第一章: 信号与系统概述

本章主要内容:本章将对本课程要用到的一些基本概念如信号与系统的模型,并对系统的模拟以及线性时不变系统的各种分析方法作扼要的叙述,以便建立一个总轮廓,然后在以后的各章中分别讨论。

- § 1-1 信号及其分类
- § 1-2系统的描述
- § 1-3 系统的分类

引言 信号与系统概述

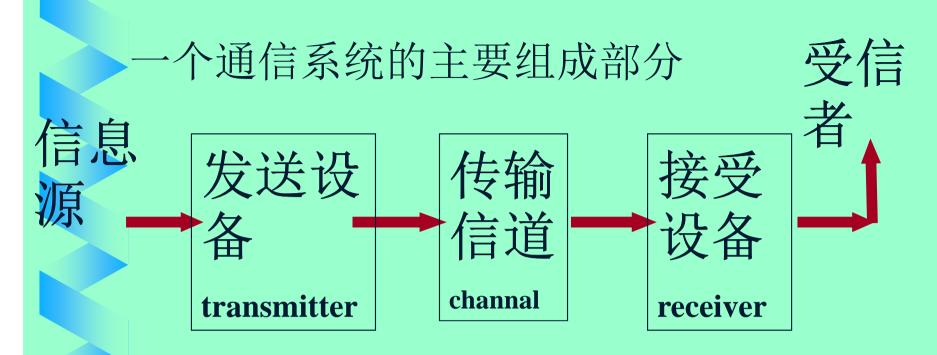
- 信号(Signals):是反映信息的物理量。如:力,速度,位移,压力,温度等。
- 系统(Systems):是指由若干相互依赖,相互作用的事物组合而成的具有某种特定功能的整体。
- 如: A 太阳系, 生态系统和动物的神经组织等可称 为自然系统。
 - B供电网,运输系统,计算机网络可称为人工系统。
 - C 电气, 机械, 机电, 声光等系统属于物理系统。
 - D 生物系统, 化学系统, 政治体制, 经济结构等也可构成系统, 但属于非物理系统。

☆而本课程讨论在电子学领域中的电系统。

如,一个稳压电源是一个系统,其中电路中的随时间变化的电压、电流是电信号。

☆在无线电电子学领域中,常利用通信系统,控制 系统和计算机系统进行信号的传输和处理工作。

传统的通信系统包括: 电报、电话、传真、电视等



通信系统组成框图

传输信道的形式:

有线通信:

无线通信:

wireless communication

信号与系统分析可以完成以下工作:

- 1 系统分析analysis 分析特定的系统,来得到该系统对不同输入的响应. 如电路分析
- 2 系统综合synthesis 设计一个特定的系统来通过特定的方式处理信号。
- ▶ 信号的增强,噪声抑制;
- 系统作用于系统:反馈,放大系统。如对信号进行编码等处理,以达到抗干扰可靠的传输及提高安全性。

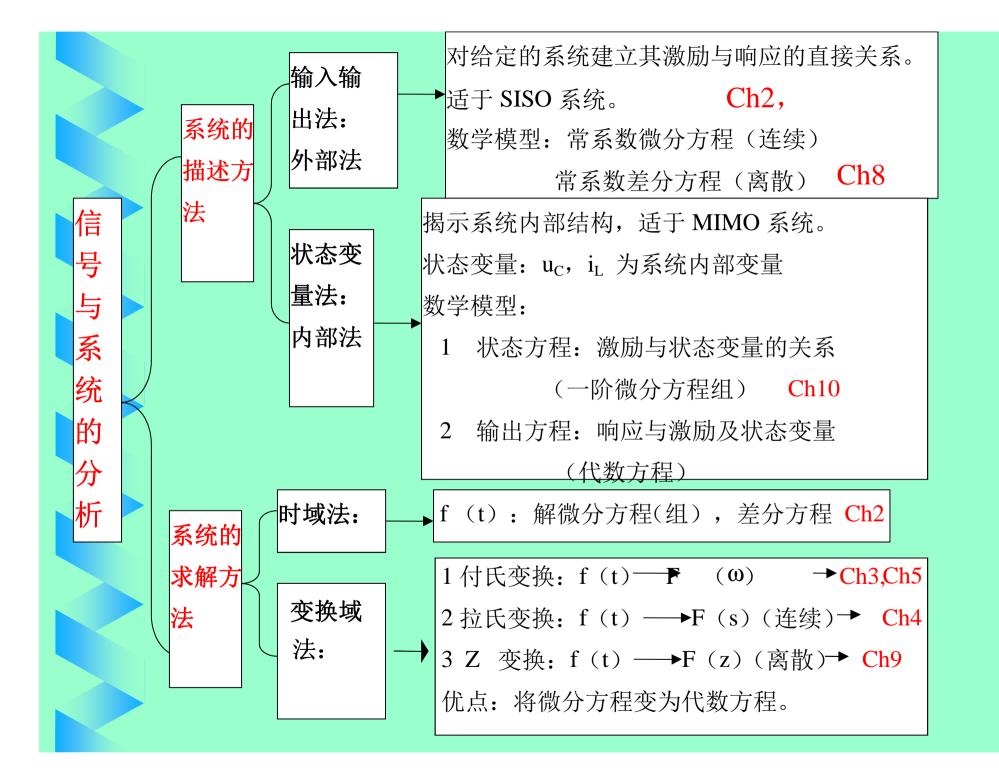
系统分析:

