§ 3.8 Fourier transform of sampling signals

- 时域抽样Time-domain sampling
  - 矩形脉冲抽样
  - 冲激抽样 Impulse-train
- 频域抽样

  Frequency-domain sampling

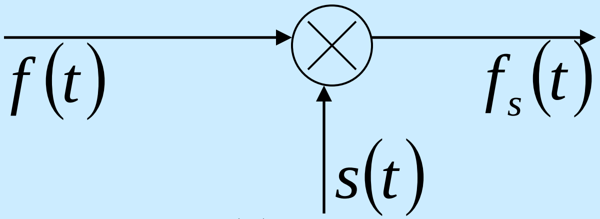
Q1：时域抽样，抽样后信号的 $F_s(\omega)$与原信号频谱 $F(\omega)$ 有何关系？

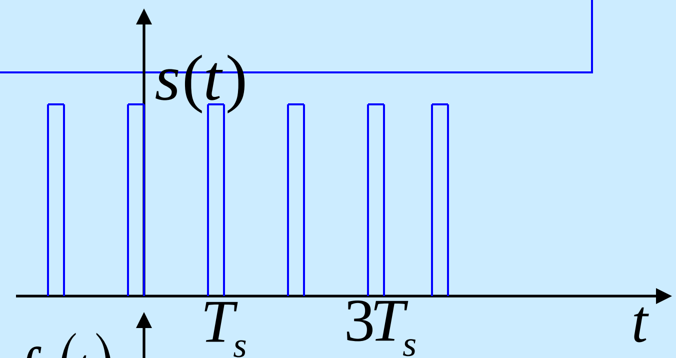
Q2：频域抽样，频域抽样后原函数 $f_1(t)$ 与原始信号 $f(t)$ 有何关系？

