Podatki a podaż pracy w warunkach współzależnych preferencji

Łukasz Patryk Woźny* Marek Garbicz†

Warszawa, czerwiec 2005

Streszczenie

Artykuł jest próbą identyfikacji wpływu zmiany stopy podatku dochodowego na podaż pracy gospodarstw domowych. Aby osiągnąć ten cel stworzono model gospodarki, w której gospodarstwa wybierają optymalną wartość podaży pracy biorąc pod uwagę wysokość dochodów, stopę podatków, poziom własnej konsumpcji a także poziom konsumpcji względnej (por. Garbicz 1997), czyli na tle danej grupy odniesienia. Uwzględnienie tej ostatniej kwestii oznacza istotną modyfikację w stosunku do modelu Becker'a (1965).

W pracy użyto narzędzi statyki komparatywnej opartych na teorii krat i gier supermodularnych. Dzięki nim wykazano warunki konieczne i wystarczające dla tego, aby podaż pracy było monotoniczną funkcją stopy podatku dochodowego. Analizowaną sytuację decyzyjną przedstawiono w aspekcie statycznym oraz dynamicznym.

Przy dość ogólnych założeniach, co do funkcji użyteczności gospodarstwa domowego udowodniono, iż wzrost obciążeń podatkowych skutkuje spadkiem podaży pracy na poziomie makroekonomicznym. Ponadto wykazano możliwość występowania potencjalnie wielopunktowych stanów równowagi na rynku pracy, co może przyczynić się do wyjaśnienia fenomenu widocznego przy porównaniach międzynarodowych w postaci różnic w długości czasu pracy w krajach europejskich i USA oraz różnic w elastyczności podaży pracy na poziomie mikro i makroekonomicznym (por. Alesina, Glaeser i Sacerdote 2005).

*Katedra Teorii Systemu Rynkowego, Szkoła Główna Handlowa w Warszawie, e-mail: lukasz.wozny@sgh.waw.pl.

†Katedra Teorii Systemu Rynkowego, Szkoła Główna Handlowa w Warszawie, e-mail: mgarbi@sgh.waw.pl.

1 Wprowadzenie

Modelowanie podaży pracy dostarczanej przez gospodarstwa domowe wymaga przyjęcia określonych założeń behawioralnych. Począwszy od klasycznego już tekstu Beckera (1965) zakłada się z reguły, że gospodarstwa domowe maksymalizują użyteczność wynikającą z wielkości ich łącznej konsumpcji dóbr i usług oraz czasu wolnego. Ograniczeniem w tym modelu jest budżet czasu oraz dochodów konsumenta. Problematyczny w tych założeniach jest jednak postulat, że dla konsumenta liczy się jedynie bezwzględna wielkość konsumpcji. Literatura empiryczna wskazuje na znaczny wpływ zachowań innych osób na postawy i działania danego gospodarstwa (Zizzo 2003). Preferencje ekonomiczne, społeczne i polityczne nie są przecież przypadkowe, ale społecznie uwarunkowane. Konsumenci kupują wiele dóbr tylko dlatego, że dobra te kupują inni, uważani za autorytety w dziedzinie mody, spędzania wolnego czasu czy innych zwyczajów konsumpcyjnych. Gospodarstwom może więc zależeć na dorównaniu do innym, na ich uznaniu i akceptacji a przede wszystkim na uniknięciu społecznego wykluczenia. Nie wydaje się zatem, by motywy w dziedzinie konsumpcji sprowadzały się wyłącznie do maksymalizacji absolutnego poziomu spożycia. Często ważniejsza może być reakcja na osiągany status względnej zamożności lub ubóstwa (Sobel 2005). Słuszne więc wydaje się, uwzględnianie obu motywów (względnej jak i bezwzględnej konsumpcji) choć ich waga może być już sporna.

Uwzględniając te aspekty zachowań społecznych w niniejszym tekście podjęto próbę zmodyfikowania tradycyjnego modelu podaży pracy z absolutną konsumpcją poprzez włączenie do funkcji celu gospodarstwa domowego także konsumpcji względnej[1]. W porównaniu do pracy (Garbicz 1997), w której zaprezentowano omawianą ideę, w niniejszym tekście udało nam się (*i*) dokonać endogenizacji zmiennej opisującej konsumpcję względną, (*ii*) przenieść analizę w kontekst dynamiczny, (*iii*) dokonać uogólnienia klasy analizowanych funkcji użyteczności oraz (*iv*) rozpatrzyć dwa przypadki: (*a*) strategicznej komplementarności i (*b*) substytucyjności, w których to podmioty na wzrost konsumpcji gospodarstw grupy odniesienia reagują (*a*) wzrostem albo (*b*) obniżeniem skłonności do zwiększania własnej konsumpcji. W konsekwencji rozszerzono wnioski płynące z analizy wpływu konsumpcji względnej na podaż pracy gospodarstw domowych.

Tradycyjny model podaży pracy nie implikuje żadnych współzależności między konsumentami. Jeśli zachowania poszczególnych gospodarstw domowych wynikają z dążenia do zmaksymalizowania własnej, absolutnej konsumpcji, to jakiekolwiek zdarzenia w społecznym otoczeniu tych gospodarstw nie wywierają wpływu na optimum konsumenta. W tych warunkach analiza zachowań poszczególnych gospodarstw domowych może być

[1] Np. w postaci stosunku własnej konsumpcji do konsumpcji innych gospodarstw grupy odniesienia.

prowadzona niezależnie i w duchu postulatu reprezentatywnego podmiotu. Wprowadzenie do funkcji użyteczności gospodarstwa domowego konsumpcji względnej, z odpowiednią wagą, zmienia jednak nie tylko sam zbiór argumentów funkcji, ale przede wszystkim wymaga odmiennego spojrzenia na sposób modelowania zachowań gospodarstwa domowego. Proste sumowanie indywidualnych optimów dla ustalenia społecznego popytu jest już niemożliwe, a to prowadzi do odrzucenia koncepcji reprezentatywnego podmiotu. W nowej sytuacji gospodarstwa domowe są natomiast uwikłane w grę strategiczną z innymi podmiotami prowadzącą do równowagi rynku w sensie Nasha. W tak skonstruowanej strukturze rynkowej zachowania podmiotów są względem siebie na ogół komplementarne. Oznacza to, że reakcją jednego gospodarstwa domowego na wzrost konsumpcji innych gospodarstw jest dążenie do powiększenia także własnego spożycia (i odpowiednio powiększania czasu pracy oraz redukowania czasu wolnego). Kształt krzywej reakcji może jednak prowadzić do wystąpienia wielopunktowych stanów równowagi Nasha na rynku pracy. Intuicyjnie, sytuacja ta nie jest trudna do zrozumienia. Jeśli bowiem gospodarstwa domowe przywiązują dużą wagę do względnej konsumpcji (starają się głównie upodobnić do innych), natomiast dość niską rangę przypisują absolutnemu poziomowi spożycia, to wówczas zbiór wszystkich konsumentów (gospodarstw domowych) może albo wspólnie wybrać wysoki poziom spożycia i krótki czas wolny, albo niski poziom konsumpcji absolutnej (i długi czas wolny). To, czy system „wyląduje” w stanie wysokiej czy też niskiej konsumpcji może być wynikiem historycznych doświadczeń, funkcjonujących zwyczajów i norm kulturowych ale także rezultatem egzogenicznego szoku.

Przyjęty tu zmodyfikowany schemat zachowań gospodarstw domowych służy do zbadania wpływu zmian podatkowych (w podatku dochodowym) na wielkość podaży pracy. Wiadomo[2], że w przypadku poszukiwania optimum gospodarstwa domowego względem bezwzględnego poziomu konsumpcji, wzrost opodatkowania pracy skutkuje spadkiem podaży pracy tego gospodarstwa, jako że sytuacja ta jest równoważna obniżce realnej płacy. Wyjątkiem od tego rezultatu może być jedynie przypadek zawracającej krzywej podaży pracy, ale *casus* ten nie jest prawdopodobny dla szerokiej klasy preferencji. W przypadku konsumpcji względnej sytuacja jest odmienna. Zmiany w stopie podatkowej mają charakter szoku egzogenicznego. Ten szok uruchamia proces wzajemnych dostosowań w zachowaniach gospodarstw domowych dążących do nowego stanu własnej równowagi. Jednocześnie, zmiany zachowań jednych podmiotów modyfikują warunki optymalizacji dla innych podmiotów. Intrygujące jest zatem pytanie, czy w opisanej sytuacji gospodarstwa domowe będą zachowywały się analogicznie jak w modelu z konsumpcją absolutną.

Niniejszy tekst pozwala poczynić dwa istotne ustalenia w tej kwestii. Po

[2] Przy dość ogólnych założeniach odnośnie preferencji. Porównaj twierdzenie 2.1.

pierwsze, przy dość ogólnych założeniach co do funkcji użyteczności gospodarstwa domowego wzrost obciążeń podatkowych skutkuje spadkiem podaży pracy na poziomie makroekonomicznym. Z drugiej jednak strony istnienie potencjalnie wielopunktowych stanów równowagi na rynku pracy może przyczynić się do wyjaśnienia fenomenu widocznego przy porównaniach międzynarodowych w postaci różnic w długości czasu pracy w krajach europejskich i USA. Kwestia ta jest obecnie przedmiotem dość intensywnych studiów i sporów dotyczących przyczyn zjawiska. Badania empiryczne (np. Alesina, Glaeser i Sacerdote 2005) wskazują, iż praktycznie całość różnic w poziomie PKB *per capita* między Europą Zachodnią a Ameryką da się przypisać krótszemu czasowi pracy (krótszy tydzień roboczy, dłuższe urlopy i wyższe bezrobocie w Europie niż w USA). Różnice w wydajności pracy w układzie godzinowym między w/w krajami są minimalne. Prescott (2004) czyni głównym winowajcą krótszego czasu pracy w Europie wyższe opodatkowanie. Inni skłonni są doszukiwać się źródeł zjawiska w czynnikach o charakterze instytucjonalnym w odniesieniu do rynku pracy (por. Alesina, Glaeser i Sacerdote 2005). Wreszcie, pojawia się wątek „kulturowy” sugerujący, że Europejczycy pracują mniej, gdyż bardziej odpowiada to ich aspiracjom i normom zachowań. Niniejszy tekst nawiązuje do tego nurtu rozważań reprezentowanego przez koncepcję mnożnika społecznego (Glaeser, Sacerdote i Scheinkman 2002). Ta ostatnia koncepcja wspiera się na spostrzeżeniu (Sobel 2005), że w świecie społecznych interakcji skłonność do określonych zachowań jednostki podlega wzmocnieniu, gdy inni zachowują się podobnie. Glaeser et al. nazywają to zjawisko mnożnikiem społecznym i rysuje się tu analogia do prezentowanego w tym artykule modelu zachowań podmiotów uwikłanych w grę strategiczną. Tekst Glaeser et al. nie odnosi się jednak w szczególności do zachowań gospodarstw domowych w obszarze podaży pracy, ma charakter dość ogólny i w tym sensie niniejszy tekst (niezależnie od odmiennego języka i sposobu modelowania) ma walor bardziej konkretny. Dopuszczenie wielopunktowości możliwych stanów rynku (systemu) oznacza, że ludzie (nawet wyposażeni w te same funkcje użyteczności) mogą wybierać zarówno długi czas pracy (tj. dużą konsumpcję dóbr i krótki relaks) jeśli tak zachowują się inni, jak i krótki czas pracy (tj. niską konsumpcję dóbr i długi czas wolny) jeśli taki jest typowy wzorzec społeczny. Choć podatki zmieniają indywidualne zachowania, to jednak zmiany te w wymiarze jednostkowym mogą być bardzo słabe bo uwarunkowane społecznym kontekstem postępowania innych podmiotów. W tym sensie można mówić o znaczącej inercji układu na zmiany podatkowe i kierowaniu się danej zbiorowości „normami kulturowymi” w tym zakresie. Jeśli nawet istnieją obecnie dość duże różnice w opodatkowaniu pracy między USA a Europą Zachodnią, to samo zrównanie stóp podatkowych niekoniecznie wystarczy do uzyskania analogicznego rezultatu w obu tych obszarach. W tekście pokazuje się, że może to wymagać dużo silniejszych zmian podatkowych by złamać istniejącą bezwładność układu, tj. takich zmian, by znieść wielość stanów równowagi na rzecz jednego stanu charakteryzującego się wysokim poziomem czasu pracy. I w końcu, omawiana inercja może także tłumaczyć różnice w elastycznościach podaży pracy pomiędzy krajami a także pomiędzy poziomem mikro i makroekonomiczym (por. Alesina, Glaeser i Sacerdote 2005).

