

## 概率论与数理统计

## 作业簿 (第二册)

学 院 \_\_\_\_\_ 专 业 \_\_\_\_\_ 班 级 \_\_\_\_\_  
学 号 \_\_\_\_\_ 姓 名 \_\_\_\_\_ 任课教师 \_\_\_\_\_

## 第三次作业

一. 填空题:

$$P(AB) = 0.4 \quad P(A \cup B) = 0.9$$


1. 已知  $P(A) = 0.7, P(A - B) = 0.3, P(B) = 0.6$ , 则  $P(\bar{A} \bar{B}) = \underline{0.1}$ 。2. 设  $A, B$  是任意两个事件, 则  $P\{(\bar{A} + B)(A + B)(\bar{A} + \bar{B})(A + \bar{B})\} = \underline{P(AB)}$ 。3. 设事件  $A, B$  满足  $AB = \bar{A} \bar{B}$ , 则  $P(A \cup B) = \underline{1}$ ,  $P(AB) = \underline{0}$ 。

$$AB = \bar{A} \cup B \quad \text{互斥}$$

二. 选择题:

1. 从数列  $1, 2, \dots, n$  中随机地取三个数 ( $1 < k < n$ ), 则一个数小于  $k$ , 一个数等于  $k$ , 而一个数大于  $k$  的概率( C )。

A.  $\frac{k-1}{n}$     B.  $\frac{(k-1)(n-k)}{n^2}$     C.  $\frac{(k-1)(n-k)}{n(n-1)(n-2)}$     D.  $\frac{6(k-1)(n-k)}{n(n-1)(n-2)}$

 2. 箱子中装有 5 个白球和 6 个黑球, 一次取出 3 只球, 发现都是同一种颜色的, 在此前提下得到的全是黑色概率为( A )。

A.  $\frac{2}{3}$     B.  $\frac{3}{11}$     C.  $\frac{6}{11}$     D.  $\frac{4}{33}$

$$\frac{C_6^3}{C_6^3 + C_5^3}$$

3. 设事件  $A$  与  $B$  互不相容, 则 ( D )。

A.  $P(\bar{A} \bar{B}) = 0$

B.  $P(AB) = P(A)P(B)$

C.  $P(A) = 1 - P(B)$

D.  $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1$

三. 计算题

1. 设  $P(A) = \frac{1}{3}$ ,  $P(B) = \frac{1}{2}$ , 试就下列三种情况下分别求出  $P(\bar{A}B)$  的值:(1)  $A$  与  $B$  互不相容;

$$\text{则 } B \subset \bar{A}, \quad P(\bar{A}B) = P(B) = \frac{1}{2}$$

(2)  $A \subset B$ ;

$$(3) P(AB) = \frac{1}{8}.$$

$$\text{则 } P(\bar{A}B) = P(B - A) = P(B) - P(A) = \frac{1}{6}$$

$$(3) P(\bar{A}B) = P(B) - P(AB) = \frac{3}{8}$$



2. 已知 10 只晶体管中有两只次品，在其中取两次，每次任取一只，作不放回抽样，求下列事件的概率：

- (1) 两只都是正品；  $A$   
 (2) 两只都是次品；  $B$   
 (3) 一只正品，一只次品；  $C$   
 (4) 第二次取出的是次品  $D$

$$P(A) = \frac{A_8^2}{A_{10}^2} = \frac{28}{45}$$

$$P(B) = \frac{A_2^2}{A_{10}^2} = \frac{1}{45}$$

$$P(C) = \frac{2 \times 8 \times 2}{A_{10}^2} = \frac{16}{45}$$

$$P(D) = P(B) + P(C) = \frac{17}{45}$$

3. 某旅行社 100 人中有 43 人会讲英语，35 人会讲日语，32 人会讲日语和英语，9 人会讲法语、英语和日语，且每人至少会讲英语、日语、法语 3 种语言中的一种。试求：

- (1) 此人会讲英语和日语，但不会讲法语的概率；  
 (2) 此人只会讲法语的概率。

$$(1) P(AB\bar{C}) = P(AB) - P(ABC) = \frac{32-9}{100} = \frac{23}{100}$$

$$(2) P(\bar{A}\bar{B}C) = 1 - P(A \cup B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(AB)] \\ = \frac{54}{100}$$

4. 在空战中，甲机先向乙机开火，击落乙机的概率是 0.2；若乙机未被击落，就进行还击，击落甲机的概率是 0.3。若甲机未被击落，则再攻击乙机，击落乙机的概率是 0.4。试求在这几个回合中

(1) 甲机被击落的概率；

(2) 乙机被击落的概率。设为 D。

$$(1) P(B|\bar{A}) = 0.8 \times 0.3 = 0.24$$

$$(2) P(D) = P(A) + P(C|\bar{A}\bar{B}) \\ = 0.2 + 0.4(1-0.2)(1-0.3) \\ = 0.424$$

