海南大学 2015-2016 学年度第 2 学期试卷

科目：《高等数学 A1》（下）试题(A 卷)

姓名：________　学　号：________

学院：________　专业班级：________

成绩登记表（由阅卷教师用红色笔填写）

大题	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

阅卷教师：　　　　2016 年　月　日

考试说明：本课程为闭卷考试，可携带________。

得分	阅卷教师

一、填空题（每题 3 分，共 15 分，在以下各小题中画有____处填上答案）

1、若 $e^{xyz}=3$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$________；

2、$f(x,y)=\sqrt{x^2-y^2}+\ln(xy)$ 的定义域为________；

3、若 $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}u_n(x)$ 在 $x=x_0$ 处收敛，则 $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n(x_0)=$________；

4、经过点 $A(1,2,3)$ 及点 $B(0,1,1)$ 的直线方程为________；

5、$f(x,y)=x^2+y^3$ 沿从点 $A(1,1)$ 到点 $B(4,5)$ 的方向的方向导数 $\dfrac{\partial f}{\partial l}=$________。

得分	阅卷教师

二、选择题（每题 3 分，共 15 分，选择正确答案的编号，填在各题的括号内）

1、若 $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{u_{n+1}}{u_n}>1$，则对于正项级数 $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}u_n$，正确的是（　　）.

(A) $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=0$，　(B) 级数收敛，

(C) 级数发散，　(D) 无法判别级数的敛散性.

2、若 $F(x)=\int_1^{x^2}(xy)dy$ 在第一象限部分，则 $F'(1)=$（　　）.

(A) 2，　(B) x^3，

(C) $2x^4$，　(D) 1.

3、$\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{\sin(xy)}{x^2}=$（　　）.

(A) 1，　(B) 2，

(C) 0，　(D) 极限不存在.

4、若 (x_0,y_0) 为 $f(x,y)$ 的极大值点，则正确的是（　　）.

(A) $f_{xx}(x_0,y_0)>0$，　(B) $f_{xx}(x_0,y_0)<0$，

(C) $f_{xx}(x_0,y_0)=0$，　(D) (x_0,y_0) 未必是驻点.

5、若级数 $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\dfrac{4n^3+5n+6}{n^k}$ 收敛，则正确的是（　　）.

(A) $k>3$，　(B) $k>0$，

(C) $k>1$，　(D) $k>4$.

得分	阅卷教师

三、计算题（每小题 7 分，共 42 分）

1、求积分 $\iint\limits_D y\sin(xy)dxdy$，其中 D 由直线 $y+x=1$，$y-x=1$ 以及 x 轴围成.

2、求 2 阶微分方程 $y''-3y'+2y=x$ 的通解.

3、求积分 $\iint\limits_\Sigma (xyz)dS$，$\Sigma$ 为平面 $x+y+z=1$ 在第一卦限部分.

4、将 e^{x^2} 展开成 x 的幂级数，并求该幂级数的收敛区间.

5、判别级数 $\sum_{n=2}^{+\infty}\frac{\ln n}{n^3}$ 的敛散性.

6、已知 $e^z-xyz=3$，求全微分 dz 以及梯度 ∇z

得分	阅卷教师

四、证明题（每问 5 分，共 10 分）

1、设相关连续性，可导性满足，问题 1：已知对于由 $f(x,y)=0$ 确定的一元函数有结论 $\frac{dy}{dx}\times\frac{dx}{dy}=1$，那对于由 $f(x,y,z)=0$ 确定的二元函数是否有 $\frac{\partial y}{\partial x}\times\frac{\partial x}{\partial y}=1$ 成立，给出理由；问题 2：若已知 $f(x^2,y^2,z^2)=0$，证明 $\frac{\partial x}{\partial y}\times\frac{\partial y}{\partial z}\times\frac{\partial z}{\partial x}=-1$.