Pozostała część opracowania zorganizowana jest w następujący sposób: rozdział 2 prezentuje jednookresowy[3] model wyboru podaży pracy przez jedno gospodarstwo domowe (Becker 1965) oraz wskazuje warunki konieczne i wystarczające, aby po wzroście (spadku) stopy podatkowej podaż pracy zmalała (wzrosła). Dalej w rozdziale 3, aby zbadać w jaki sposób analizowana sytuacja zmienia się po uwzględnieniu konsumpcji względnej, rozszerzamy preferencje gospodarstw domowych o konsumpcję względną i wykazujemy odpowiednie warunki, aby zbiór równowagowych podaży pracy był malejący (rosnący) ze wzrostem (spadkiem) stopy podatkowej. Odpowiednie wnioski odnośnie statyki komparatywnej prezentuje rozdział 3.1. Kolejno w rozdziale 3.2 zbadano dynamikę podaży pracy danej grupy gospodarstw na zmianę stopy podatkowej. Pracę kończą wnioski (rozdział 4) oraz szkice dowodów wykorzystanych twierdzeń (rozdział 5).

2 Model jednego gospodarstwa

W tym rozdziale, aby zbadać reakcję gospodarstwa domowego na zmiany stopy podatkowej, przedstawimy warunki konieczne i wystarczające do tego, aby optymalne wybory podaży pracy były monotoniczną funkcją stopy podatkowej.

Rozpatrzmy jednoosobowe gospodarstwo domowe, którego preferencje są reprezentowane poprzez rzeczywistą funkcję użyteczności postaci: $U(c, r)$ gdzie $c \in \mathbb{R}_+ \cup \{0\}$ oznacza wysokość konsumpcji a $r \in [0, 1]$ ilość czasu przeznaczą na wypoczynek[4]. Resztę czasu $l = 1 - r$ gospodarstwo przeznacza na pracę zarobkową. Gospodarstwo domowe podlega następującemu ograniczeniu budżetowemu: $w(1 - r)(1 - \theta) + t = c$, gdzie $w \in \mathbb{R}_+$ oznacza wysokość płacy, $t \in \mathbb{R}_+ \cup \{0\}$ wysokość dochodów pozapłacowych, a parametr $\theta \in [0, 1) = \Theta$ oznacza stopę opodatkowania dochodów z pracy[5]. Zakładamy, iż w okresie analizy preferencje gospodarstwa są niezmienne oraz że w, t, θ są parametrami egzogenicznymi. Zakładamy, że U rośnie z r i c.

[3] Omawiany jeden okres może reprezentować jeden dzień lub też cały okres życia jednostki, przy czym w tym drugim przypadku pomijany jest problem dyskontowania przyszłych strumieni konsumpcji i zasobów czasu wolnego.

[4] Dla ułatwienia całkowitą ilość czasu dostępną gospodarstwu znormalizowano do jedności. Zmienna r reprezentuje więc *de facto* część czasu przeznaczaną na wypoczynek.

[5] Przypadek $\theta = 1$, czyli gdy państwo zabiera całość dochodów z pracy, jako trywialny pomijamy.

Gospodarstwo domowe rozwiązuje następujący problem:

$$\begin{aligned} \max_{c,r} \quad & U(c,r), \\ \text{pw.} \quad & w(1-r)(1-\theta)+t=c. \end{aligned} \tag{2.1}$$

Wstawiając zależność konsumpcji od czasu wolnego (z równania opisującego ograniczenie budżetowe) do funkcji użyteczności otrzymujemy:

$$U(c,r) = U(w(1-r)(1-\theta)+t,r) \equiv F(r,\theta),$$

gdzie dla uproszczenia zapisu stworzyliśmy nową funkcję rzeczywistą postaci: $F(r,\theta) \equiv U(w(1-r)(1-\theta)+t,r)$. Przy tych oznaczeniach problem optymalizacyjny gospodarstwa domowego (por. (2.1)) można przeformułować do postaci:

$$\max_{r\in[0,1]} \quad F(r,\theta), \tag{2.2}$$

gdzie θ parametryzuje funkcję.

Po zmniejszeniu parametru θ (zwiększeniu stopy podatkowej) możliwy jest zarówno wzrost jak i spadek wyboru czasu wolnego (spadek albo wzrost podaży pracy). Oba przypadki zaznaczono na rysunku 1. Poniżej zbadamy warunki konieczne i wystarczające dla tego, aby po zmianie parametru podaż pracy wzrosła albo spadła.

Niech R^*_θ oznacza zbiór (z elementami $r^*(\theta)$) rozwiązań problemu (2.2) dla parametru θ. Inaczej: $R^*_\theta = \{r : r = \arg\max_r F(r,\theta), \theta \in \Theta^*\}$, gdzie $\Theta^* = \{\theta \in \Theta : R^*_\theta \neq \emptyset\}$. Następujące twierdzenie podaje warunki konieczne i wystarczające dla tego, aby zbioru rozwiązań maksymalnych R^*_θ był niemalejący na Θ^*.

Twierdzenie 2.1 *Funkcja $F(r,\theta)$ spełnia warunek jednokrotnego przecięcia (ang.* single crossing property (SCP)*) tj. $\forall \theta < \theta', r < r'$:*

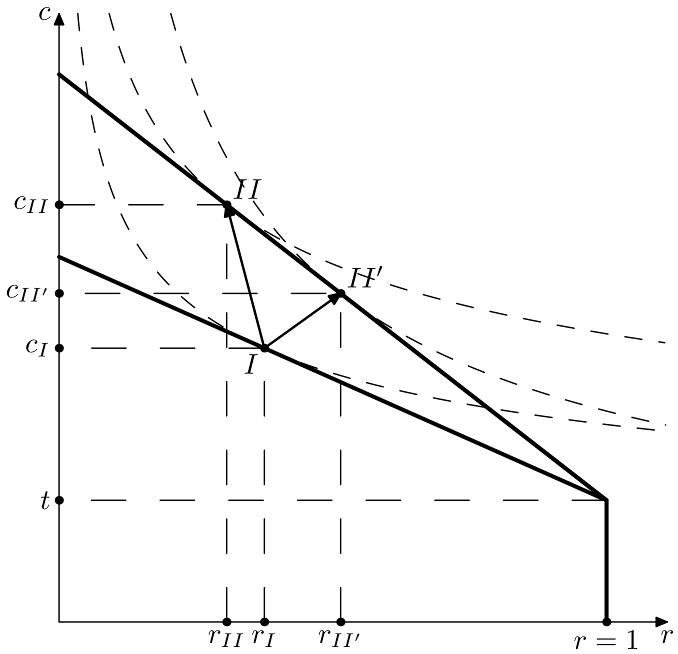
$$F(r,\theta) \leq F(r',\theta) \Rightarrow F(r,\theta') \leq F(r',\theta'), \tag{2.3}$$

$$F(r,\theta) < F(r',\theta) \Rightarrow F(r,\theta') < F(r',\theta'), \tag{2.4}$$

wtedy i tylko wtedy, gdy zbiór rozwiązań maksymalnych R^*_θ jest niemalejący na Θ^*.

Własność jednokrotnego przecięcia interpretujemy następująco: jeżeli dla jakiegoś θ opłacalne (niepogarszające) jest zwiększenie wyboru czasu wolnego z r do r' wtedy to samo powinno zachodzić dla większej wartości parametru θ'. Z twierdzenia 2.1 wiemy, że wtedy i tylko wtedy zbiór rozwiązań maksymalnych R^*_θ jest niemalejący na Θ^*.

Warunki konieczne i wystarczające dla tego, aby zbiór rozwiązań maksymalnych był nierosnący na R^*_θ przedstawia następujące twierdzenie.



Rysunek 1: Gospodarstwo domowe na spadek parametru θ reaguje wzrostem ($I \to II$) albo spadkiem ($I \to II'$) podaży pracy.

Twierdzenie 2.2 *Funkcja $F(r,\theta)$ spełnia odwrotny warunek jednokrotnego przecięcia (RSCP) tj.* $\forall \theta < \theta', r < r'$*:*

$$F(r',\theta) \leq F(r,\theta) \Rightarrow F(r',\theta') \leq F(r,\theta'), \tag{2.5}$$

$$F(r',\theta) < F(r,\theta) \Rightarrow F(r',\theta') < F(r,\theta'), \tag{2.6}$$

wtedy i tylko wtedy, gdy zbiór rozwiązań maksymalnych R^*_θ *jest nierosnący na* Θ^**.*

Odwrotna własność jednokrotnego przecięcia mówi nam, iż jeżeli: dla jakiegoś θ opłacalne (niepogarszające) jest zmniejszenie wyboru czasu wolnego z r' do r wtedy to samo powinno zachodzić dla większej wartości parametru θ'. Z twierdzenia 2.2 wiemy, że wtedy i tylko wtedy zbiór rozwiązań maksymalnych R^*_θ jest nierosnący na Θ^*.

