华东理工大学

概率论与数理统计

作业簿（第五册）

学　院 ____________ 专　业 ____________ 班　级 ____________
学　号 ____________ 姓　名 ____________ 任课教师 ____________

第九次作业

$1-P(X=0)-P(X=1)$

一. 填空题

$\lambda=6-\lambda^2$　$\lambda=2$

1. 设 X 服从泊松分布，若 $EX^2=6$，则 $P(X>1)=$ $1-3e^{-2}$。　$1-P(X=0)$

2. 设随机变量 $\xi \sim B(n,p)$，已知 $E\xi=2.4$，$D\xi=1.44$，则参数 $n=$ 6，
$np=2.4$　$np(1-p)=1.44$
$p=$ 0.4。

3. 某保险公司的某人寿保险险种有 1000 人投保，每个人在一年内死亡的概率为 0.005，且每个人在一年内是否死亡是相互独立的，欲求在未来一年内这 1000 个投保人死亡人数不超过 10 人的概率。用 Excel 的 **BINOMDIST** 函数计算。**BINOMDIST**（10, 1000, 0.005, TRUE）= 0.986531

4. 运载火箭运行中进入其仪器仓的粒子数服从参数为 4 的泊松分布，用 Excel 的 **POISSON** 函数求进入仪器舱的粒子数大于 10 的概率。
POISSON（10, 4, TRUE）= 0.9972，所求概率 $p=$ 0.0028。

5. $\xi \sim P(4)$，由切比雪夫不等式有 $P(|\xi-4|<6)\geq$ $\frac{8}{9}$。　$1-\frac{4}{6^2}$

二. 选择题

1. 在相同条件下独立的进行 3 次射击，每次射击击中目标的概率为 $\frac{2}{3}$，则至少击中一次的概率为　　（ D ）

A. $\frac{4}{27}$　　B. $\frac{12}{27}$　　C. $\frac{19}{27}$　　D. $\frac{26}{27}$

$1-\left(\frac{1}{3}\right)^3$

2. 设随机变量 X 服从泊松分布，且已知 P{X=1}=P{X=2}，则 P{X=4}=(C)。

$\frac{\lambda^2}{2}=\lambda$　$\lambda=2$

A. $\frac{1}{3}e^{-1}$　　B. $\frac{1}{3}e^{-1}$　　C. $\frac{2}{3}e^{-2}$　　D. $\frac{4}{3}e^{-2}$　　$\frac{16}{24}e^{-2}$

3、某种灯管的使用寿命 ξ 服从参数为 0.002 的指数分布 $E(0.002)$，现任取三只这种灯管，则在 500 小时内，三只灯管中至多有两只损坏的概率为（ A ）

A. $1-(1-e^{-1})^3$　　B. $3e^{-2}(1-e^{-1})$　　C. $1-e^{-3}$　　D. $3e^{-1}(1-e^{-2})$

$1-(1-e^{-1})^3$

三. 计算题

1. 设随机变量ξ的密度函数是 $p(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}\cos\frac{x}{2}, & 0\le x\le\pi\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$

对ξ独立的随机观察 4 次，η表示观察值大于$\frac{\pi}{3}$的次数，求

（1）η的概率分布（分布律），

（2）$E\eta$和$D\eta$。

(1) 设A为一次观察值 $>\frac{\pi}{3}$

$P(A)=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi}\frac{1}{2}\cos\frac{x}{2}\,dx=\sin\frac{x}{2}\Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\pi}=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

则 $\eta\sim B(4,\frac{1}{2})$，即

ξ	0	1	2	3	4
$P(\eta=\xi)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$

(2) $E\eta=np=2$. $D\eta=np(1-p)=1$.

