$$\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{V}} \times \vec{\mathbf{B}}$$

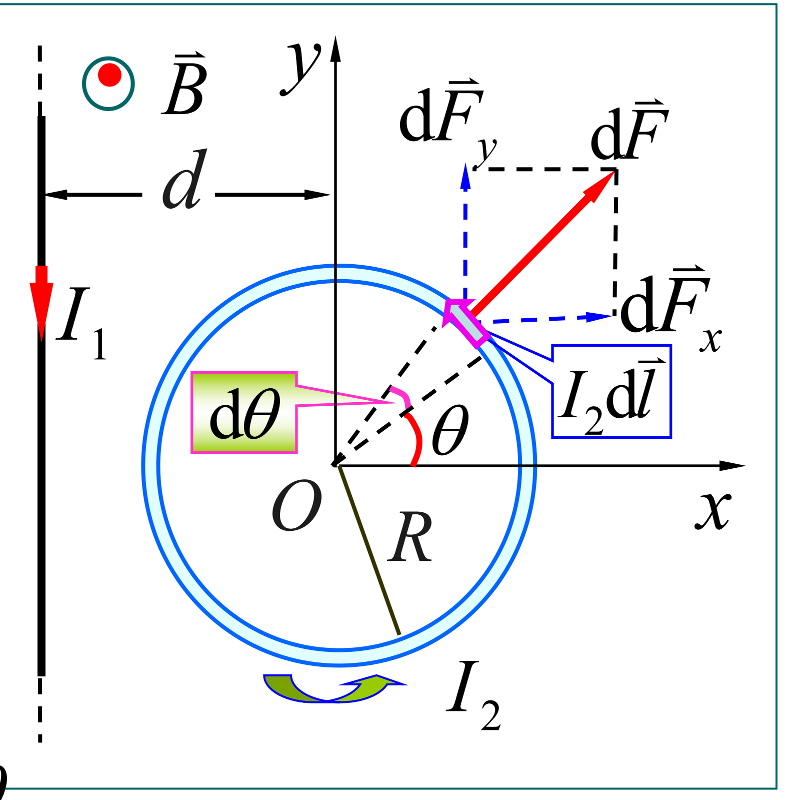
$$R = \frac{mv_0}{qB}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v_0} = \frac{2\pi m}{qB}$$

螺距 $$d = v_{//}T = v\cos\theta \frac{2\pi m}{qB}$$

$$\vec{F} = \int_l \mathrm{d}\vec{F} = \int_l I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$$

例2. 半径为 R 载有电流 I_2 的导体圆环与电流为 I_1 的长直导线 放在同一平面内（如图）， 直导线与圆心相距为 d，且 $R < d$ 两者间绝缘，求 作用在圆电流上的磁场力.



解 $$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{d + R\cos\theta}$$

$$\mathrm{d}F = BI_2\mathrm{d}l = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\frac{\mathrm{d}l}{d + R\cos\theta}$$

$$\mathrm{d}l = R\mathrm{d}\theta$$

$$\mathrm{d}F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\frac{R\mathrm{d}\theta}{d + R\cos\theta}$$

