

2.3 实验内容与测试

题目：设有一个长直接地金属矩形槽，边长如图 2.7 所示。其中， $\alpha = 2m$ ，其侧壁与底面电位均是 0，顶盖的电位为 100V，求槽内的电位分布。

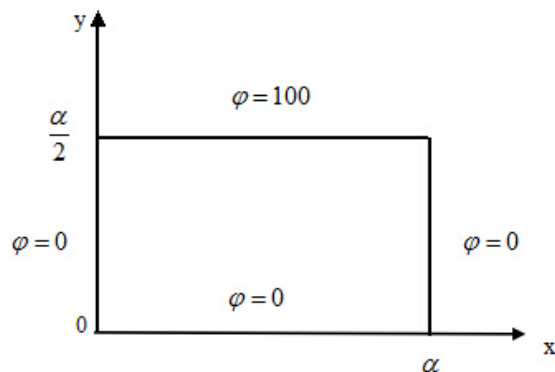


图 2.7 矩形接地金属槽

具体要求：

- (1) 利用 MATLAB 编写一个计算机程序；
- (2) 求相邻两次迭代值指定的最大允许误差小于 10^{-5} 时的迭代收敛；
- (3) 采用步距 $h = 0.01m$ 的正方形网格予以分割，然后应用有限差分法求电位 φ 的数值解；也可以根据场的对称性，以半场域为计算对象，用有限差分法求电位 φ 的数值解；
- (4) 取 n 个不同的 α 值，求电位 φ 的数值解，确定出加速收敛因子（松弛因子） α_0 ，分析加速收敛因子的作用，从迭代收敛时的迭代次数和最终数值解这两方向总结自己的看法；
- (5) 用计算机描绘等位线的分布。

2.4 实验结果与数据分析

- (1) 实验目的；
- (2) 实验步骤；
- (3) 分析加速因子的作用；

① 迭代次数分析：

- 简单迭代收敛次数： 24561；
- 高斯赛德尔迭代法收敛次数： $k =$ 13430；
- 最佳加速收敛因子为： $\alpha_{opt} =$ 1.9503，迭代次数 $k =$ 409。

表 2-1 不同收敛因子 α 值时的迭代次数 k 值表

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
α	1.90	1.91	1.92	1.93	1.94	1.95	1.96	1.97	1.98
k	947	850	750	647	537	409	436	600	808

分析: $\alpha_{opt} = 2 - \pi \sqrt{\frac{2}{\rho_2} + \frac{2}{\rho_2}}$ 得出 $\alpha_{opt} = 1.9503$, 并能在实验中验证, α 越接近 α_{opt} , 迭代次数越小.

② 最终数值解分析:

分别取 $\alpha=1.2$, $\alpha=1.8$ 时的 9 次数值解, 进行比较。

表 2-2 α 取值对应下的数值解比较

	第 n -4000 次 (20 列 38 行)	第 n -3500 次 (20 列 38 行)	第 n -3000 次 (20 列 38 行)	第 n -2500 次 (20 列 38 行)	第 n -2000 次 (20 列 38 行)	第 n -1500 次 (20 列 38 行)	第 n -1000 次 (20 列 38 行)	第 n -500 次 (20 列 38 行)	第 n 次 (20 列 38 行)
$\alpha=1.2$	9.8342	9.8864	9.9192	9.9399	9.9529	9.9611	9.9662	9.9695	9.9715
	第 n -1600 次 (20 列 38 行)	第 n -1400 次 (20 列 38 行)	第 n -1200 次 (20 列 38 行)	第 n -1000 次 (20 列 38 行)	第 n -800 次 (20 列 38 行)	第 n -600 次 (20 列 38 行)	第 n -400 次 (20 列 38 行)	第 n -200 次 (20 列 38 行)	第 n 次 (20 列 38 行)
$\alpha=1.8$	4.9671	8.2439	9.3980	9.7850	9.9129	9.9548	9.9684	9.9729	9.9743

