

## WARTOŚĆ PIENIĄDZA W CZASIE

Wartość pieniądza w czasie ulega zmianie. Bardziej cenimy złoty dziś niż ten sam złoty w przyszłości. Są trzy przyczyny tego stanu rzeczy.:

- koszt utraconych możliwości,
- ryzyko,
- inflacja.

### Koszt utraconych możliwości:

Lokując pieniądze w jakimkolwiek przedsięwzięciu tracimy możliwość osiągnięcia korzyści z tytułu alternatywnego wykorzystania naszych środków pieniężnych. Jeżeli istnieje więcej niż jedna alternatywa (lokata bankowa, zakup papierów wartościowych, działalność produkcyjna lub handlowa), wybieramy najkorzystniejszą. Niech ta alternatywa oznacza  $r\%$  przychodu od kapitału rocznie. W rezultacie po roku mielibyśmy  $(1+r)*K$  pieniędzy zakładając, że inicjujemy naszą działalność gospodarczą z kapitałem  $K$  zł. Po  $t$  latach kapitał powiększyłby się do  $K*(1+r)^t$ . Widzimy, że  $K$  zł dziś, równoważne jest  $K*(1+r)^t$  zł po  $t$  latach. Odwracając nasze rozumowanie mamy, że 1 zł w roku  $t$  warta jest w złotych roku zerowego  $1/(1+r)^t$  zł. Wyrażenie  $1/(1+r)^t$  może być interpretowane jako dzisiejsza cena 1 złotego w roku  $t$ -tym.

### Ryzyko:

Całe powyższe rozumowanie dotyczy sytuacji pewności. Co stanie się jeżeli uwzględnimy stan ryzyka?

Niech  $f(s)$  oznacza funkcję gęstości prawdopodobieństwa iż spodziewany dochód w przyszłym roku uszczuplony zostanie o  $s*K$ , gdzie  $0 \leq s \leq 1$  i tym samym dochód wyniesie  $K-s*K$ . Wtedy, możemy zdefiniować sobie miarę ryzyka w postaci wartości oczekiwanej  $p = E(s) = \int s*f(s)ds$  iż spodziewany dochód w przyszłym roku ulegnie zmniejszeniu, średnio biorąc,  $p$  razy ( $0 \leq p \leq 1$ ).

Jeżeli porównujemy pewny dochód obecnie z przyszłym oczekiwanym dochodem to, biorąc pod uwagę stopień ryzyka związany z przyszłymi dochodami i miarę ryzyka  $p$ , przewidywany, przyszły dochód  $K$  równoważny jest bieżącemu - i traktowanemu jako pewny - dochodowi w wysokości  $K*(1-p)$ . Dla małych wartości  $p$  wyrażenie  $1-p$  może być w przybliżeniu zapisane jako  $1/(1+p)^1$ .

W efekcie czynnik ryzyka skłania nas do wyceny przyszłego dochodu wg stopy dyskonta  $1/(1+p)$ . Ponieważ  $p$  jest miarą ryzyka tylko dla jednego okresu, to stopa dyskonta dla  $i$ -tego roku wyniesie - o ile stopy ryzyka są identyczne dla wszystkich lat -  $1/(1+p)^i$ .

### Inflacja:

Lokata nominalnej kwoty pieniężnej  $K$  w banku przy stopie realnego rocznego oprocentowania  $r$  oznacza, że po roku uzyskany dochód wynosi  $K*(1+r)$ . Jeżeli uwzględnimy roczne tempo wzrostu cen  $\tau$ , to nominalny dochód wyniesie  $K*(1+r)*(1+\tau)$ . W złotych okresu  $t=0$  dochód przyszłego roku dyskontujemy zatem stopą  $1/[(1+r)*(1+\tau)]$ .

