海南大学 2015-2016 学年度第 2 学期试卷

科目：《高等数学 A1》（下）试题(A 卷)

姓名：____________________ 学　　号：______________

学院：____________________ 专业班级：______________

成绩登记表（由阅卷教师用红色笔填写）

大题	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

阅卷教师：　　　　　　　　　　　　　　　　　2016 年　　月　　日

考试说明：本课程为**闭卷**考试，可携带__________。

得分	阅卷教师

一、填空题（每题 3 分，共 15 分,在以下各小题中画有____处填上答案）

1、若 $e^{xyz}=3$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$____________________；

2、$f(x,y)=\sqrt{x^2-y^2}+\ln(xy)$ 的定义域为____________________；

3、若 $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}u_n(x)$ 在 $x=x_0$ 处收敛，则 $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n(x_0)=$____________________；

4、经过点 $A(1,2,3)$ 及点 $B(0,1,1)$ 的直线方程为____________________；

5、$f(x,y)=x^2+y^3$ 沿从点 $A(1,1)$ 到点 $B(4,5)$ 的方向的方向导数 $\dfrac{\partial f}{\partial l}=$____________________。

得分	阅卷教师

二、**选择题**（每题 3 分，共 15 分，选择正确答案的编号，填在各题的括号内）

1、若 $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{u_{n+1}}{u_n}>1$，则对于正项级数 $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}u_n$，正确的是（　　）.

(A) $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=0$,　　(B) 级数收敛,

(C) 级数发散,　　(D) 无法判别级数的敛散性.

2、若 $F(x)=\int_1^{x^2}(xy)dy$ 在第一象限部分，则 $F'(1)=$（　　）.

(A) 2,　　(B) x^3,

(C) $2x^4$,　　(D) 1.

3、$\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{\sin(xy)}{x^2}=$（　　）.

(A) 1，　　(B) 2，

(C) 0，　　(D)极限不存在.

4、若 (x_0,y_0) 为 $f(x,y)$ 的极大值点，则正确的是（　　）.

(A) $f_{xx}(x_0,y_0)>0$,　　(B) $f_{xx}(x_0,y_0)<0$,

(C) $f_{xx}(x_0,y_0)=0$,　　(D) (x_0,y_0) 未必是驻点.

5、若级数 $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\dfrac{4n^3+5n+6}{n^k}$ 收敛，则正确的是（　　）.

(A) $k>3$,　　(B) $k>0$,

(C) $k>1$,　　(D) $k>4$.

得分	阅卷教师

三 、**计算题**（每小题 7 分，共 42 分）

1、求积分 $\iint_D y\sin(xy)dxdy$ ，其中 D 由直线 $y+x=1$，$y-x=1$ 以及 x 轴围成.

2、求 2 阶微分方程 $y''-3y'+2y=x$ 的通解.

.

3、求积分 $\iint_\Sigma (xyz)dS$ ，Σ 为平面 $x+y+z=1$ 在第一卦限部分.

4、将 e^{x^2} 展开成 x 的幂级数，并求该幂级数的收敛区间.

5、判别级数$\sum_{n=2}^{+\infty}\frac{\ln n}{n^3}$的敛散性.

6、已知$e^z - xyz = 3$，求全微分dz以及梯度∇z

得分	阅卷教师

四、证明题（每问 5 分，共 10 分）

1、设相关连续性，可导性满足，问题 1：已知对于由$f(x,y)=0$确定的一元函数有结论$\frac{dy}{dx}\times\frac{dx}{dy}=1$，那对于由$f(x,y,z)=0$确定的二元函数是否有$\frac{\partial y}{\partial x}\times\frac{\partial x}{\partial y}=1$成立，给出理由；问题 2：若已知$f(x^2,y^2,z^2)=0$，证明$\frac{\partial x}{\partial y}\times\frac{\partial y}{\partial z}\times\frac{\partial z}{\partial x}=-1$.

