第八章　　稳恒电流的磁场

一、毕奥—萨伐尔定律

$$\vec{B}=\int d\vec{B}=\int \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$

二、运动电荷的磁场

$$\boxed{\vec{B}=\frac{d\vec{B}}{dN}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{r}}{r^3}}$$

三、磁场中的高斯定理

$$\boxed{\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0}$$

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o \sum_i I_i$$ ——磁场为有旋场（非保守场）

$*L$上的$\vec{B}$是回路L内外的电流共同产生，而$\vec{B}$的环流

$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}$仅与$L$内的电流有关

安培环路定理的应用范围:对称性磁场

1. 载流长直密绕螺线管 $B_{内} = \mu_0 nI \qquad B_{外} = 0$

2. 载流螺绕环内的磁场 $B_{内} = \dfrac{\mu_0 NI}{2\pi r} \qquad B_{外} = 0$

细螺绕环 $(d << 2R)$ $B_{内} = \mu_0 nI \quad B_{外} = 0$

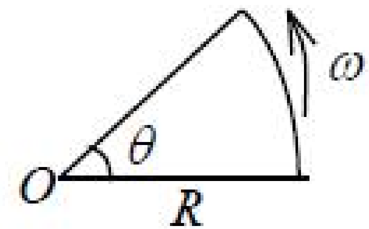
3. 无限长载流圆柱体的磁场 $B_{内} = \dfrac{\mu_0 Ir}{2\pi R^2} \qquad B_{外} = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

4. 无限大载流平板的磁场 $B = \dfrac{\mu_0 I}{2a} = \dfrac{\mu_0 i}{2}$

一质点带有电荷 $q=8.0\times10^{-10}$ C，以速度 $v=3.0\times10^{5}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 在半径为 $R=6.00\times10^{-3}$ m 的圆周上，作匀速圆周运动.

该带电质点在轨道中心所产生的磁感强度 $B=$ $\underline{6.67\times10^{-7}\ \mathrm{T}}$，该带电质点轨道运动的磁矩 $p_m=$ $\underline{7.20\times10^{-7}\ \mathrm{A\cdot m^2}}$. ($\mu_0=4\pi\times10^{-7}\ \mathrm{H\cdot m^{-1}}$)

如图所示，一扇形薄片，半径为 R，张角为 θ，其上均匀分布正电荷，面电荷密度为 σ，薄片绕过角顶 O 点且垂直于薄片的轴转动，角速度为 ω．求：



（1）O 点处的磁感强度.

（2）带电薄片的磁矩

（1）$dI' = \frac{\omega}{2\pi} dq = \frac{\omega}{2\pi} \sigma\theta r dr$ （3 分）

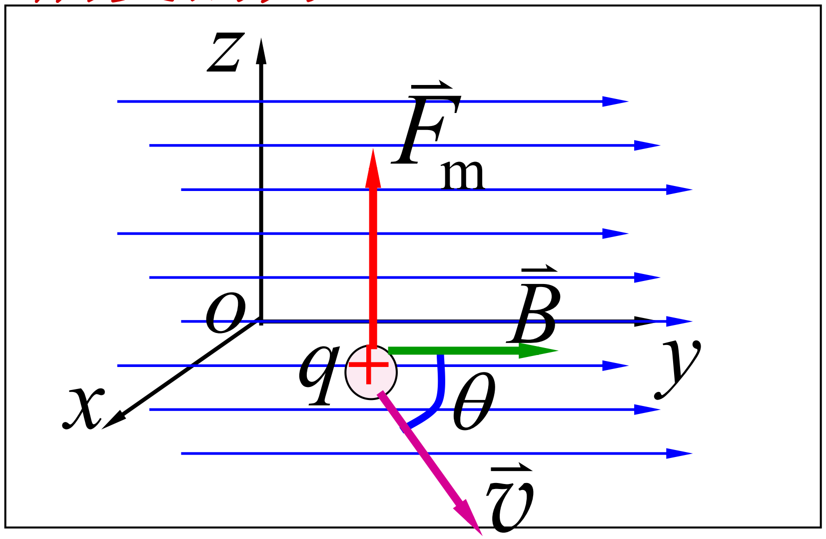
$$dB = \frac{\mu_0 dI'}{2r} = \frac{\mu_0 \sigma\theta\omega}{4\pi} dr$$ （2 分） $$B = \int_0^R \frac{\mu_0 \sigma\theta\omega}{4\pi} dr = \frac{\mu_0 \sigma\theta\omega R}{4\pi}$$ （2 分）

