

### 一 填空题

1.  $\frac{6}{5}$

2.  $\frac{1}{9}$

4. 0.25

5.  $f_Y(y) = \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}}, & y > 0 \\ 0 & y \leq 0 \end{cases}$

6.  $D\bar{X} = \frac{(b-a)^2}{12n}, ES^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$

### 二 选择题

1、 B    2、 C    3、 B    4、 D    5、 C    6、 C    7、 D    8、 C

### 三 计算题

1. 解：设事件B表示汽车废气排放量超标，A表示汽车未通过检验，

则  $P(B) = 0.25$  ,  $P(\bar{B}) = 0.75$  ,  $P(A|B) = 0.99$  ,  $P(A|\bar{B}) = 0.17$  ,

(1)  $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0.25 \times 0.99 + 0.75 \times 0.17 = 0.375$

(2)  $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})} = \frac{0.25 \times 0.99}{0.375} = 0.66$

**2、解** 设短于3米的根数为X，则  $X \sim B(100, 0.2)$  ,

且  $E(X) = 100 \times 0.2 = 20$ ,  $D(X) = 100 \times 0.2 \times 0.8 = 16$ .

由二项分布的中心极限定理，X近似服从  $N(20, 16)$  ,

所求概率为

$$\begin{aligned} P\{X \geq 30\} &= P\left\{\frac{X-20}{4} \geq 2.5\right\} \\ &\approx 1 - \Phi(2.5) = 1 - 0.9938 \\ &= 0.0062. \end{aligned}$$

3、解：(1)似然函数 
$$L(\theta) = \left(\frac{1}{\theta}\right)^n e^{-\frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n x_i},$$

$$\ln L(\theta) = -n \ln \theta - \frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n x_i,$$

两边关于  $\theta$  求导数,  $\frac{\ln L(\theta)}{d\theta} = \frac{-n}{\theta} + \frac{1}{\theta^2} \sum_{i=1}^n x_i = 0$ , 得  $\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \bar{X}$ ;

(2)  $E(\hat{\theta}) = E(\bar{X}) = E(X) = \int_0^{+\infty} x \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} d\theta = \theta$ , 所以  $\hat{\theta}$  是  $\theta$  的无偏估计量;

(3)  $D(\hat{\theta}) = D(\bar{X}) = \frac{D(X)}{n}$ ,

而  $D(X) = E(X^2) - (EX)^2 = \int_0^{+\infty} x^2 \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} d\theta = 2\theta^2 - \theta^2 = \theta^2$ ,

所以  $D(\hat{\theta}) = \frac{\theta^2}{n}$ .

5、

解：(1)

$P$	0.10	0.25	0.15	0.15	0.20	0.15
$(X,Y)$	(0,0)	(0,1)	(0,2)	(1,0)	(1,1)	(1,2)
$X + Y$	0	1	2	1	2	3
$X^2 Y^2$	0	0	0	0	1	4

经整理得最后结果

$X + Y$	0	1	2	3
$P$	0.10	0.40	0.35	0.15

$X$	0	1
$P$	0.50	0.50

$Y$	0	1	2
$P$	0.25	0.45	0.30

$X^2Y^2$	0	1	4
$P$	0.65	0.20	0.15

$$E(X^2Y^2) = 1 \cdot 0.20 + 4 \cdot 0.15 = 0.80;$$

$$E(X^2) = 1^2 \cdot 0.50 = 0.50;$$

$$E(Y^2) = 1^2 \cdot 0.45 + 2^2 \cdot 0.30 = 1.65;$$

$$Cov(X, Y) = E(X^2Y^2) - E(X^2)E(Y^2) = 0.80 - 0.50 \times 1.65 = -0.025$$