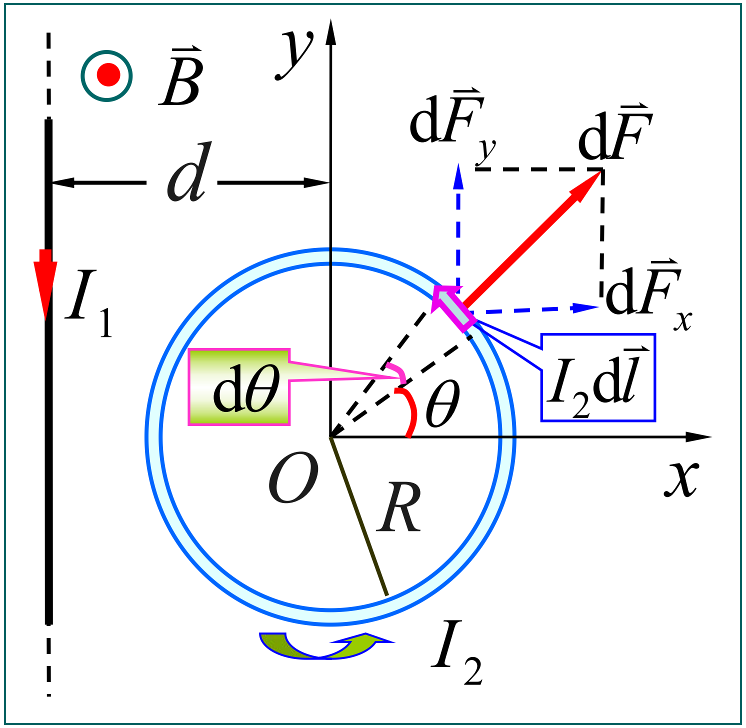
$$\mathrm{d}F_x = \mathrm{d}F\cos\theta = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\frac{R\cos\theta\mathrm{d}\theta}{d + R\cos\theta}$$

$$\mathrm{d}F_y = \mathrm{d}F\sin\theta = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\frac{R\sin\theta\mathrm{d}\theta}{d + R\cos\theta}$$

$$F_x = \frac{\mu_0 I_1 I_2 R}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\cos\theta\,\mathrm{d}\theta}{d+R\cos\theta} \qquad = \mu_0 I_1 I_2 \left(1-\frac{d}{\sqrt{d^2-R^2}}\right)$$

$$F_y = \frac{\mu_0 I_1 I_2 R}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\sin\theta\,\mathrm{d}\theta}{d+R\cos\theta} = 0$$

$$\vec{F} = F_x\vec{i} = \mu_0 I_1 I_2 \left(1-\frac{d}{\sqrt{d^2-R^2}}\right)\vec{i}$$



