离散数学（本） 2016年10月份试题

一、单项选择题（每小题 **3** 分，本题共 **15** 分）

1. 若集合 A＝{1,2,3,4}，则下列表述不正确的是 ( ).

A．$1 \in A$　　B．$\{1,2,3\} \subset A$

C．$\{1,2,3\} \in A$　　D．$\varnothing \subseteq A$

2. 设 A＝｛1, 2, 3｝，B={1, 2, 3, 4}，A 到 B 的关系 R＝｛〈x, y〉|x=y｝，则 R 为 ( ) .

A. {<1, 2>, <2, 3>}　　B. {<1, 1>, <1, 2>, <1, 3>, <1, 4>, <1, 5>}

C. {<1, 1>, <2, 1>}　　D. {<1, 1>, <2, 2>, <3, 3 >}

3. 无向图 G 的边数是 10，则图 G 的结点度数之和为（ ）.

A. 10　　B. 20

C. 30　　D. 5

4. 设连通平面图 G 有 v 个结点， e 条边， r 个面，则（ ）.

A．r + v - e = 2　　B．v + e - r= 4

C．v + e –r = –4　　D．v + e - r= 2

5. 设个体域 D 是整数集合，则命题 $\forall x \exists y (x = y+2)$的真值是（ ）.

A. 不确定　　B. T

C. 由 y 的取值确定　　D. F

二、填空题（每小题 **3** 分，本题共 **15** 分）

6. 设集合 A={ a, b, c}，B={ b, c, d }，C={ c, d, e}，则 $(B \cap C) - A$ 等于 ________________.

7. 设 A={2, 3}，B={1, 2}，C={3, 4}，从 A 到 B 的函数 f={<2, 2>, <3, 1>}，从 B 到 C 的函数 g={<1， 3>, <2， 4>}，则 $Dom(g \circ f)$等于 ____________________________.

8. 若图 G=<V, E>，其中 V={ a, b, c, d }，E={ (a, b), (a, d), (b, c), (b, d)}，则该图中的割边为 ___________.

9. 设 G 是汉密尔顿图， S 是其结点集的一个子集，若 S 的元素个数为 6，则在 G - S 中的连通分支数不超过 ______________.

10. 设个体域 D＝{1,2, 3, 4}，A(x)为“x 小于 10”，则谓词公式 $(\forall x)A(x)$的真值为 __________.

三、逻辑公式翻译（每小题 **6** 分，本题共 **12** 分）

11. 将语句“小明是学生，小张是飞行员.”翻译成命题公式.

12. 将语句“当大家都进入教室，则讨论会开始进行.”翻译成命题公式.

四、判断说明题（判断各题正误，并说明理由．每小题 **7** 分，本题共 **14** 分）

13. 空集的幂集是空集.

14. $(\forall x)(P(x) \to Q(y) \vee R(z))$中的约束变元有 x 与 y.

五．计算题（每小题 **12** 分，本题共 **36** 分）

15. 设 A={1, 2, 3}，R={< x, y>|x∈A， y∈A 且 x+y=4}，S={< x, y>|x∈A， y∈A 且 x=y}，试求 R， S， R^{-1}， r(S).

16. 图 G=<V, E>，其中 V={ a, b, c, d, e }，E={ (a, b), (a, c) , (a, d), (b, c) , (b, d) , (c, d) , (c,

e) , (d, e)}，对应边的权值依次为 2、3、4、5、6、7，6 及 2，试

（1）画出 G 的图形；

（2）写出 G 的邻接矩阵；

（3）求出 G 权最小的生成树及其权值.

17. 试画一棵带权为 1, 2, 4, 5, 6 的最优二叉树 ,并计算该最优二叉树的权.

六、证明题（本题共 **8** 分）

18. 试证明： $P\rightarrow Q \Rightarrow P\rightarrow(\neg(\neg P\vee\neg Q))$.

离散数学（本） 2016年10月份试题

参考解答

一、单项选择题（每小题 **3** 分，本题共 **15** 分）

1. C　2．D　3．B　4．A　5．B

二、填空题（每小题 **3** 分，本题共 **15** 分）

6. {d}

7. {2， 3}

8. (b, c)

9. 6

10. 真（或 T，或 1）

三、逻辑公式翻译（每小题 **6** 分，本题共 **12** 分）

11. 设 P：小明是学生，　Q：小张是飞行员．　（2分）

　则命题公式为：　$P\wedge Q$．　（6分）

12. 设 P：大家都进入教室，　Q：讨论会开始进行．　（2分）

　则命题公式为：　$P\rightarrow Q$．　（6分）

四、判断说明题（每小题 **7** 分，本题共 **14** 分）

13. 错误．　（3分）

　空集的幂集不为空，为 $\{\varnothing\}$　（7分）

14. 错误．　（3分）

　约束变元仅有 x．　（7分）

五．计算题（每小题 **12** 分，本题共 **36** 分）

15. 解：R={<1,3>,<2,2>,<3,1>}　（3分）

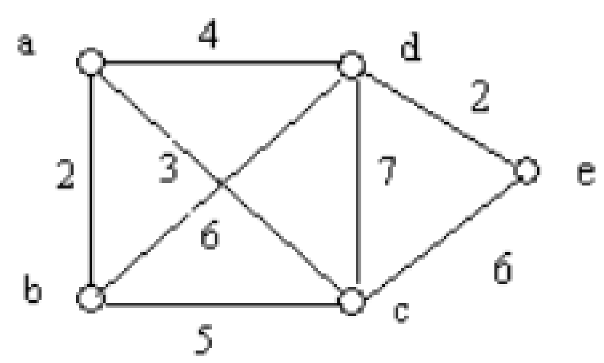
S={<1,1>,<2,2>,<3,3>}　（6分）

R^{-1}={<3,1>,<2,2>,<1,3>}　（9分）

r(S)={ <1,1>,<2,2>,<3,3>}　（12分）

说明：对于每一个求解项，如果基本求出了解，可以给对应 1分．

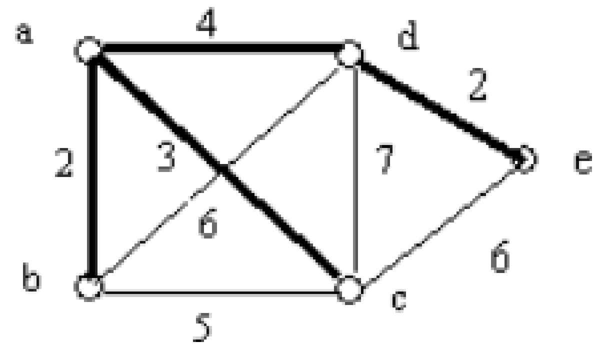
16. 解：（1）G 的图形表示为：



（3分）

（2）邻接矩阵：$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ （6 分）

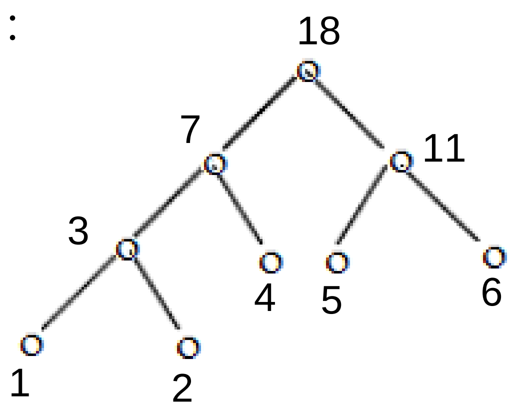
（3）粗线表示的图是最小生成树,



（10 分）

权值为 11 （12 分）

17．解：



（10 分）

权为 1×3+2×3+4×2+5×2+6×2=39． （12 分）

六、证明题（本题共 **8** 分）

18．证明：

（1）	$P\rightarrow Q$	P	（1 分）
（2）	P	P（附加前提）	（3 分）
（3）	Q	T（1）（2）I	（5 分）
（4）	$P\wedge Q$	T（2）（3）I	（6 分）
（5）	$\neg(\neg P\vee\neg Q)$	T（4）E	（7 分）
（6）	$P\rightarrow\neg(\neg P\vee\neg Q)$	CP 规则	（8 分）

另证：

设 $P\rightarrow(\neg(\neg P\vee\neg Q))$ 为 F, （1 分）

则 P 为 T，$\neg(\neg P\vee\neg Q)$为 F, （3 分）

即 $P\wedge Q$ 为 F. （4 分）

所以 P 为 T，Q 为 F ， （5 分）

从而 $P\rightarrow Q$ 也为 F. （6 分）

所以 $P\rightarrow Q\Rightarrow P\rightarrow(\neg(\neg P\vee\neg Q))$. （8 分）

说明：1、因证明过程中，公式引用的次序可以不同，一般引用前提正确得 1 分，利用两个公式得出有效结论得 1 或 2 分，最后得出结论得 2 或 1 分。

另，可以用真值表验证。

离散数学（本） 2016年7月份试题

一、单项选择题（每小题 **3** 分，本题共 **15** 分）

1. 若集合 A＝{1,2,3,4}，B＝{1,3,5}，则下列表述正确的是 ( ).

A．$A=B$　　B．$B\subset A$

C．$B\neq A$　　D．$B\subseteq A$

2. 设 A＝｛1,2,3｝，B={2,4,6}，A 到 B 的关系 R=｛〈x, y〉| 2x=y｝，则 R= ( ).

A. {<1,3>,<2,4>,<3,5>}　　B. {<2,1 >,<4,3>,<6,5>}

C. {<1,1>,<2,2>,<3,3>}　　D. {<1,2>,<2,4>,<3,6>}

3. 无向图 G 是棵树，边数是 10，则 G 的结点度数之和是（ ）.

A. 20　　B. 9

C. 10　　D. 11

4. 下面的推理正确的是（ ）.

A．(1) $(\forall x)\ F(x)\rightarrow G(x)$　　前提引入

(2) $F(y)\rightarrow G(y)$　　US（1）.

B. (1) $(\exists x)\ F(x)\rightarrow G(x)$　　前提引入

(2) $F(y)\rightarrow G(y)$　　US（1）.

C. (1) $(\exists x)(F(x)\rightarrow G(x))$　　前提引入

(2) $F(y)\rightarrow G(x)$　　ES（1）.

D．(1) $(\forall x)(F(x)\rightarrow G(x))$　　前提引入

(2) $F(y)\rightarrow G(y)$　　US（1）.

5. 设个体域为整数集，则公式 $\forall x\exists y(x+y=2)$ 的解释可为 ( ).

A. 任一整数 x, 对任意整数 y 满足 x+y=2　　B. 对任一整数 x, 存在整数 y 满足 x+y=2

C. 存在一整数 x，对任意整数 y 满足 x+y=2　　D. 存在一整数 x，有整数 y 满足 x+y=2

二、填空题（每小题 **3** 分，本题共 **15** 分）

6. 设集合 A={1, 2, 3}，B={2, 3, 4}，C={3, 4, 5}，则 $B\cup(A-C)$ 等于 ____________________.

7. 设 A={1, 2}，B={2, 3}，C={3，4}，从 A 到 B 的函数 f ={<1, 2>, <2, 3>}，从 B 到 C 的函数 g={<2, 3>, <3, 4>}，则 $Ran(g\circ f)$ 等于 ________________________________.

8. 两个图同构的必要条件包括结点数相等、边数相等与 ____________________________.

9. 设 G 是连通平面图，v，e，r 分别表示 G 的结点数，边数和面数，v 值为 5，e 值为 4 则 r 的值为 ___________________.

10．设个体域 D＝{1，2，3，4}，则谓词公式 $(\exists x)A(x)$ 消去量词后的等值式为 _________________.

三、逻辑公式翻译（每小题 **6** 分，本题共 **12** 分）

11. 将语句“昨天下雨，今天仍然下雨.”翻译成命题公式.

12. 将语句“若不下雨，我们就去参加比赛.”翻译成命题公式.

四、判断说明题（判断各题正误，并说明理由．每小题 **7** 分，本题共 **14** 分）

13. 若图 G 是一个欧拉图，则图 G 中存在欧拉路.

14．无向图 G 的结点数比边数多 1，则 G 是树.

五．计算题（每小题 **12** 分，本题共 **36** 分）

15．设集合 A={1, 2, 3, 4} 上的关系：

R={<1，2>, <2，3>, <3，4>}，S={<1，1>, <2，2>, <3，3>}，

试计算（1）$R \bullet S$；（2）R^{-1}；（3）$r(R \cap S)$.

16．图 G=<V, E>，其中 V={ a, b, c, d}，E={ (a, b), (a, c), (a, d), (b, c), (b, d), (c, d) }，对应边的权值依次为 1、1、5、2、3 及 4，请画出 G 的图形、写出 G 的邻接矩阵并求出 G 权最小的生成树及其权值.

17．求 $\neg(P \vee Q) \vee R$ 的析取范式与主合取范式.

六、证明题（本题共 **8** 分）

18．设 A，B，C 均为任意集合，试证明：$A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$.

离散数学（本） 2016年1月份试题

参考解答

一、单项选择题（每小题 **3** 分，本题共 **15** 分）

1. C　2．D　3．A　4．D　5. B

二、填空题（每小题 **3** 分，本题共 **15** 分）

6. {1,2,3, 4}

7. {3, 4}

8. 度数相同的结点数相等

9. 1

10. A(1) ∨ A(2) ∨ A(3) ∨ A(4)

三、逻辑公式翻译（每小题 **6** 分，本题共 **12** 分）

11. 设 P：昨天下雨， Q：今天下雨.　（2 分）

则命题公式为： $P\wedge Q$.　（6 分）

12. 设 P：下雨， Q：我们去参加比赛.　（2 分）

则命题公式为： $\neg P\rightarrow Q$.　（或 $\neg Q\rightarrow P$）　（6 分）

四、判断说明题（每小题 **7** 分，本题共 **14** 分）

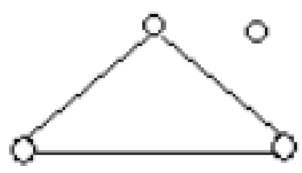
13. 正确.　（3 分）

因为若图 G 是一个欧拉图，则图中存在欧拉回路.　（5 分）

按定义知，欧拉回路也是欧拉路.　（7 分）

14. 错误.　（3 分）

反例：如图 G 的结点数比边数多 1，但不是树.



（或：按定义有：无向图 G 是树当且仅当无向图 G 是连通图且边数比结点数少 1.）

（7 分）

说明：举出符合条件的反例均给分.