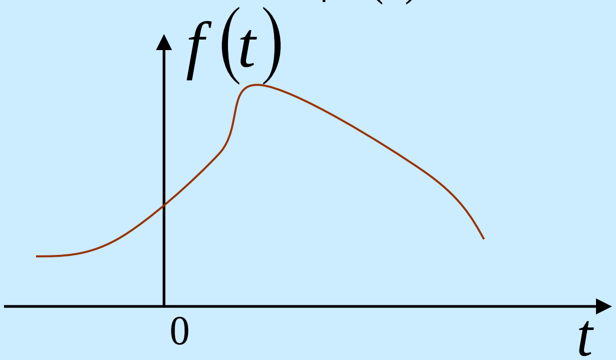
Q3：何种情况下，可以从抽样信号中恢复原始信号？

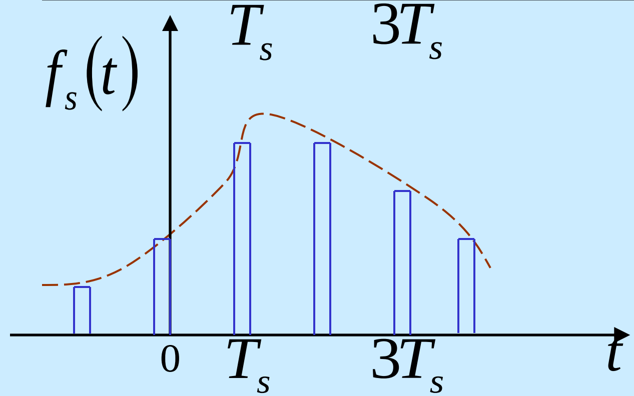
1　时域抽样

设有一连续信号f(t),对其进行抽样的过程可以看成是由原信号f(t)与一抽样脉冲序列s(t)相乘的结果。



