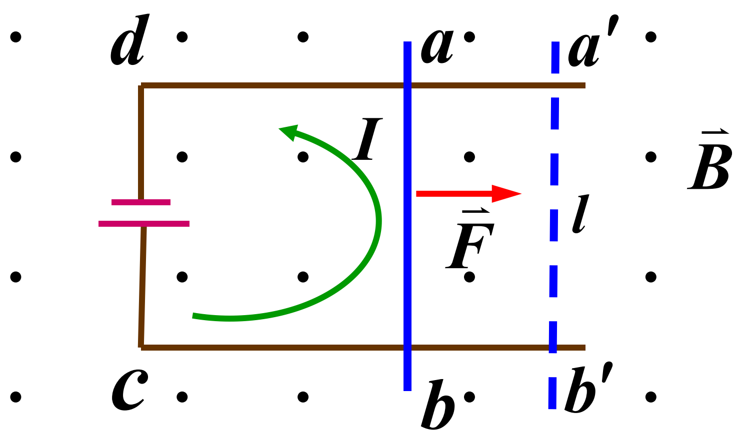
$$d\vec{\mathbf{F}} = Id\vec{\mathbf{l}} \times \vec{\mathbf{B}}$$

$$\vec{\mathbf{M}} = \vec{\mathbf{P}}_m \times \vec{\mathbf{B}}$$

磁力的功

$$\therefore \quad A = I(\Phi - \Phi_0) = I\Delta\Phi$$



8-7　磁场中的磁介质

一　磁介质的磁化

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$$

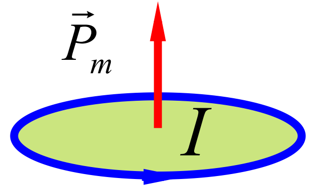
磁介质中的总磁感强度

真空中的磁感强度

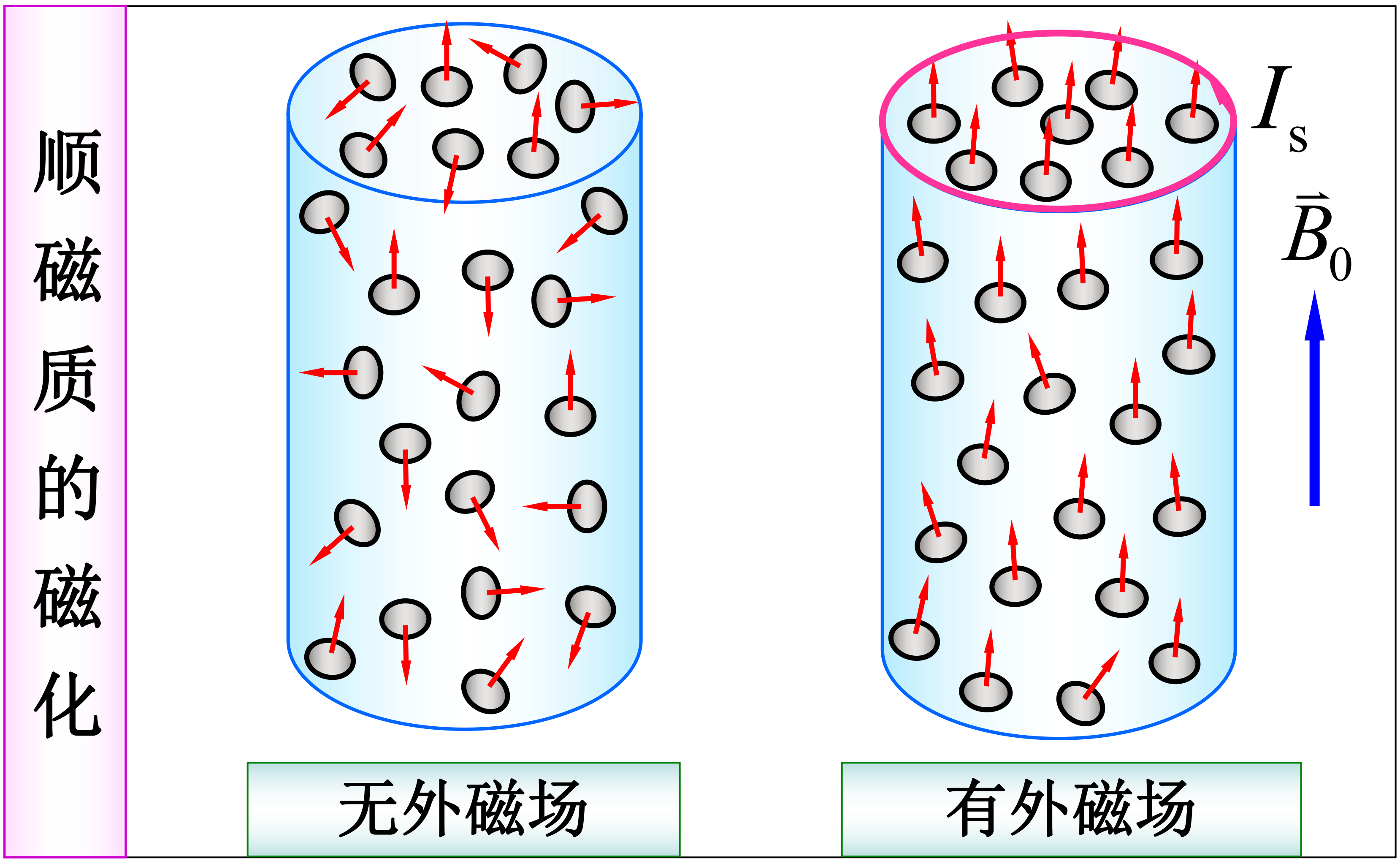
介质磁化后的附加磁感强度

顺磁质	$\vec{B} > \vec{B}_0$	（铝、氧、锰等）	弱磁质
抗磁质	$\vec{B} < \vec{B}_0$	（铜、铋、氢等）	弱磁质
铁磁质	$\vec{B} >> \vec{B}_0$	（铁、钴、镍等）	