建立表征系统的数学方程式并

求其解答

系统的描述

系统的求解



§1-1信号及其分类

一,信号的描述

信号的描述

物理上: 信号是信息寄寓变化的形式

数学上: 信号是一个或多个变量的函数

形态上: 信号表现为一种波形

自变量

时间、位移

周期、频率、幅度、相位

信号的基本形式是: 3

答: 随时间变化的电压或电流。

信号常可以表示为时间的函数或序列,该函数的图像称为信号的波形。f(t),f(X,Y,t)

空域

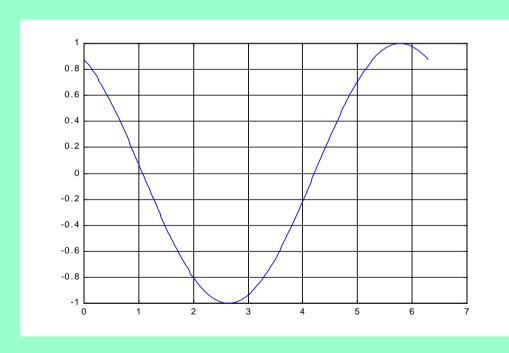
信号的数学描述——表达式

$$y = A.\cos(x + 0.5)$$

周期= 2* pi

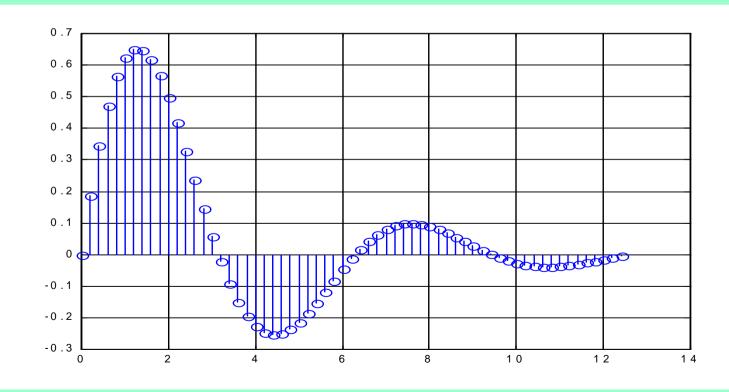
相位= 0.5

幅度= A



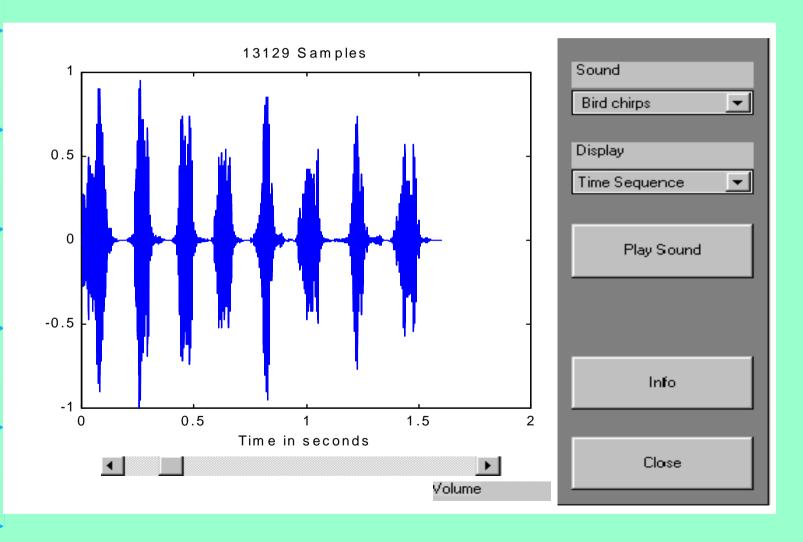
对阻尼振荡的数学描述

$$y(x) = e^{-3x} \sin(x)$$



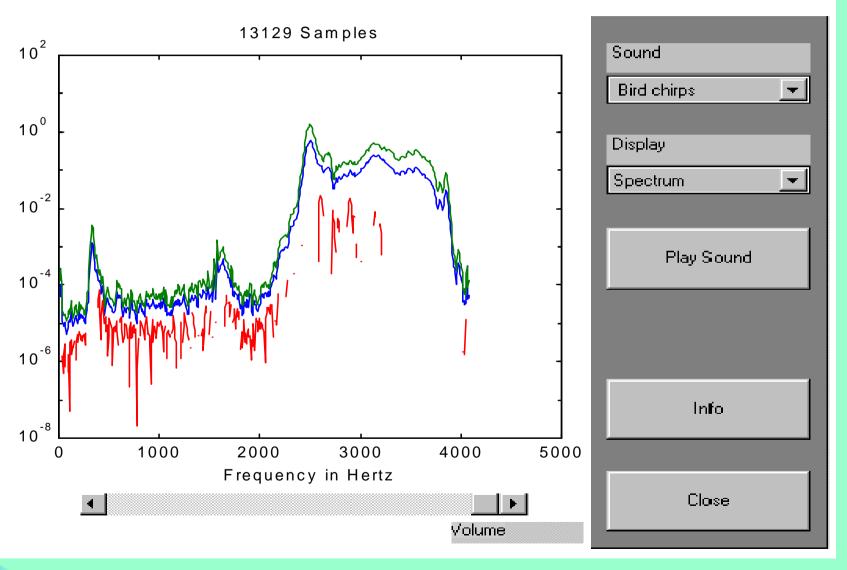
一段鸟鸣的声音的时域波形

Time Domain

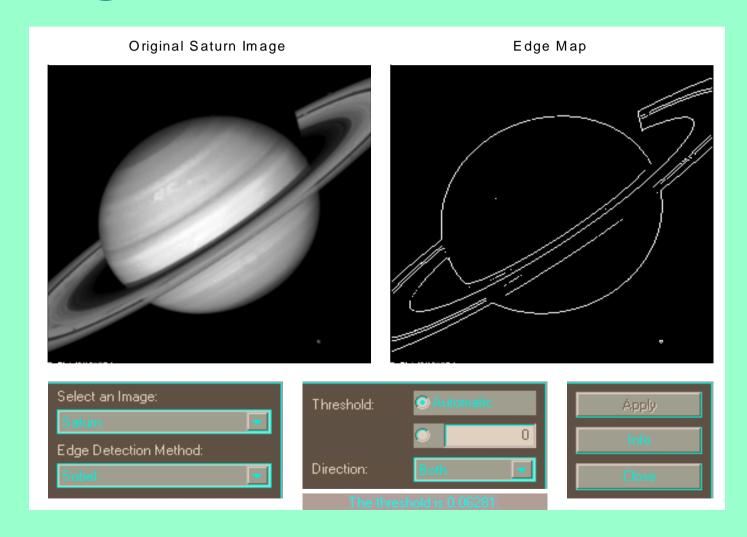


鸟鸣在不同频率时的幅度分布一频谱

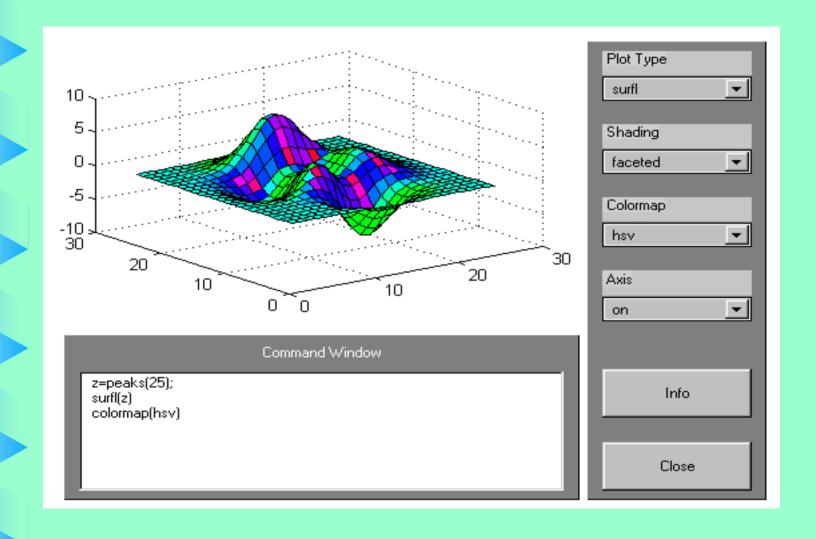
Frequency Domain----- spectrum



图象携带信息特征—轮廓 Image Contour



波形的三维描述



二信号的分类

Ω1.1.1 按照f(t)是否可预知分---> 确定性信号与随机信号

