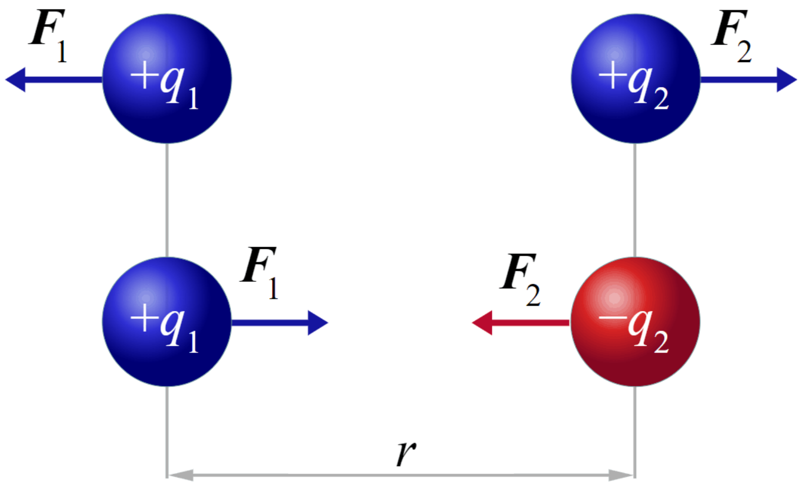
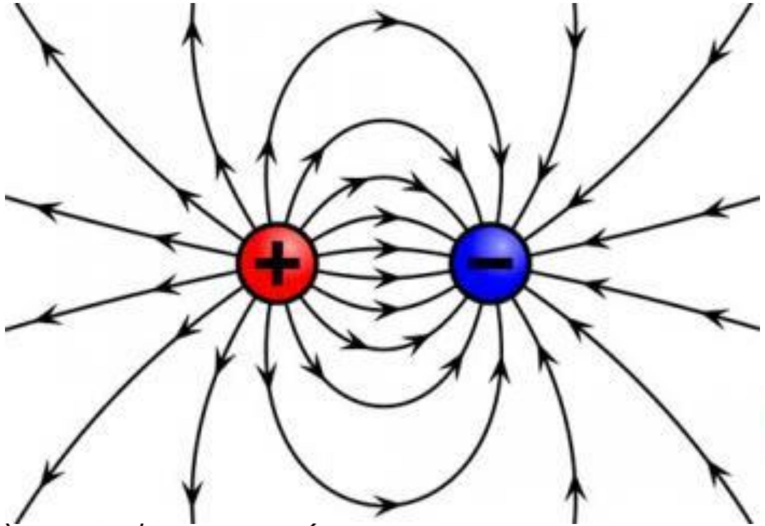
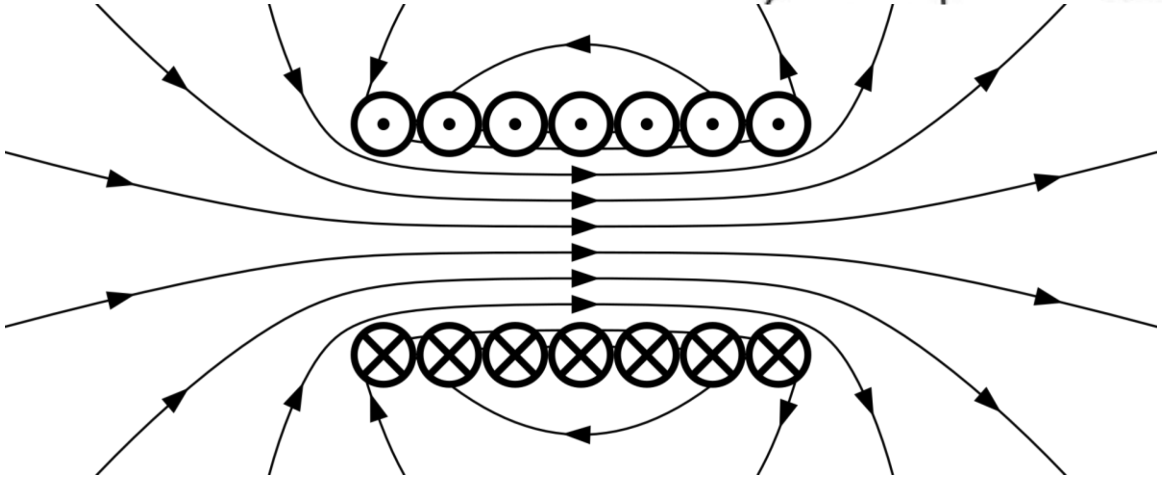
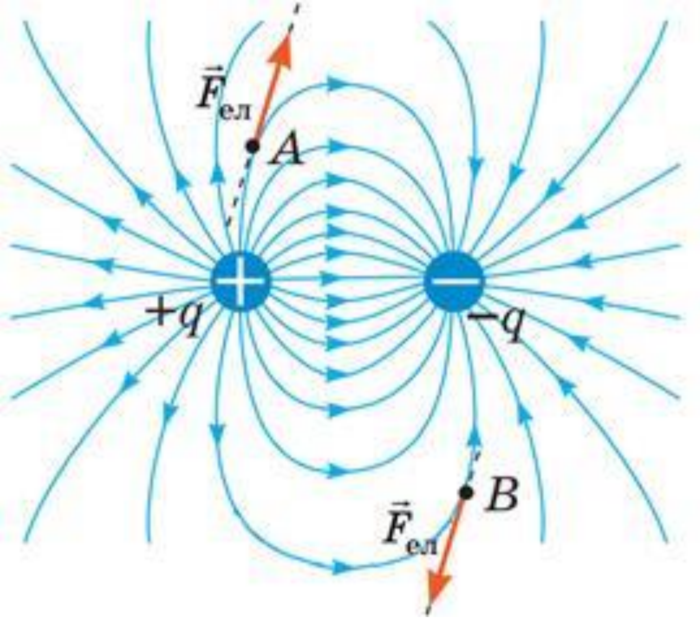
Практична робота 5