得分	阅卷教师

五、应用题（每小题 6 分，共 18 分）

1、求函数 $f(x,y)=xy$ 在条件 $x+y=1$ 下的条件极值

2、求 xy 平面内由直线 $x+y=1$，$x+y=4$，$y=2x$ 以及 $y=3x$ 所围区域 D 的面积

3、求 $\oint\limits_{L}(xy^2dx+yx^2dy)$，其中 L 为由圆周 $x^2+y^2=4$ 的上半部分以及 x 轴构成的封闭曲线，L 的方向为沿逆时针方向

海南大学 2015-2016 学年度第 2 学期试卷

科目：《高等数学 A1》（下）试题(A 卷)

姓名：__________ 学　　号：__________

学院：__________ 专业班级：__________

成绩登记表（由阅卷教师用红色笔填写）

大题	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

阅卷教师：　　　　　　　　2016 年　　月　　日

考试说明：本课程为闭卷考试，可携带________。

得分	阅卷教师

一、填空题（每题 3 分，共 15 分，在以下各小题中画有____处填上答案）

$F(x,y,z)=e^{xyz}-3=0$

$F_x'=[(e^{yz})^x-3]'=yz$

$F_z'=xy$ 　 $-\frac{F_x}{F_z}$

1、若 $e^{xyz}=3$，则 $\frac{\partial z}{\partial x}=$ $-\frac{z}{x}$；

2、$f(x,y)=\sqrt{x^2-y^2}+\ln(xy)$ 的定义域为 $\{\cancel{(x,y) \mid x^2-y^2\geq 0}, xy>0, x,y\in R\}$

$x^2-y^2\geq 0$ 　 $xy>0$

3、若 $\sum_{n=1}^{+\infty}u_n(x)$ 在 $x=x_0$ 处收敛，则 $\lim_{n\to+\infty}u_n(x_0)=$ 0；

$\vec{l}=(1,1,2)$

4、经过点 $A(1,2,3)$ 及点 $B(0,1,1)$ 的直线方程为 $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{2}$；

5、$f(x,y)=x^2+y^3$ 沿从点 $A(1,1)$ 到点 $B(4,5)$ 的方向的方向导数

$\frac{\partial f}{\partial l}=$ $\cancel{\frac{6}{5}x+\frac{12}{5}y^2}$

$\vec{l}(3,4)$ 　 $f_x=2x \Rightarrow f_y=3y^2$

$\frac{\vec{l}}{|l|}=(\frac{3}{5},\frac{4}{5})$

得分	阅卷教师

二、选择题（每题 3 分，共 15 分，选择正确答案的编号，填在各题的括号内）

1、若 $\lim_{n\to+\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}>1$，则对于正项级数 $\sum_{n=1}^{+\infty}u_n$，正确的是（ C ）.

(A) $\lim_{n\to+\infty}u_n=0$, 　 (B) 级数收敛,

(C) 级数发散, 　 (D) 无法判别级数的敛散性.

2、若 $F(x)=\int_1^{x^2}(xy)dy$ 在第一象限部分，则 $F'(1)=$（ A ）.

$x\cdot\int_1^{x^2}y\,dy$

$\int_1^{x^2}y\,dy+(x^2\cdot 2x)\cdot x$

(A) 2, 　 (B) x^3,

(C) $2x^4$, 　 (D) 1.

3、$\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{\sin(xy)}{x^2}=$（ D ）.

$y=kx$

(A) 1, 　 (B) 2,

(C) 0, 　 (D) 极限不存在.

4、若 (x_0,y_0) 为 $f(x,y)$ 的极大值点，则正确的是（ D ）.

(A) $f_{xx}(x_0,y_0)>0$, 　 (B) $f_{xx}(x_0,y_0)<0$,

(C) $f_{xx}(x_0,y_0)=0$, 　 (D) (x_0,y_0) 未必是驻点.

5、若级数 $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{4n^3+5n+6}{n^k}$ 收敛，则正确的是（ D ）.

(A) $k>3$, 　 (B) $k>0$,

(C) $k>1$, 　 (D) $k>4$.