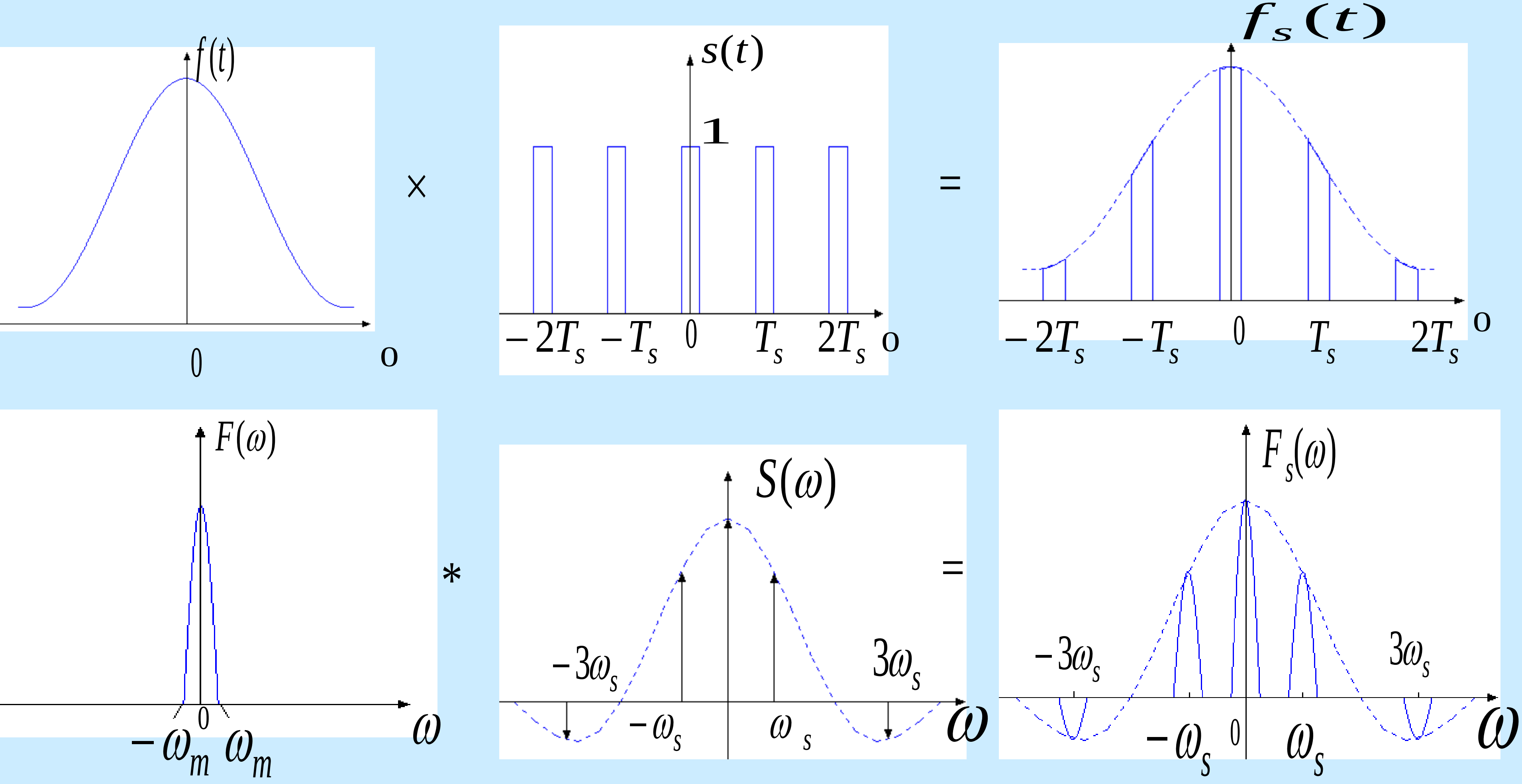




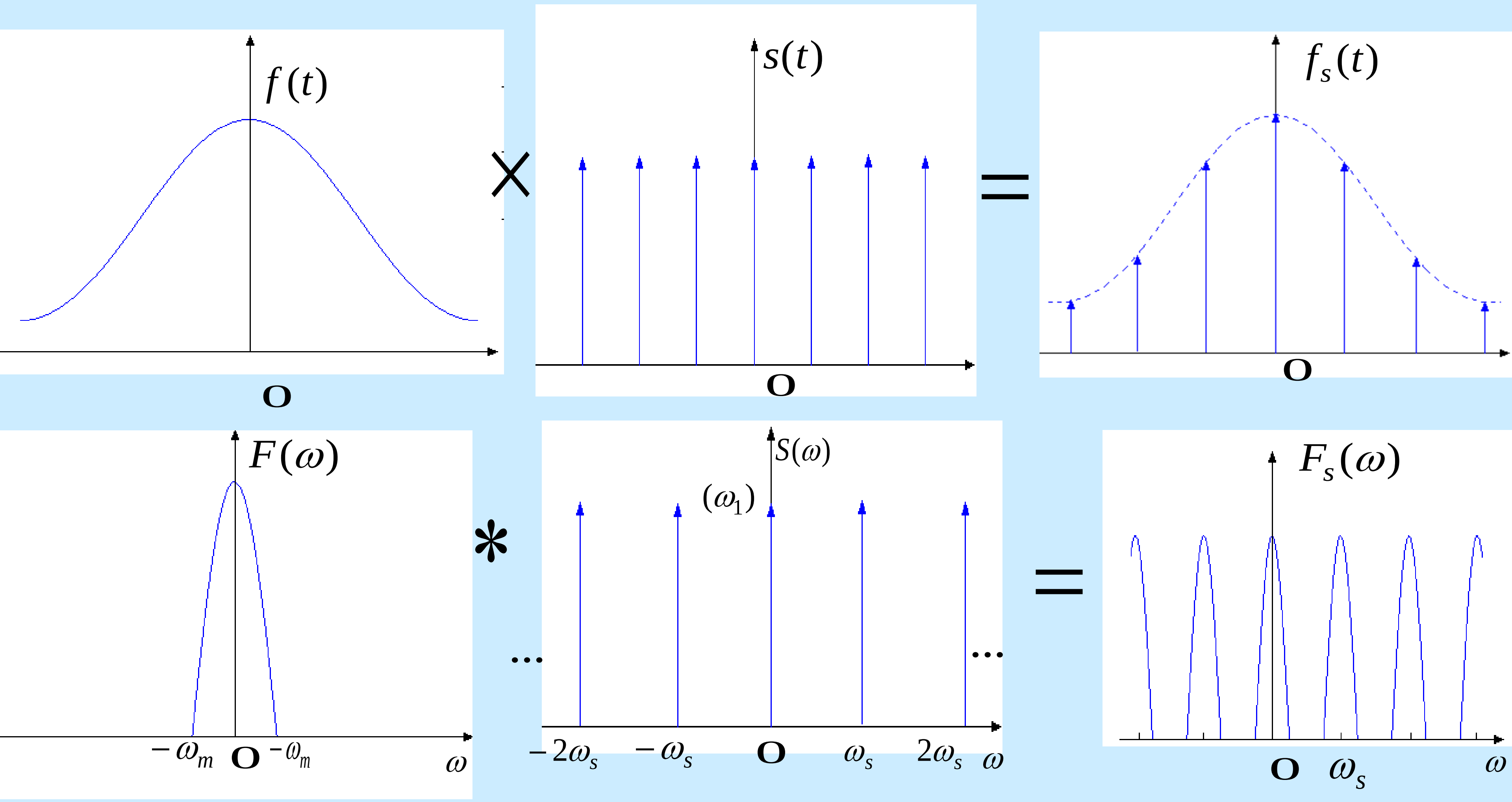


如果s(t)为周期信号，即各脉冲间隔 T_s 相同，称为均匀抽样。