

## 1 金字塔 (20 points)

图像信息的结构性表达在图像处理中是很重要的，其中图像金字塔在很多任务都带来了大量的收益。图像金字塔包含一张图像通过低通或者带通滤波后，得到的一集合“复制体”，每一张都表示图像不同尺度的信息，它模仿了人类视觉系统中多尺度处理的特点。如图1左所示，我们可以在不同尺度的信息中看到不一样的信息，比如  $g_0$  中包含着更多的细节，而  $g_4$  给我们更多的是整体的颜色和结构信息。而当我们使用两个尺度间差分图像进行替代存储时，我们就能够得到拉普拉斯金字塔。

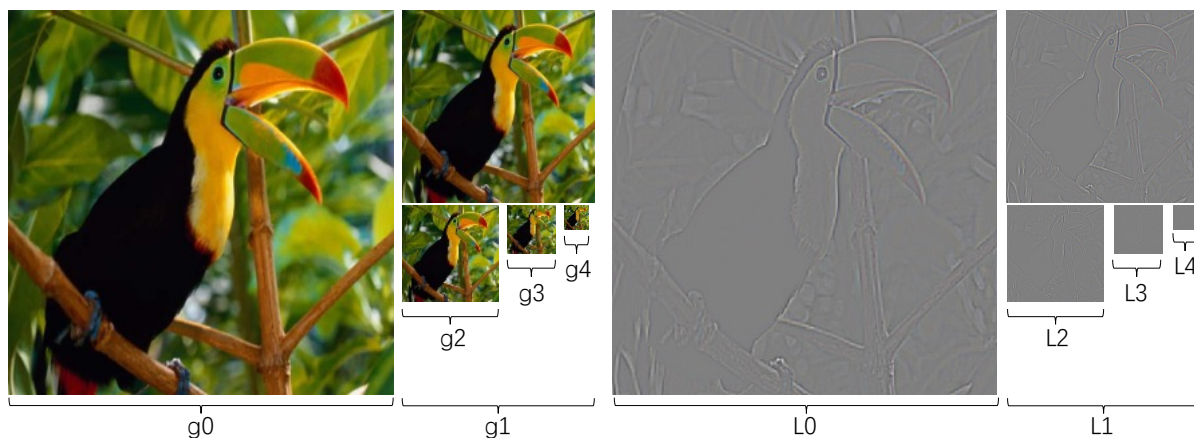


Figure 1: 5 层的高斯金字塔示意图。  $g_i, i \in 0, 1, \dots, 5$  表示不同的尺度的图像，而  $L_i, i \in 0, 1, \dots, 5$  表示不同尺度间的差分。高斯金字塔中不同尺度的图片是原图的一个更平滑的拷贝。

### 1.1 任务: 构建一个拉普拉斯金字塔 (15 points)

构建金字塔的具体方式有很多，下面给出一个一般性的公式，设  $G_i$  表示高斯金字塔的第  $i$  层， $w$  为大小为  $m \times n$  的权重 mask，则下一层金字塔可写成：

$$G_l(i, j) = \sum_m \sum_n w(m, n) G_{l-1}(2i + m, 2j + n) \quad (1)$$

mask 的选择有很多中，比如常见的高斯，以及均值等。我们可以利用存储两个尺度的差来替代存储图像本身，可公式化为：

$$L_l = G_l - \text{resize}(G_{l-1}) \quad (2)$$

### 1.2 思考题 (5 points)

- 拉普拉斯金字塔比高斯有什么好处吗？
- 构建金字塔时能不能直接下采样？为什么？
- 用同一个方差  $\sigma$  的高斯核，不同 size 比如  $3 \times 3$  和  $5 \times 5$  的，对图像做卷积，区别是什么？原理是什么？

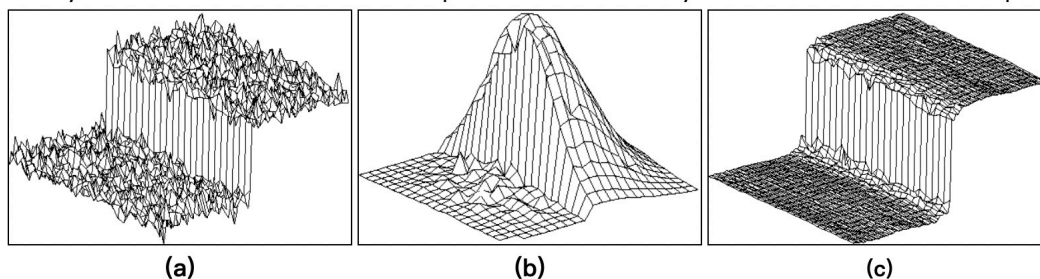


Figure 2: 双边原理。(a) 一个很暗和很亮的区域，中间有着大边界。(b) 中心在图 (a) 右侧的滤波核，在检测到边界时权值很小。(c) 滤波后的图

## 2 双边滤波 Bilateral Filtering (60 points)

滤波是图像处理和计算机视觉中的一种基本操作。给定位置的滤波图像的值是同一位置的小邻域中输入图像值的函数。例如，高斯低通滤波计算邻域中像素值的加权平均值，其中权重随着距邻域中心的距离而减小。直觉是图像通常在空间上变化缓慢，因此附近的像素可能具有相似的值，因此将它们平均可以得到滤波后图像的值。破坏这些附近像素的噪声值相互之间的相关性低于信号值，因此在保留信号的同时将噪声平均掉。但是在跨边缘的地方，空间上变化缓慢的假设就失效了。为了解决这一点，双边滤波可以认为是引入了一个新的空间维度，“值域”，在值域变换大的地方使用更小的滤波强度，反之亦然，如图2。简而言之，双边借着坐标空间和值域空间，对每个不同位置都计算一个 kernel，是一个 per-pixel kernel，公式化可写为：

$$x_i^{\text{out}} = \frac{1}{W} \sum_{j \in S} G(i - j, \sigma_s) G(x_i - x_j, \sigma_r) x_j$$

$$W = \sum_{j \in S} G(i - j, \sigma_s) G(x_i - x_j, \sigma_r)$$
(3)

其中  $i, j$  是图像坐标， $x$  是图像值， $\sigma_s, \sigma_r$  分别是空间和值域的高斯核参数， $W$  是归一化系数。

### 2.1 任务：写一个双边滤波函数 (40 points)

### 2.2 任务：和金字塔结合 (20 points)

## 3 PSNR 以及内存问题 (20 points)

对附录中的图进行去噪，并计算出 PSNR，PSNR 越高得分越高 (10 points)。其他内存问题 (10 points)。

提示：可使用 Opencv 自带的 `GuassainBlur`，`Resize` 等。但不能用现成构建金字塔和双边滤波的函数。可以思考下如何提升降噪效果和 PSNR 的值。更多参考 [3, 1, 2, 4]

## References

- [1] Edward H Adelson et al. “Pyramid methods in image processing”. In: RCA engineer 29.6 (1984), pp. 33–41.
- [2] Frédo Durand and Julie Dorsey. “Fast bilateral filtering for the display of high-dynamic-range images”. In: Proceedings of the 29th annual conference on Computer graphics and interactive techniques. 2002, pp. 257–266.
- [3] Gaussian and Laplacian pyramid. [EB/OL]. <https://www.cs.toronto.edu/~mangas/teaching/320/slides/CSC320L10.pdf/>.
- [4] Johannes Kopf et al. “Joint bilateral upsampling”. In: ACM Transactions on Graphics (ToG) 26.3 (2007), 96–es.