得分	阅卷教师

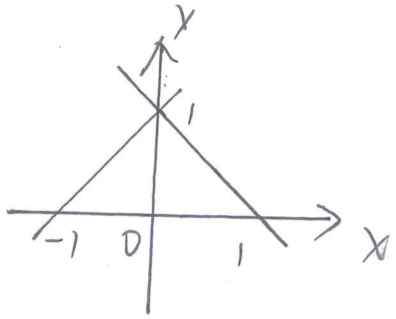
三、计算题（每小题 7 分，共 42 分）

1、求积分 $\iint\limits_D y\sin(xy)dxdy$ ，其中 D 由直线 $y+x=1$，$y-x=1$ 以及 x 轴围成.

解：∵ D 关于 y 轴对称.

被积函数是关于 x 的奇函数

∴ $\iint\limits_D y\sin(xy)dxdy=0$.



2、求 2 阶微分方程 $y''-3y'+2y=x$ 的通解.

解：对应齐次特征方程：$r^2-3r+2=0$

$r_1=2 \quad r_2=1$

∴ 齐次通解：$y_1=C_1e^{2x}+C_2e^{x}$

对非齐次，xe^0，$\lambda=0$ 不为根 故设 $y^*=ax+b$

代入非齐次 有：$-3a+2(ax+b)=x$

$\Rightarrow a=\frac{1}{2} \quad b=\frac{3}{4}$

$y^*=\frac{x}{2}+\frac{3}{4}$ 故非齐次通解为 $y=C_1e^{2x}+C_2e^{x}+\frac{x}{2}+\frac{3}{4}$.

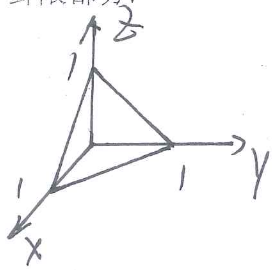
3、求积分 $\iint\limits_\Sigma (xyz)dS$ ，Σ 为平面 $x+y+z=1$ 在第一卦限部分.

解：向 xOy 面投影，化二重积分 $\cos\gamma=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\iint\limits_\Sigma (xyz)dS=\iint\limits_D xy(1-x-y)\frac{1}{\cos\gamma}dxdy$

$=\int_0^1 xdx\int_0^{1-x} y(1-x)-y^2dy$

$=\int_0^1 x\cdot\frac{(1-x)^3}{6}dx=\frac{\sqrt{3}}{120}$



4、将 e^{x^2} 展开成 x 的幂级数，并求该幂级数的收敛区间.

$e^{x^2}=\sum\limits_{n=0}^{+\infty}\frac{x^{2n}}{n!}$ $\quad \lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}x<1 \quad x<n+1$，$(n\to\infty)$

即收敛区间为 $(-\infty,+\infty)$

5、判别级数 $\sum\limits_{n=2}^{+\infty}\frac{\ln n}{n^3}$ 的敛散性.

解：∵ $\frac{\ln n}{n^3}<\frac{n}{n^3}=\frac{1}{n^2}$

又 $\sum\limits_{n=2}^{+\infty}\frac{1}{n^2}$ 收敛

∴ $\sum\limits_{n=2}^{+\infty}\frac{\ln n}{n^3}$

6、已知 $e^z-xyz=3$，求全微分 dz 以及梯度 ∇z

解：令 $F(x,y,z)=e^z-xyz-3=0$

$F_x=-yz \qquad \frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{F_x}{F_z}=\frac{yz}{e^z-xy}$

$F_y=-xz$

$F_z=e^z-xy \qquad \frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{F_y}{F_z}=\frac{xz}{e^z-xy}$

