

Een geautomatiseerde investeringsstrategie

Tim Schittekatte

Promotor: prof. dr. ir. Benjamin Schrauwen

Begeleiders: ir. Francis wyffels, Aäron van den Oord

Masterproef ingediend tot het behalen van de academische graad van

Master in de ingenieurswetenschappen: bedrijfskundige systeemtechnieken en operationeel onderzoek

Vakgroep Elektronica en Informatiesystemen

Voorzitter: prof. dr. ir. Jan Van Campenhout

Faculteit Ingenieurswetenschappen en Architectuur

Academiejaar 2012-2013



Toelating tot bruikleen

De auteur geeft de toelating deze masterproef voor consultatie beschikbaar te stellen en delen van de masterproef te kopiëren voor persoonlijk gebruik. Elk ander gebruik valt onder de beperkingen van het auteursrecht, in het bijzonder met betrekking tot de verplichting de bron uitdrukkelijk te vermelden bij het aanhalen van resultaten uit deze masterproef.

Tim Schittekatte, juni 2013

Voorwoord

Hierbij wil ik iedereen bedanken die mij heeft geholpen met het tot een goed einde brengen van deze masterproef.

Mijn promotor prof. dr. ir. Benjamin Schrauwen wil ik bedanken om mij de kans te geven deze masterproef over dit interessant onderwerp te maken. Ook wil ik mijn begeleiders ir. Francis wyffels en ir. Aäron Van den Oord bedanken. De tweewekelijkse vergaderingen waren een zeer goed initiatief en erg belangrijk bij het tot stand brengen van deze thesis. Ook kon ik naast deze vaste ontmoetingsmomenten altijd bij hen terecht met mijn vele vragen. De andere mensen van het Reservoir Lab wil ik bedanken voor alle antwoorden en hulp bij praktische problemen. Verder wil ik ook prof. dr. Frömmel bedanken voor het aanreiken van enkele zeer bruikbare papers.

Ik wil ook mijn moeder en vader bedanken om mij de kans te geven deze opleiding te volgen, ik kreeg altijd voldoende vrijheid en zij gaven advies wanneer nodig. Ook mijn verschillende kotgenoten gedurende de voorbije vijf jaar verdienen een bedankje, zij steunden mij altijd, ook als het eens wat minder ging. Daarnaast ook bedankt aan Paul om de thesis na te lezen op taal- en typfouten.

Een geautomatiseerde investeringsstrategie

door

TIM SCHITTEKATTE

Masterproef ingediend tot het behalen van de graad van
Master in de ingenieurswetenschappen: bedrijfskundige systeemtechnieken en operationeel onderzoek

Promotor: Prof. dr. ir. Benjamin Schrauwen

Begeleiders: ir. Francis wyffels, ir. Aäron van den Oord

Vakgroep Elektronica en Informatiesystemen

Voorzitter: Prof. dr. ir. Jan Van Campenhout

Faculteit Ingenieurswetenschappen en Architectuur

Universiteit Gent

Academiejaar 2012-2013

Samenvatting

Het doel van investeren is duidelijk: kapitaal maximaal laten renderen met een minimum aan risico. Dit idee wordt uitgewerkt met behulp van een allocatiemodel. In deze thesis wordt zo een bestaand model, namelijk het Black-Litterman model, verder uitgewerkt. De verbetering van dit model bestaat eruit een alternatieve methode voor te stellen om de maandelijkse rendementsvoorspellingen over elke beschouwde investeringsmogelijkheid te doen. Ook is het belangrijk in te schatten hoe zeker men is van die voorspelling. Om de voorspellingen te doen wordt gebruikt gemaakt van Gaussian Processes. Er wordt een simulatie van de allocatie uitgevoerd met 6 verschillende investeringsmogelijkheden, die kunnen worden opgedeeld in 3 verschillende investeringsklassen. De resultaten van die allocatie zijn positief, ze overtreffen de beschouwde benchmarks inzake rendement en risico.

Trefwoorden: Gaussian Processes, Black-Littermanmodel, tijdreeksvoorspelling

An automated investment strategy

Tim Schittekatte

Supervisor(s): prof. dr. ir. Benjamin Schrauwen, ir. Francis wyffles, ir. Aäron van den Oord

Abstract—In this thesis we improve the performance of an existing asset allocation model, the Black-Litterman model. The core of the idea is to improve the monthly predictions about returns of the covered assets by using Gaussian Processes. As well the (un)certainly about these predictions is important for the allocation. A simulation of 2 years is done with six assets, belonging to three different asset classes. The results are satisfactory.

Keywords—Gaussian Processes, Black-Litterman model, time series prediction

I. INTRODUCTION

HOW to protect your assets from turmoil in the financial markets has been a hot topic in the past five years. In this work we investigate how to design an automated system that allocates capital over different assets in time. The objective is to maximize the net return of the portfolio, while the involved risk needs to be controlled. Diversifying the capital over assets who are not perfectly correlated is a good way to control this risk. The investment universe in this thesis is restricted to six assets: the MSCI World Index, the MSCI Emerging market Index, the BOFA Treasury Market Index, the BOFA High Yield 100 Index, the S&P GS Commodity Index Light Energy and gold. Five of the six assets are represented by an index. The sixth asset, gold, is represented by its spot price.

II. PORTFOLIO ALLOCATION MODELS

Portfolio allocation models use as input predictions about future returns and the estimated covariance matrix of the covered assets. The optimal weights of these assets in the portfolio are the output. These optimal weights maximize the expected future return of the portfolio for a chosen level of estimated risk.

A. Markovitz model

Harry Markovitz published in 1952 a revolutionary paper [1] in the field of financial economics. He was the first to quantify risk of an asset as the standard deviations of its return. Optimal weights of the assets in the portfolio are obtained by solving the optimization problem represented by the equations in 1:

$$\begin{aligned} \min_{\sigma} \quad & \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N \Sigma_{ij} w_i w_j \\ \text{subject to} \quad & \sum_{i=1}^N w_i r_i = \bar{r} \\ & \sum_{i=1}^N w_i = 1 \end{aligned} \quad (1)$$

N are the numbers of assets, σ is the expected risk of the portfolio, \bar{r} is the expected return of the portfolio, Σ is the estimated covariance matrix of the covered assets, r_i is the expected

future return and w_i is the optimal weight of asset i in the portfolio. Extra restrictions on the weights can be added. However the Markovitz model faces some problems in practice [2]:

- The weights of the assets are unstable in time. By unstable is meant that they are varying strong when the portfolio is rebalanced. This way the turnover increases and the variable transaction costs are high.
- There is no possibility to state how certain you are about a prediction. As well every time an allocation is done the investor needs to do predictions about all the covered assets, which is unrealistic.
- If there is no short restriction¹, the model presents very high negative weights of some assets. These negative weights are unrealistic for an institutional investor. If there is a short restriction corner solutions are found, only a few weights differ from zero. This way the portfolio is not well diversified.

B. Black-Litterman model

To overcome these mentioned problems Black and Litterman proposed an alternative model in 1990 [3]. The Black-Litterman model solves the same optimization problem as in equations 1. The difference between this model and the Markovitz model is the way the vector of expected returns r and the covariance matrix Σ are constructed. The Black-Litterman model consists of three parts: a long term vision, a short term prediction and the combination of both. A long term prediction about the covered assets is combined with monthly short term predictions. The more certain the investor is about the short term predictions, the stronger they will influence the allocation. This thesis focuses on the monthly predictions of the returns of the assets. As well has to be stated how certain we are about the prediction. Gaussian Processes will be used to do these predictions. Gaussian Processes were chosen because next to a prediction they output as well a variance of the prediction. These two inputs are necessary for this part of the Black-Litterman model. Another reason is that they can model nonlinear relations and give more information about what determinants are important for the predictions. The other parameters of the Black-Litterman model are the same as in the recent paper of Bessler et al. [4].

III. GAUSSIAN PROCESSES

Gaussian Processes is a supervised non parametric learning method [5]. In this this thesis Gaussian Processes are used to do a regression. 51 determinants are used to do this regression, of which 33 are fundamental and 18 are technical determinants. A Gaussian Process is completely determined by its mean and covariance function. The mean function is always kept zero in this

¹ Short restriction: weights of the assets need to be positive.

thesis. Four different experiments are done with Gaussian Processes. These experiments differ from each other by the used target values or the used covariance function. The target values are the monthly quoted prices of the assets or the monthly returns. The two covariance functions are a stationary and non-stationary one. The optimal initial parameters of these covariance functions are found by using 5-fold cross validation. The data is divided as follows:

Set	Duration	# samples
Training & validation	12/1990 - 11/2010	240
Test	12/2010 - 11/2012	24

TABLE I
TRAINING & VALIDATION AND TEST SET

The experiments with the non-stationary covariance function perform better than the ones with the stationary covariance function. When the non-stationary covariance function is used, some time series perform best for the validation with the price used as target value, others perform better with the monthly return as target value. The predictions done with Gaussian Processes are compared with four benchmarks, Table II summarizes these benchmarks. The second benchmark is the monthly prediction used in the paper of Bessler et al. [4].

Benchmark	Prediction of the return
1	0%
2	Mean return of the past 12 months
3	Return of the previous month
4	Ridge regression

TABLE II
BENCHMARKS MONTHLY PREDICTIONS

IV. RESULTS OF THE ALLOCATION

The portfolios are rebalanced every month and the variable transaction costs are assumed to be 0.5%. A investor cannot lend more than he owns, this means the sum of the negative weights can not exceed 1. Three different risk profiles were used, these differ in maximum allowable expected volatility of the monthly portfolio return and use different long term predictions in the Black-Litterman model. The Black-Litterman model is compared the Markovitz model and the 1/N model. In the 1/N model all the covered assets have equal weights at the start of every month. In the Black-Litterman and Markovitz model different methods are used to do the monthly predictions about the return of the covered assets. The covariance matrix for both models is based on historical data. In the Black-Litterman model a variance about these monthly predictions is needed as well. Figure 1 shows the net cumulative return after the two year lasting test period for the different allocation models with different inputs for the monthly predictions.

The Black-Litterman model combined with Gaussian Processes performs best. The more offensive the investor, the bigger

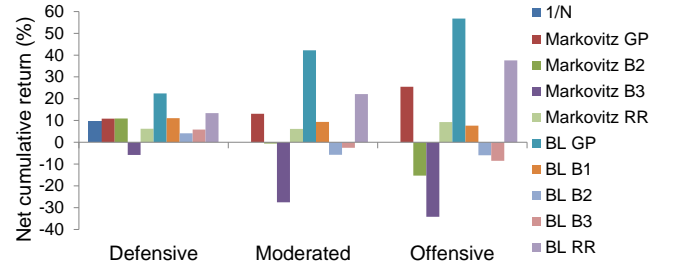


Fig. 1. Net cumulative return after the 2 year lasting test period. Different allocation strategies combined with different methods to do monthly predictions about the covered assets are used. The returns for three different risk profiles are simulated. (BL: Black-Litterman/ GP: Gaussian Processes/ B: Benchmark/ RR: Ridge regression)

the differences with the other strategies are. This active strategy outperforms as well passive buy-and-hold strategies of the individual assets. Gold performs the best in the test period, the buy-and-hold return of gold is 27,6%. But the monthly returns are quite volatile. As well in terms of the Sharpe ratio the Black-Litterman model combined with Gaussian Processes performs the best.

V. ANALYSIS OF THE ALLOCATION RESULTS

Because of the combination a high hitrate² and a low NMSE³ of the predictions with Gaussian Processes, the allocation models that use these predictions achieve the highest net cumulative returns. When the majority of the covered assets suffer a big loss during a specific month, the allocations model can reduce the negative effect on the portfolio return or even gain money by shorting the right assets. 'Passive' strategies lose a lot of capital during these shocks of the financial markets.

VI. CONCLUSIONS

We have shown that monthly predictions about the covered assets using Gaussian Processes can improve the performance of the Black-Litterman model. This work confirms the fact that the Black-Litterman allocation model outperforms the Markovitz and 1/N model. As well is found that a non-stationary covariance function performs better than a stationary one for this kind of regression task.

REFERENCES

- [1] H. Markovitz (1952), *Portfolio Selection*, The Journal of Finance, 7(1):77-91.
- [2] W. Drobetz (1952), *How to avoid the pitfalls in portfolio optimization? Putting the Black-Litterman model at work*, Financial markets and portfolio management, 15(1):59-75.
- [3] F. Black and R. Litterman (1990) *Asset Allocation: Combining Investor Views with Market Equilibrium*, Goldman, Sachs & Co., Fixed Income Research
- [4] W. Bessler and H. Opfer and D. Wolff (2012) *Multi-asset portfolio optimization and out-of-sample performance: an evaluation of Black-Litterman, mean variance and naive diversification approaches*, Portfolios and Savings, No. E18-V3,
- [5] C. E. Rasmussen and C. Williams (2006) *Gaussian Processes in machine learning*, The MIT Press

²Hitrate: predicting the correct sign of the return of an asset.