分子圆电流和磁矩

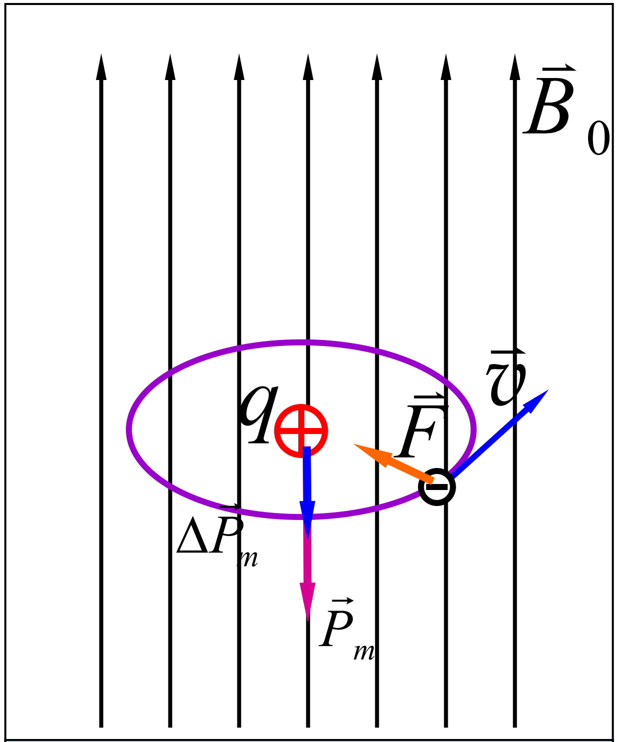


$$B = B_0 + B^{'}$$

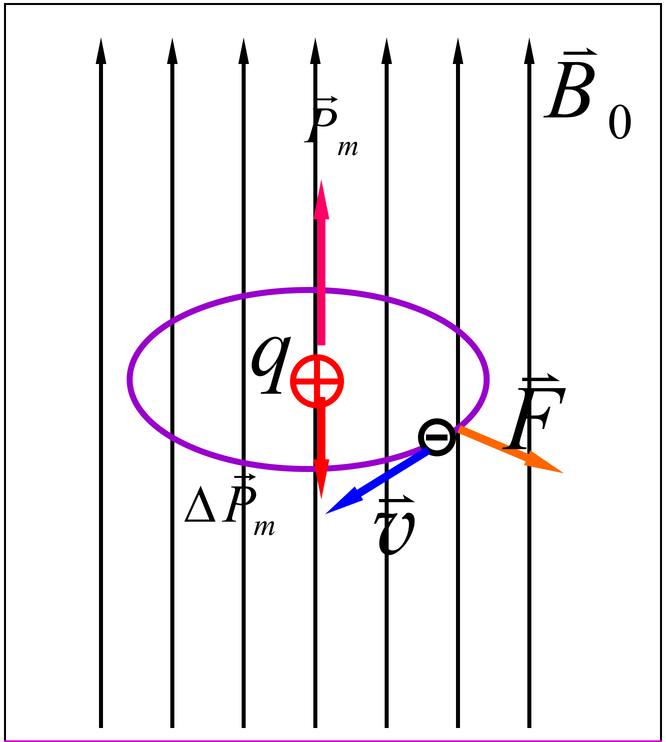


无外磁场时抗磁质分子磁矩为零 $\vec{P}_m = 0$

抗磁质的磁化



$\vec{P}_m, \vec{B}_0$ 反向时



$\vec{P}_m, \vec{B}_0$ 同向时

抗磁质内磁场 $B = B_0 - B'$

二　磁化强度　磁化电流

磁化强度矢量

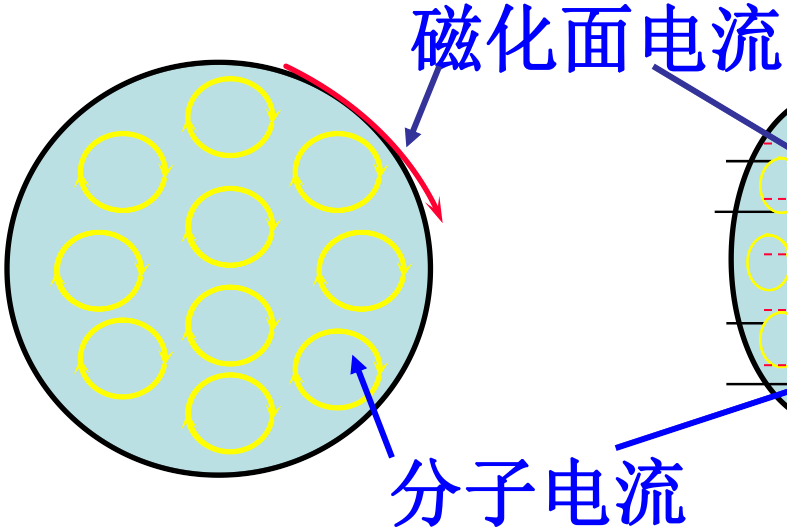
$$\vec{M}=\frac{\sum\vec{P}_m}{\Delta V}$$

