

Seminararbeit

**Bewertung eines Zeitreihenmodells zur Prognose von
wöchentlichen Strompreisen am Nord-Pool-Spotmarkt**

Vorgelegt der Fakultät Wirtschaftswissenschaften
der Universität Duisburg-Essen

Lehrstuhl für Energiewirtschaft

Prof. Dr. Christoph Weber

Lennart Wittchen
Kleine Hammerstraße 53
45326 Essen
Tel. 0160/95846144
lennart.wittchen@stud.uni-due.de
Matrikelnummer: 3044392

Abgabedatum: 10.03.2017

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	III
Tabellenverzeichnis	IV
Abkürzungsverzeichnis	V
1 Einleitung	1
2 Vorstellung der Arbeit von Kristiansen (2014)	3
2.1 Grundlagen zum nordischen Strommarkt	3
2.2 ARX-Modell von Kristiansen (2014)	5
3 Reproduktion des ARX-Modells	8
3.1 Modellvoraussetzungen	8
3.1.1 Stationarität der Preiszeitreihe	8
3.1.2 Multikollinearität der Regressoren	10
3.2 Modellergebnisse	11
3.2.1 Vergleich Kristiansen (2014) - Reproduziertes Modell .	11
3.2.2 Untersuchung der Residuen	13
4 Erweitertes ARX-Modell	15
4.1 Anpassungen im Modell	15
4.2 Auswertung der Modellergebnisse	17
5 Zusammenfassung	21
Literaturverzeichnis	VI
Anhang	VIII

Abbildungsverzeichnis

1	Darstellung der untersuchten Zeitreihen in den Jahren 2010 bis 2015 (Eigene Darstellung)	4
2	Autokorrelationsfunktion der Spotpreise im Zeitraum 2010 bis 2015 (Eigene Darstellung)	5
3	Dichtefunktion der Residuen des ARX-Modells (Eigene Darstellung)	13
4	Darstellung der Residuen und der Autokorrelationsfunktion der Residuen des ARX-Modells (Eigene Darstellung)	13
5	Darstellung der Spotpreise in den Jahren 2010 bis 2015 (Eigene Darstellung)	15
6	Darstellung einer Streudiagrammmatrix der Variablen in den Jahren 2013 bis 2015 (Eigene Darstellung)	16
7	Residuen des ARMAX(2,1)-G-Modells aus der In-Sample Periode 2013/2014 (Eigene Darstellung)	18
8	Vergleich der Out-of-Sample-Prognose des ARMAX-Modells mit den realen Preisen im Jahr 2015 (Eigene Darstellung)	20
9	Vergleich der Out-of-Sample-Prognose des ARX-Modells mit den realen Preisen im Jahr 2015 (Eigene Darstellung)	20

Tabellenverzeichnis

1	Korrelation zwischen Spotpreisen, Zufluss und Füllständen der Reservoirs im Zeitraum 2010 bis 2015 (Eigene Auswertung) . .	5
2	Regressionsergebnisse von Kristiansen (2014) - Koeffizienten, Standardfehler und p-Werte	6
3	Ergebnisse von Kristiansen (2014) - MAPE, mean error und abs. mean error	7
4	Resultate des Augmented-Dickey-Fuller Tests	9
5	Resultat des Phillips-Perron-Tests	9
6	Variance Inflation Factor - Ergebnisse	10
7	Korrelationskoeffizienten der Regressoren im Zeitraum 2000 bis 2010 (Eigene Rechnung)	11
8	Vergleich der Regressionsergebnisse von Kristiansen (2014) und der reproduzierten Regression	11
9	Vergleich der Regressionsstatistik von Kristiansen (2014) und der reproduzierten Regression	11
10	Vergleich der MAPEs von Kristiansen (2014) und der reproduzierten Modelle	12
11	Box-Pierce-Test auf Autokorrelation der Residuen des ARX-Modells	14
12	Vergleich des ARMAX(2,1)GARCH(1,1)-Modells mit einem myopischen Ansatz	18
13	Ergebnisse des Out-Of-Sample-Tests des ARMAX-G-Modells - MAPE, mean error und abs. mean error	19
14	Vergleich der MAPEs und AICs verschiedener ARMAX-GARCH-Parametrisierungen	VIII

Abkürzungsverzeichnis

ADF Augmented Dickey-Fuller

AIC AKAIKE-Informationskriterium

AR Autoregressive

ARX Autoregressive exogenous

ARCH Autoregressive conditional heteroskedasticity

ARIMA Autoregressive Integrated Moving Average

Bzw. Beziehungsweise

GARCH generalized autoregressive conditional heteroscedasticity

H0 Nullhypothese

Inf. Inflow

MA Moving Average

MAE Mean Absolute Error

MAPE Mean Absolute Percentage Error

ME Mean Error

MWh Megawattstunde

ML Maximum-Likelihood

NOK Nordische Kronen

OLS Ordinary Least Squares

Res. Level Reservoir Level

SSR Squared Sum of Residuals

VIF Variance Inflation Factor

1 Einleitung

Für Marktteilnehmer ist eine zuverlässige Preisprognose von elementarer Bedeutung, um an einer Strombörse teilzunehmen. Die Preisprognose ist die Grundlage für eine optimale Handelsstrategie und somit für ein profitables Wirtschaften. Die Frage nach einer optimalen Prognose ist daher von großer Bedeutung für alle Marktteilnehmer. Der Prognosezeitraum erstreckt sich dabei von kurzfristigen Preisprognosen für den Intradayhandel, bis zu Langfristprognosen und Szenarienanalysen mit einem weiteren Horizont für die Bewertung von langfristigen Handelsverträgen. Dabei stehen verschiedene Prognosemethoden zur Verfügung, die sich an den Märkten etabliert haben: Dazu gehören deterministische Fundamentalmodelle, welche unter anderem mithilfe des Merit-Order-Modells Marktpreise ableiten (Burger et al. 2014, S. 335) oder agentenbasierte Modelle, welche die Präferenzen der Marktteilnehmer abbilden (Weron 2014, S. 10). Eine weitere wichtige Kategorie sind Zeitreihenmodelle, die eigene Vergangenheitswerte der Marktpreise, als auch externe Einflüsse nutzen, um die Marktpreise zu erklären. Zu den Zeitreihenmodellen gehören Auto-Regressive-Modelle (AR) und Moving Average-Modelle (MA), sowie Kombinationen derer (ARMA-Modelle) (Weron 2006, S. 109). Ebenso gehören weit verbreitete Regime-Switching-AR Modelle zur Kategorie der Zeitreihenmodelle (Kosater & Mosler 2006), sowie Autoregressive conditional heteroskedasticity-Prozesse (ARCH), welche eine zeitabhängige bedingte Varianz der Fehlerterme modellieren (Garcia et al. 2005). Komplexere Modelle beruhen auf maschinellem Lernen, zum Beispiel bei der Anwendung von neuronalen Netzen (Keles et al. 2016). Zur Prognose von Spotpreisen für den skandinavischen Strommarkt ist das EMPS-Modell, welches vom Anbieter Powel¹ angeboten wird, ein vorherrschendes Modell. Das EMPS-Modell besteht aus einem fundamentalen Prognoseanteil und einem stochastischen Einfluss (Kristiansen 2014) und bildet detailreich, aufgespalten in die verschiedenen Regionen Skandinaviens, die fundamentalen Faktoren ab. Das Modell legt besonderen Fokus auf die Modellierung der Wasserkraftwerke. (Tangeras & Fridolfsson 2016, S. 5)

In der Anwendung sind die komplexeren Modelle allerdings nur bedingt transparent und wirken daher wie ein Black-Box auf den Nutzer. Um die fundamentalen Zusammenhänge in der Strompreisbildung verständlich abzubilden und quantifizieren zu können, besteht daher der Bedarf nach simpleren Modellen, die für den Nutzer nachvollziehbar und individuell anpassbar sind. Zusätzlich können triviale Modelle als simplifizierter Benchmark für komplexere Modelle dienen. Diese Arbeit setzt sich mit der Arbeit von Tarjai Kristiansen auseinander, welcher in seiner Arbeit „A time series spot price forecast model for the Nord

¹www.powel.com

Pool market“ (Kristiansen 2014) ein ARX-Modell zu Prognose von durchschnittlichen, wöchentlichen Spotmarktpreisen vorgeschlagen hat. Zur Einordnung der Prognosegüte hat Kristiansen das ARX-Modell mit zwei simplen Prognoseansätzen von Torro (2009) verglichen. Der Ansatz von Kristiansen soll in dieser Arbeit erweitert und mit aktuellen Marktdaten getestet werden. Anschließend wird das selbst erstellte Modell, analog zu dem Vorgehen von Kristiansen, mit einem simplen Prognoseansatz verglichen. Dafür wird im ersten Abschnitt die Motivation für die Arbeit von Kristiansen dargelegt und der Inhalt seiner Arbeit vorgestellt. Im zweiten Abschnitt werden die Ergebnisse von Kristiansen mit den reproduzierten, eigenen Auswertungen verglichen. Anschließend wird im dritten Abschnitt das eigene Modell spezifiziert und mit aktuellen Marktdaten ausgewertet. In der Zusammenfassung werden die Ergebnisse dieser Arbeit dargestellt und ein Ausblick auf weitere Optimierungsansätze, sowie Forschungsbedarf gegeben.

