. Stærðin $\Delta\omega$ fylgir einnig jafnri líkindadreifingu nema yfir bilið $[0; 0.3]$ og segir til um hve mikið hæfni afkvæmisins getur breyst af völdum skaðlegrar/hagstæðrar stökkbreytingar. Í líkaninu notum við $\tau = 0.025$ þó því megi breyta eftir vilja.

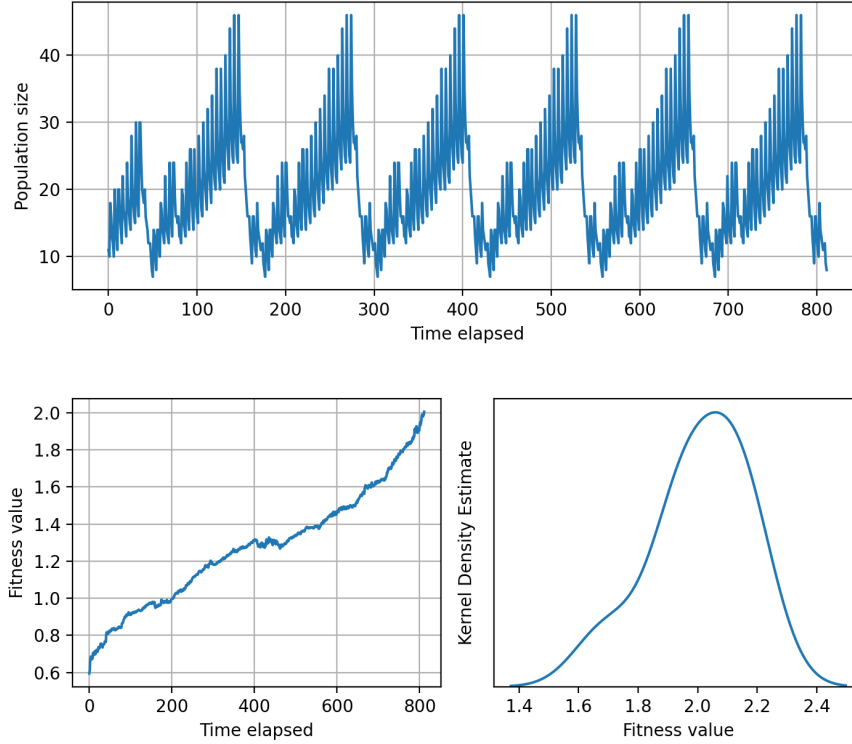
2 Markmið

Markmiðið er að sýna að $\omega_{\text{avg}} \propto \varphi$. Með öðrum orðum viljum við sýna að þýðið aðlagist umhverfisþætti sínum. Þetta segir okkur að samfelld aukning í meðalhæfni þýðis er afleiðing umhverfisþáttar. Þetta gefur þess auki til kynna að ef enginn umhverfisþáttur er til staðar í umhverfinu eða $\varphi \ll \omega_{\text{avg}}$, þá búumst við ekki við miklum breytingum á meðalhæfni. Setjum þannig fram eftirfarandi tilgátur:

- (1) Ef $\omega_{\text{avg}} \sim \varphi$ í upphafi hermunar, þá er vaxandi samband milli ω_{avg} og φ .
- (2) Ef $\omega_{\text{avg}} \gg \varphi$ eða $\varphi = 0$, þá er engin markviss breyting á meðalhæfni í þýðinu.

3 Aðferðafræði

Líkanið flytur gögn yfir á CSV (e. *comma separated values*) snið sem við notum til tölulegrar úrvinnslu. Öll töluleg úrvinnsla var gerð í RStudio en þess auki teiknar líkanið mynd af hermunninni sem má sjá á mynd 1.



