Łukasz Patryk Woźny
email: lukasz.wozny@sgh.waw.pl
`akson.sgh.waw.pl/~lw23957`
semestr zimowy 2007
konsultacje: 18.40-19.40, poniedziałek, KTSR

Lista zadań - mikroekonomia II

Lista zadań:

Czynnik czasu	[2]: 2.39,2.40,2.41.
Teoria konsumenta	[CN]: 1.2.12-14, 1.2.17, 1.2.28, 1.2.38, 1.3.21-22, 1.4.22, 1.4.39 oraz [2]: 2.1-2.4, 2.7, 2.9, 2.10.
Teoria gier	gry podane na zajęciach
Wybór w warunkach ryzyka	[CN]: 6.3.1, 6.3.7, 6.3.9, 6.3.11.
Aukcje. Problem pryncypała i agenta	na zajęciach
Teoria producenta	[CN]: 2.4.23, 2.4.26.
Oligopol	[CN]: 5.4.9, 5.4.17, 5.4.20, 4.4.1, 4.4.10.
Teoria równowagi ogólnej i dobrobyt	[CN]: 8.4.1, 8.4.10.
Niesprawności mechanizmu rynkowego	[CN]: 9.4.3, 9.4.4, 9.4.10.

Literatura

[2] Zbiorek 2. Ktsr. `akson.sgh.waw.pl/~lw23957`.

[CN] E. Czarny and E. Nojszewska. *Mikroekonomia. Zbiór zadań.* PWE, 2000.

1 Zbiorek 1

2 Zbiorek 2

Oznaczenia: p - cena, X, Y - dobra (lub produkcja), C - koszty, FC - koszty stałe, VC - koszty zmienne, R - utarg (sprzedaż), L - nakłady pracy, K - nakłady kapitału, w - płaca, v - cena jednostki kapitału, U - użyteczność, m - dochód konsumenta, ε - elastyczność cenowa popytu. Litery T, A, M - oznaczają odpowiednio całkowite, jednostkowe (przeciętne), krańcowe (np. AVC - przeciętne koszty zmienne).

Teoria konsumenta

Zadanie 2.1 *Adam osiąga zadowolenie z* 3 *dóbr: muzyki* (M)*, wina* (W) *i sera* (S)*. Jego funkcja użyteczności ma postać:* $U(M, W, S) = M + 2W + 3S$.

- *Zakładając, że „konsumpcja" muzyki wynosi* 10*, skonstruuj krzywe obojętności dla* $U = 40$ *i* $U = 70$.
- *Pokaż, że MRS wina na ser jest stała dla wszystkich wartości* W *i* S *na krzywych obojętności.*

Zadanie 2.2 *Narysuj krzywą obojętności dla poniższych funkcji użyteczności: (i)* $U(X, Y) = 3X + Y$, *(ii)*$U(X, Y) = (XY)^{\frac{1}{2}}$, *(iii)* $U(X, Y) = (X^2 + Y^2)^{\frac{1}{2}}$, *(iv)* $U(X, Y) = X^{\frac{2}{3}}Y^{\frac{1}{3}}$, *(v)* $U(X, Y) = \ln X + \ln Y$.

Zadanie 2.3 *Masz następujące krzywe użyteczności: (i)* $U(X, Y) = XY$, *(ii)* $U(X, Y) = X^2Y^2$, *(iii)* $U(X, Y) = \ln X + \ln Y$. *Pokaż, że każda z nich charakteryzuje się malejącą MRS, ale wykazują się one stałą, rosnącą i malejącą użytecznością krańcową względem każdego dobra.*

Zadanie 2.4 *Zadowolenie Kowalskiego z posiadania dóbr* X *i* Y *dane jest funkcją użyteczności jak w zadaniu 2.2 (iii). Jakie będzie maksimum użyteczności Kowalskiego jeśli ceny* $p_x = 3$, $p_y = 4$, *i ma on do wydania* 50 *zł.*