(2) $dP_m = \pi r^2 dI' = \frac{1}{2} \omega\sigma\theta\, r^3 dr$ $P_m = \int_0^R \frac{1}{2} \omega\,\sigma\theta r^3 dr = \frac{1}{8} \omega\,\sigma\theta R^4$ （3 分）

8-5 带电粒子在电场和磁场中的运动

一、 带电粒子在电场和磁场中所受的力

电场力 $\boxed{\vec{F}_{\mathrm{e}} = q\vec{E}}$



磁场力（洛仑兹力）

$$\boxed{\vec{F}_{\mathrm{m}} = q\vec{v}\times\vec{B}}$$

方向：即以右手四指 $\vec{v}$ 由经小于 180° 的角弯向 $\vec{B}$，拇指的指向就是正电荷所受洛仑兹力的方向.

运动电荷在电场和磁场中受的力

$$\boxed{\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v}\times\vec{B}}$$

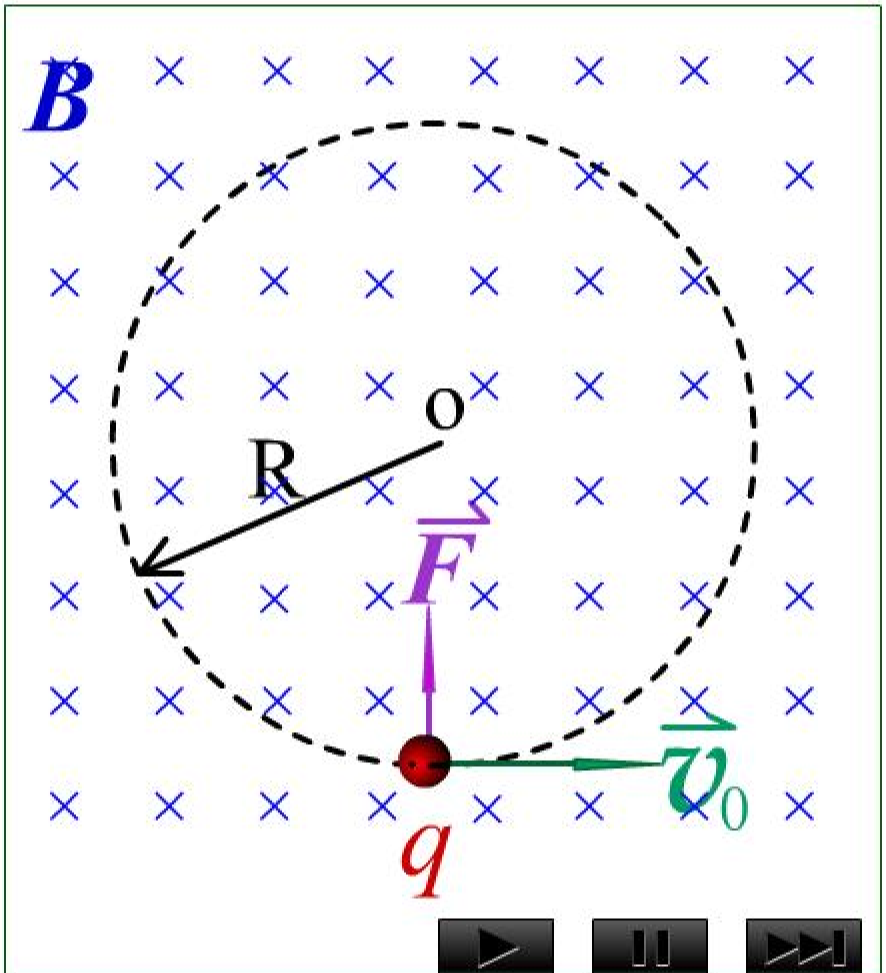
问 1）洛仑兹力作不作功？

2）负电荷所受的洛仑兹力方向？

二、带电粒子在磁场中运动举例

1． 回旋半径和回旋频率

$$\vec{v}_0 \perp \vec{B}$$



$$q v_0 B = m \frac{v_0^2}{R}$$

$$R = \frac{m v_0}{qB}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v_0} = \frac{2\pi m}{qB}$$

2 . 磁聚焦

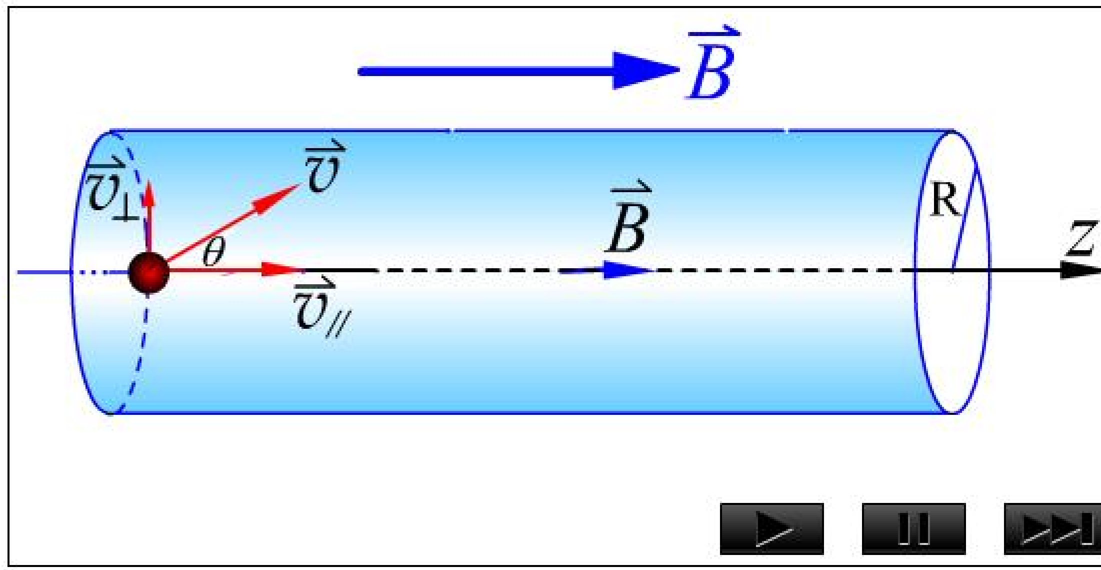
洛仑兹力 $\boxed{\vec{F}_{\mathrm{m}} = q\vec{v}\times\vec{B}}$ （洛仑兹力不做功）