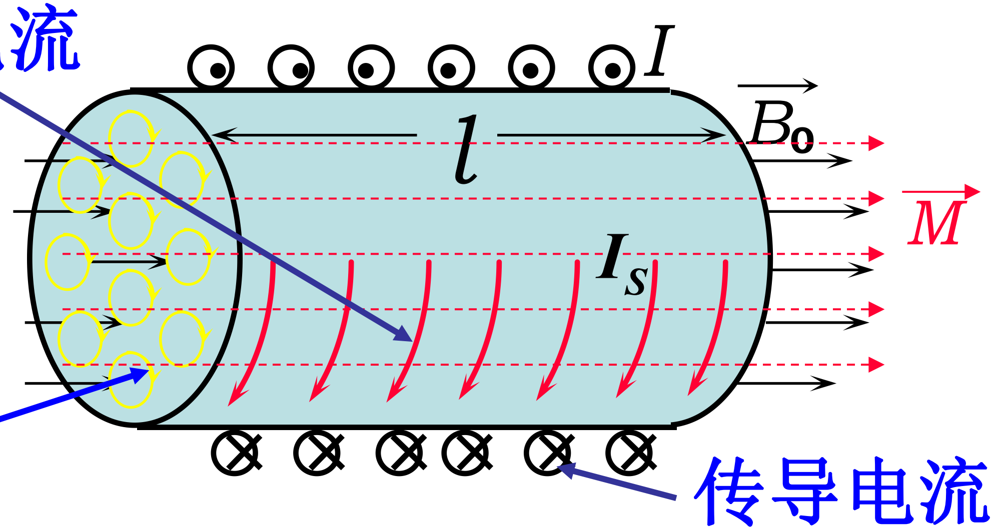
分子磁矩的矢量和

体积元

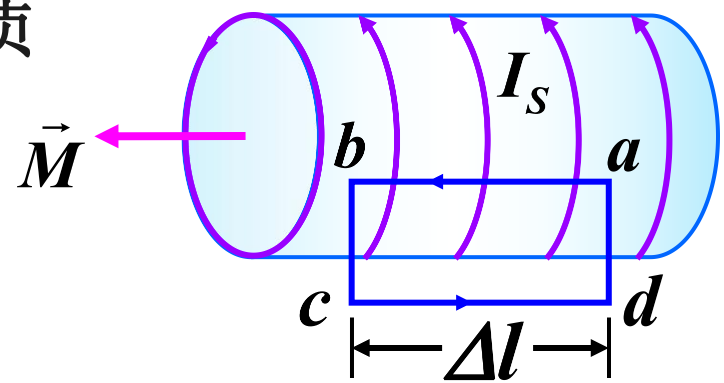
意义　磁介质中单位体积内分子的合磁矩.

磁化面电流 I_s——在均匀外磁场中，各向同性均匀的磁介质被磁化，沿着柱面流动未被抵消的分子电流。





设无限长螺线管内充满磁介质



磁化(面)电流密度 j_s

— 磁介质表面上单位长度 的磁化(面)电流

长度Δl的圆柱体上磁化面电流 为$I_s = j_s \Delta l$

总磁矩 $\sum \vec{p}_m = j_s \Delta l S$ $\qquad M = \dfrac{\sum \vec{p}_m}{\Delta V} = \dfrac{j_s \Delta l S}{\Delta l\, S} = j_s$

取 $a\,b\,c\,d$ 回路 $\qquad \vec{j}_s = \vec{M} \times \hat{n} \qquad (\sigma' = \vec{p} \cdot \hat{n})$

$$\oint \vec{M} \cdot d\vec{l} = \int_{ab} \vec{M} \cdot d\,\vec{l} = M \cdot \overline{ab} = j_s \cdot \Delta l = I_s$$

I_s – 通过 $a\,b\,c\,d$ 回路的总磁化 (面)电流

$$\oint \vec{M} \cdot d\,\vec{l} = I_s$$

8-8 有磁介质的高斯定理和安培环路定理

一 有磁介质时的高斯定理

$$\vec{B} = \vec{B}_o + \vec{B}'$$

由于$\vec{B}_o$和$\vec{B}'$性质相同， 即$\oiint \vec{B}_o \cdot d\vec{S} = O$

$$\oiint \vec{B}' \cdot d\vec{S} = O$$

$$\therefore \quad \oiint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oiint (\vec{B}_o + \vec{B}') \cdot d\vec{S} = O$$

二 有磁介质时的环路定理　　磁场强度

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o (\sum I + \sum I_S)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o (\sum I + \oint \vec{M} \cdot d\vec{l})$$

$$\oint \frac{\vec{B}}{\mu_0} \cdot d\vec{l} - \oint \vec{M} \cdot d\vec{l} = \sum I$$

$$\oint \frac{\vec{B}}{\mu_0} \cdot d\vec{l} - \oint \vec{M} \cdot d\vec{l} = \sum I \qquad \oint \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}\right) \cdot d\vec{l} = \sum I$$

令 $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$ $\quad \vec{H}$：磁场强度

$$\boxed{\therefore \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I}$$ 有磁介质时的安培环路定理

$\vec{H}$的环流仅与传导电流有 关

$\vec{H}$与传导电流和磁化电流 都有关 $\quad (\vec{D})$

三 磁化率 三个磁矢量的关系

$$\boxed{\vec{M} = \chi_m \vec{H}}$$

χ_m称为磁化率 (纯数)

$$\boxed{\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}}$$

$$\vec{B} = \mu_o \vec{H} + \mu_o \vec{M} = \mu_o \vec{H} + \mu_o \chi_m \vec{H} = \mu_o (1 + \chi_m) \vec{H}$$

令 $\mu_r = 1 + \chi_m$ $\quad \boxed{\therefore \vec{B} = \mu_o \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}}$ $\quad \boxed{\mu = \mu_o \mu_r}$