三、 磁场作用于载流线圈的磁力矩

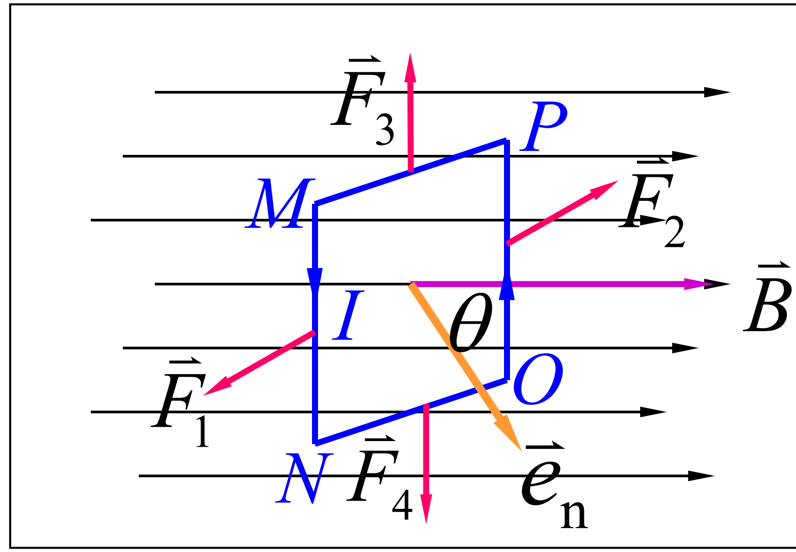
如图 均匀磁场中有一矩形载流线圈$MNOP$

$$MN = l_1 \quad NO = l_2$$

$$F_1 = BIl_1 \qquad \vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

$$F_3 = BIl_2 \sin(\pi - \phi) \qquad \vec{F}_3 = -\vec{F}_4$$

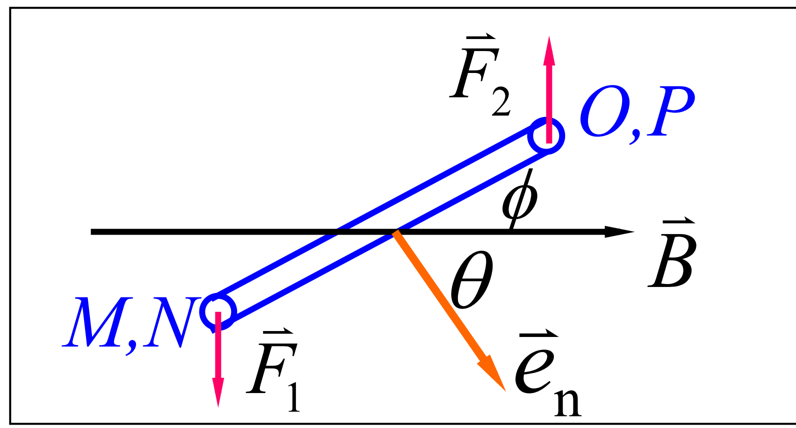
$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{4} \vec{F}_i = 0$$



$$M = F_1 l_2 \sin\theta = BIl_1 l_2 \sin\theta$$

$$M = BIS \sin\theta$$

$$\vec{M} = IS\vec{e}_n \times \vec{B} = \vec{P}_m \times \vec{B}$$



线圈有N匝时 $\vec{M} = NIS\vec{e}_n \times \vec{B}$

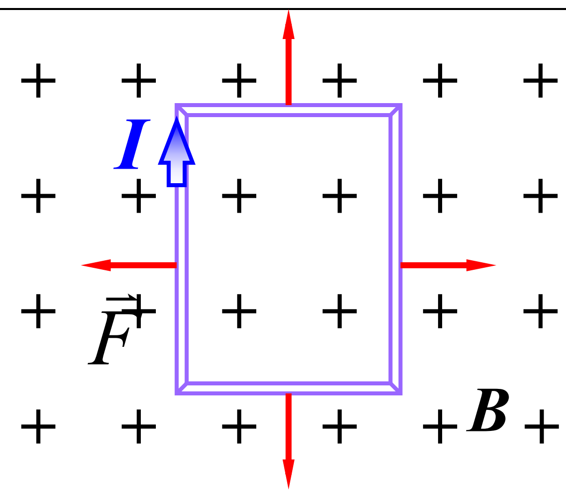
结论：均匀磁场中，任意形状刚性闭合平面通电线圈所受的力和力矩为

$$\vec{F}=0,\qquad \overrightarrow{M}=\vec{P}_m\times\vec{B}$$

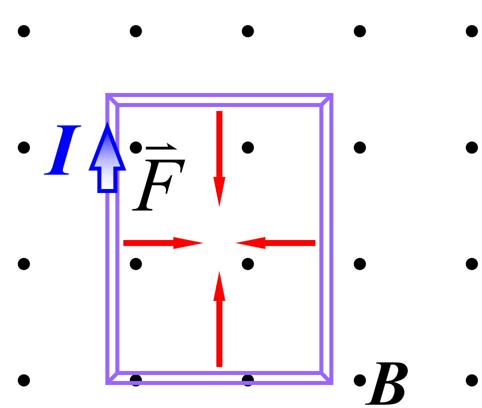
讨　论

1）$\vec{e}_{\mathrm{n}}$ 方向与 $\vec{B}$ 相同　2）方向相反　3）方向垂直

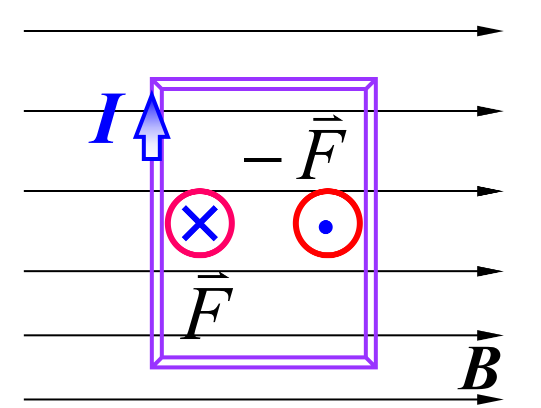
稳定平衡　不稳定平衡　力矩最大



$\theta=0^{\circ}, M=0$



$\theta=\pi, M=0$



$\theta=\dfrac{\pi}{2}, M=M_{\max}$

例3　边长为0.2m的正方形线圈，共有50 匝　，通以电流2A ，把线圈放在磁感应强度为 0.05T的均匀磁场中. 问在什么方位时，线圈所受的磁力矩最大？磁力矩等于多少？

