

Траектична робота №1

Тема: Електричні поля воднорідних середовищах.

Мета: Навчитися розв'язувати задачі на тему: „Електрика та магнетизм“

Основні формули:

Напруженість і потенціал поля точкового заряду q :

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \vec{r}, \quad \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$$

Зв'язок між напруженістю поля \vec{E} і потенціалом:

$$\vec{E} = -\nabla \varphi, \quad \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Теорема Гауса та циркуляція вектора \vec{E} :

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}, \quad \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$dA \approx q(\varphi_1 - \varphi_2) = q d\varphi$$

$$E dx = d\varphi$$

$$E_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

Задача 1

Дано:

$R = 0,2 \text{ м}$ $q_f = 0,7 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$ <hr style="width: 100%;"/> $E = ?$	$d\ell = R d\alpha$ $\lambda = \frac{q_f}{5\pi R}$
---	---

$$dq = \lambda d\ell = \lambda R d\alpha$$

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} d\alpha$$

$$dE_x = dE \cdot \cos \alpha = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \cdot \cos \alpha d\alpha$$

$$E = E_x = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \cos \alpha d\alpha = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} \sin \alpha \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} =$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}$$

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{0,4 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot (3,14)^2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,2^2} \approx 0,1 \text{ kV/m}$$

Ответ: $E \approx 0,1 \text{ kV/m}$

Задача 2

Дано:

$$\lambda = 0,5 \text{ мкКл/м} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}$$

$$l = 0,45 \text{ м}$$

$E = ?$

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$dq = \frac{\lambda r d\alpha}{\cos\alpha}$$

$$dE_y = 0/E \cos\alpha =$$

$$= \frac{\lambda r d\alpha \cos\alpha}{4\pi\epsilon_0 r^2 \cos\alpha} =$$

$$= \frac{\lambda d\alpha}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$r = \frac{L}{\cos\alpha} \quad dE_y = \frac{\lambda \cos\alpha d\alpha}{4\pi\epsilon_0 L}$$

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 L} \cdot 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\alpha \cdot d\alpha =$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 L} \cdot 2 \sin\alpha \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 L}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 L} = \frac{0,5 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 3,14 \cdot 1,885 \cdot 10^{-12} \cdot 0,45} = 1,9 \cdot 10^4 \frac{\text{H}}{\text{Km}}$$

Ответ: $E = 1,9 \cdot 10^4 \frac{\text{H}}{\text{Km}}$

Задача №5

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2$$

$$d = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$m = 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$U = 900 \text{ В} = 0,9 \cdot 10^3$$

$$\alpha = 100^\circ$$

$$q_f = ?$$

II закон Ньютона

$$\vec{T} + \vec{F}_k + m\vec{g} = 0$$

$$T \sin \alpha - \vec{F}_k = 0$$

$$T \cos \alpha - mg = 0$$

$$T = \frac{mg}{\cos \alpha}$$

$$F_k = \frac{mg \sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$F_k = mg \tan \alpha \quad F_k = q_f E \quad E = \frac{U}{d}$$

$$\frac{q_f U}{d} = mg \tan \alpha \Rightarrow q_f = \frac{mg d \tan \alpha}{U}$$

$$q_f = \frac{0,1 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \tan 100^\circ}{0,9 \cdot 10^3} = 12,3 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$$

$$\text{Ответ: } q_f = 12,3 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$$

Задача №3

Дано:

$$R = 25 \text{ см}$$

$$Q = 5 \text{ мкКл}$$

$$l = 50 \text{ см}$$

$$q_f = 10 \text{ мкКл}$$

А-?

$$d\varphi = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{x^2 + R^2}}$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{x^2 + R^2}} \oint_L dQ$$

$$\oint_L dQ = Q$$

$$\varphi(x) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{x^2 + R^2}}$$

$$A = q_f (\varphi_1 - \varphi_2) = q_f [\varphi(0) - \varphi(l)] =$$

$$= \frac{q_f Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R} - \frac{1}{\sqrt{l^2 + R^2}} \right] =$$

$$= \frac{q_f Q}{4\pi\epsilon_0 R} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{l}{R}\right)^2 + 1}} \right]$$

$$A = \frac{10 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,25} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{50}{25}\right)^2 + 1}} \right] \approx 1 \text{ Дн}$$

Ответ: $A \approx 1 \text{ Дн}$.

Задача №4

Дано:

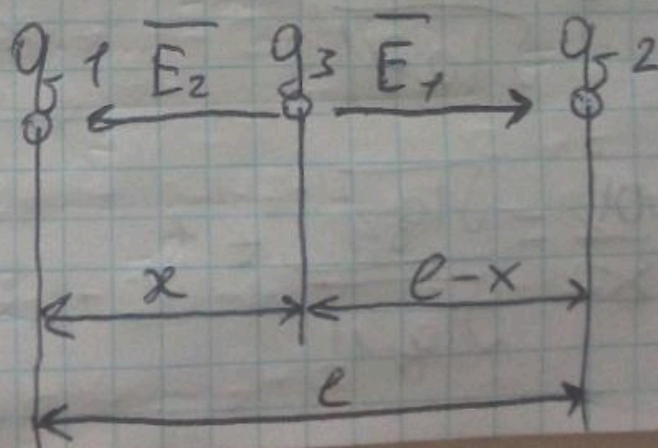
$$q_1 = 0,3 \text{ мкКл} = 0,3 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$$

$$q_2 = 0,2 \text{ мкКл} = 0,2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$$

$$l = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$$

$x = ?$

$$E = \frac{k |q|}{R^2}$$



$$q_3: E_1 - E_2 = 0$$

$$E_1 = \frac{k|q_1|}{x^2}$$

$$E_2 = \frac{k|q_2|}{(l-x)^2}$$

$$\frac{k|q_1|}{x^2} - \frac{k|q_2|}{(l-x)^2} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{k|q_1|}{x^2} = \frac{k|q_2|}{(l-x)^2}$$

$$\frac{(l-x)^2}{x^2} = \frac{k|q_1|}{k|q_2|} \Rightarrow \left(\frac{l-x}{x}\right)^2 = \frac{|q_2|}{|q_1|}$$

$$\frac{l-x}{x} = \frac{\sqrt{|q_2|}}{\sqrt{|q_1|}} \Rightarrow \frac{l}{x} - \frac{x}{x} = \frac{\sqrt{|q_2|}}{\sqrt{|q_1|}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{l}{x} = \frac{\sqrt{|q_2|}}{\sqrt{|q_1|}} + 1$$

$$\frac{e}{x} = \frac{\sqrt{|q_2|} + \sqrt{|q_1|}}{\sqrt{|q_1|}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{|q_1|}}{\sqrt{|q_2|} + \sqrt{|q_1|}}$$

$$x = \frac{0,1 \sqrt{|0,3 \cdot 10^{-6}|}}{\sqrt{|0,2 \cdot 10^{-6}|} + \sqrt{|0,3 \cdot 10^{-6}|}} \approx 0,05 \text{ м}$$

Ответ: $x \approx 5 \text{ см.}$

Висновок: Кои цей проектний
роботи є на вивченні розв'язувати
задачі на тему "електрика та
магнетизм", та в покращив
розуміння цієї теми.