μ、μ_r、χ_m关系 $\begin{cases} 1+\chi_m=\mu_r \\ \mu=\mu_0\mu_r \end{cases}$ $\quad\quad$ $\begin{matrix} 1+\chi_e=\varepsilon_r \\ \varepsilon=\varepsilon_o\varepsilon_r \end{matrix}$

$\chi_m > o \quad (\mu_r > 1)$ 顺磁质

$\chi_m < o \quad (\mu_r < 1)$ 抗磁质

$\chi_m >> o \quad (\mu_r >> 1)$ 铁磁质

真空中，$\mu_r = 1$ 或$\chi_m = o$

$$\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum I \Rightarrow \vec{H} \qquad \oiint \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sum q_0 \Rightarrow \vec{D}$$

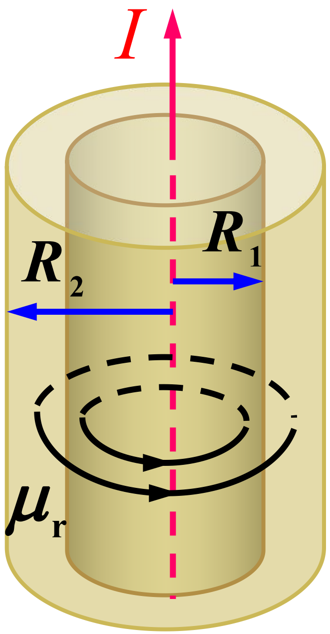
$$\vec{B}=\mu_o\mu_r\vec{H}\Rightarrow\vec{B} \qquad \vec{D}=\varepsilon_o\varepsilon_r\vec{E}\Rightarrow\vec{E}$$

$$\vec{M}=\chi_m\vec{H}\text{或}\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{M}\Rightarrow\vec{M} \qquad \vec{P}=\varepsilon_o\chi_e\vec{E}\text{或}\vec{D}=\varepsilon_o\vec{E}+\vec{P}\Rightarrow\vec{P}$$

$$\vec{j}_s=\vec{M}\times\hat{n}\Rightarrow\vec{j}_s \qquad \sigma'=\vec{p}\cdot\hat{n}\Rightarrow\sigma'$$

例1.无限长圆柱形直导线外 面包一层磁介质(μ_r)

求：1.介质内外$\vec{B}$和$\vec{H}$的分布 2.介质内外表面的 j_s



$$\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum I$$

1. $r<R_1$ $\quad H\cdot 2\pi r = \dfrac{I}{\pi R_1^2}\pi r^2$

$$H = \frac{I\,r}{2\pi\,R_1^2}$$

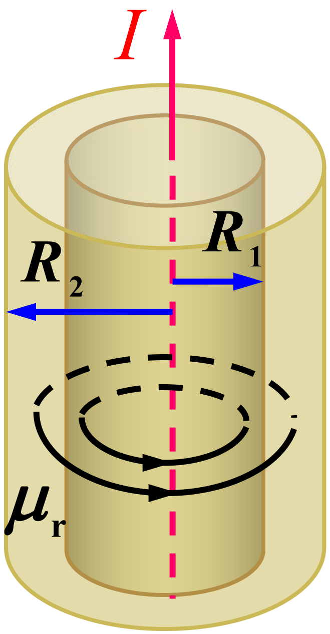
$$B = \mu_o\mu_r H \Rightarrow \quad B = \frac{\mu_o I\,r}{2\pi\,R_1^2}$$

$R_1<r<R_2$ $\quad H\cdot 2\pi r = I \Rightarrow H = \dfrac{I}{2\pi r}$

$$B = \mu_0\mu_r H \Rightarrow B = \frac{\mu_o\mu_r I}{2\pi\,r}$$

$r > R_2 \qquad H \cdot 2\pi r = I = H \dfrac{I}{2\pi r} \qquad \boldsymbol{B} = \mu_o \mu_r \boldsymbol{H} \Rightarrow \quad \boldsymbol{B} = \dfrac{\mu_o \boldsymbol{I}}{2\pi\, r}$