Podkreślmy, iż twierdzenia 2.1 i 2.2 nie wymagają wklęsłości maksymalizowanej funkcji ani założenia o tym, aby rozwiązania optymalne nie były rozwiązaniami brzegowymi.

W przypadku występowania kilku rozwiązań zadania maksymalizacyjnego (2.2) twierdzenia 2.1 i 2.2 mówią nam jednak tylko tyle, iż własność SCP (RSCP) jest konieczna i wystarczająca do tego, aby zbiór rozwiązań R^*_θ był niemalejący (nierosnący), tzn. najmniejsze i największe $r^*(\theta)$ było niemalejące (nierosnące) z θ. Twierdzenia nie mówią nam natomiast nic o monotoniczności rozwiązań wewnętrznych. Aby osiągnąć mocniejsze wnioski można ograniczyć zbiór rozwiązań poprzez dodanie warunków na wklęsłość funkcji F po r (por. twierdzenie 2.3) lub przyjąć silniejsze założenia odnośnie reakcji funkcji F na zmianę θ i r (por. twierdzenie 2.4).

Twierdzenie 2.3 *Jeżeli funkcja $F(r, \theta)$ jest ostro wklęsła ze względu na r na $[0, 1]$ to w zadaniu (2.2) istnieje jedno maksimum globalne.*

Warunek wklęsłości dla $F(r, \theta)$ klasy $\mathscr{C}^2$ jest spełniony, gdy $U_{cc} < 0, U_{rr} < 0$ oraz $U_{cr} > 0$. Choć poza klasą $\mathscr{C}^2$ nie są to warunki konieczne.

Łącząc twierdzenia 2.1 (albo 2.2) oraz 2.3 otrzymujemy warunki do tego, aby jedyne rozwiązanie problemu (2.2) było niemalejące (albo nierosnące) z θ.

Twierdzenie 2.4 mówi nam natomiast jakie są warunki wystarczające dla tego, aby każdy wybór ze zbioru optymalnych podaży pracy był rosnącą funkcją stopy podatkowej, nie odwołując się do wklęsłości F a więc pozwalając na wiele rozwiązań problemu 2.2.

Twierdzenie 2.4 *Dla funkcji U klasy $\mathscr{C}^2$, jeżeli zachodzi:*

$$\frac{\partial U(c, r)}{\partial c} + (1 - r)\left(w(1 - \theta)\frac{\partial^2 U}{\partial c^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial c \partial r}\right) > 0 \tag{2.7}$$

wtedy każde $r^*(\theta)$ jest rosnące na Θ^*. Gdy w nierówności (2.7) znak $>$ zastąpimy $<$ wtedy każde $r^*(\theta)$ będzie malejące na Θ^*.

Z twierdzenia 2.4 wynika bezpośrednio, iż gdy spełniona jest nierówność (2.7) to po zwiększeniu stopy podatkowej θ optymalny(-e) wybór(-ory) czasu wolnego r wzrośnie(-sną), a więc optymalny(-e) wybór(-ory) czasu pracy l spadnie(-ną) (jeżeli rozwiązania problemu (2.2) istnieją).

Gdy spełniona jest nierówność (2.7) w przypadku występowania jednego rozwiązania problemu (2.2) twierdzenie 2.4 implikuje, iż po zwiększeniu podatku zrealizowana[6] podaż pracy spadnie. W przypadku występowania wielu rozwiązań twierdzenie mówi nam tylko, że wszystkie optymalne wybory r przesuną się w kierunku zmiany parametru (wzrosną wraz ze wzrostem).

Podsumowując: w powyższym modelu dla wklęsłej funkcji F (np. dla $U_{cc} < 0, U_{rr} < 0$ i $U_{rc} > 0$ gdy U jest klasy $\mathscr{C}^2$) otrzymujemy jedno rozwiązanie problemu maksymalizacyjnego gospodarstwa domowego, które dla warunku (2.7) rośnie wraz ze wzrostem stopu podatkowej[7]. Gdy w nierówności (2.7) zastąpimy znak $>$ znakiem $<$ podaż pracy wzrośnie wraz ze wzrostem stopy podatkowej[8]. I w końcu, gdy zmiana znaku w nierówności (2.7)

[6]Przez zrealiowaną podaż pracy rozumiemy poziom l odpowiadający wybranemu elementowi zbioru R^*.

[7]Odpowiada to krzywej podaży pracy rosnącej wraz ze wzrostem wysokości płacy.

[8]Odpowiada to krzywej podaży pracy malejącej wraz ze wzrostem wysokości płacy.

nastąpi dla $\hat{r}(\theta) \in [0, 1]$ a więc po osiągnięciu poziomu progowego, na dalszą zmianę parametru gospodarstwo domowe może zareagować przeciwnym do wcześniejszego kierunkiem zmiany podaży pracy[9].

Na zakończenie przedstawimy przykład stosujący powyższe twierdzenia.

Przykład 2.1

Weźmy rzeczywistą funkcję użyteczności postaci Cobba-Douglasa: $U(c, r) = c^\alpha r^\beta$, gdzie $\alpha, \beta > 0$. Odpowiadająca jej funkcja F ma postać: $F(r, \theta) = r^\beta(t + (1 - r)(1 - \theta)w)^\alpha$. Korzystając z warunku Spenca-Mirrleesa na badanie warunku jednokrotnego przecięcia (por. Milgrom i Shannon 1994) i twierdzenia 2.1 wiemy, że zbiór rozwiązań optymalnych R^*_θ jest niemalejący z θ. Można to sprawdzić wyprowadzając funkcję podaży pracy z U i ograniczenia budżetowego: $l^*(\theta) \equiv 1 - r^*(\theta) = 1 - \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\left(\frac{t}{w(1-\theta)} + 1\right)$ a następnie zauważając, iż $l^*(\theta)$ maleje z θ.

Dodajmy, iż w tym przykładzie z twierdzenia 2.4 nie możemy otrzymać tak silnych wniosków odnośnie monotoniczności podaży pracy ze względu na zmianę stopu podatkowej. Warunki tego twierdzenia są bowiem zadane na wartościach a nie porządkach (por. twierdzenie 2.1). Warunki zadane na porządkach są więc ogólniejsze choć niejednokrotnie mniej użyteczne w zastosowaniach. $\diamond$

W kolejnym rozdziale uogólnimy wnioski płynące z analizy modelu jednego gospodarstwa na model grupy gospodarstw domowych ze współzależnymi preferencjami.

3 Model wieloosobowy, uwzględniający konsumpcję względną

W tej części rozpatrzymy, w jaki sposób wyniki powyższej analizy zmieniają się, gdy uwzględnimy, iż rozpatrywane gospodarstwo w swoich preferencjach oprócz poziomu własnej (absolutnej) konsumpcji uwzględnia także poziom względnej konsumpcji, tj. bierze pod uwagę także konsumpcję innych gospodarstw domowych[10].

Rozpatrzmy $I \in \mathbb{N}$ jednoosobowych gospodarstw domowych, każde (i-te, gdzie $i \in \{1, 2, \ldots, I\}$) reprezentowane przez funkcję użyteczności postaci: $U_i(c_i, r_i, c_{-i})$, gdzie $c_i \in \mathbb{R}_+ \cup \{0\}, r_i \in [0, 1]$ oznaczają konsumpcję i czas wolny i-tego gospodarstwa a $c_{-i} = [c_1, c_2, \ldots, c_{i-1}, c_{i+1}, \ldots, c_I]$ wektor konsumpcji pozostałych gospodarstw. Każde z gospodarstw podlega ograniczeniu budżetowemu opisanemu przez równanie: $w_i(1 - r_i)(1 - \theta) + t_i = c_i$. Stopa podatkowa dla dochodów z pracy jest taka sama dla wszystkich gospodarstw: $\forall_i\, \theta_i = \theta \in [0, 1) = \Theta$. Analogicznie jak w poprzedniej części

[9] Odpowiada to zawracającej krzywej podaży pracy.

[10] Zakładamy, iż punktem odniesienia dla danego gospodarstwa jest poziom konsumpcji wszystkich pozostałych gospodarstw. Innymi słowy w analizie ograniczymy się do ustalonej grupy odniesienia.

oznaczamy: $l_i = 1 - r_i$ i zakładamy, iż w okresie analizy preferencje gospodarstw są niezmienne oraz że w_i, t_i, θ są parametrami egzogenicznymi. Każde i-te gospodarstwo traktuje c_{-i} jako dane i rozwiązuje problem:

$$\begin{aligned} \max_{c_i, r_i} \quad & U(c_i, r_i, c_{-i}), \\ \text{pw.} \quad & w_i(1 - r_i)(1 - \theta) + t_i = c_i. \end{aligned} \tag{3.8}$$

Jak wyżej, korzystając z zależności wynikającej z ograniczenia budżetowego tworzymy nową funkcję postaci:

$$F_i(r_i, r_{-i}, \theta) \equiv U_i((1-\theta)(1-r_i)w_i + t_i, r_i, \forall\, j \neq i\, (1-\theta)(1-r_j)w_j + t_j),$$

gdzie $r_{-i} = [r_1, r_2, \ldots, r_{i-1}, r_{i+1}, \ldots, r_I]$ oznacza wektor opisujący czas przeznaczany na relaks przez gospodarstwa inne niż i.

Analizowaną sytuację można przedstawić za pomocą języka teorii gier: rozpatrujemy grę Γ pomiędzy I graczami, ze zbiorem strategii $(r_i, r_{-i}) = [0,1]^I$ i funkcjami wypłaty F_i dla każdego i. Rozwiąznie problemu (3.8) dla wszystkich gospodarstw jest równoznaczne ze znalezieniem równowag Nasha gry Γ.

Tak więc, omawianą gospodarkę poddamy analizie jako grę, kolejno: statyczną a następnie dynamiczną i określimy w jaki sposób zmiana stopy podatkowej wpływa na zachowanie gospodarstw domowych w obu przypadkach.

3.1 Analiza statyczna

Podobnie jak w przypadku modelu jednego gospodarstwa znajdziemy warunki, dla których zbiór równowag gospodarki (równowag Nasha gry Γ) będzie monotoniczny względem parametru θ ().

Twierdzenie 3.1 (O równowagach dla komplementarności) *Jeżeli dla każdego i zachodzi:*

(a) dla każdego r_{-i} i θ funkcja F_i jest półciągła z góry[11] *względem r_i na $[0,1]$,*

(b) dla każdego θ funkcja F_i ma rosnące przyrosty[12] *względem r_i i r_{-i},*

wtedy:

(i) zbiór równowag Nasha w strategiach czystych gry Γ jest niepustą kratą[13] *zupełną oraz posiada największy i najmniejszy element osiągane poprzez seryjne skreślanie strategii zdominowanych,*

[11] Czyli dla każdego ciągu r_i^n zachodzi: $\limsup_{r_i^n \downarrow \inf(r_i^n)} F(r_i^n, r_{-i}, \theta) \leq F(\inf(r_i^n), r_{-i}, \theta)$ oraz $\limsup_{r_i^n \uparrow \sup(r_i^n)} F(r_i^n, r_{-i}, \theta) \leq F(\sup(r_i^n), r_{-i}, \theta)$.