³NMSE: Normalised Mean Squared Error of the prediction, normalisation by dividing the MSE by the variance of the time series in the considered period.

Inhoudsopgave

1	Inleiding	1
1.1	De verschillende investeringsmogelijkheden	2
1.1.1	Aandelen	2
1.1.2	Obligaties	2
1.1.3	Grondstoffen	3
1.2	Overzicht investeringsmogelijkheden	3
2	Portfolio optimalisatie	6
2.1	Markovitz portfolio optimalisatie	6
2.1.1	Nadelen Markovitz portfolio optimalisatie	8
2.2	Black-Litterman model	9
2.2.1	Lange termijn visie	10
2.2.2	Korte termijn voorspelling	13
2.2.3	Combinatie en optimalisatie	15
2.3	Besluit portfolio optimalisatie	16
3	Determinanten	17
3.1	Fundamentele determinanten	18
3.1.1	Inflatie	18
3.1.2	Wisselkoers	18
3.1.3	Indicatoren met voorspellende waarde	19
3.1.4	Industriële productie	19
3.1.5	Werkloosheidsgraad	20
3.1.6	Energie- en grondstofprijzen	20
3.1.7	Rentes	20
3.1.8	Specifieke determinanten voor een investeringsklasse	21
3.2	Technische indicatoren	23
4	Gaussian Processes	24
4.1	Algemeen	24
4.2	Werking	25
4.3	Covariantiefuncties en optimale parameters	28
4.3.1	Covariantiefunctie	28
4.3.2	Optimalisatie van de parameters	29

4.3.3	Initiële parameters	29
4.4	Opstelling experimenten	32
5	Resultaten voorspellingen	35
5.1	Referentiematen	35
5.1.1	Ridge regressie	36
5.2	Standaard experiment	37
5.2.1	Afhankelijkheid van de koers van de vorige maand	41
5.2.2	Niet stationariteit van de doelwaarden en determinanten	43
5.2.3	Tijdsafhankelijke invloed van de determinanten	44
5.2.4	Leren uit de toekomst	45
5.3	Andere experimenten	47
5.3.1	Stationaire covariantiefunctie en als doelwaarde het rendement	47
5.3.2	Niet stationaire covariantiefunctie en als doelwaarde de koers	49
5.3.3	Niet stationaire covariantiefunctie en als doelwaarde het rendement	50
5.4	Overzicht resultaten voorspellingen	52
5.5	Resultaten van de voorspellingen met vooruitgeschoven determinanten	54
6	Resultaten allocatie	57
6.1	Opstelling	57
6.1.1	Allocatiestrategieën	57
6.2	Resultaten	59
6.2.1	Bruto cumulatief rendement	59
6.2.2	Turnover	60
6.2.3	Netto cumulatief rendement	62
6.2.4	Sharpe ratio	64
6.2.5	Boxplot verdeling van de maandelijkse netto rendementen	66
6.3	Vergelijking met passieve strategieën en bestaande fondsen	68
6.4	Analyse resultaten	70
6.4.1	Verdeling van het kapitaal in de testperiode	71
6.4.2	Voorspellingen	74
6.4.3	Variantie	77
6.5	Train- en validatieperiode	78
6.6	Keuze tussen risicoprofielen	79
6.7	Opmerkingen bij de allocatie	81
7	Conclusie en verdere uitwerking	83
	Bibliografie	85
	Lijst van figuren	88
	Lijst van tabellen	91

Afkortingen

Investeringsmogelijkheden

MSCIW	Morgan Stanley Capital International World index
MSCIEM	Morgan Stanley Capital International Emerging Markets index
GB	Bank of America Merrill Lynch Treasury Master index
HYB	Bank of America Merrill Lynch High Yield 100 index
COMM	Standard&Poor's Goldman Sachs Commodity Index Light Energy
GOLD	USD per troy ounce goud prijs

Determinanten

CPI US	Consumentenprijsindex VS
CPI WORLD	Consumentenprijsindex wereld
CPI ADV	Consumentenprijsindex westerse landen
CPI DEV	Consumentenprijsindex ontwikkelende landen
INF US	Inflatie VS
INF WORLD	Inflatie wereld
INF ADV	Inflatie westerse landen
INF DEV	Inflatie ontwikkelende landen
DIFF INFL	Absoluut verschil van de inflatie in westerse en ontwikkelende landen
VOL US	Inflatie wereld
VOL WORLD	Volatiliteit Inflatie VS
VOL ADV	Volatiliteit Inflatie westerse landen
VOL DEV	Volatiliteit Inflatie ontwikkelende landen
ER	Gewogen wisselkoers USD t.o.v. de belangrijkste andere munteenheden
LEASE RATE	Lease tarief goud
CRDP	Kredietrisico premie
CLI	Samengestelde vooruitlopende indicator
CCI	Consumentenvertrouwen indicator
BCI	Ondernemersvertrouwen indicator

IP US	Industriële productie in de VS
UR US	Werkeloosheidscijfer VS
CRED SPRD	Krediet spreiding
GB MV	GB marktwaaarde
GB MD	GB aangepaste duur
GB Y	GB coupon rendement
HYB Y	HYB coupon rendement
BETA GOLD	Betacoëfficiënt van de goudprijs
S&P MV	Standard&Poor's 500 marktwaaarde
DIV YIELD	Standard&Poor's 500 dividendrendement
E/P RATIO	Standard&Poor's opbrengsten/prijs ratio
OIL PRICE	Olie prijs (USD/vat)
COPPER PRICE	Koper prijs (USD/ton)
3M T BILL	3 maand T-bill rendement
L1 MSCIW	MSCIW prijs van de vorige maand
L1 MSCIE M	MSCIE M prijs van de vorige maand
L1 GB	GB prijs van de vorige maand
L1 HYB	HYB prijs van de vorige maand
L1 COMM	COMM prijs van de vorige maand
L1 GOLD	GOLD prijs van de vorige maand
L1 RTRN MSCIW	MSCIW rendement van de vorige maand
L1 RTRN MSCIE M	MSCIE M rendement van de vorige maand
L1 RTRN GB	GB rendement van de vorige maand
L1 RTRN HYB	HYB rendement van de vorige maand
L1 RTRN COMM	COMM rendement van de vorige maand
L1 RTRN GOLD	GOLD rendement van de vorige maand
VOL L1 MSCIW	Volatiteit MSCIW rendement van de vorige maand
VOL L1 MSCIE M	Volatiteit MSCIE M rendement van de vorige maand
VOL L1 GB	Volatiteit GB rendement van de vorige maand
VOL L1 HYB	Volatiteit HYB rendement van de vorige maand
VOL 1 COMM	Volatiteit COMM rendement van de vorige maand
VOL L1 GOLD	Volatiteit GOLD rendement van de vorige maand

Andere

GP	Gaussian Processes
BL	Black-Litterman model
RR	Ridge regressie
GARCH	Generaliseerde autoregressieve conditionele heteroskedasticiteit
IMF	Internationaal monetair fonds
OECD	Organisatie voor economische samenwerking en ontwikkeling
UK GOFO 3M	Goud forward rente VK op 3 maand
US INTERBANK 3M	Interbancaire rente VS op 3 maand
ARD	Automatische relevantie detectie
KNN	K-aantal dichtste burens
NMSE	Genormaliseerde gemiddelde kwadratische fout
MAPE	Gemiddelde absolute in percentage uitgedrukte fout

Hoofdstuk 1

Inleiding

Vandaag de dag heeft de Belgische bevolking een ongezien groot deel van hun vermogen op spaarboekjes staan (De Witte, 2012). De uitgekeerde rente op deze spaarboekjes is historisch laag, terwijl er interessante alternatieven zijn. In mijn thesis onderzoek ik deze alternatieven. Er wordt nagegaan hoeveel er zou moeten geïnvesteerd worden waarin en wanneer om zo een hoger rendement te behalen zonder al te veel risico te lopen. Het risico minimaliseren is er de laatste jaren zeker niet eenvoudiger op geworden; gerenomeerde banken stortten in, beleggers in 'goede huisvader' aandelen werden bedrogen, landen gingen virtueel bankroet en zelfs de vastgoedsector ging er in sommige delen van de wereld onderdoor, kortom alles wat quasi onmogelijk werd geacht, bleek toch mogelijk. Een goede investeerder moet bekwaam zijn om in alle omstandigheden snelle rationele beslissingen te nemen en zich niet te laten meeslepen door emoties.

Het doel van investeren is duidelijk, zoveel mogelijk opbrengst genereren zonder grote risico's te moeten nemen. In de praktijk blijkt dat hoe meer men de opbrengst wenst te maximaliseren, hoe meer risico er zal moeten genomen worden. Risico wordt in de beleggingswereld veelal gekwantificeerd als de standaardafwijking van het rendement van een investering in het verleden. Een manier om het risico te verminderen, zonder al te veel van de opbrengst te moeten inleveren, is het spreiden van beleggingen over investeringen die weinig of zelfs negatief gecorreleerd zijn. Hiervan wordt dan ook gebruik gemaakt in deze thesis.

Deze thesis is sterk gebaseerd op een recente paper van Bessler *et al.* (2012) in het vakgebied van de financiële economie. De paper onderzoekt de prestaties van het Black-Litterman allocatiemodel en vergelijkt deze prestaties met die van andere allocatiemodellen. Een verbetering van dit model, met behulp van technieken uit het machinaal leren, leek mij een mooie uitdaging. Eén aspect van het model, namelijk

het voorspellen van het rendement van de investeringsmogelijkheden op maandelijkse basis, wordt grondig onderzocht. Om deze maandelijkse voorspellingen te doen wordt gebruik gemaakt van Gaussian Processes. In deze thesis wordt een regressie gedaan met Gaussian Processes, deze techniek kan ook gebruikt worden voor classificatietaken.

1.1 De verschillende investeringsmogelijkheden

Het virtuele beleggingsuniversum beschouwd in dit onderzoek bestaat uit zes investeringsmogelijkheden. Hiervan zijn er vijf gebaseerd op eerder werk (Bessler *et al.*, 2012). Een zesde mogelijkheid, namelijk goud wordt toegevoegd omdat uit het verleden blijkt dat goud in crisistijden geldt als een veilige haven voor investeerders (Dierinck, 2012). Op deze manier kan door goud toe te voegen als investeringsmogelijkheid de beleggingsportfolio meer profiteren van diversificatie. De zes verschillende investeringen kunnen worden opgedeeld in drie grote klassen; aandelen, obligaties en grondstoffen. Al deze investeringen worden voorgesteld door een index, met uitzondering van goud, dat wordt voorgesteld door de spot prijs van goud. Een index stelt een op marktkapitalisatie gebaseerd gewogen gemiddelde voor van de belangrijkste onderdelen van dit investeringstype. Indexen zijn minder onderhevig aan onvoorspelbare schokken zoals een onverwacht faillissement, een natuurramp, oorlog of andere onvoorziene omstandigheden.

1.1.1 Aandelen

Aandelen worden voorgesteld door MSCI indexen. Er wordt een onderscheid gemaakt tussen aandelen uit de westerse wereld, *MSCI World*, en aandelen uit de opkomende markten, *MSCI Emerging Markets*. Aandelen afkomstig uit de opkomende markten hebben over het algemeen een hoger rendement dan westerse aandelen, maar daartegenover staat dat ze een stuk risicovoller zijn (Iqbal *et al.*, 2010). Ook werd er aangetoond dat de toevoeging van aandelen uit de opkomende markten aan een portfolio een gunstige effect heeft op de variantie van de rendementen van de portfolio (Chiou *et al.*, 2009).

1.1.2 Obligaties

Een tweede investeringsklasse zijn de obligaties. Deze klasse wordt opgedeeld in staatsobligaties van de VS (alle looptijden), *Treasury Master*, en hoge rendements obligaties uit de VS, *High Yield 100*. Beiden worden voorgesteld door BOFA ML indexen.

Obligaties zijn in de meeste gevallen negatief gecorreleerd met aandelen, ze worden gekenmerkt door een lager rendement dan aandelen, maar zijn veel minder risicovol. De staatsobligaties zijn nog een stuk minder risicovol dan de hoge- opbrengst -obligaties omdat bij de staatsobligaties de kans zo goed als onbestaande is dat het geïnvesteerde bedrag in de obligatie niet wordt terugbetaald. Daarnaast is er bij deze obligaties ook geen sprake van een wisselkoersrisico. Daartegenover wordt de houder van de hoge- opbrengst -obligaties wel blootgesteld aan deze risico's. Deze hoge- opbrengst- obligaties zijn meestal bedrijfsobligaties, voor de eenvoud worden ze dan ook zo benoemd in het vervolg van de thesis.