Mynd 1: Myndrænn þáttur líkansins

Látum $\mathbf{x} = \{x_1, \dots, x_n\}$ og $\mathbf{y} = \{y_1, \dots, y_n\}$ vera n mælingar á slembistærðum X og Y . Meðaltöl úrtakanna ritum við \bar{x} og \bar{y} en staðalfrávik þeirra s_x og s_y . Fylgnistuðullinn er sú stærð sem lýsir sambandi breytanna tveggja og er skilgreind

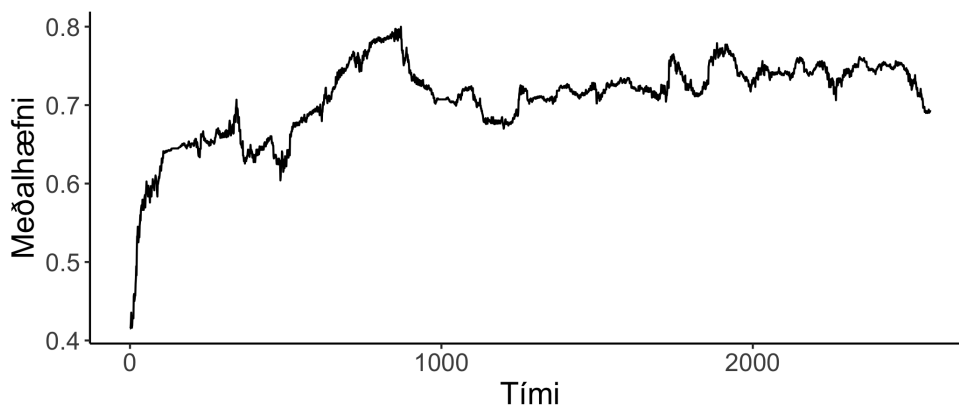
$$\rho = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s_x} \right) \left(\frac{y_i - \bar{y}}{s_y} \right)$$

Fylgnistuðullinn er alltaf á bilinu $[-1; 1]$. $\rho > 0$ gefur til kynna jákvæða fylgni (vaxandi samband) en $\rho < 0$ neikvæða fylgni (minnkandi samband). Tilgátur (1) og (2) má því endurorða út frá gildinu á ρ , þ.e. hvort það sé jákvætt, neikvætt eða núll.

4 Niðurstöður

4.1 Gildi umhverfisþáttar lágt eða núll

Skoðum tilfelli þar sem $\varphi = 0$ með engri aukningu í umhverfisþætti. Í $t = 0$ er $n = 10$. Mynd af meðalhæfni ω_{avg} sem fall af tíma t má sjá á mynd 2. Línulegt aðhvarf á þessari hermun gaf $R^2 = 0.1838$ sem segir okkur að breytingar á meðalhæfni er erfitt að skýra út af breytingu á tíma. Við látum það því nægja til að sýna fram á tilgátu (2) um að engin markviss (stefnd) breyting á meðalhæfni má skýra með breytingu á tíma.



Mynd 2: Meðalhæfni yfir tíma í hermun með $\varphi = 0$

Það er varasamt að draga þá ályktun að stefnd breyting (þ.e. vaxandi/minnkandi) á meðalhæfni sem fall af tíma sé til marks um hið gagnstæða við það sem segir hér að framan. Það er mun frekar að handahófskenndar stökkbreytingar afkvæma leiða af sér hærri eða lægri hæfni sem hefur auðvitað áhrif á meðaltal þýðisins. Þessir einstaklingar fjölga sér og þannig hækkar meðaltalið til lengri tíma. Skoðum þetta aðeins nánar.

Látum $\{\mu_B\}_{t \geq 0}$ og $\{\mu_D\}_{t \geq 0}$ vera líkindaferlin sem gefa fjölda stökkbreytinga sem hafa orðið. Hér er μ_B hagstæð stökkbreyting (e. *beneficial*) en μ_D skaðleg (e. *detrimental*). Líkindadreifing beggja ferla er tvíkostadreifing (e. *binomial distribution*) sem er strjál líkindadreifing með forskriftina

$$\Pr\{\mu_G = k\} = \binom{t}{k} \tau^k (1 - \tau)^{t-k}$$

þar sem μ_G er annað hvort μ_B eða μ_D . Hér eftir látum við k tákna fjölda hagstæðra stökkbreytinga en j fjölda skaðlegra.

