

**Zadanie 1 (10p)** *Przypuśćmy, że produkcja firmy  $i$  jest określona przez funkcję postaci  $Y_i = K_i^\alpha L_i^{1-\alpha} K^\phi L^{-\phi}$ , gdzie  $K_i$  i  $L_i$  to ilości kapitału i pracy zatrudniane przez firmę a  $K$  i  $L$  są zagregowanymi (zsumowanymi) ilościami kapitału i pracy. Zakładamy:  $\alpha > 0$ ,  $\phi > 0$ ,  $0 < \alpha + \phi < 1$  oraz że czynniki produkcji  $K_i$  i  $L_i$  są opłacane jak na rynku doskonale konkurencyjnym, tzn.  $r = \frac{\partial Y_i}{\partial K_i}$  i analogicznie dla nakładów pracy. Przyjmijmy wreszcie, że dynamika  $K$  i  $L$  jest określona przez  $\dot{K} = sY$ ,  $\dot{L} = nL$  ( $0 < n = \text{const.}$ ,  $0 < s = \text{const.}$ ) i że  $\frac{K_i}{L_i}$  jest takie samo dla wszystkich firm.*

- Zinterpretuj postać funkcji produkcji przedsiębiorstwa i pod względem przyrostów krańcowych oraz występowania korzyści skali. Co może oznaczać obecność  $K$  i  $L$  w tej funkcji? [2p]
- Jaka jest postać  $r$  jako funkcji  $\frac{K}{L}$ ? [2p]
- Ile wynoszą  $r$  oraz  $\frac{K}{L}$  na ścieżce zrównoważonego wzrostu? [3p]
- „Jeżeli wzrost krajowych oszczędności zwiększa inwestycje krajowe to dodatnie efekty zewnętrzne kapitału mogą zmniejszyć spadek prywatnego krańcowego produktu kapitału. Stąd połączenie dodatnich efektów zewnętrznych z umiarkowanymi barierami mobilności kapitału może być źródłem konkluzji, iż kraje o wysokich oszczędnościach powinny mieć także wysokie inwestycje”. Czy wyniki powyższych obliczeń potwierdzają to rozumowanie? [3p]

**Zadanie 2 (15p)** *Dornbusch i Frenkel (1973) postulują włączenie pieniądza do gospodarki poprzez założenie, iż produkt przeznaczany na konsumpcję równa się ułamkowi produktu po odjęciu deprecjacji (tj.  $(G(k,1))$ ), gdzie ułamek produktu, o którym mowa:  $(1-L(m))$  jest rosnącą funkcją realnego pieniądza. Funkcja  $L$  spełnia następujące założenia:  $\lim_{m \rightarrow +\infty} L(m) = 0$ ,  $L(0) = 1$ ,  $L'(\cdot) < 0$ ,  $L''(\cdot) > 0$ . Gospodarstwa domowe maksymalizują funkcję użyteczności postaci:  $\int_0^{+\infty} U(c_t)e^{-\rho t} dt$ , pod warunkiem:  $\dot{c} = (1-L(m))G(k,1) + x - \pi m - \dot{m} - k$ , gdzie  $c, m, k, x$  to: konsumpcja, realne zasoby pieniądza, kapitał i transfery rządowe.*

- Zapisz Hamiltonian i wskaż zmienne stanu oraz zmienne sterujące. Nie zapomnij o warunkach transversalności. [2p]
- Wyznacz i zinterpretuj warunki konieczne do rozwiązania zadanego problemu oraz równanie Eulera. [5p]
- Wyznacz warunki na stan ustalony tej gospodarki. Czy pieniądz jest superneutralny? Czy pieniądz jest neutralny? [5p]
- Jakie są główne różnice pomiędzy omawianym modelem a modelami MIU oraz CIA? [3p]

**Zadanie 3 (15p)** *Blanchard i Fisher (1989) rozpatrują gospodarkę z nieskończonym horyzontem czasowym, w której ilość ludzi jest stała i znormalizowana do 1. Jednostki maksymalizują funkcję użyteczności postaci:  $\sum_{i=0}^{+\infty} (1+\theta)^{-i} E_t[C_{t+i} - b(C_{t+i} + V_{t+i})^2]$ , przy ograniczeniu:  $K_{t+i+1} + C_{t+i} = Y_{t+i} \equiv (1+\theta)K_{t+i}$ . Produkcja odbywa się tylko przy użyciu kapitału i technologii o stałych przyrostach stali. Jedynym źródłem niepewności są szoki preferencji w postaci  $V_t$ , których realizacja jest znana w okresie  $t$ , i gdzie  $V_t$  jest białym szumem z  $E_{t-1}[V_t] = 0$ .*

- Zapisz równanie Bellmana i wskaż zmienne stanu oraz zmienne sterujące. [2p]
- Wyznacz i zinterpretuj warunki konieczne do rozwiązania zadanego problemu oraz równanie Eulera. [5p]
- Przypuśćmy, że konsumpcja ma postać:  $C_t = \alpha + \beta K_t + \gamma V_t$ . Jakie wartości muszą przyjmować parametry  $\alpha, \beta, \gamma$  by warunek pierwszego rzędu był spełniony dla każdej wartości  $K_t$  i  $V_t$ . Opisz i wyjaśnij dynamikę konsumpcji i produktu po dodatnim szoku w okresie  $t$ . [5p]
- Jak w świetle wyników modelu zinterpretujesz zdanie: „Krótkookresowy wzrost dzisiejszej konsumpcji musi zostać opłacony niższą konsumpcją od jutra do nieskończoności”. [3p]

**Zadanie 4 (10p)** *Istnieje literatura empiryczna wskazująca, iż redukcja deficytu budżetowego poprzez ograniczenie wydatków może doprowadzić do boomu gospodarczego, podczas gdy redukcja deficytu poprzez zwiększanie podatków nie daje takich samych efektów (może wręcz prowadzić do recesji). W świetle znanych modeli teoretycznych oraz tzw. stylizowanych faktów przedyskutuj dla długiego i średniego okresu przedstawioną tezę.*