

《线性代数》模拟题二

考试方式：闭卷 学分：2.5 考试时间：110 分

阅卷人	得分

填空题(每空 3 分, 共 30 分)

1. 排列 3421 的逆序数为_____.
2. 设 A 为三阶方阵, A^* 为其伴随矩阵, $|A|=2$, 则 $|3A^*|$ =_____.
3. 设 n 个未知量的齐次线性方程组 $Ax=0$, $R(A)=r$, 则 $Ax=0$ 有非零解的充要条件_____.
4. 设 B 可逆, $R(C)=3, A=BC$, 则矩阵 A 的秩 $R(A)$ =_____.
5. 设 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, 则 AB = _____.
6. 设 1,2,3 是三阶矩阵 A 的特征值, 则 $|A^2-5A|$ = _____.
7. 设方阵 A 满足 $A^2=A$, 则 $(A-2E)^{-1}$ = _____(用 A 的多项式表示).
8. $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $A_{12}+A_{22}+A_{32}$ =_____.
9. 设 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 是非齐次线性方程组 $Ax=b$ 的解, 若 $C_1\alpha_1+C_2\alpha_2+\dots+C_s\alpha_s$ 也是 $Ax=b$ 的一个解, 则 $C_1+C_2+\dots+C_s$ =_____.
10. 若 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性无关, 则 $\alpha_1+\alpha_2, \alpha_2+\alpha_3, \alpha_3+\alpha_4, \alpha_4+\alpha_1$ 线性_____.

阅卷人	得分

二 (1, 2, 3)、计算题 (30 分)

1、(8 分) 计算行列式 $D = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 \end{vmatrix}$.

2、(10分) 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$, 求解矩阵方程 $AX = B$.

3、(12分) 求非齐次线性方程组的通解及其对应的齐次线性方程组的基础解系.

$$\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 11 \\ 5x_1 + 3x_2 - x_4 = -1 \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + x_4 = -6 \end{cases}$$

阅卷人	得分

二(4,5)、计算题 (24分)

4、(10分) 已知矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & x \end{bmatrix}$ 与 $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ 相似. 求 x 与 y .

5、(14分) 设二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + 5x_2^2 + 3x_3^2 - 2x_1x_2 + 6x_1x_3 - 6x_2x_3$,

(1) 写出 f 对应的对称矩阵 A ; (2) 求一个正交变换, 化二次型为标准型.

阅卷人	得分

三、证明题(16分)

1、(8分) 向量组 $A: \alpha_1 = (0, 1, 1)^T, \alpha_2 = (1, 1, 0)^T$; $B: \beta_1 = (-1, 0)^T$,

$\beta_2 = (1, 2, 1)^T, \beta_3 = (3, 2, -1)^T$. 证明 A 组与 B 组等价.

(8分) 证明: 设 A 是 n 阶方阵, 若存在正整数 k , 使得线性方程组 $A^k x = 0$ 有

解向量 α , 且 $A^{k-1}\alpha \neq 0$. 证明: 向量组 $\alpha, A\alpha, \dots, A^{k-1}\alpha$ 是线性无关的.