ЕЛЕКТРИЧНІ ПОЛЯ В ОДНОРІДНИХ СЕРЕДОВИЩАХ









- Поняття поля було введене в фізику в середині XIX ст. і є дуже глибоким та багатогранним. Ми ж розглядатимемо лише його зовнішні прояви, які характеризуються значеннями конкретних фізичних величин.
- Так, якщо в кожній точці простору задано вектор (чи скаляр), то кажуть, що в просторі задано векторне (чи скалярне) поле цієї величини.
- Наприклад, навколо електричного заряду $\boldsymbol{q_1}$ існує векторне поле напруженості $\overline{\boldsymbol{E}}$ та скалярне поле потенціалу φ.

Основні формули

Напруженість і потенціал поля точкового заряду q:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^3} \cdot \vec{r}\,, \quad \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r}\,.$$

Зв'язок між напруженістю поля й потенціалом:

$$\vec{E} = -\nabla\vec{\varphi}\,, \quad \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E}d\vec{r}\,.$$

Теорема Гауса та циркуляція вектора $\vec{E}$:

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}\,, \quad \oint_L \vec{E}d\vec{r} = 0\,.$$

Напруженість електричного поля, що створюється нескінченною рівномірно зарядженою площиною:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,.$$

Робота по переміщенню одиничного точкового позитивного заряду з однієї точки поля в іншу уздовж осі «х» за умови, що точки розташовані нескінченно близько один до одного на відстані dx, дорівнює $dA = F_{кул}\, dx = Eqdx$ $\{F_{кул}=Eq\}$.

Таж робота дорівнює $dA \approx q(\varphi_1 - \varphi_2) = qd\varphi.$

Прирівнявши обидва вирази для розрахунків роботи і після скорочення, можемо записати:

$$Edx = d\varphi$$

$$E_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

- $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$ - символ часткової похідної, який показує, що диференціювання проводиться тільки по змінній «х». Повторивши аналогічні міркування для осей ***y*** і ***z***, можемо знайти вираз для вектору **Е:**

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z}\vec{k}\right),$$

$\bar{\imath}, \bar{\jmath}, \bar{k}$ - одиничні вектори, що направлені вздовж координатних осей x, y, z.

- Вираз в дужках в математиці має свою особливу назву.
- Це операція часткового диференціювання називається **градієнт**.
- За визначенням **градієнт** це є наступною операцією диференціювання:

$$grad U = (\partial U / \partial x \cdot \vec{i} + \partial U / \partial y \cdot \vec{j} + \partial U / \partial z \cdot \vec{k}).$$

тоді

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\, \varphi, \;\; \vec{E} = -\nabla \varphi,$$

де оператор $grad$ і ∇ оператор (набла - оператор) мають однаковий математичний сенс. Це символи виконання оператора взяття градієнту

•**Напруженість E** поля дорівнює градієнту потенціалу зі знаком (-). Знак (-) визначається тим, що вектор напруженості **E** поля спрямований в бік зменшення потенціалу.

•Встановлений зв'язок між напруженістю поля і потенціалом дозволяє за відомою напруженістю поля знайти різницю потенціалів між двома довільними точками цього поля

Якщо про інтегрувати $Edx = d\varphi$,
Можна отримати

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_1}^{x_2} d\varphi = \int_{x_1}^{x_2} Edx.$$

Це і є інтегральний взаємозв'язок між потенціалом і напруженістю поля.

- Так як **потенціали** легко вимірюються на практиці **(вольтметром)**, то формули для потенціалів можна перевірити експериментально.
- Саме так і були доведені і перевірені всі висновки теорії електричного поля.

- **Якщо необхідно дослідити електричне поле в системі, то цю проблему вирішують за наступною послідовністю**:
- створюють в системі поле, виміряють потенціал в різних точках поля,
- будують еквіпотенціальні поверхні,
- перпендикулярно до них проводять силові лінії поля і відповідно математичним виразам розраховують величину градієнту потенціалу та отримають кількісну інформацію за величиною вектору ***E.***
- При цьому напрям вектору ***E*** відомий, як дотична до силових ліній поля.
- З виразу для взаємозв’язку між потенціалом поля та напруженістю слід раніше запроваджена одиниця напруженості електростатичного поля, яка дійсно дорівнює 1 В / м.

1 В/м — це напруженість однорідного електричного поля, в якому між точками, розташованими на відстані 1 м у напрямку поля, напруга становить 1 В.