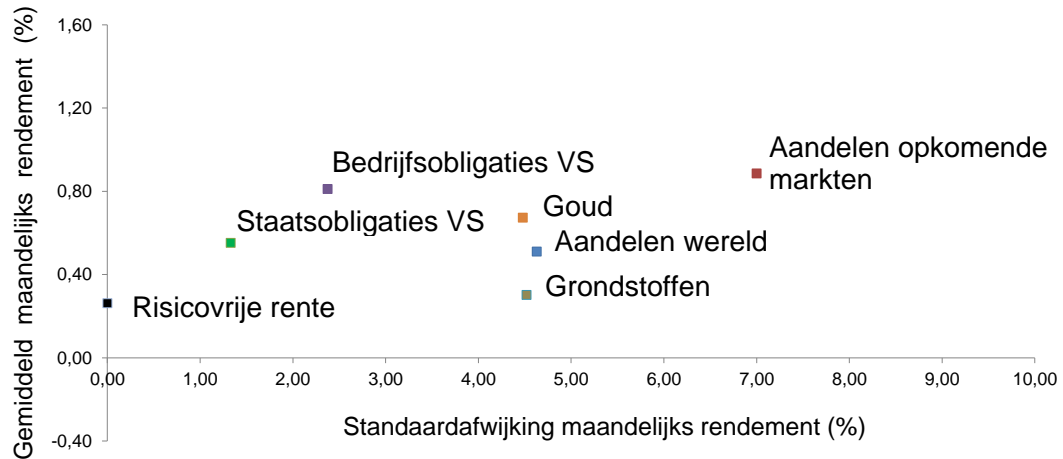
1.1.3 Grondstoffen

Grondstoffen zijn een iets minder vanzelfsprekende investeringsklasse. In deze thesis worden grondstoffen enerzijds voorgesteld door een index die een brede waaier van verschillende grondstoffen omvat, *Commodity Index Light Energy*, dit is een index van Standard&Poor's en Goldman Sachs. Anderzijds is er ook nog de mogelijkheid om te investeren in goud, dat eigenlijk een onderdeel van de index is. De goudprijs, gepubliceerd door de World Gold Council wordt gebruikt¹. Sommige studies bevestigen een positief effect op de prestaties van een portfolio bij de opname van grondstoffen als investeringsmogelijkheid (Jensen *et al.*, 2000), andere studies spreken dit dan weer tegen (Daskalaki & Skiadopoulos, 2011). Goud wordt aanzien als een manier om zich in te dekken tegen de inflatie en als een veilige haven bij onstabiele aandelenbeurzen (Ghosh *et al.*, 2004; Dierinck, 2012). De goudprijs steeg dan ook zeer sterk gedurende de financiële crisis die begon in 2008, de laatste twee jaar is de prijs echter stabiel tot zelfs flink dalend.

1.2 Overzicht investeringsmogelijkheden

De zes beschouwde investeringsmogelijkheden hebben erg verschillende karakteristieken. Figuur 1.1 toont de resultaten van de berekening van het gemiddelde maandelijks rendement van de tijdreeksen en de standaardafwijking daarop. De risicovrije rente geeft aan wat het rendement zou zijn van een kapitaal indien men het niet zou investeren. Deze risicovrije rente wordt benaderd door de T-bill met looptijd van 3 maanden, dit is een staatsobligatie van de VS op zeer korte termijn. Deze obligatie wordt in de financiële wereld aanzien als risicovrij. Wat opvalt op Figuur 1.1 is dat de obligaties het erg goed gedaan hebben de voorbije 22 jaar. Zij behaalden een behoorlijk rendement, gekoppeld aan een relatief laag risico. Dit valt grotendeels te verklaren doordat de

¹Data: <http://www.gold.org/>



Figuur 1.1: Karakteristieken van de investeringsmogelijkheden: 12/1990 tot 11/2012

bankencrisis en in mindere mate de internetbubble de rendementen van de aandelen wereld en die van de aandelen van de opkomende markten sterk naar beneden haalden. Grondstoffen deden het daarentegen erg slecht, ze slaagden er zelfs niet in een gemiddeld maandelijks rendement te halen dat significant hoger is dan de risicovrije rente. Een andere belangrijke metriek om de prestaties van investeringen voor te stellen is de Sharpe ratio. Formule 1.1 toont hoe deze ratio wordt berekend. R_a stelt het jaarlijkse rendement van de investering voor, R_b is de jaarlijkse risicovrije rente.

$$\text{Sharpe ratio} = \frac{E[R_a - R_b]}{\sqrt{\text{var}[R_a - R_b]}} \quad (1.1)$$

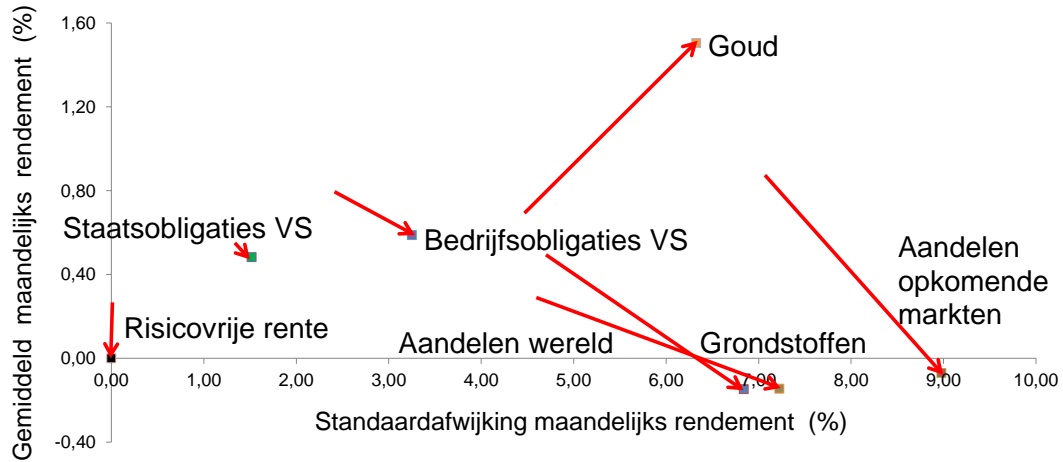
De Sharpe ratio geeft aan hoeveel extra rendement een investering opbrengt per eenheid genomen risico. Met extra rendement wordt het verschil tussen het rendement van de investering en de risicovrije rente bedoeld. Tabel 1.1 toont de Sharpe ratio's van elke investering in de beschouwde periode.

Aandelen W.	Aandelen O.M.	Staatsobl.	Bedrijfsobl.	Grondstoffen	Goud
0,196	0,330	0,799	0,855	0,034	0,338

Tabel 1.1: Sharpe ratio per investeringsmogelijkheid: 12/1990 tot 11/2012

Figuur 1.1 geeft natuurlijk een zeer algemeen beeld en is in de praktijk van weinig belang, het rendement van een investering en de standaardafwijking hierop zijn zeer tijdsafhankelijk en dit wordt compleet genegeerd in die figuur. Figuur 1.2 toont hoe

de resultaten van deze berekening eruit zien indien enkel de laatste vijf jaar van de beschouwde periode werden gebruikt. De rode vectoren geven de richting aan van de investeringen t.o.v. de positie die ze hadden in Figuur 1.1.



Figuur 1.2: Karakteristieken van de investeringsmogelijkheden: 12/2007 tot 11/2012

Wat opvalt is dat bijna alle vectoren in zuidoostelijke richting wijzen, wat betekent dat gemiddeld gezien er minder rendement werd behaald en dit met meer risico. Enkel goud vormt hierop een uitzondering in die beschouwde periode (ondertussen onderging de goudprijs wel al een correctie). Tabel 1.2 toont de Sharpe ratio's van elke investering in die periode.

Aandelen W.	Aandelen O.M.	Staatsobl.	Bedrijfsobl.	Grondstoffen	Goud
-0,207	-0,128	0,534	0,368	-0,194	0,752

Tabel 1.2: Sharpe ratio per investeringsmogelijkheid: 12/2007 tot 11/2012

In deze thesis wordt een automatisch beleggingssysteem ontwikkeld dat kapitaal zo optimaal mogelijk alloceert over de zes beschouwde investeringsmogelijkheden. Dit beleggingssysteem zal maandelijks voorspellingen doen om zo elke maand de gewichten van de verschillende investeringsmogelijkheden in de portfolio te herzien. Het verwachte rendement van de portfolio wordt gemaximaliseerd voor een bepaald ingeschat risico. Ook wordt er rekening gehouden met de transactiekosten, deze worden beperkt door het verhandelde volume onder controle te houden.

Hoofdstuk 2

Portfolio optimalisatie

Om kapitaal optimaal te verdelen over verschillende investeringen bestaan er in de financiële economie allocatiemodellen. Deze modellen hebben als doel het beschikbare kapitaal zo te verdelen dat het (verwachte) rendement van de portfolio wordt gemaximaliseerd voor een bepaald ingeschat risico. Dit kan ook anders geformuleerd worden: een ingeschat risico moet geminimaliseerd worden voor een bepaald (verwacht) rendement. Het bekendste model is zonder twijfel het Markovitz model.

2.1 Markovitz portfolio optimalisatie

Harry Markovitz publiceerde in 1952 een revolutionaire paper die kan beschouwd worden als de basis van de moderne portfoliotheorie (Markovitz, 1952). Hij was de eerste die het risico van een investering kwantificeerde als de standaardafwijking van zijn rendement (Todd, 2000). De procedure die Markovitz gebruikte om zijn investeringen te alloceren, ook wel eens de gemiddelde-variantie optimalisatie genoemd, bestaat uit drie stappen, twee objectieve en één subjectieve stap (Frömmel, 2011).

De eerste stap van de procedure bestaat eruit van elke beschouwde investeringsmogelijkheid i een verwacht rendement r_i te bepalen en een covariantiematrix Σ_{ij} van de verschillende investeringen op te stellen. Vervolgens wordt dan met behulp van deze gegevens het optimalisatieprobleem, zoals voorgesteld in vergelijking 2.1 opgelost.

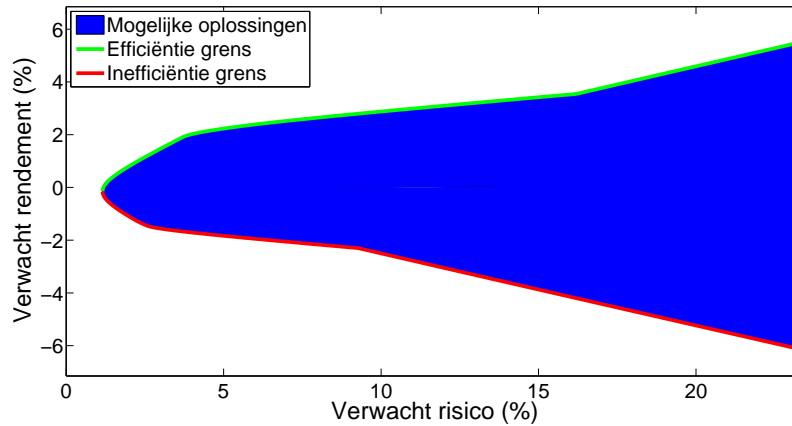
$$\begin{aligned}
& \min_{\sigma} && \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N \Sigma_{ij} w_i w_j \\
& \text{voorwaarden} && \sum_{i=1}^N w_i r_i = \bar{r} \\
& && \sum_{i=1}^N w_i = 1
\end{aligned} \tag{2.1}$$

N stelt het aantal investeringsmogelijkheden voor. Het ingeschatte risico σ van de portfolio moet worden geminimaliseerd voor een gekozen (verwacht) te behalen rendement \bar{r} van de portfolio. Als beperking wordt opgelegd dat de som van de gewichten \mathbf{w} , die het aandeel van elke investering in de portefeuille voorstellen, gelijk moet zijn aan één. Dit is een kwadratisch optimalisatieprobleem dat de dag van vandaag zeer snel kan worden opgelost met bijvoorbeeld Matlab of Python. Er kunnen ook extra beperkingen worden opgelegd, een veel voorkomend voorbeeld is het beperken of helemaal niet toelaten van shorten¹. Een verbod op shorten zou impliceren dat de gewichten niet negatief mogen zijn.

Door het optimalisatieprobleem zoals beschreven wordt door vergelijking 2.1 op te lossen voor verschillende gekozen waarden van het verwachte rendement \bar{r} van de portfolio, worden verschillende combinaties gevonden van een bepaald rendement onder een geminimaliseerd risico. De lijn getrokken door deze optimale risico-rendement punten wordt de efficiëntie grens genoemd, een voorbeeld is te zien op Figuur 2.1.

Voor verschillende waarden van de covariantiematrix Σ_{ij} en/of de verwachte rendementen r_i van de verschillende investeringsmogelijkheden zal Figuur 2.1 er anders uitzien. De laatste stap van het model bestaat eruit dat de investeerder voor zichzelf een maximaal te lopen risico bepaalt en a.d.h.v. die keuze een punt kiest op de efficiëntie grens. Deze keuze is louter subjectief en hangt enkel af van het risicoprofiel van de investeerder. De oplossing voor \mathbf{w} , de gewichten van de verschillende investeringsmogelijkheden, van deze optimale rendement-risico combinatie, wordt dan gebruikt in de allocatie. Telkens een allocatie wordt gedaan, moet deze procedure opnieuw doorlopen worden.