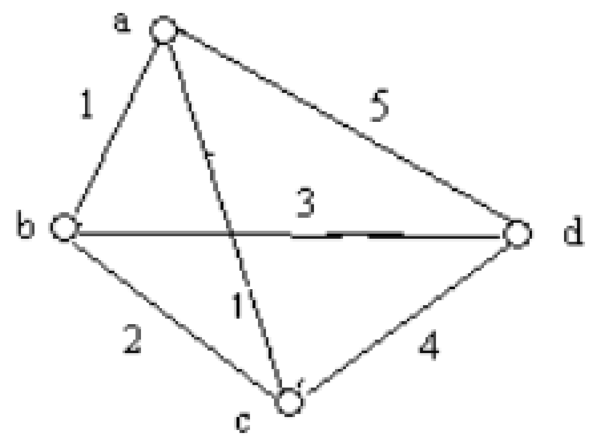
五. 计算题（每小题 **12** 分，本题共 **36** 分）

15. 解：（1） $R\bullet S$=={<1，2>，<2，3>}；　（4 分）

（2） R^{-1}={<2，1>, <3，2>, <4，3>}；　（8 分）

（3） r（$R\cap S$）={<1，1>, <2，2>, <3，3>, <4，4>}　（12 分）

16. 解：G 的图形表示为：



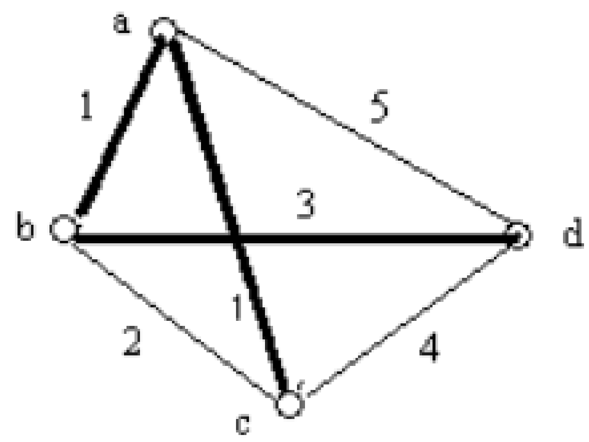
（3 分）

邻接矩阵：

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

（6 分）

粗线表示的图是最小的生成树，权为 5：（9 分）



（12 分）

17．解：¬（P∨ Q）∨R

⇔ (¬P∧ ¬Q)∨R　　析取范式　（5 分）

⇔ (¬P∨ R)∧(¬Q∨R)　（7 分）

⇔ ((¬P∨R)∨(Q∧ ¬Q))∧ (¬Q∨R)　（9 分）

⇔ ((¬P∨R)∨(Q∧ ¬Q))∧ ((¬Q∨R)∨(P∧ ¬P))　（10 分）

⇔ (¬P∨ R∨Q) ∧ (¬P∨R ∨ ¬Q) ∧ (¬Q∨R∨ P) ∧ (¬Q∨ R∨¬P)　（11 分）

⇔ (P∨ ¬Q∨R)∧(¬P∨Q∨R)∧(¬P∨ ¬Q∨R)　　主合取范式　（12 分）

六、证明题（本题共 **8** 分）

18．证明：

设 S= A∩(B –C)，T=(A∩ B) –(A ∩C)，

若 x∈S，则 x∈A 且 x∈B –C，即 x∈A，并且 x∈B 且 x∉C，　（2 分）

所以 x∈(A∩ B)且 x∉(A ∩C)，得 x∈T，　（3 分）

所以 S⊆T.　（4 分）

反之，若 x∈T，则 x∈(A∩B) 且 x∉(A ∩C)，　（5 分）

即 x∈A，x∈B ，且 x ∉C，则得 x∈B –C，　（6 分）

即得 x∈A ∩(B –C)，即 x∈S，所以 T⊆S.　（7 分）

因此 T=S.　（8 分）

另，可以用恒等式替换的方法证明.

离散数学数理逻辑部分综合练习

本课程综合练习共分 3 次，分别是集合论部分、图论部分、数理逻辑部分的综合练习，这 3 次综合练习基本上是按照考试的题型安排练习题目，目的是通过综合练习，使同学自己检验学习成果，找出掌握的薄弱知识点，重点复习，争取尽快掌握。本次是数理逻辑部分的综合练习。

一、单项选择题

1. 设 P：我将去市里， Q：我有时间．命题“ 我将去市里，仅当我有时间时 ” 符号化为 ( )

A． $Q\rightarrow P$　　B． $P\rightarrow Q$　　C． $P\leftrightarrow Q$　　D． $\neg P\vee\neg Q$

2. 设命题公式 G：$\neg P\rightarrow(Q\wedge R)$,则使公式 G 取真值为 1 的 P，Q，R 赋值分别是 ( )

A． 0, 0, 0　　B． 0, 0, 1　　C． 0, 1, 0　　D． 1, 0, 0

3. 下列公式 ( )为重言式.

A． $\neg P\wedge\neg Q\leftrightarrow P\vee Q$　　B． $(Q\rightarrow(P\vee Q))\leftrightarrow(\neg Q\wedge(P\vee Q))$

C． $(P\rightarrow(\neg Q\rightarrow P))\leftrightarrow(\neg P\rightarrow(P\rightarrow Q))$　　D． $(\neg P\vee(P\wedge Q))\leftrightarrow Q$

4. 下列等价公式成立的为 ( ).

A． $\neg P\wedge\neg Q\Leftrightarrow P\vee Q$　　B． $P\rightarrow(\neg Q\rightarrow P)\Leftrightarrow\neg P\rightarrow(P\rightarrow Q)$

C． $Q\rightarrow(P\vee Q)\Leftrightarrow\neg Q\wedge(P\vee Q)$　　D． $\neg P\vee(P\wedge Q)\Leftrightarrow Q$

5. 命题公式 $\neg(P\rightarrow Q)$ 的主析取范式是 (A).

A． $P\wedge\neg Q$　　B． $\neg P\wedge Q$　　C． $\neg P\vee Q$　　D． $P\vee\neg Q$

6. 命题公式（ $P\vee Q$）$\rightarrow R$ 的析取范式是 (B)

A． $\neg(P\vee Q)\vee R$　　B．$(P\wedge Q)\vee R$

C． $(P\vee Q)\vee R$　　D． $(\neg P\wedge\neg Q)\vee R$

7. 设 C(x): x 是国家级运动员， G(x): x 是健壮的，则命题“ 没有一个国家级运动员不是健壮的 ” 可符号化为 ( ).

A． $\neg\forall x(C(x)\wedge\neg G(x))$　　B． $\neg\forall x(C(x)\rightarrow\neg G(x))$

C． $\neg\exists x(C(x)\rightarrow\neg G(x))$　　D． $\neg\exists x(C(x)\wedge\neg G(x))$

8. 设 A（x）:x 是人，B（x）:x 是学生，则命题“ 不是所有人都是学生 ” 可符号化为 （ ）.

A． $(\forall x)(A(x)\wedge B(x))$　　B． $\neg(\exists x)(A(x)\wedge B(x))$

C． $\neg(\forall x)(A(x)\rightarrow B(x))$　　D． $\neg(\exists x)(A(x)\wedge\neg B(x))$

9. 表达式 $\forall x(P(x, y)\vee Q(z))\wedge\exists y(R(x, y)\rightarrow\forall zQ(z))$ 中 $\forall x$ 的辖域是 ( ).

A． $P(x, y)$　　B． $P(x, y)\vee Q(z)$　　C． $R(x, y)$　　D． $P(x, y)\wedge R(x, y)$

二、填空题

1. 命题公式 $P\rightarrow(Q\vee P)$ 的真值是 ______________.

2. 设 P：他生病了， Q：他出差了． R：我同意他不参加学习 ．则命题“ 如果他生病或

出差了，我就同意他不参加学习”符号化的结果为 ________________.

3. 含有三个命题变项 P，Q，R 的命题公式 $P \wedge Q$ 的主析取范式是 _______________.

4. 设 F(x)：x 是鸟， G(x)：x 会飞翔．则命题“鸟会飞”符号化为 _________________.

5．设个体域 D={1，2}, 那么谓词公式 $\exists xA(x) \vee \forall yB(y)$ 消去量词后的等值式为 ________________________.

6．设个体域 D＝{ a，b，c}，则谓词公式 $(\forall x)A(x)$ 消去量词后的等值式为 ________________．

7．设个体域 D＝{ a, b}，则谓词公式 $(\forall x)A(x) \wedge (\exists x)B(x)$ 消去量词后的等值式为 ________________________．

A (a)∧A (b))∧(B（a）∨B（b）

8. 设个体域 D＝{1, 2}，则谓词公式 $\exists xA(x)$ 消去量词后的等值式为 ________________.

$A(1) \vee A(2)$

9. 谓词命题公式 $(\forall x)(P(x)\rightarrow Q(x)\vee R(x, y))$ 中的约束变元为 ____________.

10. $(\forall x)(P(x)\rightarrow Q(x)\vee R(x, y))$ 中的自由变元为 ____________________.

三、公式翻译题

1. 请将语句“今天不是天晴”翻译成命题公式 .
2. 将语句“今天没有下雨. ”翻译成命题公式.
3. 将语句“今天没有人来. ” 翻译成命题公式.
4. 将语句“他不去学校. ”翻译成命题公式.
5. 将语句“尽管他接受了这个任务，但他没有完成好. ”翻译成命题公式.
6. 将语句“小王去旅游，小李也去旅游. ”翻译成命题公式.
7. 将语句“他去旅游，仅当他有时间. ”翻译成命题公式.
8. 请将语句“我去书店，仅当天不下雨”翻译成命题公式 .
9. 将语句“如果所有人今天都去参加活动，则明天的会议取消. ”翻译成命题公式.
10 . 将语句“如果你去了，那么他就不去. ”翻译成命题公式.
11. 请将语句 “有人不去工作”翻译成谓词公式 .
12. 将语句“有人去上课. ” 翻译成谓词公式.
13. 请将语句“所有人都努力工作. ”翻译成谓词公式 .
14. 将语句“所有人都去工作. ”翻译成谓词公式.
15. 将语句“所有的人都学习努力. ”翻译成命题公式.

四、判断说明题（ 判断下列各题，并说明理由． ）

1. 命题公式 $\neg(Q\rightarrow P)\wedge P$ 为永假式.

2. 命题公式┐ P∧（P→┐ Q）∨P 为永真式.

3. 下面的推理是否正确，试予以说明.

(1) （∀x）F（x）→G（x） 前提引入

(2) F（y）→G（y） US（1）.

五．计算题

1.（1）求命题公式 $\neg(P\rightarrow Q)\wedge(P\rightarrow\neg Q)$ 的主析取范式、主合取范式；

（2）求该命题公式的成假赋值.

2. 求公式 $(P\wedge Q)\rightarrow R$ 的析取、合取、主析取、主合取范式.

3. 求 $P\rightarrow Q\vee R$ 的析取范式，合取范式、主析取范式，主合取范式.

4. 试求出（ P∨Q）→R 的析取范式，合取范式，主合取范式.

5. 求（ P∨Q）→（ R∨Q）的合取范式.

6. 设谓词公式 $\exists x(P(x,y)\rightarrow\forall zQ(y,x,z))\wedge\forall yR(y,z)\leftrightarrow F(y)$．试

（1）写出量词的辖域；

（2）指出该公式的自由变元和约束变元.

六、证明 题

1. 试证明命题公式 $(P\rightarrow(Q\vee\neg R))\wedge\neg P\wedge Q$ 与┐（$P\vee\neg Q$）等价.

2. 试证明（ ∃x）（P（x）∧R（x））⇒ （∃x）P（x）∧（∃x）R（x）.

参考解答

一、单项选择题

1. B　2. D　3. C　4. B　5. A　6. D　7. D

8. C　9. B

二、填空题

1. T （或 1）

2. $(P\vee Q)\rightarrow R$

3. $(P\wedge Q\wedge R)\vee(P\wedge Q\wedge\neg R)$

4. $(\forall x)(F(x)\rightarrow G(x))$

5. $(A(1)\vee A(2))\vee(B(1)\wedge B(2))$

6. A (a) ∧A (b)∧A（c）

7. $A(a) \wedge A(b)) \wedge (B(a) \vee B(b))$

8. $A(1) \vee A(2)$

9. x

10. R(x, y)中的 y

三、公式翻译题

1. 解：设 P：今天是天晴；
   则 $\neg P$.
2. 解：设 P：今天下雨,
   则 $\neg P$.
3. 解：设 P：今天有人来,
   则 $\neg P$.
4. 解：设 P：他去学校,
   则 $\neg P$.
5. 解：设 P：他接受了这个任务， Q：他完成好了这个任务,
   则 $P \wedge \neg Q$.
6. 解：设 P：小王去旅游， Q：小李去旅游,
   则 $P \wedge Q$.
7. 解：设 P：他去旅游， Q：他有时间,
   则 $P \rightarrow Q$.
8. 解：设 P：我去书店， Q：天不下雨,
   则 $P \rightarrow Q$.
9. 解：设 P：所有人今天都去参加活动， Q：明天的会议取消,
   则 $P \rightarrow Q$.
10. 解：设 P：你去， Q：他去,
    则 $P \rightarrow \neg Q$.
11. 解：设 P(x)：x 是人， Q(x)：x 去工作,
    则 $(\exists x)(P(x) \wedge \neg Q(x))$.
12. 解：设 P(x)：x 是人， Q(x)：x 去上课,
    则 $(\exists x)(P(x) \wedge Q(x))$.
13. 解：设 P(x)：x 是人， Q(x)：x 努力工作.
    则 $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x))$.
14. 解：设 P(x)：x 是人， Q(x)：x 去工作,
    则 $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x))$.
15. 解：设 P(x)：x 是人， Q(x)：x 学习努力,

则 （$\forall x$） $(P(x) \to Q(x))$.

四、判断说明题（ 判断下列各题，并说明理由. ）

1. 解：正确

因为，由真值表

P	Q	$Q \to P$	$\neg(Q \to P)$	$\neg(Q \to P) \wedge P$
0	0	1	0	0
0	1	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	1	0	0

可知，该命题公式为永假式.

2. 解：正确.

$\neg P \wedge (P \to \neg Q) \vee P$ 是由 $\neg P \wedge (P \to \neg Q)$ 与 P 组成的析取式，

如果 P 的值为真，则 $\neg P \wedge (P \to \neg Q) \vee P$ 为真，

如果 P 的值为假，则 $\neg P$ 与 $P \to \neg Q$ 为真，即 $\neg P \wedge (P \to \neg Q)$ 为真，

也即 $\neg P \wedge (P \to \neg Q) \vee P$ 为真，

所以 $\neg P \wedge (P \to \neg Q) \vee P$ 是永真式.

另种说明：

$\neg P \wedge (P \to \neg Q) \vee P$ 是由 $\neg P \wedge (P \to \neg Q)$ 与 P 组成的析取式，

只要其中一项为真，则整个公式为真.

可以看到，不论 P 的值为真或为假，$\neg P \wedge (P \to \neg Q)$ 与 P 总有一个为真，

所以 $\neg P \wedge (P \to \neg Q) \vee P$ 是永真式.

或用等价演算 $\neg P \wedge (P \to \neg Q) \vee P \Leftrightarrow T$

3. 解：错误.

（2）应为 $F(y) \to G(x)$，换名时，约束变元与自由变元不能混淆.

五. 计算题

1. 解：（1） $\neg(P \to Q) \wedge (P \to \neg Q) \Leftrightarrow \neg(\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q)$

$$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q) \Leftrightarrow (P \wedge \neg Q \wedge \neg P) \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg Q)$$

$$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q) \qquad \text{(主析取范式)}$$

$$\Leftrightarrow (P \vee (Q \wedge \neg Q)) \wedge ((P \wedge \neg P) \vee \neg Q)$$

$$\Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee \neg Q) \wedge (P \vee \neg Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q)$$

$$\Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee \neg Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q) \qquad \text{(主合取范式)}$$

（2）因为命题公式的成真赋值是 (1, 0)，

所以它的成假赋值是 (0, 0)，(0, 1)，(1, 1).