• **Теорема Гаусса** — один з основних законів електродинаміки, що входить в систему **рівнянь Максвелла**.

$$\int_S \mathbf{D} \cdot \mathbf{dS} = Q$$

D - вектор електричної індукції, **Q** - сумарний електричний заряд в об'ємі, оточеному поверхнею S.

$$Q = \int_V \rho dV,$$

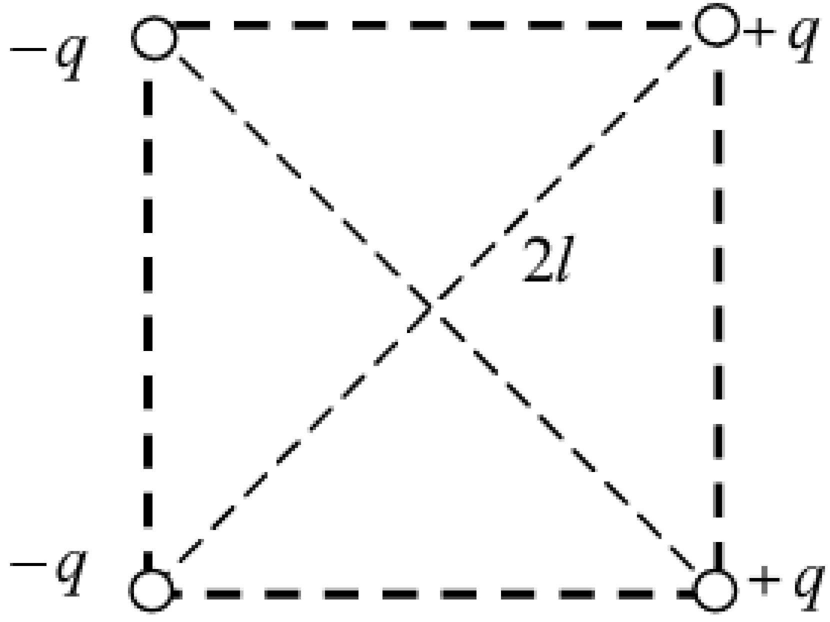
ρ - густина заряду.

$$\int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = 4\pi Q$$

E - напруженість електричного поля.

Приклад

- У вершинах квадрата з діагоналлю 2l знаходяться точкові заряди +q і –q, як показано на рис. Знайти модуль вектора напруженості електричного поля в точці, що знаходиться на відстані ***x*** від центра квадрата й розміщена симетрично відносно вершин квадрата.



Розв'язання

$\lvert \vec{E}_{рез} \rvert - ?$
$2 \cdot l$, q, x

У задачі необхідно знайти модуль вектора напруженості електричного поля, створеного чотирма точковими зарядами. Для цього використаємо закон Кулона у вигляді $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^3} \cdot \vec{r}$ та принцип суперпозиції. Відповідно до принципу суперпозиції електричних полів кожний заряд створює електричне поле незалежно від наявності в просторі інших зарядів. Результуюча напруженість електричного поля $\vec{E}_{рез}$ в шуканій точці дорівнює геометричній сумі напруженості $\vec{E}_A$, $\vec{E}_B$, $\vec{E}_C$, $\vec{E}_D$ полів, створюваних відповідно кожним зарядом (рис. 1.4): $\vec{E}_{рез} = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C + \vec{E}_D$.