解 $M = NBIS\sin\theta$ 　得 $\theta = \frac{\pi}{2}, M = M_{\max}$

$$M = NBIS = 50 \times 0.05 \times 2 \times (0.2)^2 \mathrm{N \cdot m}$$

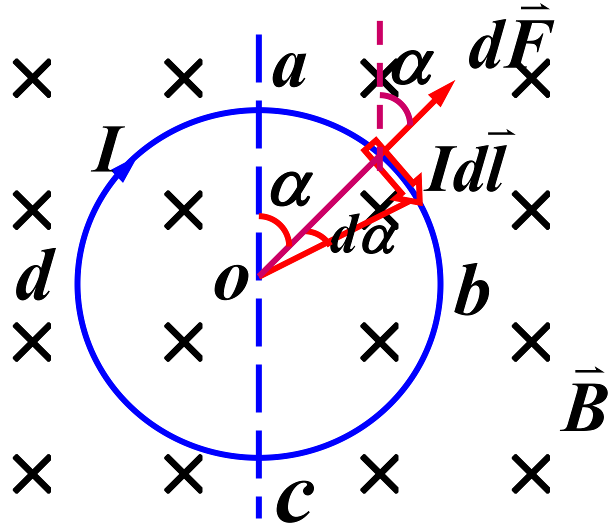
$$M = 0.2 \mathrm{N \cdot m}$$

问　如果是任意形状载流线圈，结果如何？ 一样！

例4　若磁场垂直纸面向里，再求上题

$abc: \quad dF = IdlB\sin\theta$

$(\sin\theta = 1)$

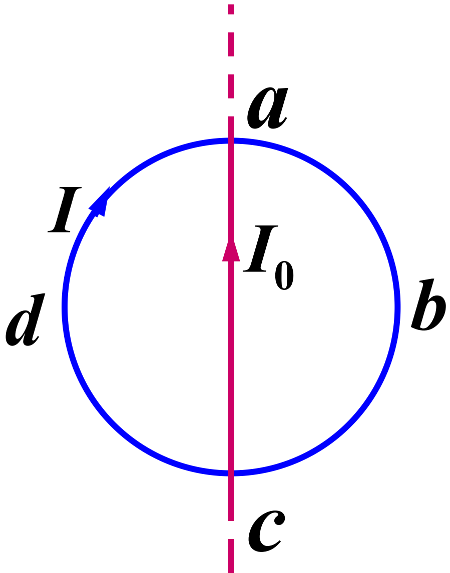


$dF_x = dF\sin\alpha$

$dF_y = dF\cos\alpha$

$\because$ 对称性 $F_y = o$

$$F = F_x = \int dF\sin\alpha = \int_o^{\pi} IB\sin\alpha \cdot Rd\alpha = 2IBR \text{ 向右}$$