¹Shorten is het speculeren op een dalende koers: men leent een financieel product en verkoopt het direct, om het later aan een goedkopere prijs aan te kopen en terug te geven aan de ontlenaar.



Figuur 2.1: Dit is een voorbeeld van een efficiënte en inefficiënte grens, als invoer worden waarden voor Σ_{ij} en r_i meegegeven. De punten op de efficiënte grens zijn de oplossingen van het optimalisatieprobleem beschreven in vergelijking 2.1, voor gekozen verschillende waarden van het te verwachten rendement \bar{r} van de portfolio. De blauwe zone stelt de andere mogelijke suboptimale oplossingen voor die kunnen bekomen worden met de beschouwde data, de punten op de inefficiënte grens zijn de slechts mogelijke oplossingen voor de beschouwde waarden van Σ_{ij} en r_i .

2.1.1 Nadelen Markovitz portfolio optimalisatie

Deze manier van portfolio optimalisatie is vrij gemakkelijk te implementeren, maar heeft enkele niet te negeren nadelen (Fabozzi *et al.*, 2006; Drobetz, 2001).

- De toegekende gewichten zijn helemaal niet stabiel in de tijd. Daarmee wordt bedoeld dat elke keer de portfolio geherbalanceerd wordt, deze gewichten zeer sterk wijzigen. Dit komt omdat de optimalisatie zeer gevoelig is voor kleine veranderingen aan de invoer. Het gevolg van deze instabiliteit is een erg groot koop- en verkoopvolume, deze volumes zijn recht evenredig met de transactiekosten.
- Indien er een totaal verbod op shorten wordt ingesteld, leidt deze optimalisatie tot enkele extreem grote gewichten en enkele zeer kleine gewichten, er wordt een hoekoplossing gevonden. Op deze manier wordt het positief effect van diversifiëring teniet gedaan. Indien shorten niet wordt beperkt worden veelal grote negatieve gewichten bekomen, die in de praktijk niet realiseerbaar zijn.
- Aan investeringsmogelijkheden met een groot verwacht rendement en kleine standaardafwijking worden te grote gewichten toegeschreven, terwijl aan investeringsmogelijkheden met een laag verwacht rendement en hoge standaardafwijking te lage gewichten worden toegekend. Daarbij wordt er geen rekening gehou-

den met hoe liquide² de investeringsmogelijkheden zijn. Zo is het onrealistisch een groot deel van het kapitaal te investeren in niet liquide investeringsmogelijkheden met een groot verwacht rendement en lage standaardafwijking. Op deze manier kan het gebeuren dat het aanpassen van de gewichten in de portfolio minder soepel verloopt, omdat er niet snel kopers/verkopers worden gevonden. Dit is vooral een probleem als portefeuilles enkel bestaan uit verschillende aandelen. In deze thesis worden we dan ook niet geconfronteerd met dit probleem.

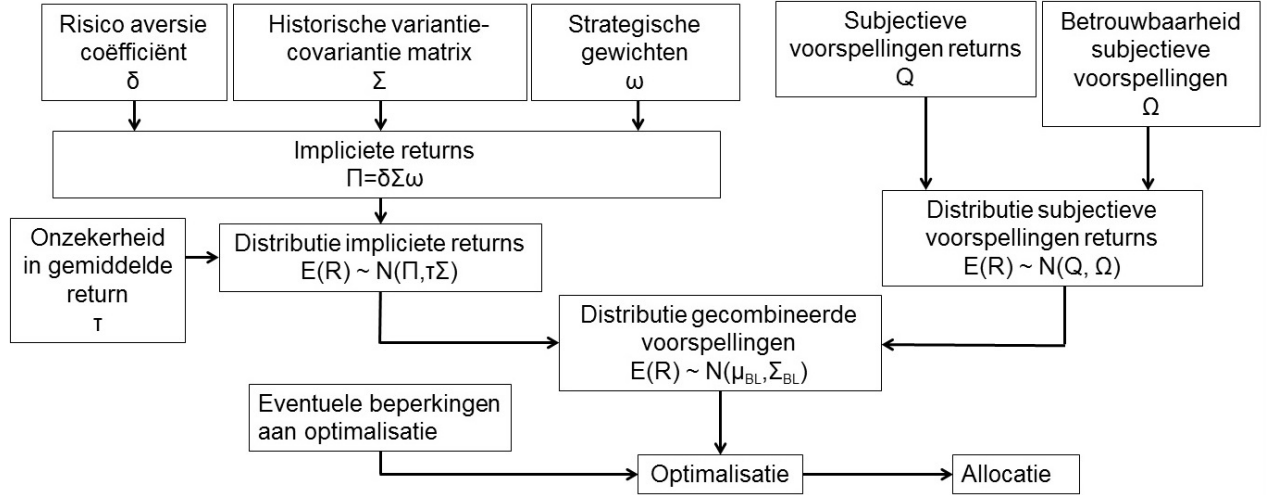
- Het is onrealistisch voor een investeerder om, telkens een allocatie wordt gedaan, goede voorspellingen te doen over elke investering. Er wordt geen onderscheid gemaakt tussen een vage assumptie of een sterk vertrouwen van de investeerder in de rendementsvoorspelling.
- Een laatste opmerking die kan gemaakt worden is of de standaardafwijking van het rendement wel een goede maat is om risico te kwantificeren. In feite heeft risico enkel te maken met de kans op een neerwaartse beweging van het rendement. Andere voorbeelden om het risico van investeringen in te schatten zijn terug te vinden in de literatuur (Miller & Ruszczyński, 2008). In deze thesis wordt daarvan geen gebruik gemaakt.

2.2 Black-Litterman model

Een nieuw allocatiemodel, dat de tekortkomingen van het Markovitz model probeert te minimaliseren, werd voorgesteld door Black & Litterman (1990). Het innoverende aan dit model was dat er rekening wordt gehouden met hoe zeker de investeerder is van zijn rendementsvoorspelling. Eenvoudig uitgelegd worden er twee voorspellingen gecombineerd. Enerzijds wordt er rekening gehouden met een lange termijn voorspelling van de rendementen van alle investeringsmogelijkheden, ook wel impliciete rendementen genoemd. De impliciete rendementen hangen af initiële voorkeuren van de investeerder en historische data. Anderzijds wordt er ook telkens een allocatie plaatsvindt een korte termijn voorspelling van het rendement van één, meerdere of alle investeringen gedaan. Deze voorspellingen worden in de literatuur vaak als de subjectieve rendementen benoemd, omdat ze traditioneel door een team van financiële analisten worden gedaan. Hoe meer vertrouwen men heeft in de korte termijn voorspelling, des te meer ermee rekening zal gehouden worden bij de allocatie. Met meer vertrouwen wordt bedoeld dat de geschatte variantie die wordt meegegeven bij een korte termijnvoorspelling verkleint. De subjectieve rendementen worden maandelijks opgesteld, deze voorspellingen worden

²Een liquide financieel product: een veel verhandeld financieel product

gedaan door Gaussian Processes. Het model kan schematisch worden voorgesteld zoals op Figuur 2.2.

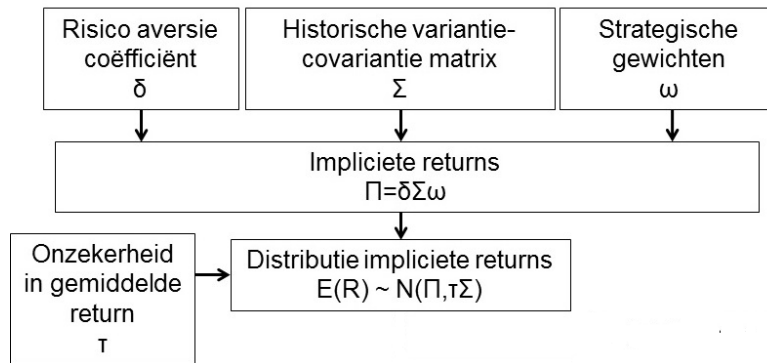


Figuur 2.2: Schematische voorstelling Black-Litterman model, gebaseerd op Idzorek (2005)

Het schema kan worden onderverdeeld in drie delen, de linkertak stelt de lange termijn visie voor en de rechtertak de korte termijn voorspelling. De combinatie en optimalisatie worden beschouwd als het derde onderdeel van het model. In deze thesis wordt het Black-Litterman maandelijks gebruikt om een uitspraak te doen over de optimale allocatie over de zes investeringsmogelijkheden. Omdat er gewerkt wordt met maandelijks rendementen, is de benadering dat deze rendementen normaal verdeeld zijn aannemelijk (Frömmel, 2011). Deze aanname moet gemaakt worden om de twee rendementsvoorspellingen te combineren op de manier zoals het in deze thesis gedaan wordt.

2.2.1 Lange termijn visie

Op Figuur 2.3 is de schematische voorstelling te zien hoe de distributie van de impliciete rendementen in het Black-Litterman model worden bekomen. Er zijn drie parameters nodig om het gemiddelde van de distributie te berekenen: de risico aversie coëfficiënt δ , de historische variantie-covariantie matrix Σ en de strategische gewichten ω . Om de variantie vast te leggen is er één extra parameter noodzakelijk die de onzekerheid in het gemiddelde rendement bepaalt. De manier hoe de parameters voor dit onderdeel van het model worden bepaald, is dezelfde als deze in de eerder vernoemde paper van Bessler *et al.* (2012). Deze parameters worden in de volgende secties meer in detail besproken.



Figuur 2.3: Schematische voorstelling van lange termijn visie in het Black-Litterman model, gebaseerd op Idzorek (2005)

Risico-aversie coëfficiënt δ

Deze coëfficiënt geeft aan hoe risico-avers een investeerder is. Hoe groter dit getal, des te meer men iemand als risicoschuw kan beschouwen. De waarde die gegeven wordt aan deze coëfficiënt is dan ook een persoonlijke keuze. Door de waarde ervan te veranderen is het mogelijk een onderscheid te maken tussen investeerders met een verschillend risicoprofiel, maar deze waarde is nogal moeilijk intuïtief te kwantificeren. Daarom wordt er voor gekozen om deze parameter vast te leggen op 2 (Bessler *et al.*, 2012) en op een andere manier onderscheid te maken tussen verschillende types van investeerders. Enerzijds wordt een onderscheid gemaakt op basis van de keuze van de grens van het (verwachte) risico van een portfolio (een punt op de efficiënte grens). Daarnaast zorgen de instellingen van de strategische gewichten, die later in deze sectie aan bod komen, voor een nog sterker onderscheid tussen de risico-aversiviteit van verschillende investeerders.

Covariantie matrix Σ

Om de covariantie matrix van de verschillende investeringsmogelijkheden op te stellen wordt gebruik gemaakt van historische data. Er wordt een schuivend venster gebruikt en rendementen van de voorbije 36 maand worden beschouwd, a.d.h.v. deze data wordt dan de matrix opgesteld (Bessler *et al.*, 2012). Er zijn meer accurate manieren om deze matrix te berekenen, zoals besproken in Elton *et al.* (2006). De nadruk van de thesis ligt hier echter niet op.

Strategische gewichten ω

Strategische gewichten geven aan in welke investeringen de investeerder het meest vertrouwen heeft op de lange termijn. De allocatie is op deze gewichten gebaseerd als er geen korte termijnvoorspellingen worden gedaan of men erg onzeker is over die voorspellingen. Wanneer een beleggingsuniversum enkel bestaat uit aandelen of aandelenindexen worden deze gewichten geen strategische gewichten genoemd, maar zijn deze de gewichten van het marktportfolio. Ze worden namelijk bepaald a.d.h.v. de marktkapitalisatie van de verschillende aandelen. Dit is de reden waarom de rendementsvoorspellingen gemaakt door deze tak van het model impliciete rendementen worden genoemd. Op deze manier worden ook hoge gewichten van niet liquide aandelen in de portfolio vermeden. In het geval van verschillende investeringsklassen is het bijzonder onpraktisch om deze te baseren op marktkapitalisatie. Er circuleert namelijk veel meer geld in de obligatiemarkten dan in de andere investeringsklassen. Op deze manier zouden, indien men geen korte termijnvoorspelling doet of er erg onzeker van is, de gewichten van de obligaties in de portefeuille veel te groot zijn. Daarom wordt er in deze thesis gekozen voor strategische gewichten. Deze gewichten worden niet aangepast gedurende de simulatieperiode. Het is al erg moeilijk om voorspellingen te doen over de investeringen op korte termijn, laat staan op een termijn van jaren. De strategische gewichten worden uitsluitend bepaald door het risicoprofiel van de investeerder. De gebruikte strategische gewichten kunnen gevonden worden in Tabel 2.1. Deze zijn gebaseerd op de paper van Bessler *et al.* (2012), enkel goud werd eraan toegevoegd als mogelijke investering.