[12] Czyli $\forall r_i < r_i'$ i $\forall r_{-i} < r_{-i}'$ $F(r_i, r_{-i}, \theta) - F(r_i', r_{-i}, \theta) \leq F(r_i, r_{-i}', \theta) - F(r_i', r_{-i}', \theta)$.

[13] Częściowo uporządkowany zbiór X nazywamy kratą wtt. $\forall x, y \in X \quad x \vee y \in X \ni x \wedge y$. Kratę X nazywamy zupełną jeżeli dla każdego niepustego $T \subset X$: $\inf_X(T) \in X$ oraz $\sup_X(T) \in X$.

(ii) jeżeli dodatkowo dla każdego i oraz dla ustalonego r_{-i} funkcja F ma rosnące (malejące) przyrosty[14] *względem r_i i θ wtedy najmniejsza oraz największa równowaga Nasha w strategiach czystych jest niemalejąca (nierosnąca) z θ,*

(iii) gdy w punkcie (b) założymy ściśle rosnące przyrosty oraz dodatkowo $\forall i\, t_i = t, w_i = w$ oraz że funkcje wypłaty F są takie same dla każdego gracza (gra jest symetryczna), wtedy gra nie ma asymetrycznych równowag Nasha.

Warunek (a) czyli półciągłość z góry funkcji wypłaty dla r_i zezwala na "skoki" wartości funkcji, ale jedynie w górę. Każda funkcja ciągła spełnia ten warunek. Punkt (b) wymaga, aby funkcja wypłaty miała rosnące przyrosty ze względu na r_i i r_{-i} czyli aby strategie r_i i r_{-i} były komplementarne. Warunek (ścisłej) komplementarności oznacza, iż krańcowy przychód z wybrania wyższej strategii przez gracza i musi być niemalejący (rosnący) wraz ze strategią pozostałych graczy.

Warunek (ściśle) rosnących przyrostów w punkcie (b) w wersji różniczkowalnej ma postać:

$$\forall i \neq j \quad (1-\theta)w_i \frac{\partial^2 U_i}{\partial c_i \partial c_j} - \frac{\partial^2 U_i}{\partial r_i \partial c_j} (>) \geq 0, \tag{3.9}$$

a warunek rosnących (malejących) przyrostów w punkcie (ii) jest tożsamy ze spełnieniem nierówności[15]:

$$\forall i \forall r_{-i} \quad \frac{\partial^2 F}{\partial r_i \partial \theta} \geq (\leq) 0. \tag{3.10}$$

Powyższe twierdzenie pozwala na wyciągnięcie bardzo silnych wniosków odnośnie analizowanej gospodarki. Zacznijmy od zinterpretowania warunku nałożonego na przyrosty funkcji F_i względem r_i oraz r_{-i}, czyli dla wersji ciągłej zinterpretowania wyrażenia:

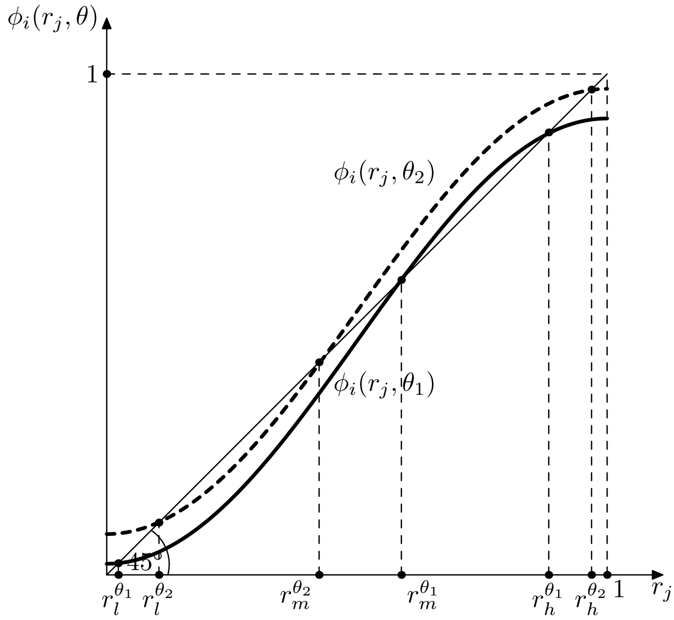
$$\forall i \forall r_{-i} \forall j \neq i \quad (1-\theta)^2 w_j w_i \frac{\partial^2 U_i}{\partial c_i \partial c_j} - (1-\theta) w_j \frac{\partial^2 U_i}{\partial r_i \partial c_j}. \tag{3.11}$$

Jest to zmiana (pochodna) przyrostu funkcji użyteczności (krańcowej uży-

[14] Czyli $\forall r_i < r_i'$ i $\forall \theta < \theta'$ $F(r_i, r_{-i}, \theta) - F(r_i', r_{-i}, \theta) \leq F(r_i, r_{-i}, \theta') - F(r_i', r_{-i}, \theta')$.

[15] Warunek ten jest dość silny, ze względu na to, iż czynnik θ występuje nie tylko w c_i ale także w c_{-i}. Jednakże warunek ten można osłabić, jeżeli przeformułujemy grę Γ do alternatywnej gry: Γ' zmieniając funkcję wypłaty $F_i(r_i, r_{-i}, \theta)$ do $F_i'(c_i, c_{-i}, \theta) = U_i(c_i, 1 - \frac{c_i - t_i}{w_i(1-\theta)}, c_{-i})$. Twierdzenie 3.1 zachowuje moc dla (a) półciągłej z góry funkcji U_i oraz dla (b) rosnących przyrostów U_i względem c_i, c_{-i} (oba warunki są takie same w przypadku Γ i Γ'). Zmienia się jedynie warunek w punkcie (ii) do prostszej postaci: $\forall i \forall r_{-i} \quad \frac{\partial^2 U_i}{\partial c_i \partial \theta} \leq (\geq) 0$. Porównaj z nierównością (2.7).

Możliwość przefmułowania postaci gry i otrzymania w ten sposób słabszych warunków nałożonych na funkcję U wynika z tego, iż twierdzenie 3.1 podaje warunki wystarczające, ale nie konieczne otrzymania omawianych rezultatów odnośnie statyki komparatywnej.



Rysunek 2: Zbiór równowag gry Γ po zwiększeniu parametru w przypadku komplementarności wzrasta.

teczności) ze zwiększonej ilości czasu wolnego i-tego gospodarstwa ($\frac{\partial U_i}{\partial r_i} - (1-\theta)w_i\frac{\partial U_i}{\partial c_i}$) wynikająca z wyboru czasu wolnego wszystkich (każdego) z pozostałych gospodarstw. Innymi słowy, rosnące przyrosty F_i po (r_i, r_{-i}) (wyrażenie (3.11)) mówią nam jak przyrost netto przesunięcia jednostki czasu pracy do czasu wolnego i utrata w ten sposób „części" konsumpcji (przez utracone dochody) zmienia się pod względem wyboru czasu wolnego pozostałych podmiotów. W przypadku ciągłym o kierunku wpływu decyzji innych na decyzję i-tego gospodarstwa (czyli o znaku wyrażenia (3.11)) decyduje znak czynnika:

$$(1-\theta)w_i\frac{\partial^2 U_i}{\partial c_i \partial c_j} - \frac{\partial^2 U_i}{\partial r_i \partial c_j}. \tag{3.12}$$

Gdy czynnik ten jest większy od zera i-te gospodarstwo na wzrost wyboru czasu wolnego (spadek konsumpcji) przez każde z pozostałych gospodarstw grupy odniesienia jest bardziej skłonne przeznaczać więcej czasu na relaks samemu (mniej konsumować). W takim przypadku mówimy o komplementarności strategii poszczególnych podmiotów. Gdy mamy do czynienia z malejącymi przyrostami (wyrażenie (3.12) jest mniejsze od zera) mówimy o substytucyjności strategii poszczególnych gospodarstw domowych (por. twierdzenie 3.1).

Założenie o występowaniu komplementarności (w twierdzeniu 3.1) nie jest bezzasadne. Otóż zwiększenie konsumpcji (spadek wyboru czasu wolnego) gospodarstw z grupy odniesienia nie poprawi (w szczególności pogorszy) względnej sytuacji danego gospodarstwa a tym samym wzmocni skłonność do zwiększania własnej konsumpcji (zmniejszania wybranego czasu relaksu). Założenie to pozwala stwierdzić, iż w warunkach równowagi gospodarstwo domowe odpowie wzrostem własnej konsumpcji (wzrostem podaży pracy) na wzrost konsumpcji (wzrost podaży pracy) innych. Z przytoczonych powodów w dalszej części pracy skoncentrujemy się więc na przypadku komplementarności.

Punkt (i) twierdzenia 3.1 gwarantuje występowanie przynajmniej jednej równowagi Nasha gry Γ a więc równowagi analizowanej gospodarki, a ponadto określa strukturę zbioru tych równowag. Gdy ponadto spełniona jest przesłanka punktu (ii) (w przypadku ciągłym spełniona jest nierówność (3.10) ze znakiem[16] $>$) twierdzenie mówi nam, jak zachowa się gospodarka po zwiększeniu stopy opodatkowania θ: każdy z podmiotów indywidualnie będzie miał zachętę do zwiększenia wyboru czasu przeznaczanego na relaks a to jednocześnie skłoni pozostałych (przez komplementarność strategii) do zwiększenie własnego wyboru czasu wolnego. Zbiór równowag Nasha gry Γ wzrośnie, a więc skrajne równowagi wzrosną wraz z parametrem. Nie oznacza to jednak, iż równowagi wewnętrzne także wzrosną.

Na rysunku 2 przedstawiono przykładową funkcję najlepszej odpowiedzi i-tego gospodarstwa od strategii r_j dla symetrycznej gry Γ. To, iż funkcja ta jest rosnąca odzwierciedla spełnienie założenia o komplementarności strategii, a to że funkcja ta uległa przesunięciu „w górę” po zwiększeniu parametru z θ_1 do θ_2 - założenie o rosnących przyrostach F po (r_i, θ). Analizowana gospodarka ma 3 symetryczne równowagi (i nie ma równowag asymetrycznych) przy czym po wzroście parametru skrajne (największa i najmniejsza) ulegną przesunięciu w górę a środkowa w dół.