2. 随机变量ξ服从参数为p的几何分布，即

$$P(\xi=k)=p(1-p)^{k-1},\quad k=1,2,\cdots$$

（1） 求 $P(\xi>s)$，其中s是一个非负整数；

（2） 试证$P(\xi>s+t\mid\xi>s)=P(\xi>t)$，其中$s$，$t$是非负整数。（几何分布具有无记忆性）。

(1) $P(\xi>s)=p\sum_{s+k}^{\infty}(1-p)^{s}=p\frac{(1-p)^{s}}{p}=(1-p)^{s}$

(2) $P(\xi>s+t\mid\xi>s)=\frac{P(\xi>s+t)}{P(\xi>s)}=\frac{(1-p)^{s+t}}{(1-p)^{s}}=(1-p)^{t}.=P(\xi>t)$

3. 设随机变量X服从泊松分布，且$P(X\le1)=4P(X=2)$，求$P(X=3)$。

设 $P(X=k)=\frac{\lambda^{k}}{k!}e^{-\lambda}$，

有 $P(X=0)=e^{-\lambda}$. $P(X=1)=\lambda e^{-\lambda}$ $P(X=2)=\frac{\lambda^{2}}{2}e^{-\lambda}$

则 $(\lambda+1)e^{-\lambda}=2\lambda^{2}e^{-\lambda}$. $2\lambda^{2}-\lambda-1=0$.

得 $\lambda=1$.

$\therefore P(X=3)=\frac{1}{3!}e^{-1}=\frac{e^{-1}}{6}$.

4. 设在时间 t (单位：min)内，通过某路口的汽车服从参数与 t 成正比的泊松分布。已知在 1 分钟内没有汽车通过的概率为 0.2，求在 2 分钟内至少有 2 辆车通过的概率。（提示：设 $\xi_t=$“t 时间内汽车数”,则 $\xi_t \sim P(\lambda t)$）

则 $P(\xi_1=0)=\lambda e^{-\lambda}=0.2$ $\quad \lambda=\ln 5$

$\lambda=0.26$ 或 $\lambda=2.54$.

① 当 $\lambda=0.26$ 时，$P(\xi_2\geq 2)=1-P(\xi_2=0)-P(\xi_2=1)$

$=1-1.52e^{-0.52}$

② 当 $\lambda=2.54$ 时，$P(\xi_2\geq 2)=1-3.54e^{-5.08}$

$\frac{24-2\ln 5}{25}$

5. 在一次试验中事件 A 发生的概率为 p，把这个试验独立重复做两次。在下列两种情况下分别求 p 的值：

（1） 已知事件 A 至多发生一次的概率与事件 A 至少发生一次的概率相等；

（2）已知事件 A 至多发生一次的条件下事件 A 至少发生一次的概率为 $\frac{1}{2}$。

得 $A\sim B(2,p)$，即

ξ	0	1	2
$P(T_A=\xi)$	$(1-p)^2$	$2p(1-p)$	p^2

(1) 即 $P(T_A=0)+P(T_A=1)=P(T_A=1)+P(T_A=2)$,

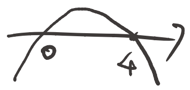
即 $p^2=(1-p)^2$, $p=\frac{1}{2}$

(2) $\frac{P(T_A=1)}{P(T_A=0)+P(T_A=1)}=\frac{2p(1-p)}{1-p^2}=\frac{2p}{1+p}=\frac{1}{2}$.

$4p=1+p$. $p=\frac{1}{3}$.

第十次作业

一．　填空题：



$-\xi^2+4\xi\geq 0$

1．若ξ在[0,5]上服从均匀分布，则方程$x^2+\xi x+\xi^2-3\xi=0$有实根的概率 $\frac{4}{5}$ 。

$\frac{1}{3}$

2．设随机变量X在区间[2，6]上服从均匀分布，现对X进行了3次独立试验，则正好有2次观测值大于4的概率为 $\cancel{\frac{2}{9}}$ $\frac{3}{8}$ 。　$C_3^2\left(\frac{1}{3}\right)^2\frac{2}{3}$

3．设每人每次打电话的时间（单位：min）服从$E(1)$，则在808人次的电话中有3次或以上超过6分钟的概率为 $1-(1-e^{-6})^{808}$ 。$-C_{808}^1(1-e^{-6})^{807}e^{-6}-C_{808}^2(1-e^{-6})^{806}e^{-12}$

0.324

二．　选择题：

1．设X服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，则随着σ的增大，概率$P\{|X-\mu|<\sigma\}$（ C ）。 $\frac{1}{\sigma}$