Profiel	Aandelen W.	Aandelen O.M.	Staatsobl.	Bedrijfsobl.	Grondstoffen	Goud
Defensief	11,25	3,75	60	20	2,5	2,5
Gematigd	30	10	33,75	11,25	7,5	7,5
Offensief	48,75	16,25	7,5	2,5	12,5	12,5

Tabel 2.1: Strategische gewichten per risicoprofiel in procenten

Wat opvalt is dat des te offensiever de belegger des te meer deze de nadruk legt op aandelen en grondstoffen in zijn portefeuille. De defensieve belegger heeft eerder vertrouwen in obligaties. De keuze van de gewichten per profiel liggen in lijn met de eerder besproken karakteristieken die toegedicht worden aan de verschillende investeringsklassen.

Met behulp van de drie besproken parameters kunnen de gemiddeldes Π van de distributie van de impliciete rendementen worden berekend, dit gebeurt d.m.v. vergelijking 2.2:

$$\Pi = \delta \Sigma \omega \quad (2.2)$$

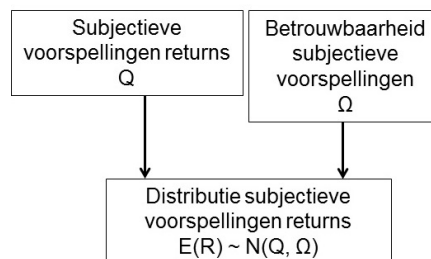
Deze formule wordt de omgekeerde optimalisatie genoemd, omdat normaal gezien de gewichten de uitvoer zijn en de schatting van de rendementen de invoer.

Parameter τ

Om een uitspraak te doen over de covariantiematrix die gepaard gaat met de impliciete rendementen moeten we een waarde toekennen aan de parameter tau. Er wordt aangenomen dat deze covariantiematrix proportioneel is met de historische covariantiematrix en enkel herschaald moet worden met τ . De onzekerheid over het gemiddelde van het rendement is namelijk lager dan de onzekerheid over het rendement zelf (Drobetz, 2001), daarom wordt meestal een waarde dicht bij nul gekozen. Hoe kleiner deze waarde, des te meer de impliciete rendementen de uiteindelijke allocatie zullen bepalen. Er bestaat vandaag de dag nog altijd veel discussie over de instelling van deze parameter (Walters, 2010). In deze thesis wordt gekozen voor een waarde van 0.1, deze wordt ook gebruikt bij de simulatie van Bessler *et al.* (2012).

2.2.2 Korte termijn voorspelling

De nadruk in deze thesis ligt op de korte termijn voorspelling. Er wordt gekozen om hierop de nadruk te leggen omdat er wordt geacht dat machinaal leren technieken voor dit onderdeel van het model het meest van waarde kunnen zijn. In de allocatiesimulatie die later besproken wordt zullen maandelijkse voorspellingen van het rendement van elke investeringsmogelijkheid gebruikt worden. Naast een voorspelling van het rendement, moet ook een schatting worden gedaan over hoe zeker men is over de rendementsvoorspelling. Hoe zekerder men is over de voorspelling, des te meer deze zal bepalen hoe de uiteindelijke allocatie eruit ziet. De koers van de eerste dag van volgende de maand wordt telkens voorspeld, het resultaat wordt gebruikt op de eerste dag van de huidige maand om daarop de allocatie te baseren.



Figuur 2.4: Schematische voorstelling van korte termijn voorspelling in het Black-Litterman model, gebaseerd op Idzorek (2005)

Bij investeringsfondsen worden dergelijke voorspellingen typisch gedaan door een team van financiële analisten, met elk hun specialiteit. Elke analist doet dan een kwalitatieve uitspraak over hoe hij het rendement van een bepaalde investering of investeringsklasse, die hij van nabij volgt, ziet evolueren op de korte termijn. Na overleg en kwantificering zal dan de allocatie gewijzigd worden, dit kan bijvoorbeeld elke maand of elk kwartaal gebeuren. In de literatuur wordt deze manier van portfolio management soms ook beschreven als *Tactical Asset Allocation* (Dahlquist & Harvey, 2001). Dit is een vorm van actief management van de portfolio, de tegenhanger hiervan is passief management waarbij een bepaalde strategie op lange termijn (termijn van enkele jaren) wordt gevolgd, zonder hiervan af te wijken.

In deze thesis wordt een geautomatiseerde investeringsstrategie voorgesteld. Enkele voorbeelden van hoe deze korte termijnvoorspellingen in het Black-Littermanmodel automatisch worden gedaan zijn terug te vinden in de literatuur. Zo gebruiken Beach & Orlov (2007) een variant van het GARCH model, een econometrisch model, om maandelijks het rendement van aandelenindexen van verschillende landen te voorspellen. Met hetzelfde model wordt ook geschat hoe zeker men kan zijn over die voorspelling. Fabozzi *et al.* (2006) gebruiken de momentumstrategie om korte termijnvoorspellingen te doen, de portfolio in die paper bestond ook uit aandelenindexen van verschillende landen. Het idee achter de momentum strategie is om de aandelen te kopen die het erg goed deden en aandelen te shorten die het slecht deden in het recente verleden. Fabozzi *et al.* (2006) kwantificeren dit idee en incorporeren het in het Black-Littermanmodel. In de paper van Bessler *et al.* (2012) wordt als maandelijkse voorspelling voor een beschouwde investering het gemiddelde rendement van die investering van de voorbije 12 maanden gebruikt. De onzekerheid over die voorspelling wordt geschat door de variantie te berekenen van de voorspellingsfouten van de voorbije 12 maanden. Er werd ook een andere paper gevonden (Faber, 2007) waarbij een portfolio bestaande uit investeringen van verschillende investeringsklassen maandelijks wordt geherbalanceerd. In die paper wordt niet het Black-Littermanmodel gebruikt om de allocatie te doen, in plaats daarvan wordt ervoor gekozen om maandelijks een keuze te maken of er geïnvesteerd wordt in een beschouwde investeringsmogelijkheid of niet. Deze keuze wordt automatisch gemaakt door het gebruik van technische analyse. Meer bepaald wordt een koop- of verkoopsignaal gegenereerd indien het verschil tussen het schuivend gemiddelde van de koers (berekend op x-aantal dagen) van een tijdreeks en de actuele koers van de tijdreeks een voorafbepaalde waarde bedraagt.

In deze thesis wordt gebruik gemaakt van Gaussian Processes om een maandelijkse voorspelling over de verschillende investeringsmogelijkheden te doen. Er wordt een

regressie uitgevoerd, als invoer dienen determinanten die later worden besproken. De belangrijkste reden waarom voor Gaussian Processes wordt gekozen is omdat dit algoritme als uitvoer zowel een geschat rendement geeft als een variantie daarop. De variantie meet dan de onzekerheid van de voorspelling. Het zijn net die twee parameters die we nodig hebben als invoer voor de korte termijnmodule van het Black-Littermanmodel.

2.2.3 Combinatie en optimalisatie

Nadat de impliciete rendementen Π en subjectieve rendementen Q , samen met hun respectievelijk covariantiematrixen Σ en Ω , werden opgesteld, worden zij gecombineerd tot één rendementsvoorspellingen μ_{BL} per investeringsmogelijkheid en één covariantiematrix Σ_{BL} .

Combinatie

De manier hoe de gecombineerde voorspelling μ_{BL} en covariantiematrix Σ_{BL} worden berekend, wordt voorgesteld door de vergelijkingen 2.3 en 2.4 (Black & Litterman, 1990) :

$$\mu_{BL} = [(\tau\Sigma)^{-1} + P^T\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau\Sigma)^{-1}\Pi + P^T\Omega^{-1}Q] \quad (2.3)$$

$$\Sigma_{BL} = \Sigma + [(\tau\Sigma)^{-1} + P^T\Omega^{-1}P]^{-1} \quad (2.4)$$

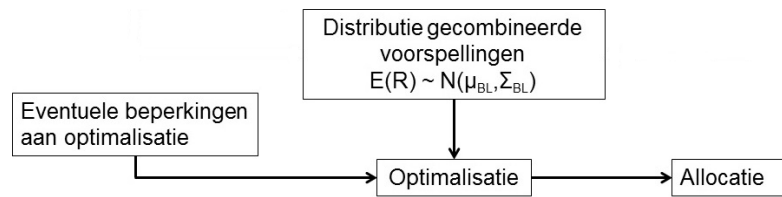
met P : vierkante matrix die per rij aangeeft over welke investering een korte termijnvoorspelling wordt gedaan

In deze thesis wordt elke maand een voorspelling gedaan over elke investeringsmogelijkheid, dus is P een 6x6 identiteitsmatrix. Zoals vergelijking 2.3 weergeeft kan de resulterende voorspelling van het rendement μ_{BL} gezien worden als een gewogen gemiddelde van het impliciete en subjectieve rendement, rekening houdend met hun correlatiestructuur (Lee, 2000). Ook moet opgemerkt worden dat de resulterende covariantiematrix Σ_{BL} altijd groter is dan de historische covariantie matrix.

Optimalisatie

Nadat de gecombineerde rendementsvoorspellingen en de bijhorende covariantiematrix werden bepaald, worden deze gebruikt om de gewichten van de verschillende investeringen in de portefeuille vast te leggen. De gewichten worden vastgelegd door een optimalisatie uit te voeren. Dit is dezelfde optimalisatie als in de vergelijkingen 2.1,

getoond in het begin van dit hoofdstuk. Maar nu worden als invoer de vector μ_{BL} en matrix Σ_{BL} i.p.v. de vector r en matrix Σ gebruikt. Als extra beperking wordt opgelegd dat de som van de negatieve gewichten niet groter mag zijn dan één, wat er op neer komt dat niet meer mag geleend worden dan men bezit. De drie types investereerders onderscheiden zich door een verschillende keuze van het punt op de efficiëntie grens. Het toegestane risico dat de houder van een portfolio loopt, met andere woorden de verwachte maximale volatiliteit van de portfolio wordt voor de defensieve, gematigde en offensieve belegger, vastgelegd op respectievelijk op 5%, 10% en 15% op jaarbasis.



Figuur 2.5: Schematische voorstelling van combinatie en optimalisatie in het Black-Litterman model, gebaseerd op Idzorek (2005)

2.3 Besluit portfolio optimalisatie

Er kan gesteld worden dat het Black-Littermanmodel een elegante oplossing biedt om de nadelen van het Markovitz model te beperken. De gewichten zullen minder sterk wijzigen bij een herbalancering van de portfolio. Dit komt omdat de invoer voor de optimalisatie een combinatie is van een quasi constante impliciete rendementsvoorspelling en een variërende subjectieve rendementsvoorspelling. Enkel indien men erg zeker is van de subjectieve rendementsvoorspelling, zal de invoer van de optimalisatie sterk wijzigen. Doordat de gewichten niet zo sterk wijzigen in de tijd, zullen de transactiekosten kunnen gereduceerd worden. De combinatie van deze twee voorspellingen zorgt er ook voor dat het portfolio meer gediversifieerd zal zijn. Grote negatieve gewichten zullen minder voorkomen door de invloed van de (bijna altijd) positieve impliciete rendementen. Ook heeft de investeerder nu de mogelijkheid aan te geven hoe zeker hij is van een korte termijnvoorspelling en is hij niet verplicht over elke investeringsmogelijkheid een korte termijnvoorspelling te doen bij een herbalancering van de portfolio. Of het Black-Littermanmodel, gebruikt zoals in deze thesis, in de praktijk bruikbaar is en beter presteert dan het Markovitz model, zal moeten blijken uit de resultaten van de allocatie simulatie.

Hoofdstuk 3

Determinanten

De voorspellingen gebeuren op basis van een model dat als invoer relevante determinanten, die voorspellende waarde hebben, meekrijgt. Het is erg moeilijk om voorspellingen te doen over het rendement van aandelen, obligaties en grondstoffen omdat de markten heel erg snel informatie verwerken in de prijzen (Dahlquist & Harvey, 2001). Het is dan ook helemaal geen uitgemaakte zaak welke determinanten kunnen gebruikt worden om financiële tijdreeksen te voorspellen. A.d.h.v. de literatuur, vorig onderzoek of op basis van eigen bevindingen worden determinanten geselecteerd die gerelateerd zijn met één of meerdere van de beschouwde tijdreeksen .

De geselecteerde determinanten kunnen worden opgedeeld in twee categorieën. Vooreerst de met economie of financiële markten gelateerde (fundamentele) determinanten. Deze staan los van de tijdreeksen, voorbeelden zijn de inflatie, industriële productie, krediet risicopremie, enz. Ten tweede de technische indicatoren of technische signalen. Deze kunnen worden afgeleid uit de tijdreeksen zelf. Voorbeelden hiervan zijn de koers van een investeringsmogelijkheid van de maand maand ervoor, de volatiliteit van het rendement van een investeringsmogelijkheid van de maand ervoor, enz. In totaal worden er 51 determinanten gebruikt, bestaande uit 33 fundamentele determinanten en 18 technische indicatoren. Of deze determinanten echt informatie bevatten die gebruikt kan worden om de tijdreeksen te voorspellen, zal moeten blijken uit de experimenten. Het vervolg van dit hoofdstuk geeft een overzicht van de geselecteerde determinanten uit beide categorieën.