Zadanie 2.5 *Pan A. czerpie zadowolenie z picia martini (M) w proporcji do ilości drinków:* $U(M) = M$. *Warunkiem jednak tej satysfakcji jest zmieszanie martini z 2 częściami ginu (G) i* 1 *częścią vermouthu (V). Tym samym prawdziwa funkcja użyteczności pana A.:* $U(M) = U(G, V) = \min(\frac{G}{2}, V)$. *Narysuj krzywą obojętności w funkcji* G *i* V *dla różnych poziomów użyteczności. Pokaż, że niezależnie od cen obu dodatków pan A. nigdy nie zmieni sposobu mieszania martini.*

Zadanie 2.6 *Niech funkcja użyteczności* $U(X, Y) = (XY)^{\frac{1}{2}}$. *(i) jeżeli* $p_x = 20$, $p_y = 10$, *dochód* $m = 200$ *to ile należy kupić* X *i* Y *by zmaksymalizować użyteczność? (ii) obliczyć funkcje indywidualnego popytu na* X *i* Y *jako funkcje* p_x *i* p_y.

Zadanie 2.7 *Jeśli konsument ma funkcję użyteczności* $U(X, Y) = XY^4$ *, to jaką część dochodu wyda on na dobro* Y*?*

Zadanie 2.8 *Znajdź optymalny koszyk jeżeli wiesz, że* $U(X, Y) = [X(1 + Y)]^{\frac{1}{2}}$, $p_x = 5$,$p_y = 20$, *zaś* $m = 10$. *Co zmieni się jeśli* $m = 100$*?*

Zadanie 2.9 *Znajdź optymalny koszyk dóbr jeśli wiadomo, że funkcja użyteczności ma postać* $U(X,Y) = (XY)^{\frac{1}{3}}$, $p_x = 0.5$, $p_y = 4$, *zaś ograniczenie dochodowe wynosi* 40. *Jak zmieni się optymalny koszyk jeśli dochód konsumenta podwoi się?*

Zadanie 2.10 *Konsument o którym wiadomo, że ma wypukłe preferencje i dochód w wysokości* 100 *wybrał pewien optymalny koszyk. W koszyku tym było* 20 *jednostek* X. *Ustalić ile było w koszyku dóbr* Y *i cenę* Y (p_y), *jeśli wiemy, iż* $p_x = 2$ *oraz że w punkcie optimum krańcowa stopa substytucji MRS*$= 1$.

Funkcja produkcji

Zadanie 2.11 *Kopanie robaków wymaga tylko nakładów pracy. Ilość wykopanych robaków na godzinę* (X) *dana jest funkcją* $X(L) = 100L^{\frac{1}{2}}$. *[L - nakład pracy na godzinę]. Narysuj zależność* X *od* L. *Jaka jest przeciętna produkcyjność pracy? Pokaż, że krańcowa produkcyjność pracy przy kopaniu robaków jest mniejsza od przeciętnej dla wszystkich wartości* L.

Zadanie 2.12 *Ilość wytworzonych narzędzi* (X) *dana jest przez funkcję produkcji* $X(K,L) = K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}$.

- *Jaka jest przeciętna produkcyjność pracy i kapitału?*
- *oblicz krańcową stopę technicznej substytucji MRTS dla produkcji* $X = 10$, *w punktach* (K,L): $(10,10)$, $(25,44)$, $(4,25)$. *Czy mamy do czynienia z malejącą MRTS?*

Zadanie 2.13 *Rozważ funkcję produkcji* $X(K,L) = b_0 + b_1(KL)^{\frac{1}{2}} + b_2K + b_3L$, *gdzie* $0 \leq b_i \leq 1, i = 1,2,3$. *Jeżeli ta funkcja ma wyrażać stałe przychody względem skali jakie ograniczenia należy nałożyć na* b_i? *Pokazać, że przy stałych przychodach względem skali funkcja ta wykazuje malejące produkcyjności krańcowe.*

Zadanie 2.14 *Zbadaj przychody względem skali funkcji produkcji* $X(K,L) = a(\frac{K}{L})^{\frac{1}{2}}$, *gdzie* $a > 0$. *Czy produkcyjności krańcowe względem pracy i kapitału są rosnące czy malejące?*

Zadanie 2.15 *Funkcja produkcji ma postać* $X(K,L) = K^{\frac{1}{4}}L^{\frac{1}{4}}$. *Wyznacz krótkookresowe funkcje kosztu przeciętnego i krańcowego (w krótkim okresie kapitał jest stały i wynosi* $K_0 = 16$*), jeśli wiemy, że cena jednostki kapitału* $v = 10$ *a cena jednostki pracy* $w = 2$. *Oblicz* ATC *i* MC *dla* $X = 10$.