2. 解：$(P \wedge Q) \to R \Leftrightarrow \neg(P \wedge Q) \vee R$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q) \vee R$$

$\Leftrightarrow \neg P \vee \neg Q \vee R$　　（析取、合取、主合取范式）

$\Leftrightarrow (\neg P \wedge (\neg Q \vee Q) \wedge (\neg R \vee R)) \vee ((\neg P \vee P) \wedge \neg Q \wedge (\neg R \vee R)) \vee ((\neg P \vee P) \wedge (\neg Q \vee Q) \wedge R)$

$\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge R)$　　（主析取范式）

3. 解：$P \to (R \vee Q)$

$\Leftrightarrow \neg P \vee (R \vee Q)$

$\Leftrightarrow \neg P \vee Q \vee R$　　（析取、合取、主合取范式）

$\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge Q \wedge R)$　（主析取范式）

4. 解：$(P \vee Q) \to R \Leftrightarrow \neg (P \vee Q) \vee R \Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q) \vee R$（析取范式）

$\Leftrightarrow (\neg P \vee R) \wedge (\neg Q \vee R)$（合取范式）

$\Leftrightarrow ((\neg P \vee R) \vee (Q \wedge \neg Q)) \wedge ((\neg Q \vee R) \vee (P \wedge \neg P))$

$\Leftrightarrow (\neg P \vee R \vee Q) \wedge (\neg P \vee R \vee \neg Q) \wedge (\neg Q \vee R \vee P) \wedge (\neg Q \vee R \vee \neg P)$

$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee R)$

（主合取范式）

5. 解：$(P \vee Q) \to (R \vee Q)$

$\Leftrightarrow \neg (P \vee Q) \vee (R \vee Q)$

$\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q) \vee (R \vee Q)$

$\Leftrightarrow (\neg P \vee R \vee Q) \wedge (\neg Q \vee R \vee Q)$

$\Leftrightarrow (\neg P \vee R \vee Q)$　　合取范式

6. 解：（1）$\exists x$ 量词的辖域为 $(P(x,y) \to \forall z Q(y,x,z))$，

$\forall z$ 量词的辖域为 $Q(y,x,z)$，

$\forall y$ 量词的辖域为 $R(y,z)$。

（2）自由变元为 $(P(x,y) \to \forall z Q(y,x,z))$ 与 $F(y)$ 中的 y，以及 $R(y,z)$ 中的 z

约束变元为 $(P(x,y) \to \forall z Q(y,x,z))$ 中的 x 与 $Q(y,x,z)$ 中的 z，以及 $R(y,z)$ 中的 y。

六、证明 题

1. 证明：$(P \to (Q \vee \neg R)) \wedge \neg P \wedge Q \Leftrightarrow (\neg P \vee (Q \vee \neg R)) \wedge \neg P \wedge Q$

$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge \neg P \wedge Q$

$\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg P \wedge Q) \vee (Q \wedge \neg P \wedge Q) \vee (\neg R \wedge \neg P \wedge Q)$

$\Leftrightarrow (\neg P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge Q \wedge \neg R)$

$\Leftrightarrow \neg P \wedge Q$　　（吸收律）

$\Leftrightarrow \neg (P \vee \neg Q)$　　（摩根律）

2. 证明：（1）$(\exists x)(P(x) \wedge R(x))$　　P

（2）$P(a) \wedge R(a)$　　ES(1)

（3）$P(a)$　　T(2)I

（4）（∃x）P（x）　　　　EG(3)
（5）R（a）　　　　T(2)I
（6）（∃x）R（x）　　　　EG(5)
（7）（∃x）P（x）∧（∃x）R（x）　　　　T(5)(6)I

离散数学图论部分综合练习

本课程综合练习共分 3 次，分别是集合论部分、图论部分、数理逻辑部分的综合练习，这 3 次综合练习基本上是按照考试的题型安排练习题目，目的是通过综合练习，使同学自己检验学习成果，找出掌握的薄弱知识点，重点复习，争取尽快掌握。本次是图论部分的综合练习。

一、单项选择题

1. 设图 G 的邻接矩阵为

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

则 G 的边数为 (　　).

A．6　　　B. 5　　　C. 4　　　D．3

2. 已知图 G 的邻接矩阵为

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

则 G 有（　　）.

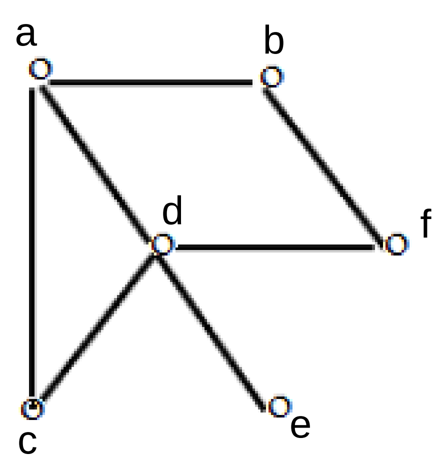
A．5 点，8 边　　　B．6 点，7 边

C. 6 点，8 边　　　D．5 点，7 边

3. 设图 G＝<V, E>，则下列结论成立的是 (　　).

A．$\deg(V)=2|E|$　　　B．$\deg(V)=|E|$

C. $\sum_{v\in V}\deg(v)=2|E|$　　　D．$\sum_{v\in V}\deg(v)=|E|$



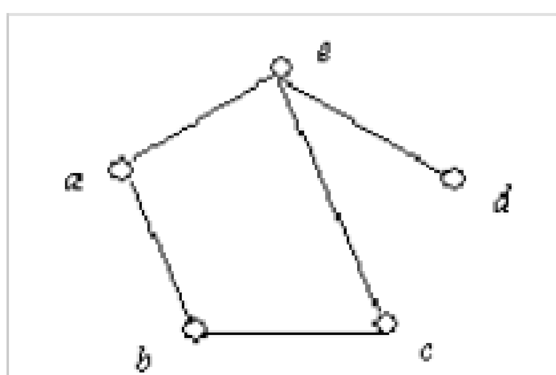
图一

4. 图 G 如图一所示，以下说法正确的是 (　　).

A．{(a, d)} 是割边

B. {(a, d)} 是边割集

C. {(d, e)} 是边割集



D. {(a, d) ,(a, c)} 是边割集

5. 如图二所示，以下说法正确的是 ( ).

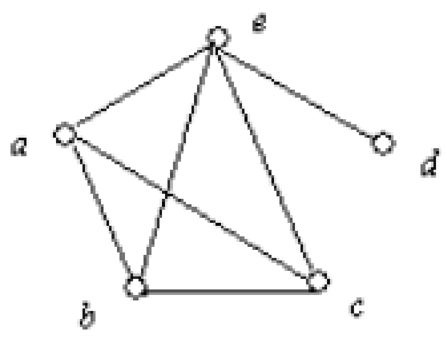
A. e 是割点 B．{a, e} 是点割集

C. { b, e} 是点割集 D. { d} 是点割集

6. 如图三所示，以下说法正确的是 ( ) .

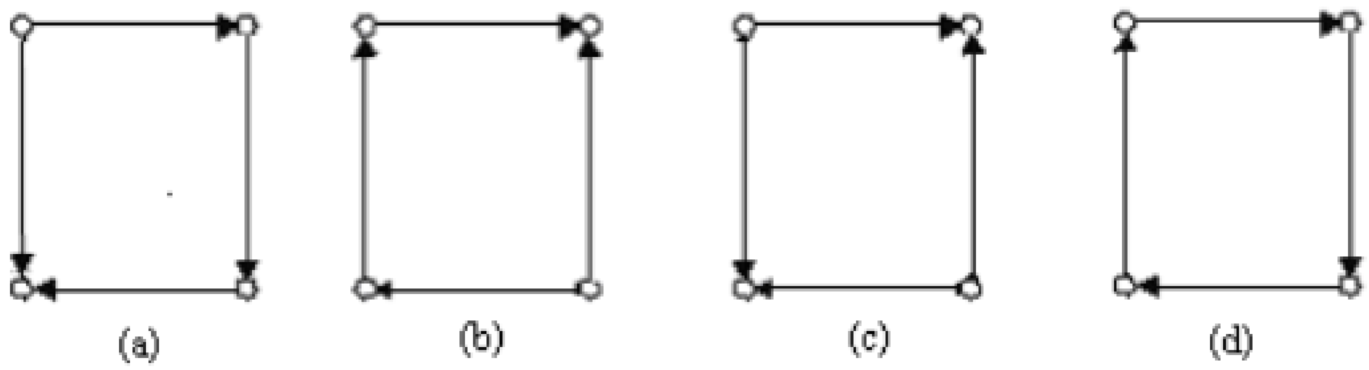
A. {(a, e)} 是割边 B．{(a, e)} 是边割集

C. {(a, e) ,(b, c)} 是边割集 D. {(d, e)} 是边割集



图三

7. 设有向图（ a)、(b)、(c）与（ d）如图四所示，则下列结论成立的是 ( ).



图四

A．（a）是强连通的 B．（b）是强连通的

C. （c）是强连通的 D．（d）是强连通的

应该填写： D

8. 设完全图 K_n 有 n 个结点 (n≥2)，m 条边，当（ ）时， K_n 中存在欧拉回路.

A. m 为奇数 B. n 为偶数 C．n 为奇数 D．m 为偶数

9. 设 G 是连通平面图，有 v 个结点， e 条边， r 个面，则 r= (A).

A. e－v＋2 B．v＋e－2 C. e－v－2 D．e＋v＋2

10. 无向图 G 存在欧拉通路，当且仅当 ( ).

A．G 中所有结点的度数全为偶数

B. G 中至多有两个奇数度结点

C. G 连通且所有结点的度数全为偶数

D．G 连通且至多有两个奇数度结点

11. 设 G 是有 n 个结点， m 条边的连通图，必须删去 G 的( )条边，才能确定 G 的一棵生成树.

A. $m-n+1$ B. $m-n$ C. $m+n+1$ D. $n-m+1$

12. 无向简单图 G 是棵树，当且仅当 ( ).

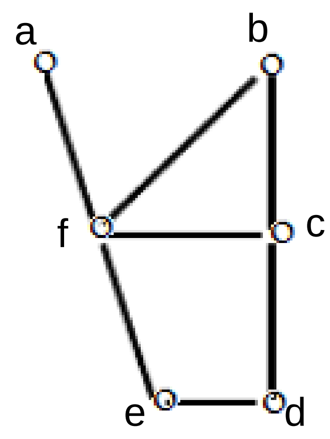
A. G 连通且边数比结点数少 1 B. G 连通且结点数比边数少 1

C. G 的边数比结点数少 1　　　　　D. G 中没有回路.

二、填空题

1. 已知图 G 中有 1 个 1 度结点，2 个 2 度结点，3 个 3 度结点，4 个 4 度结点，则 G 的边数是 ________________.

2. 设给定图 G(如图四所示)，则图 G 的点割集是 ________________.



图四

3. 若图 G=<V，E>中具有一条汉密尔顿回路，则对于结点集 V 的每个非空子集 S，在 G 中删除 S 中的所有结点得到的连通分支数为 W，则 S 中结点数|S|与 W 满足的关系式为 ________________.

4. 无向图 G 存在欧拉回路，当且仅当 G 连通且 ________________.

5. 设有向图 D 为欧拉图，则图 D 中每个结点的入度 ____________.

应该填写：等于出度

6. 设完全图 K_n 有 n 个结点 (n≥2)，m 条边，当 __________时，K_n 中存在欧拉回路.

7. 设 G 是连通平面图，v，e，r 分别表示 G 的结点数，边数和面数，则 v，e 和 r 满足的关系式 ________________.

8. 设连通平面图 G 的结点数为 5，边数为 6，则面数为 ____________ .

9. 结点数 v 与边数 e 满足 ________________关系的无向连通图就是树.

10. 设图 G 是有 6 个结点的连通图，结点的总度数为 18，则可从 G 中删去 ____________条边后使之变成树.

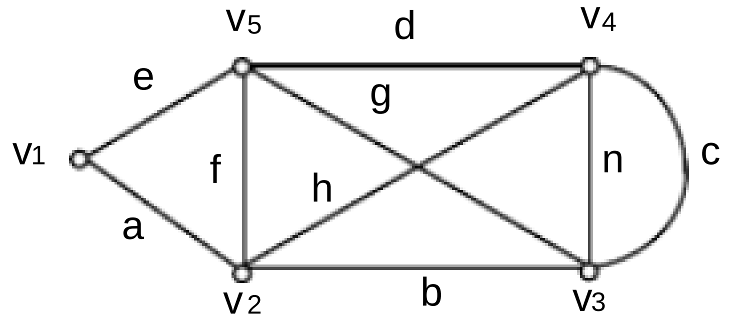
11. 已知一棵无向树 T 中有 8 个结点，4 度，3 度，2 度的分支点各一个，T 的树叶数为 5____.

12. 设 G＝<V，E>是有 6 个结点，8 条边的连通图，则从 G 中删去 __________条边，可以确定图 G 的一棵生成树.

13. 给定一个序列集合 {000，001，01，10，0}，若去掉其中的元素 ____________，则该序列集合构成前缀码.

三、判断说明题

1. 如图六所示的图 G 存在一条欧拉回路.



图六

2. 给定两个图 G_1，G_2（如图七所示）：

（1）试判断它们是否为欧拉图、汉密尔顿图？并说明理由.

（2）若是欧拉图，请写出一条欧拉回路.

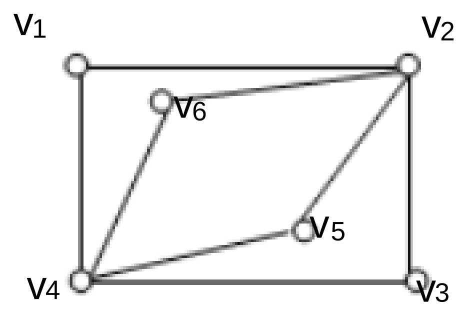


图 G_1

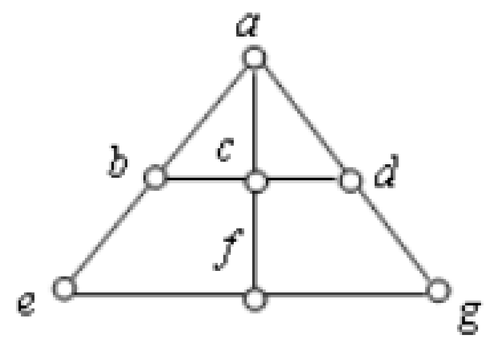
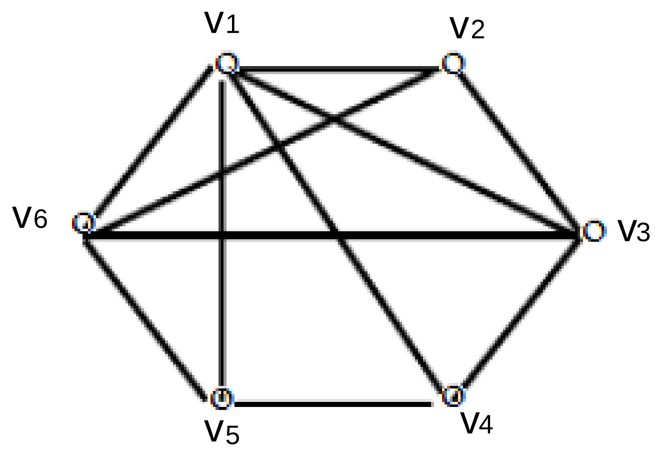


图 G_2

图七

3. 判别图 G(如图八所示)是不是平面图，并说明理由.