3.1 Fundamentele determinanten

3.1.1 Inflatie

De inflatie geeft de stijging van het algemene prijspeil weer. A.d.h.v. de CPI, de consumenteprijsindex, wordt de inflatie berekent:

$$\text{inflatie (\%)} = \frac{\text{CPI}(t)}{\text{CPI}(t-12)} - 1, \text{ met } t \text{ in maanden} \quad (3.1)$$

Ook de consumentenprijsindex wordt beschouwd als relevante determinant. Verschillende onderzoeken vermelden een relatie tussen de inflatie en het rendement van aandelen, obligaties en grondstoffen (Flavin & Wickens, 2003; Levin & Wright, 2006). Ook werd er aangetoond dat de volatiliteit van de inflatie invloed heeft op de volatiliteit van de rendementen (Schwert, 1989).

Op basis van deze informatie werden 14 determinanten opgesteld, details zijn terug te vinden in Tabel 3.1

Determinant	Bron/berekening
CPI US	Thomson Reuters Datastream
CPI WORLD	Thomson Reuters Datastream
CPI ADV	Thomson Reuters Datastream
CPI DEV	Thomson Reuters Datastream
INF US	Thomson Reuters Datastream
INF WORLD	Thomson Reuters Datastream
INF ADV	Thomson Reuters Datastream
INF DEV	Thomson Reuters Datastream
DIFF INFL DEV ADV	$ INFL_{DEV} - INFL_{ADV} $
VOL US	$GARCH(1,1)$ modelleren van volatiliteit
VOL WORLD	$GARCH(1,1)$ modelleren van volatiliteit
VOL ADV	$GARCH(1,1)$ modelleren van volatiliteit
VOL DEV	$GARCH(1,1)$ modelleren van volatiliteit

Tabel 3.1: Determinanten gerelateerd aan de inflatie

3.1.2 Wisselkoers

De gewogen wisselkoers van de Amerikaanse dollar t.o.v. de belangrijkste munteenheden wordt als determinant beschouwd, deze data werd afgehaald van de Thomson Reuters Datastream. Met de belangrijkste munteenheden, exclusief de Amerikaanse

dollar, wordt de euro, de Canadese dollar, de Japanse yen, de Britse pond, de Zwitserse frank en de Zweedse kroon bedoeld.

Studies tonen de invloed aan van wisselkoersen op aandelen van verschillende delen van de wereld Abdalla & Murinde (1997); Bahmani-Oskooee & Sohrabianb (1992). Het lijkt waarschijnlijk dat wisselkoersen een factor zijn die de marktverhoudingen op internationale schaal kunnen wijzigen. Daarnaast zijn grondstoffenprijzen ook gevoelig aan de wisselkoers.

3.1.3 Indicatoren met voorspellende waarde

Deze indicatoren, *Leading Indictors* in het Engels, worden maandelijks opgesteld, data is verkrijgbaar op de website van de IMF of OECD ¹.

Samengestelde indicator met voorspellende waarde

De samengestelde indicator met voorspellende waarde of kortweg CLI is een indictor die wordt opgesteld om economische bewegingen te voorspellen op korte tot middellange termijn.

Ondernemersvertrouwen

De indicator die het ondernemersvertrouwen meet of BCI, kan een invloed hebben op de prestaties van elke investeringsklasse. Des te meer vertrouwen de ondernemers hebben in de toekomst, des te hoger de verwachtingen betreffende de prestaties van de aandelen. Als de vraag naar aandelen toeneemt, zal dit ook zijn gevolgen hebben voor de prijs van obligaties (Frömmel, 2011).

Consumentenvertrouwen

Ook het consumentenvertrouwen, gemeten door de CCI, zal de prestaties van de investeringsklassen meebepalen.

3.1.4 Industriële productie

Met de industriële productie wordt de hoeveelheid van grondstoffen die worden omgezet naar afgewerkte producten bedoeld. Chen *et al.* (1986) identificeren in hun artikel de industriële productie als een economische kracht die invloed uitoefent op de aandelenmarkt. Er werd gekozen om de industriële productie van de VS op te nemen als determinant. Deze data is beschikbaar op de website van de IMF of OECD.

¹Data: <http://imfstatext.imf.org/>

3.1.5 Werkloosheidsgraad

De werkloosheidsgraad hangt samen met de conjunctuur, en de conjunctuur hangt samen met de prestaties van de verschillende investeringen. Daarom wordt de werkloosheidsgraad van de VS ook gebruikt als determinant. Deze data is beschikbaar op de website van de IMF of OECD.

3.1.6 Energie- en grondstofprijzen

Olieprijs

De olieprijs is sterk gerelateerd met de economische activiteit en dus ook met de financiële markten. Ook is de olieprijs erg conflictgevoelig. Wegens de algemeen grote invloed ervan op het economisch klimaat en het feit dat het een belangrijk onderdeel is van de grondstoffenindex wordt deze opgenomen als determinant. De olieprijs in USD/vat zoals gequoteerd op de website van de IMF of OECD wordt gebruikt.

Koperprijs

In een column van Pantelis (2013), wordt de relatie tussen de koperprijs² en de financiële markten besproken. In deze column wordt beweerd dat de koperprijs uiterst gevoelig is voor economische vooruitzichten. Hoewel de stelling van deze bron niet wetenschappelijk onderbouwd is, wordt de koperprijs toch opgenomen als determinant. Ook de koperprijs is een onderdeel van de grondstoffenindex. Een extra determinant kan de voorspellingen enkel maar ten goede komen.

3.1.7 Rentes

Risicovrije rente

De risicovrije rente is de rente die men ontvangt indien men zijn kapitaal niet zou investeren. Dit is te vergelijken met het plaatsen van geld op een spaarboekje. Als benadering van de risicovrije rente wordt de 3 maand T-bill gebruikt. Dit zijn de staatsobligaties van de VS met een looptijd van 3 maanden, zij worden in de financiële wereld als risicovrij aanzien. Deze tijdreeks werd afgehaald van Thomson Reuters Datastream.

Krediet risicopremie

Deze premie geeft aan hoeveel extra rendement er gegeven wordt op obligaties die meer risicovol zijn. De premie wordt berekend als in vergelijking 3.2. De ratings van Moody's

²Maandelijks quotes: <http://www.indexmundi.com/commodities/?commodity=copper&months=60>

geven aan hoe risicovol een obligatie is. De nodige data werd afgehaald van Thomson Reuters Datastream.

$$\text{CRDP} = \frac{\text{Moody's bedrijfsobligaties BAA} - \text{Moody's bedrijfsobligaties AAA}}{\text{Moody's bedrijfsobligaties AAA}} \quad (3.2)$$

Krediet spreiding

Deze determinant geeft het verschil weer van het rendement tussen twee even risicovolle obligaties met een verschillende looptijd. Chen *et al.* (1986) beschouwen dit ook als een macro-economische variabele die invloed heeft op de prijzen van de financiële markten. De krediet spreiding wordt berekend door het verschil tussen de rendementen op staatsobligaties van de VS met looptijd van 10 jaar en van die met een looptijd van 2 jaar. Ook Dahlquist & Harvey (2001) beschouwen dit als een relevante determinant om voorspellingen te doen over rendementen van aandelen en obligaties. De nodige informatie werd afgehaald van Thomson Reuters Datastream.

3.1.8 Specifieke determinanten voor een investeringsklasse

Er worden ook 9 determinanten beschouwd die specifiek voor een bepaalde tijdreeks werden geselecteerd. Er moet worden opgemerkt dat als bijvoorbeeld zo'n determinant aangeeft dat een bepaalde investeringsmogelijkheid het erg goed zal doen de volgende maand, dit ook zijn consequenties kan hebben voor de vooruitzichten van de rendementen van andere tijdsreeksen. Al deze data is afkomstig van Thomson Reuters Datastream.

Aandelen

Determinant
Dividendrendement S&P500
Opbrengst/prijs ratio S&P500
Marktkapitalisatie S&P50

Voor de Aandelen Wereld Index zijn het dividendrendement, de opbrengst/prijs ratio en marktkapitalisatie niet beschikbaar, daarom wordt ervoor gekozen om de gegevens van de S&P 500 index te gebruiken als benadering. Dit is de index samengesteld door de 500 belangrijkste bedrijven van de VS. Het dividendrendement is het op marktkapitalisatie gebaseerde gemiddelde dividendrendement van de 500 aandelen die deel uitmaken van deze index. Het dividendrendement wordt berekend als volgt:

$$\text{Dividendrendement} = \frac{\text{Jaarlijks dividend per aandeel}}{\text{Prijs van het aandeel}} \quad (3.3)$$

In de literatuur wordt deze ratio genoemd als een belangrijke determinant, zoniet één van de belangrijkste, om de rendementen van aandelen te voorspellen (Fama & French, 1988; Hodrick, 1992; Beach & Orlov, 2007). Ook de verhouding tussen de prijs van een aandeel en de opbrengst van het bedrijf wordt gebruikt om het toekomstig rendement van het aandeel te voorspellen (Campbell & Shiller, 1988; Dahlquist & Harvey, 2001). Er wordt ervoor gekozen om ook de grootte van de marktkapitalisatie te gebruiken als extra determinant.

Obligaties

Determinant
Coupon rendement GB
Coupon rendement HYB
Aangepaste duurtijd GB
Marktkapitalisatie GB

De aangepaste duurtijd wordt gebruikt om het renterisico van een obligatie weer te geven, het geeft aan hoe de koers van een obligatie zou veranderen indien de interest zou wijzigen. Het coupon rendement is het percentage van het geïnvesteerde bedrag dat om een bepaalde tijdsduur (meestal jaarlijks) wordt uitbetaald aan de investeerder. Dit is een erg belangrijke karakteristiek van de obligatie. Ook de grootte van de marktkapitalisatie van beide obligatieindexen worden gebruikt als determinanten.

Goud

Determinant	Berekening
Lease tarief van goud	UK GOFO 3M – US INTERBANK 3M
Beta goud	Lineaire regressie op S&P500 met schuivend venster van 36 maanden

Dit zijn twee determinanten die ook gebruikt werden in het werk van Dierinck (2012). In dat werk wordt het verband aangetoond tussen deze determinanten en de goudprijs.

3.2 Technische indicatoren

De technische indicatoren bestaan uit drie groepen. Ten eerste wordt als determinant de koers van elke investering van de maand ervoor meegegeven. Ten tweede wordt het rendement van elke investering van de vorige maand als determinant beschouwd. En ten slotte wordt ook de volatiliteit van de rendementen van de voorgaande maand van elke investeringsmogelijkheid als determinant toegevoegd. Deze volatiliteit wordt berekend met behulp van het GARCH(1,1) model (Frömmel, 2011).

Hoofdstuk 4

Gaussian Processes

4.1 Algemeen

Supergeviseerd leren in de vorm van regressie of classificatie is een erg belangrijk onderdeel van machinaal leren. Traditioneel worden hiervoor parametrische modellen gebruikt, deze zijn gemakkelijk te interpreteren maar zijn in het geval van een erg complexe dataset meestal niet sterk genoeg (Rasmussen, 2006). Bij een parametrisch model wordt aangenomen dat de data kan gemodelleerd worden volgens een distributie met een gekende functionele vorm. Het model wordt dan vastgelegd door een eindig aantal parameters, die onafhankelijk zijn van het aantal beschouwde datapunten waarop getraind wordt. Eenmaal de parameters van dit model werden vastgelegd, hebben we de trainingsdata niet meer nodig. De trainingsdata wordt dan als het ware samengevat door de vastgelegde parameters van het model¹. Een voorbeeld van zo'n algoritme is lineaire regressie.

