

Zadanie 1 (3p) Rozpatrzmy problem rolnika, którego preferencje są opisane przez $u(w) = \sqrt{w}$, gdzie w określa poziom jego zbiorów. Rolnik z doświadczenia zna kaprysy pogody i jest w stanie określić, że z prawdopodobieństwem p rok będzie urodzajny, a z prawdopodobieństwem $(1 - p)$ okolice nawiedzi kataklizm niszczący większość jego zbiorów. Obecnie majątek rolnika wynosi w . Jeśli nadejdzie urodzaj, zbiory rolnika będą miały wartość $w + x$. Jeśli nadejdzie kataklizm, zbiory będą warte tylko $w - x$. Dla $w > x > 0$:

- (i) Zapisz użyteczność oczekiwaną rolnika.
- (ii) Załóżmy, że rolnik może się ubezpieczyć, tj. płacąc składkę y przenieść całe ryzyko na ubezpieczyciela. Ile maksymalnie będzie skłonny zapłacić rolnik za pełne ubezpieczenie?
- (iii) Sprawdź jak (maksymalna) wysokość składki z poprzedniego punktu zależy od x , p i w .
- (iv) Dla jakiego p wartość składki będzie najniższa (najwyższa)?

Zadanie 2 (2p) Konsument 1 posiada preferencje opisane za pomocą $u_1(x_A, x_B) = x_A + x_B$, a konsument 2 preferencje zadane przez $u_2(x_A, x_B) = \max\{x_A, x_B\}$. Początkowy zasób każdego z nich to $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.

- (i) Naskicuj powyższy przykład wykorzystując diagram Edgewortha.
- (ii) Jaka jest relacja cen p_A do p_B w ADCE?
- (iii) Jaka alokacja jest obrana w równowadze ADCE?

Zadanie 3 (5p) Rozpatrz gospodarke z jednym konsumentem i jedną firmą. Konsument posiada początkowy zasób kapitału w wysokości k_0 , oraz jednostkę czasu wolnego, którą może rozdzielić pomiędzy pracę (l) i czas wolny (n) (tym samym $l + n = 1$). Konsument wynajmuje firmie swój kapitał po cenie r oraz pracę, otrzymując wynagrodzenie w . Cały swój dochód przeznacza na konsumpcję, którą nabywa po zadanej cenie p . Preferencje konsumenta są opisane za pomocą $u(c, n) = c^\alpha n^{1-\alpha}$.

Firma wynajmuje od konsumenta pracę i kapitał po zadanych cenach w i r , aby zmaksymalizować zysk z produkcji dobra konsumpcyjnego, uzyskiwanego za pomocą technologii opisanej przez $f(K, L) = K^\beta L^{1-\beta}$. Firma sprzedaje dobro konsumpcyjne po zadanej cenie p .

- (i) Pokaż, że niezależnie od ceny r , konsument będzie wynajmował cały swój kapitał początkowy k_0 .
- (ii) Zapisz problem konsumenta i odpowiadającą mu funkcję Lagrange'a, a następnie podaj warunki pierwszego rzędu na optymalny poziom c , l oraz n .
- (iii) Zapisz problem firmy, a następnie podaj warunki pierwszego rzędu na maksymalizację jej zysku.
- (iv) Znajdź ceny r , w , p , oczyszczające rynek. Podaj alokację c , l , n , k obierane w równowadze Arrow-Debreu.