$\vec{v}$ 与 $\vec{B}$ 不垂直

$$\vec{v} = \vec{v}_{/\!/} + \vec{v}_{\perp}$$

$$v_{/\!/} = v\cos\theta$$

$$v_{\perp} = v\sin\theta$$



$$R = \frac{mv_{\perp}}{qB} \qquad T = \frac{2\pi m}{qB}$$

螺距 $d = v_{/\!/}T \overset{4}{=} \overset{5}{v}\cos\theta\,\frac{2\pi m}{qB}$

8-6 磁场对电流的作用

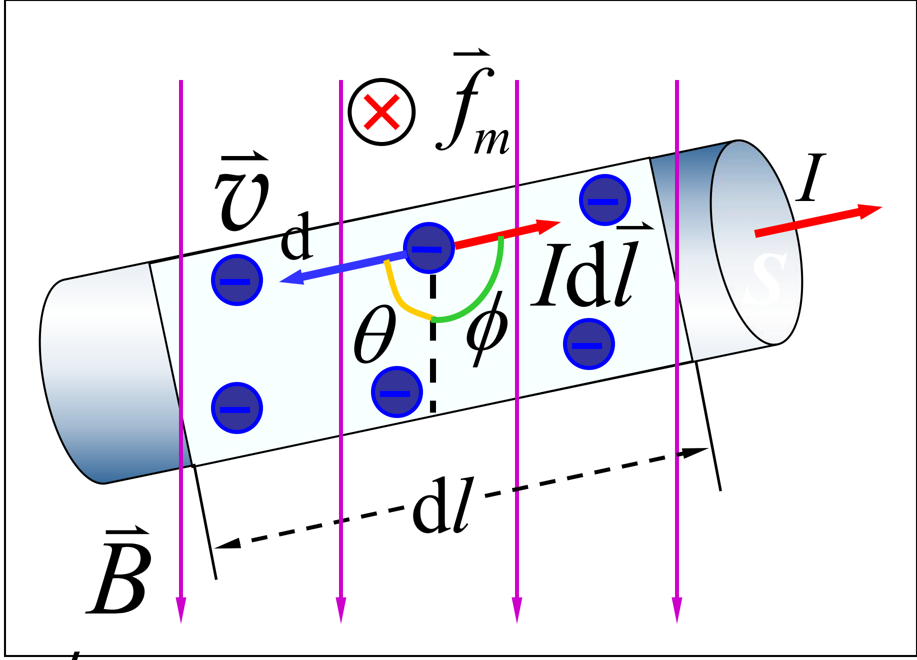
一、安 培 力

洛伦兹力 $\vec{f}_{\mathrm{m}} = -e\vec{v}_{\mathrm{d}} \times \vec{B}$

$$f_{\mathrm{m}} = ev_{\mathrm{d}} B \sin\theta$$

$$\mathrm{d}F = nev_{\mathrm{d}} S \mathrm{d}l B \sin\theta$$

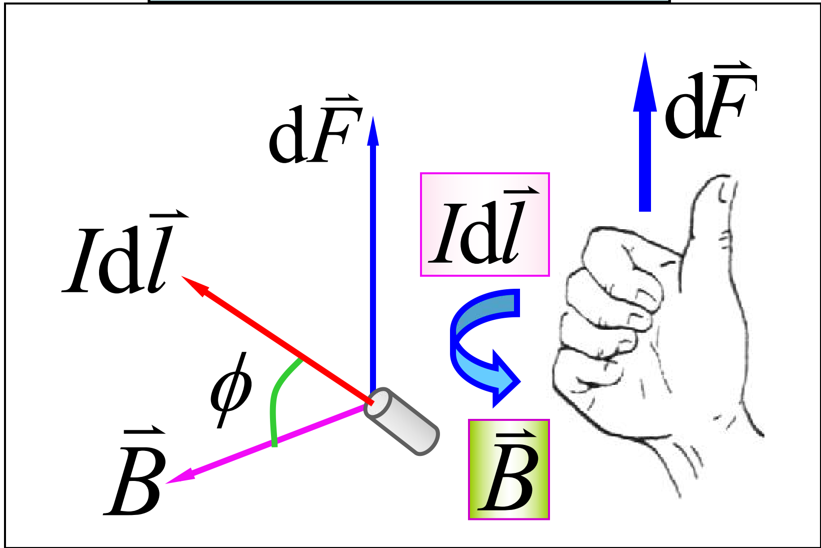
$$\mathrm{d}F = I\mathrm{d}lB\sin\theta = I\mathrm{d}lB\sin\phi$$