Daartegenover bestaan ook niet-parametrische modellen. Bij niet-parameterische modellen hangt de distributie waarmee de data wordt gemodelleerd typisch af van de grootte van de dataset. Deze modellen bezitten nog altijd parameters, maar deze dienen meer om de complexiteit van het model te controleren dan om de vorm van de distributie vast te leggen (Bishop, 2007). Bij niet-parametrische modellen wordt er geen één globaal model opgesteld, maar er worden locale modellen, die enkel beïnvloed worden door nabije datapunten, geschat wanneer nodig². Een vaak vermeld nadeel van deze modellen is dat ze traag worden wanneer grote datasets worden beschouwd (Rasmussen & Williams, 2006). Voorbeelden van niet-parameterische modellen zijn

¹Gebaseerd op: [http : //mechanistician.blogspot.be/2009/03/lec3-locality-weighted-linear-regression.html](http://mechanistician.blogspot.be/2009/03/lec3-locality-weighted-linear-regression.html) geraadpleegd op 20/05/'13

²Gebaseerd op: [http : //www3.stat.sinica.edu.tw/stat2005w/download/NP-111805.pdf](http://www3.stat.sinica.edu.tw/stat2005w/download/NP-111805.pdf) geraadpleegd op 20/05/'13

Er wordt in deze thesis voor gekozen om Gaussian Processes te gebruiken om de maandelijkse voorspellingen te doen. Gaussian Processes geven als uitvoer geen puntschatting mee, maar de verwachtingswaarde en de variantie van een normale verdeling die de voorspelling voorstelt. Deze eigenschap maakt Gaussian Processes heel erg compatibel met het Black-Litterman model, omdat voor de korte termijnvoorspelling in dit model een rendementschatting moet worden opgegeven en een zekerheid over deze schatting. Hoe kleiner de meegegeven variantie bij de voorspelling door Gaussian Processes, des te zekerder men kan zijn over de voorspelling. Een ander voordeel van Gaussian Processes m.b.t. deze regressietaak is het feit dat ze niet-lineaire relaties kunnen modelleren. Een derde voordeel is dat er door Gaussian Processes te gebruiken ook een uitspraak kan worden gedaan over welke determinanten belangrijk zijn bij het voorspellen van een tijdreeks, dit kan interessante extra informatie opleveren.

4.2 Werking

De werking van Gaussian processes wordt uitgebreid besproken in het boek van Rasmussen & Williams (2006), dit is de belangrijkste bron voor dit hoofdstuk. Ook is de tutorial van Ebdon (2008) over Gaussian Processes een belangrijke bron.

Een Gaussian Process is een generalisatie van de Gaussiaanse probabiliteits distributie. Net zoals een probabiliteits distributie de verdeling van willekeurige variabelen beschrijft, beschrijft een proces een distributie over functies. Een Gaussian Process wordt volledig gespecificeerd door zijn mean functie $m(\mathbf{x})$ en zijn covariantiefunctie $k(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$. Hierbij stellen \mathbf{x} en \mathbf{x}' twee verschillende datapunten voor met D dimensies, in het geval van deze regressietaak is D gelijk aan het aantal determinanten, namelijk 51. Indien de onderliggende distributie van de data wordt beschreven als $y=f(\mathbf{x})$, met y de doelwaarde, worden deze functies als volgt gedefinieerd:

$$m(\mathbf{x}) = E[f(\mathbf{x})] \quad (4.1)$$

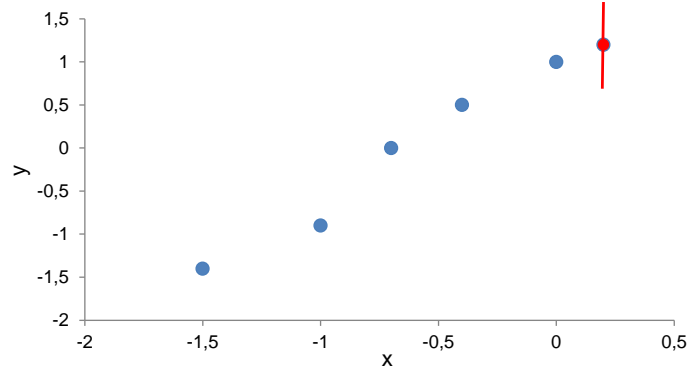
$$k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = E[(f(\mathbf{x}) - m(\mathbf{x}))(f(\mathbf{x}') - m(\mathbf{x}'))] \quad (4.2)$$

De korte notatie voor een Gaussian Process ziet er als volgt uit:

$$f(\mathbf{x}) \sim GP(m(\mathbf{x}), k(\mathbf{x}, \mathbf{x}')) \quad (4.3)$$

Hoe voorspellingen worden gedaan met Gaussian Processes wordt het eenvoudigst uitgelegd voor een 1 dimensionaal voorbeeld. Dit voorbeeld is gebaseerd op het werk van

Ebden (2008). Hierin bestaat de dataset uit 5 datapunten (x,y) , met x het argument en y de doelwaarde. $y = f(x) + \epsilon$ is de onderliggende functie van de data. Er zit ruis op de data, deze is normaal verdeeld, met een gemiddelde 0 en standaardafwijking σ_n . Nu willen we een uitspraak doen over de doelwaarde y_* van een ongezien punt met als argument x_* . Dit probleem wordt grafisch voorgesteld door Figuur 4.1.



Figuur 4.1: Voorbeeld regressietaak, $x_* = 0.25$, we moeten een voorspelling maken van y_* . y_* wordt in het rood aangeduid.

We kunnen deze datapunten interpreteren alsof ze elk door een multivariate normaalverdeling (in dit geval een 5-variate) worden gegenereerd. Als we nog een stap achteruit denken, kan worden gesteld dat deze dataset vergezeld gaat met een Gaussian Process. Een Gaussian Process beschrijft de distributie over die multivariate normaalverdelingen. Een Gaussian Process wordt volledig beschreven door zijn mean- en covariantiefunctie. Voor de mean-functie wordt meestal 0 als waarde gekozen, dit gebeurt ook in deze thesis. In dit geval worden de observaties alleen met elkaar gelinkt door de covariantiefunctie. Een veelgebruikte covariantiefunctie is de gekwadrateerde exponentiële covariantiefunctie:

$$k(x, x') = \sigma_f \exp\left(-\frac{(x - x')^2}{2l^2}\right) + \sigma_n^2 \delta(x, x') \quad (4.4)$$

x en x' zijn 2 verschillende argumenten. $\delta(x, x')$ is de Kronecker delta functie³. σ_f stelt de maximale toegelaten covariantie voor en wordt soms ook benoemd als de standaardafwijking van het signaal. l is de lengteschaal. In dit 1 dimensioneel voorbeeld is er slechts 1 lengteschaal, in meerdere dimensies kan bij elke dimensie een lengteschaal behoren. De inverse van de lengteschaal bijhorend bij een dimensie is dan proportioneel met de invloed van een dimensie bij de voorspellingen. Deze covariantiefunctie wordt een *vloeiende* covariantiefunctie genoemd, dit is omdat als $x \approx x'$ $k(x, x')$ maximaal zal

³ $\delta(x_p, x_q) = 0$ als $p \neq q$ en $\delta(x_p, x_q) = 1$ als $p = q$

zijn. Wat tot gevolg heeft dat $f(x)$ sterk gecorreleerd is met $f(x')$. Daartegenover als x en x' verafgelegen zijn van elkaar zal $k(x, x') \approx 0$ zijn. Hoe sterk de afstand tussen de 2 punten doorweegt bij de berekening van $k(x, x')$ zal afhangen van de lengteschaal l . Er wordt een waarde vastgelegd voor de parameters van de covariantiefunctie l , σ_f en σ_n . De manier waarop deze parameters worden vastgelegd, wordt niet hier uitgelegd, maar wordt in detail besproken in de volgende sectie.

De volgende stap in het algoritme is het uitrekenen van de covariantiefunctie voor alle datapunten.

$$K = \begin{bmatrix} k(x_1, x_1) & k(x_1, x_2) & \cdots & k(x_1, x_n) \\ k(x_2, x_1) & k(x_2, x_2) & \cdots & k(x_2, x_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k(x_n, x_1) & k(x_n, x_2) & \cdots & k(x_n, x_n) \end{bmatrix}$$

$$K_\star = \begin{bmatrix} k(x_\star, x_1) & k(x_\star, x_2) & \cdots & k(x_\star, x_n) \end{bmatrix}$$

$$K_{\star\star} = k(x_\star, x_\star)$$

Met n het aantal geobserveerde datapunten, in het oorspronkelijke voorbeeld zijn er dit 5.

Sinds we ervan uitgaan de data kan worden voorgesteld als samples gegenereerd door multivariate normaalverdelingen, kunnen we zeggen dat:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ y_\star \end{bmatrix} \sim \mathcal{N} \left(\mathbf{0}, \begin{bmatrix} K & K_\star^T \\ K_\star & K_{\star\star} \end{bmatrix} \right)$$

Hetgeen waar we geïnteresseerd in zijn is de conditionele waarschijnlijkheid $p(y_\star | \mathbf{y})$. De conditionele waarschijnlijkheid zegt hoe zeker men van een bepaalde voorspelling y_\star is, gegeven de geobserveerde data.

Deze waarschijnlijkheid heeft een normale verdeling:

$$p(y_\star | \mathbf{y}) \sim \mathcal{N}(K_\star K^{-1} \mathbf{y}, K_{\star\star} - K_\star K^{-1} K_\star^T)$$

De beste schatting voor y_\star is het gemiddelde van deze verdeling:

$$\bar{y}_\star = K_\star K^{-1} \mathbf{y}$$

De onzekerheid over deze schatting wordt weergegeven door de variantie van de verdeling:

$$\text{var}(y_\star) = K_{\star\star} - K_\star K^{-1} K_\star^T$$

Het zijn net deze twee waarden, die we nodig hebben als invoer voor het Black-Littermanmodel. Bij problemen met hogere dimensies, zoals het geval is in deze thesis, gelden dezelfde principes.

4.3 Covariantiefuncties en optimale parameters

Om het algoritme, zoals beschreven in de vorige sectie, relevante voorspellingen te laten maken moeten twee belangrijke keuzes worden gemaakt. Ten eerste moet er een geschikte covariantiefunctie worden gekozen. En vervolgens moeten ook de optimale waarden van de parameters van deze covariantiefunctie gekozen worden.

4.3.1 Covariantiefunctie

In deze thesis worden twee covariantiefuncties gebruikt. De eerste is de gekwadrateerde exponentiële covariantiefunctie met *Automatic Relevance Detection*, kortweg ARD. Door het gebruik van ARD kan de relevantie van elke determinant bij de voorspellingen bepaald worden. Dit wordt gedaan a.d.h.v. de waarde van de lengteschalen, die verschillen per dimensie. Dit is een stationaire covariantiefunctie en wordt weergegeven door vergelijking 4.5.

$$k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sigma_f \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{j=1}^D \frac{(x_j - x'_j)^2}{l_j^2}\right) + \sigma_n^2 \delta(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \quad (4.5)$$

Met \mathbf{x} en \mathbf{x}' twee datapunten van D dimensies, in dit geval is D gelijk aan 51, het aantal gebruikte determinanten. Deze covariantiefunctie telt dan 53 parameters: 51 lengteschalen \mathbf{l} , de maximale grootte van de covariantie σ_f en de standaardafwijking van ruis σ_n . Er wordt gekozen voor deze covariantiefunctie omdat dit de meest gebruikte is in de literatuur (Rasmussen & Williams, 2006). Het is als het ware een baseline covariantiefunctie. Ook is ARD erg interessant omdat op deze manier meer inzicht kan verworven worden over welke determinanten voorspellende waarde hebben voor welke tijdreeksen.

Een tweede covariantiefunctie is een niet-stationaire covariantiefunctie, gebaseerd op het werk van Brahim-Belhouari & Bermak (2004). In die paper worden voorspellingen gedaan voor niet-stationaire tijdreeksen. De covariantiefunctie gebruikt in die paper verschilt met de hier gebruikte door het feit dat ARD wordt toegevoegd aan zowel het gekwadrateerd exponentiële als het lineaire deel van de covariantiefunctie. De gebruikte covariantiefunctie wordt weergegeven door vergelijking 4.6:

$$k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = w_0 + \sum_{j=1}^D \frac{x_j x'_j}{v_j^2} + \sigma_f \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{j=1}^D \frac{(x_j - x'_j)^2}{l_j^2}\right) + \sigma_n^2 \delta(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \quad (4.6)$$

Met \mathbf{x} en \mathbf{x}' twee verschillende datapunten van D dimensies, in dit geval is D gelijk aan 51. Deze covariantiefunctie telt 105 parameters: 51 lengteschalen \mathbf{l} van de gekwadraterde exponentiële covariantiefunctie, 51 lengteschalen \mathbf{v} van de lineaire covariantiefunctie, een constante term w_0 , de maximale grootte van de covariantie σ_f en de standaardafwijking van ruis σ_n .

4.3.2 Optimalisatie van de parameters

Na de keuze van de covariantiefunctie moeten de bijhorende parameters geoptimaliseerd worden.