Przykład przedstawiony na rysunku 2 wskazuje także, iż siła reakcji podmiotu na wybrane strategie innych podmiotów może nie być stała, ale zmieniać się wraz z przesuwaniem się wzdłuż osi r_j. Na rysunku 2: jeżeli wybory czasu wolnego grupy odniesienia oscylują wokół niskich wartości czasu wolnego i wysokiej bezwzględnej konsumpcji, to dla gospodarstw domowych spada preferencja względem własnej konsumpcji i rośnie preferencja dla czasu wolnego bez względu na wybory innych. W funkcji użyteczności gospodarstwa domowego spada waga przypisywana konsumpcji względnej. Podobnie dzieje się na drugim krańcu przedziału r_j. Tu z kolei, strategie wyboru długiego czasu wolnego i niskiej konsumpcji pod wpływem podobnych zachowań otoczenia skutkują stopniowym spadkiem wpływu czynnika zewnętrznego na korzyść preferencji indywidualnych. Natomiast w środkowej części osi r_j gospodarstwo przypisuje względnie wysoką wagę zachowaniom gospodarstw grupy odniesienia.

[16] Porównaj z nierównością (2.7).

Na tym etapie nie możemy jeszcze stwierdzić, iż po wzroście stopy podatkowej (przy komplementarności strategii gospodarstw oraz rosnących przyrostach r i θ) zrealizowana podaż pracy zmaleje, ponieważ mogą występować równowagi wewnętrzne, o których monotoniczności nic nie wiemy. Ponadto w przypadku kilku równowag po zmianie parametru gospodarstwa mogą przejść z jednej równowagi (wyższym wyborze czasu wolnego i niższej podaży pracy) do drugiej (niższym wyborze czasu wolnego i wyższej podaży pracy). A więc mimo iż obie równowagi (tj. optymalne wybory czasu wolnego) wzrosły, zrealizowana podaż pracy także mogła wzrosnąć (na skutek przeskoku pomiędzy równowagami). Warunki wykluczające takie przypadki podamy w części 3.2.

Wcześniej przeanalizujemy jeszcze przypadek substytucyjności strategii.

Twierdzenie 3.2 (O równowagach dla substytucyjności) *Jeżeli dla każdego i zachodzi:*

(a) dla każdego r_{-i} i θ funkcja F_i jest ciągła względem r_i na $[0, 1]$ oraz

(b) dla każdego θ funkcja F_i ma malejące przyrosty względem r_i i r_{-i},

wtedy:

(i) gra ma przynajmniej jedną równowagę Nasha,

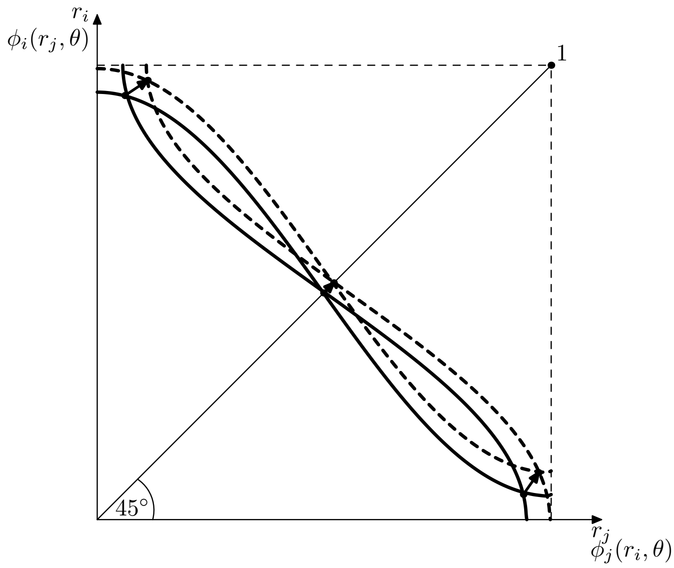
(ii) jeżeli dodatkowo założymy, iż gra jest symetryczna, dla każdego i oraz dla ustalonego r_{-i} funkcja F_i ma rosnące (malejące) przyrosty względem r_i i θ a ponadto w punkcie (b) przyjmiemy ściśle malejące przyrosty, wtedy gra Γ ma jedną symetryczną równowagę Nasha. Równowaga ta jest niemalejąca (nierosnąca) z θ.

W przypadku ciągłym założenie o malejących przyrostach sprawdzamy dzięki nierówności:

$$(1-\theta)w_i \frac{\partial^2 U}{\partial c_i \partial c_j} - \frac{\partial^2 U}{\partial r_i \partial c_j} \leq 0. \tag{3.13}$$

Substytucyjność strategii oznacza, iż na zwiększenie wyboru czasu wolnego (zmniejszenie konsumpcji) przez wszystkie gospodarstwa grupy odniesienia badane gospodarstwo będzie bardziej skłonne do odpowiedzenia spadkiem wyboru czasu wolnego (wzrostem konsumpcji). Zjawisko substytucyjności preferencji można wytłumaczyć np. samonagradzającym charakterem alternatywy: gdy gospodarstwo domowe zyskuje użyteczność postępując inaczej niż pozostali.

Punkt (i) twierdzenia 3.2 gwarantuje występowanie przynajmniej jednej równowagi Nasha w grze z substytucyjnością strategii. Punkt (ii) mówi, iż mimo występowania substytucyjności symetryczna gra ma symetryczną równowagę, która dla rosnących (malejących) przyrostów między r i θ jest

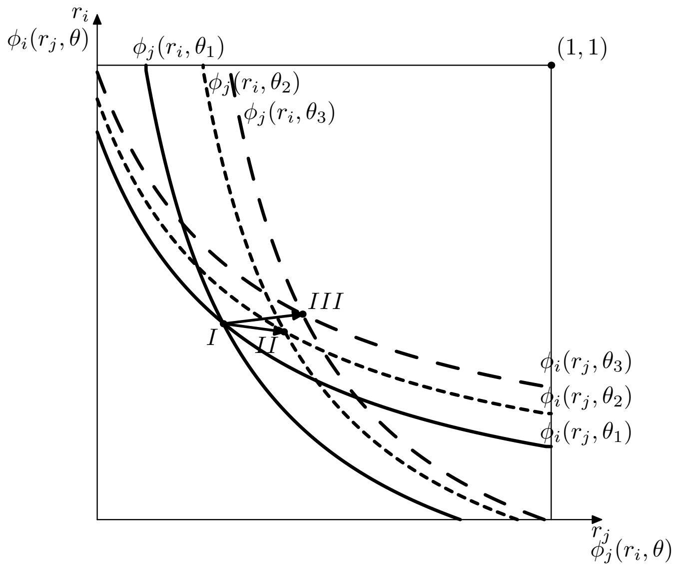


Rysunek 3: W przypadku substytucyjności możliwe jest występowanie asymetrycznych równowag w grze symetrycznej. W takiej grze występuje tylko jedna równowaga symetryczna monotoniczna z parametrem.

niemalejąca (nierosnąca) z θ. W przypadku substytucyjności strategii możliwe jest występowanie asymetrycznych równowag w grach symetrycznych (co było niemożliwe w przypadku ścisłej komplementarności). Jednak wynik taki nie powinien dziwić zważywszy właśnie na warunek substytucyjności. Co ciekawsze mimo omawianej substytucyjności istnieje równowaga symetryczna monotoniczna względem parametru θ. A więc w przypadku rosnących przyrostów r z θ wzrost stopy podatkowej może[17] spowodować spadek podaży pracy wszystkich gospodarstw (a więc efekt substytucyjny zmiany podaży pracy pozostałych gospodarstw zostanie przeważony przez komplementarność zmiany stopy podatkowej i wyboru czasu wolnego). Ilustracją do powyższych wniosków jest rysunek 3. Rysunek ten pokazuje także, iż warunki twierdzenia 3.1 nie są konieczne dla wzrostu wyboru r^* z parametrem θ.

Rysunek 4 pokazuje, iż w przypadku gry z substytucyjnością strategii wzrost parametru θ (stopy podatkowej) może doprowadzić do spadku ($I \rightarrow III$) podaży pracy wszystkich gospodarstw. Jednakże możliwe jest także, iż część gospodarstw zareaguje wzrostem a część spadkiem (gdy efekt substytucyjności przeważy nad efektem komplementarności wzrostu θ) podaży pracy ($I \rightarrow II$). Suma tych przeciwstawnych zmian może doprowadzić zarówno do wzrostu jak i spadku łącznej podaży pracy.

[17] Może a nie spowoduje na pewno, ponieważ gra ma jeszcze równowagi asymetrycze i system po wzroście parametru może przejść z symetrycznej do asymetrycznej równowagi.



Rysunek 4: W przypadku substytucyjności gospodarstwa domowe na wzrost parametru θ mogą wszystkie zareagować spadkiem podaży pracy ($I \rightarrow III$) jak również część z nich może zareagoować wzrostem a część spadkiem podaży pracy ($I \rightarrow II$) podaży pracy.

Dokonując porównania modelu jednoosobowego z modelem wieloosobowym uwzględniającym konsumpcję względną pojawiają się nam nowe wnioski. Spełnienie warunku (2.7) dla każdego gracza nie jest już wystarczające do uzyskania wzrostu podaży pracy po obniżeniu podatku. Dodanie nawet warunku komplementarności nie gwarantuje takiego rezultatu, konieczny jest jeszcze wybór równowagi skrajnej oraz zagwarantowanie, iż system po wzroście parametru nie przejdzie do niższej równowagi. Tak więc wzrost zrealizowanej podaży pracy przy wzroście stopy podatkowej jest tu bardziej prawdopodobny.

Dla gier symetrycznych występowanie asymetrycznych równowag jest możliwe tylko w przypadku substytucyjności. Występowanie asymetryczności równowag dla homogenicznych graczy spowoduje, iż każdy z identycznych podmiotów uwzględniwszy zachowanie pozostałych może inaczej zareagować na zmiany stopy podatkowej. Łączny efekt tych zmian da nam wynik w postaci spadku, wzrostu lub pozostawienia podaży pracy na niezmienionym poziomie.

Dla heterogenicznych podmiotów spadek zrealizowanej podaży pracy po wzroście stopy podatkowej pewny jest tylko dla skrajnych równowag przy komplementarności strategii, rosnących przyrostach r i θ oraz odpowiedniej dynamice procesu przejścia pomiędzy równowagami.

Na zakończenie podamy jeszcze twierdzenie odnośnie zbioru równowag gry Γ w zależności od ilości jej uczestników.

Twierdzenie 3.3 *Weźmy grę Γ z N graczami ze strategiami $r_n \in [0,1]$ i wypłatami $F_n(r_n, r_{-n}, \theta)$ jak wyżej. Jeżeli dla każdego $n \in N$, każdego θ i r_{-n} zachodzi:*

- *funkcja F_n jest półciagła z góry oraz*
- *funkcja F_n ma rosnące przyrosty względem r_n i r_{-n},*

wtedy dla każdego $i \in I$ gdzie $\emptyset \neq I \subset N$ jego strategia w największej i najmniejszej równowadze gry I niemaleje z I.