确定性信号(确知信号或规则信号): definitive signals

- -可以表示为一个确定的时间函数或序列。
- -可以预先知道其变化规律——描述是确定的。

随机信号:不能预先知其变化规律——描述不确定 random

如:1"携带"消息的信号在传输和处理的各个环节中不可避免地受到各种干扰和噪声的影响,使信号失真(畸变),而这些干扰和噪声的具体情况是不完全确知的,是随机的。

2 电网上的电压的波动量是随机的。 确知信号是一种科学的抽象,是研究随机信号的重要基础,因此十分重要,本课只讨论确知信号。

α1.1.2 按f(t)自变量是否连续分---> 连续信号与离散信号 continuous signals and discrete signals

连续时间信号: 在连续的时间范围内有定义。

—→函数的定义域—时间是连续的

离散时间信号:在离散的瞬间才有定义。

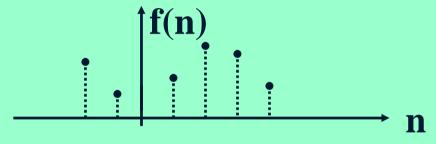
▲连续时间信号: 在连续的时间范围内有定义

即:函数的定义域——时间是连续的

如: 正弦函数f(t)=Asinπt

B.离散时间信号: 在离散的瞬间才有定义的信号

即:函数的定义域——时间是离散的 离散信号是定义在一些离散的时刻,其余时间无定义



1,离散信号可以是连续信号的抽样 -->序列值的集合

$$f(nT_s) = f(t)|_{t=nT_s}$$
 $\exists f(n) = f(nT_s)$

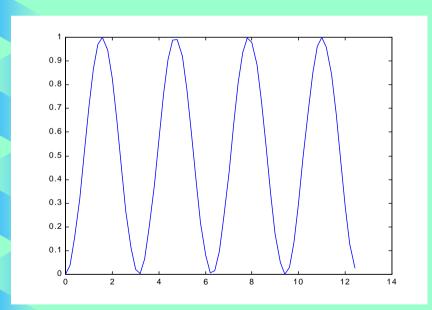
T_s抽样周期,1/T_s抽样频率,■为序号.