$dz=\frac{yz}{e^z-xy}dx+\frac{xz}{e^z-xy}dy$

$\nabla z=\frac{yz}{e^z-xy}\vec{i}+\frac{xz}{e^z-xy}\vec{j}$

得分	阅卷教师

四、证明题（每问 5 分，共 10 分）

1、设相关连续性，可导性满足，问题 1：已知对于由 $f(x,y)=0$ 确定的一元函数有结论 $\frac{dy}{dx}\times\frac{dx}{dy}=1$，那对于由 $f(x,y,z)=0$ 确定的二元函数是否有 $\frac{\partial y}{\partial x}\times\frac{\partial x}{\partial y}=1$ 成立，给出理由；问题 2：若已知 $f(x^2,y^2,z^2)=0$，证明 $\frac{\partial x}{\partial y}\times\frac{\partial y}{\partial z}\times\frac{\partial z}{\partial x}=-1$.

解：(1) 成立 ∵ $\frac{\partial y}{\partial x}=-\frac{f_x'}{f_y}$，$\frac{\partial x}{\partial y}=-\frac{f_y}{f_x}$ ∴ $\frac{\partial y}{\partial x}\times\frac{\partial x}{\partial y}=1$

(2) $\frac{\partial x}{\partial y}=-\frac{f_y}{f_x} \quad \frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{f_x'}{f_z}$ ∴ $\frac{\partial x}{\partial y}\times\frac{\partial y}{\partial z}\times\frac{\partial z}{\partial x}=-1$.

$\frac{\partial y}{\partial z}=-\frac{f_z}{f_y}$

得分	阅卷教师

五、应用题（每小题 6 分，共 18 分）

1、求函数 $f(x,y)=xy$ 在条件 $x+y=1$ 下的条件极值

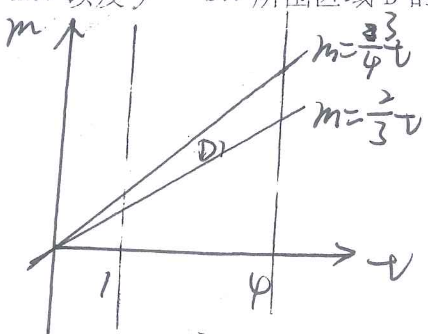
令 $F(x,y,\lambda) = xy + \lambda(x+y-1)$ 　[也可将 $y=1-x$ 代入 $f(x,y)$].

$$\begin{cases} F_x' = y+\lambda = 0 \\ F_y' = x+\lambda = 0 \\ F_\lambda' = x+y-1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$$

$f(\frac{1}{2},\frac{1}{2}) = \frac{1}{4}$.

∴ $f(x,y)$ 在 $x+y=1$ 的条件下的极大值为 $\frac{1}{4}$

2、求 xy 平面内由直线 $x+y=1$，$x+y=4$，$y=2x$ 以及 $y=3x$ 所围区域 D 的面积



令 $t=x+y$，$m=y$

D_1 由 $t=1$，$t=4$，$m=\frac{2}{3}t$，$m=\frac{3}{4}t$ 围成

又 $\iint\limits_D dxdy = \iint\limits_{D_1} \frac{\partial(x,y)}{\partial(t,m)} dtdm$

$$\frac{\partial(x,y)}{\partial(t,m)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} \\ \frac{\partial x}{\partial m} & \frac{\partial y}{\partial m} \end{vmatrix} = 1 \qquad = \iint\limits_{D_1} dtdm = \int_1^4 dt \int_{\frac{2}{3}t}^{\frac{3}{4}t} dm = \frac{5}{8}$$

（换算坐标更简单！）

3、求 $\oint\limits_L (xy^2dx + yx^2dy)$，其中 L 为由圆周 $x^2+y^2=4$ 的上半部分以及 x 轴构成的封闭曲线，L 的方向为沿逆时针方向

$P = xy^2$ 　 $Q = yx^2$

$\frac{\partial Q}{\partial x} = 2xy$ 　 $\frac{\partial P}{\partial y} = 2xy$.

∴ $\oint\limits_L (xy^2dx + yx^2dy) = \iint\limits_D \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} dxdy = 0$.