2 Vorstellung der Arbeit von Kristiansen (2014)

2.1 Grundlagen zum nordischen Strommarkt

Die Börse für den kurzfristigen Stromhandel in Skandinavien ist die Nord Pool Spot. Im Jahre 2015 wurden von 380 Marktteilnehmern über 489 TWh über den Spotmarkt gehandelt (NordPoolSpot 2016). Sowohl Day-Ahead-, als auch Intradayhandel ist möglich. Je nach Ausgestaltung der Produkte werden physische Produkte gehandelt, so wie finanzielle Derivate. Eine Besonderheit der Stromerzeugung in Skandinavien ist der große Anteil von Strom aus Wasserkraftwerken am Strommix. Damit nimmt die Stromerzeugung aus Wasserkraft eine besondere Rolle im Energiesystem ein. Insgesamt liegt der Anteil in der nordischen Stromerzeugung bei 50%, den höchsten individuellen Anteil hat Norwegen mit einer Stromerzeugung aus fast 100% Wasserkraft, der Anteil an Wasserkraft im schwedischen Strommix liegt bei 50% und in Finnland bei 20% (Larsson et al. 2014, S. 11). Der Großteil der Wasserkraftwerke besitzt dabei die Möglichkeit zur langfristigen Speicherung des Wasser (Kristiansen 2014). In einer kurzen Ausführung über den nordischen Strommarkt legt Kristiansen den Zusammenhang zwischen dem Füllstand der Reservoirs der Wasserkraftwerke und den Strompreisen dar. Demnach sind drei Effekte besonders hervorzuheben:

1. Zum einen können saisonale Schwankungen dadurch begründet werden, dass im Winter eine höhere Nachfrage vorliegt. Zum Beispiel durch den Stromverbrauch für Heizungen, werden in den kalten Jahreszeit durchschnittlich höhere Spotmarktpreise auftreten. Diese höheren Spotpreise werden von den Betreibern der Pumpspeicherkraftwerke so ausgenutzt, dass die Reservoirs im Sommer, bei möglichst niedrigen Spotpreisen, aufgefüllt und im Winter, bei höheren Preisen, geleert werden. (Botterug et al. 2010, S. 2)
2. Die Flexibilität, also die Wahlmöglichkeit zu jedem Zeitpunkt, ob Strom gespeichert oder erzeugt werden soll, hat einen Wert für den Betreiber. Der Effekt wird in der Speichertheorie als Convenience Yield (Verfügbarkeitsprämie) bezeichnet. Im Bezug auf Wasserkraftwerke ist dabei von zusätzlicher Bedeutung, dass bei hohen Füllständen der Wasserverlust zunimmt und den Gewinn reduziert. Betreiber sind also geneigt, bei hohen Füllständen zu niedrigeren Preisen zu verkaufen, um ihren Gewinn zu maximieren (Kristiansen 2014). Im Gegensatz dazu werden bei niedrigeren Füllständen tendenziell höhere Spotpreise entstehen, da die Verfügbarkeit eingeschränkt ist und somit eine höhere Prämie gefordert wird. (Torro 2009)

3. Ebenso steht die Varianz der Spotmarktpreise in Verbindung mit dem aktuellen Füllstand der Wasserkraftwerke. Bei zur Hälfte gefüllten Reservoirs können Nachfrageschocks, unabhängig von der Richtung des Schocks, bedient werden und starke Preisbewegungen werden vermieden. In Zeiten extremer Wetterbedingungen, also besonders niedriger oder hoher Reservoirstände, sinkt die Flexibilität der Wasserkraftwerke und es können deutlich volatilere Strompreise entstehen. (Botterug et al. 2010, 5)

Die aufgeführten Punkte werden durch den grafischen Vergleich der Zeitreihen, sowie die Berechnung der Korrelationskoeffizienten bestätigt. Im Folgenden sind mit Spotpreisen die durchschnittlichen Wöchentlichen Spotpreise am Nord Pool Spotmarkt in Nordischen Kronen pro MWh (NOK/MWh) gemeint. Unter Zufluss (in den Grafiken als Inflow benannt), werden die wöchentlichen Zuflüsse in die Kraftwerksreservoirs in Norwegen und Schweden verstanden, welche die Füllstände der Reservoirs erhöhen. Der Füllstand bezieht sich im Folgenden auf die gesamten Füllstände aller Reservoirs in Norwegen und wird als prozentualer Anteil im Verhältnis zum maximal möglichen Füllstand angegeben. Kristiansen (2014) nutzt in seiner Arbeit die Log Returns der prozentualen Füllstände. Der Log Return im Zeitpunkt t ergibt sich aus: $\log\left(\frac{R.Level_t}{R.Level_{t-1}}\right)$.

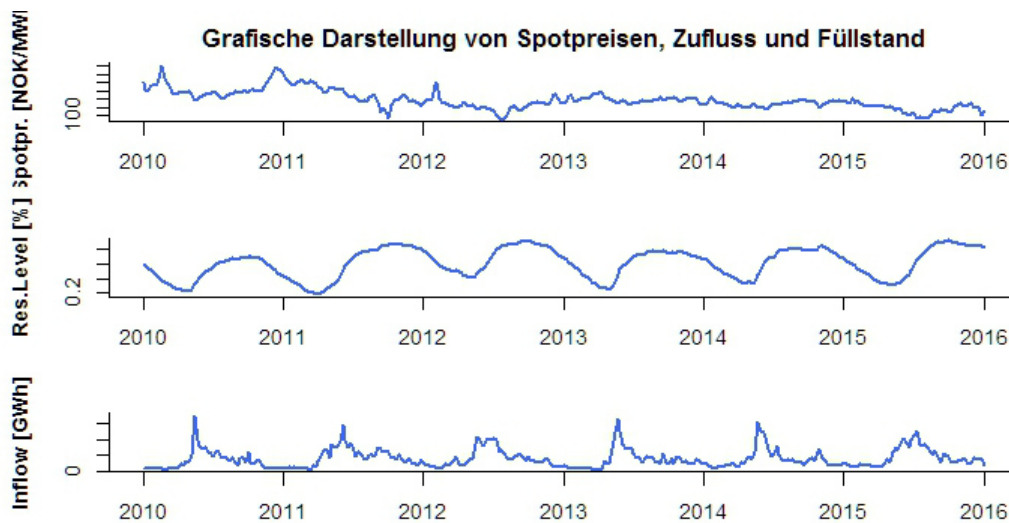


Abbildung 1: Darstellung der untersuchten Zeitreihen in den Jahren 2010 bis 2015 (Eigene Darstellung)

In Abbildung 1 wird die saisonale Struktur der Zuflüsse deutlich, welche aufgrund des verstärkten Regenfalls im Winter und den Schneeschmelzen im Frühling auftritt. Bis zum Jahr 2013 ist auch die saisonale Struktur der Strompreise gut sichtbar. Ab dem Jahr 2013 bleibt der Strompreis auf einem niedrigeren Niveau, an der Periodizität und der Intensität der Füllstände ist grafisch jedoch keine signifikante Veränderung erkennbar. Mit einer negativen Korrelation von durchschnittlich 0.4 bestätigen auch die Korrelationskoeffizienten nach Pearson

Tabelle 1: Korrelation zwischen Spotpreisen, Zufluss und Füllständen der Reservoirs im Zeitraum 2010 bis 2015 (Eigene Auswertung)

Korrelationskoeffizient	Spotprice _t	Spotprice _{t+1}
Inflow _t	-0.4129	-0.4152
Reservoir Level _t	-0.4072	-0.3603
Delta Reservoir Level _t	-0.31	-0.3048
Spotprice _t	1	0.9461

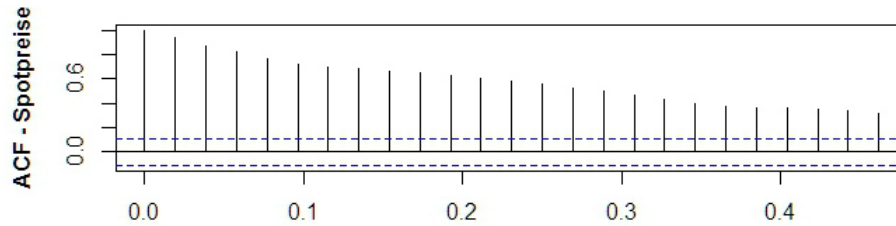


Abbildung 2: Autokorrelationsfunktion der Spotpreise im Zeitraum 2010 bis 2015 (Eigene Darstellung)

in Tabelle 1 den Zusammenhang zwischen den Spotmarktpreisen und den Füllständen der Wasserkraftwerke. Zu beachten ist, dass auch eine Korrelation vorhanden ist, wenn die Preiszeitreihe um einen Lag verschoben ist. Dies ist eine wichtige Eigenschaft, da zum Beispiel in dem ARX-Modell von Kristiansen (2014) der heutige Wert der Füllstände zu Erklärung des Spotpreises von nächster Woche eingesetzt wird. Somit kann sowohl qualitativ, als auch quantitativ ein Zusammenhang zwischen Strompreis und Reservoirlevel der Wasserkraftwerke nachgewiesen werden. Diese Ergebnisse motivieren die Formulierung eines Modells, welches den Füllstand der Wasserkraftwerke als exogene Variable nutzt, um die Entwicklung der Strompreise zu erklären.