Til þess að breyting á meðalhæfni sé strangt stefnd þarf að gilda annaðhvort $j = 0$

eða $k = 0$. Skoðum fyrra tilfellið og látum $(\mu_B)_t^* = k^*$ og $j = 0$ þar sem t^* er tími liðinn í hermuninni fram að þessu. Úr því að ferlin eru óháð hvor öðrum gildir að líkindi þess að báðir atburðir verða eru jöfn margfeldi líkinda atburðanna beggja hvort um sig, það er að segja

$$\begin{aligned} \Pr\{k = k^* \wedge j = 0\} &= \Pr\{k = k^*\}\Pr\{i = 0\} \\ &= \binom{t^*}{k^*} \binom{t^*}{0} \tau^{k^*} \tau^0 (1 - \tau)^{t-k^*} (1 - \tau)^{t-0} \\ &= \binom{t^*}{k^*} \tau^{k^*} (1 - \tau)^{2t-k^*} \end{aligned}$$

En við sjáum að $\Pr\{k = k^*, i = 0\} \leq \Pr\{k = k^*, i > 0\}$ fyrir öll gildi á k^* og i svo líkurnar á strangt stefndri meðalhæfnisbreytingu eru hverfandi litlar. Við látum ótalið að sanna veika tilfellið þar sem $i \neq 0$ eða $k \neq 0$ en annað hvort $i \gg k$ eða $k \gg i$, en sú umfjöllun sem hefur verið rakin hér að ofan verður látin nægja að sinni.

4.2 Umhverfisþáttur sem skýribreyta aukinnar meðalhæfni

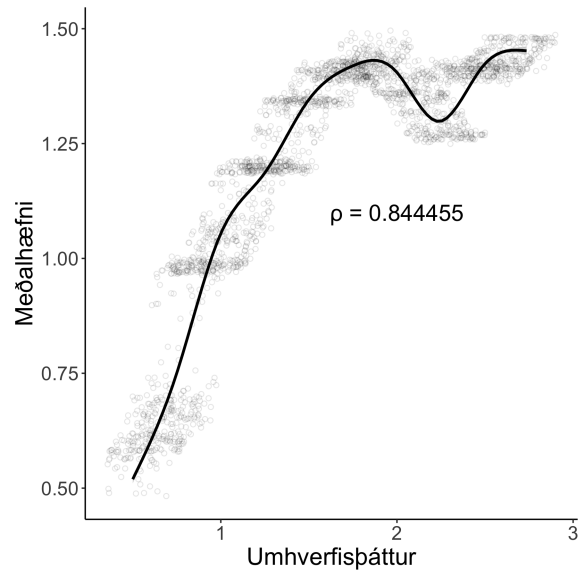
Gögnum var safnað með því að keyra líkanið með þeim stikum sem má sjá í töflu fyrir neðan. Þetta var gert til að sýna hvernig mismunandi gildi breyta hafa áhrif á hvort annað. Reynt var að hafa $t \approx 2000$.

(*) Skráarheiti	φ	$\Delta\varphi$	$n_{t=0}$	λ	$\rho_{\omega_{\text{avg}} \sim \varphi}$
(A) data-medphi-loDphi-medlambda.csv	0.50	0.001	10	0.10	0.7024183
(B) data-medphi-hiDphi-medlambda.csv	0.50	0.005	10	0.10	0.6802611
(C) data-hiphi-loDphi-medlambda.csv	1.00	0.001	10	0.10	-0.8965901
(D) data-hiphi-hiDphi-medlambda.csv	1.00	0.005	10	0.10	-0.1110411