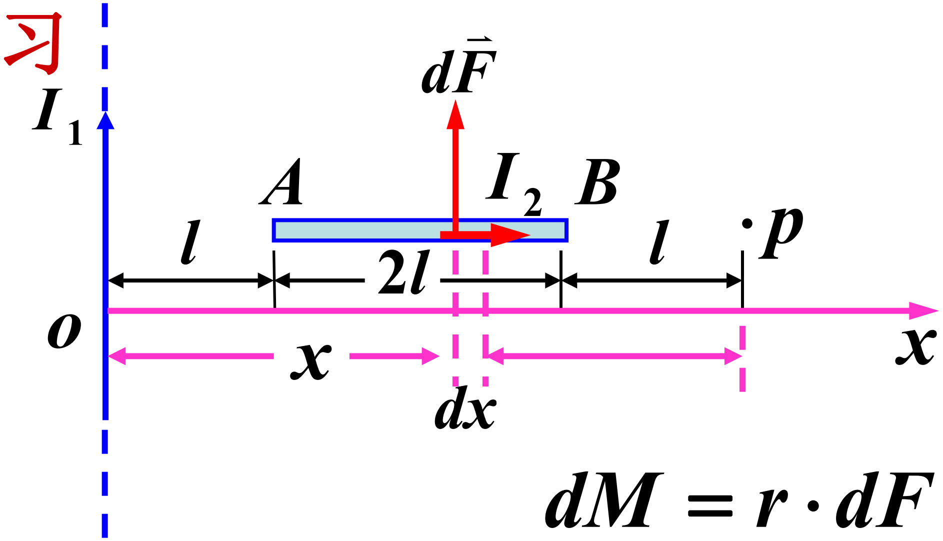
$cda \qquad F' = 2IBR$ 向左

$\sum F = O \qquad M = P_m B\sin\varphi = o$

$\sum F = ? \quad \neq 0$

$M = ? \qquad = 0$

课堂练习　求AB导线对P点的磁力矩



$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

$$dF = I_2 dxB = I_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi\, x} dx$$

$$dM = r \cdot dF = (4l - x)\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi\, x} dx$$

$$M = \int dM = \int_l^{3l} \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}(4l - x)\frac{dx}{x}$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{\pi}(2\ln 3 - 1)$$

方向：垂直AB与I_1平面向里

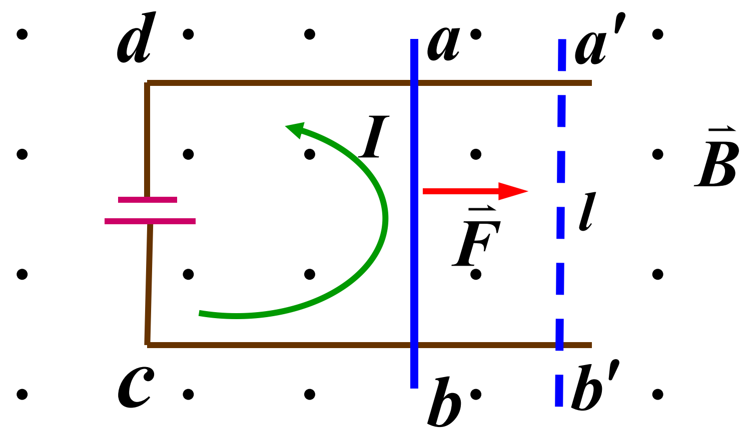
10-7 磁力的功

一 载流导体在磁场中运动时磁力做的功

闭合回路 $abcda$

I 不变, ab 可滑动

ab 受力 $F = IBl$



$$A = F \cdot \overline{aa'} = IBl\overline{aa'}$$

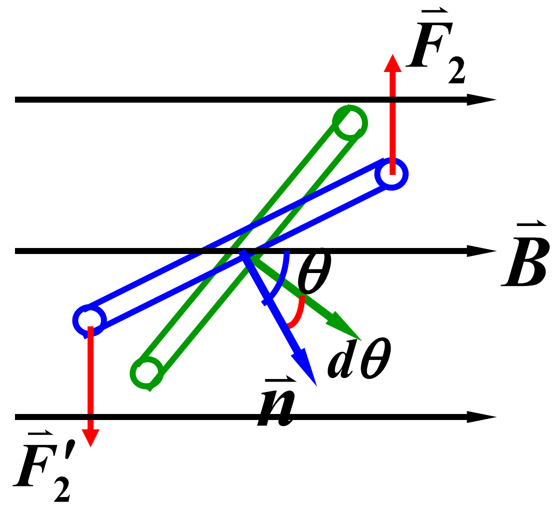
$\overline{ab}$ 移到 $\overline{a'b'}$, 磁通量变化