图八

4. 设G是一个有 6个结点 14条边的连通图，则 G 为平面图.

四、计算题

1. 设图 G=<V，E>，其中 $V=\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$，

$E=\{<a_1, a_2>, <a_2, a_4>, <a_3, a_1>, <a_4, a_5>, <a_5, a_2>\}$

（1）试给出 G 的图形表示；

（2）求 G 的邻接矩阵；

（3）判断图 G 是强连通图、单侧连通图还是弱连通图？

2. 设图 G=<V，E>，$V=\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$，$E=\{(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_2, v_3), (v_2, v_4), (v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_4, v_5)\}$，试

（1）画出 G 的图形表示；　　　　（2）写出其邻接矩阵；

（2）求出每个结点的度数；　　　　（4）画出图 G 的补图的图形.

3. 设 G=<V，E>，$V=\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$，$E=\{(v_1,v_3), (v_2,v_3), (v_2,v_4), (v_3,v_4), (v_3,v_5), (v_4,v_5)\}$，试

（1）给出 G 的图形表示；　　　　（2）写出其邻接矩阵；

（3）求出每个结点的度数；　　　　（4）画出其补图的图形.

4. 图 G=<V, E>，其中 V={ a, b, c, d, e}，E={ (a, b), (a, c), (a, e), (b, d), (b, e), (c, e), (c, d), (d, e) }，对应边的权值依次为 2、1、2、3、6、1、4 及 5，试

（1）画出 G 的图形；

（2）写出 G 的邻接矩阵；

（3）求出 G 权最小的生成树及其权值.

5. 设有一组权为 2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31，试

（1）画出相应的最优二叉树；　　（2）计算它们的权值.

6. 画一棵带权为 1, 2, 2, 3, 4 的最优二叉树，计算它的权.

五、证明题

1. 若无向图 G 中只有两个奇数度结点，则这两个结点一定是连通的.

2. 设 G 是一个 n 阶无向简单图， n 是大于等于 2 的奇数．证明图 G 与它的补图 $\overline{G}$ 中的奇数度顶点个数相等．

3. 设连通图 G 有 k 个奇数度的结点，证明在图 G 中至少要添加 $\frac{k}{2}$ 条边才能使其成为欧拉图．

参考解答

一、单项选择题

1. B　2. D　3. C　4. C　5. A　6. D　7. D　8. C
9. A　10. D　11. A　12. A

二、填空题

1. 15　2. {f}，{c， e}　3. W ≤|S|
4. 所有结点的度数全为偶数　5. 等于出度
6. n 为奇数　7. v-e+r =2　8. 3
9. e=v- 1　10. 4　11. 5
12. 3　13. 0

三、判断说明题

1. 解：正确．
因为图 G 为连通的，且其中每个顶点的度数为偶数．
2. 解：（1）图 G_1 是欧拉图．
因为图 G_1 中每个结点的度数都是偶数．
图 G_2 是汉密尔顿图．
因为图 G_2 存在一条汉密尔顿回路（不惟一）：

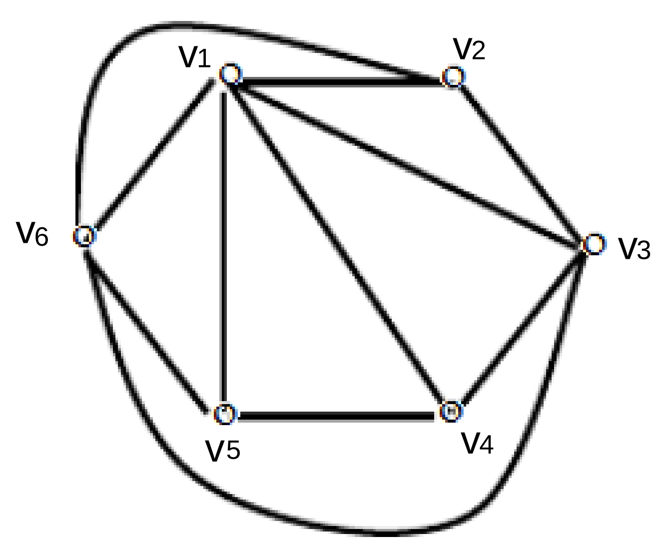
a(a, b)b(b, e) e(e, f) f (f, g) g(g, d) d(d, c) c(c, a)a

问题：请大家想一想，为什么图 G_1 不是汉密尔顿图，图 G_2 不是欧拉图。

（2）图 G_1 的欧拉回路为：（不惟一）：

$v_1(v_1, v_2)\ v_2\ (v_2, v_3)\ v_3\ (v_3, v_4)\ v_4\ (v_4, v_5)v_5$
$(v_5, v_2)\ v_2\ (v_2, v_6)v_6\ (v_6, v_4)\ v_4\ (v_4, v_1)v_1$

3. 解：图 G 是平面图．
因为只要把结点 v_2 与 v_6 的连线 (v_2, v_6) 拽到结点 v_1 的外面，把把结点 v_3 与 v_6 的连线 (v_3, v_6) 拽到结点 v_4, v_5 的外面，就得到一个平面图，如图九所示．



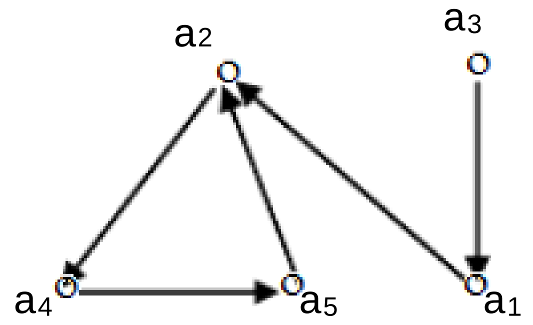
图九

4. 解：错误.

不满足“设 G 是一个有 v 个结点 e 条边的连通简单平面图，若 $v\geq 3$，则 $e\leq 3v-6$.”

四、计算题

1. 解：(1) 图 G 是有向图：

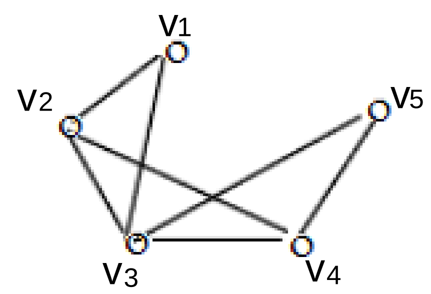


(2) 邻接矩阵如下：

$$A(D)=\begin{bmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\end{bmatrix},$$

(3) 图 G 是单侧连通图，也是弱连通图.

2. 解：(1) 图 G 如图十



图十

(2) 邻接矩阵为

$$\begin{bmatrix}0&1&1&0&0\\1&0&1&1&0\\1&1&0&1&1\\0&1&1&0&1\\0&0&1&1&0\end{bmatrix}$$

(3) $\deg(v_1)=2$

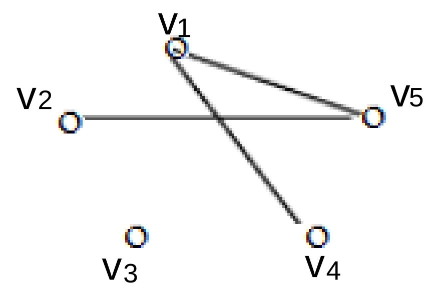
$\deg(v_2)=3$

$\deg(v_3)=4$

$\deg(v_4)=3$

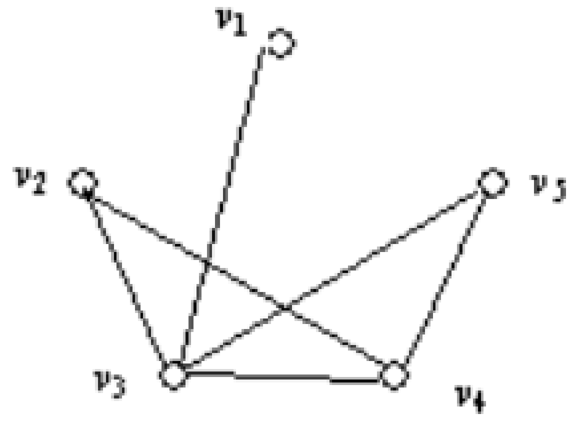
$\deg(v_5)=2$

(4) 补图如图十一



图十一

3. 解：(1) G 的图形如图十二



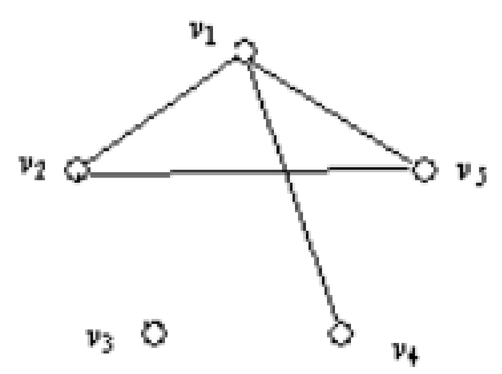
(2) 邻接矩阵：

图十二

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

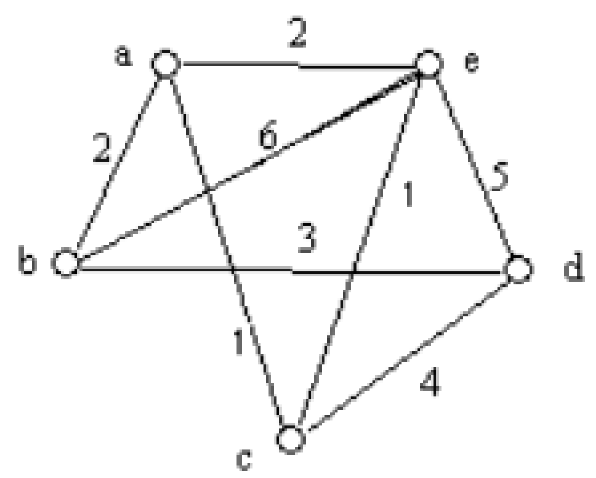
（3）v_1，v_2，v_3，v_4，v_5 结点的度数依次为 1，2，4，3，2

（4）补图如图十三：



图十三

4．解：（1）G 的图形表示 如图十四 ：

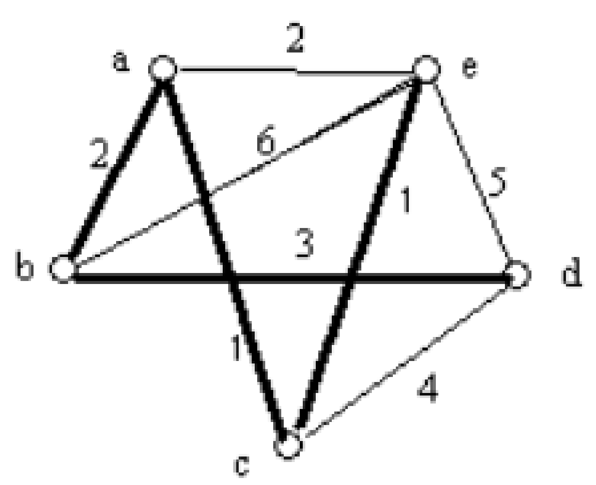


图十四

（2）邻接矩阵：

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

（3）粗线表示最小的生成树，如图十五



如图十五

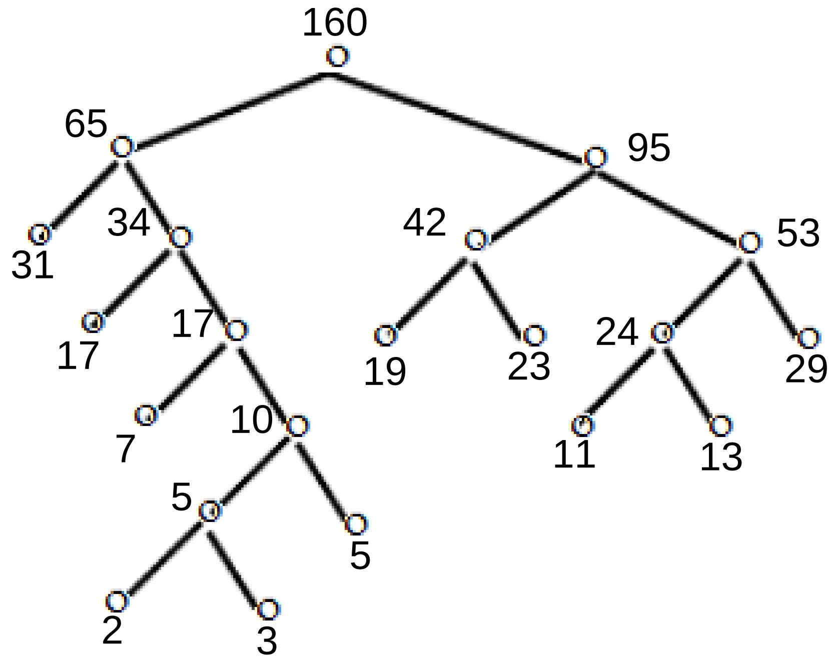
最小的生成树的权为 1+1+2+3=7：

5. 解：(1) 最优二叉树如图十六所示：

方法（Huffman）：从 2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31 中选 2,3 为最低层结点，并从权数中删去，再添上他们的和数，即 5,5,7,11,13,17,19,23,29,31;

再从 5,5,7,11,13,17,19,23,29,31 中选 5,5 为倒数第 2 层结点，并从上述数列中删去，再添上他们的和数，即 7,10,11,13,17,19,23,29,31；

然后，从 7,10,11,13,17,19,23,29,31 中选 7,10 和 11,13 为倒数第 3 层结点，并从上述数列中删去，再添上他们的和数，即 17,17,24,19,23,29,31；



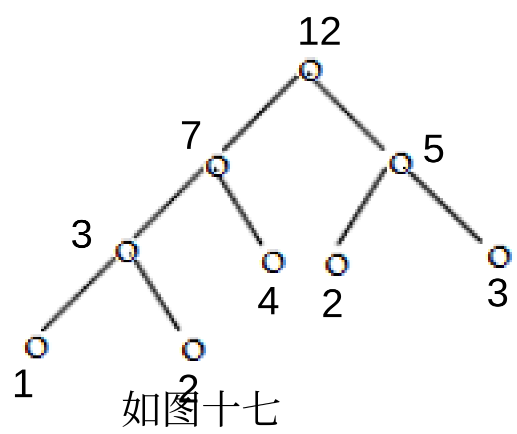
如图十六

,,

（2）权值为：$2\times6+3\times6+5\times5+7\times4+11\times4+13\times4+17\times3+19\times3+23\times3+29\times3+31\times2$

$=12+18+25+28+44+52+51+57+69+87+62=505$

6. 解：最优二叉树如图十七



如图十七

它的 权为：$1\times3+2\times3+2\times2+3\times2+4\times2=27$

五、证明题

1. 证明：用反证法．设 G 中的两个奇数度结点分别为 u 和 v．假设 u 和 v 不连通，即它们之间无任何通路，则 G 至少有两个连通分支 G_1，G_2，且 u 和 v 分别属于 G_1 和 G_2，于是 G_1 和 G_2 各含有一个奇数度结点．这与定理 3.1.2 的推论矛盾．因而 u 和 v 一定是连通的．

2. 证明：设 $G=\langle V,E\rangle$，$\overline{G}=\langle V,E'\rangle$．则 E' 是由 n 阶无向完全图 K_n 的边删去 E 所得到的．所以对于任意结点 $u\in V$，u 在 G 和 $\overline{G}$ 中的度数之和等于 u 在 K_n 中的度数．由于 n 是大于等于 2 的奇数，从而 K_n 的每个结点都是偶数度的（$n-1\ (\geq 2)$ 度），于是若 $u\in V$ 在 G 中是奇数度结点，则它在 $\overline{G}$ 中也是奇数度结点．故图 G 与它的补图 $\overline{G}$ 中的奇数度结点

个数相等.