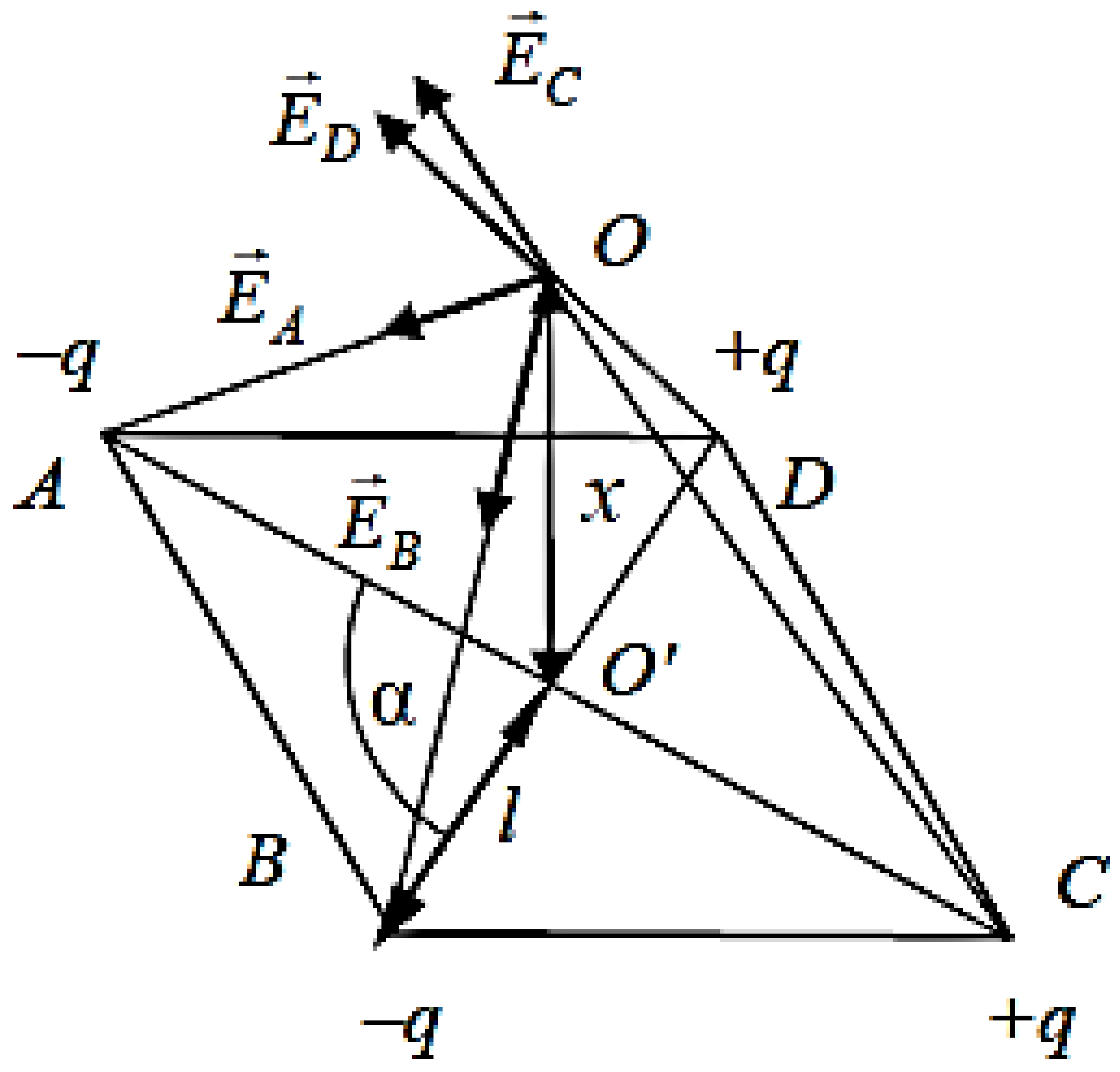


Рисунок 1.4

- Задача зводиться до знаходження модуля вектора, що дорівнює геометричній сумі чотирьох відомих векторів.
- Відповідно до закону Кулона для точкових електричних зарядів можемо записати:

$$\vec{E}_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{(-q)}{\left|r_{AO}\right|^3}\cdot\vec{r}_{AO},\ \vec{E}_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{(-q)}{\left|r_{BO}\right|^3}\cdot\vec{r}_{BO},$$

$$\vec{E}_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{\left|r_{CO}\right|^3}\cdot\vec{r}_{CO},\ \vec{E}_D = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{\left|r_{DO}\right|^3}\cdot\vec{r}_{DO}. \qquad (1)$$

Використовуючи рис. 1.4, можемо знайти, що

$$|r_{AO}|=|r_{BO}|=|r_{CO}|=|r_{DO}|=\sqrt{x^2+l^2}\,. \qquad (2)$$

Тоді, використовуючи (1) та (2), а також рис. 1.4, одержуємо

$$\vec{E}_{рез}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0(x^2+l^2)^{3/2}}\cdot\left(-\vec{r}_{AO}-\vec{r}_{BO}+\vec{r}_{CO}+\vec{r}_{DO}\right)=$$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0(x^2+l^2)^{3/2}}\cdot\left((\vec{r}_{CO}-\vec{r}_{AO})+(\vec{r}_{DO}-\vec{r}_{BO})\right)=$$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0(x^2+l^2)^{3/2}}\cdot(C\bar{A}+D\bar{B})\,.$$

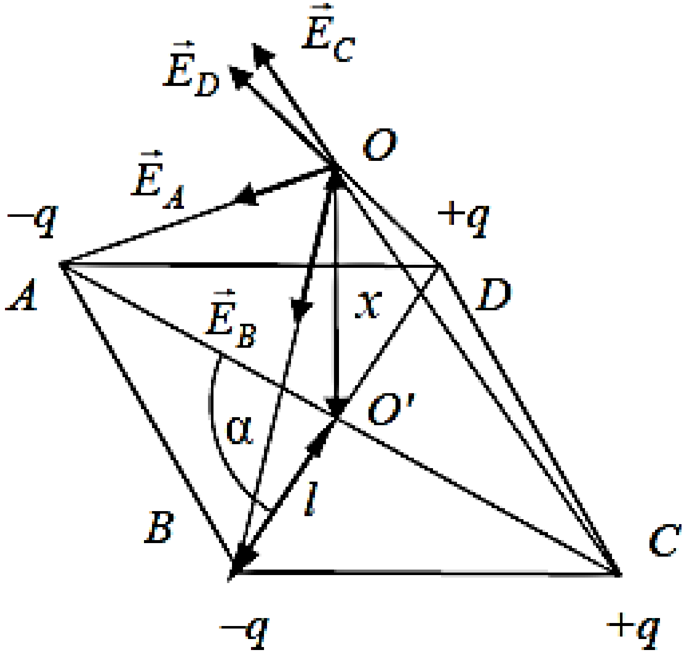


Рисунок 1.4

Модуль суми двох векторів $\vec{CA}$ і $\vec{DB}$ дорівнює

$$\left|\vec{CA}+\vec{DB}\right| = \sqrt{(\vec{CA}+\vec{DB})^2} = \sqrt{CA^2+DB^2+2\cdot CA\cdot DB\cdot\cos\alpha},$$

де $\alpha = 90^0$ – кут між векторами $\vec{CA}$ й $\vec{DB}$ або діагоналями квадрата $ABCD$ (рис. 1.4), а $CA = DB = 2l$ – за умовою.