Koszty produkcji

Zadanie 2.16 *Przedsiębiorstwo "Wesoła Lokomotywa"wytwarzające drezyny kolejowe posiada majątek trwały o wartości* 50 *mld zł i zatrudnia* 175 *osób. Roczna wielkość produkcji wynosi* 100 *szt. Obliczyć roczny zysk netto przedsiębiorstwa jeśli wiadomo, że stawka amortyzacji* 5%, *średnia płaca miesięczna -* 2 *mln zł a jednostkowy koszt materialny* 41 *mln zł. Przedsiębiorstwo zaciągnęło kredyt* 4 *mld zł oprocentowany w skali rocznej* 10%. *Cena drezyny wynosi* 120 *mln zł, a stopa podatku dochodowego wynosi* 40%.

- *Przy jakiej stopie oprocentowania kredytów zysk netto zniknie?*
- *Jaka jest minimalna wielkość produkcji zapewniająca rentowność jeśli do kosztów stałych zaliczymy amortyzację, koszty płacowe i koszty finansowe oraz wiemy, że TVC zmieniają się proporcjonalnie do wielkości produkcji?*
- *jak wyżej przyjmując, że płace stanowią koszty zmienne.*

Zadanie 2.17 *Niech w przedsiębiorstwie* $FC = 1000$, *a* $AVC = 3$ *(*$AVC=$ *const.). Jeśli firma sprzedaje po* 8 *zł/szt. jaka jest minimalna, opłacalna skala produkcji?*

Zadanie 2.18 *W przedsiębiorstwie koszt stały* $FC = 300$, *jednostkowy koszt zmienny* $AVC = 1$ *(*AVC*=const.). Firma sprzedaje swe wyroby po cenie* $p = 8$. *Dla jakiej minimalnej wielkości produkcji zysk netto wyniesie przynajmniej* 100, *jeśli ustalono stopę podatku dochodowego na* 50%*?*

Zadanie 2.19 *Dysponujemy dwiema technologiami produkcji dobra* H. *Jedna - pozwala wytworzyć w zakładzie do* 200 *sztuk* H *rocznie przy wydatkowaniu w postaci kosztów stałych* 1000 *zł i przy stałych, jednostkowych kosztach zmiennych* 2 *zł/szt. Druga, nowsza technologia wymaga* 6000 *zł kosztów stałych i* $AVC = 1$ *zł (*AVC*=const.) a maksymalna skala produkcji* 2000 *sztuk rocznie. Jeśli przewidywany popyt roczny wynosi* 1000 *szt. która z dwóch ewentualności jest bardziej opłacalna: (i) jeden zakład w nowej technologii, (ii)* 5 *zakładów w starej technice?*

Zadanie 2.20 *Funkcja produkcji ma postać* $X(S, J) = S^{\frac{1}{2}} J^{\frac{1}{2}}$. S, J *- nakłady pracy Smitha i Jonesa. Płaca za* 1 *godzinę* $w_S = 3$, $w_J = 12$. *Nakład pracy* $S = 900$. *(i) Ile godzin musi spędzić Jones by skończyć książkę o* 150, 300, 450 *stronach? (ii) jaki jest krańcowy koszt* 150 *skończonej strony?*

Zadanie 2.21 *Firma produkuje kije hokejowe. Funkcja produkcji* $X(K, L) = 2K^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}$. *W krótkim czasie* $K_0 = 100$, *koszt jednostki kapitału* $v = 1$, *płaca* $w = 4$. *i krótkookresowa funkcja kosztu całkowitego, przeciętnego? (ii) krótkookresowa funkcja kosztu krańcowego? Obliczyć* TC, ATC, MC *dla produkcji* 25 *sztuk,* 50, 100, 200.