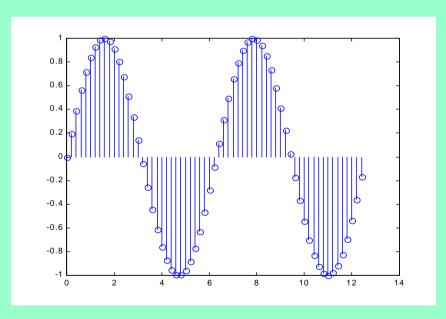
2,GDP指数

信号分类:连续,离散

连续时间信号 continuous-time signals

离散时间信号 discrete-time signals





ญ1.1.3 周期信号与非周期信号periodic and aperiodic

◆周期信号:按一定时间间隔重复变化的信号

连续周期信号: f(t+rT)=f(t) r为整数,T为周期($T \succ 0$)

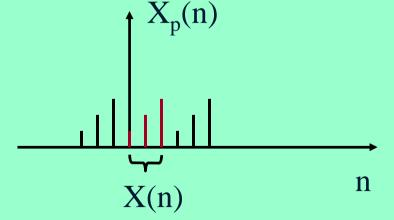
离散周期信号: f(n+rN) = f(n) r, N为整数 $(N \succ 0)$

$$\left.\begin{array}{l} t \in [0,T) \\ n \in [0,N-1] \end{array}\right\}$$
 主值区间

若周期信号 $x_p(n)$ 在主值区间的序列为x(n),则有

$$x(n) = \begin{cases} x_p(n) & 0 \le n \le N - 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$
$$x_p(n) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} x(n+rN) \qquad r$$
 整数

$$x_p(n) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n+rN)$$
 r为整数



周期信号 $x_n(n)$ 是主值区间序列x(n)的周期延拓。

ิ่ง1.1.4 能量信号与功率信号energy and power signals

设信号电压或电流为f(t),则它在1欧姆电阻上的瞬时功率为 $p(t)=|f(t)|^2$,在时间间隔-T<t<T内消耗的能量为

$$E = \int_{-T}^{T} \left| f(t) \right|^{2} dt$$

当 $T \to \infty$ 时,总能量为 $E = \lim_{T \to \infty} \int_{-T}^{T} |f(t)|^2 dt$ 平均功率为 $P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} |f(t)|^2 dt$

结论:1)0<E<∞,E为有限值,P-->0,f(t)为能量信号 又称能量有限信号

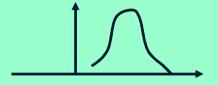
> 2) E--->∞, 0<P<∞, P为有限值, f(t) 为功率信号 又称能量无限信号

例:1)能量信号: 单个矩形脉冲,

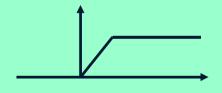
单边衰减指数信号 $e^{-\alpha t} \cdot u(t)$ $\alpha > 0$

2) 功率信号: 阶跃信号, 大多数周期信号

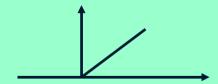
3) 脉冲信号: 非周期、能量信号



4) 非周期、功率信号:



5) 非能量、非功率信号:



结论:

- 1单个矩形脉冲,单边指数信号等都是能量信号。
- 2 阶跃信号是功率信号(能量无限信号)。
- 3 非周期信号: 可为能量信号, 也可为功率信号。
- 4 属于能量信号的非周期信号称为**脉冲信号**,其在有限的时间范围有一定的数值,而当|t|-->∞时, 极值为零。

§ 1-1-2 常见基本信号

- 一 指数信号
- 二正弦信号
- 三 Sa(t)函数

§ 1-1-3 奇异信号

奇异信号: 函数本身或其导数或积分有不连续点(跳变点) 这类函数称为奇异信号或奇异函数。

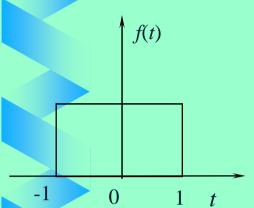
- 一单位斜变信号
- 二单位阶跃信号
- 三 单位冲激信号
- 四单位冲激偶

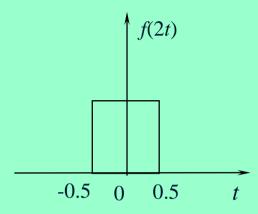
§ 1-1-4 信号的运算与变换

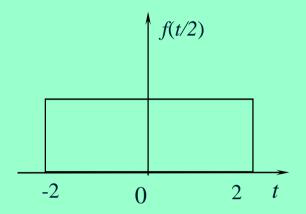
信号的叠加、相乘、微分和积分可以根据信号的波形或表达式进行。本节,我们主要研究代数运算及波形的多种变换方法。