A.单调增大　B.单调减少　C.保持不变　D. 增减不定

2．若灯管的寿命$\xi\sim E(\lambda)$，则该灯管已使用了$a(a>0)$小时，能再使用b小时的概率（ A ）。

A. 与a无关　B. 与a有关　C. 无法确定　D. 以上答案都不对

3．随机变量 X的概率密度函数为$p(x)$，且$p(x)=p(-x)$，$F(x)$是X的分布函数，则对任意实数a，有（ B ）。

A. $F(-a)=1-\int_0^a p(x)dx$　　B. $F(-a)=\frac{1}{2}-\int_0^a p(x)dx$

C. $F(-a)=F(a)$　　D. $F(-a)=2F(a)-1$

三．　计算题：

1．某地区 18 岁的女青年的血压服从 $N(110,121)$。在该地区任选一 18 岁的女青年，测量她的血压，

（1）　求 $P(X \le 100)$，　$P(105.5 \le X \le 121)$

（2）　确定最小的 x，使 $P(X > x) \le 0.05$

(1) 令 $z = \frac{x-110}{11}$，$z \sim N(0,1)$　$X = 11z + 110$.

$P(X \le 100) = P(11z+110 \le 100) = P(z \le \frac{-10}{11}) = 0.1817$

$P(105.5 \le X \le 121) = P(\frac{-9}{22} \le z \le 1) = P(z \le 1) - P(z \le \frac{-9}{22})$
$= 0.8413 - 0.3412 = 0.5001$

(2) 即 $P(X \le x) \ge 0.95$，得 $\cancel{x = 1.6449}$

$z = 1.645$

$x > 128.095$

2．修理某机器所需时间（单位：小时）服从参数为 $\frac{1}{2}$ 的指数分布。试问：

（1）　修理时间超过 2 小时的概率是多少？

（2）　若已持续修理了 9 小时，总共需要至少 10 小时才能修好的条件概率是多少？

(1) 设时间为 X．$f(x) = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}x}$．$F(x) = 1 - e^{-\frac{1}{2}x}$

$P(X > 2) = 1 - P(X \le 2) = 1 - F(2) = e^{-1}$

(2) $P(X \ge 10 \mid X \ge 9) = P(X \ge 1) = 1 - F(1) = e^{-\frac{1}{2}}$

3．假设测量的随机误差$\xi \sim N(0,10^2)$，试求在 100 次独立重复测量中，至少有二次测量误差的绝对值大于 19.6 的概率α。

令 $z=\frac{\xi}{10}$，$z \sim N(0,1)$

$\alpha = P(|\xi|>19.6) = 2P(\xi>19.6) = 2(1-P(\xi \le 19.6))$

$= 2(1-P(z\le 1.96))$

$= 0.05$

η 为误差 >19.6 的次数.

$\eta \sim b(100, 0.05)$

$P(\eta \geq 2) = 1-P(\eta=0) - P(\eta=1) = 1-0.95^{100} - C_{100}^{1}(0.05)(0.95)^{99}$

$= 0.9629$

4. 若$\xi \sim N(\mu,\sigma^2)$且$P(\xi<89)=0.90$，$P(\xi<94)=0.95$，求μ和σ^2.

令 $z=\frac{\xi-\mu}{\sigma}$ 则 $P(z<89\sigma+\mu)=0.90$.

$\frac{89-\mu}{\sigma}$ $P(z<94\sigma+\mu)=0.95$

得 $\begin{cases} \underline{89\sigma+\mu=1.2816} \\ \underline{94\sigma+\mu=1.6449} \end{cases}$ $\begin{cases} \cancel{\sigma=0.0727} \\ \cancel{\mu=-5.1881} \end{cases}$

$\frac{94-\mu}{\sigma}$ $\sigma^2 = \cancel{0.0053}$

5．测量至某一目标的距离时发生的随机误差 X （米）的概率密度为

$$f(x)=\frac{1}{20\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-10)^2}{800}}\quad(-\infty < x < +\infty)$$

求在三次测量中至少有一次误差的绝对值不超过 20 米的概率.

$X \sim N(10, 20)$ ，令 $Z=\frac{X-10}{20}$，$X=20Z+10$

$Z \sim N(0,1)$

$P(|X|<20) = P(20Z+10<20)$ $= P(X<20)-P(X<-20)$

$= P(Z<\frac{1}{2})$ $=\Phi(0.5)-\Phi(-1.5)=0.6247$

$= 0.6915$

$P(Y\geq 1)=1-P(Y=0)=1-(1-p)^3=0.9471$