$f_s=1/T_s$ 称为抽样频率，$\omega_s=2\pi/T_s$ 称为抽样角频率。

矩形脉冲抽样信号的傅立叶变换



时域冲激抽样抽样的傅立叶变换



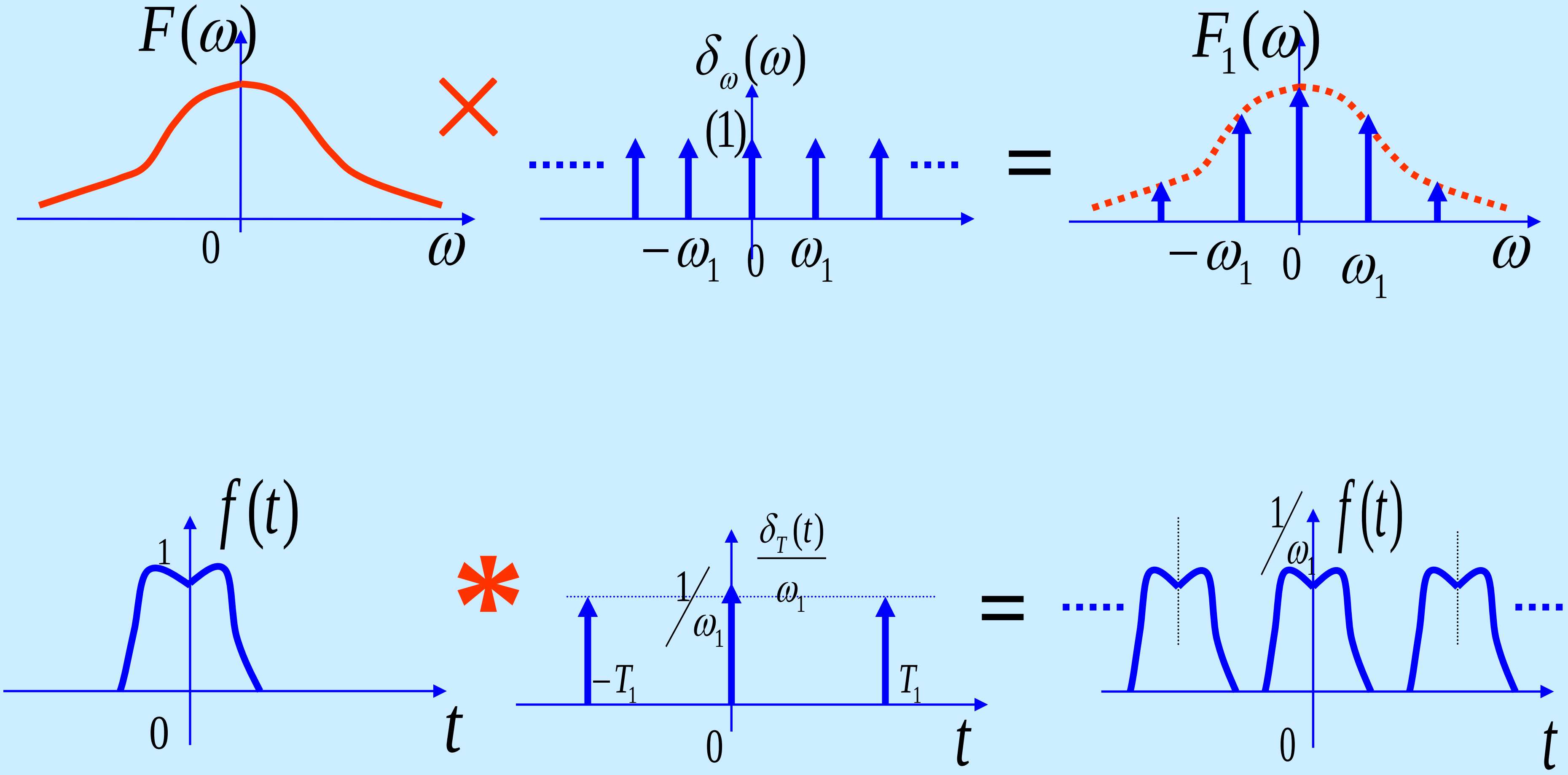
原信号的频谱$F(\omega)$与抽样信号频谱$F_s(\omega)$之间的关系