得分	阅卷教师

五、应用题（每小题 6 分，共 18 分）

1、 求函数 $f(x,y)=xy$ 在条件 $x+y=1$ 下的条件极值

2、 求 xy 平面内由直线 $x+y=1$，$x+y=4$，$y=2x$ 以及 $y=3x$ 所围区域 D 的面积

3、 求 $\oint_L (xy^2dx+yx^2dy)$，其中 L 为由圆周 $x^2+y^2=4$ 的上半部分以及 x 轴构成的封闭曲线，L 的方向为沿逆时针方向

2015 年《高等数学 A1》(下)试题(A 卷参考答案)

得分	阅卷教师

一、填空题(每题 3 分,共 15 分,在以下各小题中画有____处填上答案)

1、若 $e^{xyz}=3$,则 $\frac{\partial z}{\partial x}=$ ___$-\frac{z}{x}$___;

2、$f(x,y)=\sqrt{x^2-y^2}+\ln(xy)$ 的定义域为 $\{(x,y)\,|\,x^2\geq y^2 且 xy>0\}$;

3、若 $\sum_{n=1}^{+\infty}u_n(x)$ 在 $x=x_0$ 处收敛,则 $\lim_{n\to+\infty}u_n(x_0)=$ ___0___;

4、经过点 $A(1,2,3)$ 及点 $B(0,1,1)$ 的直线方程___$\frac{x}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{2}$ 或其它形式_;

6、$f(x,y)=x^2+y^3$ 沿从点 $A(1,1)$ 到点 $B(4,5)$ 的方向的方向导数 $\frac{\partial f}{\partial l}=$ $\frac{6}{5}x+\frac{12}{5}y^2$。

得分	阅卷教师

二、 **选择题**(每题 3 分,共 15 分,选择正确答案的编号,填在各题的括号内)

1、若 $\lim_{n\to+\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}>1$,则对于正项级数 $\sum_{n=1}^{+\infty}u_n$,正确的是(C).

(A) $\lim_{n\to+\infty}u_n=0$, (B) 级数收敛,

(C) 级数发散, (D) 无法判别级数的敛散性.

2、若 $F(x)=\int_1^{x^2}(xy)dy$ 在第一象限部分，则 $F'(1)=$（ A ）.

(A) 2, (B) x^3,

(C) $2x^4$, (D) 1.

3、$\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{\sin(xy)}{x^2}=$ （ D ）.

(A) 1， (B) 2，

(C) 0， (D)极限不存在.

4、若 (x_0,y_0) 为 $f(x,y)$ 的极大值点，则正确的是（ D ）.

(A) $f_{xx}(x_0,y_0)>0$, (B) $f_{xx}(x_0,y_0)<0$,

(C) $f_{xx}(x_0,y_0)=0$, (D) (x_0,y_0) 未必是驻点.

5、若级数 $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\dfrac{4n^3+5n+6}{n^k}$ 收敛，则正确的是（ D ）.

(A) $k>3$, (B) $k>0$,

(C) $k>1$, (D) $k>4$.

得分	阅卷教师

三 、**计算题**（每小题 7 分，共 42 分）

1、求积分 $\iint\limits_D y\sin(xy)dxdy$ ，其中 D 由直线 $y+x=1$，$y-x=1$ 以及 x 轴围成.

解：方法 1：可以由函数关于 x 为奇函数且积分区域关于 y 轴对称得出积分为 0;

方法 2：化为累次积分

$$\int_0^1 dy\int_{y-1}^{1-y} y\sin(xy)dx=\int_0^1[\cos(y^2-y)-\cos(y-y^2)]dy=0$$

2、求 2 阶微分方程 $y''-3y'+2y=x$ 的通解.

.

解：先求齐次方程的解：特征根方程为 $\lambda^2-3\lambda+2=0$，对于两个根 1，2 相应的齐次方程解为 $C_1e^x+C_2e^{2x}$

再设特解形式为 ax+b，代入原方程后求得一特解为 $\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}$

最终通解为：$C_1e^x+C_2e^{2x}+\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{4}$

3、求积分 $\iint\limits_{\Sigma}(xyz)dS$，$\Sigma$ 为平面 $x+y+z=1$ 在第一卦限部分.

解：转换为 xy 平面上的 2 重积分 $\iint\limits_{D}xy(1-x-y)\sqrt{3}dxdy$，其中区域 D 平面在第一卦限部分向 xy 平面投影得出，即有直线 $y+x=1$ 以及 x 轴，y 轴围成；

化为累次积分

$$\sqrt{3}\int_0^1dx\int_0^{1-x}xy(1-x-y)dy=\sqrt{3}\int_0^1\frac{x}{6}(1-x)^3dx$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{6}\int_0^1(1-t)t^3dt=\frac{\sqrt{3}}{120}$$

4、将 e^{x^2} 展开成 x 的幂级数，并求该幂级数的收敛区间.