Zadanie 2.22 *Funkcja kosztu całkowitego:* $C(X) = X^3 + 2X + 2$. FC, VC, AVC, AC, MC *=?*

Równowaga w przedsiębiorstwie

Zadanie 2.23 *Obliczyć punkt równowagi przedsiębiorstwa wolnokonkurencyjnego którego funkcja kosztu całkowitego* $C(X) = 100 + 6X + X^2$, *cena* $p = 126$. *Obliczyć utarg, zysk,* AC, MC *w punkcie równowagi. Przy jakiej cenie zysk spadnie do zera?*

Zadanie 2.24 *Niech funkcja kosztu całkowitego* $C(X) = 16 + \frac{X^2}{100}$. *Wyznaczyć funkcję podaży firmy.*

Zadanie 2.25 *Wyznaczyć krótkookresową krzywą podaży* $p(X)$*, jeśli wiemy, że koszt całkowity* $C(X) = 100 + 12X + X^2$.

Zadanie 2.26 *Funkcja produkcji dla przedsiębiorstw zajmujących się składaniem kalkulatorów jest dana* $X(L) = 2L^{\frac{1}{2}}$ *, gdzie* X *ilość produktów, a* L *nakłady pracy. Jeśli firma działa w warunkach konkurencyjnych wyznacz funkcję podaży* $X = f(p, w)$*, gdzie* p *- cena sprzedaży, zaś* w *- płaca robocza.*

Zadanie 2.27 *Przedsiębiorstwo wie, że jego utarg krańcowy* $MR(X) = 100-5X$*, a funkcja kosztu całkowitego* $C(X) = 150 + 50X$*. (X - wielkość produkcji). Oblicz maksymalny zysk firmy. (Przy zerowej produkcji utarg całkowity wynosi 0).*

Zadanie 2.28 *Przedsiębiorstwo wie, że funkcja popytu na jego wyroby ma postać:* $p(X) = 120 - 4X$*. Koszt zmienny jednostkowy* $AVC = X + 20$*, koszt stały* $FC = 400$*. Obliczyć dla jakiej wielkości produkcji przedsiębiorstwo osiąga (i) maksimum zysku, (ii) maksimum utargu, (iii) minimum całkowitego kosztu przeciętnego. (p - cena, X - produkcja).*

Zadanie 2.29 *Niech* $X(p) = 50 - 0.5p$*,* $C(X) = 50 + 40X$*. Znaleźć punkt równowagi i cenę. Elastyczność w punkcie równowagi. Porównaj z sytuacją gdy* $p(X) = 160 - 3X$*.*

Zadanie 2.30 $p(X) = -10X + 400$*,* $MC(X) = 5X + 100$*,* $FC = 0$*. Obliczyć* X*,* p*,* MC*, zysk, w stanie równowagi.*

Zadanie 2.31 $TC(X) = 0.1X^2 + 10X + 40$*. Wyznacz funkcję podaży firmy. Punkt równowagi dla* $p = 20$ *(wolna konkurencja), zysk = ?*

Zadanie 2.32 *W monopolu funkcja utargu krańcowego* $MR(X) = 100-4X$*, zaś kosztu całkowitego* $TC(X) = 8X^2 + 20X - 24$*. Jeśli w punkcie równowagi współczynnik cenowej elastyczności popytu wynosi* $\varepsilon = 3$*, to jaki jest zysk firmy?*

Zadanie 2.33 $MC = 40$*,* $FC = 50$*. Dla posegmentowanego rynku monopolistycznego* $X_1 = 32 - 0.4p_1$*,* $X_2 = 18 - 0.1p_2$*. Znaleźć punkt równowagi,* X_1*,* X_2*,* p_1*,* p_2*. Obliczyć zysk, porównać z sytuacją kiedy nie różnicuje się cen.*

Zadanie 2.34 *Załóżmy, że w gałęzi działa* 100 *identycznych firm. Każda z nich ma krótkookresową krzywą kosztu całkowitego* $C(X) = \frac{X^3}{300} - 0.2X^2 + 4X$*. Oblicz krótkookresową krzywą podaży z* X *jako funkcją ceny* p*. Zakładając brak zależności między kosztami firm w gałęzi, wylicz krzywą podaży gałęzi. Przyjmując funkcję popytu rynkowego* $Q(p) = -200p + 12000$ *wyznaczyć kombinację cena - ilość zapewniającą równowagę w gałęzi.*

