Teoria gier - lista 3
termin oddania: zajęcia 15 kwietnia

Zadanie 1 (2p) *Rozpatrz grę Maskina z poprzedniej listy. Załóżmy jednak, że gracz 2 obserwuje prawdziwy ruch gracza 1 z prawdopodobieństwem $p \in (0,1)$, a nieprawdziwy z prawdopodobieństwem $1-p$ (np.: jeśli gracz 1 gra T, to gracz 2 obserwuje T z prawdopodobieństwem p oraz B z prawdopodobieństwem $1-p$). Załóżmy, że każdy z graczy zna wartość p. Zapisz ponownie ekstensywną postać gry. Zakładając, że graczom zależy na maksymalizacji oczekiwanej wypłaty, wskaż wszystkie równowagi WPBE.*

Zadanie 2 (3p) *Dwie firmy symultanicznie podejmują decyzje o wejściu lub nie na rynek. Koszt wejścia dla i-tej firmy wynosi $\theta_i \in [0, \infty)$. Koszty wejścia dla obu firm są ich prywatną informacją i są (niezależnie) losowane z rozkładu o (wszędzie dodatniej) gęstości $p(\cdot)$. Wypłata i-tej firmy wynosi $\Pi^m - \theta_i$, jeżeli firma wejdzie sama na rynek, $\Pi^d - \theta_i$, jeżeli obie firmy wejdą na rynek oraz 0, gdy firma nie wejdzie na rynek. Niech $\Pi^m > \Pi^d > 0$, gdzie Π_m to zysk monopolisty na rynku, a Π^d to zysk jednej z firm w duopolu. Znajdź równowagę Bayesowską i pokaż, że jest ona jedyna.*

Zadanie 3 (2p) *Rozpatrzmy grę powtarzalną z nieskończonym horyzontem czasowym, w której dwaj gracze dyskontują wypłaty z poszczególnych okresów czynnikiem $\frac{1}{2}$. Gra rozgrywana w każdym okresie zadana jest poniższą macierzą. Udowodnij, że $((A, A), (A, A), \ldots)$ nie jest ścieżką decyzji w równowadze doskonałej (SPNE).*

	A	*D*
A	*2,3*	*1,5*
D	*0,1*	*0,1*

Zadanie 4 (3p) *Rozpatrz gospodarkę Samuelsona, w której w każdym okresie t rodzi się jeden gracz i żyje przez dwa okresy: jako młody w t oraz jako stary w $t+1$. Tak więc w każdym okresie t żyje dwóch graczy: młody urodzony w t i stary, urodzony w $t-1$. Każdy z graczy rodzi się z jedną tabliczką czekolady, której nie można przechowywać z okresu na okres. Użyteczność z konsumpcji czekolady wynosi $u(c) = -1$ jeżeli $c < 0.3$ oraz $u(c) = c$ dla $c \geq 0.3$, gdzie c to konsumowana część czekolady. Gracze mogą oddać czekoladę pozostałym graczom ale nie mogą jej sprzedać (bo czekolada to jedyne dobro). Decyzją gracza jest $x \in [0, 1]$, tj. część czekolady, którą chce skonsumować jako młody, i oddać $1-x$ dla starych. Decyzje wszystkich poprzednich graczy sa wspólną wiedzą. Gracze nie dyskontują.*

- *Znajdź jedyną równowagę Nasha, jeżeli gra toczy się w horyzoncie T okresów,*

- *Jeżeli horyzont gry jest nieskończony, jakie są (dwie) równowagi doskonałe? Pokaż, że są one Pareto-uporządkowane.*