- 在$F_s(\omega)$ 中完整的保留了$F(\omega)$，这就是$F_s(\omega)$中n=0（即图形最中间）的部分
- $F(\omega)$ 与$F_s(\omega)$ 在幅度上相差一个常数

当取矩形脉冲抽样时，系数为$\dfrac{E\tau}{T_s} Sa\left(\dfrac{n\omega_s\tau}{2}\right)$

当取冲激脉冲抽样时，系数为 $\dfrac{1}{T_s}$

2、频域抽样



$F(\omega)$
0
ω
$\delta_\omega(\omega)$
(1)
$-\omega_1$
0
ω_1
$F_1(\omega)$
$-\omega_1$
0
ω_1
ω
$f(t)$
1
0
t
$\delta_T(t)$
ω_1
$1/\omega_1$
$-T_1$
T_1
0
t
$1/\omega_1$
$f(t)$
0
t

§3.9 抽样定理sampling theorem

- （一）时域抽样定理——奈奎斯特定理（Nyquist）

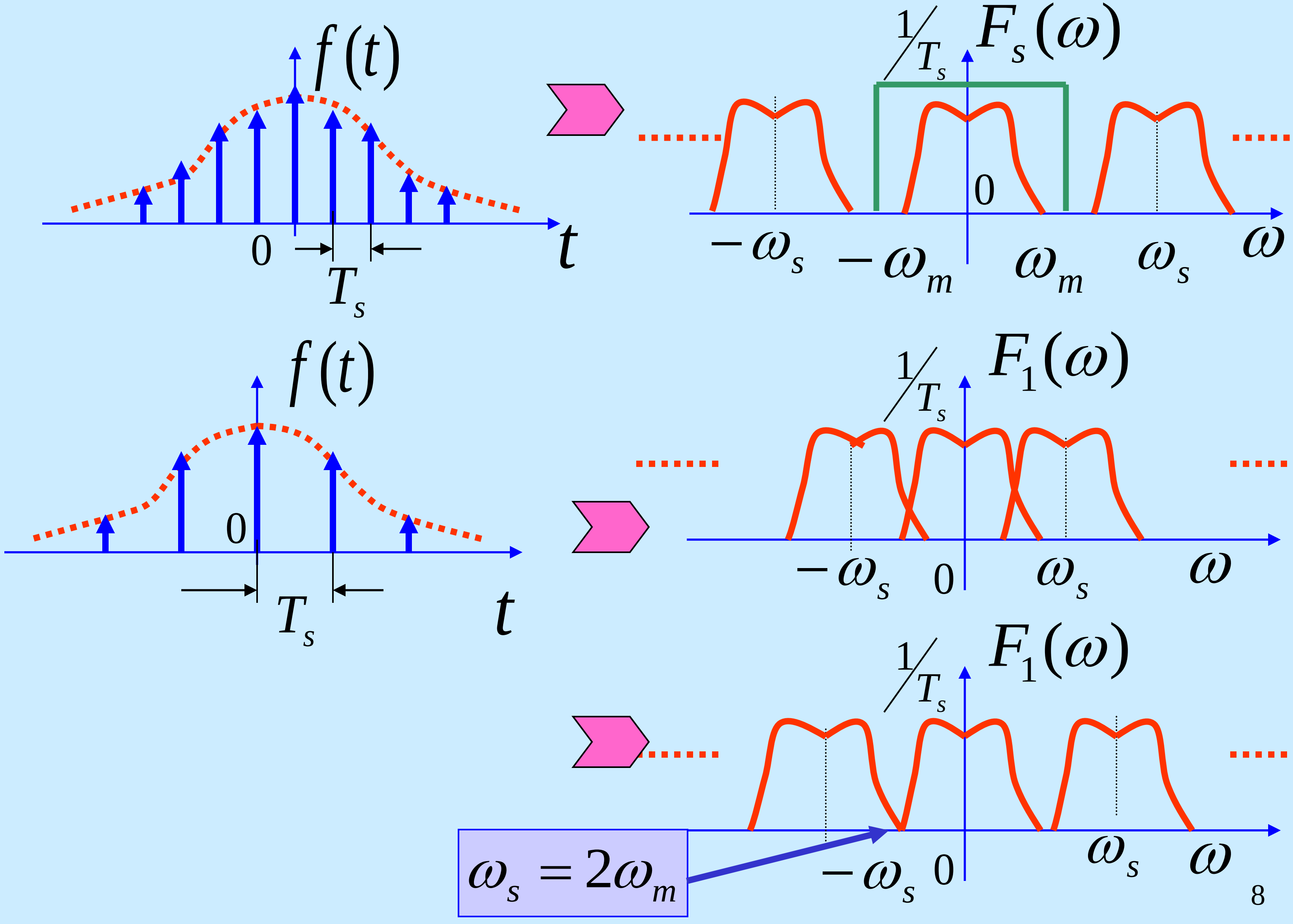
一个频率有限信号 $f(t)$ 如果频谱只占据 $-\omega_m \to +\omega_m$ 的范围，则信号 $f(t)$ 可以用等间隔的抽样值来唯一地表示。而抽样间隔 T_s 不大于 $\frac{1}{2f_m}$，或者说最低抽样频率为 $2f_m$。