3. 证明：由定理 3.1.2，任何图中度数为奇数的结点必是偶数，可知 k 是偶数.

又根据定理 4.1.1 的推论，图 G 是欧拉图的充分必要条件是图 G 不含奇数度结点．因此只要在每对奇数度结点之间各加一条边，使图 G 的所有结点的度数变为偶数，成为欧拉图.

故最少要加 $\frac{k}{2}$ 条边到图 G 才能使其成为欧拉图.

离散数学集合论部分综合练习

本课程综合练习共分 3 次，分别是集合论部分、图论部分、数理逻辑部分的综合练习，这 3 次综合练习基本上是按照考试的题型安排练习题目，目的是通过综合练习，使同学自己检验学习成果，找出掌握的薄弱知识点，重点复习，争取尽快掌握。本次是集合论部分的综合练习。

一、单项选择题

1. 若集合 A={ a，b}，B={ a，b，{ a，b }}，则（ ）.

A．A⊂B，且 A∈B　　B．A∈B，但 A⊄B

C．A⊂B，但 A∉B　　D．A⊄B，且 A∉B

2. 若集合 A＝{2，a，{ a }，4}，则下列表述正确的是 ( ).

A．{a，{ a }} ∈A　　B．{ a }⊆A

C．{2} ∈A　　D．∅ ∈A

3. 若集合 A＝{ a，{a}，{1，2}}，则下列表述正确的是 ( ).

A．{a，{a}} ∈A　　B．{2} ⊆A

C．{ a}⊆A　　D．∅∈A

4. 若集合 A={ a，b，{ 1，2 }}，B={ 1，2}，则（ ）.

A．B ⊂A，且 B∈A　　B．B∈ A，但 B⊄A

C．B ⊂A，但 B∉A　　D．B⊄ A，且 B∉A

5. 设集合 A = {1，a }，则 P(A) = ( ).

A．{{1}, { a}}　　B．{∅ ,{1}, { a}}

C．{ ∅ ,{1}, { a}, {1，a }}　　D．{{1}, { a}, {1，a }}

6. 若集合 A 的元素个数为 10，则其幂集的元素个数为（ ）.

A．1024　　B．10　　C．100　　D．1

7. 集合 A={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8} 上的关系 R={< x，y>|x+y=10 且 x, y∈ A}，则 R 的性质为（ ）.

A．自反的　　B．对称的

C．传递且对称的　　D．反自反且传递的

8. 设集合 A = {1，2，3，4，5，6 } 上的二元关系 R ={ <a , b > |a , b∈ A，且 a +b = 8}，则 R 具有的性质为（ ）.

A．自反的　　B．对称的

C. 对称和传递的　　　　　　　　　D．反自反和传递的

9. 如果 R_1 和 R_2 是 A 上的自反关系，则 $R_1 \cup R_2$，$R_1 \cap R_2$，$R_1 - R_2$ 中自反关系有（　　）个.

A. 0　　　　B. 2　　　　C. 1　　　　D. 3

10. 设集合 A={1 , 2 , 3 , 4} 上的二元关系

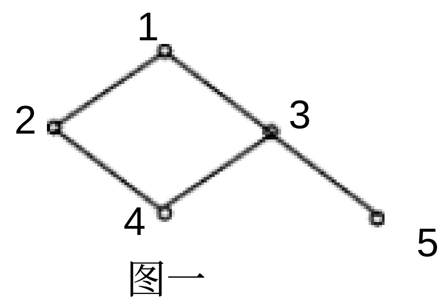
$$R = \{ <1,1>, <2,2>, <2,3>, <4,4> \},$$

$$S = \{ <1,1>, <2,2>, <2,3>, <3,2>, <4,4> \},$$

则 S 是 R 的（　　）闭包.

A. 自反　　　　B. 传递　　　　C. 对称　　　　D. 以上都不对

11. 设集合 A = {1 , 2 , 3 , 4 , 5} 上的偏序关系的哈斯图如图一所示，若 A 的子集 B = {3 , 4 , 5}，则元素 3 为 B 的（　　）.



图一

A. 下界　　　　B. 最大下界

C. 最小上界　　　　D. 以上答案都不对

12. 设 A={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}，R 是 A 上的整除关系，B={2, 4, 6}，则集合 B 的最大元、最小元、上界、下界依次为（　　）.

A. 8、2、8、2　　　　B. 无、2、无、2

C. 6、2、6、2　　　　D. 8、1、6、1

13. 设 A={ a, b}，B={1, 2}，R_1，R_2，R_3 是 A 到 B 的二元关系，且 R_1={< a, 2>, <b, 2>}，R_2={< a, 1>, <a, 2>, <b, 1>}，R_3={< a, 1>, <b, 2>}，则（　　）不是从 A 到 B 的函数.

A. R_1 和 R_2　　　　B. R_2　　　　C. R_3　　　　D. R_1 和 R_3

二、填空题

1. 设集合 A 有 n 个元素，那么 A 的幂集合 P(A)的元素个数为 ____________.

2. 设集合 A＝{a, b}，那么集合 A 的幂集是 ______________________________.
应该填写：{∅,{a,b},{ a},{ b }}

3. 设集合 A={0, 1, 2, 3}，B={2, 3, 4, 5}，R 是 A 到 B 的二元关系，

$$R = \{ < x, y > | x \in A 且 y \in B 且 x, y \in A \cap B \}$$

则 R 的有序对集合为 ______________________________________.

4. 设集合 A={0, 1, 2}，B={0, 2, 4}，R 是 A 到 B 的二元关系，

$$R = \{ < x, y > | x \in A 且 y \in B 且 x, y \in A \cap B \}$$

则 R 的关系矩阵 M_R=

__________________.

5. 设集合 A={ a,b,c}，A 上的二元关系

R={< a, b>,<c. a>}，S={< a, a>,<a, b>,<c, c>}

则 $(R \bullet S)^{-1}$=________________________.

6. 设集合 A= {a,b,c}，A 上的二元关系 R={< a, b>, <b, a>, <b, c>, <c, d>}，则二元关系 R

具有的性质是 __________________.

7. 若 $A=\{1,2\}$，$R=\{<x, y>|x\in A, y\in A, x+y=10\}$，则 R 的自反闭包为 ______________.

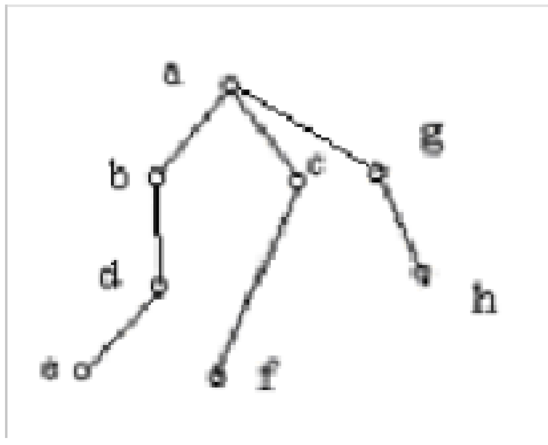
8. 设集合 $A=\{1, 2\}$，$B=\{a, b\}$，那么集合 A 到 B 的双射函数是 _________

__________________________________.

9. 设 $A=\{a, b, c\}$，$B=\{1, 2\}$，作 $f: A\to B$，则不同的函数个数为 ____________.

三、判断说明题 （判断下列各题，并说明理由． ）

1. 设 A、B、C 为任意的三个集合，如果 $A\cup B=A\cup C$，判断结论 $B=C$ 是否成立？并说明理由．

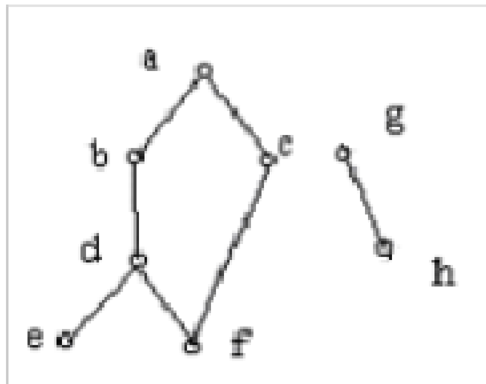


图一

2. 如果 R_1 和 R_2 是 A 上的自反关系，判断结论："$R^{-1}{}_1$、$R_1\cup R_2$、$R_1\cap R_2$ 是自反的" 是否成立？并说明理由．

3. 若偏序集 $<A, R>$的哈斯图如图一所示，则集合 A 的最大元为 a，最小元不存在．

4. 若偏序集 $<A, R>$的哈斯图如图二所示，则集合 A 的最大元为 a，最小元不存在．



图二

5. 设 N、R 分别为自然数集与实数集，$f: N\to R$，$f(x)=x+6$，则 f 是单射．

四、计算题

1. 设集合 $A=\{a, b, c\}$，$B=\{b, d, e\}$，求

（1）$B\cap A$； （2）$A\cup B$； （3）$A-B$； （4）$B\oplus A$.

2. 设 $A=\{\{a, b\}, 1, 2\}$，$B=\{a, b, \{1\}, 1\}$，试计算

（1）$(A-B)$ （2）$(A\cup B)$ （3）$(A\cup B)-(A\cap B)$．

3. 设集合 $A=\{\{1\},\{2\},1,2\}$，$B=\{1,2,\{1,2\}\}$，试计算

（1）$(A-B)$； （2）$(A\cap B)$； （3）$A\times B$.

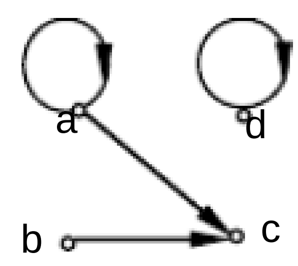
4. 设 $A=\{0, 1, 2, 3, 4\}$，$R=\{<x, y>|x\in A, y\in A$ 且 $x+y<0\}$，$S=\{<x, y>|x\in A, y\in A$ 且 $x+y\leq 3\}$，试求 R，S，$R\bullet S$，R^{-1}，S^{-1}，$r(R)$.

5. 设 $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$，R 是 A 上的整除关系，$B=\{2, 4, 6\}$．

（1）写出关系 R 的表示式； （2）画出关系 R的哈斯图；

（3）求出集合 B 的最大元、最小元.

6. 设集合 $A=\{a, b, c, d\}$ 上的二元关系 R 的关系图如图三所示.



图三

（1）写出 R 的表达式；

（2）写出 R 的关系矩阵；

（3）求出 R^2.

7. 设集合 $A=\{1, 2, 3, 4\}$，$R=\{<x, y>|x, y\in A；|x-y|=1$ 或 $x-y=0\}$，试

（1）写出 R 的有序对表示； （2）画出 R 的关系图；

（3）说明 R 满足自反性，不满足传递性.

五、证明题

1. 试证明集合等式： $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$.

2. 试证明集合等式 $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$.

3. 设 R 是集合 A 上的对称关系和传递关系，试证明：若对任意 $a\in A$，存在 $b\in A$，使得 $<a, b>\in R$，则 R 是等价关系 .

4. 若非空集合 A 上的二元关系 R和 S是偏序关系，试证明： $R\cap S$ 也是 A 上的偏序关系.

参考解答

一、单项选择题

1. A　2. B　3. C　4. B　5. C　6. A　7. B　8. B

9. B　10. C　11. C　12. B　13. B

二、填空题

1. 2^n

2. $\{\varnothing,\{a,b\},\{a\},\{b\}\}$

3. $\{<2, 2>, <2, 3>, <3, 2>\}$, $<3, 3>$

4. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

5. $\{<a. c>, <b, c>\}$

6. 反自反的

7. $\{<1, 1>, <2, 2>\}$

8. $\{<1, a>, <2, b>\}$, $\{<1, b>, <2, a>\}$

9. 8

三、判断说明题 （判断下列各题，并说明理由. ）

1. 解： 错.

设 $A=\{1, 2\}$, $B=\{1\}$, $C=\{2\}$, 则 $A\cup B=A\cup C$，但 $B\neq C$.

2. 解 ：成立.

因为 R_1和 R_2是 A 上的自反关系，即 $I_A\subseteq R_1$，$I_A\subseteq R_2$。

由逆关系定义和 $I_A\subseteq R_1$，得 $I_A\subseteq R_1^{-1}$；

由 $I_A\subseteq R_1$，$I_A\subseteq R_2$，得 $I_A\subseteq R_1\cup R_2$，$I_A\subseteq R_1\cap R_2$。

所以，R_1^{-1}、$R_1\cup R_2$、$R_1\cap R_2$ 是自反的。

3. 解 ：正确.

对于集合 A 的任意元素 x，均有 $<x, a>\in R$（或 xRa），所以 a 是集合 A 中的最大元.

按照最小元的定义，在集合 A 中不存在最

小元.

4. 解：错误.

集合 A 的最大元不存在， a 是极大元.

5. 解：正确.

设 x_1， x_2 为自然数且 $x_1 \neq x_2$，则有 $f(x_1)= x_1+6 \neq x_2+6= f(x_2)$，故 f 为单射.

