



点估计与区间
估计

作者 李伟

目录

点估计案例-风
力发电

区间估计

作业

参考文献

点估计与区间估计

作者 李伟

太原工业学院 理学系

2017 年 11 月 21 日



目录

点估计与区间
估计

作者 李伟

目录

点估计案例-风
力发电

区间估计

作业

参考文献

① 点估计案例-风力发电

② 区间估计

③ 作业

④ 参考文献



风速测量的意义

点估计与区间估计

作者 李伟

目录

点估计案例-风力发电

区间估计

作业

参考文献

- 气候变化与石油天然气等化石能源的不可再生与价格高昂，使人们对太阳能、风力、潮汐发电产生兴趣；
- 风力发电与风速联系很大，工程师利用风速信息决定风力涡轮的位置，电力公司利用其预测发电量。



风速服从的概率分布

点估计与区间
估计

作者 李伟

目录

点估计案例-风
力发电

区间估计

作业

参考文献

Weibull 分布常用来模拟风速的变化。其概率密度函数如下：

$$f(x; k, \lambda) = \frac{kx^{k-1}}{\lambda^k} e^{(-\frac{x}{\lambda})^k}, x \geq 0 \quad (1)$$

其中形状参数 $k > 0$, 比例参数 $\lambda > 0$



参数 k 与 λ 的估计

点估计与区间估计

作者 李伟

目录

点估计案例-风力发电

区间估计

作业

参考文献

设我们采集的风速数据为 x_1, x_2, \dots, x_n , 则其相应的似然函数为

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{k^n}{\lambda^{nk}} (x_1 x_2 \cdots x_n)^{k-1} e^{-\frac{x_1^k + x_2^k + \cdots + x_n^k}{\lambda^k}} \quad (2)$$

对应的对数似然函数为

$$\log L = n \log k - nk \log \lambda + (k-1)(\log x_1 + \cdots + \log x_n) - \frac{x_1^k + \cdots + x_n^k}{\lambda^k} \quad (3)$$



参数 k 与 λ 的估计

点估计与区间估计

作者 李伟

目录

点估计案例-风力发电

区间估计

作业

参考文献

从而我们有

$$\frac{\partial \log L}{\partial k} = \frac{n}{k} + \log(x_1 \cdots x_n) - n \log \lambda - \sum_i \left(\frac{x_i}{\lambda}\right)^k \log \frac{x_i}{\lambda} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \log L}{\partial \lambda} = -\frac{nk}{\lambda} + (x_1^k + \cdots + x_n^k)k\lambda^{-k-1} = 0 \quad (5)$$



参数 k 与 λ 的估计

点估计与区间
估计

作者 李伟

目录

点估计案例-风
力发电

区间估计

作业

参考文献

由第二个式子可得:

$$\lambda^k = \frac{x_1^k + \cdots + x_n^k}{n} \quad (6)$$

将其代入第一个式子得:

$$\frac{1}{k} + \frac{1}{n} \sum_i \log x_i - \frac{1}{x_1^k + \cdots + x_n^k} \sum_i x_i^k \log x_i = 0 \quad (7)$$

求解 k 只能使用数值解法。



参数 k 与 λ 的估计

点估计与区间估计

作者 李伟

目录

点估计案例-风力发电

区间估计

作业

参考文献

在 R 语言中，使用 `uniroot(f, lower, upper,)` 求根。其中，

- f 指的是函数；
- `lower` 指的是根所在区间的左端点；
- `upper` 指的是根所在区间的右端点。



Kolmogorov-Smirnov 分布检验

点估计与区间
估计

作者 李伟

目录

点估计案例-风
力发电

区间估计

作业

参考文献

Kolmogorov-Smirnov 检验:

- 检验某组数据是否服从某种连续性分布;
(原假设是这组数据服从该分布)
- 检验两组数据是否服从相同的分布。
(原假设是这两组数据服从相同的分布)