奈奎斯特频率： $\boxed{f_s = 2f_m}$ 或 $\boxed{\omega_s = 2\omega_m}$

其中 $\omega_m = 2\pi f_m$

奈奎斯特周期： $\boxed{T_s = \frac{1}{2f_m}}$

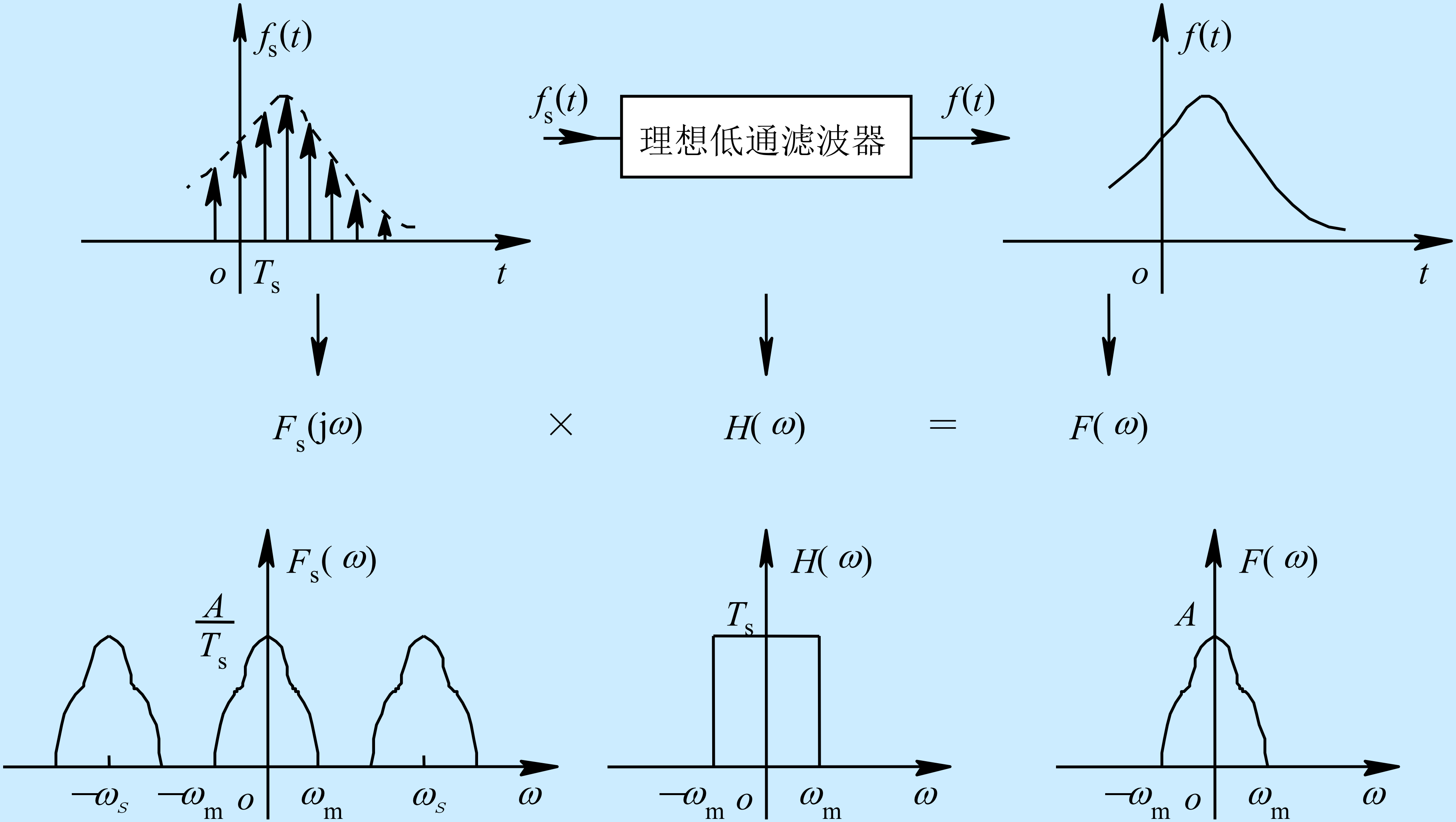
不满足抽样定理时产生频率混叠现象



能从抽样信号无失真恢复原信号的两个条件

- 信号f(t)因该是频带受限的，其频谱函数在$|\omega| > \omega_m$时为零。
- 抽样频率不能过低，应有 $\omega_s > 2\omega_m$，或抽样间隔不能太大，要求$T_s < 1/(2f_m)$ 。

（二）由抽样信号恢复原连续信号f(t)



（二）由抽样信号恢复原连续信号f(t)

- 取主频带 $F(\omega)$ ： $\boxed{F(\omega)=F_s(\omega)H(\omega)}$

其中 $H(\omega)=\begin{cases} T_s & |\omega|<\omega_c \\ 0 & |\omega|>\omega_c \end{cases}$

即 $H(\omega)=T_s g_{2\omega_m}(\omega)$

若满足$\omega_m<\omega_c<\frac{\omega_s}{2}$则可无失真得到f(t),即 $IFT[F(\omega)]$

设 $h(t)=IFT\left[H(\omega)\right]=T_s\frac{\omega_c}{\pi}S_a\left(\omega_c t\right)$ ，

取 $\omega_c=\frac{\omega_s}{2}$，即$T_s=\frac{2\pi}{\omega_s}=\frac{\pi}{\omega_c}$，则

$$h(t)=S_a\left(\frac{\omega_s t}{2}\right)$$

由于冲激抽样信号

$$f_s(t)=f(t)\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT_s)$$

$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}f(nT_s)\delta(t-nT_s)$$

根据时域卷积定理，可得原信号为

$$f(t)=f_s(t)*h(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}f(nT_s)\delta(t-nT_s)*S_a\left(\frac{\omega_s t}{2}\right)$$