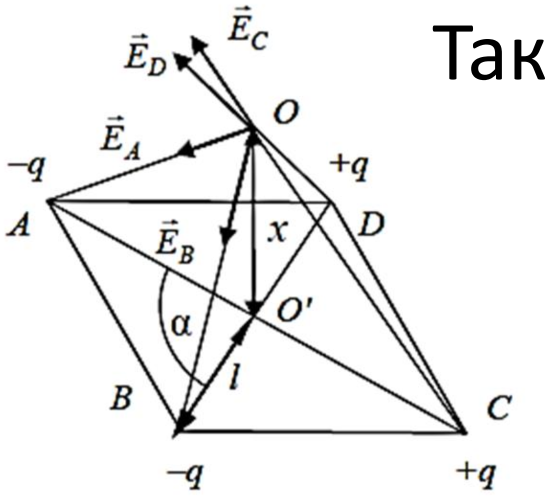


Рисунок 1.4

Таким чином, одержали шукану розрахункову формулу

$$\left|\vec{E}_{рез}\right| = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0(x^2+l^2)^{3/2}}\cdot\sqrt{(2l)^2+(2l)^2} =$$

$$= \frac{ql}{\sqrt{2}\pi\varepsilon_0(x^2+l^2)^{3/2}}. \qquad (3)$$

Аналіз одержаного результату

Проведемо дослідження розрахункової формули в граничних випадках.

Із фізичних міркувань зрозуміло, що коли відстань x спрямувати до нескінченності, то електричне поле на нескінченній відстані від зарядів буде дорівнювати нулю. З розрахункової формули одержуємо такий самий результат.

Коли $x \to \infty$, то $\left|\vec{E}_{рез}\right| = \dfrac{ql}{\sqrt{2}\pi\varepsilon_0\left(x^2 + l^2\right)^{3/2}} \sim \dfrac{1}{x^3} \to 0$.

Таким чином, розрахункова формула не суперечить фізичним міркуванням.

Відповідь: $\left|\vec{E}_{рез}\right| = \dfrac{ql}{\sqrt{2}\pi\varepsilon_0\left(x^2 + l^2\right)^{3/2}}$.

Приклад

- Знайти потенціал і напруженість електричного поля в центрі рівномірно зарядженої півсфери радіусом R із поверхневою густиною σ.

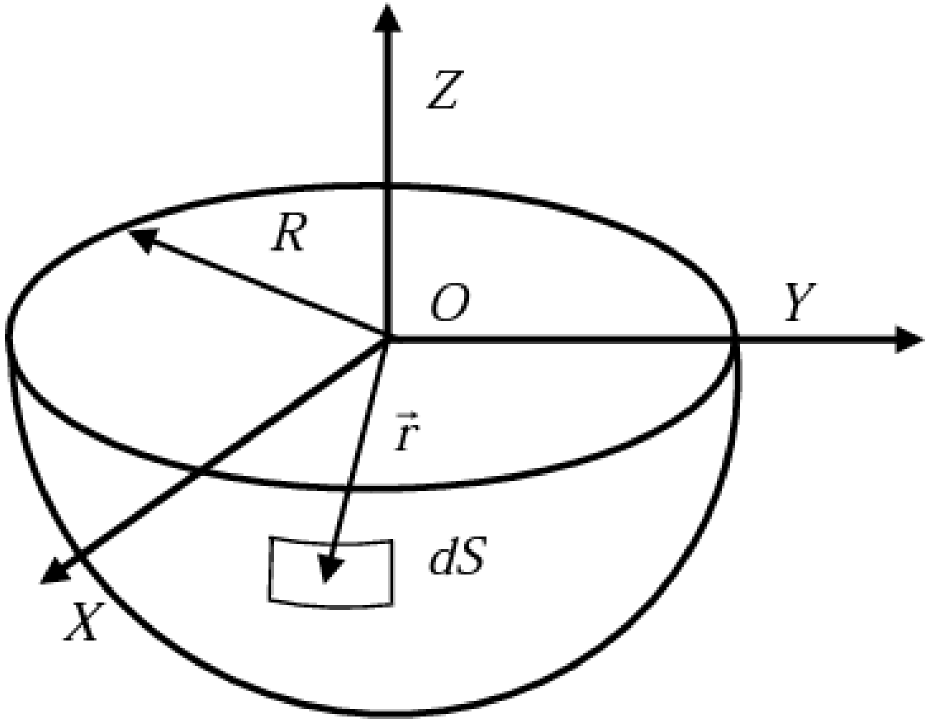


Рисунок 1.10

Розв'язання

E, Φ – ?
σ, R

У задачі необхідно знайти потенціал і модуль напруженості електричного поля, створеного зарядженою півсферою. Розіб'ємо заряд півсфери на елементарні так, щоб кожний такий заряд можна було вважати точковим. Потенціал і напруженість електричного поля точкового заряду знайдемо за допомогою закону Кулона (1 а). Для визначення потенціалу й напруженості сумарного електричного поля використаємо принцип суперпозиції.

Виділимо на півсфері нескінченно малу площу dS (рис. 1.10) із зарядом $dq = \sigma \cdot dS$. Цей заряд можна розглядати як точковий.

• Напруженість і потенціал електричного поля, які створює заряд dq у точці О, будуть відповідно дорівнювати

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r^2} \cdot \left(-\vec{r}\right) = -\frac{\sigma \cdot dS}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r^2} \cdot \vec{r}\,, \qquad (1)$$

$$d\Phi = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r} = \frac{\sigma \cdot dS}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r}. \tag{2}$$

Тут $\vec{r}$ – радіус-вектор, проведений із центра півсфери до виділеної площі dS, що однаковий за модулем та протилежний за напрямком до вектора, проведеного від заряду dq до центра півсфери O.

Виберемо координатні осі так, щоб вісь Z була віссю симетрії півсфери, а початок системи координат помістимо в точку O (рис. 1.10).

