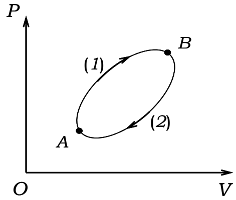
第七章 热力学基础

1、一定量气体吸热 800J，对外作功 500J，由状态 A 沿路径（1）变化到状态 B，问气体的内能改变了多少？如气体沿路径（2）从状态 B 回到状态 A 时，外界对气体作功 300J，问气体放出热量多少？

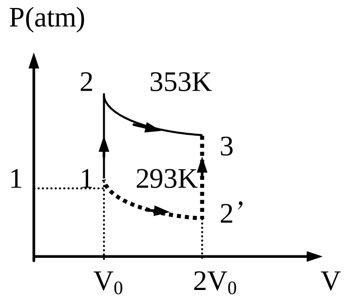


解：（1） $\Delta E = Q_1 - A_1 = 800 - 500 = 300J$

（2） $Q_2 = -\Delta E - A_2 = -300 - 300 = -600J$

2、1mol 氢气，在压强为 1 大气压，温度为 20^0C 时，体积为 V_0，今使其先保持体积不变，加热使其温度升高到 80^0C，然后令其作等温膨胀，体积变为原体积的 2 倍，试计算此过程中气体吸收的热量、对外作功和内能的增量。

解：由题意知　$T_1=273+20=293K$，$T_2=273+80=353K$



$$\Delta E = E_2 - E_1 = C_v(T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \times 8.31 \times 60 = 1246J$$

$$A = A_{23} = RT_2 \ln\frac{2V_o}{V_0} = 8.31 \times 353 \times \ln 2 = 2033J$$

$$Q = \Delta E + A = 1246 + 2033 = 3279J$$

$$A = A_{12} = RT_1 \ln\frac{2V_0}{V_0} = 8.31 \times 293 \ln 2 = 1687J$$

$$\Delta E = E_3 - E_{2'} = \frac{5}{2} \times 8.31 \times 60 = 1246J$$

$$Q = A + \Delta E = 1687 + 1246 = 2933J$$

3、容器内贮有刚性多原子分子理想气体，经准静态绝热膨胀过程后，压强减为初压强的一半，求始末状态气体内能之比。

解：由绝热方程 $T_1^{-\gamma} P_1^{\gamma-1} = T_2^{-\gamma} P_2^{\gamma-1}$ 可得

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{-\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

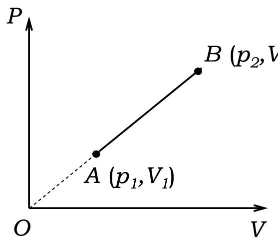
所以 $$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\nu \frac{i}{2} RT_1}{\nu \frac{i}{2} RT_2} = \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{-\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{\frac{4}{3}-1}{\frac{4}{3}}} = 1.19$$

4、如图所示，1mol 的氦气由状态 A（p_1,V_1）沿 p-V 图中直线变化到状态 B（p_2,V_2），设 AB 延长线通过原点，求：

（1）多方指数；

（2）气体的热容量；

（3）该过程内能的变化，吸收的热量和对外作的功。



解：（1）$\Delta E=\frac{m}{M}C_v\Delta T=\frac{3}{2}R(T_2-T_1)=\frac{3}{2}(P_2V_2-P_1V_1)$

$$A=\frac{1}{2}(P_1+P_2)(V_2-V_1)$$

$$\frac{P_1}{V_1}=\frac{P_2}{V_2}(k=\frac{P}{V})$$

$$\therefore A=\frac{1}{2}(P_2V_2-P_1V_1)$$

$$Q=\Delta E+A=\frac{3}{2}(P_2V_2-P_1V_1)+\frac{1}{2}(P_2V_2-P_1V_1)=2(P_2V_2-P_1V_1)$$