2.2 ARX-Modell von Kristiansen (2014)

Da die Spotpreise, wie in Abbildung 2 deutlich wird, eine ausgeprägte autoregressive Struktur aufweisen, bietet sich die Modellierung mithilfe eines ARX-Prozesses an. Um die Zeitreihen zu glätten und nicht lineare Zusammenhänge zwischen den Daten auszugleichen, werden alle Daten logarithmiert. Das Entfernen der nicht linearen Zusammenhänge ist notwendig, da im weiteren Verlauf durch das Verwenden des Kleinsten-Quadrate-Schätzers (OLS-Schätzers) nur lineare Zusammenhänge in den Daten berücksichtigt werden (Schlittgen 2012, S. 424). Außerdem wird der Spotpreis um den mittleren Spotpreis reduziert, um einen Mittelwert von Null zu erhalten. Dies ist unter anderem in Kapitel 2.1.1

beim Testen der Stationarität, mithilfe des Dickey-Fuller-Tests (ADF-Test) von Bedeutung. Kristiansen kombiniert in dem vorgeschlagenen ARX-Modell die autoregressive Struktur der Spotpreise mit den fundamentalen Einflüssen durch die Stromerzeugung aus Wasserkraftwerken und stellt folgendes Modell auf:

$$s_t = c + \alpha \cdot s_{t-1} + \beta \cdot i_{t-1} + \delta \cdot r_{t-1} + \varepsilon_t$$

mit :

c = Konstante

$s_t = \log(S_t)$ [S = Sportpreis, demeaned]

$i_t = \log(I_{Schweden}) + \log(I_{Norwegen})$ [I = Inflow]

$r_t = \log\left(\frac{R_t}{R_{t-1}}\right)$ [R = Proz. Reservoirlevel in Norwegen]

Die Koeffizienten des Modells schätzt der Autor mithilfe einer Regression nach dem OLS-Verfahren mit Daten aus dem Zeitraum vom Jahr 1999 (Woche 44) bis 2010 (Woche 52). Die Regressionsergebnisse sind Tabelle 2 dargestellt. Das Modell erreicht ein Bestimmtheitsmaß von 0.9498 und hat einen Standardfehler von 0.1056. Als Gütekriterium des Modells nutzt der Autor den Mean Absolute Per-

Tabelle 2: Regressionsergebnisse von Kristiansen (2014) - Koeffizienten, Standardfehler und p-Werte

Modell	Koeffizient	Standardfehler	p-Wert
Konstante	0.3285	0.1122	0.0035
$\ln(\text{spotprice})_{t-1}$	0.9684	0.0101	0.0000
$\ln(\text{inflow})_{t-1}$	-0.0412	0.0142	0.0038
$\ln(\text{delta res. level})_{t-1}$	0.5858	0.2027	0.0040

centage Error (MAPE). Dieser ergibt sich aus dem absoluten, durchschnittlichen Fehler des Modells.

$$\text{MAPE} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{A_t - F_t}{A_t} \right|$$

mit A_t als tatsächlichem Wert und F_t als Prognosewert. Um einen Vergleich zu schaffen und das Modell in einen Kontext zu setzen, übernimmt er von Torro (2009) zwei simple Prognoseansätze, mit denen er das Regressionsmodell vergleicht. Zum einen nutzt er ein kurzsichtiges Modell, in welchem der aktuelle wöchentliche Spotpreis als Vorhersage für den durchschnittlichen Spotpreis der nächsten Woche dient. Laut Torro (2009) ist es eine Mindestanforderung an jedes Prognosemodell, eine höhere Güte als das entsprechende kurzsichtige Modell (im folgenden myopisches-Modell) zu besitzen. Zum anderen nutzt er den letzten gehandelten Futurepreis für die nächste Woche, als Prognose für den durchschnittlichen Spotpreis der nächsten Woche. Die von Kristiansen erzielten Er-

gebnisse sind in Tabelle 3 dargestellt. Aus den Ergebnissen in Tabelle 3 lässt

Tabelle 3: Ergebnisse von Kristiansen (2014) - MAPE, mean error und abs. mean error

Modell	MAPE	ME	AME
Regression Model	7.5%	-1.4	19.6
Myopic Model	7.5%	-0.9	19.9
Future Model	5.3%	4.3	14.2

sich erkennen, dass das Future Modell die Spotpreise zwar durchschnittlich zu hoch prognostiziert, der absolute Fehler jedoch deutlich kleiner ist, als bei dem Regressionsmodell und dem myopischen Modell. Dieses Ergebnis ist plausibel, da die Futurepreise die Erwartungen aller Marktteilnehmer zur Preisentwicklung in der nächsten Woche enthalten und somit alle verfügbaren Informationen aggregiert. In einem theoretisch perfekten Markt, ohne zusätzliche Kosten oder Einschränkungen bezüglich der Speicherung und vollkommener Transparenz, sowie rationalen und vollständig informierten Marktteilnehmern, würde es keine Arbitragemöglichkeiten geben und der Futurepreis würde exakt dem durchschnittlichen wöchentlichen Spotpreis entsprechen. In der Realität ist dies im Strommarkt nicht der Fall, da unter anderem die uneingeschränkte Speicherung von Strom nicht möglich ist.

Im Vergleich zwischen dem Regressionsmodell und dem myopischen Modell ist der MAPE nahezu identisch und beide prognostizieren die Preise durchschnittlich um 1.4 NOK/MWh beziehungsweise 0.9 NOK/MWh zu niedrig, beide mit einem absoluten Fehler um 19 NOK/MWh. Die Ähnlichkeit der Modelle hat den Ursprung darin, dass der Alpha-Koeffizient im Regressionsmodell, aufgeführt in Tabelle 2, mit 0.9684 sehr hoch ist. Ein großer Anteil des Regressionsmodells besteht also aus dem myopischen Modell.

Um nicht nur die Anpassungsgüte zu bewerten, sondern auch die Güte einer Prognose, führt Kristiansen in einem letzten Schritt einen Out-of-Sample Test durch. Dafür definiert Er den Zeitraum von 2000 bis 2006 als Testperiode, für welche der Autor die Koeffizienten des Modells anpasst. Anschließend prognostiziert Er mithilfe des zuvor angepassten Modells den Zeitraum von 2007 bis 2010. Für die Prognosewerte gibt Kristiansen einen MAPE von 7.4%, mit einem mittleren absoluten Fehler von 0.0 NOK/MWh an.²

Abschließend untersucht Kristiansen die Residuen mithilfe der Autokorrelations- und partiellen Autokorrelationsfunktion und stellt ein schwaches autoregressives Muster in den Residuen fest.

²Ein absoluter mittlerer Fehler von 0.0 NOK/MWh und ein MAPE von über 7% ist ein Widerspruch, da der prozentuale absolute Fehler bei einem absoluten Fehler von 0.0 auch nahe 0 liegen müsste.

3 Reproduktion des ARX-Modells

In den folgenden Abschnitten wird das von Kristiansen (2014) vorgeschlagene Modell reproduziert und die resultierenden Werte verglichen. Zur Reproduktion des Modells wurden Daten aus den Jahren 2000 (Woche 1) bis 2010 (Woche 52) genutzt (*FTP-Server der Nord-Pool-Spot* 2016), wohingegen Kristiansen (2014) Daten vom Jahr 1999 (Woche 44) bis 2010 (Woche 52) verwendet hat.

3.1 Modellvoraussetzungen

Um die Methode der kleinsten Quadrate zur Schätzung der Regressionskoeffizienten anzuwenden, wird eine stationäre Zeitreihe zur Modellierung benötigt (Weron 2006, S. 82) und Multikollinearität in den Regressoren sollte ausgeschlossen werden (Winker 2010, S. 166).

3.1.1 Stationarität der Preiszeitreihe

Man spricht von einer stationären Zeitreihe, wenn die multivariate Verteilung der Zeitreihe $(y_t, y_{t+1}, \dots, y_i)$ für alle y_i unabhängig von der Zeit ist. (Hamilton 1994, S. 46) In Verbindung mit der Annahme, dass die Schocks ε_i unabhängig und normalverteilt sind, reicht für die Verwendung der OLS-Methode der Nachweis der schwachen Stationarität, auch kovarianz-Stationarität genannt. Nach der Definition der schwachen Stationarität müssen die ersten zwei Momente der Zeitreihe, Mittelwert und Varianz, unabhängig von der Zeit sein (Hamilton 1994, S. 45). Zur Überprüfung der Stationaritätsbedingung nutzt Kristiansen (2014) den Augmented-Dickey-Fuller-Test. Bei dieser Teststatistik wird die Nullhypothese (H_0) getestet, dass der zugrunde liegende stochastische Prozess eine Einheitswurzel besitzt (Winker 2010, S. 273). Damit wird in H_0 angenommen, dass die Zeitreihe nicht stationär ist. Die Alternativhypothese lautet dementsprechend, dass keine Einheitswurzel vorliegt und die Zeitreihe stationär ist. Die resultierenden Werte der Teststatistik müssen mit den kritischen Werten der Dickey-Fuller-Verteilung verglichen werden, die normale t-Verteilung gilt hier nicht (Hamilton 1994, S. 762). Der ADF-Test wird auf die logarithmierte und um ihren Mittelwert reduzierte Preiszeitreihe angewandt. Da die Preise auch bei höheren Lags noch Autokorrelationen aufweisen, wird der Augmented-Dicker-Fuller-Test verwendet, welcher auch höhere Lags im Test berücksichtigt (Winker 2010, S. 275). Die Ergebnisse sind in Tabelle 4 dargestellt. Es fällt auf, dass obwohl sich die Datengrundlage nur um acht Wochen verändert hat, ein deutlich veränderter ADF-Wert auftritt. In den Daten von Kristiansen (2014) konnte die Nullhypothese, dass keine Stationarität vorliegt, zu einem Signifikanzniveau von 1% abgelehnt werden. In dem reproduzierten Test kann die H_0 nur noch zum 2.5% Niveau

Tabelle 4: Resultate des Augmented-Dickey-Fuller Tests

ADF	Kristiansen (2014)	Reproduziert
ADF-Testwert	-5.4914	-3.6958
p-Value	0.01	0.0264
lag	15	8
Niveau	Kritische Werte	
0.01	-3.98	
0.025	-3.68	
0.05	-3.42	

abgelehnt werden. Die Unterschiede können davon kommen, dass in der Preiszeitreihe noch immer ein Trend vorhanden ist und unterschiedliche Berechnungen der ADF-Statistik möglich sind. So kann, abhängig von der zugrundeliegenden Zeitreihe, noch Trends und Konstanten in der Zeitreihe berücksichtigt werden.