Розглянемо проекції вектора $d\vec{E}$ на координатні осі:

$$dE_z = \frac{\sigma \cdot dS}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \cdot z\,,\; dE_x = \frac{\sigma \cdot dS}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \cdot x\,,\; dE_y = \frac{\sigma \cdot dS}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \cdot y\,. \quad (3)$$

Перейдемо до сферичних координат, використовуючи співвідношення:

$$x = r \cdot \sin\theta \cdot \cos\varphi\,,\; y = r \cdot \sin\theta \cdot \sin\varphi\,,\; z = r\cos\theta\,,$$

$$dS = r^2 \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi\,, \quad (4)$$

та одержуємо:

$$dE_z = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \cos\theta \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi\,,$$

$$dE_x = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \sin^2\theta \cdot \cos\varphi \cdot d\theta \cdot d\varphi\,,$$

$$dE_y = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \sin^2\theta \cdot \sin\varphi \cdot d\theta \cdot d\varphi\,.$$

Проінтегруємо ці вирази по всій поверхні півсфери, тобто в межах від $\pi/2$ до π – за змінною θ, від 0 до 2π – за змінною φ, та одержуємо:

$$E_z = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\int\limits_{\pi/2}^{\pi}\cos\theta\sin\theta d\theta\int\limits_{0}^{2\pi}d\varphi =$$

$$= \frac{-\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\int\limits_{\pi/2}^{\pi}\cos\theta d(\cos\theta)\int\limits_{0}^{2\pi}d\varphi = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0},$$

$$E_x = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\int\limits_{\pi/2}^{\pi}\sin^2\theta\cdot d\theta\int\limits_{0}^{2\pi}\cos\varphi\, d\varphi = 0,$$

$$E_x = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\int\limits_{\pi/2}^{\pi}\sin^2\theta\cdot d\theta\int\limits_{0}^{2\pi}\sin\varphi\, d\varphi = 0.$$

Таким чином,

$$E = E_z = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0}. \tag{5}$$

Для визначення потенціалу перейдемо до сферичних координат у виразі (2) за допомогою співвідношень (4). У результаті інтегрування знаходимо

$$\Phi = \frac{\sigma \cdot r^2}{4\pi\varepsilon_0} \int_{\pi/2}^{\pi} \sin\theta \cdot d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{\sigma \cdot r}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma \cdot R}{2\varepsilon_0}. \tag{6}$$

Тут ми використали умову, що заряд розміщено на півсфері радіусом R, тобто $r = R$.

Аналіз одержаного результату

- Проведемо дослідження розрахункової формули в граничних випадках. Коли поверхнева густина заряду буде прямувати до нуля, то електричний заряд буде зменшуватися до нуля, а отже, й електричне поле, породжене такими зарядами, буде зникати. Тобто напруженість електричного поля та його потенціал будуть прямувати до нуля.
- Такий самий результат випливає і з розрахункової формули.

Якщо $\sigma \to 0$, то $E = \sigma/(4\varepsilon_0) \sim \sigma \to 0$,
$\Phi = (\sigma \cdot R)/(2\varepsilon_0) \sim \sigma \to 0$.

Отже, розрахункова формула не суперечить фізичним міркуванням.

Відповідь: $E = \dfrac{\sigma}{4\varepsilon_0}$, $\Phi = \dfrac{\sigma R}{2\varepsilon_0}$.

Приклад

Потенціал електричного поля має вигляд $\varphi = \alpha\left(xy - z^2\right)$, де α – стала. Знайти проекцію напруженості електричного поля в точці $M(2;1;-3)$ на напрямок вектора $\vec{a} = \vec{e}_x + 3\vec{e}_z$, де $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ – орти осей X, Y, Z.

Розв'язання

$E_a - ?$
$\varphi = \alpha\left(xy - z^2\right)$,
$M(2;1;-3)$,
$\vec{a} = \vec{e}_x + 3\vec{e}_z$

У задачі необхідно визначити проекцію вектора напруженості електричного поля за відомим потенціалом. Для цього необхідно використати співвідношення, що зв'язує напруженість електричного поля й потенціал $\vec{E} = -\vec{\nabla} \cdot \varphi$. Визначивши таким чином вектор $\vec{E}$, далі знаходимо проекцію відомого вектора на відомий напрямок.

Знайдемо вектор напруженості електричного поля в довільній точці простору

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} \cdot \varphi =$$

$$= -\left[\vec{e}_x \cdot \frac{\partial}{\partial x}\left(\alpha\left(xy - z^2\right)\right) + \vec{e}_y \cdot \frac{\partial}{\partial y}\left(\alpha\left(xy - z^2\right)\right) + \vec{e}_z \cdot \frac{\partial}{\partial z}\left(\alpha\left(xy - z^2\right)\right)\right] =$$

$$= -\alpha[\vec{e}_x \cdot y + \vec{e}_y \cdot x + \vec{e}_z \cdot (-2z)].$$

У точці $M(2;1;-3)$ вектор напруженості електричного поля $\vec{E}_M$ дорівнює

$$\vec{E}_M = -\alpha[\vec{e}_x \cdot 1 + \vec{e}_y \cdot 2 + \vec{e}_z \cdot (+6)].$$

Тут ми використали умову, що координати точки M дорівнюють $x = 2; y = 1; z = -3$.