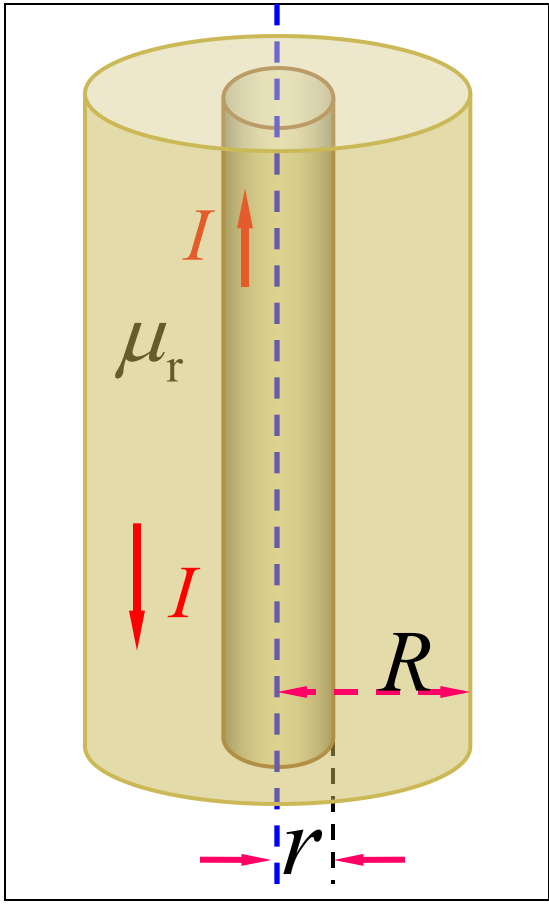
2. $j_s = M \qquad M = x_m H = (\mu_r - 1) H$



$$\vec{j}_s = \vec{M} \times \hat{n} \qquad (\sigma' = \vec{p} \cdot \hat{n})$$

$r = R_1 \qquad j_s = (\mu_r - 1)\dfrac{I}{2\pi R_1}$

$r = R_2 \qquad j_s = -(\mu_r - 1)\dfrac{I}{2\pi R_2}$

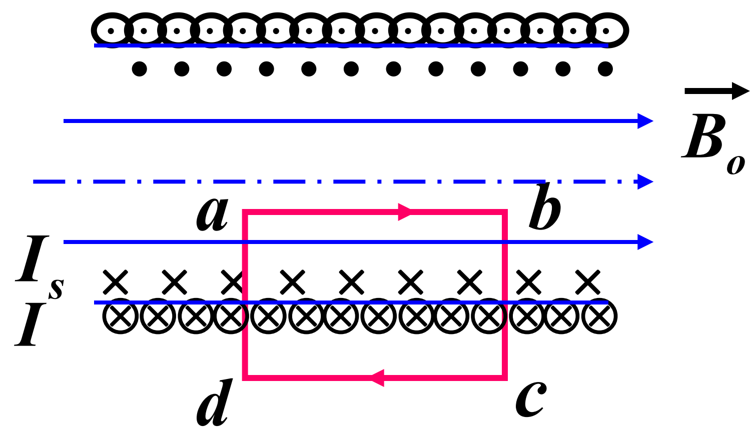


扩展：$\quad r < d < R \qquad B = \dfrac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi\, d}$

$d < r, d > R \qquad B = 0$

例2. 无限长螺线管内充满顺　磁质(μ_r)

单位长度匝数n



真空 $\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum I$

$$H_o \overline{ab} = n\,\overline{ab}\,I$$

$H_o = nI$ 向右

$B_o = \mu_o \mu_r H_o = \mu_o H_0 = \mu_0 n I$ 向右

$$M_o = \chi_m H_o = o, \qquad j_s = M_o = o$$

充介质 $\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = H\cdot \overline{ab} = n\overline{ab}I \Rightarrow H = nI = H_o$ 向右

$B = \mu_o \mu_r H = \mu_o \mu_r n I = \mu_r B_o$ 向右

$M = \chi_m H = (\mu_r - 1) n I$ 向右

$j_s = M = (\mu_r - 1) n I$ 　　I_s与I同向

稳恒电流的磁场

一、毕奥—萨伐尔定律

$$\vec{B}=\int \mathrm{d}\vec{B}=\int \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$

二、运动电荷的磁场

$$\boxed{\vec{B}=\frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}N}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{r}}{r^3}}$$