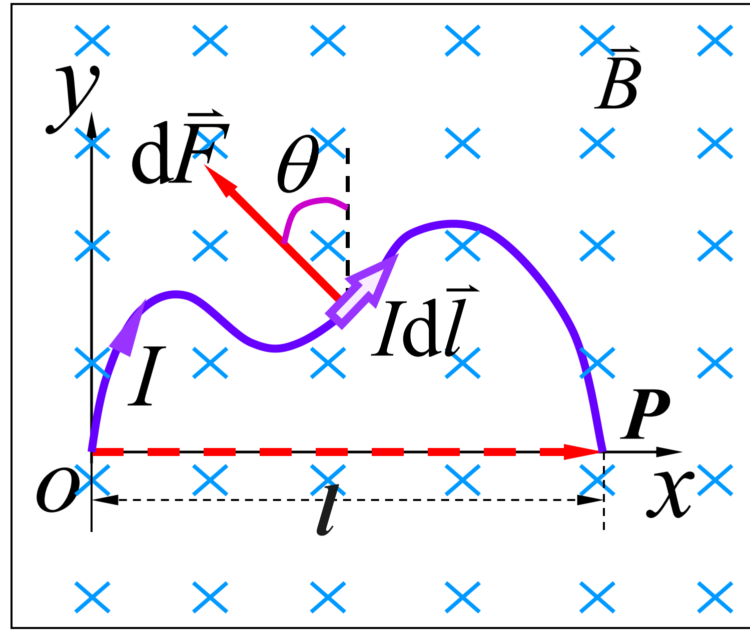
安培定律 磁场对电流元的作用力 $\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$

◆ 有限长载流导线所受的安培力

$$\vec{F} = \int_l \mathrm{d}\vec{F} = \int_l I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$$



例1 求 如图不规则的平面载流导线在均匀磁场中所受的力，已知 $\vec{B}$ 和 I .



解:取一段电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$

$$\mathrm{d}\vec{F}=I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}$$

$$\mathrm{d}F_x=\mathrm{d}F\sin\theta=BI\mathrm{d}l\sin\theta$$

$$\mathrm{d}F_y=\mathrm{d}F\cos\theta=BI\mathrm{d}l\cos\theta$$

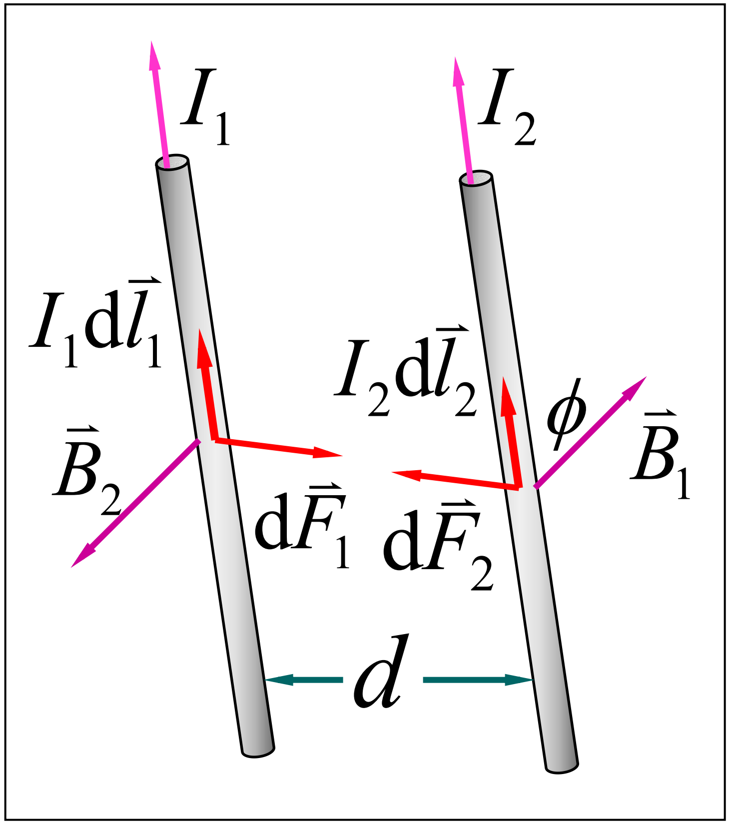
$$F_x=\int\mathrm{d}F_x=BI\int_0^0\mathrm{d}y=0$$

