《线性代数》模拟题三

考试方式：闭卷　　学分：2.5　考试时间：110 分钟

阅卷人	得分

一、填空题(每空 3 分，共 30 分)

1.方程 $Ax=b$ 有解的充分必要条件是___________.

2.设 A 为三阶可逆方阵, $|A|=2$, 则 $|(2A)^{-1}|=$______.

3.设方阵 A 满足 $A^2+E=0$, 则 $(A-E)^{-1}=$_________.

4. $A=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&4&7\\0&3&5\end{pmatrix}$，则 $A^{-1}=$___________.

5.设1,2,3是三阶矩阵 A 的特征值，则 $|A|=$______.

6.设 A、B 都是 n 阶对称阵，则 AB 是对称阵的充分必要条件为___________.

7. $\beta_1=\alpha_1+\alpha_2$，$\beta_2=\alpha_2+\alpha_3$，$\beta_3=\alpha_3+\alpha_4$，$\beta_4=\alpha_4+\alpha_1$，向量组 β_1，β_2，β_3，β_4 线性_____.

8. $n(n>3)$ 元线性方程组 $AX=0$，其解集为 S，已知 $R(S)=2$，则 $R(A)=$__________.

9.向量组 $A:\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性相关，则 $R(A)$____4.

10.已知方程组 $\begin{cases}\lambda x_1+x_2=0\\x_1+\lambda x_2=0\end{cases}$,则当 λ______时,方程组有非零解.

阅卷人	得分

二计算题（24 分）

1、(12 分).计算行列式 $D=\begin{vmatrix}2&4&5&3\\3&1&6&5\\7&-1&9&13\\5&0&3&8\end{vmatrix}$

2、(12 分) 设 $\begin{cases} (2-\lambda)x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + (5-\lambda)x_2 - 4x_3 = 2 \\ 2x_1 + 4x_2 + (\lambda-5)x_3 = \lambda+1 \end{cases}$

问 λ 为何值时，此方程组有惟一解、无解或有无穷多解？并在有无穷多解时求其通解.

.

阅卷人	得分

二计算题（24 分）

1、(12 分) 用初等行变换求下列列向量组的秩，求该向量组的一个最大无关组，并把其余列向量用最大无关组线性表示.

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}, \alpha_4 = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2、求一个正交变换 $x = py$，把二次型 $f = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_2x_3$ 化为标准形，并判定此二次型的正定性.(12 分)

阅卷人	得分

三、证明题(22 分)

1、(12 分) 设 A 为 n 阶矩阵（$n > 2$），A^* 为 A 的伴随阵，证明

$$R(A^*) = \begin{cases} n \quad , \quad \text{当} R(A) = n, \\ 1 \quad , \quad \text{当} R(A) = n-1 \\ 0 \quad , \quad \text{当} R(A) \le n-2 \end{cases}$$

2、(10 分) 设 A 为 n 阶方阵，证明：A 的秩 $R(A) = 1$ 的充分必要条件是存在非零列向量 α 及非零行向量 β^T，使 $A = \alpha\beta^T$.