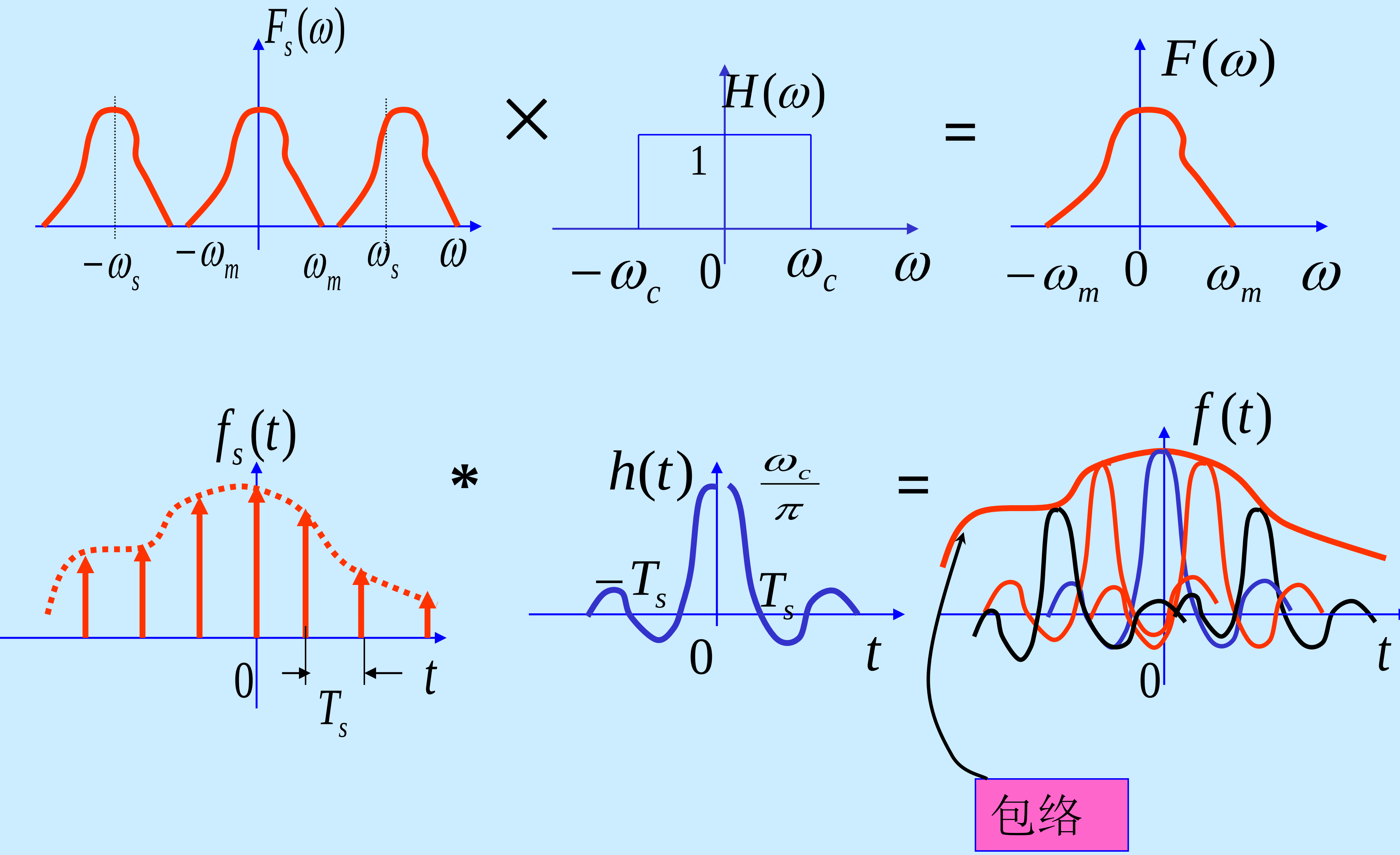
$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}f(nT_s)S_a\left[\frac{\omega_s}{2}(t-nT_s)\right]$$

$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}f(nT_s)S_a\left(\frac{\omega_s t}{2}-n\pi\right)$$

连续信号$f(t)$可以展开为S_a函数的无穷级数，

该级数各分量的系数等于抽样值$f(nT_s)$，

也就是说，若在抽样信号$f_s(t)$的每一个样点处，画一个峰值为$f(nT_s)$的S_a函数波形，那么其合成信号就是原信号$f(t)$。



$F_s(\omega)$
$-\omega_s$
$-\omega_m$
ω_m
ω_s
ω
$\times$
$H(\omega)$
1
$-\omega_c$
0
ω_c
ω
=
$F(\omega)$
$-\omega_m$
0
ω_m
ω
$f_s(t)$
0
T_s
t
*
$h(t)$
$\frac{\omega_c}{\pi}$
$-T_s$
T_s
0
t
=
$f(t)$
0
t
包络