Interpretując: zwiększenie ilości graczy przy komplementarności strategii nie spowoduje zmniejszenia najmniejszej i największej równowagi.
Przykład 3.2
Rozpatrzmy gospodarkę składającą się z I gospodarstw domowych, każdego reprezentowanego przez funkcję użyteczności postaci: $U_i(c_i, r_i, c_{-i}) = c_i^\alpha r_i^\beta \left(\frac{\sum_{j\neq i} c_j}{I-1}\right)^\gamma$, gdzie $\alpha, \beta > 0$. Ponieważ monotoniczna transformacja funkcji U nie wpływa jakościowo na otrzymane wyniki stworzymy nową funkcję $\tilde{U}_i(c_i, r_i, c_{-i}) = \ln U_i(c_i, r_i, c_{-i})$. Korzystając z uwagi z przypisu 15 warunek rosnących przyrostów $\tilde{U}_i$ względem c_i, c_{-i} jest zawsze spełniony, ponadto $\tilde{U}_i$ ma ściśle rosnące przyrosty między $c_i, -\theta$. A więc zbiór równowag Nasha takiej gospodarki jest niepustą krata zupełną, z największym i najmniejszym elementem, które to (profile r_i) niemaleją z θ. Dla identycznych graczy rozpatrywana gospodarka nie ma asymetrycznych równowag. Zauważmy, iż wyniki analizy przykładu nie zmieniają się bez względu na znak parametru γ, a więc ujemnego czy dodatniego wpływu konsumpcji względnej na użyteczność danego gracza.

Dokładniej: gospodarka w podanym przykładzie ma tylko jedną równowagę Nasha, gdyż linie najlepszych odpowiedzi są stałe bez względu na strategię pozostałych graczy. $\diamond$

3.2 Analiza dynamiczna

Przedstawione w części 3.1 rezultaty dotyczące statyki komparatywnej analizowanej gospodarki zarówno w przypadku komplementraności jak i substytucyjności strategii nie wykluczały możliwości występowania wielu punktów równowagi. Spośród nich możliwe były równowagi przesuwające się przeciwnie do zmiany parametru. Ponadto podczas zmiany wartości parametru θ gospodarka mogła przejść pomiędzy różnymi stanami równowagi.

W poniższej części określimy dynamikę analizowanej gospodarki, aby zbadać stabilność równowag gry Γ. Pozwoli to wskazać warunki wystarczające do wyeliminowania przypadków opisanych w poprzednim akapicie.

Zaczniemy od definicji (por. Echenique 2002) określających dynamikę systemu i jego stabilność:

Definicja 3.1 *Rozpatrzmy odwzorowanie $\phi : X \to X$, gdzie X jest kratą. Ciąg $\{x_k\}$ w X nazywamy* uogólnioną dynamiką adaptacyjną przez ϕ *jeżeli istnieje takie $\gamma \in \mathbb{N}$, że $x_k \in [\underline{\phi}(\inf H_{\underline{k}}^{\gamma}), \bar{\phi}(\sup H_{\underline{k}}^{\gamma})]$ dla każdego $k \geq 1$, gdzie $H_{\underline{k}}^{\gamma}$ to historia długości γ z punktu k: $H = \{x_{k-\gamma}, \ldots, x_{k-1}\}$ a $\underline{\phi} = \inf(\phi(x))$ i $\bar{\phi} = \sup(\phi(x))$ dla każdego x. Przez $\mathcal{D}(x_0, \phi)$ oznaczamy zbiór wszystkich uogólnionych dynamik adaptacyjnych przez ϕ rozpoczynających się w x_0.*

Uogólniona dynamika adaptacyjna przez ϕ wyklucza więc elementy (ruchy), których nie da się „uzasadnić" odpowiedzią na historię dowolnej długości przez odwzorowanie ϕ. Podkreślmy, iż nie musi być to odpowiedź na poprzedni ruch a także ruchy nie muszą być równe (wystarczy zawarcie z odpowiednim przedziale) odpowiedzi na daną historię. W szczególności podzbiorem dynamik $\mathcal{D}$ są dynamiki zawarte w zbiorze:

$$\mathcal{A}(x_0, \phi) = \{\{x_k\}_{k=0}^{\infty} : x_k \in \phi(x_{k-1}), k \geq 1\},$$

a więc dynamiki typu *tâtonnement*.

Definicja 3.2 *Rozpatrzmy odwzorowanie $\phi : X \to X$. Punkt $\hat{x} \in X$ jest* w najlepszym razie stabilny *jeżeli istnieje takie otoczenie O punktu $\hat{x}$ w X, że dla każdego $x \in O$ istnieje ciąg $\{x_k\} \in \mathcal{D}(x_0, \phi)$ zbieżny do $\hat{x}$. Punkt $\hat{x} \in X$ jest* w najgorszym razie stabilny *jeżeli istnieje takie otoczenie O punktu $\hat{x}$ w X, że dla każdego $x \in O$ i każdego ciągu $\{x_k\} \in \mathcal{D}(x_0, \phi)$, $x_k \to \hat{x}$.*

Stosując powyższe definicje oraz oznaczając przez $\varepsilon(\theta)$ zbiór równowag gry Γ dla parametru θ mamy:

Twierdzenie 3.4 (O stabilności równowag) *Rozpatrzmy grę Γ, taką że dla każdego gracza funkcja wypłaty F_i jest półciągła z góry względem r_i dla każdego θ i r_{-i}, ma rosnące przyrosty na (r_i, r_{-i}) dla każdego θ oraz ściśle rosnące przyrosty na (r_i, θ) dla każdego r_{-i}. Jeżeli*

(a) ϵ jest ciągłym odwzorowaniem z Θ na $\{\varepsilon(\theta) : \theta \in \Theta\}$ oraz

(b) ϵ nie jest nigdzie niemalejące na $[\underline{\theta}, \bar{\theta}] \subset \Theta$

wtedy dla każdego $\theta \in [\underline{\theta}, \bar{\theta}]$ $\epsilon(\theta)$ nie jest w najlepszym razie stabilne. Jeżeli punkt (b) zastąpimy przez:

(b') ϵ jest rosnące na $[\underline{\theta}, \bar{\theta}] \subset \Theta$ i $\epsilon(\theta)$ jest izolowane[18] *w θ*

wtedy $\epsilon(\theta)$ jest w najgorszym razie stabilne.

[18] A więc istnieje takie otoczenie O równowagi $\epsilon(\theta)$, że $O \cap \varepsilon(\theta) = \{\epsilon(\theta)\}$, a więc jest to jedyna równowaga w tym otoczeniu.

Twierdzenie mówi nam, że dla gry z komplementarnością strategii oraz ostro rosnącymi przyrostami r_i z θ i ciągłymi przesunięciamy równowag: jeżeli po wzroście parametru równowaga uległa przesunięciu w górę (dół) to jest ona stabilna (niestabilna). A ponieważ dla ciągłych zbiorów strategii prawdopodobieństwo, iż system znajdzie się w niestabilnej równowadze jest równe zeru, wzrost podaży pracy po wzroście podatku przez przesunięcie się wraz z wewnętrzną równowagą jest niemożliwy. Równowaga niestabilna jest więc nie tyle punktem spoczynku danego systemu a raczej punktem rozdzielającym baseny zbieżności między równowagami stabilnymi.

Twierdzenie 3.5 (por. Echenique 2002) mówi nam jak zachowa się system wytrącony z równowagi „w górę" (np. wzrostem wartości parametru θ):

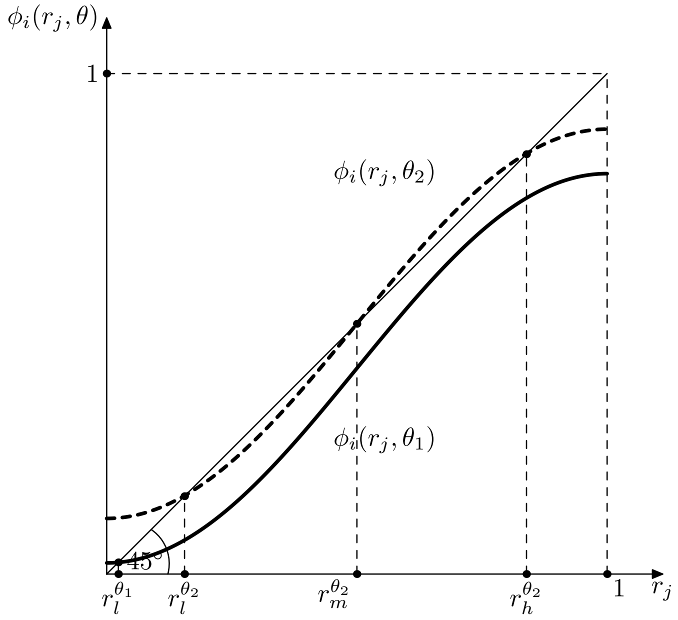
Twierdzenie 3.5 *Rozpatrzmy odwzorowanie* $\phi : X \to X$ *gdzie* $X = [0,1]^I$ *a* ϕ *jest łączną funkcją najlepszej odpowiedzi dla przypadku komplementarności strategii. Jeżeli* $X \ni x \preceq \inf \phi(x)$ *wtedy zbiór* $F(x,\phi) = \{z \in X : \exists\{x_k\} \in \mathcal{D}(x,\phi), z = \lim_k x_k\}$ *jest niepusty z najmniejszym elementem:* $\inf F(x,\phi) = \inf\{z \in \varepsilon : x \preceq z\}$ *oraz* $\inf F(x,\phi) \in \varepsilon$.

Innymi słowy system znajdujący się w punkcie x, niższym niż wartość funkcji największej odpowiedzi dla tego punktu zbiegnie do równowagi leżącej wyżej niż początkowy punkt. Gdy system początkowo znajduje się w równowadze wzrost parametru nie może doprowadzić do spadku wyborów r. Inaczej: w przypadku komplementarności i rosnących przyrostów między (r_i, θ) wzrost stopy podatkowej nie może doprowadzić do wzrostu podaży pracy[19]. Dzieje się tak ponieważ basen przyciągania równowagi wyższej powiększa się (równowag niestabilna obniża się), a więc bez względu na to, w której równowadze (stabilnej czy niestabilnej) system znajduje się początkowo po wzroście podatku podaż pracy nie wzrośnie.

