Mikroekonomia II - Zadania - lista 1
termin: 26 marca

**Zadanie 1 (2.5p)** *Rozpatrzmy ściśle wypukłe*[1] *i racjonalne preferencje* $\succeq$ *na zbiorze konsumpcyjnym* $X = \mathbf{R}_+^L$. *Udowodnij, że istnieje co najwyżej jeden optymalny wybór konsumenta przy zadanych cenach* $p \in \mathbf{R}_{++}^L$.

**Zadanie 2 (2p)** *Załóżmy, że użyteczność konsumenta przyjmuje postać* $U(x_1, x_2) = u(x_1) + x_2$, *gdzie* $u : \mathbf{R}_+ \to \mathbf{R}$ *jest rosnąca i ostro wlęsła. Ceny dóbr wynoszą odpowiednio* $p_1$ *i* $p_2$, *a budżet oznaczymy przez* $I$. *Dla uproszczenia przyjmijmy* $p_2 = 1$. *Rozwiąż powyższy problem podając optymalne ilości dóbr w koszyku konsumenta*[2].

**Zadanie 3 (2p)** *Rozwiąż problem optymalnego wyboru czasu pracy i czasu wolnego jak analizowany na zajęciach dla funkcji użyteczności:* $u(c, l) = \log(c - \frac{l^{\alpha+1}}{\alpha+1})$, *gdzie* $\alpha \geq 0$, *a* $l \in [0, 1]$ *to czas pracy. Jaki jest wpływ zmiany płacy realnej na podaż pracy? Ile wynosi efekt dochodowy, a ile substytucyjny?*

**Zadanie 4 (3.5p)** *W poniższym zadaniu rozwiążesz przykład, w którym przekonasz się, że maksymalizacja użytecznooci przy zadanym budżecie oraz minimalizacja wydatków przy zadanym poziomie użyteczności są dwoma sposobami rozwiązania problemu konsumenta (są względem siebie* dualne).

*Rozpatrzmy problem konsumenta czerpiącego użyteczność z dwóch dóbr. Jego funkcja użytecznooci przyjmuje postać* $u(x, y) = x^\alpha y^{1-\alpha}$, $\alpha \in (0, 1)$, *gdzie* $x$ *i* $y$ *to odpowiednio ilości pierwszego i drugiego dobra. Dochód konsumenta wynosi* $m$, *zaś ceny odpowiednio* $p_x$ *oraz* $p_y$.

*(i) Zapisz problem maksymalizacji problemu konsumenta, przy zadanym budżecie. Zapisz odpowiadającą mu funkcję Lagrange'a.*

*(ii) Rozwiąż powyższy problem podając optymalne ilości dóbr w koszyku. Zapisz funkcję popytu na każde z dóbr.*

*(iii) Niech* $u^*$ *będzie poziomem użyteczności, który chce osiągnąć konsument. Zapisz problem minimalizacji wydatków konsumenta przy zadanym poziomie użyteczności. Zapisz odpowiadającą mu funkcję Lagrange'a.*

*(iv) Rozwiąż problem z punktu (iii) i przez odpowiednie podstawienia udowodnij, że otrzymany wynik jest analogiczny do rozwiązania w problemie (ii).*

---

[1] Definicja: $(\forall x, y, z \in X, x \neq y) x \succeq z$ oraz $y \succeq z$ implikuje, że $(\forall t \in (0, 1)) tx + (1-t)y \succ z$.

[2] Uważaj na rozwiązania brzegowe.