$$\Delta\Phi = \Phi - \Phi_0 = B\Delta S = Bl\overline{aa'}$$

$$\therefore \quad \boxed{A = I(\Phi - \Phi_0) = I\Delta\Phi}$$

二 载流线圈在磁场中转动时磁力做的功

在磁力矩作用下转过 $d\theta$



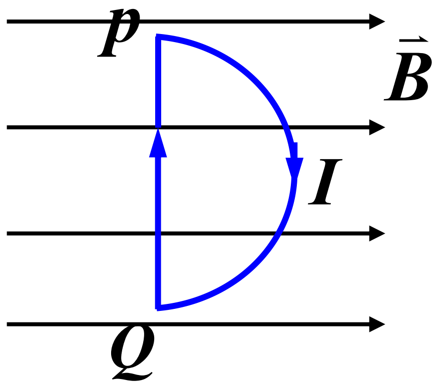
$$dA = -Md\theta = -BIS\sin\theta d\theta$$

$$= BISd(\cos\theta) = Id(BS\cos\theta)$$

$$dA = Id\Phi$$

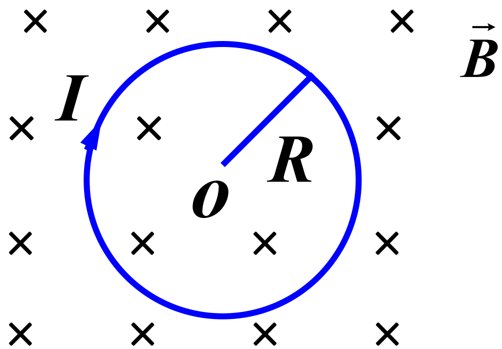
$\theta_1 \rightarrow \theta_2$ 总功 $A = \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} Id\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1) = I\Delta\Phi$

$$\left[A_{ab} = q_0(U_a - U_b)\right]$$



绕 PQ 转180°

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1) = O$$



转 90°

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1) = I(o - B\pi R^2)$$

$$= -IB\pi R^2$$

转180°

$$A = I(-B\pi R^2 - B\pi R^2)$$

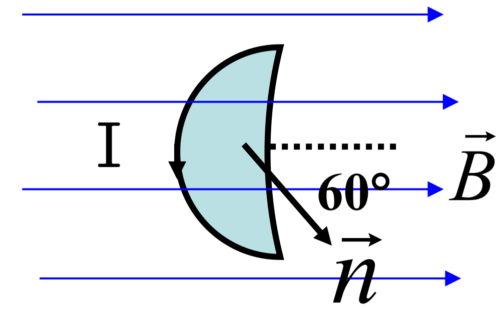
$$= -2IB\pi R^2$$

例. 一半径为R的半圆形闭合线圈通有电流I，线圈放在均匀外磁场B中，B的方向与线圈平面成30°角，设线圈有N匝.

问（1）线圈的磁矩是多少?

（2）此时线圈所受力矩的大小和方向?

（3）线圈从图示位置转到平衡位置时，磁力矩做的功是多少?



解：(1) $\vec{P}_m = NIS\vec{n}$

大小：$P_m = NI\dfrac{\pi}{2}R^2$

方向与B成60^0角

（2） $\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$

大小：$M = P_m B\sin\theta = NIB\dfrac{\sqrt{3}}{4}\pi R^2$

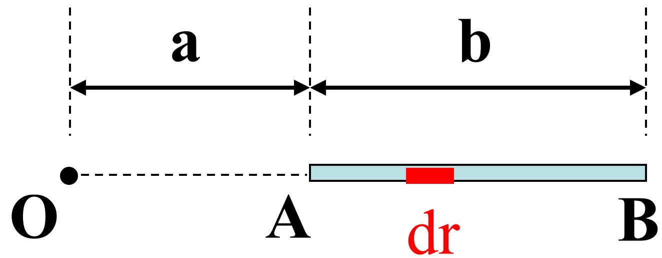
方向垂直B的方向向上

（3） $A = NI\Delta\phi = NI(B\dfrac{\pi}{2}R^2 - B\dfrac{\pi}{2}R^2\cos60^0) = NIB\dfrac{\pi}{4}R^2$