$$F_y=\int\mathrm{d}F_y=BI\int_0^l\mathrm{d}x=BIl$$

$$\vec{F}=\vec{F}_y=BIl\vec{j}$$

结论 任意平面载流导线在均匀磁场中所受的力，与其始点和终点相同的载流直导线所受的磁场力相同.

二、电流的单位　两无限长平行载流直导线间的相互作用



$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi\, d} \qquad B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi\, d}$$

$$\mathrm{d}F_2 = B_1 I_2 \mathrm{d}l_2 \sin\phi$$

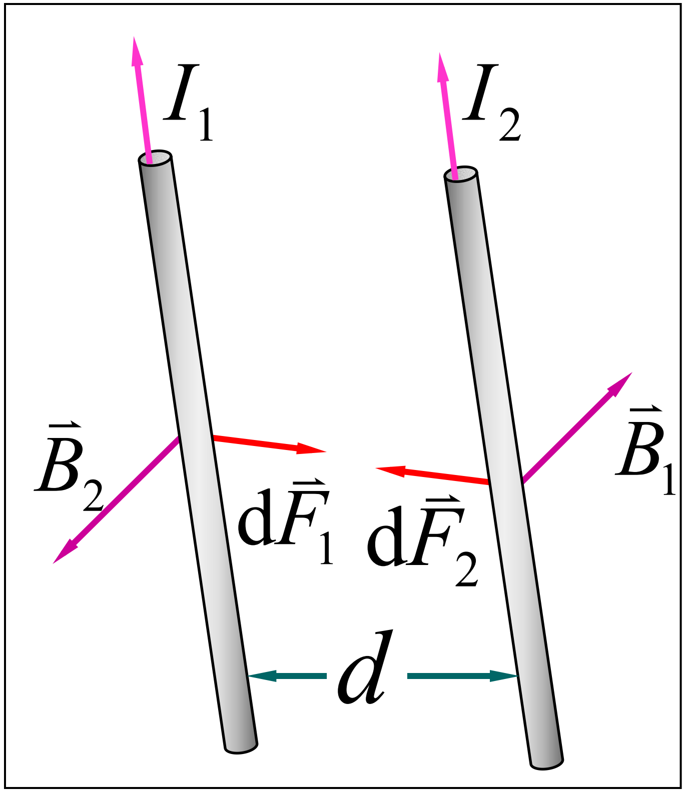
$$\phi = 90^\circ, \sin\phi = 1$$

$$\mathrm{d}F_2 = B_1 I_2 \mathrm{d}l_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \mathrm{d}l_2}{2\pi\, d}$$

$$\frac{\mathrm{d}F_2}{\mathrm{d}l_2} = \frac{\mathrm{d}F_1}{\mathrm{d}l_1} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi\, d}$$

$$\mathrm{d}F_1 = B_2 I_1 \mathrm{d}l_1 = \frac{\mu_0 I_2 I_1 \mathrm{d}l_1}{2\pi\, d}$$

