

**Zadanie 1 (2p)** Rozpatrzmy model Solowa z funkcją produkcji Cobba-Douglasa postaci  $F(k, l) = k^\alpha l^{1-\alpha}$  gdzie  $1 > \alpha > 0$ . Niech  $y^*(s)$  oznacza poziom produkcji w stanie ustalonym jako odwzorowanie stopy oszczędności  $s$ .

- Oblicz  $\frac{y^*(s)}{y^*(0.22)}$ ,
- Najbiedniejsze kraje świata mają poziom PKB pc na poziomie  $\frac{1}{30}$  PKB pc USA. Przyjmując, że dla gospodarki USA  $s = .22$ , a pozostałe parametry opisujące te gospodarki (funkcja produkcji oraz stopa deprecjacji) są takie same wyznacz wzór na stopę oszczędności kraju biednego wyjaśniającą takie rozpiętości w PKB pc,
- Wykorzystując wzory z punktu b) oblicz poziom  $s$  wyjaśniający omawiane rozpiętości dla  $\alpha = .15, .5, .85$ .

**Zadanie 2 (2p)** Przyjmijmy że okres w modelu Solowa wynosi 1 rok. Rozpatrzmy funkcję produkcji Cobba-Douglasa postaci  $F(k, l) = k^\alpha l^{1-\alpha}$ . Niech  $s = .2$ ,  $\delta = .09$  a  $\alpha = .15, .45, .85$ .

- Dla każdej wartości  $\alpha$  wyznacz (na komputerze) poziom kapitału w stanie ustalonym oraz minimalną liczbę okresów koniecznych na przejście od  $.1k^*$  do  $.55k^*$ , od  $.6k^*$  do  $.8k^*$  oraz od  $.9k^*$  do  $.95k^*$  (A więc dla każdego okresu początkowego oblicz liczbę okresów (lat) niezbędnych dla przejścia połowy drogi do stanu ustalonego). Wyniki podsumuj w tabelce.
- Rozparz funkcję produkcji  $F(k, l) = Ak^\alpha l^{1-\alpha}$ . Dla  $\alpha = .3$  powtórz obliczenia punktu a) dla  $A = 2$  oraz  $A = 4$ .
- Jaki wpływ na tempo konwergencji mają parametry  $\alpha$  oraz  $A$ ? Podaj wyjaśnienie ekonomiczne.

**Zadanie 3 (2p)** Na zajęciach założyliśmy, że funkcja  $f$  jest ostro wypukła. Rozpatrz model Solowa, ale przy założeniu  $f(k) = Ak$ , gdzie  $A = \text{const.} > 0$ .

- Narysuj zależność  $k_{t+1}$  od  $k_t$ .
- Uargumentuj, że taka gospodarka nie będzie miała dodatniego stanu ustalonego poza szczególnym warunkiem (jakim?)
- Założ, że  $sA < \delta$ . Jakie jest asymptotyczne zachowanie kapitału w takiej gospodarce? Czy gospodarka ma BGP? Ile? Jakie jest tempo zmiany kapitału na tych BGP?
- Założ, że  $sA > \delta$ . Pokaż, że gospodarka ma kontinuum BGP, ale każda ma takie samo tempo wzrostu (jakie?).

**Zadanie 4 (2p)** W tym zadaniu rozpatrzysz model wzrostu Solowa bez postępu technologicznego, ale ze wzrostem populacji (identycznych, reprezentatywnych, pracujących gospodarstw domowych). Niech  $N_t$  oznacza wielkość populacji w okresie  $t$  z  $N_0 = 1$  i stałym tempem wzrostu  $N_t$  na poziomie  $1 + \gamma_N$ . Wykorzystując metody analizy w modelu Solowa dla postępu technologicznego wzbogacającego pracę:

- pokaż, że rozpatrując wartości  $c, k, y$  per capita gospodarka ma stan ustalony i  $k_{pc}$  zbiega (monotonicznie) to tego poziomu,
- rozpatrz i wyjaśnij ekonomicznie dynamikę konsumpcji pc dla dwóch identycznych gospodarek z różnym tempem wzrostu populacji,

- c) rozpatrz gospodarkę ze stałym tempem wzrostu populacji w stanie ustalonym. Graficznie poddaj analizie wpływ jednookresowej zmiany wielkości populacji (odpływ pracowników za granicę, po której tempo wzrostu populacji wraca do poprzedniego poziomu  $1 + \gamma_N$ ) na per capital wartości  $y, k, c$ .

**Zadanie 5 (2p)** W modelu wzrostu optymalnego niech  $f(k) = k^\alpha$ , dla  $\alpha = 1/3$ ,  $\beta = .96$ ,  $\delta = .08$ . Preferencje są zadane funkcją  $u(c) = \frac{1}{1-\sigma} c^{1-\sigma}$  dla  $\sigma = 1.01$ . Stosunek kapitału początkowego do kapitału w stanie ustalonym wynosi  $\lambda = .1$ .

- a) Oblicz stan ustalony dla modelu wzrostu optymalnego, i wyznacz  $k_0$ .
- b) Oblicz jaka część produktu (w stanie ustalonym) jest przeznaczana na inwestycje w modelu wzrostu optymalnego i oznacz tą liczbę przez  $s$
- c) Oblicz ścieżkę akumulacji kapitału dla modelu Solowa z obliczoną powyżej stopą  $s$
- d\*) Oblicz ścieżkę akumulacji kapitału dla modelu wzrostu optymalnego<sup>1</sup>
- e\*) Na jednym wykresie porównaj obie ścieżki (Solow vs. model wzrostu optymalnego). Opisz i ekonomicznie wyjaśnij różnice w obu ścieżkach.

---

<sup>1</sup>Wykorzystaj jedną z metod omówionych na zajęciach: shooting, dyskretyzacja, albo wydłużanie horyzontu czasowego.