5. 设 A、B 是两个随机事件，已知  $P(B) = \frac{1}{3}$ ， $P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{1}{4}$ ， $P(\bar{A}|B) = \frac{1}{5}$ ，试求

$$P(A)。 \quad P(\bar{B}) = \frac{2}{3}$$

$$P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{1}{4}, \quad P(\bar{A}\bar{B}) = \frac{1}{6}$$

$$P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(B)} = \frac{1}{5}, \quad P(\bar{A}B) = \frac{1}{15}$$

$$\text{则} P(\bar{A}) = P(\bar{A}(B \cup \bar{B})) = P(\bar{A}B) + P(\bar{A}\bar{B}) = \frac{7}{30}$$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{23}{30}$$

6. 从数字 1, 2, 3, ..., 9 中 (可重复地) 任取  $n$  次, 求  $n$  次所取的数字的乘积能被 10 整除的概率。

设  $A_x$  为能被  $x$  整除事件。

$$\text{则 } P(A_{10}) = P(A_2)P(A_5) = \left(1 - \left(\frac{4}{9}\right)^n\right) \left(1 - \left(\frac{1}{9}\right)^n\right)$$

7. 某班  $n$  个战士各有一支归个人保管使用的枪, 外形完全一样, 在一次夜间紧急集合中, 每人随机地取了一支枪, 求至少有一人拿到自己枪的概率。

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) \quad \bar{A}: \text{没人拿到自己的枪,}$$

设枪:  $1 \cdots n$ .

人的排列方式有  $A_n^n$  种.

而没人拿到自己的枪有  $(n-1)!$  种

$$\therefore P(\bar{A}) = \frac{(n-1)!}{A_n^n} = \frac{1}{n}$$

$$P(A) = 1 - \frac{1}{n} = \frac{n-1}{n}$$

1 2	1.
1 2 3	2
1 2 3 4	6.
1 2 3 4 5	24

## 第四次作业

一. 填空题:

1. 设事件  $A, B$  相互独立, 且  $P(\bar{A}) = 0.2, P(B) = 0.5$ , 则  $P(B|A \cup \bar{B}) = \frac{4}{9}$ .  $\frac{P(BA)}{P(A)+P(\bar{B})} = P(A)P(\bar{B})$

2. 设  $A, B, C$  两两独立, 且  $ABC = \Phi$ ,  $P(A) = P(B) = P(C) < \frac{1}{2}$ ,  $P(A \cup B \cup C) = \frac{9}{16}$ ,

则  $P(C) = 0.45$ .  $3P(A) - 3P^2(A) - 2P^3(A) = \frac{9}{16}$

3. 已知事件  $A, B$  的概率  $P(A) = 0.4, P(B) = 0.6$  且  $P(A \cup B) = 0.8$ , 则

$\frac{P(AB)}{P(B)}$   $P(A|B) = \frac{1}{3}, P(B|A) = \frac{1}{2}$   $P(AB) = 0.2$

二. 选择题:

1. 设袋中有  $a$  只黑球,  $b$  只白球, 每次从中取出一球, 取后不放回, 从中取两次, 则第二次取出黑球的概率为 (  $A$  ); 若已知第一次取到的球为黑球, 那么第二次取到的球仍为黑球的概率为 (  $C$  ).

A.  $\frac{a}{(a+b)}$

B.  $\frac{a-1}{a+b-1}$

C.  $\frac{a(a-1)}{(a+b)(a+b-1)}$

D.  $\frac{a^2}{(a+b)^2}$   $\frac{a(a-1) + ba}{(a+b)(a+b-1)}$

2. 已知  $P(A) = 0.7, P(B) = 0.6, P(B|A) = 0.6$ , 则下列结论正确的为 (  $B$  ).

A.  $A$  与  $B$  互不相容;

B.  $A$  与  $B$  独立;

C.  $A \supset B$ ;

D.  $P(B|\bar{A}) = 0.4$ .

3. 对于任意两事件  $A$  和  $B$ , 则下列结论正确的是 (  $C$  ).

A. 若  $AB = \emptyset$ , 则  $A, B$  一定不独立;      B. 若  $AB \neq \emptyset$ , 则  $A, B$  一定独立;

C. 若  $AB \neq \emptyset$ , 则  $A, B$  有可能独立;      D. 若  $AB = \emptyset$ , 则  $A, B$  一定独立

三. 计算题:

1. 设有 2 台机床加工同样的零件, 第一台机床出废品的概率为 0.03, 第二台机床出废品的概率为 0.06, 加工出来的零件混放在一起, 并且已知第一台机床加工的零件比第二台机床多一倍。

(1) 求任取一个零件是废品的概率;

$A$ : 取到废品       $B$ : 取到一机床的

$$P(A) = P(A|B)P(B) + P(A|\bar{B})P(\bar{B}) = 0.03 \times \frac{2}{3} + 0.06 \times \frac{1}{3}$$

$$= 0.04$$

- (2) 若任取的一个零件经检查后发现是废品, 则它是第二台机床加工的概率。

$$P(\bar{B}|A) = \frac{P(\bar{B}A)}{P(A)} = \frac{P(\bar{B})P(A|\bar{B})}{0.04} = \frac{\frac{1}{3} \times 0.06}{0.04} = \frac{1}{2}$$

2. 三个元件串联的电路中, 每个元件发生断电的概率依次为 0.1, 0.2, 0.5, 且各元件是否断电相互独立, 求电路断电的概率是多少?

