

Zadanie 1 (2p) Znajdź optymalny kontrakt (zarówno FB jak i SB) dla przykładu: $A = \{0, 1\}$, $q \in \{0, 10\}$, $\pi_{10}(0) = 0.1$, $\pi_{10}(1) = 0.9$, $U(I, a) = \ln(I) - a$, gdzie $\bar{U} = 0$, a pryncypał jest neutralny względem ryzyka. Policz "stratę" pryncypała wynikającą z tego, że nie może obserwować akcji agenta. Narysuj rysunek ilustrujący optymalne rozwiązanie.

Zadanie 2 (3p) Agent o awersji do ryzyka (przedsiębiorca) chce rozpocząć projekt o początkowej inwestycji I . Agent nie ma pieniędzy i musi je zdobyć od pryncypała (pożyczkodawca). Zwrot (dochód) z projektu jest losowy i wynosi \bar{V} z $\pi(e)$ oraz \underline{V} z $1 - \pi(e)$, gdzie $e \in \{0, 1\}$ to nakład pracy po stronie agenta. $\bar{V} > \underline{V}$ oraz $\pi(1) > \pi(0)$. Kontrakt finansowy $\{\bar{z}, \underline{z}\}$ specyfikuje kwotę do oddania w zależności od wyniku projektu. Użyteczność agenta to $u(x) - e$, gdzie x to dochód po zwrocie pożyczki. Opcja zewnętrzna to \bar{u} .

- zapisz problem pryncypała, który chce zaimplementować akcję $e = 1$.
- bez rozwiązania problem scharakteryzuj optymalny rozwiązanie.
- niech pryncypał chce zaimplementować $e = 1$ pw. otrzymania jedynie nieujemnych zwrotów (w każdym przypadku). Jaki jest najwyższy poziom I , który zechce pożyczyć? Porównaj do rozwiązanie FB.

Zadanie 3 (3p) Na zajęciach analizowaliśmy model pokusy nadużycia z dwoma akcjami, w którym pryncypał był neutralny względem ryzyka. Odtwórz analizę dla modelu gdzie pryncypał będzie miał preferencje $\sum_i u(q_i - I_i)\pi_i(a)$, a u będzie rosnące, różniczkowalne oraz ostro wklęsłe (a więc z awersją do ryzyka).

Zadanie 4 (3p) Rozpatrz model jak analizowany na zajęciach z dwoma akcjami i dwoma wynikami produkcji. Odtwórz analizę (FB oraz SB) dla modelu, jak na zajęciach ale z ograniczoną odpowiedzialnością agenta, tzn. z ograniczeniem że wynagrodzenie, które otrzymuje agent (bez względu na wyniki) musi być nieujemne.

Zadanie 5 (3p) Dla przypadku kontinuum akcji udowodnij, że jeżeli $f(q|a)$ ma MLRP to $\frac{f_a(q|a)}{f(q|a)}$ jest rosnące z q .