**一、解：** $X$ 的可能取值为$0,1,2,3$，取出$k$件次品的取法有$C_3^kC_4^{3-k}$种$(k=0,1,2,3)$；

$X$ 的概率分布为$P\left\{X=k\right\}=\dfrac{C_3^kC_4^{3-k}}{C_7^3}$，$k=0,1,2,3$

即

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | $\frac{4}{35}$ | $\frac{18}{35}$ | $\frac{12}{35}$ | $\frac{1}{35}$ |

$$EX=0\times\frac{4}{35}+1\times\frac{18}{35}+2\times\frac{12}{35}+3\times\frac{1}{35}=\frac{9}{7}\approx1.2857$$

**方法 2：** 设 $X_i=\begin{cases}0, & \text{从甲箱中取出的第}i\text{件产品是合格品,}\\ 1, & \text{从甲箱中取出的第}i\text{件产品是次品.}\end{cases}$

则 $X_i$ 的概率分布为

| $X_i$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $P$ | $\frac{4}{7}$ | $\frac{3}{7}$ |

$i=1,2,3$

因为 $X=X_1+X_2+X_3$，所以由数学期望的线性可加性，有

$$EX=EX_1+EX_2+EX_3=\frac{9}{7}\approx1.2857$$

(2) 设$A$表示事件“从乙箱中任取一件产品是次品”，

$$P(A)=\sum_{k=0}^{3}P\left\{X=k\right\}\cdot P\{A\mid X=k\}$$

$$=\sum_{k=0}^{3}P\left\{X=k\right\}\cdot\frac{k}{6}=\frac{1}{6}\sum_{k=0}^{3}P\left\{X=k\right\}\cdot k=\frac{1}{6}EX=\frac{9}{42}\approx0.2143$$

二、 解： $E(X_i)=20,\quad D(X_i)=20^2$

$$P(0\le\sum_{i=1}^{100}X_i<2100)\approx\Phi\left(\frac{2100-2000}{\sqrt{20^2\times100}}\right)-\Phi\left(\frac{0-2000}{\sqrt{20^2\times100}}\right)$$

$$=\Phi\left(\frac{2100-2000}{20\times10}\right)-\Phi\left(\frac{0-2000}{20\times10}\right)\approx\Phi(0.5)-0=\Phi(0.5)$$

或: $P(\sum_{i=1}^{100}X_i<2100)\approx\Phi\left(\dfrac{2100-20\times100}{\sqrt{20^2\times100}}\right)=\Phi\left(0.5\right)$

三、**解：** （1）令$H_0:\mu=500,H_1:\mu\neq500$，则

$$T=\frac{\overline{X}-\mu_0}{S_{n-1}}\sqrt{n}=\frac{502.1111-500}{\sqrt{239.1111}}\cdot\sqrt{9}\approx 0.409572$$

因为 $0.4096<t_{0.975}(8)=2.3060$, 所以观测值落在接受域，故不拒绝 $H_0$（或写接受 $H_0$）, 即在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，包装机的工作是正常的

（2）$$\left[\overline{X}-t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{S_{n-1}}{\sqrt{n}},\quad \overline{X}+t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{S_{n-1}}{\sqrt{n}}\right]$$

$$=\left[502.1111-2.3060\times\frac{\sqrt{239.1111}}{3},502.1111+2.3060\times\frac{\sqrt{239.1111}}{3}\right]=\left[490.2250,\ 513.9972\right]$$

”

**四、解**：（1） $p(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{2}, & (x,y)\in D\\ 0, & 其他\end{cases}$

-----------------------------------------------------------------1”

$$p_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}p_{XY}(x,y)dy=\begin{cases}\int_{x-1}^{1-x}\frac{1}{2}dx=1-x, & 0\le x<1\\ \int_{-1-x}^{1+x}\frac{1}{2}dx=1+x, & -1\le x<0\\ 0, & 其他\end{cases}（或\ p_X(x)=\begin{cases}1-|x|, & |x|\le 1\\ 0, & 其他\end{cases}）$$

（2）同理 $p_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}p_{XY}(x,y)dx=\begin{cases}1-|y|, & |y|\le 1\\ 0, & 其他\end{cases}$,

显然 $p_{XY}(x,y)\ne p_X(x)p_Y(y)$，故 $X$ 与 $Y$ 不相互独立;

（3） $\operatorname{cov}(X,Y)=E(XY)-EXEY=0-0\times 0=0$ (算对三个期望各 1 分)

（4） $P(Y>\frac{1}{3}X)=\frac{1}{2}$ (根据对称性,几何概型)

（5） $P\{Y\le 0.2\,|\,X=0.5\}=\int_{-\infty}^{0.2}p_{Y|X}(y\,|\,0.5)dy=\int_{-\infty}^{0.2}\frac{p(0.5,y)}{p_X(0.5)}dy=\int_{-0.5}^{0.2}\frac{1/2}{1-0.5}dy=0.7$

（6） $p_\zeta(z)=\int_{-\infty}^{+\infty}p(x,z-x)dx$

$$=\begin{cases}\int_{\frac{z-1}{2}}^{\frac{z+1}{2}}\frac{1}{2}dx, & -1\le z\le 1\\ 0, & 其他\end{cases}=\begin{cases}\frac{1}{2}, & -1\le z\le 1\\ 0, & 其他\end{cases}$$

五、解：（1） $EX=\int_0^1 xp\left(x\right)dx+\int_1^2 xp\left(x\right)dx=\frac{3}{2}-\theta$

故有： $\hat{\theta}=\frac{3}{2}-\overline{X}$

$E\hat{\theta}=\frac{3}{2}-E\overline{X}=\frac{3}{2}-\frac{3-2\theta}{2}=\theta$，故这个估计是无偏的

2) $L(\theta)=\prod_{i=1}^{4}p(x_i)=\theta^3(1-\theta)$

$\frac{dL(\theta)}{d\theta}=3\theta^2-4\theta^3=0$ ，得驻点 $\theta=\frac{3}{4}$

又 $\frac{d^2L(\theta)}{d\theta^2}|_{\theta=\frac{3}{4}}=-\frac{9}{4}<0$，故参数 $\theta$ 的极大似然估计值为 $\hat{\theta}=\frac{3}{4}$

六、 AABBCD

七.

1、1/10　　2、1/6　　3、 $p_Y(y)=\begin{cases}\frac{1}{2y}, & y\in(e^{-1},e)\\ 0, & 其他\end{cases}$　　4、0.3

5、 $\frac{7}{128}=0.0546875$　　6、 $\frac{3}{4}$　　7、 $\frac{1}{16}$