一、已知甲、乙两箱中装有同种产品, 其中甲箱中装有 4 件合格品和 3 件次品, 乙箱中仅装有 3 件合格品. 从甲箱中任取 3 件产品放入乙箱后，求:

（1）乙箱中的次品件数 X 的数学期望;

（2）从乙箱中任取一件产品是次品的概率.

二、设 X_i 表示邮局收到的第 i 件邮件的重量（单位：克）， $X_i \sim E(\frac{1}{20})$ ，每件邮件的重量相互独立，某天该邮局收到 100 件邮件. 试用中心极限定理估计这 100 件邮件的总重量小于 2100 克的概率. （答案用 $\Phi(x)$ 表示）

三、机器自动包装某食品，设定每袋食品的净重为 500(克),假设机器包装出来每袋重量服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$. 某天开工后为检查机器是否正常工作，从包装好的食品中随机抽取 9 袋检查，测得净重分别为: 497, 507, 510, 475, 488, 524, 491, 515, 512. 经计算得 $\overline{X}=502.1111$, $S_{n-1}^2=239.1111$.

(1) 在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下, 判断包装机的工作是否正常;

(2) 求每袋食品平均重量 μ 的置信水平为 95%的置信区间.

四、若 D 是以点（1，0)，(-1，0)，(0，1)，(0，-1）为顶点的矩形内部区域，二维随机变量（ X,Y ）在区域 D 内服从均匀分布.

（1）求（X,Y）的联合概率密度 $p(x,y)$ 及 X 的边际密度函数 $p_X(x)$；

（2）判断 X,Y 是否独立，并说明理由；

（3）求 $\mathrm{cov}(X,Y)$　　　（4）求 $P\{Y>\frac{1}{3}X\}$

（5）求 $P\{Y\le 0.2\,|\,X=0.5\}$　　　（6）求 $Z=X+Y$ 的概率密度函数

五、设总体 X 的概率密度为 $p(x)=\begin{cases}\theta, & 0<x<1,\\ 1-\theta, & 1\le x<2,\\ 0, & \text{其他.}\end{cases}$，其中 θ 是未知参数（$0<\theta<1$），$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本.

1) 求参数 θ 的矩估计量，并判断这个估计是否为无偏的.

2) 求当样本观测值为 1/2, 1/3, 1/5, 3/2 时, 参数 θ 的极大似然估计值.

六、选择题:

1、随机变量 X,Y 独立同分布于 $U(0,2)$，则 $P(X\ne Y)=$　　　　（　　　）

（A）1　　（B）$\frac{1}{2}$　　（C）$\frac{1}{4}$　　（D）0

2、 设随机变量 $X\sim N\left(0,1\right),Y\sim N\left(1,4\right)$ 且相关系数 $\rho_{XY}=-1$，则　　（　　）

(A) $P\left\{Y=-2X+1\right\}=1$　　(B) $P\left\{Y=2X-1\right\}=1$

(C) $P\left\{Y=-2X-1\right\}=1$　　(D) $P\left\{Y=2X+1\right\}=1$

3、设 X_1,X_2,X_3,X_4 是来自总体 $N(\mu,1)$ 的样本,则统计量 $\dfrac{X_1-X_2}{\left|X_3-X_4\right|}$ 的分布为　　(　　)

（A） $N(0,1)$　　（B） $t(1)$　　（C） $t(2)$　　（D） $F(1,1)$

4、设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 来自总体 X 的样本,$\overline{X}$ 为样本均值,$S_n^2=\frac{1}{\mathrm{n}}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2$，则　　(　　)

(A) $\overline{X}=EX$;　　(B) $ES^2{}_n=EX^2-E\left(\overline{X}\right)^2$;

(C) $D\overline{X}=DX$;　　(D) $\lim\limits_{n\to\infty}\overline{X}=EX$.

5、设随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 独立同分布,方差均为 σ^2,令 $Y=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，则　　（　　）

(A) $D(X_1+Y)=\dfrac{n+2}{n}\sigma^2$　　(B) $D(X_1-Y)=\dfrac{n-1}{n}\sigma^2$

(C) $\mathrm{cov}(X_1,Y)=\dfrac{1}{n}\sigma^2$　　(D) $\mathrm{cov}(X_1,Y)=\sigma^2$

6、根据 18 组的观测数据已算出某一元线性回归问题的判定系数 R^2 为 0.81,总离差平方和 SST=100, 则该回归的残差平方和 SSE 为　　(　　)

(A) 0.19　　(B) 0.9　　(C) 0.225　　(D) 19

七.填空题：

1、某人的一串钥匙上有 10 把钥匙，其中只有一把钥匙能打开办公室的门. 他随意地用这串钥匙中的某一把去开门，每把试开一次后除掉.问他第三次打开门的概率为______.

2、设随机事件 A 与 B 相互独立， A 与 C 相互独立， B 与 C 互不相容，若已知 $P(A)=\frac{1}{2},P(A-B)=\frac{1}{3},P\left(AC\mid AB\cup C\right)=\frac{1}{4}$，则 $P(\mathrm{C})=$________.

3、已知随机变量 $X\sim U(-1,1)$，则 $Y=e^X$ 的概率密度为:________.

4、设随机变量 X_1,X_2,X_3,X_4 相互独立，均服从 $B(5,0.4)$, $Y=\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}X_i$，则 $DY=$______.

5、设随机变量 X 的概率密度为 $p_X(x)=\begin{cases}\dfrac{3}{2}x^2, & x\in(-1,1)\\ 0, & 其他\end{cases}$，令 $Y=-X$，二维随机变量 (X,Y) 的联合分布函数为 $F(x,y)$，则 $F\left(\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{4}\right)=$____________.

6、设随机变量 X 与 Y 相互独立，且均服从 $N(1,4)$，则 $P\left\{\max(X,Y)\geq 1\right\}=$_____.

7、已知随机变量 $X\sim N(1,1),\quad Y\sim E(1),\quad Z\sim P(4)$，且 $Cov(X,Y)=0.5$，试用切比雪夫不等式估计 $P\{|X-Y|\geq E(Z)\}\leq$________________.