Як відомо, проекція будь-якого вектора $\vec{E}_M$ на вектор $\vec{a}$ дорівнює (рис. 1.11) $E_a = |\vec{E}_M| \cdot \cos\left(\angle \vec{E}_M \vec{a}\right)$. Зрозуміло, що $\cos\left(\angle \vec{E}_M \vec{a}\right) = \vec{E}_M \cdot \vec{a} / (|\vec{E}_M| \cdot |\vec{a}|)$. Тоді одержуємо

$$E_a = |\vec{E}_M| \frac{\vec{E}_M \cdot \vec{a}}{|\vec{E}_M| \cdot |\vec{a}|} = \frac{\vec{E}_M \cdot \vec{a}}{|\vec{a}|} = -\frac{\alpha\left(1\vec{e}_x + 2\vec{e}_y + 6\vec{e}_z\right)\left(\vec{e}_x + 3\vec{e}_z\right)}{\sqrt{\left(\vec{e}_x + 3\vec{e}_z\right) \cdot \left(\vec{e}_x + 3\vec{e}_z\right)}},$$

або

$$E_a = -\alpha \frac{19}{\sqrt{10}}.$$

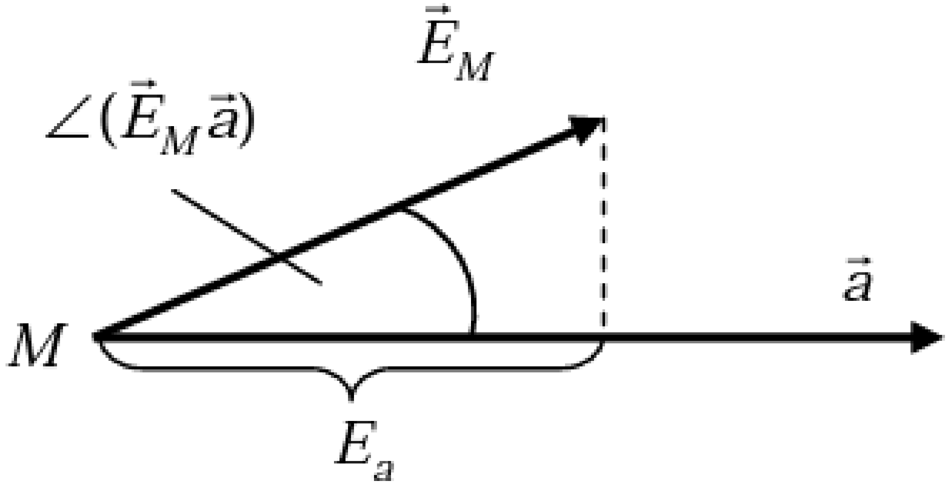


Рисунок 1.11

Аналіз одержаного результату

- Проведемо дослідження розрахункової формули в граничних випадках.

Якщо коефіцієнт $\alpha = 0$, то потенціал φ буде дорівнює нулю у всіх точках простору. Це означає, що електричне поле буде відсутнє. Тобто E_a буде дорівнювати нулю.

Такий самий результат випливає з одержаної формули. Якщо $\alpha \to 0$, то $E_a = \alpha \cdot \dfrac{19}{\sqrt{10}} \sim \alpha \to 0$.

Отже, розрахункова формула не суперечить фізичним міркуванням.

Відповідь: $E_a = \alpha \cdot \dfrac{19}{\sqrt{10}}$.

Приклад

Визначити потенціал $\varphi(x, y, z)$ електростатичного поля $\vec{E} = ay\vec{e}_x + (ax + bz)\vec{e}_y + by\vec{e}_z$, де a та b – сталі; $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ – орти осей X, Y, Z.

Розв'язання

$\varphi(x,y,z)-?$
$\vec{E}=ay\vec{e}_x+(ax+bz)\vec{e}_y+by\vec{e}_z$

У задачі необхідно визначити потенціал електростатичного поля за відомою напруженістю електричного поля. Для цього необхідно використати співвідношення, що зв'язує напруженість електростатичного поля й потенціал $\vec{E}=-\vec{\nabla}\varphi$. Підставимо в це рівняння явний вид напруженості електростатичного поля. Потім замінимо одержане векторне рівняння на три рівняння для проекцій відповідних векторів і отримаємо систему диференціальних рівнянь у частинних похідних першого порядку. Таким чином, задача зводиться до розв'язку системи диференціальних рівнянь у частинних похідних першого порядку.

Підставимо в рівняння $\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi$ явний вид напруженості електростатичного поля, а також використаємо, що

$$\vec{\nabla}\varphi = \vec{e}_x \cdot \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{e}_y \cdot \frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{e}_z \cdot \frac{\partial\varphi}{\partial z}.$$

Тоді

$$\vec{E} = ay\vec{e}_x + (ax + bz)\vec{e}_y + by\vec{e}_z = -\left[\vec{e}_x \cdot \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{e}_y \cdot \frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{e}_z \cdot \frac{\partial\varphi}{\partial z}\right].$$

Запишемо це векторне рівняння як систему рівнянь для відповідних проекцій:

$$-\frac{\partial\varphi}{\partial x} = ay, \quad -\frac{\partial\varphi}{\partial y} = ax + bz, \quad -\frac{\partial\varphi}{\partial z} = by. \qquad (1\text{–}3)$$

Розв’яжемо рівняння (1):

$$\varphi = -\int aydx + \psi(y,z) = -ayx + \psi(y,z), \qquad (4)$$

де $\psi(y,z)$ – функція інтегрування, що не залежить від x, але залежить від y, z.