- 1、尺度变换(压缩、扩展)
- 2、信号的平移
- 3、信号的倒置
- 4、信号的代数运算
- 5、信号的微分、积分

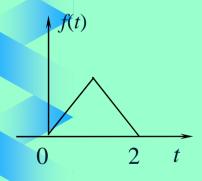
1、尺度变换(压缩、扩展) Time Scaling

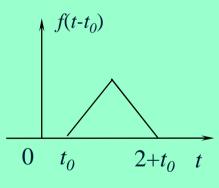


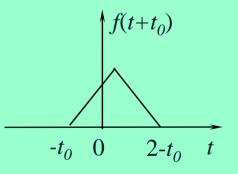




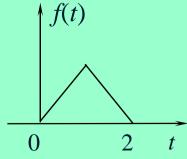
2、信号的平移 Time shift

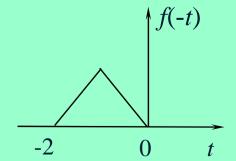






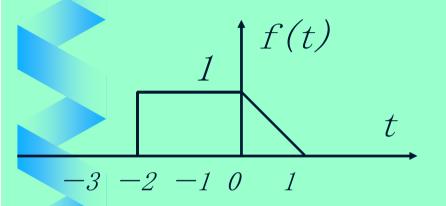
3、信号的倒置 Time Reversal

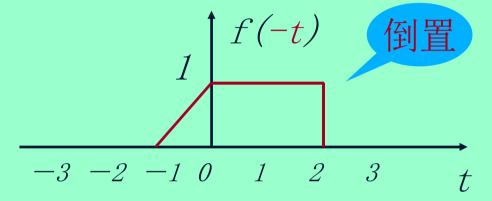


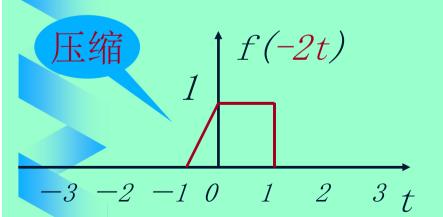


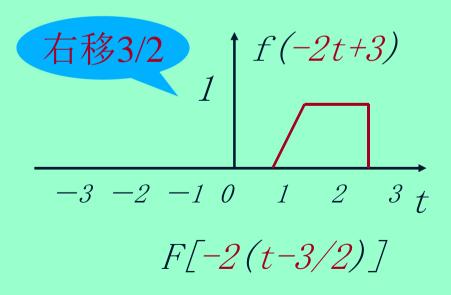
EX: Given the signal f(t), find f(-2t+3)?

SL1: 信号先倒置,再压缩,再平移









SI.2: 信号先平移,再倒置,再压缩 $f(t) -> f(-2t+3) \cap f(t)$ -3 -2 -1 0 1倒置 左移3 $f(t+3) \int_{1}^{1} f(-t+3)$ -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 f (-2t+3) 压缩2倍 -3 -2 -1 0 1 2 3 t

4. Algebraic calculation of signals

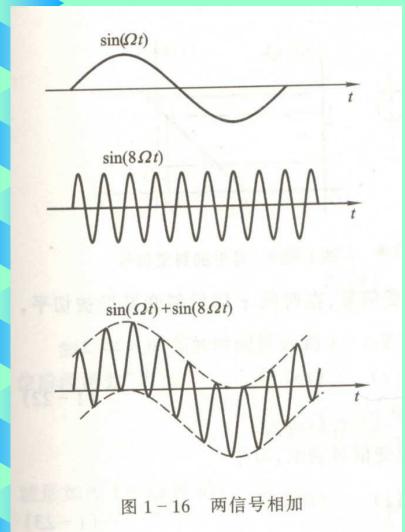
EX1: Given $f_1(t)$, $f_2(t)$, Find $f_1(t)+f_2(t)$ and $f_1(t)\times f_2(t)$

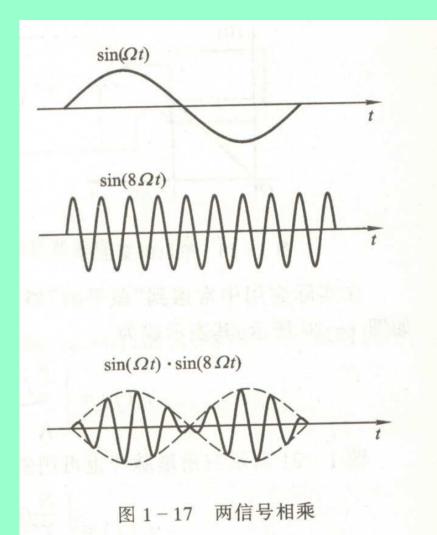
$$f_{1}(t) = \begin{cases} \sin \pi \cdot t & t \ge 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \qquad f_{2}(t) = -\sin \pi \cdot t$$

$$SL: \qquad f_{1}(t) + f_{2}(t) = \begin{cases} 0 & t \ge 0 \\ -\sin \pi \cdot t & t < 0 \end{cases}$$

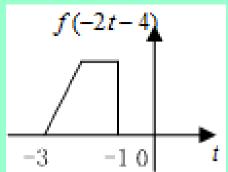
$$f_1(t) + f_2(t) = \begin{cases} 0 & t \ge 0 \\ -\sin \pi \cdot t & t < 0 \end{cases}$$

