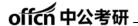
## 考研数学入学测试卷

本试卷满分 100 分, 考试时间 60 分钟

姓名\_\_\_\_\_\_ 得分\_\_\_\_\_

- 一、判断题: 判断下列命题或计算式的正误,将判断结果写在每小题后的空格中,正确的填" $\checkmark$ ",错误的填" $\times$ ",每小题 2 分,共 30 分.
- 2、设  $f(x) = (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$ ,则函数  $g(x) = \begin{cases} f(x), & x \neq 0 \\ \frac{1}{e^{\frac{1}{2}}}, & x = 0 \end{cases}$  在 x = 0 处连续。 \_\_\_\_\_\_\_;
- 3、函数 f(x) =  $\begin{cases} x \sin \frac{2}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$  为  $x \to 0$  时的无穷小量。
- 4、函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{\arcsin 2x^2}{\tan \frac{2x}{3} \cdot \ln(1+3x)}, & x < 0 \\ 1, & x = 0 \quad \text{在 } x = 0 \text{ 处为可去间断点。} \\ e^{-\frac{1}{x^2}} + 1, & x > 0 \end{cases}$
- 5、若函数 f(x) 在[a,b]上可导,则 f'(x) 在[a,b]上一定连续。
- 6、函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2}, & x \le 1 \\ & \text{在 } x = 1 \text{处左导数存在, 右导数不存在.} \\ \frac{x^3}{3}, & x > 1 \end{cases}$



7、 
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2}, & x \neq 1 \\ 1, & x = 1 \end{cases}$$
 的导函数为  $f'(x) = \begin{cases} x, & x \neq 1 \\ 0, & x = 1 \end{cases}$ 

$$8 \cdot d\left((2x)^{\sin x}\right) = (2x)^{\sin x} \left[\cos x \cdot \ln 2x + \frac{\sin x}{x}\right] dx \circ$$

9、 
$$\lim_{x\to 0} \frac{2x-\sin x}{\arcsin x^2}$$
 洛必达  $\lim_{x\to 0} \frac{2-\cos x}{x^2}$  洛必达  $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{2x}$  等替  $\frac{1}{2}$  。

10. 
$$[\ln(1-2x)]^{(n)} = 2^n (n-1)!(1-2x)^{-n}$$

11、不定积分的计算结果是一个函数而定积分的计算结果是一个数字。 \_\_\_\_\_\_\_

12、对积分式 
$$\int f(\sqrt{x})dx$$
,令  $t = \sqrt{x}$  可得  $\int f(\sqrt{x})dx = \int f(t)dt$ 。\_\_\_\_\_\_\_;

13. 
$$\int \csc 2x dx = \ln\left|\csc 2x - \cot 2x\right| + C.$$

14. 
$$\left(\int_{\sin x}^{x^2} \sin t^2 dt\right)' = \sin x^4 - \sin(\sin x)^2$$
.

15、设函数 
$$f(x)$$
 在  $x = 0$  连续,若  $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x}$  存在,则  $f'(0)$  存在。

二、填空题:请将正确答案写在题后的空格中,每小题4分,共48分.

$$1 \cdot \lim_{x \to 0} \frac{x^3 \sin \frac{1}{x}}{(\arctan x)^2} = \underline{\qquad};$$

$$2 \cdot \lim_{x \to 0} \frac{e - e^{\cos\sqrt{x}}}{3^x - 1} = \underline{\hspace{1cm}};$$

$$3 \cdot \lim_{x \to 0} \left( 1 + 2x^2 \right)^{\frac{1}{\ln(1+x^2)}} = \underline{\qquad};$$

$$4, \left(\frac{x}{1+\sin x}\right)' = \underline{\qquad};$$

$$5, \left(x^{\frac{1}{2x}}\right)' = \underline{\qquad};$$

6、设函数 
$$y = y(x)$$
 是由参数方程 
$$\begin{cases} x = \cos 2t \\ y = \sin 2t - 2t \cos 2t \end{cases}$$
 所确定的,则  $\frac{dy}{dx} =$ \_\_\_\_\_\_;

7、设函数 
$$y = y(x)$$
 是由方程  $e^{2x+y} - \cos(xy) = e-1$  所确定的,则  $\frac{dy}{dx}\Big|_{x=0} =$ \_\_\_\_\_\_;

8、函数 
$$y = \frac{x^3}{(x-1)^2}$$
 的单调递增区间为\_\_\_\_\_\_;

9、设函数 
$$f(x) = \int_{x^2}^0 x \cos t^2 dt$$
,则  $f'(x) =$ \_\_\_\_\_\_\_;

10. 
$$\int_{-1}^{1} (x + \sqrt{1 - x^2})^2 dx = \underline{\hspace{1cm}};$$

11、设
$$f(x) = e^x + x^3 \int_0^1 f(t) dt$$
,则 $\int_0^1 f(x) dx = ______$ ;

12. 
$$\int \arcsin x dx = \underline{\hspace{1cm}}_{\circ}$$

三、解答题:请将正确答案及其解题过程写在题后的空白部分,每小题 11 分, 共 22 分.



1、设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x}, x \neq 0 \\ 0, x = 0 \end{cases}$ , 试求 f'(x) 并检验 f'(x) 在 x = 0 处是否连续。

2、计算不定积分  $\int \frac{\arctan x}{x^2(1+x^2)} dx$ 。