

**Zadanie 1 (1.5p)** Rozwiąż używając twierdzenia Kuhna-Tuckera (tj. bez zmiennych zmiennych):

$$\begin{aligned} \max_{x,y} \quad & 3xy - y^3 \\ & 2x - y = -5 \\ & 5x + 2y \geq 37 \\ & x \geq 0, y \geq 0. \end{aligned}$$

**Zadanie 2 (1p)** Podaj (inny niż na zajęciach) “nie patologiczny” przykład nieracjonalnych preferencji. Podaj “nie patologiczny” przykład niewypukłych preferencji.

**Zadanie 3 (2p)** Rozważ monotoniczne i ciągłą relację preferencji.

- Udowodnij, że jest homotetyczna wtt, gdy istnieje homogeniczna stopnia 1 funkcja użyteczności reprezentująca je. (Dla kierunku ... i tylko wtedy... rozważ reprezentację przez monotonicznych preferencji rozważaną na zajęciach w dowodzie twierdzenia Debreu)
- Niech funkcja użyteczności  $u \in \mathcal{C}^1$  będzie homogeniczna stopnia 1. Pokaż, że MRS dla każdej pary dóbr jest homogeniczna stopnia 0; jakie implikacje rodzi to dla krzywej Engla??

**Zadanie 4 (2p)** Rozważ dwa programy mające pomóc w zakupie mieszkania: pierwszy to transfer  $C$  PLN, a drugi certyfikat o wartości  $C$  PLN, który może być wydany tylko na zakup mieszkania.

- Oceń: “Gospodarstwo domowe nigdy nie będzie ściśle preferowało certyfikatu nad transfer w tej samej wysokości”. Pokaż intuicję używając rysunku.
- Niech gospodarstwo początkowo wydaje  $x\%$  dochodu na mieszkanie, a preferencje będą homotetyczne. Dla jakich wartości  $C$  będzie ściśle preferowało transfer?

**Zadanie 5 (2p)** Rozważ gospodarstwo domów z preferencjami

$$u(x_1, x_2, \dots, x_T) = \sum_{t=0}^T \beta^t \ln(x_t),$$

z  $\beta \in (0, 1)$  z cenami  $p_1, p_2, \dots, p_T$  i dochodem  $w$ , który musi starczyć na całe życie.

- znajdź optymalną ścieżkę konsumpcji.
- czy konsumpcja rośnie, czy maleje z czasem? Jak wzrost  $\beta$  zmienia optymalną konsumpcję  $x_1$ .

**Zadanie 6 (1p)** Rozważ: Jeżeli wszystkie dobrą są swoimi substytutami to, żadne z nich nie może być Giffera.

**Zadanie 7 (2.5p)** Konsument konsumuje dwa dobra. Początkowo  $p = (1, 1)$  and  $x = (1, 3)$ . Ceny i dochody zmieniają się do  $p' = (2, 1)$ , a  $w' = 6$ . Wyprowadź wartości  $x'_1$  spójne z ograniczeniem budżetowym oraz:

- WARP
- WARP oraz normalność dobra 1.
- WARP oraz normalność obu dóbr.
- WARP oraz homotetyczność.
- WARP oraz quasi-liniowość względem 1 dobra.

W każdym przypadku wskaż wszystkie możliwe popyty.