

# Handout z teorii gier

Lukasz Woźny\*

KTSR, SGH, 14 maja 2006

## 1 Gry w postaci strategicznej z doskonałą informacją

**Definicja 1.1** *Na grę w postaci strategicznej składają się:*

- skończony zbiór graczy  $N$ ,
- dla każdego  $i \in N$  niepusty zbiór  $A_i$  strategii gracza  $i$  oraz
- dla każdego  $i \in N$  relacja preferencji  $\succeq_i$  na zbiorze  $A = \times_{j \in N} A_j$ .

**Definicja 1.2** *Równowagą Nasha gry  $\langle N, (A_i), (\succeq_i) \rangle$  w postaci strategicznej jest taki profil strategii  $a^* \in A$ , że dla każdego  $i \in N$  zachodzi:*

$$(a_i^*, a_{-i}^*) \succeq_i (a_i, a_{-i}^*),$$

dla każdego  $a_i \in A_i$ .

## 2 Gry w postaci ekstensywnej z doskonałą informacją

**Definicja 2.1** *Na grę w postaci ekstensywnej z doskonałą informacją składają się:*

- skończony zbiór graczy  $N$ ,
- zbiór  $H$  (skończonych albo nieskończonych) ciągów spełniających trzy następujące własności: (a) ciąg pusty  $\emptyset$  należy do  $H$ , (b) jeżeli  $(a^k)_{k=1, \dots, K} \in H$  oraz  $L < K$  wtedy  $(a^k)_{k=1, \dots, L} \in H$ , (c) jeżeli nieskończony ciąg  $(a^k)_{k=1, \dots}$  spełnia  $(a^k)_{k=1, \dots, L} \in H$  dla każdej dodatniej całkowitej liczby  $L$  wtedy  $(a^k)_{k=1, \dots} \in H$ ,

---

\*lukasz.wozny@sgh.waw.pl.

- funkcji  $P$  przyporządkowującej każdemu niekończonemu wierzchołkowi gry gracza  $N$ ,
- dla każdego  $i \in N$  relacja preferencji  $\succeq_i$  na zbiorze  $Z$ .

**Definicja 2.2** Strategią gracza  $i \in N$  w grze ekstensywnej z doskonałą informacją  $\langle N, H, P, (\succeq_i) \rangle$  jest funkcja przyporządkowująca decyzję  $A(h)$  dla każdej niekończącej historii  $h \in H \setminus Z$  dla którego  $P(h) = i$ .

**Definicja 2.3** Równowagą Nasha gry w postaci ekstensywnej z doskonałą informacją  $\langle N, H, P, (\succeq_i) \rangle$  jest taki profil strategii  $a^*$ , że dla każdego  $i \in N$  zachodzi:

$$(a_i^*, a_{-i}^*) \succeq_i (a_i, a_{-i}^*),$$

dla każdego  $a_i$ .

### 3 Gry w postaci strategicznej z niezupełną informacją

**Definicja 3.1** Na grę Bayesowską składają się:

- skończony zbiór graczy  $N$ ,

oraz dla każdego gracza  $i \in N$ :

- zbiór strategii  $A_i$ ,  $A = \times_{i \in N} A_i$ ,
- zbiór typów gracza  $\Theta_i$ ,  $\Theta = \times_{i \in N} \Theta_i$ ,
- funkcja prawdopodobieństwa  $p_i : \Theta_i \rightarrow \Delta(\Theta_{-i})$
- funkcja wypłaty  $u_i : A \times \Theta \rightarrow \mathbb{R}$

Strategia czysta  $i$ -tego gracza  $a_i : \Theta_i \rightarrow A_i$

**Definicja 3.2** Równowagą Bayesowską gry Bayesowskiej jest taki profil strategii  $a^* = (a_i^*)_{i \in N}$ , że dla każdego gracza  $i \in N$  oraz każdego typu  $\theta_i \in \Theta_i$  zachodzi:

$$a_i^*(\theta_i) \in \arg \max_{a_i \in A_i} \sum_{\theta_{-i} \in \Theta_{-i}} p_i(\theta_{-i} | \theta_i) u_i(a_i, a_{-i}^*(\theta_{-i}), (\theta_i, \theta_{-i})).$$

### Literatura

- [1] Fuenberg D., Tirole J., *Game Theory*, MIT 2002.
- [2] Osbourne M., Rubinstein A., *A Course in Game Theory*, MIT 1994.