四、计算题

1. 解：（1） $B\cap A=\{a, b, c\}\cap\{b, d, e\}=\{b\}$

（2） $A\cup B=\{a, b, c\}\cup\{b, d, e\}=\{a, b, c, d, e\}$

（3） $A-B=\{a, b, c\}-\{b, d, e\}=\{a, c\}$

（4） $B\oplus A= A\cup B-B\cap A=\{a, b, c, d, e\}-\{b\}=\{a, c, d, e\}$

2. 解：（1） $(A-B)=\{\{a, b\}, 2\}$

（2） $(A\cup B)=\{\{a, b\}, 1, 2, a, b, \{1\}\}$

（3） $(A\cup B)-(A\cap B)=\{\{a, b\}, 2, a, b, \{1\}\}$

3. 解：（1） $A-B=\{\{1\},\{2\}\}$

（2） $A\cap B=\{1,2\}$

（3） $A\times B=\{<\{1\},1>, <\{1\},2>, <\{1\},\{1,2\}>, <\{2\},1>, <\{2\},2>, <\{2\},\{1,2\}>, <1,1>, <1,2>, <1, \{1,2\}>, <2,1>, <2,2>, <2, \{1,2\}>\}$

4. 解：$R=\varnothing$,

$S=\{<0,0>,<0,1>,<0,2>,<0,3>,<1,0>,<1,1>,<1,2>,<2,0>,<2,1>,<3,0>\}$

$R\bullet S=\varnothing$,

$R^{-1}=\varnothing$,

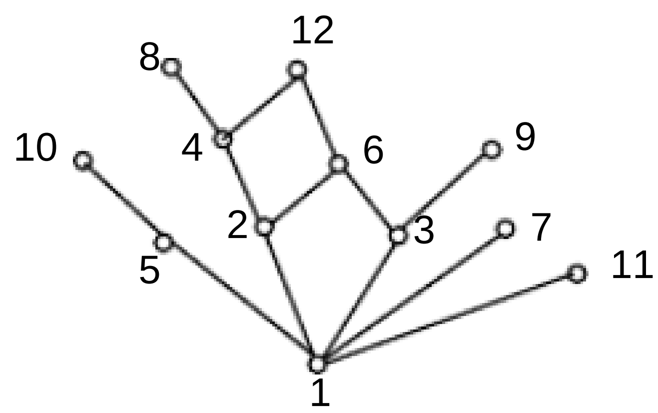
$S^{-1}= S$,

$r(R)=I_A$.

5. 解：（1） $R=I\cup\{<1,2>, <1,3>, \ ,\ , <1,12>, <2,4>, <2,6>, <2,8>, <2,10>, <2,12>, <3,6>, <3,9>, <3,12>, <4,8>, <4,12>, <5,10>, <6,12>\}$

（2）关系 R 的哈斯图如图四

（3）集合 B 没有最大元，最小元是： 2



图四：关系 R 的哈斯图

6. 解： $R=\{<a, a>, <a, c>, <b, c>, <d,d>\}$

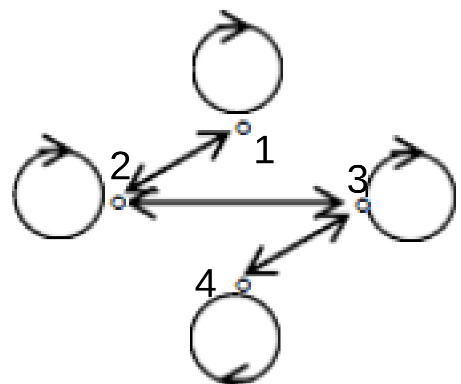
$$M_R=\begin{bmatrix}1&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

$$R^2=\{<a, a>, <a, c>, <b, c>, <d, d>\}\bullet\{<a, a>, <a, c>, <b, c>, <d, d>\}$$
$$=\{<a, a>, <a, c>, <d,d>\}$$

7. 解：（1） $R=\{<1,1>,<2,2>,<3,3>,<4,4>, <1,2>,<2,1>,<2,3>,<3,2>,<3,4>,<4,3>\}$

（2）关系图如图五

（3）因为 <1,1>,<2,2>,<3,3>,<4,4> 均属于 R,



图五

即 A 的每个元素构成的有序对均在 R 中，故 R 在 A 上是自反的。

因有 <2,3> 与 <3,4> 属于 R，但 <2,4> 不属于 R，所以 R 在 A 上不是传递的。

五、证明题

1. 证明：设，若 $x\in A\cup(B\cap C)$，则 $x\in A$ 或 $x\in B\cap C$，

即 $x\in A$ 或 $x\in B$ 且 $x\in A$ 或 $x\in C$.

即 $x\in A\cup B$ 且 $x\in A\cup C$，

即 $x\in T=(A\cup B)\cap(A\cup C)$，

所以 $A\cup(B\cap C)\subseteq(A\cup B)\cap(A\cup C)$.

反之，若 $x\in(A\cup B)\cap(A\cup C)$，则 $x\in A\cup B$ 且 $x\in A\cup C$，

即 $x\in A$ 或 $x\in B$ 且 $x\in A$ 或 $x\in C$，

即 $x\in A$ 或 $x\in B\cap C$，

即 $x\in A\cup(B\cap C)$，

所以 $(A\cup B)\cap(A\cup C)\subseteq A\cup(B\cap C)$.

因此. $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$.

2. 证明：设 $S=A\cap(B\cup C)$，$T=(A\cap B)\cup(A\cap C)$，若 $x\in S$，则 $x\in A$ 且 $x\in B\cup C$，即 $x\in A$ 且 $x\in B$ 或 $x\in A$ 且 $x\in C$，

也即 $x\in A\cap B$ 或 $x\in A\cap C$，即 $x\in T$，所以 $S\subseteq T$.

反之，若 $x\in T$，则 $x\in A\cap B$ 或 $x\in A\cap C$，

即 $x\in A$ 且 $x\in B$ 或 $x\in A$ 且 $x\in C$

也即 $x\in A$ 且 $x\in B\cup C$，即 $x\in S$，所以 $T\subseteq S$.

因此 $T=S$.

3. 设 R 是集合 A 上的对称关系和传递关系，试证明：若对任意 $a\in A$，存在 $b\in A$，使得 $<a,b>\in R$，则 R 是等价关系 .

证明：已知 R 是对称关系和传递关系，只需证明 R 是自反关系.

$\forall a\in A$，$\exists b\in A$，使得 $<a,b>\in R$，因为 R 是对称的，故 $<b,a>\in R$；

又 R 是传递的，即当 $<a,b>\in R$，$<b,a>\in R\Rightarrow<a,a>\in R$；

由元素 a 的任意性，知 R 是自反的.

所以，R 是等价关系.

4. 若非空集合 A 上的二元关系 R 和 S 是偏序关系，试证明：$R\cap S$ 也是 A 上的偏序关系.

证明：.① $\forall x\in A$, $<x,x>\in R$, $<x,x>\in S\Rightarrow<x,x>\in R\cap S$，所以 $R\cap S$ 有自反性；

② $\forall x,y\in A$, 因为 R，S 是反对称的，

$<x,y>\in R\cap S\wedge<y,x>\in R\cap S\Leftrightarrow(<x,y>\in R\wedge<x,y>\in S)\wedge(<y,x>\in R\wedge<y,x>\in S)$

$\Leftrightarrow(<x,y>\in R\wedge<y,x>\in R)\wedge(<x,y>\in S\wedge<y,x>\in S)\Leftrightarrow x=y\wedge y=x\Leftrightarrow x=y$

所以，$R\cap S$ 有反对称性.

③ $\forall x,y,z\in A$，因为 R，S 是传递的，

$<x,y>\in R\cap S\wedge<y,z>\in R\cap S$

$\Leftrightarrow<x,y>\in R\wedge<x,y>\in S\wedge<y,z>\in R\wedge<y,z>\in S$

$\Leftrightarrow<x,y>\in R\wedge<y,z>\in R\wedge<x,y>\in S\wedge<y,z>\in S$

$\Rightarrow<x,z>\in R\wedge<x,z>\in S\Leftrightarrow<x,z>\in R\cap S$

所以，$R\cap S$ 有传递性.

总之，R 是偏序关系.

离散数学（本） 2016 年 3 月份试题

一、单项选择题（每小题 **3** 分，本题共 **15** 分）

1. 设 A={1, 3, 5, 7 }，B={2, 4, 6}，A 到 B 的关系 R={< x, y> | y=x+3}，则 R 为（ ）.

A. {<3, 2>, <5, 4>, <7, 6>}　　B. {<1, 4>, <3, 6>}

C. {<1, 2>, <3, 4>, <5, 6>}　　D. {<1, 3>, <3, 3>, <5, 3>, <7, 3>}

2. 若集合 A＝{a, b, c}，则下列表述不正确的是 （ ）.

A．$\varnothing\subseteq A$　　B．$a\in A$

C．$\{a\}\in A$　　D．$\{a, b, c\}\subseteq A$

3. 设 A（x）：x 是学生，B（x）：x 是大学生，则命题 “不是所有的学生都是大学生”可符号化为（ ）.

A．$\neg(\exists x)(A(x)\wedge B(x))$　　B．$(\forall x)(A(x)\wedge B(x))$

C．$\neg(\exists x)(A(x)\wedge\neg B(x))$　　D．$\neg(\forall x)(A(x)\to B(x))$

4. 设 G 为连通无向图，则（ ）时，G 中存在欧拉回路.

A．G 不存在奇数度数的结点　　B．G 存在偶数度数的结点

C．G 存在一个奇数度数的结点　　D．G 存在两个奇数度数的结点

5. n 阶无向完全图 K_n 的边数是（ ）.

A. n(n-1),　　B. n(n-1)/2

C. n-1　　D. n(n-1)

二、填空题（每小题 **3** 分，本题共 **15** 分）

6. 设集合 A={1, 2, 3} ，B={2, 3, 4} ，C={3, 4, 5} ，则 $A\cup(C-B)$ 等于 ________________.

7. 设 A={ a, b}，B={1, 2} ，C={ a, b}，从 A 到 B 的函数 f={< a, 1>, <b, 2>}，从 B 到 C 的函数 g={<1, b>, <2, a >}，则 $g\circ f$ 等于 ____________________________.

8. 对于任意的无向图，其所有结点的度数之和等于该图的边数的 ________________.

9. 设 G 是具有 n 个结点 m 条边 k 个面的连通平面图，则 n+k –2 等于 ______________.

10. 设个体域 D＝{1, 2, 3, 4} , A(x)为 “x 等于 4 ”, 则谓词公式 $(\exists x)A(x)$ 真值为 ______________.

三、逻辑公式翻译（每小题 **6** 分，本题共 **12** 分）

11. 将语句 “如果小王来学校，则他会参加比赛. ”翻译成命题公式.

12. 将语句 “今天天晴，昨天下雨. ”翻译成命题公式.

四、判断说明题（判断各题正误，并说明理由．每小题 **7** 分，本题共 **14** 分）

13. 设 A={1，2，3 }，R={<1，1 >, <1，2 >，<2，1 >, <3，3 >}，则 R 是等价关系.

14. $(\forall x)P(x)\wedge Q(y)\to R(x)$ 中量词 $\forall$ 的辖域为 $P(x)\wedge Q(y)$.

五．计算题（每小题 **12** 分，本题共 **36** 分）

15. 设集合 A={ a, b, c}，B={{ a, b }, b}，试计算

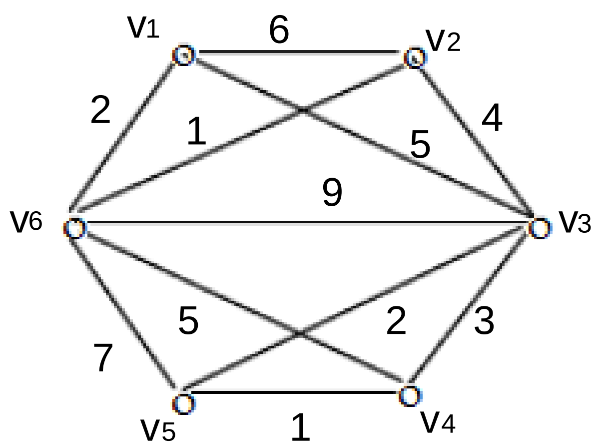
（1）$A\cap B$；　（2）$A-B$；　（3）$A\times B$.

16. 设 G=<V，E>，V={ v_1, v_2, v_3, v_4, v_5}，E={(v_1,v_3) , (v_1,v_5) , (v_2,v_3) , (v_3,v_4) , (v_4,v_5) }，试

（1）给出 G 的图形表示；（2）写出其邻接矩阵；

（3）求出每个结点的度数；（4）画出其补图的图形.

17．试利用 Kruskal 算法求出如下所示赋权图中的最小生成树（要求写出求解步骤），并求此最小生成树的权.



六、证明题（本题共 **8** 分）

18．试证明：$\neg\neg(P\rightarrow Q)\wedge\neg R\wedge(Q\rightarrow R)\Rightarrow\neg P$.

离散数学（本） 2016 年 3 月份试题

参考解答

一、单项选择题（每小题 3 分，本题共 15 分）

1. B 2. C 3. D 4. A 5. B

二、填空题（每小题 3 分，本题共 15 分）

6. {1, 2, 3, 5}

7. {< a, b >, <b, a >}

8. 两倍

9. m

10. 真（或 T，或 1）

三、逻辑公式翻译（每小题 6 分，本题共 12 分）

11. 设 P：小王来学校， Q：他会参加比赛. （2 分）

则命题公式为： $P \to Q$. （6 分）

12. 设 P：今天天晴， Q：昨天下雨. （2 分）

则命题公式为： $P \wedge Q$. （6 分）

四、判断说明题（每小题 7 分，本题共 14 分）

13. 错误. （3 分）

R 不是等价关系，因 R 中不包含 <2, 2 >，故不满足自反性. （7 分）

14. 错误. （3 分）

辖域为紧接与量词 $\forall$之后的最小子公式 P(x). （7 分）

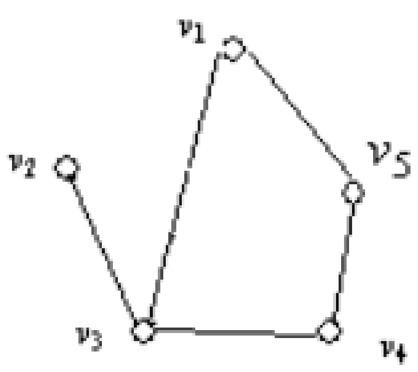
五. 计算题（每小题 12 分，本题共 36 分）

15. 解：（1）$A \cap B=\{b\}$； （4 分）

（2）$A - B=\{a, c\}$； （8 分）

（3）$A \times B=\{<a,\{a, b\}>, <a,b>, <b,\{a, b\}>, <b,b>, <c,\{a, b\}>, <c, b>\}$ （12 分）

16. 解：（1）G 的图形表示如图一所示：



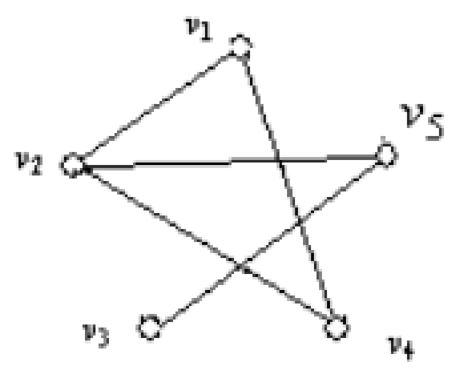
（3 分）

图一

（2）邻接矩阵：
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$
（6 分）

（3）v_1，v_2，v_3，v_4，v_5 结点的度数依次为 2，1，3，2，2. （9 分）

（4）补图如图二所示：



（12 分）

图二

17．解：用 Kruskal 算法求产生的最小生成树。步骤为：

$w(v_2,v_6)=1$，选 (v_2,v_6)

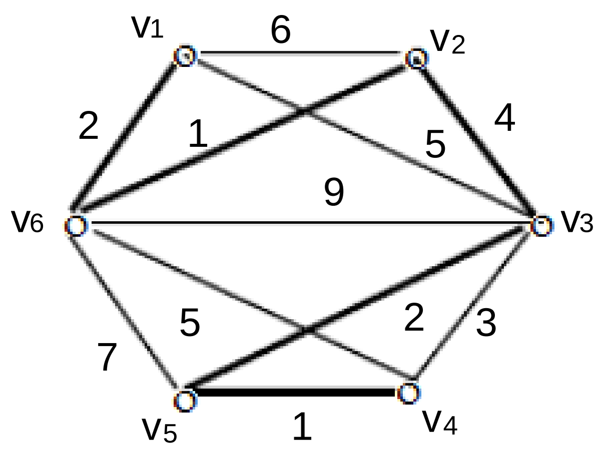
$w(v_4,v_5)=1$，选 (v_4,v_5)

$w(v_1,v_6)=2$，选 (v_1,v_6)

$w(v_3,v_5)=2$，选 (v_3,v_5)

$w(v_2,v_3)=4$，选 (v_2,v_3) （6 分）

最小生成树如图三所示：



（9 分）

图三

最小生成树的权 $w(T)=1+1+2+2+4=10$． （12 分）

六、证明题（本题共 **8** 分）

18．证明：

（1）	$\neg\neg(P\rightarrow Q)$	P	（1 分）
（2）	$P\rightarrow Q$	T（1）E	（3 分）
（3）	$(Q\rightarrow R)$	P	（4 分）
（4）	$\neg R$	P	（5 分）
（5）	$\neg Q$	T（3）（4）I	（6 分）
（6）	$\neg P$	T（2）（5）I	（8 分）

说明：

1．因证明过程中，公式引用的次序可以不同，一般引用前提正确得 1 分，利用两个公式得出有效结论得 1 或 2 分，最后得出结论得 2 或 1 分.