Zur Berücksichtigung des Trends wurde zusätzlich der Phillips-Perron-Test durchgeführt, welcher auch die Nullhypothese einer Einheitswurzel testet, jedoch einen Trend sowie Heteroskedastie in den Schocks berücksichtigt (Hamilton 1994, S. 506). Die Ergebnisse sind in Tabelle 5 dargestellt. Dieser Test kann zu einem Signifikanzniveau von 1% abgelehnt werden. Damit wird die Nullhypothese, dass keine Trendstationarität vorliegt, verworfen werden und die logarithmierte und um den Mittelwert bereinigte Preiszeitreihe kann damit im folgenden als Trendstationär angenommen werden.

Tabelle 5: Resultat des Phillips-Perron-Tests

ADF	Reproduziert
PP-Testwert	-28.905
p-Value	0.01
lag	6
Niveau	Kritische Werte
0.01	-28.9
0.025	-24.8
0.05	-21.5

3.1.2 Multikollinearität der Regressoren

Das Auffinden von Multikollinearität ist zur Durchführung der OLS-Schätzung von großer Bedeutung, da das Vorliegen von Korrelation innerhalb der Regressoren zu Scheinkorrelation in der Regression führen kann und die qualitative Interpretation erschwert oder verhindert (Schlittgen 2012, S. 451). Numerisch führt das Vorhandensein von Multikollinearität zu Problemen beim Lösen der OLS-Gleichung: $\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{y}$. Genauer entsteht bei dem Produkt von $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ bei perfekter Multikollinearität eine nicht singuläre Matrix, welche nicht invertiert und damit die Gleichung nicht eindeutig gelöst werden kann (Winker 2010, S. 166).

Zur Identifizierung der Multikollinearität nutzt Kristiansen (2014) den Variance Inflation Factor (VIF). Dieser Faktor quantifiziert, wie stark sich die Varianz der Residuen durch die Multikollinearität im Modell vergrößert. Nehmen wir ein Regressionsmodell mit i Regressoren (x_1, \dots, x_i) an, ergibt sich der VIF aus:

$$\text{VIF}_i = \frac{1}{1 - R_i^2}$$

mit R_i als Korrelationskoeffizient zwischen dem betrachteten Regressor x_i und den restlichen Regressoren (x_1, \dots, x_{i-1}) (Ruppert & Matteson 2015, S. 234).

Die Ergebnisse der VIF-Berechnungen sind in Tabelle 6 aufgeführt. Betrachtet

Tabelle 6: Variance Inflation Factor - Ergebnisse

VIF	Kristiansen (2014)	Reproduziert
$\ln(\text{spotprice})_{t-1}$	1.02	1.1779
$\ln(\text{inflow})_{t-1}$	3.55	5.7694
$\ln(\text{delta res. level})_{t-1}$	3.36	5.3682

man exemplarisch den Wert $\text{VIF}_{\text{inflow}}$ von 3.55 (beziehungsweise 5.77) lässt sich sagen, dass die Varianz der Regression inklusive der Variablen Inflow um den Faktor 3.55 (5.77) größer ist, als wenn man die Variable auslässt. Die höheren Werte bei den Variablen Inflow und Reservoirlevel sind plausibel, da die beiden Zeitreihen eine hohe Korrelation aufweisen, wie in Tabelle 7 dargelegt. Die Abweichungen der reproduzierten Werte zu den Ergebnissen von (Kristiansen 2014) können auf die unterschiedlichen Betrachtungszeiträume zurückgeführt werden. Aufgrund der hohen Korrelation und dem erhöhten VIF der Variablen Inflow und Reservoirlevel soll in dem erweiterten Modell in Kapitel 3 versucht werden, die Multikollinearität zwischen den Regressoren zu mindern.

Tabelle 7: Korrelationskoeffizienten der Regressoren im Zeitraum 2000 bis 2010 (Eigene Rechnung)

R^2	$\ln(\text{spotprice})_{t-1}$	$\ln(\text{inflow})_{t-1}$	$\ln(\text{delta res. level})_{t-1}$
$\ln(\text{spotprice})_{t-1}$	1		
$\ln(\text{inflow})_{t-1}$	-0.3418	1	
$\ln(\text{delta res. level})_{t-1}$	-0.2254	0.8978	1

3.2 Modellergebnisse

3.2.1 Vergleich Kristiansen (2014) - Reproduziertes Modell

Zur Schätzung der ARX-Koeffizienten wurde von Kristiansen (2014) eine Regression nach der Methode der kleinsten Quadrate im Zeitraum 1999 bis 2010 durchgeführt. Die Regression wurde für den Zeitraum von 2000 bis 2010 mit eigenen Daten reproduziert. Die Regressionskoeffizienten mit Standardfehler und p-Wert sind in Tabelle 8 aufgeführt, das Bestimmtheitsmaß (R^2), das adjustierte Bestimmtheitsmaß, sowie der Standardfehler der Regression und die Anzahl an Beobachtungen sind in Tabelle 9 dargestellt. In den Ergebnissen sind leichte

Tabelle 8: Vergleich der Regressionsergebnisse von Kristiansen (2014) und der reproduzierten Regression

Variable	Koeffizient		Standardfehler		p-Wert	
	Krist.	Repr.	Krist.	Repr.	Krist.	Repr.
Konstante	0.3285	0.3171	0.1122	0.1049	0.0035	0.00263
$\ln(\text{spotprice})_{t-1}$	0.9684	0.9667	0.0101	0.0102	0.0000	0.0000
$\ln(\text{inflow})_{t-1}$	-0.0412	-0.0396	0.0142	0.0132	0.0038	0.0028
$\ln(\text{delta res. level})_{t-1}$	0.5858	0.5277	0.2027	0.1850	0.0040	0.0045

Tabelle 9: Vergleich der Regressionsstatistik von Kristiansen (2014) und der reproduzierten Regression

Regressionsanalyse	Kristiansen (2014)	Reproduziert
R^2	0.9498	0.9497
Adj. R^2	0.9495	0.9496
Standardfehler	0.1056	0.1048
Beobachtungen	581	574

Abweichungen zu erkennen, die jedoch auf die unterschiedlichen Zeiträume zu-

rückgeführt werden können.

Insgesamt fällt auf, dass ein sehr hohes Bestimmtheitsmaß erreicht wird. Für multiple Regressionen ist das adjustierte Bestimmtheitsmaß von größerer Bedeutung, da bei diesem die Anzahl der Regressoren berücksichtigt wird (Schlittgen 2012, S. 408). Nach der Definition des Bestimmtheitsmaßes können wir feststellen, dass wir mit dem vorliegenden Modell 0.9495% der Varianz der Spotpreise erklären können (Schlittgen 2012, S. 109).

In Tabelle 10 sind die MAPEs von Kristiansen (2014) und der selbst erzeugten Regression gegenübergestellt. Um den MAPE, den ME und den MAE zu berechnen, wird der Regressand, sowie die modellierte Zeitreihe um den anfangs abgezogenen Mittelwert erhöht und gemeinsam exponentiert. Dies ist notwendig³, da aus

$$s_t = \log(S_t) - \log(\bar{S}_t)$$

$$\Rightarrow S_t = \exp(s_t + \log(\bar{S}_t))$$

folgt

$$MAE_s = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\hat{s}_t - s_t|$$

$$MAE_S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\exp(\hat{s}_t + \log(\bar{S}_t)) - \exp(s_t + \log(\bar{S}_t))|$$

Das reproduzierte Modell bestätigt die Werte von Kristiansen.