### Stopa dyskonta:

Niech koszt utraconych możliwości wynosi w poszczególnych latach  $r_1, r_2, \dots, r_i, \dots$ ; niech stopa ryzyka wynosi  $p_1, p_2, \dots, p_i, \dots$ ; niech stopa inflacji  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_i, \dots$ . Wówczas stopa dyskonta dla roku  $i$  wyniesie będzie:

---

<sup>1</sup> Wynika to z rozwinięcia wyrażenia  $1/(1+p)$  w szereg Maclaurina.. Tym samym przyszły dochód  $K$  traktujemy jako wartość  $K/(1+p)$  z okresu  $t=0$ .

$$\frac{1}{\prod_{k=1}^i (1+r_k) \cdot \prod_{k=1}^i (1+p_k) \cdot \prod_{k=1}^i (1+\tau_k)}$$

Jeżeli, co jest regułą, zakładamy, że wszystkie  $r_i = r$ ,  $p_i = p$  oraz  $\tau_i = \tau$ , wówczas stopa dyskonta dla roku  $i$  upraszcza się do postaci:

$$\frac{1}{[(1+r) \cdot (1+p) \cdot (1+\tau)]^i}$$

Stopa dyskonta może być interpretowana jako cena pieniądza w roku  $i$ -tym wyrażona w jednostkach roku zerowego. Jeżeli wielkości  $r$ ,  $p$ ,  $\tau$  nie są duże możemy w przybliżeniu zapisać  $(1+r) \cdot (1+p) \cdot (1+\tau) \approx 1+r+p+\tau$ . W praktyce posługujemy się takim zapisem, gdzie wyrażenie  $r+p+\tau$  łącznie ujmuje trzy elementy rachunku: koszt utraconych możliwości (w wymiarze realnym), ryzyko i inflację.

### Wycena papierów wartościowych

Zakładamy, że dany papier wartościowy wart jest tyle ile przyniesie on dochodu w całym okresie jego życia. W przypadku akcji - teoretycznie - okres ten jest nieskończenie wielki, natomiast dla obligacji obejmuje on okres do momentu wykupu.

Przeprowadzamy następujące rozumowanie: kurs bieżący papieru równy jest sumie zdyskontowanych przychodów w całym okresie życia papieru. Przyszłe przychody są zdyskontowane, bowiem jest to procedura pozwalająca sprowadzić "przyszłe zlotówki" do "dzisiejszych zlotówek", wyrazić dochody przyszłych okresów w dzisiejszej cenie pieniądza.

W jaki sposób określamy przyszłe przychody? Dochody z akcji to np. coroczne dywidendy, zaś z obligacji to coroczne oprocentowanie plus, w ostatnim roku, nominalna wartość obligacji (wykup obligacji). Są to wielkości jedynie przewidywane, a zatem niepewne. Nie dotyczy to obligacji, bo tu nominalne oprocentowanie jest ustalone z góry.

Ustalenie stopy dyskonta może być jeszcze bardziej kłopotliwe. Po pierwsze, koszt utraconych możliwości jest wielkością subiektywną i różną dla każdego podmiotu. Po drugie, ocena ryzyka jest także indywidualnie bardzo zróżnicowana, zaś ocena przyszłej inflacji niepewna. W efekcie każdy podmiot będzie przyjmować różne stopy dyskonta zależne od jego oceny ryzyka, przewidywanego tempa wzrostu cen i kosztu utraconych możliwości. Powoduje to, że nawet wówczas gdy przyszłe przychody oceniane są identycznie przez dwa różne podmioty, wartość danego aktywu może być różnie oszacowana ze względu na różnice w przyjętej stopie dyskontowej.

Niech zatem obecny rynkowy kurs akcji np. firmy MAX wynosi  $K$ . Jeżeli nasza ocena wartości tego aktywu oszacowana według powyższej metodologii wynosi  $L < K$ , to jako właściciel sprzedajemy papier bo zarabiamy  $K - L$ . Wszyscy dla których  $L < K$  kreują tym samym podaż akcji MAX. Są zapewne i tacy, dla których  $L > K$  i ci zechcą akcje MAX kupować bowiem zyskują  $L - K$ . Ostatecznie suma indywidualnych strumieni podaży i popytu wyznaczy rynkowy kurs akcji MAX.