真空中静电场与恒磁场的对比

	静电场（有源）	稳恒磁场（无源）
基本场量	E、U（保守场）	B（涡旋场）
基元场	$\mathrm{d}\vec{E}=\dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\vec{r}_0}{r^2}$	$d\vec{\mathrm{B}}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{\mathrm{I}d\vec{\mathrm{l}}\times\vec{\mathrm{r}}_0}{\mathrm{r}^2}$
高斯定理	$\oint_s\vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\mathbf{S}}=\dfrac{\sum q}{\varepsilon_0}$	$\oint_s\vec{\mathbf{B}}\cdot d\vec{\mathbf{S}}=0$
环路定理	$\oint_L\vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\mathbf{l}}=0$	$\oint_L\vec{\mathbf{B}}\cdot d\vec{\mathbf{l}}=\mu_0\sum I$
场力	$d\vec{\mathbf{F}}=dq.\vec{\mathbf{E}}$ $\vec{\mathbf{M}}=\vec{\mathbf{P}}_e\times\vec{\mathbf{E}}$	$\vec{\mathbf{F}}=q\vec{\mathbf{V}}\times\vec{\mathbf{B}}$ $d\vec{\mathbf{F}}=Id\vec{\mathbf{l}}\times\vec{\mathbf{B}}$ $\vec{\mathbf{M}}=\vec{\mathbf{P}}_m\times\vec{\mathbf{B}}$

10-6、如图所示，均匀带电刚性细棒AB，电荷线密度λ，绕O点垂直于纸面的轴以ω匀速转动，求O点的磁感应强度



解法一：圆环元的等效电流： $dI = \frac{\omega}{2\pi}\lambda dr$

$$dB_0 = \frac{\mu_0 dI}{2r} \qquad B_0 = \int_a^{a+b} dB_0$$

解法二：运动电荷的叠加， $\vec{B} = \frac{\mu_0 q\vec{v}\times\vec{r}}{4\pi r^2}$

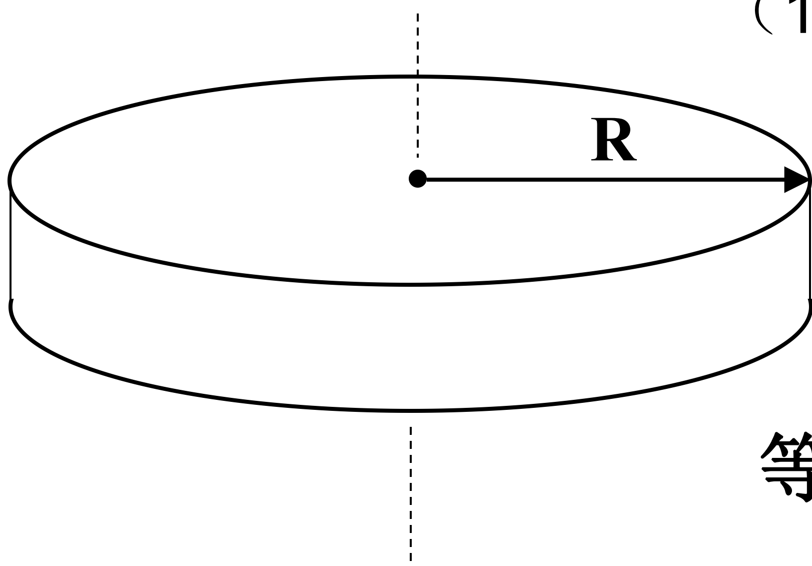
$$dB_0 = \frac{\mu_0 dq\cdot v}{4\pi r^2} \qquad B_0 = \int_a^{a+b} dB_0$$