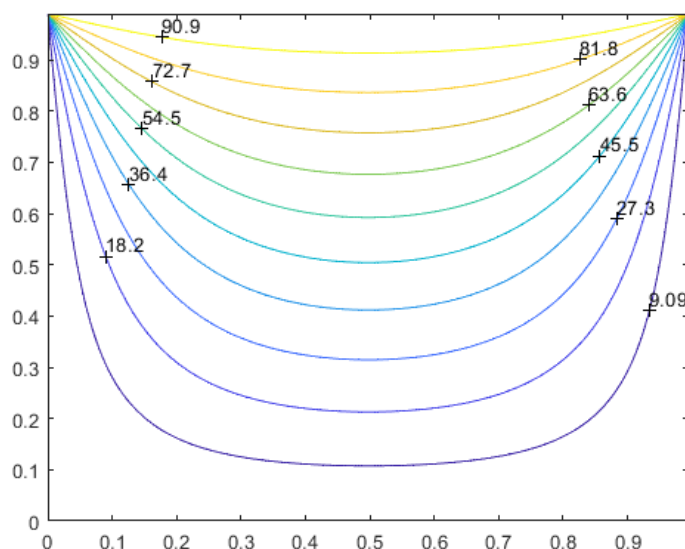
表 2-3 α 取最佳值 α_{opt} 时与附件值的数值解比较

	第 n -3200 次 (20 列 38 行)	第 n -2800 次 (20 列 38 行)	第 n -2400 次 (20 列 38 行)	第 n -2000 次 (20 列 38 行)	第 n -1600 次 (20 列 38 行)	第 n -1200 次 (20 列 38 行)	第 n -800 次 (20 列 38 行)	第 n -400 次 (20 列 38 行)	第 n 次 (20 列 38 行)
$\alpha =$ α_{opt} -0.1	9.9684	9.9702	9.9715	9.9724	9.9731	9.9736	9.9740	9.9743	9.9745
$\alpha =$ α_{opt}	1.4439	6.7857	8.7711	9.5856	9.9209	9.9630	9.9719	9.9744	9.9749
$\alpha =$ α_{opt} $+0.1$	-7.3743 $e+301$	1.7645 $e+301$	-2.1051 $e+303$	-2.8437 $e+303$	1.4625 $e+304$	2.0816 $e+305$	7.1231 $e+306$	NaN	NaN

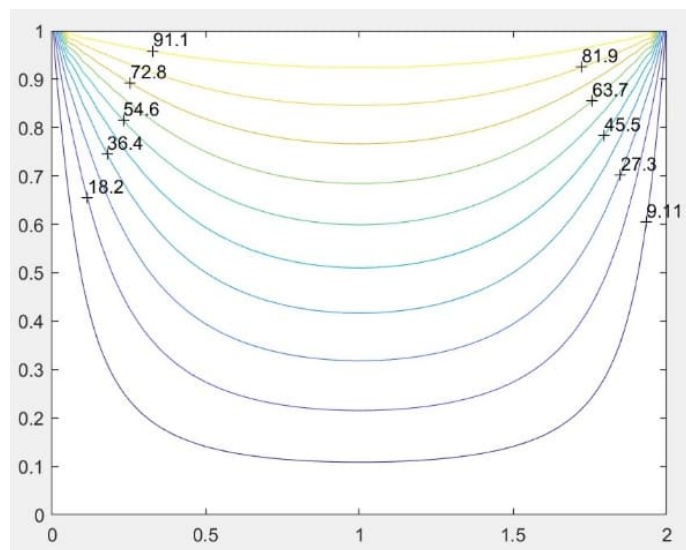
比较得出的结论:

当 $\alpha < 2$ 时, 迭代过程是收敛的; 当 $\alpha > 2$ 时, 迭代过程是发散的。
对于任意一点的值, 随着迭代, 其电压变化并越来越接近实际电压。

(4) 描绘等位线分布图（在图中嵌入学号+姓名）



(5) 利用解析法求解，画出电位分布图，并与上述数值法比较



(6) 心得体会

代码的一些缺陷：给出的简单迭代代码实际上是高斯赛尔德法；解析法漏了一个括号。
最后的 $\alpha > 2$ 时发散的结果比较有迷惑性；
松弛因子的值对迭代效率确实有很大影响，实际使用的不规则形状的电位计算中，找到合适的松弛因子是难点，也是重点。