国际单位制中电流单位安培的定义



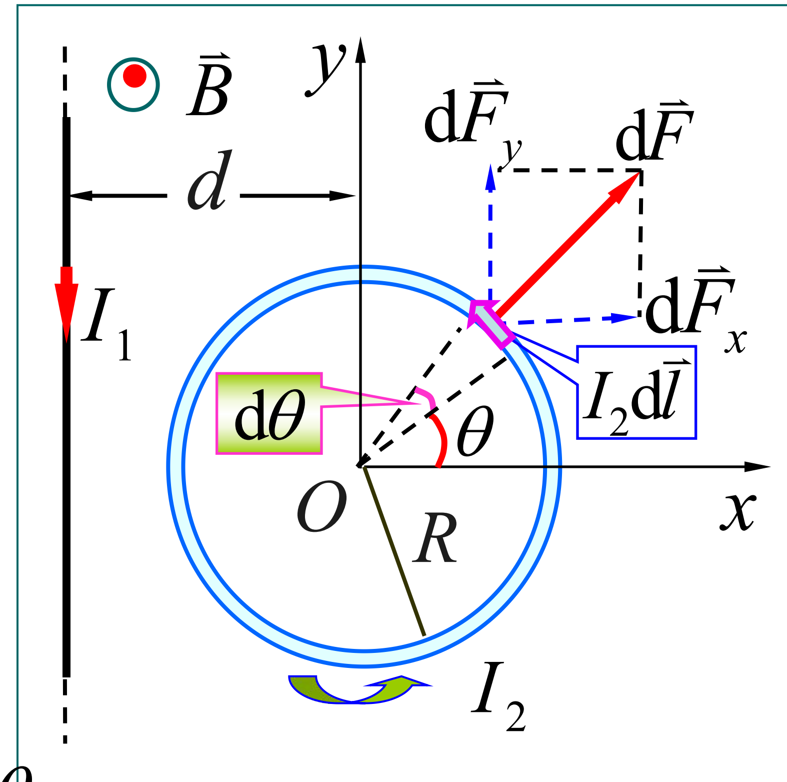
在真空中两平行长直导线相距 1 m，通有大小相等、方向相同的电流，当两导线每单位长度上的吸引力为 $2\times10^{-7}\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$ 时，规定这时的电流为 1 A （安培）.

可得 $$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{N\cdot A^{-2}} = 4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{H\cdot m^{-1}}$$

$$\frac{\mathrm{d}F_1}{\mathrm{d}l_1} = \frac{\mathrm{d}F_2}{\mathrm{d}l_2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi\, d}$$

问 若两直导线电流方向相反二者之间的作用力如何？

例2. 半径为 R 载有电流 I_2 的导体圆环与电流为 I_1 的长直导线 放在同一平面内（如图）， 直导线与圆心相距为 d ，且 $R < d$ 两者间绝缘 ， 求 作用在圆电流上的磁场力.



解 $$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{d + R\cos\theta}$$

$$\mathrm{d}F = BI_2\mathrm{d}l = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\frac{\mathrm{d}l}{d + R\cos\theta}$$

$$\mathrm{d}l = R\mathrm{d}\theta$$

$$\mathrm{d}F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\frac{R\mathrm{d}\theta}{d + R\cos\theta}$$

$$\mathrm{d}F_x = \mathrm{d}F\cos\theta = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\frac{R\cos\theta\mathrm{d}\theta}{d + R\cos\theta}$$

$$\mathrm{d}F_y = \mathrm{d}F\sin\theta = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\frac{R\sin\theta\mathrm{d}\theta}{d + R\cos\theta}$$

$$F_x = \frac{\mu_0 I_1 I_2 R}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\cos\theta \mathrm{d}\theta}{d + R\cos\theta} \quad = \mu_0 I_1 I_2 \left(1 - \frac{d}{\sqrt{d^2 - R^2}}\right)$$

$$F_y = \frac{\mu_0 I_1 I_2 R}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\sin\theta \mathrm{d}\theta}{d + R\cos\theta} = 0$$

$$\vec{F} = F_x \vec{i} = \mu_0 I_1 I_2 \left(1 - \frac{d}{\sqrt{d^2 - R^2}}\right)\vec{i}$$