（2）$dQ=dE+dA=C_VdT+PdV$

由理想气体方程得 $PdV+VdP=RdT$， 又 $P=kV$， $dP=kdV$

$$\therefore PdV+VdP=PdV+kVdV=2PdV=RdT$$

即 $PdV=\frac{R}{2}dT$， $dQ=C_VdT+PdV=\frac{3}{2}RdT+\frac{1}{2}RdT=2RdT$

热容量 $C=\frac{dQ}{dT}=2R$

（3）过程方程 $P=kV$ 即 $PV^{-1}=k$

多方指数 n=−1

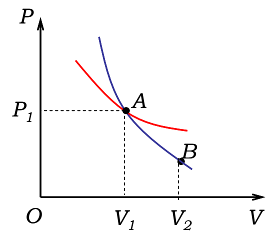
5、为测定气体的比热容比$\gamma=\frac{C_P}{C_v}$，有时可用下面方法：将开始的温度、体积和压力分别为 T_0,V_0 和 P_0 的一定量气体，在一定时间内通以电流的铂丝加热，而且每次加热供应气体的热量相同。第一次维持 V_0 不变，此时气体达到温度 T_1 和压力 P_1。第二次维持压力 P_0 不变，而温度变到 T_2，体积变到 V_1，试证明：$\gamma=\frac{(P_1-P_0)V_0}{(V_1-V_0)P_0}$

证： $Q_V=\frac{m}{M}C_V(T_1-T_0)$

$Q_p=\frac{m}{M}C_p(T_2-T_0)$ 根据题意 $Q_V=Q_p$ 及 $PV=\frac{m}{M}RT$

$$\therefore \quad \gamma=\frac{C_p}{C_V}=\frac{T_1-T_0}{T_2-T_0}=\frac{\frac{MP_1V_1}{mR}-\frac{MP_0V_0}{mR}}{\frac{MP_2V_2}{mR}-\frac{MP_0V_0}{mR}}=\frac{(P_1-P_0)V_0}{(V_1-V_0)P_0}$$

6、某理想气体在 P-V 图上等温线与绝热线相交于 A 点（如图所示）。 已知 A 点的压强 $P_1=2\times10^5$Pa，体积 $V_1=0.5\times10^{-3}m^3$， 而且 A 点处等温线的斜率与绝热线斜率之比为 0.714，现使气体从 A 点绝热膨胀至 B 点，其体积 $V_2=1\times10^{-3}m^3$。求：



（1）B 点处的压强；

（2）在此过程中气体对外作的功。

解：（1）等温线的斜率 $\left.\frac{dP}{dV}\right|_{T=C}=-\frac{P}{V}$

绝热线的斜率 $\left.\frac{dP}{dV}\right|_{Q=C}=-\gamma\frac{P}{V}$

根据题意知 $\frac{\left.\frac{dP}{dV}\right|_{T=C}}{\left.\frac{dP}{dV}\right|_{Q=C}}=\frac{1}{\gamma}=0.714$ $\quad\therefore\gamma=\frac{1}{0.714}=1.4$

由绝热方程可得 $P_1V_1^\gamma=P_2V_2^\gamma$

$$P_2=(\frac{V_1}{V_2})^\gamma P_1=(\frac{0.5\times10^{-3}}{1\times10^{-3}})^{1.4}\times2\times10^5=7.58\times10^4\,\mathrm{Pa}$$

（2） $$A=\frac{P_1V_1-P_2V_2}{\gamma-1}=\frac{2\times10^5\times0.5\times10^{-3}-7.58\times10^4\times1\times10^{-3}}{1.4-1}=60.5\mathrm{J}$$

7、试证明：1mol 刚性分子理想气体，作等压膨胀时，若对外作功为 A，则气体分子平均动能的增量为 $\frac{A}{N_A(\gamma-1)}$，式中 γ 为比热容比，N_A 为阿伏伽德罗常数。

证明：设膨胀前后的体积为 V_1、V_2，温度为 T_1、T_2，压强 P

根据等压膨胀作功可得

$$A=P(V_2-V_1)=R(T_2-T_1)$$

气体分子的比热容比

$$\gamma=\frac{C_P}{C_V}=\frac{\frac{i+2}{2}}{\frac{i}{2}}=\frac{i+2}{i}$$

$$\therefore\qquad i=\frac{2}{\gamma-1}$$

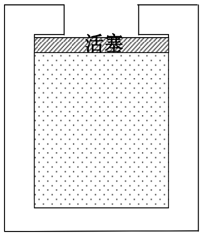
气体分子的平均动能的增量

$$\Delta\bar{\varepsilon}_K=\frac{i}{2}k(T_2-T_1)=\frac{i}{2}k\frac{A}{R}=\frac{\frac{2}{\gamma-1}}{2}\frac{1}{N_A}A=\frac{A}{N_A(\gamma-1)}$$