Kolmogorov-Smirnov 分布检验

点估计与区间
估计

作者 李伟

目录

点估计案例-风
力发电

区间估计

作业

参考文献

Kolmogorov-Smirnov 检验的检验统计量:

$$D_n = \sup |F_n(x) - F(x)| \quad (8)$$

其中,

- $F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{[-\infty, x]}(x_i)$ 为经验分布函数;
- $F(x)$ 是要检验的累积分布函数。



Kolmogorov-Smirnov 分布检验

点估计与区间
估计

作者 李伟

目录

点估计案例-风
力发电

区间估计

作业

参考文献

在 R 语言中, 使用 $ks.test(x, y)$ 作 Kolmogorov-Smirnov 检验。其中,

- x 是数据;
- y 是累积分布函数名或者某个累积分布函数。



拟合优度检验

点估计与区间
估计

作者 李伟

目录

点估计案例-风
力发电

区间估计

作业

参考文献

设总体 X 分为 k 类, 记为 A_1, \dots, A_k , 现对该总体做了 n 次观测, k 个类出现的频数分别是 n_1, \dots, n_k , 且 $\sum_{i=1}^k n_i = n$, 现在要检验的假设为

$$H_0 : P(A_i) = p_i, i = 1, 2, \dots, k \quad (9)$$

其中诸 $p_i \geq 0$, 且 $\sum_{i=1}^k p_i = 1$



拟合优度检验

点估计与区间
估计

作者 李伟

目录

点估计案例-风
力发电

区间估计

作业

参考文献

Fisher 证明了如下检验统计量

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - n\hat{p}_i)^2}{n\hat{p}_i} \quad (10)$$

在 H_0 成立的时候近似服从自由度为 $k - r - 1$ 的 χ^2 分布, r 是分布中的未知参数个数, 从而检验拒绝域为

$$\{\chi^2 \geq \chi_{1-\alpha}^2(k - r - 1)\} \quad (11)$$



区间估计之理论

点估计与区间
估计

作者 李伟

目录

点估计案例-风
力发电

区间估计

作业

参考文献

如果 $X_i \sim N(\mu, \sigma^2), i = 1, 2, \dots, n$, 其中 σ 已知, 那么 μ 的 $1 - \alpha$ 的置信区间为

$$(\bar{X} - q \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + q \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) \quad (12)$$

其中 q 代表 $N(0, 1)$ 的 $1 - \frac{\alpha}{2}$ 分位数。



区间估计之理论

点估计与区间估计

作者 李伟

目录

点估计案例-风力发电

区间估计

作业

参考文献

- 不妨设我们计算的是 95% 的置信区间，上述估计的意义是，如果我们产生多组随机数，每组数估计出一个区间，则大约有 95% 的区间，包括未知参数 μ
- 我们需要注意的是， μ 是一个未知数，但它是一个常量，不是随机数。



区间估计之模拟

点估计与区间
估计

作者 李伟

目录

点估计案例-风
力发电

区间估计

作业

参考文献

- 我们产生 1000 组随机数，每组的随机数个数是 100，其服从于 $N(25, 6^2)$
- 假定 μ 未知， σ 已知，从而可以给出 μ 的 1000 组估计区间，我们看一下其中多少组包括 μ



作业

点估计与区间
估计

作者 李伟

目录

点估计案例-风
力发电

区间估计

作业

参考文献

- 写一下四次实验课的心得；
- 有什么建议与意见？
- 有什么地方觉得比较难？
- 希望如何安排课堂教学？
- 希望理论多一些还是实际应用多一些？



参考文献

点估计与区间
估计

作者 李伟

目录

点估计案例-风
力发电

区间估计

作业

参考文献



Laura Chihara, Tim Hesterberg

Mathematical statistics with resampling and R.

John Wiley & Sons Inc, 2016.



Wikipedia

Kolmogorov-Smirnov Test.

Wikipedia



黄正华

beamer 幻灯片模板.

黄正华



点估计与区间
估计

作者 李伟

目录

点估计案例-风
力发电

区间估计

作业

参考文献

谢谢!

AUTHOR: LI Wei
EMAIL: lww1993@163.com