Tabelle 10: Vergleich der MAPEs von Kristiansen (2014) und der reproduzierten Modelle

Prognosegüte	Kristiansen (2014)	Reproduziert
MAPE		
Regression Model	7.5%	7.404%
Myopic Model	7.5%	7.450%
ME		
Regression Model	-1.4	-1.3434
Myopic Model	-0.9	-0.9364
MAE		
Regression Model	19.6	19.5868
Myopic Model	19.9	19.8942

³Die Erhöhung des Mittelwerts ist für den MAPE nicht relevant, da $\exp(\log(\hat{S})) = \hat{S}$ gekürzt werden kann

3.2.2 Untersuchung der Residuen

Eine weitere wichtige Annahme, um den OLS-Schätzer zu nutzen, ist die Normalverteilung der Residuen (Winker 2010, S. 146). Daraus folgt, dass die Resi-

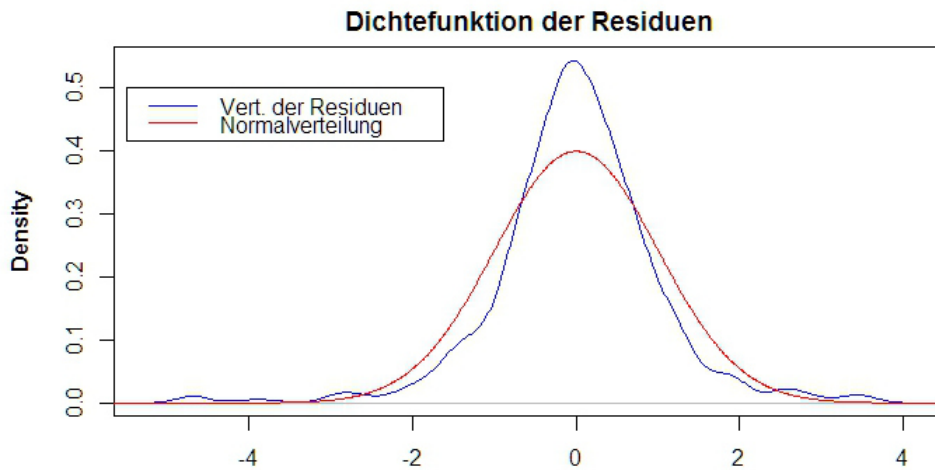


Abbildung 3: Dichtefunktion der Residuen des ARX-Modells (Eigene Darstellung)

duen unabhängig von der Zeit und damit nicht autokorreliert sein dürfen. Die Annahme wird grafisch durch die Auswertung der ACF überprüft. Die entsprechenden Grafiken sind in Abbildung 4 zusammengefasst. Besonders deutlich wird der Vergleich in Abbildung 3, in der die Dichtefunktion der Residuen der Regression gegen die Dichtefunktion der Normalverteilung gezeichnet ist.

Aus Abbildung 4 lässt sich eine leichte zeitabhängige Struktur der Residuen er-

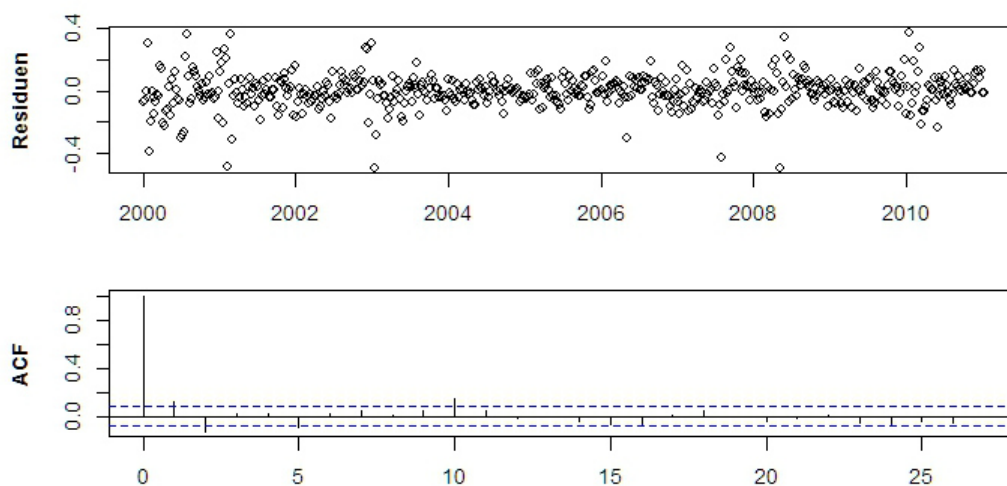


Abbildung 4: Darstellung der Residuen und der Autokorrelationsfunktion der Residuen des ARX-Modells (Eigene Darstellung)

kennen. Die Residuen streuen in den Jahren 2004 bis 2007 weniger, als in der Periode von 2000 bis 2002. Die Konfidenzintervalle der ACF werden im ersten und zweiten, sowie im zehnten Lag überschritten, die Überschreitungen liegen

allerings im niedrigen zweistelligen Prozentbereich. In Abbildung 3 ist ein deutlicher Unterschied zwischen den Dichtefunktionen erkennbar, allerdings ist kein Hinweis auf Schiefe oder Wölbung in der Dichtefunktion zu sehen, was für eine zufällige Struktur der Residuen spricht. Desweiteren lässt sich feststellen, dass die Dichtefunktion der Fehlerterme mehr der t-Verteilung, als der Normalverteilung ähnelt, durch die typischen Heavy-Tails und die gestauchte Struktur um den Erwartungswert (Winker 2010, S. 152). Zur Überprüfung der These, dass die Residuen autokorreliert und somit nicht unabhängig verteilt sind, wie in Abbildung 4 angedeutet, wird der Box-Pierce Test angewandt. Die Teststatistik wird berechnet, in dem alle geschätzten Autokorrelationskoeffizienten bis zum gewünschten Lag aufsummiert werden. Die Teststatistik kann anschließend mit einer χ^2 -Verteilung, je nach gewünschten Signifikanzniveau, verglichen werden. (Box & Pierce 1970, S. 18)

$$BP_{stat} = n \cdot \sum_{i=1}^m \hat{r}_m^2$$

Die Teststatistik ist in Tabelle 11 aufgeführt. Mit einem p-Wert von 0.0037 kann

Tabelle 11: Box-Pierce-Test auf Autokorrelation der Residuen des ARX-Modells

Box-Pierce-Test	
χ^2	8.4038
df	1
p-Wert	0.003744

die Nullhypothese von Unabhängigkeit der Residuen abgelehnt werden. Als Konsequenz wird in Kapitel 3 ein Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic-Modell (GARCH-Modell) getestet, da eine autokorrelierte Struktur der Residuen auf Heteroskedastie in der modellierten Zeitreihe hindeutet (Ruppert & Matteson 2015, S. 355).

4 Erweitertes ARX-Modell

Als Datengrundlage für das erweiterte Modell soll der Zeitraum von 2010 bis 2015 dienen. Dabei soll anfangs eine In-Sample- und Out-Of-Sample-Periode definiert werden. In der In-Sample-Periode werden die Modellkoeffizienten angepasst und in der Out-Of-Sample-Periode wird die Modellgüte getestet. Das Modell soll schließlich wieder mit einem myopischen Modell verglichen werden, um die Anpassungsgüte in einen Kontext zu setzen.

4.1 Anpassungen im Modell

Betrachtet man die logarithmierten Spotpreise in Abbildung 5, wird ein leichter Abwärtstrend erkennbar. Um den Trendeinfluss zu eliminieren, kann die erste Differenz der Zeitreihe betrachtet werden. Nach der Differenzierung wird deutlich, dass eine heteroskedastische Tendenz vorhanden ist. Für die Anpassung des GARCH-Modells sollen die Jahre 2013 und 2014 als In-Sample-Periode dienen, da so die extremen Schocks der Vorjahre umgegangen werden. Das Jahr 2015 wird als Out-of-Sample-Periode festgelegt. Um einen Eindruck zu erlan-

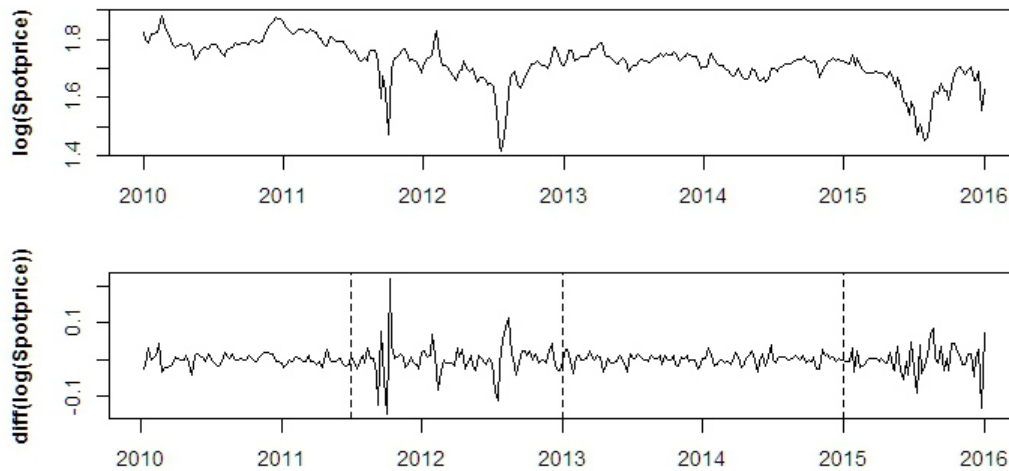


Abbildung 5: Darstellung der Spotpreise in den Jahren 2010 bis 2015 (Eigene Darstellung)

gen, welche Koeffizienten im Modell berücksichtigt werden sollen, wurde eine Streudiagrammmatrix der möglichen Faktoren (Abbildung 6) erstellt. In der Matrix sind dargestellt:

- $\text{Log}(\text{Spotpreis})_t$
- $\text{Log}(\text{Spotpreis})_{t-1}$
- $\text{Log-Return}(\text{Spotpreis})_{t-1}$
- $\text{Log}(\text{Inflow})_{t-1}$
- $\text{Log-Return}(\text{Inflow})_{t-1}$
- $\text{Log}(\text{Res. Level})_{t-1}$
- $\text{Log-Return}(\text{Res. Level})_{t-1}$

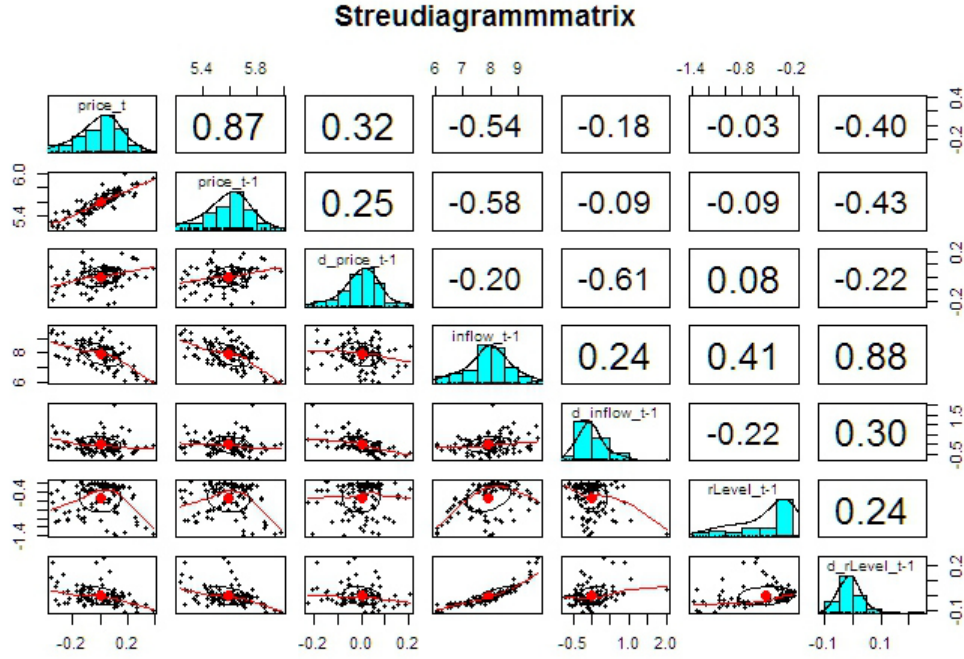


Abbildung 6: Darstellung einer Streudiagrammmatrix der Variablen in den Jahren 2013 bis 2015 (Eigene Darstellung)

Als Variablen im Modell bieten sich die Werte mit den höchsten Korrelationskoeffizienten und einem möglichst linearen Zusammenhang mit dem Spotpreis an. Wie schon von Kristiansen (2014) ausgewählt, zeigen die Variablen Lag-Inflow und Delta-Res. Level das größte Potential. Da beide Variablen jedoch stark miteinander korrelieren, soll das Modell mit verschiedenen Input-Kombinationen getestet werden und anhand der Anpassungsgüte in der In-Sample-Periode die Variablen definiert werden.

Das erweiterte Modell soll einem Autoregressive Moving Average Exogeneus-Modell folgen, in Kombination mit einem Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic-Prozess, der die bedingte Varianz beschreibt (ARMAX(p,q)-GARCH(r,s)). ARCH-Prozesse sind derart definiert, dass sie die Varianz des Fehlerterms nicht als unabhängig annehmen, sondern die bedingte Varianz der Fehlerterme in Abhängigkeit zu den Vergangenheitswerten der Fehlerterme modellieren (Weron 2006, S. 113). Für ARCH-Prozesse gilt nach Engle (1982):

$$\varepsilon_t = \sigma_t \cdot W_t \quad \text{mit} \quad \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \cdot \varepsilon_{t-i}^2$$

mit $W_t = \text{White} - \text{Noise}$

Die von Bollerslev (1986) vorgeschlagene Erweiterung zum Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic-Modell (GARCH-Modell) erweitert die Varianz um einen Autoregressiven-Part, so dass die Varianz nicht nur von der

Vergangenheit der Fehlerterme, sondern auch von den eigenen Vergangenheitswerten abhängt. Es gilt:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \cdot \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Betrachtet man die Prozesse separat, ist die bedingte Varianz des ARMAX-Prozesses konstant und der bedingte Mittelwert zeitabhängig, wohingegen bei einem GARCH-Prozess die bedingte Varianz zeitabhängig und der bedingte Mittelwert konstant ist. Die Kombination eines ARMAX-GARCH-Prozesses lässt sich so verstehen, dass durch den ARMAX-Prozess der bedingt Mittelwert modelliert wird, während der GARCH-Prozess die bedingte Varianz modelliert (Garcia et al. 2005, S. 3). Das ARMAX-GARCH-Modell wurde mit verschiedenen Eingangsparametern, sowie unterschiedlichen (p,q),(r,s) Werten getestet. Da der alpha-Koeffizient in allen Modellen nahe Null lag und einen p-Wert nahe 1 aufwies, wird im folgenden ein GARCH(0,1)-Prozess betrachtet (entspricht ARCH(1)). Die Lagzahl des GARCH(0,1)-Prozesses wurde konstant gehalten. Im Gegensatz zu einer normalen Regression, kann das Modell nicht mit dem OLS-Verfahren geschätzt werden, sondern muss mithilfe des Maximum-Likelihoods-Schätzers (ML-Schätzer) gelöst werden (Garcia et al. 2005, S. 3). Die gesamten Ergebnisse der unterschiedlichen Modellkombinationen sind in Tabelle 14 im Anhang aufgelistet. Als Gütekriterium dienen dabei sowohl der MAPE, als auch das AKAIKE-Informationskriterium (AIC). Das AIC folgt der Formel $AIC = \ln(\hat{\sigma}^2) + \frac{2K}{T}$, mit $\hat{\sigma}^2$ als Varianz der Residuen, K als Anzahl der erklärenden Variablen und T als Stichprobengröße (Winker 2010, S. 251). Daraus folgt, dass das AIC möglichst minimiert werden sollte, da kleinere Varianzen der Fehlerterme einen höheren Erklärungsgehalt des Modells bedeuten. Somit bestraft das Kriterium Modelle mit mehr Regressoren.

4.2 Auswertung der Modellergebnisse

Die beste Anpassungsgüte hatte das ARMAX(2,1)GARCH(1,1)-Modell (im folgenden ARMAX-G) mit den Variablen Lag-Inflow und Lag-Res.Level als exogene Inputfaktoren. Zu beachten ist, dass in diesem Fall nicht mehr die Änderung der Res.Level betrachtet wird, sondern die wöchentlichen prozentualen Reservoir Level. Die Ergebnisse des Modells im Zeitraum 2013/2014 sind in Tabelle 12 dem myopischen Modell gegenübergestellt. Als Kriterien sind der MAPE, die Squared Sums of Residuals (SSR) und das Bestimmtheitsmaß dargestellt. Außerdem werden die Modellkoeffizienten des erweiterten Modells angegeben. Man kann in Tabelle 12 erkennen, dass das ARMAX-G-Modell eine höhere An-

Tabelle 12: Vergleich des ARMAX(2,1)GARCH(1,1)-Modells mit einem myopischen Ansatz

Modellvergleich	ARMAX(2,1)G(0,1)	Myopic-Model
MAPE	5.3726%	5.9422%
SSR	0.4771	0.6404
R ²	0.8080	0.7568

ARMAX-GARCH-Koeffizienten			
	Estimate	Std. Error	p-Wert
ar1	0.1917	0.080355	0.0170
ar2	0.5872	0.074342	0.0000
ma1	1.0000	0.004901	0.0000
Inflow _{t-1}	-0.0128	0.000612	0.0000
Res.Level _{t-1}	-0.1808	0.043667	0.0000
omega	0.0000	0.000338	0.9432
beta1	0.9931	0.077329	0.0000

passungsgüte als das myopische Modell besitzt. Fraglich ist jedoch, ob eine Verbesserung in diesem Ausmaß den deutlich erhöhten Aufwand zur Schätzung des ARMAX-G-Modells rechtfertigt. Beide Modelle sind mit Bestimmtheitsmaßen in der Ordnung von 0.75 bis 0.8 als nur bedingt Aussagekräftig einzustufen. In Abbildung 7 lässt sich erkennen, dass die Residuen des ARMAX-GARCH-Prozesses in der In-Sample-Periode keine signifikante Autokorrelation aufweist. Dies deutet an, dass wir keinen systematischen Fehler in der Modellierung der Preiszeitreihe mehr besitzen, die heteroskedastische Struktur der Spotpreise wurde erfolgreich modelliert.

