

**Zadanie 1 (2p)** Znajdź zbiór alokacji Pareto-optimalnych dla gospodarki z 2 konsumentami, każdy z preferencjami:  $u_i(x_i^1, x_i^2, x_i^3) = x_i^1 + \sqrt{x_i^2} + \sqrt{x_i^3}$  i każdy z wyposażeniem początkowym:  $\omega_i = (0, 0, 12)$  oraz jedną firmą ze zbiorem technologicznym  $Y = \{(y^1, y^2, y^3) \in \mathbf{R} : y^1 + \beta y^2 \leq 2\sqrt{-y^3}; y^3 \leq 0\}$ , gdzie  $\beta > 1$ .

**Zadanie 2 (2p)** Rozpatrz gospodarkę wymiany:  $u_1(x_A, x_B) = 2\sqrt{x_A x_B}$ ,  $u_2(x_A, x_B) = 3 \ln(x_A) + \ln(x_B)$ ,  $e_1 = (2, 0)$ ,  $e_2 = (0, 4)$ .

- Policz ceny w równowadze Walrasowskiej z ceną dobra A znormalizowaną do jedności oraz mnożniki Lagrangea dla ograniczeń budżetowych (użyj wskazanych funkcji użyteczności, a nie ich transformacji).
- Wyznacz wartości  $\lambda_i$ , aby alokacja w równowadze Walrasowskiej maksymalizowała społeczną funkcję celu na zbiorze alokacji dopuszczalnych. Skomentuj wyniki w świetle twierdzenia Negishi.

**Zadanie 3 (2p)** Rozpatrz gospodarkę wymiany z dwoma dobrami  $x, y$  oraz z  $I = [0, 1]$  gospodarstwami domowymi, każde  $i$ -te o preferencjach  $u_i(x, y) = x^i y^{1-i}$ . Wyposażenie początkowe każdego konsumenta wynosi  $(3, 3)$ .

- Przyjmij, że ceny sumują się do jedności. Wyprowadź popyt  $i$ -tego konsumenta jako funkcję  $i$  oraz  $p_x, p_y$ .
- Wyznacz cenę w równowadze zrównując sumę podaży z sumą popytu.
- Wyznacz alokacje w równowadze dla  $i$ -tego gospodarstwa domowego.

**Zadanie 4 (2p)** Rozpatrzmy gospodarkę wymiany  $E$  z dwoma konsumentami 1, 2 oraz dwoma dobrami  $A, B$ , gdzie konsumenci mają użyteczność postaci:  $u_1(x_1) = \min\{x_1^A, x_1^B\}$  a  $u_2(x_2) = x_2^A + x_2^B$ . Niech wyposażenie początkowe wynosi:  $\omega_1 = \omega_2 = (5, 5)$ . Znajdź jądro gospodarki  $E$  i alokacje w równowadze Walrasowskiej.

**Zadanie 5 (2p)** Niech  $S_i = \{0, 1\}^2$  dla  $i \in I = \{1, \dots, 100\}$ .

- Podaj  $\sum_{i=1}^I S_i$  oraz  $\text{con } \sum_{i=1}^I S_i$ ,
- Zilustruj twierdzenie Shapleya-Folkmana dla pary  $(42.3, 1.7) \in \text{con } \sum_{i=1}^I S_i$ .