三、磁场中的高斯定理

$$\boxed{\oint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0}$$

四、磁场中的安培环路定理 $\boxed{\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i}$

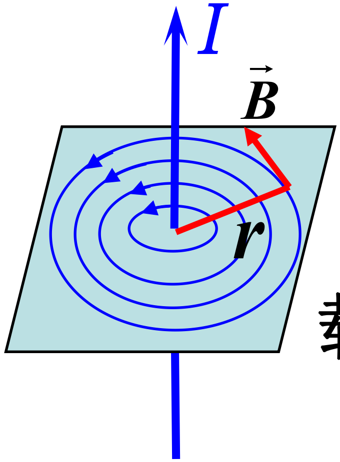
五、洛伦兹力 $\boxed{\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v}\times\vec{B}}$ $R = \dfrac{mv_0}{qB}$ $T = \dfrac{2\pi R}{v_0} = \dfrac{2\pi m}{qB}$

螺距 $d = v_{//}T = v\cos\theta\dfrac{2\pi m}{qB}$

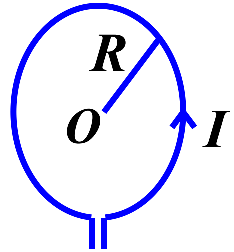
六、安培力 $\vec{F} = \int_l d\vec{F} = \int_l I d\vec{l}\times\vec{B}$

七、磁力矩 $\vec{M} = IS\vec{e}_n\times\vec{B} = \vec{P}_m\times\vec{B}$

八、磁力的功 $A = I\Delta\Phi$



$$B=\frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I}{r}$$



$$B_0=\frac{\mu_0 I}{2R}$$

载流直导线有限长

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\sin\beta_2-\sin\beta_1)$$

无限长 $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi a}$ 半无限长 $B=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi a}$

载流直螺线管的磁场

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 nI}{2}\left(\cos\beta_2-\cos\beta_1\right)}$$

