海南大学2013-2014学年度第2学期试卷

科目：《线性代数》（3学分）试题(A卷)

《线性代数A1》　《线性代数A2》　《线性代数B1》

学院：________________　专业班级：________________

姓名：________________　学　　号：________________

成绩登记表（由阅卷教师用红色笔填写）

大题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

阅卷教师：　　　　　　　　　　　　2014 年　　月　　日

考试说明：本课程为闭卷考试，可携带________。

得分	评卷老师

一、选择题(每题有唯一正确答案，每小题4分，共20分)

1、行列式 $\begin{vmatrix} k & 2 & 1 \\ 2 & k & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}=0$ 的充分条件　　（　　）

(A) $k=2$　　(B) $k=-2$　　(C) $k=0$　　(D) $k=4$

2、设 $A,B,A+B,A^{-1}+B^{-1}$ 均为n阶可逆矩阵，则 $(A^{-1}+B^{-1})^{-1}=$　　（　　）

(A) $A^{-1}+B^{-1}$　　(B) $A+B$　　(C) $A(A+B)^{-1}B$　　(D) $(A+B)^{-1}$

3、设 A 为 n 阶矩阵，若 A 与 n 阶单位矩阵等价，那么方程组 $AX=b$　　（　　）

(A) 无解　　(B) 有唯一解　　(C) 有无穷多解　　(D) 解的情况不能确定

4、设齐次线性方程组 $Ax=0$，其中A为 $m\times n$ 矩阵，且 $r(A)=n-3$. ν_1,ν_2,ν_3 是方程组的三个线性无关的解向量，则（　　）是 $Ax=0$ 的基础解系　　（　　）

(A) $\nu_1+\nu_2-\nu_3, 2\nu_1-\nu_3, 3\nu_1-\nu_3$　　(B) $\nu_1-\nu_2, \nu_2-\nu_3, \nu_3-\nu_1$

(C) $\nu_1, \nu_1+\nu_2, \nu_1+\nu_2+\nu_3$　　(D) $\nu_3-\nu_2-\nu_1, \nu_3+\nu_2+\nu_1, -2\nu_3$

5、设 A 是 3 阶不可逆矩阵，α_1,α_2 是 $AX=0$ 的基础解系，α_3 是属于特征值 $\lambda=1$ 的特征向量，下列不是 A 的特征向量的是

(A) $\alpha_1+3\alpha_2$　　(B) $\alpha_1-\alpha_2$　　(C) $\alpha_1+\alpha_3$　　(D) $2\alpha_3$

得分	评卷老师

二、填空题(每小题 4 分，共 20 分)：

1、设 A 和 B 是两个 n 阶对称矩阵，则 AB 是对称矩阵的充要条件是 ________.

2、若三阶矩阵 A 的伴随矩阵为 A^*，且 $|A|=\frac{1}{2}$，则 $\left|(3A)^{-1}-2A^*\right|=$ ________.

3、设 $AX=A+X$，且 $A=\begin{pmatrix}2&2&0\\2&1&3\\0&1&0\end{pmatrix}$，则 $X=$ ________

4、已知 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta,\gamma$ 都是 4 维列向量，且 $|\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta|=a$，$|\beta+\gamma,\alpha_3,\alpha_2,\alpha_1|=b$，则 $|2\gamma,\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3|=$ ________.

5、设 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_t$ 都是非齐次线性方程组 $AX=b$ 的解，如果 $c_1\alpha_1+c_2\alpha_2+\cdots+c_t\alpha_t$ 还是 $AX=b$ 的解，则 $c_1+c_2+\cdots+c_t=$ ________.

得分	评卷老师

三、计算题(共 50 分)

1、求 $\begin{vmatrix}3&1&-1&2\\-5&1&3&-4\\2&0&1&-1\\1&-5&3&-3\end{vmatrix}$ 的值　　(本题满分 8 分)

4、设$\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}-1\\3\\1\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}4\\-1\\0\end{pmatrix}$，用施密特正交化过程把这组向量规范正交化.（本题满分 8 分）

5、用基础解系表示如下线性方程组的全部解

$$\begin{cases}x_1-x_2-x_3+x_4=0\\ x_1-x_2+x_3-3x_4=1\\ x_1-x_2-2x_3+3x_4=-\frac{1}{2}\end{cases}$$

（本题满分 8 分）

6、设$A=\begin{pmatrix}2&2&0\\8&2&a\\0&0&6\end{pmatrix}$相似于对角矩阵$\Lambda$，确定常数$a$的值；并求可逆矩阵$P$，使得$P^{-1}AP=\Lambda$。

（本题满分10分）

得分	评卷老师

四、证明题：（本题满分10分）

证明：设η^*是非齐次线性方程组$AX=b$的一个解，$\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_{n-r}$是对应齐次方程组的一个基础解系，证明（1）$\eta^*,\xi_1,\cdots,\xi_{n-r}$线性无关；

（2）$\eta^*,\eta^*+\xi_1,\cdots,\eta^*+\xi_{n-r}$线性无关