《线性代数》模拟题一

考试方式：闭卷　　学分：2.5　考试时间：110 分钟

一、填空题(每空 3 分，共 30 分)

1. 排列2413的逆序数为______.

2. 设 A 为三阶方阵, A^* 为其伴随矩阵, $|A|=3$, 则 $|A^*|=$______.

3. 若五阶矩阵 A 的秩为 4，则 A 的伴随矩阵 A^* 的秩 $R(A^*)=$______.

4. 设 a 为非零的三维列向量, $A=aa^{\mathrm{T}}$,则矩阵 A 的秩 $R\left(A\right)=$______.

5. $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 2\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$, 则 $A+B=$ _________ .

6. $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 2\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$, 则 $AB=$ __________ .

7. 设方阵 A 满足 $A^2-3A-2E=0$, 则 $(A-2E)^{-1}=$__________(用 A 的多项式表示).

8. $A=\begin{pmatrix}B & 0\\ 0 & C\end{pmatrix}$，其中 B与C 均为可逆矩阵，则 $A^{-1}=$__________.

9. 设 0,1,2 是三阶矩阵 A 的特征值，则 $|A|=$______.

10. 向量组 $\alpha_1+\alpha_2, \alpha_2-\alpha_3, \alpha_1+\alpha_3$ 线性________（相关、无关）.

二（1,2,3,4)、计算题（30 分）

1、(8 分)计算行列式 $D=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 2a & a+b & 2b\\ a^2 & ab & b^2\end{vmatrix}$.

2、 (8 分) 设 $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 0 & 1 & -1\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$, 求其逆矩阵.

3、(8 分)判定二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+3x_2^2+9x_3^2-2x_1x_2+4x_2x_3$ 的正定性.

4、(6 分)设向量组 $(a_1,a_2,a_3)=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 2 & 3\\ 0 & 0 & 5\end{pmatrix}$,用Schimidt 法将其正交化.

二(5, 6, 7)、计算题 (26 分)

5、(7 分)求齐次方程组 $\begin{cases} x-y-z+w = 0\\ x-y+z-3w = 0\\ x-y-2z+3w = 0\end{cases}$ 的通解.

6、(7 分) $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 均为三维列向量, α_2,α_3 线性无关,且 $\alpha_1-\alpha_2+\alpha_3=0$,

$A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$, $b=\alpha_1+2\alpha_2+3\alpha_3$,求线性方程组 $Ax=b$ 的通解.

7、(12 分) 设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=3x_1^2+5x_2^2+5x_3^2+4x_1x_2-4x_1x_3-10x_2x_3$,

（1）写出 f 对应的对称矩阵 A；（2）求一个正交变换，化二次型为标准型.

三、证明题(14 分)

1、(8 分)设向量组 $\alpha_1=(1,2,3,1)^{\mathrm{T}}$, $\alpha_2=(-1,2,1,1)^{\mathrm{T}}$, $\alpha_3=(1,-1,1,1)^{\mathrm{T}}$.

证明：向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关.

2、(6 分)设 n 阶矩阵 A,B 满足 $R(A)+R(B)<n$，证明 A 与 B 有公共的零特征值，且有公共的特征向量.