无限长的螺线管

$$\boxed{B=\mu_0 nI}$$

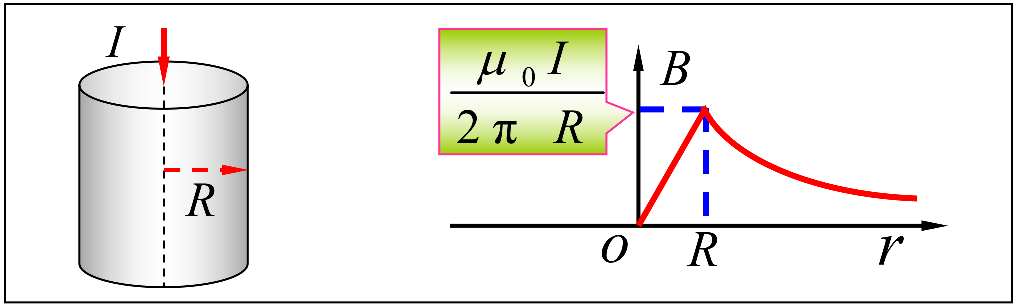
半无限长螺线管

$$\boxed{B=\frac{1}{2}\mu_0 nI}$$

无限长载流圆柱体的磁场

$$0<r<R \quad B=\frac{\mu_0 Ir}{2\pi R^2}$$

$$r>R \quad B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



无限长载流圆柱面的磁场

$$0<r<R, \quad B=0$$

$$r>R, \quad B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

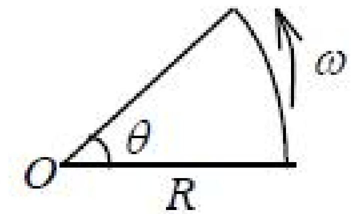
无限大载流平面

$$B=\frac{\mu_0 i}{2}$$

真空中静电场与恒磁场的对比

	静电场（有源）	稳恒磁场（无源）
基本场量	E、U（保守场）	B（涡旋场）
基元场	$\mathrm{d}\vec{E} = \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\vec{r}_0}{r^2}$	$d\vec{\mathrm{B}} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{\mathrm{I}d\vec{\mathrm{l}} \times \vec{\mathrm{r}}_0}{\mathrm{r}^2}$
高斯定理	$\oint_s \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{S}} = \dfrac{\sum q}{\varepsilon_0}$	$\oint_s \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{S}} = 0$
环路定理	$\oint_L \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} = 0$	$\oint_L \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} = \mu_0 \sum I$
场力	$d\vec{\mathbf{F}} = dq.\vec{\mathbf{E}}$ $\vec{\mathbf{M}} = \vec{\mathbf{P}}_e \times \vec{\mathbf{E}}$	$\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{V}} \times \vec{\mathbf{B}}$ $\quad d\vec{\mathbf{F}} = Id\vec{\mathbf{l}} \times \vec{\mathbf{B}}$ $\vec{\mathbf{M}} = \vec{\mathbf{P}}_m \times \vec{\mathbf{B}}$

22、如图所示，一扇形薄片，半径为 R，张角为θ，其上均匀分布正电荷，面电荷密度为σ，薄片绕过角顶 O 点且垂直于薄片的轴转动，角速度为ω．求：



（1）O 点处的磁感强度．

（2）带电薄片的磁矩

22、解 （1）$dI' = \dfrac{\omega}{2\pi} dq = \dfrac{\omega}{2\pi} \sigma\theta r\, dr$ （3 分）

