## 《线性代数》模拟题三

考试方式: 闭卷 学分: 2.5 考试时间: 110 分钟

填空题(每空 3 分, 共 30 分)

- 1. 方程 Ax = b 有解的充分必要条件是
- 2.设 A 为三阶可逆方阵, |A|=2, 则 $|(2A)^{-1}|=$ \_\_\_\_\_.
- 3.设方阵 A 满足  $A^2 + E = 0$ , 则  $(A E)^{-1} =$ \_\_\_\_\_\_.

$$4. A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 7 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad \text{M} A^{-1} = \underline{\qquad}.$$

- 5.设1,2,3 是三阶矩阵 A 的特征值,则  $|A| = ____$
- 6.设A、B都是n阶对称阵,则AB是对称阵的充分必要条件为\_\_\_\_\_\_

7. 
$$\beta_1 = \alpha_1 + \alpha_2$$
,  $\beta_2 = \alpha_2 + \alpha_3$ ,  $\beta_3 = \alpha_3 + \alpha_4$ ,  $\beta_4 = \alpha_4 + \alpha_1$ , 向量

组
$$\beta_1$$
,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$ ,  $\beta_4$ 线性\_\_\_\_.

8. n(n > 3) 元线性方程组 AX = 0, 其解集为 S, 已知 R(S) = 2, 则

$$R(A) = \underline{\hspace{1cm}}$$

9.向量组 $A: \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性相关,则R(A)\_\_\_4.

10.已知方程组
$$egin{cases} \lambda x_1 + x_2 &= 0 \ x_1 + \lambda x_2 &= 0 \end{cases}$$
,则当 $\lambda$  \_\_\_\_\_\_时,方程组有非零解.

阅卷人	得分

**二计算题 (24分)**
1、(12分).计算行列式 
$$D = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 & 3 \\ 3 & 1 & 6 & 5 \\ 7 & -1 & 9 & 13 \\ 5 & 0 & 3 & 8 \end{bmatrix}$$

2、(12 分) 设 
$$\begin{cases} (2-\lambda)x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1\\ 2x_1 + (5-\lambda)x_2 - 4x_3 = 2\\ 2x_1 + 4x_2 + (\lambda - 5)x_3 = \lambda + 1 \end{cases}$$

问  $\lambda$  为何值时, 此方程组有惟一解、无解或有无穷多解?并在有无穷多解时求其通解.

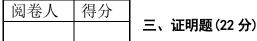
阅卷人	得分	
		=

## **ニ计算题(24 分)**

1、(12分)用初等行变换求下列列向量组的秩,求该向量组的一个最大无关组,并 把其余列向量用最大无关组线性表示.

$$\alpha_{1} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha_{2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}, \alpha_{3} = \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}, \alpha_{4} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2、求一个正交变换 x = py, 把二次型  $f = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_2x_3$  化为标准形, 并判定此二次型的正定性(12分)



1、(12分)设A为n阶矩阵(n>2),  $A^*$ 为A的伴随阵,证明

$$R(A^*) = \begin{cases} n & , & \stackrel{\triangle}{=} R(A) = n, \\ 1 & , & \stackrel{\triangle}{=} R(A) = n - 1 \\ 0 & , & \stackrel{\triangle}{=} R(A) \le n - 2 \end{cases}$$

2、(10 分) 设 A 为n阶方阵,证明: A 的秩 R(A) = 1的充分必要条件是存在非 零列向量 lpha 及非零行向量  $oldsymbol{eta}^T$  , 使  $A=lphaoldsymbol{eta}^T$  .