2．另，可以用真值表验证.

离散数学（本） **2016** 年 **1** 月份试题

一、单项选择题（每小题 **3** 分，本题共 **15** 分）

1. 若集合 $A=\{1, 2, 3, 4\}$，则下列表述正确的是 ( ).

A．$\{1, 2\} \in A$　　B．$\{1, 2, 3\} \subseteq A$

C. $\{1, 2, 3\} \supset A$　　D．$\{1, 2, 3\} \in A$

2. 已知无向图 G 的结点度数之和为 10，则 G 的边数为（ ）.

A．10　　B．20

C. 30　　D．5

3. 无向图 G 是棵树，结点数为 10，则 G 的边数是（ ）.

A. 5　　B. 10

C. 9　　D. 12

4. 设 A（x）：x 是人，B（x）：x 是学生，则命题“有的人是学生”可符号化为（ ）.

A．$(\forall x)(A(x) \wedge B(x))$　　B．$\neg(\forall x)(A(x) \rightarrow B(x))$

C. $(\exists x)(A(x) \wedge B(x))$　　D．$\neg(\exists x)(A(x) \wedge \neg B(x))$

5. 下面的推理正确的是（ ）.

A．(1) $(\exists x)(F(x) \rightarrow G(x))$　　前提引入

(2) $F(y) \rightarrow G(y)$　　ES（1）.

B. (1) $(\forall x) F(x) \rightarrow G(x)$　　前提引入

(2) $F(y) \rightarrow G(y)$　　US（1）.

C. (1) $(\exists x) F(x) \rightarrow G(x)$　　前提引入

(2) $F(y) \rightarrow G(y)$　　US（1）.

D．(1) $(\exists x)(F(x) \rightarrow G(x))$　　前提引入

(2) $F(y) \rightarrow G(x)$　　ES（1）.

二、填空题（每小题 **3** 分，本题共 **15** 分）

6. 设 $A=\{1, 2\}$，$B=\{a, b, c\}$，则 $A \times B$ 的元素个数为 _____________.

7. 有 n 个结点的无向完全图的边数为 _________________.

8. 设无向图 G 中存在欧拉路，则 G 的奇数度数的结点数为 ________________.

9. 设 G 是有 10 个结点的连通图，边数为 20，则可从 G 中删去 ______________条边后使之变成树.

10．设个体域 $D=\{1, 2, 3, 4\}$，则谓词公式 $(\forall x)A(x)$ 消去量词后的等值式为 _______________________ .

三、逻辑公式翻译（每小题 **6** 分，本题共 **12** 分）

11. 将语句“小明是个学生.”翻译成命题公式.

12. 将语句“他上午去教室上课，下午去体育馆参加比赛.”翻译成命题公式.

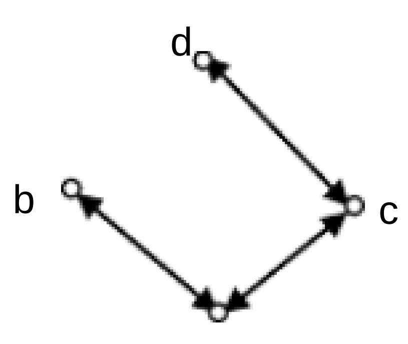
四、判断说明题（判断各题正误，并说明理由．每小题 **7** 分，本题共 **14** 分）

13. 存在集合 A 与 B，可以使得 $A \in B$ 与 $A \subseteq B$ 同时成立.

14. 完全图 K_4 不是平面图.

五、计算题（每小题 **12** 分，本题共 **36** 分）

15. 设关系 R 的关系图如下，试



（1）写出 R 的关系表达式；

（2）判断 R 是否为等价关系，并说明理由.

16．设图 G=<V，E>，V={ v_1，v_2，v_3，v_4}，E={ (v_1, v_2)，(v_1, v_4)，(v_2, v_4)}，试

（1）画出 G 的图形表示；

（2）写出其邻接矩阵；

（3）求出每个结点的度数；

（4）画出图 G 的补图的图形.

17．求 $\neg P \vee (Q \wedge R)$ 的合取范式与主合取范式.

六、证明题（本题共 **8** 分）

18．对任意集合 A，B 和 C，试证明 $A\times(B\cup C)=(A\times B)\cup(A\times C)$.

离散数学（本） 2016年1月份试题

参考解答

一、单项选择题（每小题 **3** 分，本题共 **15** 分）

1. B　　2．D　　3．C　　4．C　　5．A

二、填空题（每小题 **3** 分，本题共 **15** 分）

6. 6

7. n(n-1)/2

8. 两个或零个　（注：答“两个”也给 3 分）

9. 11

10. A(1) ∧ A(2) ∧ A(3) ∧ A(4)

三、逻辑公式翻译（每小题 **6** 分，本题共 **12** 分）

11. 设 P：小明是个学生.　（2 分）

　则命题公式为： P.　（6 分）

12. 设 P：他上午去教室上课,

　　Q：他下午去体育馆参加比赛.　（2 分）

　则命题公式为： P∧Q　（6 分）

四、判断说明题（每小题 **7** 分，本题共 **14** 分）

13. 正确.　（3 分）

　例：设 A={a}，B={a，{a}}　（5 分）

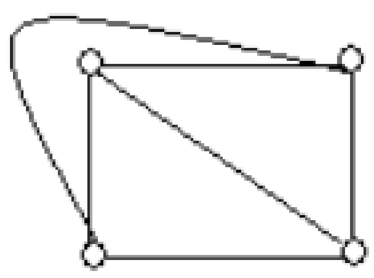
　则有 A∈B 且 A⊆B.　（7 分）

　说明：举出符合条件的实例均给分.

14. 错误.　（3 分）

完全图 K_4 是平面图,　（5 分）

如 K_4 可以如下图示嵌入平面.　（7 分）



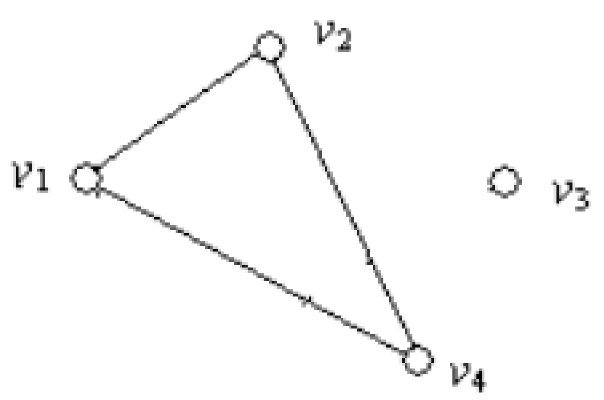
五. 计算题（每小题 **12** 分，本题共 **36** 分）

15. 解：（1） R={<a, b>,<b, a>,<a, c>,<c, a>,<c, d>,<d, c>} .　（4 分）

　（2）不是等价关系　（8 分）

　　因为该关系不满足自反性（或答：不满足传递性）　（12 分）

16. 解：（1）关系图



（3 分）

（2）邻接矩阵

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

（6 分）

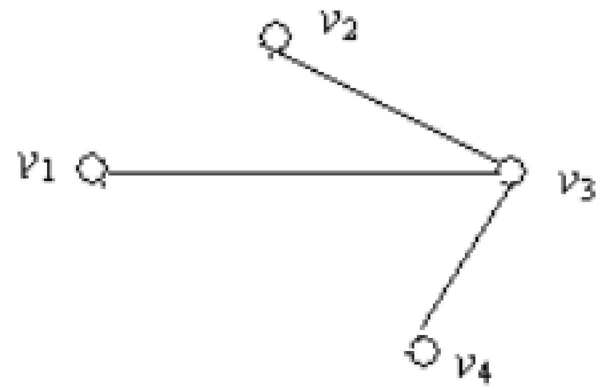
（3）$\deg(v_1)=2$

$\deg(v_2)=2$

$\deg(v_3)=0$

$\deg(v_4)=2$ （9 分）

（4）补图



（12 分）

17. 解：$\neg P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R)$ 合取范式 （2 分）

$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \vee (R \wedge \neg R) \wedge (\neg P \vee R)$ （5 分）

$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \vee (R \wedge \neg R) \wedge (\neg P \vee R) \vee (Q \wedge \neg Q)$ （7 分）

$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee R \vee Q) \wedge (\neg P \vee R \vee \neg Q)$ （10 分）

$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R)$ 主合取范式 （12 分）

六、证明题（本题共 **8** 分）

18. 证明：设 $S = A \times (B \cup C)$，$T = (A \times B) \cup (A \times C)$，

若 $\langle x, y\rangle \in S$，则有 $x \in A$ 且 $y \in (B \cup C)$，即 $x \in A$ 且 $y \in B$ 或 $y \in C$， （1 分）

即有 $x \in A$ 且 $y \in B$，或 $x \in A$ 且 $y \in C$， （2 分）

可得 $\langle x, y\rangle \in (A \times B)$，或 $\langle x, y\rangle \in (A \times C)$， （3 分）

则有 $\langle x, y\rangle \in (A \times B) \cup (A \times C)$，即 $\langle x, y\rangle \in T$， （4 分）

所以 $S \subseteq T$. （5 分）

反之，若 $\langle x, y\rangle \in T$，则有 $\langle x, y\rangle \in (A \times B)$，或 $\langle x, y\rangle \in (A \times C)$，

则有 $x \in A$ 且 $y \in B$，或 $x \in A$ 且 $y \in C$，即有 $x \in A$ 且 $y \in B$ 或 $y \in C$， （6 分）

则有 $x \in A$ 且 $y \in (B \cup C)$， 即有 $\langle x, y\rangle \in S$，

所以 $T \subseteq S$. （7 分）

得证 $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$. （8 分）

离散数学（本） 2015年10月份试题

一、单项选择题（每小题 **3** 分，本题共 **15** 分）

1. 若集合 A＝{1,2,3}，则下列表述正确的是 ( ).

A．{1} $\in$A B．{1} $\subset$A

C．{1, 2, 3} $\in$A D．$\varnothing\in$A

2. 设 A={1, 2, 3 }，B ={1, 2, 3, 4}，A 到 B 的关系 R ={< x, y> | x 大于 y}，则 R = ( ).

A．{<2, 1>, <3, 1>, <3, 2 >} B．{<1, 1>, <1, 2>, <1, 3>, <1, 4>, <1, 5>}

C．{<1, 1>, <2, 1>} D．{<1, 2>, <2, 3>}

3. 无向图 G 的结点的度数之和是 10，则图 G 的边数为（ ）.

A．10 B．15

C. 20 D．5

4. 设连通平面图 G 有 v 个结点，e 条边，r 个面，则（ ）.

A．$v + e - r = 2$ B．$v + e - r = 4$

C．$r + v - e = 2$ D．$v + e - r = -4$

5. 设个体域 D 是整数集合，则命题 $\exists x\forall y\,(x\times y = y)$ 的真值是（ ）.

A．不确定 B．由 y 的取值确定

C．F D．T

二、填空题（每小题 **3** 分，本题共 **15** 分）

6. 设集合 A={ a, b, c}，B={ b, c}，C={ c, d}，则 A∩(B∪C)等于________________________.

7. 设 A={2，3}，B={1，2}，C={3，4}，从 A 到 B 的函数 f={<2, 2>, <3, 1>}，从 B 到 C 的函数 g={<1，3>, <2，4>}，则 Dom(g ° f)等于__________________________________.

8. 若图 G=<V, E>，其中 V={ a, b, c, d }，E={ (a, b), (b, c)，(b, d)}，则该图中的割点为____________.

9. 设 G 是汉密尔顿图，S 是其结点集的一个子集，若 S 的元素个数为 4，则在 G －S 中的连通分支数不超过 _______________.

10．设个体域 D＝{1,2，3，4}，A(x)为“ x 大于 5”，则谓词公式 $(\forall x)A(x)$的真值为_____________.

三、逻辑公式翻译（每小题 **6** 分，本题共 **12** 分）

11. 将语句“雪是白色的，但天是蓝色的.”翻译成命题公式.

12. 将语句“如果下雨，则活动取消.”翻译成命题公式.

四、判断说明题（判断各题正误，并说明理由．每小题 **7** 分，本题共 **14** 分）

13. 集合的元素可以是集合.

14. $(\exists x)(P(x) \to Q(y) \wedge R(z))$中的自由变元为 x.

五、计算题（每小题 **12** 分，本题共 **36** 分）

15. 设 A={1，2，3}，R={< x，y>|x$\in$A，y$\in$A 且 x +y >4}，S={< x，y>|x$\in$A，y$\in$A 且 x<y}，

试求 R, S, R^{-1}, $s(S)$.

16. 图 $G=<V, E>$，其中 $V=\{a, b, c, d\}$， $E=\{(a, b), (a, c), (a, d), (b, c), (b, d), (c, d)\}$，对应边的权值依次为 2、3、4、5、6 及 7，试

（1）画出 G 的图形；

（2）写出 G 的邻接矩阵；

（3）求出 G 权最小的生成树及其权值.

17. 试画一棵带权为 1, 1, 3, 4, 4 的最优二叉树，并计算该最优二叉树的权.

六、证明题（本题共 **8** 分）

18. 试证明： $\neg P \vee Q \Rightarrow P \rightarrow (\neg(\neg P \vee \neg Q))$.