Zadanie 2.35 *Na rynku ukształtowała się równowaga: sprzedaje się* 200 *szt. po* 9 *zł. Zakładając, że na rynku funkcjonują identyczne przedsiębiorstwa (w każdym* $FC = 1000$ *zł,* $AVC = 3$ *zł, maksymalna zdolność produkcyjna* 500 *szt.) ustalić ile przedsiębiorstw może utrzymać się na rynku? [przyjmujemy, że produkcja rozkłada się równomiernie między firmy]. Co zmieni się jeśli sprzedaż wynosi* 600 *szt. po* 8.5 *zł?*

Zadanie 2.36 *Respektując założenia zadania poprzedniego określić ile firm utrzyma się na rynku jeśli sprzedaje się* 600 *szt. po* 8.5 *zł , ale* AVC *wzrosło do* 4 *zł?*

Zadanie 2.37 *Niech funkcja popytu ma postać:* $p(X) = 8.5 - 0.0025X$, *gdzie* X *- podaż (popyt) gałęzi. Wszystkie firmy wytwarzające dobro* X *są identyczne:* $FC = 1000$ *zł,* $AVC = 3$ *zł, maksymalna zdolność produkcyjna* $Y = 500$ *szt. Ile przedsiębiorstw utrzyma się na rynku? Ile wytwarzać będzie pojedyncze przedsiębiorstwo przy równomiernym rozłożeniu produkcji? Co zmieni się jeżeli krzywa popytu przyjmie postać:* (i) $p(X) = 6.5-0.0025X$, (ii) $p(X) = 7.5 - 0.0025X$*? Określić maksymalną ilość przedsiębiorstw na rynku jeśli - przy pierwotnej krzywej popytu -* AVC *wzrośnie do* 4.5 *zł.*

Zadanie 2.38 *W duopolu funkcja popytu rynkowego względem ceny ma postać* $D(p) = A-p$, $A > 0$. *Obie firmy mają stałe, choć różne, koszty krańcowe produkcji odpowiednio* c_x *i* c_y. *Wylicz produkcję każdej firmy i całego rynku, cenę oraz zysk firm jeśli:* (i) *obie zachowują się zgodnie z modelem Cournota,* (ii) *jedna odgrywa rolę lidera, druga - zachowuje się zgodnie z modelem Cournota,* (iii) *pojawia się zmowa. Co by było gdyby rynek miał charakter konkurencyjny? Jak zmieniają się zyski firm pod wpływem zmiany własnych kosztów i kosztów rywala?*

Wartość pieniądza w czasie
Zakładamy zerową inflację

Zadanie 2.39 *Pewna inwestycja trwa 2 lata, a rozkład nakładów inwestycyjnych w czasie jest następujący: 1 rok -* 31 *mln zł, 2 rok -* 1 *mln zł. Obiekt funkcjonuje przez 3 lata przynosząc zyski po* 13 *mln zł rocznie. Czy inwestycja jest opłacalna? Czy coś zmieni się jeśli nakłady inwestycyjne będą rozłożone 1 rok -* 1 *mln zł, 2 rok -* 31 *mln zł?*

Zadanie 2.40 *Rozważamy kupno modemu mając do wyboru urządzenia: PL Robotics i Pyxel. Parametry urządzeń są następujące: PL Robotics: cena: 300 zł; szybkość: 15 tys. bit/sec, Pyxel: cena 1550 zł; szybkość: 27 tys. bit/sec. Roczne zapotrzebowanie na informacje jest* 30 *mld bitów. Koszt połączenia telefonicznego wynosi* 3.6 *zł/h. Okres eksploatacji urządzenia 4 lata. Które urządzenie opłaca się kupić? Co będzie, gdy zapotrzebowanie na informacje jest* 25 *mld bitów?*

Zadanie 2.41 *Czy kupiłabyś za* 120 *zł obligację o wartości nominalnej* 200 *zł i terminie wykupu za* 3 *lata, jeśli wiesz, że jej oprocentowanie wynosi* 2.5% *rocznie, stopa lokaty bankowej* 5.0%, *a stopa ryzyka* 7.0%*?*