解：由 $e^t=\sum\limits_{n=0}^{+\infty}\dfrac{t^n}{n!}$ 对于 $t\in R$ 成立，直接在展开式中代入 $t=x^2$ 即得

$$e^{x^2}=\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{x^{2n}}{n!},x\in R$$

5、判别级数 $\sum_{n=2}^{+\infty}\frac{\ln n}{n^3}$ 的敛散性.

解：取收敛级数 $\sum_{n=2}^{+\infty}\frac{1}{n^2}$，并由比值审敛法计算极限 $\lim_{n\to+\infty}\frac{\frac{\ln n}{n^3}}{\frac{1}{n^2}}=\lim_{n\to+\infty}\frac{\ln n}{n}=0$，

即判别该级数也收敛

6、已知 $e^z-xyz=3$，求全微分 dz 以及梯度 ∇z

解：对等式两边求导或求微分，有 $e^z dz-yzdx-xzdy-xydz=0$，整理为 $(e^z-xy)dz-yzdx-xzdy=0$，即得出 $dz=\frac{yz}{e^z-xy}dx+\frac{xz}{e^z-xy}dy$ 再由梯度定义得出：$\nabla z=(\frac{yz}{e^z-xy},\frac{xz}{e^z-xy})$

得分	阅卷教师

四、证明题（每问 5 分，共 10 分）

1、设相关连续性，可导性满足，问题 1：已知对于由 $f(x,y)=0$ 确定的一元函数有结论 $\frac{dy}{dx}\times\frac{dx}{dy}=1$，那对于由 $f(x,y,z)=0$ 确定的二元函数是否有 $\frac{\partial y}{\partial x}\times\frac{\partial x}{\partial y}=1$ 成立，给出理由；问题 2：若已知 $f(x^2,y^2,z^2)=0$，证明 $\frac{\partial x}{\partial y}\times\frac{\partial y}{\partial z}\times\frac{\partial z}{\partial x}=-1$.

解：问题 1：由隐函数求导法则得出：$f_1x'+f_2y'+f_3z'=0$，即有

$\frac{\partial y}{\partial x}\times\frac{\partial x}{\partial y}=(-\frac{f_1}{f_2})\times(-\frac{f_2}{f_1})=1$；

问题 2：同理对等式 $f(x^2,y^2,z^2)=0$ 两边求导，或理解为 $f(x^2,y^2,z^2)=F(x,y,z)=0$ 后，对等式 $F(x,y,z)=0$ 两边求导重复上述过程可证问题 2

得分	阅卷教师

五、应用题（每小题 6 分，共 18 分）

1、求函数 $f(x,y)=xy$ 在条件 $x+y=1$ 下的条件极值

解：代入条件转化为一元函数极值问题即可，即 $f(x,y)=x(1-x)$

求得驻点 1/2 处取得极大值

2、求 xy 平面内由直线 $x+y=1$，$x+y=4$，$y=2x$ 以及 $y=3x$ 所围区域 D 的面积

解：由定积分的含义，所求区域的面积等于 2 重积分 $\iint\limits_D dxdy$，使用 2 重积分换元法令 $u=x+y, v=\frac{y}{x}$，则 $1\le u\le 4, 2\le v\le 3$，且 $x=\frac{u}{1+v}$，$y=\frac{uv}{1+v}$，则原积分转化为 $\iint\limits_{D_{uv}}\frac{u}{(1+v)^2}dudv=\int_1^4 udu\int_2^3\frac{1}{(1+v)^2}dv=\frac{15}{24}$

3、求 $\oint\limits_L(xy^2dx+yx^2dy)$，其中 L 为由圆周 $x^2+y^2=4$ 的上半部分以及 x 轴构成的封闭曲线，L 的方向为沿逆时针方向

解：方法 1：由格林公式直接得出转换为 2 重积分后被积函数为 0

方法 2：分段计算曲线积分，在圆周上可以使用极坐标转换为对角度的一重积分，该积分等于 0；在 x 轴上时由于被积函数部分都含有 y 所以该积分也为 0