8、如图，体积为 30 升的园柱形容器内，有一能上下自由滑动的活塞（活塞的质量和厚度可忽略），容器内盛有 1 摩尔，温度为 127^{0}C 的单原子分子理想气体。若容器外大气压强为 1 标准大气压，气温为 27^{0}C。求当容器内气体与周围达到平衡时需向外放热多少？

解：设开始时气体体积 $V_1 = 30\times10^{-3}\,m^3$， $T_1 = 127+273 = 400K$

$$P_1 = \frac{RT_1}{V_1} = 1.108\times10^5\,Pa > P_0$$



所以气体降温过程分两个阶段：等容降温，直至气体的压强 P_2=P_0，此时温度为 T_2 放热 Q_1；第二阶段等压降温，直至温度 T_3=T_0=300K，放热 Q_2

由 $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{P_2}{P_1}T_1 = 365.7K$

$$Q_1 = C_V(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1) = -428J$$

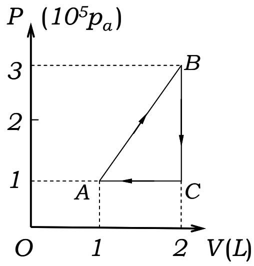
$$Q_2 = C_p(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}R(T_3 - T_2) = -1365J$$

总计放热：$Q = \left|Q_1 + Q_2\right| = 1.79\times10^3\,J$

9、一定质量的单原子理想气体，从初始状态 a 出发，经过图中的循环过程又回到状 a ，其中过程 ab 是直线，试求：

（1）在整个循环过程中，系统对外界所作的净功；

（2）循环的效率。



解：（1） $A = \frac{1}{2}\overline{bc}\cdot\overline{ac}$

$$= \frac{1}{2}\times2\times10^5\times1\times10^{-3}$$

$$= 100J$$

（2） $Q_{吸} = Q_{ab} = \Delta E + A$

$$= \frac{m}{M}C_V(T_b - T_a) + \frac{1}{2}(P_b + P_a)(V_b - V_a)$$

$$= \frac{3}{2}(P_bV_b - P_aV_a) + \frac{1}{2}(P_b + P_a)(V_b - V_a) = 9.5\times10^2\,J$$

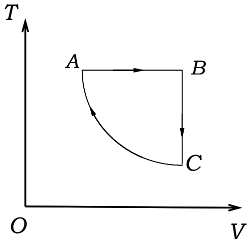
$$\eta = \frac{A}{Q_{吸}} = \frac{100}{950} = 10.5\%$$

10、一定质量理想气体（摩尔热容比为γ）的某循环过程的 T-V 图如下，其中 CA 为绝热过程，状态 $A(T_1,V_1)$和状态 B（T_2,V_2）为已知，试问：

（1）各个过程是吸热还是放热？

（2）状态 C 的 V、T 值各是多少？

（3）该循环的效率为多少？

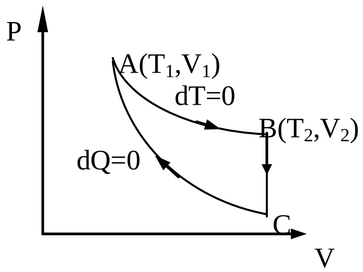


解：（1）把 T-V 改画为 P-V 图，如右图所示

AB 等温膨胀—吸热

BC 等容降温—放热

CA 绝热过程不吸放热



（2） $V_c = V_2$

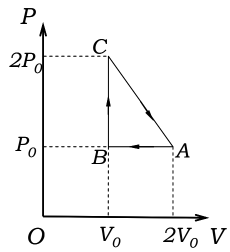
$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1} \Rightarrow T_C = (\frac{V_1}{V_2})^{\gamma-1} \cdot T_1$$