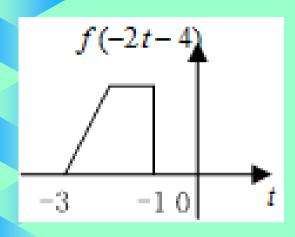
$$f_1(t) \times f_2(t) = \begin{cases} -\sin^2 \pi \cdot t & t \ge 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$



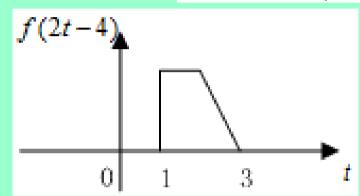


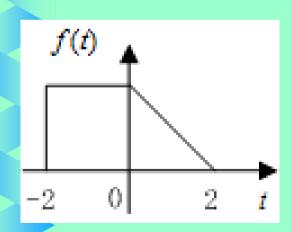
例题的逆问题: 已知 f(-4-2t) 的波形为画出 f(t) 的波形



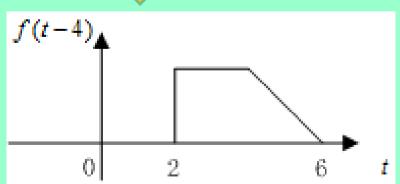


反转









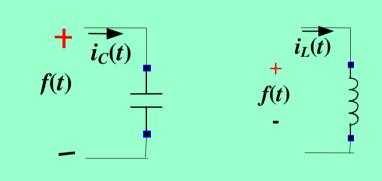
展开

5. Derivation and Integral of signals

注意: 1、含有间断点的信号: 微分时存在不定值

2、分段积分时,考虑前一段积分值

EX: Rect f(t) act on capacitor and inductor, find current i(t).



$$\begin{array}{c|c}
2 & f(t) \\
\hline
0 & 1
\end{array}$$

解:
$$f(t) = 2 \cdot u(t) - 2 \cdot u(t-1)$$

C:
$$i_c(t) = c \frac{df(t)}{dt} = 2 \cdot \delta(t) - 2 \cdot \delta(t-1)$$

$$\begin{array}{c|c}
1 & 1 \\
\hline
0 & t \\
-2 & (2)
\end{array}$$

L:
$$f(t) = 2 \cdot u(t) - 2 \cdot u(t-1) = \begin{cases} 2 & 0 < t < 1 \\ 0 & t < 0 \neq t > 1 \end{cases}$$

$$i_{L}(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{t} f(\tau) d\tau$$

$$t < 0$$
时,

$$0 < t < 1$$
时,

$$i_L(t) = 0$$

$$t > 1$$
时,
$$i_L(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau$$

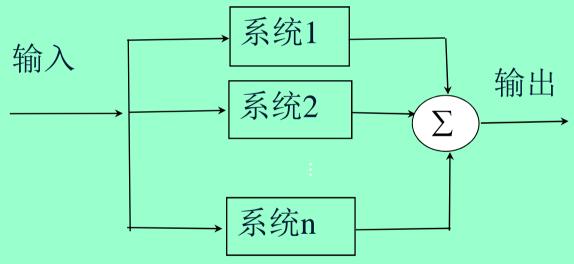
$$= \int_0^1 f(\tau)d\tau + \int_1^t f(\tau)d\tau$$

$$= \int_0^1 2d\tau + 0 = 2$$

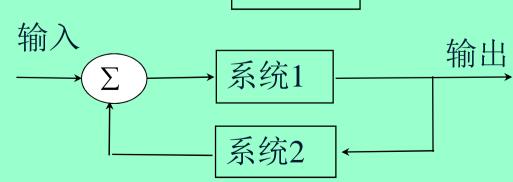
§ 1-2 系统的互联 interconnection

1 系统级联 series/cascade 输出 输入 系统1 系统2 → ··· — 系统n — 系统n

2系统并联 parallel



3反馈系统 feedback

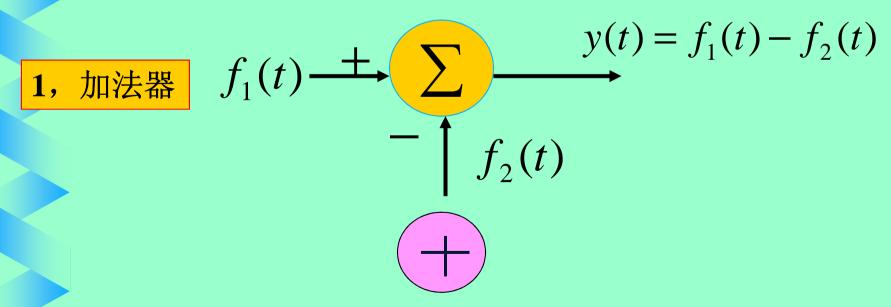


§ 1-6 系统的描述

用模型来描述系统:

模型是系统物理特性的数学抽象,以数学表达式或具有理想特性的符号组成的图形来表征系统特性。

§ 1-6-1 连续系统基本运算器



$$f(t) \longrightarrow a f(t)$$

3 乘法器

$$f_1(t) \longrightarrow \underbrace{\qquad \qquad \qquad \qquad \qquad } f_2(t)$$

$$f_2(t)$$

4延时器

$$f(t) \longrightarrow \boxed{\text{延时}\,\tau} \qquad y(t) = f(t-\tau)$$

5 积分器

$$f(t) \longrightarrow \int \int y(t) = \int_{-\infty}^{t} f(\tau) d\tau$$

6 微分器

$$f(t) \longrightarrow \frac{d}{dt} \longrightarrow y(t) = \frac{df(t)}{dt}$$

§ 1-6-2 离散系统基本运算器

延时

$$x(n) \longrightarrow \frac{1}{Z} \xrightarrow{x(n-1)}$$

$$y(n) \xrightarrow{1}_{Z} \xrightarrow{y(n-1)}$$

加法器

$$x(n) \xrightarrow{+} \sum \frac{y(n) = -y(n-1) + x(n)}{-}$$

$$y(n) = -y(n-1) + x(n)$$

$$y(n-1)$$

乘法器

$$x(n) \xrightarrow{\qquad \qquad } y(n) = ax(n)$$

§ 1.6 系统模型及其分类

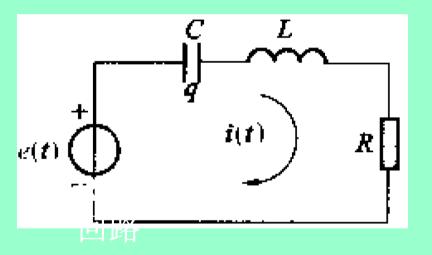
(一)系统的描述

第一种方法:解析法

例:若激励信号为电压 e(t), 欲求解电流 i(t), 由原件的理想特性与KVL可以列出如图所示的电路系统的微分方程。

$$\begin{cases} LC \frac{d^2i}{dt^2} + RC \frac{di}{dt} + i = C \frac{de}{dt} \\ i(0_+), i'(0_+) \end{cases}$$

二阶常系数线性微分方程

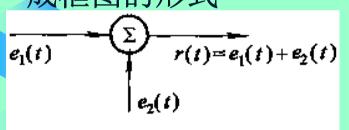


抽去具体的物理含义, 微分方程写成

$$a_2 \frac{d^2 r(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dr(t)}{dt} + a_0 r(t) = e(t)$$

第二种方法: 框图法

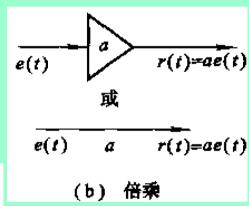
以上数学模型中包含的运算包括求和、数乘和积分,我们用一些理想的部件符号来表示这些运算,可以把数学模型转换成框图的形式



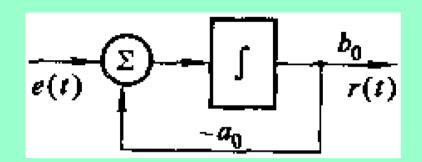
(a) 相加

$$e(t) \qquad \int_{-\infty}^{\tau} e(\tau) d\tau$$

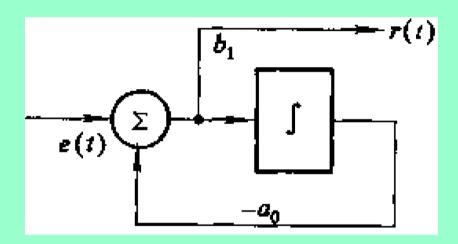
(c) 积分



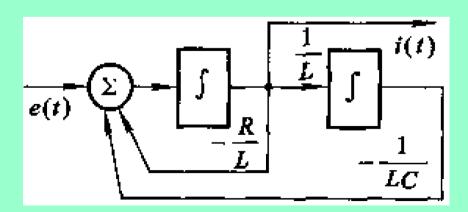
$$\frac{d}{dt}r(t) + a_0 r(t) = b_0 e(t)$$



$$\frac{d}{dt}r(t) + a_0 r(t) = b_1 \frac{d}{dt}e(t)$$



$$LC\frac{d^{2}i}{dt^{2}} + RC\frac{di}{dt} + i = C\frac{de}{dt} \qquad \frac{\Sigma}{e(t)}$$



§ 1-4 系统的分类

一、连续时间系统和离散时间系统 Continuous-time and discrete-time systems 信号是否时间连续来分.分为 连续时间系统, 离散时间系统

现代的多数系统中。如控制系统,测量,通信系统,既有连续,又有离散信号,是混合系统。

如通信系统中,语音本身是模拟信号,在电话线中传播。在电信局程控设备中通过A/D转换变为数字信号,进行处理后,再通过D/A恢复成可以收听的语音模拟信号。所以,现在所谓的数字时代,实际上普遍是对模拟信号的数字处理。