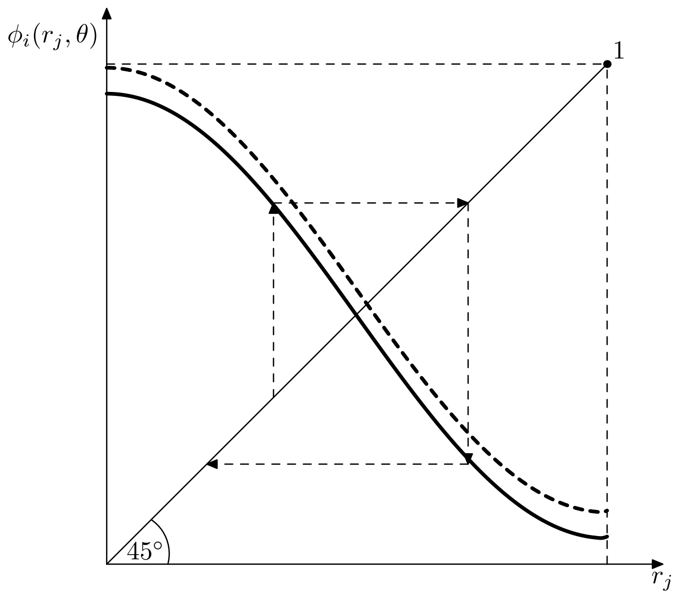
Na rysunku 2 środkowa równowaga jest niestabilna. Rozdziela ona baseny zbieżności między równowagami skrajnymi. Jeżeli gospodarka znajdzie się w którymś z basenów zbieżności wtedy zbiegnie do danej równowagi stabilnej. Dla komplementarności wykluczyliśmy więc przypadki spadku wewnętrznych równowag (we względu na ich niestabilność) oraz przejścia z równowagi wyższej do niższej po zmianie parametru.

W twierdzeniu 3.4 warunek izolowalności równowagi $\epsilon(\theta)$ w pewnym otoczeniu ma wykluczyć skrajny przypadek *continum* równowag - w ich przypadku nie wiemy jak zachowa się system, a warunek ciągłości równowag z θ ma wykluczyć równowagi, które po zmianie parametru zmieniają się skokowo, pojawiają się nowe lub znikają (porównaj rysunek 5). Ponadto twierdzenie nie jest już prawdziwe w przypadku substytucyjności strategii. Kontrprzykład został pokazany na rysunku 6.

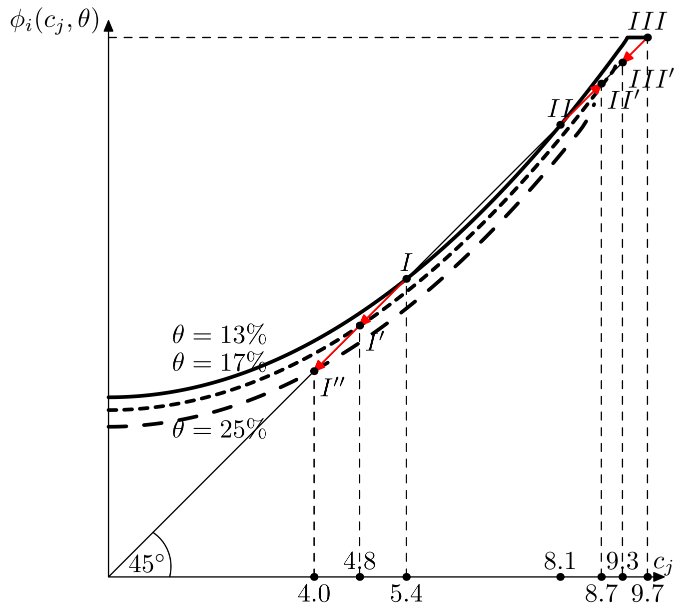
[19] A więc wykluczamy przypadek przeskoku do niższych równowag po wzroście wartości stopy podatkowej.



Rysunek 5: Wraz ze wzrostem θ pojawiają się dwie nowe równowagi. O ich stabilności nie możemy wnioskować na podstawie zmiany z θ_1 do θ_2. Na podstawie zmiany z θ_1 do θ_2 wiemy tylko, że równowaga r_l jest stabilna.



Rysunek 6: W przypadku symetrycznej substytucyjności mimo wzrostu równowagi symetrycznej wraz z θ jest ona niestabilna dla np. dynamiki *tâtonnement*.



Rysunek 7: Funkcja najlepszej odpowiedzi (wyboru konsumpcji) dla konsumpcji przeciwnika. Dla $\theta = 13\%$ oraz $\theta = 17\%$ gra ma trzy symetryczne równowagi Nasha: I,II i III (I',II' i III'). Dla $\theta = 25\%$ istnieje tylko jedna równowaga I''.

Kolejny przykład pokazuje możliwe konsekwencje występowania wielopunktowości równowag i ich monotoniczności względem stopu podatkowej dla analizowanej gospodarki.

Przykład 3.3

Rozpatrzmy funkcję użyteczności uwzględniającą konsumpcję względną postaci: $U(c_i, r_i, c_{-i}) = \left(\lambda c_i - (1-\lambda)\left(\frac{\sum_{j\neq i} c_j}{I-1}\right)^2\right)^\alpha r_i^\beta$. Przyjmijmy przykładowe wartości parametrów: $\alpha = 1/3$, $\beta = 2/3$, $\lambda = 9/10$, $w_i = 10$ i $t_i = 1$. Nie zmniejszając ogólności analizy a dla możliwości jej graficznego zaprezentowania przyjmiemy, iż $I = 2$. Dla tych wartości parametrów mamy do czynienia z komplementarnością strategii poszczególnych graczy. Ponadto funkcja U ma rosnące pierwsze przyrosty po $(c_i, -\theta)$ (por. przypis 15).

Załóżmy, iż początkowo stopa podatkowa wynosi 13%. Wtedy analizowana gospodarka ma 3 symetryczne równowagi Nasha z poziomami konsumpcji 5.4, 8.1 i 9.7 (odpowiednie wartości podaży pracy l_i: 0.5, 0.8, 1). Po wzroście stopy podatkowej do wartości 17% równowagi przesuwają się do poziomów: 4.8, 8.7 i 9.3 (odpowiednie wartości podaży pracy l_i: 0.46, 0.9, 1). A więc zbiór równowag Nasha dla konsumpcji i podaży pracy zmalał a dla wyborów czasu wolnego wzrósł (por. rysunek 7). Równowaga środkowa (II i II') jest niestabilna dla każdej uogólnionej dynamiki adaptacyjnej.

Dla stóp podatkowych 13%, 17% i pośrednich analizowaną gospodarkę cechuje zjawisko indeterminizmu: nie możemy *a priori* stwierdzić, w której równowadze system się znajdzie.

Dla stopy podatkowej 25% mamy jednak już tylko jedną symetryczną równowagę o wartości konsumpcji równej 4 (i odpowiedniej wartości podaży pracy: 0.4). $\diamond$

Otrzymane w przykładzie 3.2 wyniki możemy interpretować w następujący sposób: załóżmy, iż początkowo (przy $\theta = 13\%$) gospodarka znajduje się w równowadze III. Po wzroście stopy podatkowej (do $\theta = 17\%$) gospodarstwa ograniczą (dokładniej nie zwiększą) swoją podaż pracy (por. twierdzenie 3.5) bądź to w ramach przesunięcia równowagi (z III do III') bądź to przeskakując do poziomu równowagi I'. Przyjmując jednak założenie, iż dynamika systemu jest typu *tâtonnement*, gospodarka znajdzie się w przesuniętej równowadze III'. Po kolejnym wzroście stopy podatkowej (do poziomu 25%) gospodarstwa znajdą się już w równowadze I'' bez względu na to czy wcześniej pozostawały w równowadze III' czy też nie. W konsekwencji podaż pracy gospodarstwa obniży się z początkowego poziomu 1 do 0.4.

Jednakże, jeżeli chcielibyśmy powrócić do wysokiego poziomu podaży pracy obniżka stopy podatkowej do poziomu 17% (czy też 13%) może nie być wystarczająca. Gospodarka może bowiem utknąć na poziomie równowagi I' (I) i na zmiany stopy podatkowej reagować tylko niewielkimi wzrostami podaży pracy (z 0.4 przez 0.46 do 0.5). Dopiero obniżka stopy podatkowej do poziomu 8% wymusi (przez występowanie tylko jednej równowagi Nasha) powrót do wysokiego poziomu podaży pracy.

Zaznaczmy jednak, iż nie zawsze musimy mieć do czynienia z takim scenariuszem. Gospodarka po obniżce podatków (np. z 25% do 17%) może samoistnie przeskoczyć do poziomu równowagi III'.

4 Wnioski

Badania reakcji podaży pracy na zmiany obciążeń podatkowych przez lata zdominowane były przez przeświadczenie, że każde z gospodarstw domowych ustala swe strategie zachowań w sposób izolowany i niezależny od postępowania innych podmiotów. Co prawda, pozwalało to w prosty sposób sumować indywidualne reakcje gospodarstw domowych, ale podejście to w świetle wyników badań empirycznych było mało realistyczne. Biorąc pod uwagę te fakty zbadaliśmy, jakie nowe wyniki badawcze można uzyskać zakładając, że gospodarstwa domowe uwzględniają w swych strategiach także sytuację i zachowania innych gospodarstw, stanowiących dla nich grupę odniesienia. Sytuację tę nazywamy współzależnością preferencji i modelujemy ją poprzez odwołanie się do konsumpcji względnej (np. relacji własnej konsumpcji do konsumpcji w grupie odniesienia). Wykorzystując teorię krat i ideę gier supermodularnych uzyskaliśmy wyniki bazujące na bardzo ogólnych założeniach dotyczących kształtu funkcji użyteczności gospodarstw domowych. Osiągnięte rezultaty można ująć w czterech punktach.

Po pierwsze, uwzględnienie konsumpcji względnej w funkcji użyteczności gospodarstwa domowego nie zmienia w sposób zasadniczy dotychczasowych generalnych wniosków z co do negatywnego wpływu wzrostu stóp podatku dochodowego na wielkość podaży pracy na poziomie makroekonomicznym (por. twierdzenia 2.1 i 3.1).

Po drugie, współzależność preferencji powoduje, że strategie gospodarstw domowych są substytucyjne lub komplementarne względem zachowań innych podmiotów. Wystąpienie wielopunktowych stanów równowagi w przypadku komplementarności oznacza, że gospodarka charakteryzuje się albo wysoką podażą pracy (gospodarstwa domowe wybierają krótki czas wolny), albo niską podażą pracy (gospodarstwa domowe wolą długi czas wolny). Obie te sytuacje są możliwe, a obserwowany stan empiryczny jest konsekwencją określonych oczekiwań czy też danej ścieżki rozwoju historycznego.