（3）

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{放}|}{Q_{吸}} = 1 - \frac{\frac{m}{M} C_V (T_1 - T_c)}{\frac{m}{M} R T_1 \ln\frac{V_2}{V_1}}$$

$$= 1 - \frac{C_V T_1 [1 - (\frac{V_1}{V_2})^{\gamma-1}]}{R T_1 \ln\frac{V_2}{V_1}} = 1 - \frac{1}{\gamma - 1} \cdot \frac{1 - (\frac{V_1}{V_2})^{\gamma-1}}{\ln\frac{V_2}{V_1}}$$

11、1*mol* 氮气（理想气体）经历的循环过程及相关参量如图示，图中 *AB*，*BC*，*CA* 均为直线。



(1) 描述 CA 过程温度如何变化；

(2) 求循环效率η。

解：（1）AC 的直线方程为： $P = 3P_0 - \frac{P_0}{V_0} V$

由 $PV = RT$ 共同得： $T = \frac{1}{R}(3P_0 V - \frac{P_0}{V_0} V^2)$

令 $\frac{dT}{dV} = 0$,得温度变化的转折点 $V = \frac{3}{2} V_0$.

$V \in [V_0, \frac{3}{2} V_0]$:T 逐渐升高； $V \in [\frac{3}{2} V_0, 2V_0]$:T 逐渐降低。

（2）从 C 到 A 的无限小过程的热量：$dQ = PdV + C_v dT = (3P_0 - \frac{P_0}{V_0}V)dV + \frac{5}{2}RdT$

应用 $PV = RT$：$\mathrm{dQ} = \mathrm{Pdv} + \mathrm{C_v dT} = 0,$

得到吸放热的转折点 D 的参量为：$\mathrm{V_D} = 7\mathrm{V_0}/4; \mathrm{P_D} = 5\mathrm{P_0}/4;$

总吸热为：$Q = Q_{BC} + Q_{CD}$

$$\mathrm{Q_{BC}} = \mathrm{C_V}(\mathrm{T_C} - \mathrm{T_B}) = \frac{5}{2}\mathrm{P_0 V_0};$$

$$Q_{CD} = C_V(T_D - T_C) + A_{CD} = \frac{27}{16}P_0 V_0;$$

效率为：

$$\eta = \frac{A_{净}}{Q_{吸}} = \frac{1}{2}P_0 V_0 \bigg/ \frac{67}{16}P_0 V_0 = \frac{8}{67} = 11.94\%$$

12、1mol 理想气体在 T_1=400K 的高温热源与 T_2=300K 的低温热源间作卡诺循环(可逆的)。在 400K 的等温线上起始体积为 $V_1=0.001\mathrm{m}^3$，终止体积为 $V_2=0.005\mathrm{m}^3$。试求此气体在每一循环中

（1）从高温热源吸收的热量 Q_1；

（2）气体所作的净功 A；

（3）气体传给低温热源的热量 Q_2。

解：（1）气体在高温热源等温膨胀吸热，故

$$\mathrm{Q} = \mathrm{RT_1}\ln\frac{\mathrm{V_2}}{\mathrm{V_1}} = 8.31 \times 400\ln\frac{0.005}{0.001} = 5.35 \times 10^3\,\mathrm{J}$$

（2）根据卡诺循环的效率公式可得

$$\eta = 1 - \frac{\mathrm{T_2}}{\mathrm{T_1}} = \frac{\mathrm{A}_{净}}{\mathrm{Q}_{吸}}$$

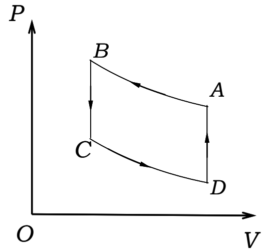
$$\therefore \mathrm{A}_{净} = (1 - \frac{\mathrm{T_2}}{\mathrm{T_1}})\mathrm{Q}_{吸} = (1 - \frac{300}{400}) \times 5.35 \times 10^3 = 1.34 \times 10^3\,\mathrm{J}$$

