Dylemat więźnia w ujęciu dynamicznym

Łukasz Woźny*

dnia 4 listopada 2005

Sytuacje występujące w rzeczywistości gospodarczej (produkcja, sprzedaż, kupno itp.) nie są zazwyczaj zjawiskami jednorazowymi a raczej powtarzalnymi. Ta obserwacja uzasadnia postawienie pytania, w jaki sposób uwzględnienie powtarzalności pewnych zjawisk gospodarczych w analizach ekonomicznych wpływa na wnioski z nich płynące.

Sam fakt powtarzalności pewnych zjawisk czy sytuacji decyzyjnych w ekonomii diametralnie zmienia postępowanie podmiotów. Ponadto uwzględnienie aspektu powtarzalności pozwala m.in. na analizę dynamiki współzależności pomiędzy strategiami podmiotów (por. proces uczenia się, budowania reputacji itp.).

Jak pokażemy, niejednokrotnie kluczowym aspektem dla wyników analizy jest to, czy horyzont powtarzanych interakcji jest skończony czy też nie.

Rozpatrzmy symetryczną grę z wypłatami opisanymi tablicą 1 (tzw. dylemat więźnia). Strategia B jest ściśle dominująca (przynosi wyższe wypłaty dla obu graczy bez względu na zachowanie przeciwnika). Gra posiada jedną równowagę Nasha: (B, B). Innymi słowy, bez względu na to co zrobi przeciwnik optymalne dla każdego gracza jest wybranie strategii B. Zauważmy jednak, iż osiągnięta w ten sposób równowaga, jest Pareto zdominowana przez zagranie (A, A), tzn. zagranie (A, A) przynosi obu graczom wyższe wypłaty. Tym niemniej profil strategii (A, A) nie jest równowagą, tzn. w (A, A) każdy z graczy ma chęć zagrania B ponieważ zwiększy to jego wypłatę.

Sytuacja zmienia się jednak diametralnie po uwzględnieniu dynamicznego aspektu gry[1]. Załóżmy, że dwie osoby grają ze sobą w dylemat więźnia nieskończoną ilość razy przy czynniku dyskontującym ich wypłaty δ. Wykażemy, iż strategia "grać A dopóki przeciwnik też gra A; jeżeli przeciwnik zmienia strategię w n-tym ruchu na B, grać B od $n+1$ ruchu do końca" jest równowagą Nasha dla $\delta \geq 1/2$.

*lukasz.wozny@sgh.waw.pl.

[1] Przy czym nie będziemy się tutaj zajmować wpływem np. reputacji czy zaufania na decyzje podmiotów a postaramy się jedynie wskazać, w jaki sposób sam fakt powtarzalności gry zmienia zachowanie graczy.

	A	B
A	$2,2$	$0,3$
B	$3,0$	$1,1$

Tablica 1: Wypłaty w dylemacie więźnia.

Aby żadnemu graczowi nie opłacało się zmienić strategii z A na B w żadnym z n momentów gry powinno zachodzić:

$$\forall n : \sum_{i=1}^{\infty} 2 \cdot \delta^{i-1} > \sum_{i=1}^{n-1} 2 \cdot \delta^{i-1} + 3 \cdot \delta^{n-1} + \sum_{i=n+1}^{\infty} 1 \cdot \delta^{i-1}.$$

Innymi słowy, aby (A, A) było dynamiczną równowagą, granie strategii A (jeżeli przeciwnik też gra A) od początku do końca powinno nieść wyższe wypłaty niż granie A do momentu $n - 1$, "zdradzenie" w momencie n, czyli wybranie B (graczy, który "zdradził" dostaje wypłatę 3), i bycie ukaranym za zdradę przez przeciwnika graniem B już do końca (a więc otrzymywanie wypłaty 1).

Powyższe równanie jest spełnione dla $\delta \geq 1/2$. A więc po uwzględnieniu powtarzalności i odpowiednio dużym czynniku dyskontującym osiągnięcie (A, A), w przeciwieństwie do gry jednorazowej, jest możliwe. W ujęciu dynamicznym otrzymujemy nową jakościowo równowagę.

Osiągnięcie (A, A) nie jest jednak możliwe dla skończonego horyzontu czasowego T - poprzez indukcję wsteczną otrzymujemy jedną równowagę Nasha: grać (B, B) przez wszystkie z T okresów. Tzn. przy założeniu, iż gracze ustalili granie A przez całą grę, dla każdego z nich opłacalne jest zdradzenie w ostatnim ruchu, ponieważ nie będzie on już mógł być ukaranym przez przeciwnika. Jeżeli tak, każdy z graczy wie, iż przeciwnik zdradzi w ostatnim ruch, a więc optymalne jest zdradzenie już wcześniej, tj. w ruchu $T - 1$. Cofając się tak aż do momentu $T = 1$ wykazujemy, iż jedyną równowagą tej gry jest granie B od początku do końca.

Podsumowując: dynamiczne ujęcie zjawisk ekonomicznych może diametralnie zmieniać zachowania podmiotów a ponadto umożliwia powstawanie nowych równowag w stosunku do ujęcia statycznego. I ostatecznie powtarzalność zachowań może sprzyjać kooperacji podmiotów.