说明：为了帮助部分同学更好地进行线性代数的复习，由于学校规定，拿不到这次考试的试卷，我们特地手动恢复了本次期末考试的试题，所以题目可能存在少许差异！如果补考再过不了，等到清考就更困难了！

预祝大家考试顺利通过！

2016–2017 学年第一学期期末考试线性代数试题（枪版）

一．选择题（每小题 4 分，共 24 分）

1、行列式 $\begin{vmatrix} k & 2 & 1 \\ 2 & k & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ 的充分条件是

（A）$k=2$　　（B）$k=-2$　　（C）$k=0$　　（D）$k=4$

2、设 A 为 n 阶矩阵，A^* 是矩阵 A 的伴随矩阵，则 $\left\| A^* \right| A \right| =$

（A）$|A|^{n^2-n}$　　（B）$|A|^n$　　（C）$|A|^{n^2-n+1}$　　（D）$|A|^{n-1}$

3、设 A 为 n 阶矩阵，若 A 与 n 阶单位矩阵等价，那么方程组 AX=b

（A）无解　　（B）有唯一解　　（C）有无穷多解　　（D）解的情况不能确定

4、设 A、B 是满足 AB=0 的任意两个非零矩阵，则必有

（A）A 的列向量组线性相关，B 的行向量组线性相关

（B）A 的行向量组线性相关，B 的行向量组线性相关

（C）A 的行向量组线性相关，B 的列向量组线性相关

（D）A 的列向量组线性相关，B 的列向量组线性相关

5、已知 η_1,η_2 是线性非齐次方程组 $A_{m\times n}x=b$ 的两个不同的解，ξ_1,ξ_2 是对应线性齐次方程组 $A_{m\times n}x=0$ 的基础解系，k_1,k_2 为任意常数，则方程组 $A_{m\times n}x=b$ 的通解为

（A）$k_1\xi_1+k_2(\xi_1+\xi_2)+\dfrac{\eta_1-\eta_2}{2}$；　（B）$k_1\xi_1+k_2(\xi_1-\xi_2)+\dfrac{\eta_1+\eta_2}{2}$；

（C）$k_1\xi_1+k_2(\eta_1+\eta_2)+\dfrac{\eta_1-\eta_2}{2}$；　（D）$k_1\xi_1+k_2(\eta_1-\eta_2)+\dfrac{\eta_1+\eta_2}{2}$；

6、设 A 是 3 阶不可逆矩阵，α_1,α_2 是 AX=0 的基础解系，α_3 是属于特征值 $\lambda=1$ 的特征向量，下列不是 A 的特征向量的是

（A）$\alpha_1+3\alpha_2$　　（B）$\alpha_1-\alpha_2$　　（C）$\alpha_1+\alpha_3$　　（D）$2\alpha_3$

二．填空题（每小题 4 分，共 16 分）

1、若三阶矩阵 A 的伴随矩阵是 A^*,且 $|A|=\dfrac{1}{2}$,则 $\left|(3A)^{-1}-2A^*\right|=$__________.

2、设 $AX=A+X$，且 $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$，则 $X=$__________.

3、已知 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$,β,γ 都是四维列向量，$|\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta|=a$, $|\beta+\gamma,\alpha_3,\alpha_2,\alpha_1|=b$, 则 $|2\gamma,\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3|=$__________.

4、设 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_l$ 都是非齐次线性方程组 AX=b 的解，如果 $c_1\alpha_1+c_2\alpha_2+\cdots+c_l\alpha_l$ 还是 AX=b 的解，则 $c_1+c_2+\cdots+c_l=$__________.

三、计算题（每题 10 分，共 50 分）

1、 设 $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ ，$B=\begin{pmatrix} 1 & 7 & -1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 求 $(AB)^T$.

2、求矩阵 $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 1 & 4 \\ 4 & -6 & 2 & -2 & 4 \\ 3 & 6 & -9 & 7 & 9 \end{pmatrix}$ 的列向量组的一个极大无关组，并把其余向量用该极大无关组线性表示.

3、设 $\alpha_1=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \alpha_2=\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha_3=\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$,用施密特正交化过程把这组向量规范正交化

4、用基础解析表示如下线性方程组的全部解

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

5、设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 8 & 2 & a \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$ 相似于对角矩阵$\wedge$，确定常数 a 的值；并求可逆矩阵 P，使得 $P^{-1}AP=\wedge$。

四、证明题（本题满分 10 分）

设 η^* 是非齐次线性方程组 AX=b 的一个解，$\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_{n-r}$ 是对应齐次方程组的一个基础解系，证明：

（1）$\eta^*, \xi_1, \cdots, \xi_{n-r}$ 线性无关；

（2）$\eta^*, \eta^* + \xi_1, \cdots, \eta^* + \xi_{n-r}$ 线性无关.