$$dB = \frac{\mu_0 dI'}{2r} = \frac{\mu_0 \sigma\theta\omega}{4\pi} dr \quad （2\text{分}） \quad B = \int_0^R \frac{\mu_0 \sigma\theta\omega}{4\pi} dr = \frac{\mu_0 \sigma\theta\omega R}{4\pi} \quad （2\text{分}）$$

(2) $dP_m = \pi r^2 dI' = \dfrac{1}{2}\omega\sigma\theta\, r^3 dr \quad P_m = \displaystyle\int_0^R \dfrac{1}{2}\omega\,\sigma\theta r^3 dr = \dfrac{1}{8}\omega\,\sigma\theta R^4$ （3 分）

23、如图，半径为 a，带正电荷且线密度是 λ (常量)的半圆以角速度 ω 绕轴 $O'O''$ 匀速旋转．求：O 点的 $\vec{B}$；

23 解：等效电流圆环元的叠加

$$dI = \frac{\omega}{2\pi} dq = \frac{\omega\lambda}{2\pi} a d\theta \quad （3 分）$$

$$dB = \frac{\mu_0 a^2 \sin^2\theta}{2a^3} dI = \frac{\mu_0\omega\lambda}{4\pi} \sin^2\theta d\theta \quad （4 分）$$

$$B = \int_0^{\pi} \frac{\mu_0\omega\lambda}{4\pi} \sin^2\theta d\theta = \frac{\mu_0\omega\lambda}{8} = \frac{\mu_0\omega q}{8\pi a} \quad （3 分）$$

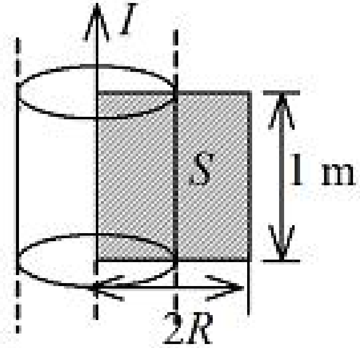
或者运动电荷的叠加

$$dB = \frac{\mu_0 \lambda a d\theta a \cos\theta \omega}{4\pi a^2} \quad (4 分)$$

$$dB_y = dB\cos\theta = \frac{\mu_0 \lambda a d\theta a \cos^2\theta \omega}{4\pi a^2} \quad （3 分）$$

20. (本题10分)(2006)

一无限长圆柱形铜导体(磁导率μ_0)，半径为 R，通有均匀分布的电流I．今取一矩形平面S(长为1 m，宽为2 R)，位置如右图中画斜线部分所示，求通过该矩形平面的磁通量．



（20）**解：**由安培环路得内部 B=$\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2}r$ $(r \le R)$ （3分）

导体内磁通 $\Phi_1 = \int \vec{B}\cdot d\vec{s} = \int B ds = \int_0^R \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r dr = \frac{\mu_0 I}{4\pi}$ （2分）

外部 B=$\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ $(r > R)$ （2分）

导体外磁通 $\Phi_2 = \int \vec{B}\cdot d\vec{s} \int_R^{2R} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln 2$ （2分）

总磁通 $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} + \frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln 2$ （1分）