（3）由能量守恒 $\mathrm{Q}_{吸} = \mathrm{A}_{净} + \mathrm{Q}_{放}$ 可得

$$\mathrm{Q}_{放} = \mathrm{Q}_{吸} - \mathrm{A}_{净} = 5.35 \times 10^3 - 1.34 \times 10^3 = 4.01 \times 10^3\,\mathrm{J}$$

或者 $$\eta = 1 - \frac{|\mathrm{Q}_{放}|}{\mathrm{Q}_{吸}} = 1 - \frac{\mathrm{T_1}}{\mathrm{T_2}} \Rightarrow |\mathrm{Q}_{放}| = \frac{\mathrm{T_1}}{\mathrm{T_2}}\mathrm{Q}_{吸} = \frac{300}{400} \times 5.35 \times 10^5 = 4.01 \times 10^3\,\mathrm{J}$$

13、在逆向斯特林循环中，υ摩尔的理想气体经以下过程完成一次循环：从体积为 V_A、温度为 T_1 的较高温状态 A 等温压缩到体积为 V_B 的 B 状态，然后等容降温到 C 态，接着在较低温度 T_2 下等温膨胀到 D 态，再经过等容增温回到 A 态。试求：



（1）一个循环中外界对系统所做的功 A；

（2）系统从 T_2 环境吸收的热量 Q_2；

（3）致冷系数 ω (致冷系数定义 $\omega \equiv Q_2/A$)。

解：

(1) $$A_{AB} = \upsilon RT_1 \ln\frac{V_B}{V_A},\ A_{CD} = \upsilon RT_2 \ln\frac{V_D}{V_C} = \upsilon RT_2 \ln\frac{V_A}{V_B}$$

$$A_{BC} = A_{DA} = 0$$

$$A_{\text{net}} = A_{AB} + A_{BC} + A_{CD} + A_{DA} = \upsilon R(T_2 - T_1)\ln\frac{V_A}{V_B}$$

$$A = -A_{\text{net}} = \upsilon R(T_1 - T_2)\ln\frac{V_A}{V_B}$$

(2) 热一律应用于 CD 过程

$$Q_{CD} = A_{CD} = \upsilon RT_2 \ln\frac{V_A}{V_B}$$

(3)致冷系数

$$\omega \equiv \frac{Q_{CD}}{A} = \frac{\upsilon RT_2 \ln\frac{V_A}{V_B}}{\upsilon R(T_1 - T_2)\ln\frac{V_A}{V_B}} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

14、一台家用冰箱放在室温为 300K 的房间内，做一盘 13℃的冰块需从冷冻室取走 2.09×10^5 J 的热量。设冰箱为理想卡诺制冷机。

（1）求做一盘冰块所需要的功；

（2）若此冰箱能以 $2.09\times10^2\,\mathrm{J/s}$ 的速率取出热量，求冰箱的电功率。

解：（1）卡诺循环制冷系数

$$\omega = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{260}{300-260} = 6.5$$

$$\omega = \frac{Q_2}{A}$$

$$A = \frac{Q_2}{\omega} = \frac{2.09\times10^5}{6.5} = 3.22\times10^4\,\mathrm{J}$$

（2）电功率 $$P = \frac{dA}{dt} = \frac{q}{\omega} = \frac{2.09\times10^2}{6.5} = 32.2\mathrm{W}$$

15、什么样的热机工作于 1kg、100℃的水和 27℃的恒温热源间，热机对外做功达到最大值？求此最大值 A_{max}.（水的比热容 c= 4.18×10^3 SI）

解：由卡诺定理,$\eta_{卡}$最大,$A_{卡}$亦最大

当工作于 T、T_2 热源间

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T} = \frac{dA}{dQ}$$

又 $dQ = -mcdT$

∴工作于 T_1、T_2 热源间

$$A_{\max} = \int_0^A dA = \int_{T_1}^{T_2} -mc\left(1 - \frac{T_2}{T}\right)dT$$

$$A_{\max} = mc(T_1 - T_2) - mcT_2 \ln\frac{T_1}{T_2} = 3.20\times10^4\text{J}$$

.