10-7、一塑料圆盘，半径为R，可通过中心轴转动，角速度为ω

（1）当有电量为+q的电荷均匀分布于圆盘表面时，求圆盘中心O点的磁感应强度B

（2）此时圆盘的磁矩

（3）若圆盘表面一半带电+q/2，一半带电-q/2，求圆盘中心O点的磁感应强度B



（1） 圆盘密度为 $\sigma = \dfrac{q}{\pi r^2}$

取圆环元，带电量为

$$dq = \sigma 2\pi r dr$$

等效电流为 $dI = \dfrac{\omega}{2\pi} \cdot dq$

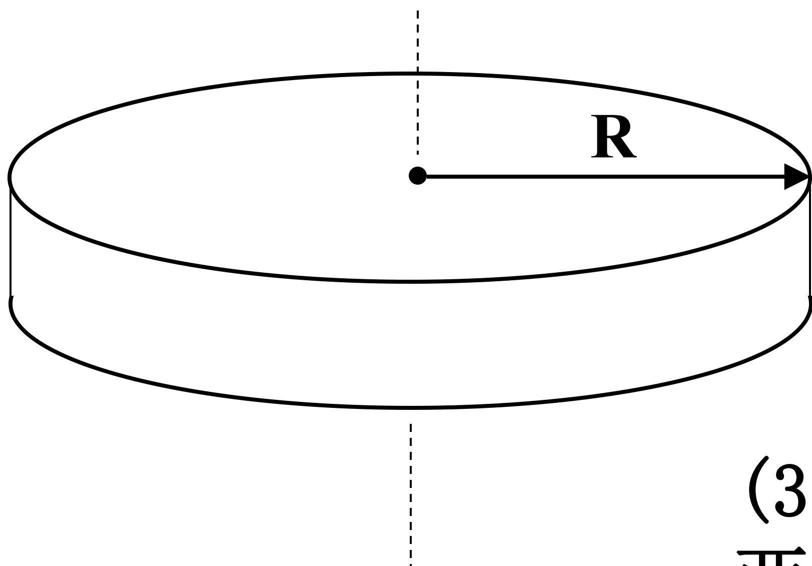
$$dB = \frac{\mu_0 dI}{2r} \qquad B = \int_0^R dB = \frac{\mu_0 \omega q}{2\pi R}$$

10-7、一塑料圆盘，半径为R，可通过中心轴转动，角速度为ω

（1）当有电量为+q的电荷均匀分布于圆盘表面时，求圆盘中心O点的磁感应强度B

（2）此时圆盘的磁矩

（3）若圆盘表面一半带电+q/2，一半带电-q/2，求圆盘中心O点的磁感应强度B



（2）圆环元的磁矩

$$dP_m = SdI \qquad P_m = \int dP_m$$

(3)　　当圆盘旋转时，相当于两个方向相反的电流.

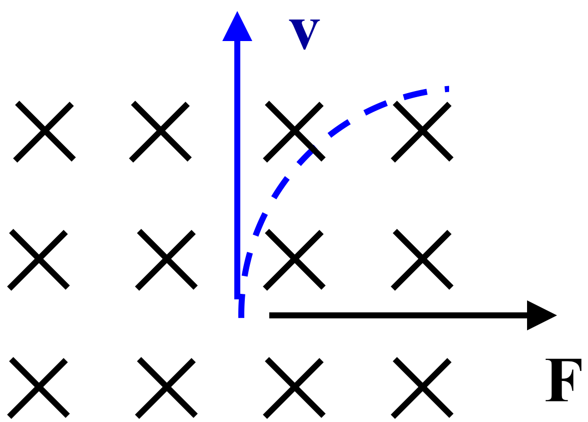
盘心处合磁场为0

10-12、设电视显像管射出的电子束沿水平方向由南向北运动，电子能量为12000eV，地球磁场的垂直分量向下，大小为$B=5.5\times10^{-5}Wb/m^2$，问

（1）电子束将偏向什么方向

（2）电子的加速度为多少？

（3）电子束在南北方向通过20cm时偏转多远



$$v=\sqrt{\frac{2E}{m}}=6.48\times10^{7}m/s$$

$$a=\frac{F}{m}=\frac{evB}{m}$$

$$R=\frac{mV}{eB}$$

$$\Delta x=R-(\sqrt{R^2-\Delta y^2})$$

10-11、一无限大均匀载流平面置于外场中，左侧磁感应强度值为B_1，右侧磁感应强度值为$3B_1$，求

（1）载流平面上的面电流密度i

（2）外场的磁感应强度B

$$B_1 = B_0 - \frac{1}{2}\mu_0 i$$

$$3B_1 = B_0 + \frac{1}{2}\mu_0 i$$

$$2B_1 = \mu_0 i$$