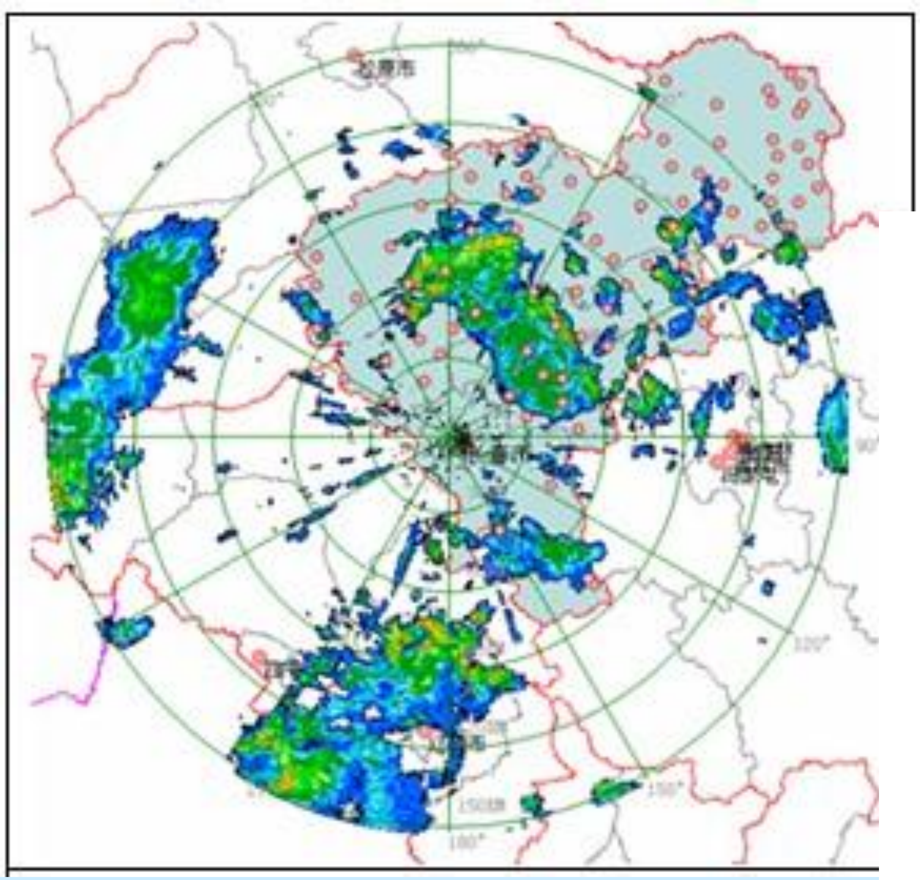
（三）、频域抽样定理

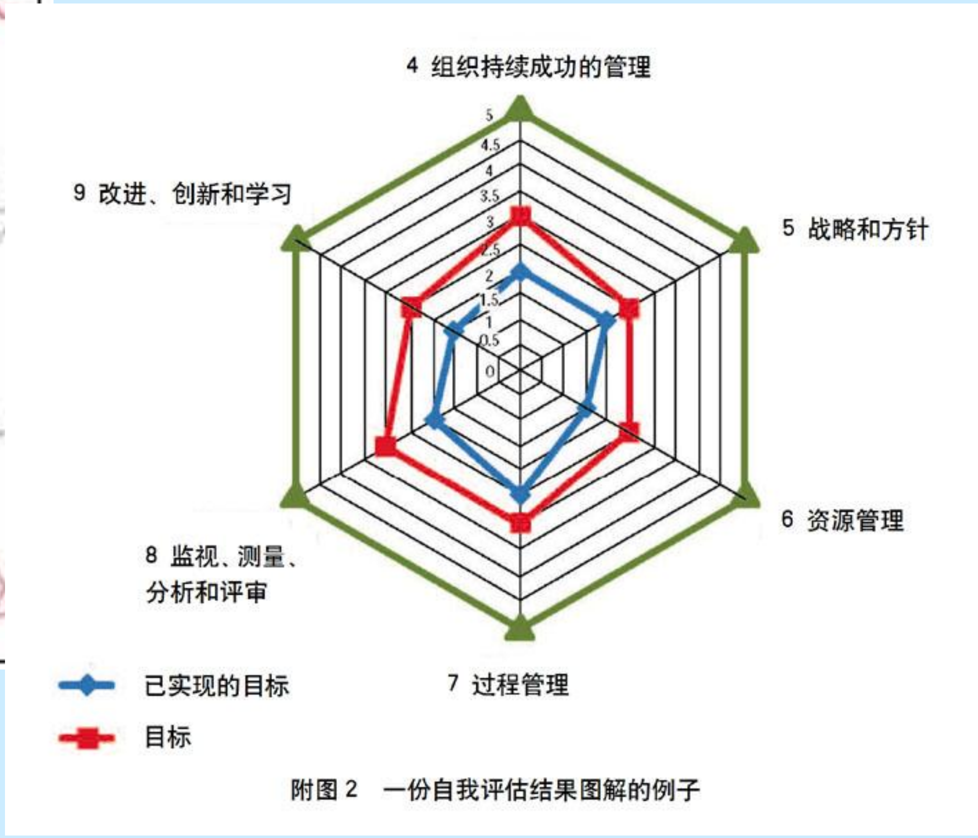
若信号 $f(t)$ 为时限信号，它集中在 $-t_m \to t_m$的时间范围内，若在频域中，以不大于 $1/2t_m$ 的频率间隔对 $f(t)$ 的频谱$F(\omega)$进行抽样，则抽样后的频谱 $F_1(\omega)$ 可以唯一地表示原信号。

Summary of Sampling Theorem

- 时域对$f(t)$抽样等效于频域对$F(\omega)$重复
  时域抽样间隔不大于$\frac{1}{2f_m}$。
- 频域对$F(\omega)$抽样等效于时域对$f(t)$重复
  频域抽样间隔不大于$\frac{1}{2t_m}$。
- 满足抽样定理，则不会产生混叠。

雷达信号图




4 组织持续成功的管理
5 战略和方针
6 资源管理
7 过程管理
8 监视、测量、
分析和评审
9 改进、创新和学习
已实现的目标
目标
附图 2 一份自我评估结果图解的例子

雷达图

HW5(sampling):

3-38（c），3-39， 3-41