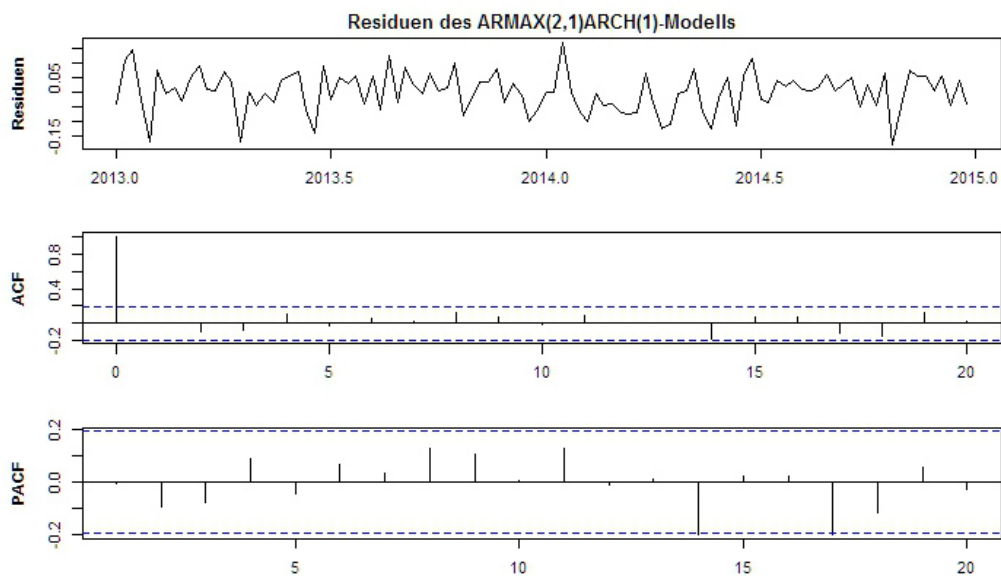


Abbildung 7: Residuen des ARMAX(2,1)-G-Modells aus der In-Sample Periode 2013/2014 (Eigene Darstellung)

In Tabelle 13 sind die Out-of-Sample-Ergebnisse des ARMAX(2,1)-G-Modells angegeben⁴. Als Benchmark dient ein ARX(1)GARCH(0,1) mit den gleichen Inputvariablen.

Die Werte der Prognosen sind den Abbildungen 8 und 9 dargestellt, welche die

Tabelle 13: Ergebnisse des Out-Of-Sample-Tests des ARMAX-G-Modells - MAPE, mean error und abs. mean error

Modell	ARMAX(2,1)-G(0,1)	ARX(1)-G(0,1)
MAPE	11.75%	4.05%
ME	8.4097	5.7511
MAE	19.9836	5.9559

Struktur der beiden Prozesse (ARMAX-G Abbildung 8, ARX-G Abbildung 9) veranschaulicht. Aus den Werten in Tabelle 13 geht hervor, dass das ARX(1)-G-Modell in der Prognose deutlich besser abschneidet, als das ARMAX(2,1)-G-Modell, obwohl das ARMAX-G-Modell in der In-Sample-Periode eine bessere Güte aufweist. Dies lässt sich darauf zurückführen, dass das ARMAX-G-Modell durch den MA-Anteil eine deutlich volatilere Struktur aufweist, da die Schocks der letzten Perioden einen größeren Einfluss haben und in die Varianz der Fehlerterme stärker einstreuen. Bei Zeitreihen mit deutlich höherer Varianz kann dies von Vorteil sein und eine bessere Modellierung schaffen, in diesem Beispiel führt der MA-Anteil, besonders in Zeiten niedriger Varianz, zu einer extremen Oszillation um die wahren Werte (Abbildung 8). Diese periodische Struktur deutet auf eine systematisch falsche Parametrisierung des Modells hin, anders formuliert sind die Residuen in der Out-of-Sample-Periode stark autokorreliert und damit ist das geschätzte ARMAX-G-Modell kein optimales Prognosemodell. Weitere Untersuchungen könnten im folgenden das ARX-G-Modell näher untersuchen und mit einem reinen AR-Prozess vergleichen, um den Einfluss des GARCH-Modells zu bewerten.

Insgesamt lässt sich feststellen, dass die Erweiterung durch einen GARCH-Anteil bei den vorliegenden Spotpreisen in der Theorie eine sinnvolle Erweiterung ist, da die heteroskedastische Struktur der Preise berücksichtigt und modelliert wird. Dies ist allerdings verbunden mit einer aufwendigeren Prognose und bietet keine signifikant bessere Güte als das myopische Modell in der In-Sample-Periode. In der Out-of-Sample-Periode bringt das simplere ARX-G-Modell die deutlich höhere Anpassungsgüte hervor und ist damit dem ARMAX-G-Modell vorzuziehen.

⁴Dem Prinzip nach kann das myopische Modell nicht in einem statischen Out-Of-Sample getestet werden, da sich das kurzsichtige Modell immer auf den aktuellen Spotpreis bezieht, welcher außerhalb des In-Samples nicht verfügbar ist. Bezieht man sich auf den letzten Prognosewert, würde sich ein fester Koeffizient als Prognose einstellen

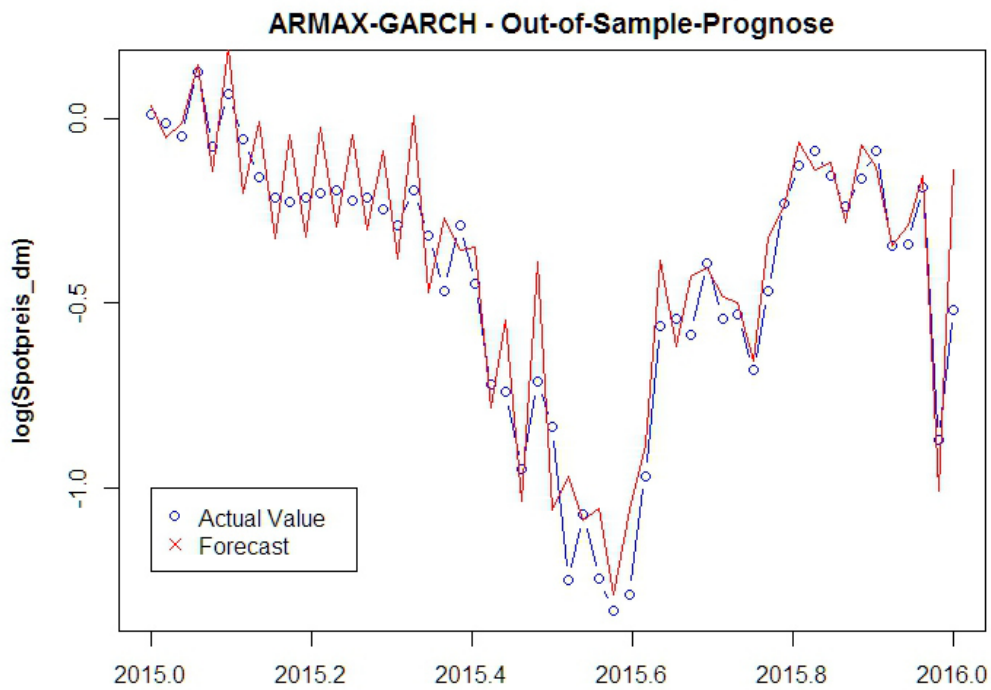


Abbildung 8: Vergleich der Out-of-Sample-Prognose des ARMAX-Modells mit den realen Preisen im Jahr 2015 (Eigene Darstellung)

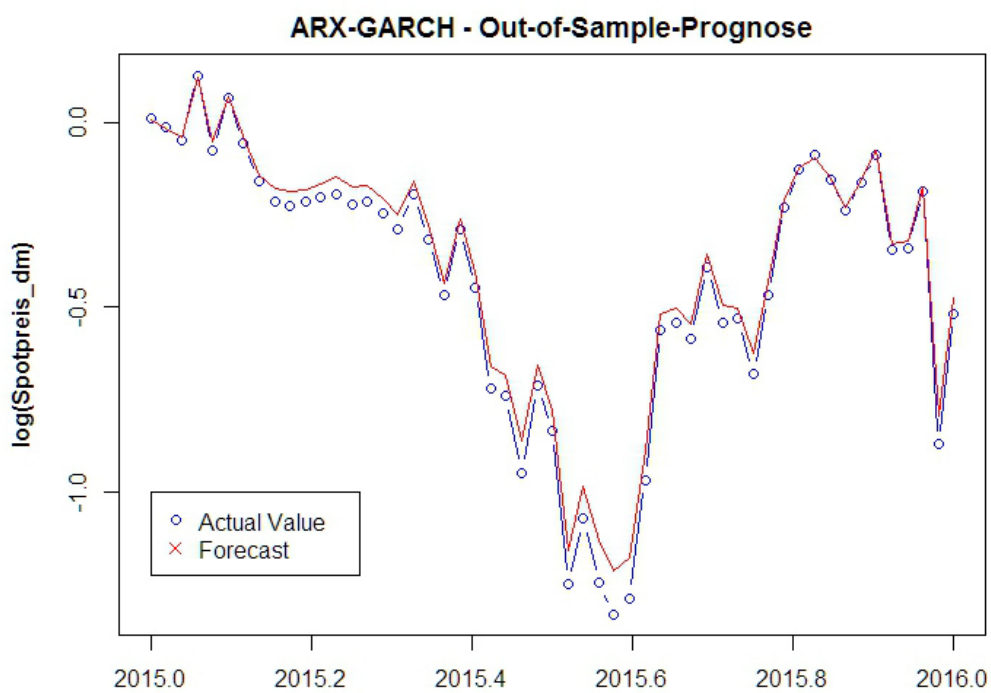


Abbildung 9: Vergleich der Out-of-Sample-Prognose des ARX-Modells mit den realen Preisen im Jahr 2015 (Eigene Darstellung)