时变系统与非时变系统

Time-Variant and Time-Invariant Systems 时不变系统

1. 描述系统的微分, 差分方程 的系数与时间t(或n)无关

----常系数

系统的参数不随时间变化 恒定参数R,L,C组成的电 路---时不变。

系统响应的函数形式与 激励施加的时刻无关

---时不变特性

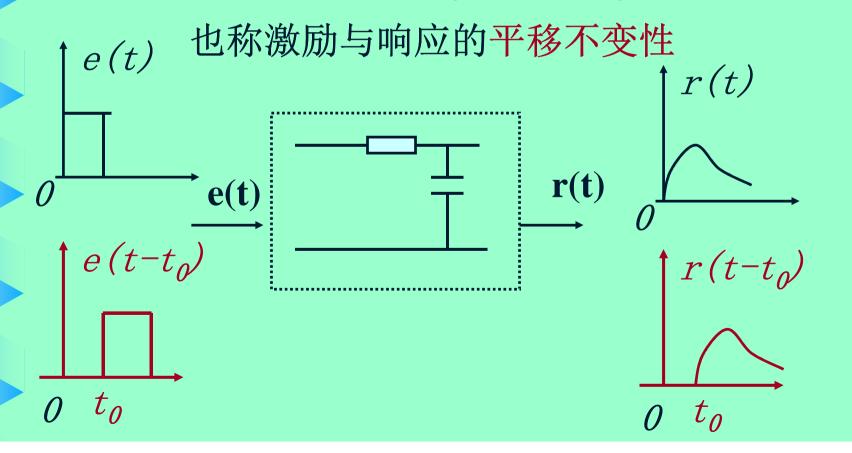
时变系统 系数与t或n有关 R(t)---变系数

参数随时间变化

时不变系统特点:

- 1 描述系统微分方程的系数与t无关--常系数
- 2系统响应的函数形式与激励施加的时刻无关----为时不变特性

$$e(t) \rightarrow r(t)$$
 $\mathbb{M} e(t-t_0) \rightarrow r(t-t_0)$



三、线性系统和非线性系统 Linear and Nonlinear

♣ 线性系统: $a_1x_1(t) + a_2x_2(t) \xrightarrow{A} a_1y_1(t) + a_2y_2(t)$ 具有叠加性和均匀性的系统称为线性系统。

叠加性: 当几个激励信号同时作用于系统时, additivity 产生的输出是各个激励单独作用于系统时产生的输出之和。

$$x_1(t) + x_2(t) \xrightarrow{A} y_1(t) + y_2(t)$$

均匀性: 当激励信号放大a倍作用于系统时, homogeneity产生的输出也放大a倍。

$$ax_1(t) \xrightarrow{A} ay_1(t)$$

系统线性的条件:

- 1 分解特性:全解=零输入响应+零状态响应
- 2 零输入响应线性:增量线性系统

$$y(t) = f(t) + C$$
 $y_1(t) - y_2(t) = f_1(t) - f_2(t)$

3 零状态响应线性

例: $y(t) = ay(t_0) + bx^2(t)$ 表示的系统是否线性?

解: 零输入响应是线性

零状态响应:
$$x_1(t) \rightarrow y_1(t) = bx_1^2(t)$$

$$x_2(t) \to y_2(t) = bx_2^2(t)$$

$$x_1(t) + x_2(t) \rightarrow b[x_1(t) + x_2(t)]^2 \neq bx_1^2(t) + bx_2^2(t)$$

:: 系统为非线性

本章讨论:

线性时不变系统 (LTI)

(Linear Time Invariant System)

四: 动态系统与即时系统 with or without memory

动态系统

- 1: 描述 微分方程,差分方程
- 2: 有记忆的系统 (与此时刻及其历史有关)
- 3: 含L,C的电路

即时系统

代数方程

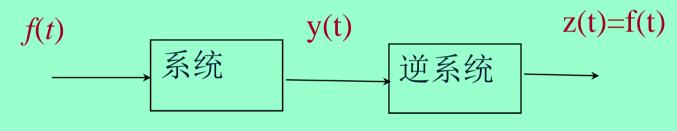
无记忆的系统(与历史无关)

纯电阻电路

五:系统的可逆性与逆系统 Invertibility and Inverse system

Inverse system: 激励与响应——对应

恒等系统:



原系统与逆系统级联

EX:
$$y(t) = 3f(t)$$
 逆系统为 $y(t) = \frac{1}{3}f(t)$

$$y(n) = f^{2}(n)$$
 系统对 $f(n)$, $-f(n)$ 这两个不同的激励 信号产生的输出相同。 故不可逆。

六: 因果系统与非因果系统Causality and Causal system 因果系统 非因果系统

- 1: 激励是响应产生的原因响应是激励产生的结果
- 2: 响应不会领先于激励出现
- 3: 响应只与激励的过去和现在 有关,而与将来无关。
- 4: 一种物理上可实现的系统。 所有实际运行的物理系统。 如电路系统,机械系统等。 有因才有果。

响应能领先于激励的系统

Noncausal

响应与未来的激励有关,如r(n)=e(n)+e(n+1)

是一种理想系统,物理上不可以实现的系统,如:理想滤波器

系统为因果系统的充要条件是:

若t<0时,激励为0,则零状态响应为0,即

$$e(t) = 0$$
 $t < 0$ $y | r_{zs}(t) = 0$ $t < 0$

Homework

1 - 3, 1 - 5

1-6(1), 1-7

1-9 (1), (4) 1-10 (a)

1-11(1)(2)(3)(5),

1-12 (1) (2)(3)(5)

1-13, 1-14

1-18 (a) (d) 奇偶分量

1-20 (2) (3)(4)(5)

1-21

1-23