设断电为  $A$ , 则  $\bar{B}$ .

$$P(B) = 1 - P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3) = 1 - P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2)P(\bar{A}_3) = 0.64$$

3. 有甲、乙、丙三个盒子, 其中分别有一个白球和两个黑球、一个黑球和两个白球、三个白球和三个黑球。掷一枚骰子, 若出现 1, 2, 3 点则选甲盒, 若出现 4 点则选乙盒, 否则选丙盒。然后从所选的中盒子中任取一球。求:

(1) 取出的球是白球的概率;  $W$ .

$A, B, C$  构成分割.

(2) 当取出的球为白球时, 此球来自甲盒的概率。

$$(1) P(W) = P(W|A)P(A) + P(W|B)P(B) + P(W|C)P(C) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{9}$$

$$(2) P(A|W) = \frac{P(A)P(W|A)}{P(W)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{4}{9}} = \frac{3}{8}$$

4. 某人忘记了电话号码的最后一个数字，因而随机的拨号，求他拨号不超过三次而接通所需电话的概率是多少？如果已知最后一个数字是奇数，那么此概率是多少？  $A_i$ : 第  $i$  次接通.  $0$

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = P(A_1) + P(A_2 | \bar{A}_1) + P(A_3 | \bar{A}_1 \bar{A}_2) \\ = \frac{1}{10} + \frac{1}{9} + \frac{1}{8} = \frac{121}{360}$$

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 | 0) = P(A_1 | 0) + P(A_2 | \bar{A}_1, 0) + P(A_3 | \bar{A}_1 \bar{A}_2, 0) \\ = \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{47}{60}$$

5. 设三个工厂生产的一种产品，次品率分别为 0.1、0.15 和 0.2，这三个工厂的这种产品在市场的占有率分别为 0.5、0.4 和 0.1，现在从市场中任意抽取一件这种产品，经检验后发现它是次品  $E$ ，求这件产品分别是这三家工厂生产的概率，并判断它最有可能是由哪家工厂生产的？

$A_i$ : 抽到来自  $i$  厂的件.  $E$ : 抽到次品.

$$P(E) = P(E | A_1) P(A_1) + P(E | A_2) P(A_2) + P(E | A_3) P(A_3) \\ = 0.1 \times 0.5 + 0.15 \times 0.4 + 0.2 \times 0.1 = 0.13$$

$$\therefore P(A_1 | E) = \frac{P(A_1) P(E | A_1)}{P(E)} = \frac{5}{13}, \text{同理}$$

$$P(A_2 | E) = \frac{6}{13}, \quad P(A_3 | E) = \frac{2}{13}$$

$\therefore$  最有可能是第二厂生产的.

6. 三个人同时射击树上的一只鸟，设他们各自射中的概率分别为 0.5, 0.6, 0.7。

若无人射中的鸟不会坠地；只有一人射中的鸟坠地的概率为 0.2；两人射中的鸟坠地的概率为 0.6；三人射中的鸟一定坠地。三人同时向鸟射击一次，求鸟坠地的概率？

$A, B, C$  : 甲, 乙, 丙射中. 独立.

$S_i$  : 被射中之枪,  $D$  坠地  
是个分割

$$P(D) = P(D|S_1)P(S_1) + P(D|S_2)P(S_2) + P(D|S_3)P(S_3)$$

$$= 0.2 \times (P(\bar{A}\bar{B}\bar{C}) + P(\bar{A}\bar{B}C) + P(\bar{A}B\bar{C})) \\ + 0.6 \times (P(\bar{A}BC) + P(A\bar{B}C) + P(AB\bar{C})) \\ + 1 \times P(ABC)$$

$$= 0.2 \times (0.5 \times 0.4 \times 0.3 + 0.5 \times 0.4 \times 0.7 + 0.5 \times 0.6 \times 0.3) \\ + 0.6 \times (0.5 \times 0.6 \times 0.7 + 0.5 \times 0.4 \times 0.7 + 0.5 \times 0.6 \times 0.3) \\ + 1 \times (0.5 \times 0.6 \times 0.7)$$

$$= 0.078 + 0.264 + 0.21$$

$$= 0.552$$