离散数学（本） 2015年10月份试题

参考解答

一、单项选择题（每小题 **3** 分，本题共 **15** 分）

1. B　　2. A　　3. D　　4. C　　5. D

二、填空题（每小题 **3** 分，本题共 **15** 分）

6. {b, c}

7. {2, 3}　（或 A）

8. b

9. 4

10. 假（或 F，或 0）

三、逻辑公式翻译（每小题 **6** 分，本题共 **12** 分）

11. 设 P：雪是白色的，Q：天是蓝色的.　（2 分）

　则命题公式为：　$P\wedge Q$.　（6 分）

12. 设 P：下雨，Q：活动取消.　（2 分）

　则命题公式为：　$P\rightarrow Q$.　（6分）

四、判断说明题（每小题 **7** 分，本题共 **14** 分）

13. 正确.　（3 分）

　例：集合 {{1}} 中的元素 {1} 是集合.　（7 分）

14. 错误.　（3 分）

　$(\exists x)(P(x)\rightarrow Q(y)\wedge R(z))$中的约束变元为 x，自由变元为 y 与 z.　（7 分）

五. 计算题（每小题 **12** 分，本题共 **36** 分）

15.

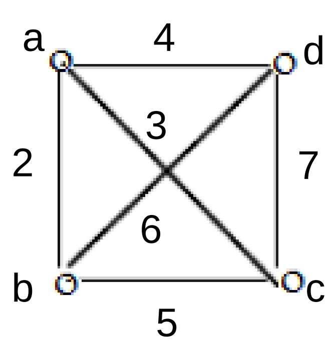
$R=\{\langle 2, 3\rangle, \langle 3, 2\rangle, \langle 3, 3\rangle\}$　（3 分）

$S=\{\langle 1, 2\rangle, \langle 1, 3\rangle, \langle 2, 3\rangle\}$　（6 分）

$R^{-1}=\{\langle 2, 3\rangle, \langle 3, 2\rangle, \langle 3, 3\rangle\}$　（9 分）

$s(S)=\{\langle 1, 2\rangle, \langle 1, 3\rangle, \langle 2, 3\rangle, \langle 2, 1\rangle, \langle 3, 1\rangle, \langle 3, 2\rangle\}$　（12 分）

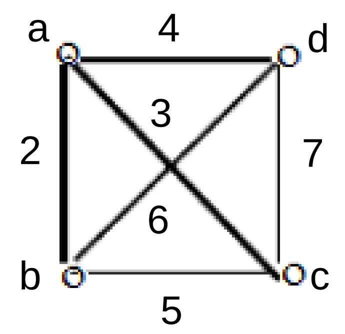
16. （1） G 的图形表示为：



（3 分）

（2）邻接矩阵： $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ （6 分）

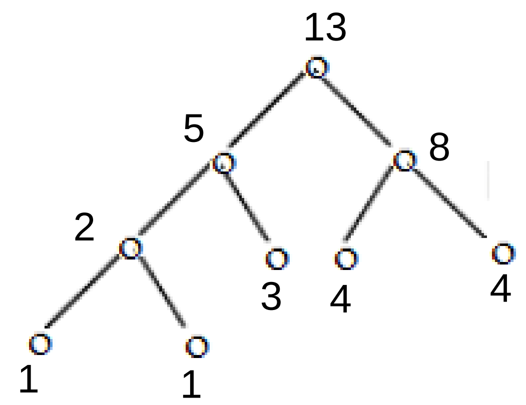
（3）粗线与结点表示的是最小生成树,



（10 分）

权值为 9 （12 分）

17.



（10 分）

权为 $1\times3+1\times3+3\times2+4\times2+4\times2=28$ （12 分）

六、证明题（本题共 **8** 分）

18．证明：

（1）$\neg P \vee Q$	P	（1 分）
（2）P	P（附加前提）	（3 分）
（3）Q	T（1）（2）I	（5 分）
（4）$P \wedge Q$	T（2）（3）I	（6 分）
（5）$\neg(\neg P \vee \neg Q)$	T（4）E	（7 分）
（6）$P \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg Q)$	CP 规则	（8 分）

说明：1、因证明过程中，公式引用的次序可以不同，一般引用前提正确得 1 分，利用两个公式得出有效结论得 1 或 2 分，最后得出结论得 2 或 1 分.

另，可以用真值表验证．采用反证法可参照给分.

离散数学（本） 2015 年 7 月份试题

一、单项选择题（每小题 **3** 分，本题共 **15** 分）

1. 若集合 $A=\{1,2,3\}$，则下列表述正确的是 ( ).

A．$\{1, 2, 3\} \in A$　　B．$A \subset \{1, 2\}$

C．$\{1, 2, 3\} \subseteq A$　　D．$\{1, 2\} \in A$

2. 已知无向图 G 有 10 条边，则 G 的结点度数之和为（ ）.

A．10　　B．20

C. 30　　D．5

3. 无向图 G 是棵树，边数为 10，则 G 的结点数是（　　）.

A． 5　　B． 10

C. 9　　D． 11

4. 设 A（x）：x 是金属， B（x）：x 是金子， 则命题 “有的金属是金子 ”可符号化为 （　　）.

A．$(\exists x)(A(x)\wedge B(x))$　　B. $\neg(\forall x)(A(x)\rightarrow B(x))$

C. $(\forall x)(A(x)\wedge B(x))$　　D. $\neg(\exists x)(A(x)\wedge\neg B(x))$

5. 下面的推理正确的是（　　）.

A．(1) $(\forall x)F(x)\rightarrow G(x)$　　前提引入

(2) $F(y)\rightarrow G(y)$　　US（1）.

B. (1) $(\exists x)F(x)\rightarrow G(x)$　　前提引入

(2) $F(y)\rightarrow G(y)$　　US（1）.

C. (1) $(\exists x)(F(x)\rightarrow G(x))$　　前提引入

(2) $F(y)\rightarrow G(y)$　　ES（1）.

D．(1) $(\exists x)(F(x)\rightarrow G(x))$　　前提引入

(2) $F(y)\rightarrow G(x)$　　ES（1）.

二、填空题（每小题 **3** 分，本题共 **15** 分）

6. 设 A={1，2}，B={ a, b, c }，作 f：A→B，则不同的函数个数为 ______________.

7. 有 n 个结点的无向完全图的边数为 __________________.

8. 设无向图 G 中存在欧拉回路，则 G 的奇数度数的结点数为 _________________个.

9. 设 G 是有 8 个结点的连通图， 结点的度数之和为 24, 则可从 G 中删去 _______________条边后使之变成树.

10．设个体域 D＝{a， b， c}， 则谓词公式 $(\forall x)A(x)$ 消去量词后的等值式为 ________________________ .

三、逻辑公式翻译（每小题 **6** 分，本题共 **12** 分）

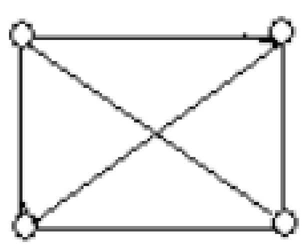
11. 将语句 “学生的主要任务是学习 ”翻译成命题公式.

12. 将语句 “我们下午 2 点或者去礼堂看电影或者去教室看书. ”翻译成命题公式.

四、判断说明题（判断各题正误，并说明理由．每小题 **7** 分，本题共 **14** 分）

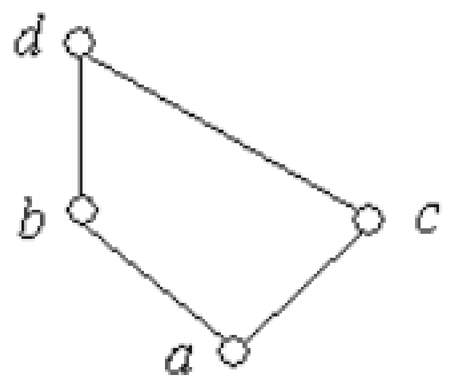
13. 不存在集合 A 与 B，使得 $A\in B$ 与 $A\subseteq B$ 同时成立.

14. 如下完全图 K_4（如下图）是平面图.



五. 计算题（每小题 **12** 分，本题共 **36** 分）

15. 设偏序集 <A, R>的哈斯图如下图所示， B 为 A 的子集，其中 B={ a, b, c }，试



（1）写出 R 的关系表达式；

（2）画出关系 R 的关系图；

（3）求出 B 的最大元素、极小元素、上界.

16.. 设图 G=<V，E>，V={ v_1，v_2，v_3，v_4，v_5}，E={ (v_1, v_2)，(v_1, v_4)，(v_1, v_5)，(v_2, v_4)，(v_3, v_5) }，试

（1）画出 G 的图形表示；

（2）写出其邻接矩阵；

（3）求出每个结点的度数；

（4）画出图 G 的补图的图形.

17. 求 P→（Q∧R）的析取范式与主合取范式.

六、证明题（本题共 **8** 分）

18. 设 A，B，C 均为任意集合，试证明： $A\cap(B-C)=(A\cap B)-(A\cap C)$.

离散数学（本） 2015年7月份试题

参考解答

一、单项选择题（每小题 3分，本题共 15分）

1. C　2. B　3. D　4. A　5. C

二、填空题（每小题 3分，本题共 15分）

6. 9

7. n(n-1)/2

8. 0

9. 5

10. A(a) ∧ A(b) ∧ A(c)

三、逻辑公式翻译（每小题 6分，本题共 12分）

11. 设 P：学生的主要任务是学习.　　（2分）

则命题公式为： P.　　（6分）

12. 设 P：我们下午 2点去礼堂看电影,

Q：我们下午 2点去教室看书.　　（2分）

则命题公式为： ¬（P? Q）.　　（6分）

注：或者（ ¬P∧Q）∨（ P∧ ¬Q ）

四、判断说明题（每小题 7分，本题共 14分）

13. 错误.　　（3分）

例：设 A={ a}，B={ a，{a}}　　（5分）

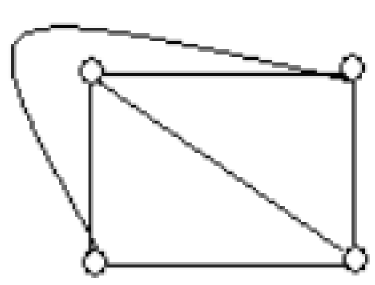
则有 A∈B 且 A⊆B.　　（7分）

说明：举出符合条件的反例均给分.

14. 正确.　　（3分）

完全图 K_4 是平面图,　　（5分）

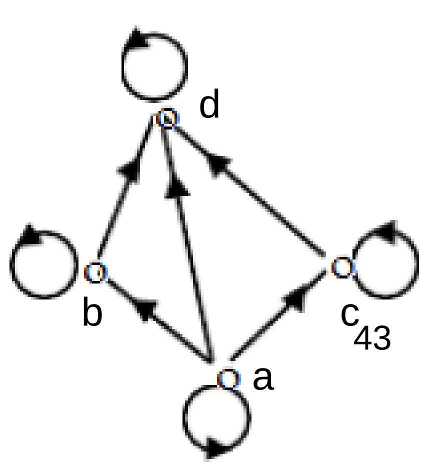
如 K_4 可以如下图示嵌入平面.　　（7分）



五. 计算题（每小题 12分，本题共 36分）

15. （1） R={< a, a >,< b, b >,< c, c >,< d, d >,< a, b >,< a, c >,< a, d >,< b, d >,< c, d >} .　　（4分）

（2）关系图

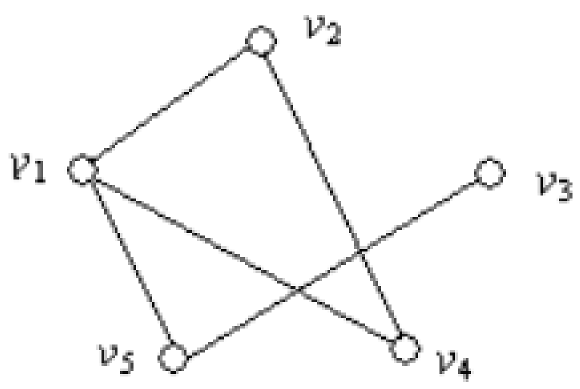


（8分）

（3）集合 B 无最大元素、极小元素为 a、上确界为 d （12 分）

16．解：

（1）关系图



（3 分）

（2）邻接矩阵

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

（6 分）

（3）$deg(v_1)=3$

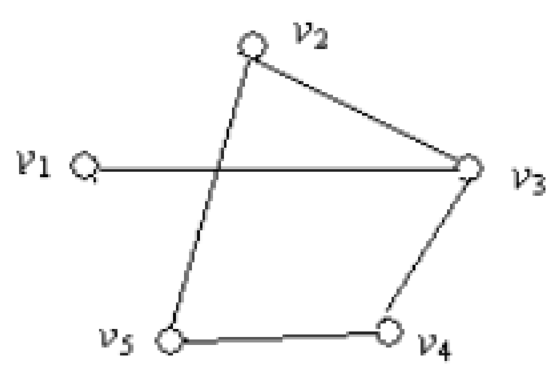
$deg(v_2)=2$

$deg(v_3)=1$

$deg(v_4)=2$

$deg(v_5)=2$ （9 分）

（4）补图



（12 分）

17．$P\rightarrow(Q\wedge R)$

$\Leftrightarrow \neg P\vee(Q\wedge R)$ 析取范式 （2 分）

$\Leftrightarrow (\neg P\vee Q)\wedge(\neg P\vee R)$ （5 分）

$\Leftrightarrow (\neg P\vee Q)\vee(R\wedge\neg R)\wedge(\neg P\vee R)$ （7 分）

$\Leftrightarrow (\neg P\vee Q)\vee(R\wedge\neg R)\wedge(\neg P\vee R)\vee(Q\wedge\neg Q)$ （9 分）

$\Leftrightarrow (\neg P\vee Q\vee R)\wedge(\neg P\vee Q\vee\neg R)\wedge(\neg P\vee R\vee Q)\wedge(\neg P\vee R\vee\neg Q)$ （11 分）

$\Leftrightarrow (\neg P\vee Q\vee R)\wedge(\neg P\vee Q\vee\neg R)\wedge(\neg P\vee\neg Q\vee R)$ 主合取范式 （12 分）

六、证明题（本题共 **8** 分）

18．证明：

设 $S=A\cap(B-C)$，$T=(A\cap B)-(A\cap C)$，

若 $x\in S$，则 $x\in A$ 且 $x\in B-C$，即 $x\in A$，并且 $x\in B$ 且 $x\notin C$，（2 分）

所以 $x\in(A\cap B)$ 且 $x\notin(A\cap C)$，得 $x\in T$，（3 分）

所以 $S\subseteq T$.（4 分）

反之，若 $x\in T$，则 $x\in(A\cap B)$ 且 $x\notin(A\cap C)$，（5 分）

即 $x\in A$，$x\in B$，且 $x\notin C$，则得 $x\in B-C$，（6 分）

即得 $x\in A\cap(B-C)$，即 $x\in S$，所以 $T\subseteq S$.（7 分）

因此 $T=S$.（8 分）

另，可以用恒等式替换的方法证明.