5 Zusammenfassung

Durch den hohen Anteil an Wasserkraft, an der Stromerzeugung im Nordischen Strommarkt, besteht ein enger Zusammenhang zwischen den Strompreisen und den Reservoirständen der Wasserkraftwerke. Der Zusammenhang wurde untersucht und mit einer negativen Korrelation von 0.4 quantifiziert. Das durch diese Korrelation motivierte ARX-Modell von Kristiansen (2014) wurde erläutert und reproduziert. Das Zeitreihenmodell besteht aus einem autoregressiven Lag und zwei exogenen Variablen, welche die Wasserkraftwerke beschreiben. Das Modell wurde in einer In-Sample-Periode getestet und erreicht ein Bestimmtheitsmaß von 0.95. In Bezug auf das Gütekriterium MAPE wird das Modell dennoch von dem simplen Ansatz, den Futurepreis für nächste Woche, als Spotpreisprognose für die nächste Woche zu nutzen, übertroffen. Das Regressionsmodell konnte reproduziert und die Koeffizienten, sowie die Gütekriterien bestätigt werden. Aufgrund von Autokorrelation in den Residuen des Modells, sowie der grafischen Auswertung der Preiszeitreihe, wurde die These aufgestellt, dass die Spotpreise eine heteroskedastische Struktur aufweisen. Diese Struktur sollte in einem erweiterten Modell, durch die Modellierung der Varianz mithilfe eines GARCH-Modells, abgebildet werden. Der bedingte Mittelwert wurde durch ein ARMAX-Modell dargestellt. Zusammengefasst wurden verschiedene Parametrisierungen des ARMAX-GARCH-Modells in einer In-Sample-Periode getestet. Ausgewählt nach den Kriterien MAPE und AIC wurde ein ARMAX(2,1)-GARCH(0,1)-Modell, mit zwei exogenen Variablen, als optimal identifiziert. In der In-Sample-Periode liefert dieses Modell eine höhere Güte als ein myopisches Modell, welches den aktuellen Spotpreis als Prognose für die nächste Woche nutzt. Der Aufwand zur Schätzung des ARMAX-G-Modells ist, im Vergleich zum myopischen Modell, jedoch deutlich höher. In der Out-of-Sample-Periode wurde das ARMAX(2,1)-G-Modell und ein ARX(1)-G-Modell getestet. Das ARX(1)-G-Modell erreicht dabei eine deutlich höhere Anpassungsgüte, mit einem MAPE von 4.05%. Das ARMAX-G-Modell oszilliert außerordentlich stark und liefert eine scheinbar systematisch verzerrte Prognose.

Das Ziel, eine simple, aber möglichst zuverlässige Preisprognose für den Nord Pool Spotmarkt zu erstellen, wurde somit nur mit Einschränkungen erreicht. Die Arbeit zeigt jedoch kritische Punkte in der Modellwahl auf und liefert grundlegende Erkenntnisse über die Struktur der Spotpreise, die für weitere Untersuchungen genutzt werden können. Besonderes Potential für weiterführende Arbeiten hat die tiefergehende Parametrisierung des GARCH-Modells und die optimierte Schätzung der GARCH-Koeffizienten.

Literaturverzeichnis

- Bollerslev, T. (1986), ‘Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity’, *Journal of Econometrics* **Volume 31**, S. 307 – 327.
- Botterug, A., Kristiansen, T. & Ilic, M. (2010), ‘The relationship between spot and futures prices in the nord pool electricity market’, *Energy Economics* **Volume 32**, S. 967–978.
- Box, G. E. P. & Pierce, D. A. (1970), ‘Distribution of residual autocorrelations in autoregressive-integrated moving average time series models’, *Journal of the American Statistical Association* **Volume 65**, S. 1509–1526.
- Burger, M., Graeber, B. & Schindlmayr, G. (2014), *Managing Energy Risk - An Integrated View on Power and Other Energy Markets*, 2 edn, John Wiley & Sons, New York.
- Engle, R. (1982), ‘Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation’, *Econometrica* **Volume 50**, S. 987 – 1007.
- FTP-Server der Nord-Pool-Spot (2016), www.nordpoolspot.com. Zugang zu dem Datenarchiv über FTP-Server auf Anfrage.
- Garcia, R., Contreras, J., van Akkere, M. & Garcia, J. B. (2005), ‘A garch forecasting model to predict day-ahead electricity prices’, *IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS* **Volume 20**, Nr. 2, S. 867–874.
- Hamilton, J. D. (1994), *Time Series Analysis* -, Princeton University Press, Chichester, West Sussex.
- Keles, D., Scelle, J., Paraschiv, F. & Fichtner, W. (2016), ‘Extended forecast methods for day-ahead electricity spot prices applying artificial neural networks’, *Applied Energy* **Volume 162**, S. 218–230.
- Kosater, P. & Mosler, K. (2006), ‘Can markov regime-switching models improve power-price forecasts? evidence from german daily power prices’, *Applied Energy* **Volume 83**, S. 943–958.
- Kristiansen, T. (2014), ‘A time series spot price forecast model for the nord pool market’, *International Journal of Electrical Power and Energy Systems* **Volume 61**, S. 20–26. Dänemark.
- Larsson, E., Laymann, J., Danielssen, B., Vik, M. & Nora, M. (2014), Nordic market report 2014 - development in the nordic electricity market, Technical report, NordREG. Nordic Energy Regulators.

- NordPoolSpot (2016), 'Annual report 2015 - power without borders'. Download unter: www.nordpoolspot.com/About-us/Annual-report/ (Zugriff am 09.03.2017).
- Ruppert, D. & Matteson, D. S. (2015), *Statistics and Data Analysis for Financial Engineering - with R examples*, 2. Aufl. edn, Springer, Berlin, Heidelberg.
- Schlittgen, R. (2012), *Einführung in die Statistik - Analyse und Modellierung von Daten*, Walter de Gruyter, Berlin.
- Tangeras, T. & Fridolfsson, S.-O. (2016), 'Market power in the nordic electricity wholesale market: A survey of the empirical evidence', *Energy Policy* **Volume 162**, S. 218–230. Stockholm, Sweden.
- Torro, H. (2009), 'Electricity futures prices: some evidence on forecast power at nordpool', *Journal of Energy Markets* **Volume 2, Nr.3**, S. 3–26.
- Weron, R. (2006), *Modeling and Forecasting Electricity Loads and Prices - A Statistical Approach*, John Wiley & Sons, New York.
- Weron, R. (2014), 'Electricity price forecasting: A review of the state-of-the-art with a look into the future', *International Journal of Forecasting* **Volume 30**, S. 1030–1081.
- Winker, P. (2010), *Empirische Wirtschaftsforschung und Ökonometrie* -, 3. Aufl. edn, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York.

Anhang

Tabelle 14: Vergleich der MAPEs und AICs verschiedener ARMAX-GARCH-Parametrisierungen

Exogene Variable	AIC	MAPE
ARMAX(1,0)-GARCH(0,1)		
Inflow _{t₁}	-2.2516	5.84%
Res. Level _{t₁}	-2.2529	5.77%
Inf _{t₁} + Res. Level _{t₁}	-2.2807	5.61%
Δ Inf _{t₁} + Δ Res. Level _{t₁}	-2.2829	5.67%
Inf _{t₁} + Δ Res. Level _{t₁}	-2.2511	5.66%
ARMAX(1,1)-GARCH(0,1)		
Inflow _{t₁}	-2.3120	5.56%
Res. Level _{t₁}	-2.3089	5.53%
Inf _{t₁} + Res. Level _{t₁}	-2.3181	5.47%
Δ Inf _{t₁} + Δ Res. Level _{t₁}	-2.3009	5.51%
Inf _{t₁} + Δ Res. Level _{t₁}	-2.3038	5.51%
ARMAX(2,0)-GARCH(0,1)		
Inflow _{t₁}	-2.2886	5.59%
Res. Level _{t₁}	-2.2998	5.52%
Inf _{t₁} + Res. Level _{t₁}	-2.3083	5.49%
Δ Inf _{t₁} + Δ Res. Level _{t₁}	-2.3069	5.52%
Inf _{t₁} + Δ Res. Level _{t₁}	-2.3001	5.48%
ARMAX(2,1)-GARCH(0,1)		
Inflow _{t₁}	-2.4032	5.44%
Res. Level _{t₁}	-2.3738	5.58%
Inf _{t₁} + Res. Level _{t₁}	-2.4148	5.37%
Δ Inf _{t₁} + Δ Res. Level _{t₁}	-2.3601	5.58%
Inf _{t₁} + Δ Res. Level _{t₁}	-2.3928	5.42%

Eidesstattliche Erklärung

Ich versichere an Eides statt durch meine Unterschrift, dass ich die vorstehende Arbeit selbständig und ohne fremde Hilfe angefertigt und alle Stellen, die ich wörtlich oder annähernd wörtlich aus Veröffentlichungen entnommen habe, als solche kenntlich gemacht habe, mich auch keiner anderen als der angegebenen Literatur oder sonstiger Hilfsmittel bedient habe. Die Arbeit hat in dieser oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegen.

Essen, 10.03.2016

Lennart Wittchen