Далі підставляємо (4) у співвідношення (2) і одержуємо рівняння для функції $\psi(y,z)$:

$$-\frac{\partial}{\partial y}[(-axy)+\psi(y,z)] = ax + bz\,, \quad -\frac{\partial\psi(y,z)}{\partial y} = bz\,,$$

$$\psi(y,z) = -\int bzdy + \theta(z) = -bzy + \theta(z), \qquad (5)$$

де $\theta(z)$ – функція, що залежить лише від z і не залежить від y, x. Далі підставимо (4) з урахуванням співвідношення (5) у вираз (3) та отримаємо рівняння для $\theta(z)$

$$-\frac{\partial}{\partial z}[-ayx - bzy + \theta(z)] = by\,, \text{ або } -\frac{\partial\theta(z)}{\partial z} = 0\,.$$

Тобто

$$\theta = const\ ,$$

де $const$ – константа, що не залежить від x, y, z. Таким чином,

$$\varphi = -ayx + \psi(y,z) = -ayx + (-bzy) + \theta(z) =$$
$$= -(ayx + bzy) + const\ .$$

Аналіз одержаного результату

Перевіримо правильність одержаного результату безпосередньою підстановкою $\varphi(x, y, z)$ у співвідношення $\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi$:

$$\vec{E} = -\Bigg[\vec{e}_x \cdot \frac{\partial}{\partial x}\left(-(ayx + bzy) + const\right) +$$
$$+ \vec{e}_y \cdot \frac{\partial}{\partial y}\left(-(ayx + bzy) + const\right) +$$
$$+ \vec{e}_z \cdot \frac{\partial}{\partial z}\left(-(ayx + bzy) + const\right)\Bigg] = ay\vec{e}_x + (ax + bz)\vec{e}_y + by\vec{e}_z\ .$$

Бачимо, що одержаний вираз для напруженості електричного поля збігається з поданим в умові задачі. Отже, одержаний розв’язок є правильним.

Відповідь: $\varphi = -(ayx + bzy) + const$.

Задачі для самостійного розв’язування

1.1 Два точкових однойменних заряди по $q=12$ нКл кожен знаходяться на відстані $a=10$ см один від одного. Визначте величину та напрям сили, з якою ці заряди будуть діяти на додатний заряд $q_3=20$ нКл, що розміщений на відстані $b=20$ см від кожного з них.

1.2 Два додатних заряди $q_1 = 0{,}3$ мкКл та $q_2 = 0{,}2$ мкКл знаходяться на відстані $l = 10$ см один від одного. Де потрібно помістити між ними третій заряд, щоб він перебував у рівновазі?

1.3 Точковий заряд 1 мкКл знаходиться поблизу великої рівномірно зарядженої пластини навпроти її середини. Визначте поверхневу густину заряду пластини, якщо на точковий заряд діє сила 60 мН.

1.4 Дві кульки, кожна масою $m = 10$ мг, підвішені на нитках довжиною по $l = 50$ см. Після того як кулькам надали однакового заряду, вони відійшли одна від одної на відстань $a = 7$ см. Знайдіть величину заряду кожної кульки q.

1.5 Між двома вертикальними плоскопаралельними пластинами, що знаходяться на відстані $d = 2$ см одна від одної, підвішена заряджена кулька масою $m = 0{,}1$ г. За умови різниці потенціалів між пластинами $U = 900$ В кулька відхилилася на кут $\alpha = 10^0$. Визначте заряд кульки q.

1.6 Дві паралельні площини, поверхневі густини заряду яких дорівнюють $\sigma_1 = 2$ мкКл/м^2 та $\sigma_2 = -0{,}8$ мкКл/м^2, знаходяться на відстані $d = 0{,}6$ см одна від одної. Визначте різницю потенціалів між площинами.

1.7 Порошина масою $m = 10^{-9}$ г утримується у рівновазі між двома горизонтальними паралельними пластинами, зарядженими до різниці потенціалів $\Delta\varphi = 120$ В. Відстань між пластинами $d = 8$ мм. З яким прискоренням буде рухатися порошина, якщо вона втратить $N = 10$ електронів?

1.9 Нескінченна площина несе рівномірно розподілений заряд, поверхнева густина якого $\sigma = 1$ мкКл/м^2. На деякій відстані від площини паралельно їй розміщене коло радіусом $r = 10$ см. Обчислити потік Φ_E вектора напруженості через це коло.

1.10 Плоска квадратна пластина зі стороною довжиною a, що дорівнює 10 см, знаходиться на деякій відстані від нескінченної рівномірно зарядженої ($\sigma = 1$ мкКл/м^2) площини. Площина пластини становить кут $\beta = 30°$ із лініями поля. Знайти потік Φ_E напруженості електричного поля через цю пластину.

1.17 У центрі сфери радіусом $R = 20$ см знаходиться точковий заряд $q = 10$ нКл. Визначити потік Φ_E вектора напруженості через частину сферичної поверхні площею $S = 20$ см^2.

1.18 Електричне поле створене точковим зарядом $q = 0{,}1$ мкКл. Визначити потік Φ_E напруженості електричного поля через круглу площадку радіусом $R = 30$ см. Заряд рівновіддалений від країв площадки й знаходиться на відстані $a = 40$ см від її центра.

1.19 Електричне поле створене рівномірно зарядженим з об'ємною густиною заряду ρ циліндром. Радіус циліндра R, довжина нескінченна. Знайти напруженість E поля як функцію відстані r від осі всередині циліндра.