

一 填空题

1. 随机变量 X 的分布律为 $P\{X=k\}=\frac{c}{k+1}, (k=1,2)$, 则 $c=$ _____。
2. 已知正常男性成人血液中, 每毫升白细胞平均数是 7300, 标准差是 700。设 X 表示每毫升白细胞数, 利用切比雪夫不等式估计 $P\{5200 < X < 9400\}$ _____
4. 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $p(x,y)=\begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$, 则 $P\left\{X < \frac{1}{2}, Y < \frac{1}{2}\right\} =$ _____。
5. 设随机变量 $X \sim N(0,1)$, 求 $Y=|X|$ 的概率密度函数为 $f_Y(y)=$ _____。
6. 若 $X \sim U(a,b)$, (X_1, X_2, \dots, X_n) 是 X 的样本, 记样本均值为 \bar{X} , 样本方差为 S^2 , 则 $D\bar{X} =$ _____, $ES^2 =$ _____。

二 选择题

1. 袋内有 3 个白球 7 个黑球. 每次从袋中任取一球, 取出的球不再放回, 则第 3 次才取得白球的概率为 ()。

(A) $\frac{3}{10}$ (B) $\frac{7}{40}$ (C) $\frac{3}{7}$ (D) $\frac{5}{21}$

2. 破译三段密码, 设 A_i 表示“第 i 道密码被破译出来”($i=1, 2, 3$) 则“密码未被全部破译出”可表示为 ()。

(A) $\overline{A_1} \overline{A_2} \overline{A_3}$ (B) $\overline{A_1} A_2 A_3 \cup A_1 \overline{A_2} A_3 \cup A_1 A_2 \overline{A_3}$
(C) $\overline{A_1} \cup \overline{A_2} \cup \overline{A_3}$ (D) $\overline{A_1} A_2 A_3 \cup \overline{A_1} \overline{A_2} A_3 \cup \overline{A_1} \overline{A_2} \overline{A_3}$

3. 已知总体 X 服从 $[0, \lambda]$ 上的均匀分布 (λ 未知), (X_1, X_2, \dots, X_n) 是来自总体 X 的样本, 以下是统计量的是 ()。

(A) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - \frac{\lambda}{2}$ (B) $X_1 + X_2 + X_3$

$$(C) \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - E(X)$$

$$(D) \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 + D(X)$$

4. 设 (X_1, X_2, \dots, X_n) 为总体 $N(1, 2^2)$ 的一个样本, \bar{X} 为样本均值, 则下列结论中正确的是 ()

$$(A) \frac{\bar{X} - 1}{2/\sqrt{n}} \sim t(n);$$

$$(B) \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n (X_i - 1)^2 \sim F(n, 1);$$

$$(C) \frac{\bar{X} - 1}{\sqrt{2}/\sqrt{n}} \sim N(0, 1);$$

$$(D) \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n (X_i - 1)^2 \sim \chi^2(n).$$

5. 设连续型随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为

$$p(x, y) = \begin{cases} 1/\pi, & x^2 + y^2 \leq 1; \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad \text{则 } X, Y \text{ 为()的随机变量.}$$

(A) 独立同分布;

(B) 独立不同分布;

(C) 不独立同分布;

(D) 不独立不同分布。

6. 假设检验中分别用 H_0 和 H_1 表示原假设和备择假设, 则显著性水平 α 的含义为().

(A) $P\{\text{接受 } H_0 | H_0 \text{ 为真}\}$

(B) $P\{\text{接受 } H_0 | H_0 \text{ 为不真}\}$

(C) $P\{\text{拒绝 } H_0 | H_0 \text{ 为真}\}$

(D) $P\{\text{拒绝 } H_0 | H_0 \text{ 为不真}\}$

7. 设 X_1, X_2 是来自总体 $N(\mu, 1)$ 的容量为 2 的样本, 其中 μ 为未知参数, 则以下四个关于 μ 的估计量, 只有 () 有是 μ 的无偏估计量.

$$(A) \frac{2}{3} X_1 + \frac{2}{3} X_2; \quad (B) \frac{3}{4} X_1 - \frac{1}{4} X_2; \quad (C) \frac{5}{4} X_1 + \frac{1}{4} X_2; \quad (D) \frac{6}{5} X_1 - \frac{1}{5} X_2;$$

8. 以下哪个大数定律说明频率的极限是概率 ()

(A) 切比雪夫大数定律

(B) 泊松大数定律

(C) 伯努利大数定律

(D) 辛钦大数定律

三 计算题

1、某一城市有 25% 的汽车废气排放量超过规定, 一废气排放量超标的汽车有 0.99 的概率不能通过城市检验站的检验。而一废气排放量未超标的汽车也有 0.17 的概率不能通过检验, 求 (1) 汽车未通过检验的概率 (2) 一辆未通过检

验的汽车废气排放量确实超标的概率。

2. 有一批建筑房屋用的木柱，其中 80% 的长度不小于 3m. 现从这批木柱中随机地取出 100 根，试用中心极限定理计算至少有 30 根短于 3m 的概率.

3. 设随机变量 X 的概率密度函数为
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & x \geq 0, \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (\theta \text{ 为未知参数}),$$

(1) 求参数 θ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}$; (2) $\hat{\theta}$ 是否是 θ 的无偏估计量; (3) 求 $D(\hat{\theta})$.

4. 正常人的脉搏平均为 72 次/分, 现某医生测得 10 例铅中毒患者的脉搏(次/分)如下:

54 67 78 68 70 67 66 70 69 65

已知铅中毒者的脉搏服从正态分布，试问：

(1) 铅中毒者和正常人的脉搏有无显著的差异? ($\alpha = 0.05$)

(2) 求铅中毒者脉搏的标准差的置信水平为 95% 的置信区间。

($t_{0.975}(9) = 2.2622$, $t_{0.975}(10) = 2.2281$, $(9) = 19.023$, $(9) = 2.700$.)

5. 已知 (X, Y) 的联合分布律为

$X \backslash Y$	0	1	2
0	0.10	0.25	0.15
1	0.15	0.20	0.15

求 (1) $Z = X + Y$ 的概率分布; (2) $X^2 Y^2$ 的数学期望; (3) X^2 与 Y^2 的协方差.

6. 设随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$p(x, y) = \begin{cases} cx^2, & 0 < x < 1, 0 < y < x \\ 0, & \text{其它} \end{cases}.$$

- (1) 求常数 c ;
- (2) 求 $Z = X - Y$ 的概率密度。