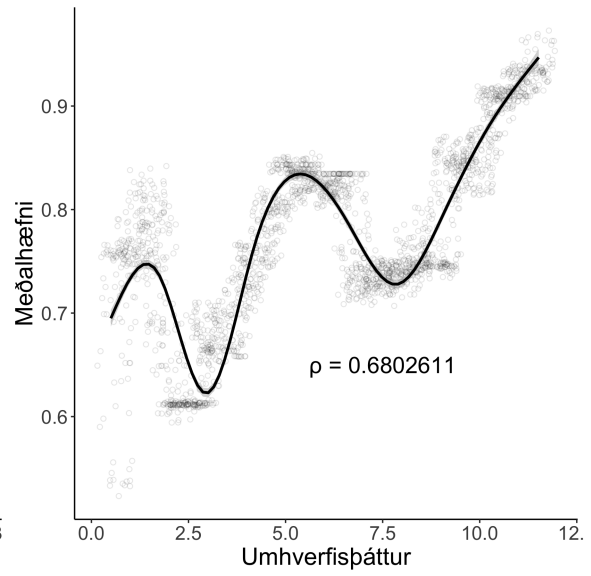
(*) Merki hermunar á mynd fyrir neðan

Tafla 1: Mismunandi gildi breyta notuð við hermanir

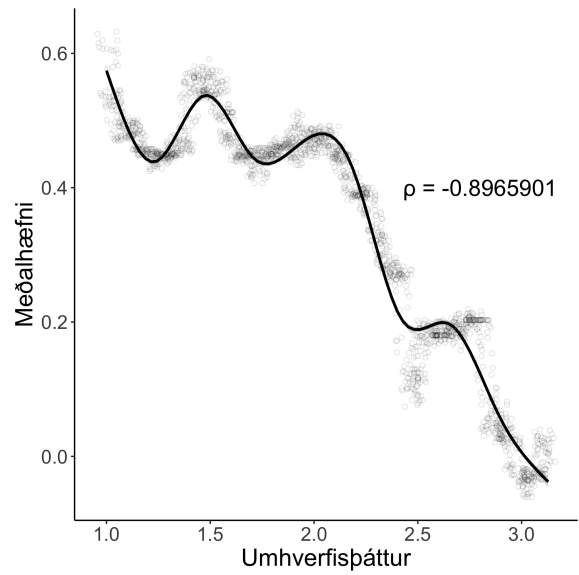
Mynd 3 á næstu síðu sýnir ω_{avg} og φ . Athyglisvert er að ef $\varphi \gg \omega_{\text{avg}}$ þá er $\rho < 0$. Þetta má vera vegna þess að hagstæðar stökkbreytingar ná ekki föstu því allir einstaklingar sem eru útsettir fyrir umhverfisþættinum deyja, þ.e. $\forall i \in P : \neg \hat{S}(i)$. Það er þó ekki fyllilega ljóst hvers vegna þetta er en tilgátan er einskorðuð við tilfelli þar sem $\omega_{\text{avg}} \sim \varphi$.



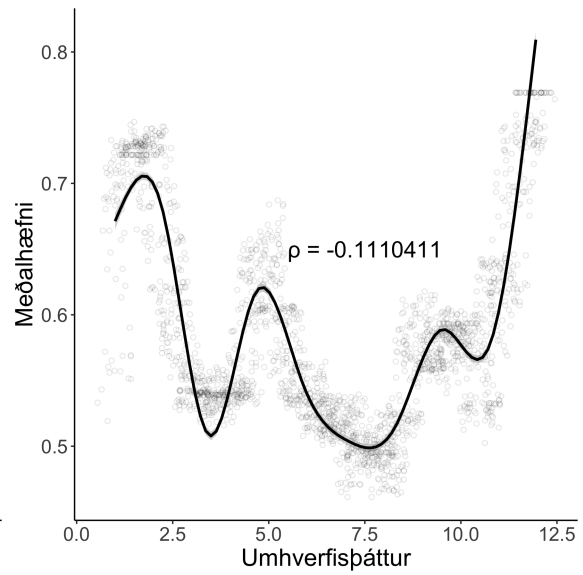
(A)



(B)



(C)



(D)

Mynd 3: Samband umhverfispáttar og meðalhæfni