### Akcje

Niech roczne realne dochody z akcji MAX (dywidendy) są stałe i wynoszą  $d$ . Operując wielkością realnych przychodów możemy pominąć czynnik inflacyjny  $\tau$ . Czynnik dyskontujący jest stały  $R = r + p$ . Wartość akcji szacujemy zatem jako sumę:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{d}{(1+R)^i} = d \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(1+R)^i} = d/R$$

Jeżeli dochody  $d$  są wielkościami nominalnymi konieczne jest dodanie do współczynnika  $R$  składnika inflacyjnego  $\tau$ .

## Obligacje

Niech obligacja o wartości nominalnej  $B$  i oprocentowaniu rocznym  $p$  żyje  $T$  lat. Zdyskontowana suma przychodów wyznaczająca wartość obligacji może być szacowana następująco:

$$B \cdot p \cdot \sum_{i=1}^T \frac{1}{(1+R)^i} + \frac{B}{(1+R)^T}$$

Zdyskontowana suma jest skończona bowiem przychody osiąga się przez  $T$  lat a ponadto w roku  $T$  następuje wykup obligacji po cenie nominalnej. Ponieważ  $B$  jest nominalną wartością obligacji (cena zakupu w momencie  $t=0$ ), to współczynnik dyskontujący musi zawierać  $\tau$  ( $R = r + p + \tau$ ).

## Wartość bieżąca netto (NPV)

Przyjmijmy, że przez  $g$  lat realizujemy inwestycję która przynosić będzie po jej ukończeniu roczne zyski  $d$ . Niech łączny okres budowy i eksploatacji obiektu wynosi  $T$  lat. Zakładamy, że  $K_i$  oznacza nakłady inwestycyjne w roku  $i$ . Kiedy uznamy opłacalność inwestycji? Sensowne jest przyjęcie kryterium, iż warunkiem opłacalności jest by przychody z inwestycji w całym okresie jej eksploatacji przewyższały nakłady. Nie możemy jednak zastosować prostej formuły:

$$\sum_{i=1}^g K_i < (T-g) \cdot d$$

jako kryterium bowiem musimy uwzględnić zmiany wartości pieniądza w czasie. Stąd musimy dyskontować zarówno nakłady jak i zyski dla jakiegoś ustalonego momentu. Niech momentem tym będzie pierwszy rok budowy obiektu. Wówczas nasze kryterium przyjmie postać:

$$\sum_{i=1}^g K_i / (1+R)^i < \sum_{i=g+1}^T d / (1+R)^i$$

Jeżeli warunek ten będzie spełniony, wówczas możemy uznać inwestycję za opłacalną. Powyższy warunek można zapisać także nieco inaczej:

$$\sum_{i=g+1}^T \frac{d}{(1+R)^i} - \sum_{i=1}^g \frac{K_i}{(1+R)^i} > 0$$

Wyrażenie po lewej stronie nazywamy wartością bieżącą netto (net present value NPV). Zarówno przychody (zyski) jak i nakłady dyskontowane są na ten sam moment i dodawane do siebie, z tym iż nakłady traktowane są jako wielkości ujemne. Dodatnia wartość NPV świadczy, że nakłady z nadwyżką pokryte są przez przychody. Oczywiście wartość NPV zależy od przyjętej stopy dyskonta.

## Wewnętrzna stopa procentowa (IRR)

Wartość  $R$  taką, że dla danych  $K_i$  i  $d_i$  wartość bieżąca netto równa się zero nazywana jest wewnętrzną stopą procentową (internal rate of return IRR). Oznacza to, że wewnętrzna stopa procentowa to taka stopa dla której zachodzi  $NPV(IRR) = 0$ . Wewnętrzna stopa procentowa mówi nam na jaką średnioroczną stopę przychodu od inwestycji możemy liczyć. By dokonać wyboru musimy porównać wyliczoną IRR z minimalną stopą, którą uznamy za graniczną. Jeżeli IRR będzie wyższa niż przyjęta stopa minimalna uważamy decyzję inwestycyjną za opłacalną.