Po trzecie, występowanie wielości stanów równowagi może oznaczać, iż reakcje gospodarki na zmiany stóp podatkowych mogą być relatywnie słabe. Dokładniej: mimo występowania mechanizmu wzmocnienia reakcji podmiotów na szoki zewnętrzne (charakterystycznego dla strategicznej komplementarności), zmiany podaży pracy po zmianie stopy podatkowej mogą ograniczyć się do niewielkich przesunięć lokalnych stanów równowagi a nie „przeskoków" pomiędzy stanami równowagi. Może ujawnić się więc specyficzny mechanizm „zakotwiczenia" decyzji jednych gospodarstw w polu działania innych podmiotów. W przypadku komplementrności silna inercja układu w reakcji na zewnętrzne szoki może być interpretowana jako wynik uwarunkowań strukturalnych rynku pracy, systemu świadczeń społecznych, norm kulturowych itp. Nie czujemy się kompetentni by w pełni przedyskutować zasadność tego punktu widzenia. Naszym zdaniem, bezwładność układu gospodarczego może być wynikiem pewnych czynników historycznych, które nie tyle zmieniły normy zachowań społecznych lecz wykreowały oczekiwania co do postępowania większości i w ten sposób, w dużym stopniu, zdeterminowały strategie zachowań gospodarstw domowych. Można tu doszukiwać się swoistego mechanizmu histerezy, znanego w nieco innym kontekście dynamicznej analizy rynku pracy.

Po czwarte, w wymiarze praktycznym przeprowadzone rozumowanie może dostarczyć ważnych wyjaśnień przyczyn głębokich różnic istniejących między krajami co do wielkości podaży pracy oraz elastyczności podaży pracy względem podatków (czy też płac). Model, uwzględniający komplementarność decyzji gospodarstw domowych, pokazuje, że dwie identyczne gospodarki pozostające w różnych stanach równowagi i charakteryzujące się różnymi stopami podatkowymi nie zachowają się identycznie po wyrównaniu stóp podatkowych. Wobec silnej inercji układu konieczny jest bardzo silny szok egzogeniczny (w tym przypadku jest nim zmiana wielkości opodatkowania), by spowodować przeskok gospodarki do nowego stanu równowagi. Impuls podatkowy musi bowiem przekroczyć pewien poziom krytyczny zmiany, by wyeliminować wielość stanów równowagi na rzecz jednego atraktora.

5 Dowody

Dowód `(Twierdzenia 2.1)`

Wynika bezpośrednio z twierdzenia 4 autorstwa Milgrom i Shannon (1994). ■

Dowód `(Twierdzenia 2.2)`

Własność RSCP dla funkcji F jest równoznaczna z własnością SCP dla funkcji $G(l,\theta) \equiv F(-r,\theta)$. Dowód wynika więc bezpośrednio z twierdzenia 4 autorstwa Milgrom i Shannon (1994) zastosowanego dla funkcji G. ■

Dowód `(Twierdzenia 2.4)`

$$\frac{\partial F(r,\theta)}{\partial r} = \frac{\partial U(w(1-r)(1-\theta)+t,r)}{\partial r} = -w(1-\theta)\frac{\partial U(c,r)}{\partial c} + \frac{\partial U(c,r)}{\partial r},$$

i dalej:

$$\frac{\partial^2 F(r,\theta)}{\partial r \partial \theta} = w\frac{\partial U(c,r)}{\partial c} + w^2(1-\theta)(1-r)\frac{\partial^2 U}{\partial c^2} - w(1-r)\frac{\partial U}{\partial c \partial r}.$$

Wiedząc dodatkowo, iż $r \in [0,1]$ bez względu na wartość parametru θ oraz że każda funkcja z argumentami w $\mathbb{R}$ jest supermodularna możemy skorzystać z twierdzeń o izotoniczności rozwiązań maksymalnych autorstwa Amir (1996) oraz Edlin i Shannon (1998) i otrzymać tezę. ■

Dowód `(Twierdzenia 3.1, o równowagach dla komplementarności)`

Wykażemy, iż tak opisana gra jest supermodularna.

$$\begin{aligned}\frac{\partial F_i(r_1,r_2,\ldots,r_I,\theta)}{\partial r_i} &= \frac{\partial U_i(w_i(1-r_i)(1-\theta)+t_i,r_i,w_{-i}(1-r_{-i})(1-\theta)+t_{-i})}{\partial r_i} = \\ &= -w_i(1-\theta)\frac{\partial U_i(c_i,r_i,c_{-i})}{\partial c_i} + \frac{\partial U_i(c_i,r_i,c_{-i})}{\partial r_i},\end{aligned}$$

i dalej dla $j \neq i$

$$\frac{\partial^2 F_i(r_1,r_2,\ldots,r_I,\theta)}{\partial r_i \partial r_j} = (1-\theta)w_j\left((1-\theta)w_i\frac{\partial^2 U_i(c_i,r_i,c_{-i})}{\partial c_i \partial c_j} - \frac{\partial U_i(c_i,r_i,c_{-i})}{\partial r_i \partial c_j}\right).$$

Dla $(1-\theta)w_i\frac{\partial^2 U}{\partial c_i \partial c_j} - \frac{\partial^2 U}{\partial r_i \partial c_j} > 0$ Γ jest grą supermodularną. Dodatkowo:

$$\frac{\partial^2 F_i(r_1,r_2,\ldots,r_I,\theta)}{\partial r_i \partial \theta} = w_i\frac{\partial U_i}{\partial c_i} + (1-r_j)w_j\left((1-\theta)w_i\frac{\partial^2 U_i(c_i,r_i,c_{-i})}{\partial c_i \partial c_j} + \frac{\partial U_i(c_i,r_i,c_{-i})}{\partial r_i \partial c_j}\right) + (1-r_i)w_i\left((1-\theta)w_i\frac{\partial^2 U_i(c_i,r_i,c_{-i})}{\partial c_i^2} - \frac{\partial U_i(c_i,r_i,c_{-i})}{\partial r_i \partial c_i}\right),$$

czyli dla warunku (2.7) funkcję wypłaty cechują rosnące przyrosty po (r_i,θ) dla ustalonego r_{-i}. Stosujemy teraz twierdzenia twierdzenia 4.2.1 i 4.2.2 z (Topkis 1998) i otrzymujemy tezy (i) oraz (ii).

Punkt (iii) (por. Amir, Jakubczyk i Knauff 2006) wykażemy nie wprost. Dla ułatwienia zapisu pominiemy parametr θ w funkcji F. Załóżmy, iż dla symetrycznej gry supermodularnej istnieje asymetryczna równowaga (a_i, b_{-i}). Z symetryczności gry wiemy, iż strategia (b_i, a_{-i}) jest także równowagą Nasha tej gry a ponadto:

$$F((a_i, b_{-i})) \geq F((b_i, b_{-i})), \quad F((b_i, a_{-i})) \geq F((a_i, a_{-i})).$$

Dodając obie nierówności stronami mamy:

$$F((a_i, b_{-i})) + F((b_i, a_{-i})) \geq F((a_i, a_{-i})) + F((b_i, b_{-i})) \tag{5.14}$$

Z (i) mamy ponadto, że zbiór równowag jest kratą zupełną a dodając, że funkcja wypłaty jest ściśle supermodularna mamy:

$$F((a_i, b_{-i}) \vee (b_i, a_{-i})) + F((a_i, b_{-i}) \wedge (b_i, a_{-i})) =$$
$$= F((a_i, a_{-i})) + F((b_i, b_{-i})) > F((b_i, a_{-i})) + F((a_i, b_{-i})).$$

Porównując powyższą nierówność z nierównością (5.14) otrzymujemy sprzeczność. ■

Dowód `(Twierdzenia 3.2, o równowagach dla substytucyjności)`
Punkt (ii) udowadniamy nie wprost. Dla ułatwienia zapisu pomijamy parametr θ. Załóżmy, iż istnieją dwie różne symetryczne równowagi Nasha (a_i, a_{-i}) oraz (b_i, b_{-i}). Muszą być one uporządkowane. Niech $(a_i, a_{-i}) < (b_i, b_{-i})$. Ponadto wiemy, że:

$$F((a_i, a_{-i})) \geq F((b_i, a_{-i})), \quad F((b_i, b_{-i})) \geq F((a_i, b_{-i})).$$

W rozpatrywanym przypadku ściśle malejące przyrosty implikują ścisłą submodularność funkcji F. Dlatego też:

$$F((a_i, b_{-i}) \vee (b_i, a_{-i})) + F((a_i, b_{-i}) \wedge (b_i, a_{-i})) =$$
$$= F((a_i, a_{-i})) + F((b_i, b_{-i})) < F((b_i, a_{-i})) + F((a_i, b_{-i})).$$

Łącząc powyższe nierówności stronami otrzymujemy sprzeczność.

Dalszą część punktu (ii) otrzymujemy bezpośrednio z tego, iż funkcja najlepszej odpowiedzi maleje (rośnie) z θ. ■

Dowód `(Twierdzenia 3.4, o stabilności równowag)`
Bezpośrednio z twierdzenia 4 i 6 autorstwa (Echenique 2002). ■

Literatura

ALESINA A., E. GLAESER, B. SACERDOTE (2005): "Work and leisure in the U.S. and Europe: why so different?," *NBER Working Paper*, No. 11278.

AMIR R. (1996): "Sensitivity analysis of multisector optimal economic dynamics," *Journal of Mathematical Economics*, 25, 123–141.

AMIR R., M. JAKUBCZYK, M. KNAUFF (2006): "Symmetric Versus Asymmetric Equilibria In Symmetric N-Player Supermodular Games," Ph.D. thesis of M.Knauff, CORE, UCL.

BECKER G. (1965): "A theory of the allocation of time," *Economic Journal*, 75, 493–517.

ECHENIQUE F. (2002): "Comparative statics by adaptive dynamics and the correspondence principle," *Econometrica*, 70(2), 833–844.

EDLIN A. S., C. SHANNON (1998): "Strict Monotonicity in Comparative Static," *Journal of Economic Theory*, 81(1), 201–219.

GARBICZ M. (1997): "Model reakcji podaży pracy na zmiany płac realnych," *Ekonomista*, 2.

GLAESER E., B. SACERDOTE, J. SCHEINKMAN (2002): "The Social Multiplier," *NBER Working Paper*, No. 9153.

MILGROM P., C. SHANNON (1994): "Monotone comparative statics," *Econometrica*, 62(1), 157–180.

PRESCOTT E. (2004): "Why Do Americans Work So Much More Than Europeans?," *NBER Working Paper*, No. 10316.

SOBEL J. (2005): "Interdependent Preferences and Reciprocity," *Journal of Economic Literature*, 43, 392–436.

TOPKIS D. M. (1998): *Supermodularity and complementarity*, Frontiers of economic research. Princeton University Press.

ZIZZO D. J. (2003): "Empirical evidence on interdependent preferences: nature or nurture?," *Cambridge Journal of Economics*, 27(6), 867–880.