Laten we $\boldsymbol{\theta}$ de set van parameters van de covariantiefunctie noemen, \mathbf{x} de argumenten van de trainingsdata en \mathbf{y} de doelwaarden bijhorend bij die argumenten. De meest optimale parameters $\boldsymbol{\theta}$ bijhorend bij de dataset zijn dan de parameters die de waarschijnlijkheid $p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x}, \mathbf{y})$ maximaliseren, dit is de waarschijnlijkheid van de parameters, gegeven de data. Uit Bayes' theorem volgt dat dit hetzelfde is als het maximaliseren van de marginale log-likelihood $p(\mathbf{y}|\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})$. Vergelijking 4.7 geeft de marginale log-likelihood weer, n is daarin het aantal geobserveerde datapunten.

$$\log p(\mathbf{y}|\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) = -\frac{1}{2} \mathbf{y}^T K^{-1} \mathbf{y} - \frac{1}{2} \log |K| - \frac{n}{2} \log 2\pi \quad (4.7)$$

Deze vergelijking is afleidbaar ten opzichte van de parameters $\boldsymbol{\theta}$. Op deze manier kunnen deze dan numeriek geoptimaliseerd worden. Alle invoer voor deze optimalisatie is gekend, alleen moeten er nog initiële waarden worden meegegeven aan de parameters $\boldsymbol{\theta}$. Deze initiële waarden zijn belangrijk, omdat indien men deze niet goed instelt, het mogelijk is dat de optimalisatie terecht komt in een lokaal maximum en niet in het globaal maximum. Op deze manier worden dan suboptimale waarden voor de parameters $\boldsymbol{\theta}$ gevonden. De meest geschikte initiële waarden van de parameters van de gebruikte covariantiefunctie, alvorens deze parameters geoptimaliseerd worden, worden gezocht met behulp van 5-voudige kruisvalidatie.

4.3.3 Initiële parameters

Alvorens het concept van kruisvalidatie te beschrijven, wordt eerst de dataset voorgesteld. De totale dataset bestaat uit 264 tijdstappen, of 22 jaar aan data, deze werd

opgegesplitst in een train- en validatieset en een testset zoals weergegeven in Tabel 4.1.

Set	Duur	Periode	Aantal samples
Train- en validatie	20 jaar	12/1990 - 11/2010	240
Test	2 jaar	12/2010 - 11/2012	24

Tabel 4.1: Train-, validatie- en testset

Het gebruik van 5-voudige kruisvalidatie houdt in dat de train- en validatiedata worden opgesplitst in 5 even grote subsets. Er wordt dan telkens getraind op 4 van de 5 subsets van de data en gevalideerd op de resterende subset. Het zijn de validatieresultaten die van belang zijn om een keuze te maken over de optimale initiële waarden van de gebruikte parameters. Monte Carlo sampling wordt gebruikt om de ideale combinatie van initiële parameters te vinden. Dit houdt in dat de parameters willekeurig worden gekozen om de kruisvalidatie op toe te passen. Eerst worden er per tijdreeks en per experiment over een zeer breed bereik van de parameters 500 Monte Carlo samples gegenereerd. Aan de hand van deze resultaten worden nog een 500 samples gegenereerd over een bereik van de parameters waarvoor de validatieresultaten gunstig waren voor de eerste 500 samples.

Hoe 'gunstig' deze resultaten zijn wordt gekwantificeerd door 3 foutmaten: NMSE, hitrate en hitrate 2.

NMSE

De NMSE of *Normalised Mean Squared Error* geeft aan hoe groot de afwijking tussen de voorspelde koers en de geobserveerde koers is. De formule wordt weergegeven door vergelijking 4.8.

$$\text{NMSE} = \frac{1}{n} \frac{\sum_{i=1}^n (AP_i - FP_i)^2}{\text{var}(\mathbf{AP})} \quad (4.8)$$

Met AP_i de geobserveerde koers en FP_i de voorspelde koers en n de lengte van de validatie- of testset.

Hitrate

De hitrate geeft aan hoeveel voorspellingen procentueel gezien het juiste teken van het rendement voorspellen. Met andere woorden geeft de hitrate aan in hoeveel procent van de gevallen de richting van de koers tegenover de koers van de voorgaande maand juist wordt voorspeld. Indien een rendement van 0% wordt voorspeld, wordt

dit beschouwd als positief. Met n de lengte van de validatie- of testset, AR_i het geobserveerde maandelijkse rendement en FR_i het voorspelde maandelijkse rendement van een investeringsmogelijkheid, wordt de hitrate als volgt gedefinieerd:

$$\text{Hitrate} = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_{AR_i FR_i} \right) \quad (4.9)$$

$$\text{met } \delta_{AR_i FR_i} = \begin{cases} 0 & AR_i < 0 < FR_i \text{ of } AR_i > 0 > FR_i \\ 1 & \text{in de andere gevallen} \end{cases}$$

Hitrate 2

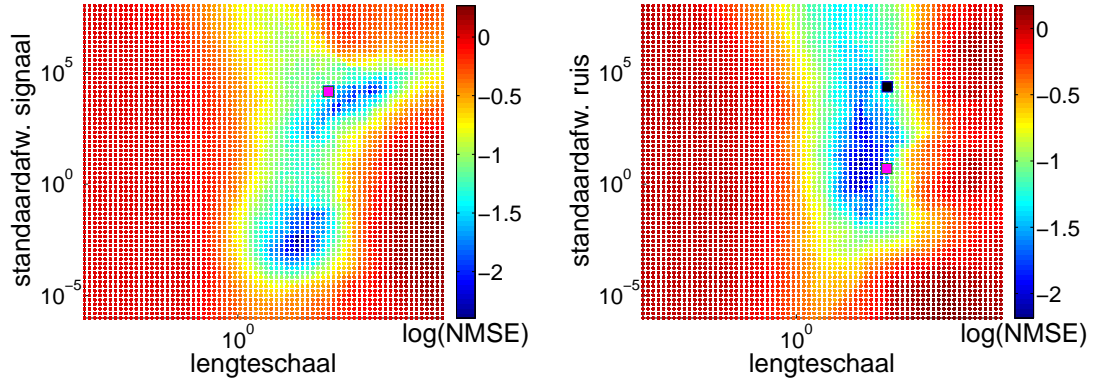
De hitrate 2 geeft aan hoeveel voorspellingen procentueel gezien de juiste richting van het rendement tegenover de het rendement van de voorgaande maand voorspellen. Met juiste richting wordt bedoeld dat de voorspelling correct aangeeft of het rendement van de investeringsmogelijkheid hoger of lager wordt dan het rendement van de voorgaande maand. Met n de lengte van de validatie- of testset, AD_i de geobserveerde richting van het rendement, FD_i de voorspelde richting van het rendement, AR_i het geobserveerde maandelijkse rendement en FR_i het voorspelde maandelijkse rendement van een investeringsmogelijkheid, wordt de hitrate 2 als volgt gedefinieerd:

$$\text{Hitrate 2} = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_{AD_i FD_i} \right) \quad (4.10)$$

$$\text{met } \delta_{AD_i FD_i} = \begin{cases} 0 & AR_i - AR_{i-1} < 0 < FR_i - AR_{i-1} \\ & \text{of } AR_i - AR_{i-1} > 0 > FR_i - AR_{i-1} \\ 1 & \text{in de andere gevallen} \end{cases}$$

Om het zoeken naar de optimale initiële parameters te vereenvoudigen, wordt ervoor gekozen om de initiële lengteschalen van de covariantiefuncties gelijk te kiezen. Op deze manier worden het aantal vast te leggen initiële parameters voor de stationaire covariantiefunctie van 53 teruggebracht naar 3, namelijk $\{l, \sigma_f, \sigma_n\}$ en voor de niet-stationaire covariantiefunctie van 105 naar 5, namelijk $\{w_0, v, l, \sigma_f, \sigma_n\}$. Merk op dat de niet-stationaire covariantiefunctie zowel lengteschalen heeft voor het gekwadrateerde exponentiële deel als voor het lineaire deel, elk met een verschillende initiële waarde.

Een voorbeeld van een experiment waarbij de stationaire covariantiefunctie wordt gebruikt en er dus 3 te optimaliseren parameters zijn, wordt getoond op Figuur 4.2.



Figuur 4.2: Initiële parameters optimaliseren na smoothen met *3-nearest neighbors*. Het zwarte blokje duidt de beste parametercombinatie aan, het roze blokje duidt de beste combinatie aan indien rekening gehouden wordt met een gemiddelde van de NMSE van de 3 meest nabije burens. Bij de linkse figuur liggen de 2 blokjes boven elkaar.

Om de optimale combinatie van initiële parameters te vinden worden alle 3 de foutmaten in rekening gebracht. De combinatie van parameters die de hoogste score behaalde na het uitrekenen van formule 4.11 met de validatieresultaten wordt geselecteerd. De NMSE wordt geïnverteerd omdat deze geminimaliseerd moet worden.

$$\text{score} = \text{geometrisch gemiddelde}(\text{NMSE}^{-1}, \text{Hitrate}, \text{Hitrate } 2) \quad (4.11)$$

Nadat deze combinatie bekend is, wordt nog eens manueel nagekeken of deze parameters wel in 'gunstige gebieden', zoals te zien op Figuur 4.2, gelegen zijn. Indien dit zo is, wordt deze parametercombinatie gebruikt om de tests te doen.

4.4 Opstelling experimenten

In de laatste sectie van dit hoofdstuk wordt besproken welke verschillende experimenten er worden gedaan en op welke manier.

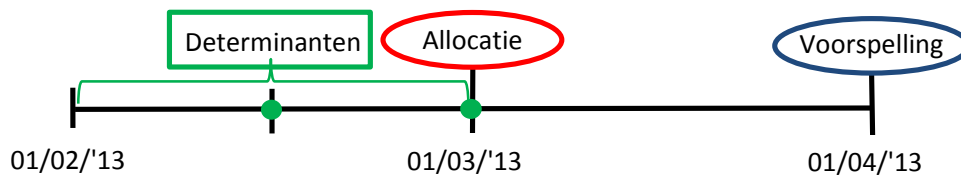
Er worden 4 verschillende experimenten uitgevoerd met Gaussian Processes. Deze experimenten verschillen door de gebruikte doelwaarde of door de gebruikte covariantiefunctie. De gebruikte doelwaarde was ofwel de logaritmisches getransformeerde koers van de tijdreeks, ofwel het rendement van de tijdreeks. Er werd gekozen voor de logaritmisches getransformeerde koers i.p.v. de koers omdat initiële experimenten uitwezen dat de voorspellingen accurater waren hiermee.

De meanfunctie wordt altijd nul gelaten en de Gaussian Likelihood functie wordt gebruikt voor de regressie. Ook worden alle determinanten en doelwaarden genormaliseerd. Dit wordt gedaan door elke waarde te verminderen met het gemiddelde van die bepaalde tijdreeks en daarna te delen door de standaardafwijking van diezelfde tijdreeks.

Er worden voorspellingen gedaan over de slotkoers van de eerste dag van de volgende maand. Voor goud waren enkel de slotkoersen van de laatste dag van de maand beschikbaar. De slotkoers op de eerste dag van de maand wordt benaderd door de slotkoers de laatste dag van de maand ervoor. Die voorspellingen worden gebruikt om na de eerste beursdag van de huidige maand de allocatie over de verschillende investeringsmogelijkheden te wijzigen.

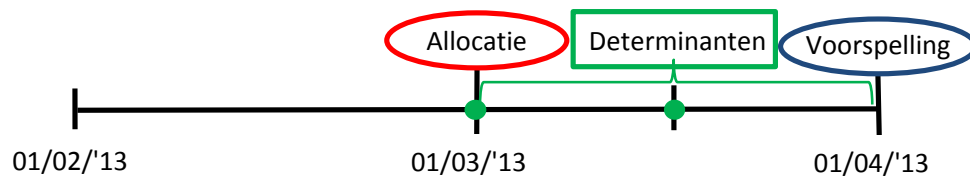
Het tijdstip waarop de gebruikte determinanten worden gepubliceerd is niet voor alle determinanten hetzelfde. Er zijn drie groepen, namelijk determinanten die worden uitgegeven elke eerste dag van de maand, anderen worden uitgegeven in het midden van elke maand en er zijn er ook die maandelijks worden berekend en uitgegeven worden op het einde van de maand.

Voor de voorspellingen die gebruikt worden voor de allocatie worden geen determinanten gebruikt die gepubliceerd werden na het moment dat de allocatie wordt gedaan. Een schematische voorstelling van de chronologie is te zien op Figuur 4.3.



Figuur 4.3: Chronologie van de determinanten, allocatie en voorspellingen

Ook wordt er nagegaan of de voorspellingen verbeteren indien de determinanten die gepubliceerd worden in het midden van elke maand en diegene die berekend worden per maand een maand werden vooruit geschoven in de tijd. Dit kan interessant zijn om op deze manier meer inzicht te krijgen in welke determinanten belangrijk zijn voor de prijsvorming van een bepaalde investeringsmogelijkheid. Deze opstelling wordt schematisch weergegevend door Figuur 4.4.



Figuur 4.4: Alternatieve chronologie van de determinanten, allocatie en voorspellingen

Op die manier worden er voorspellingen gedaan over de slotkoers van de eerste dag van een maand, met determinanten gepubliceerd in de voorgaande maand. Deze voorspellingen kunnen wel niet gebruikt worden voor de allocatie omdat dan informatie van in de toekomst zou gebruikt worden.

Hoofdstuk 5

Resultaten voorspellingen

De opstelling van de experimenten werd in het vorig hoofdstuk voorgesteld, in dit hoofdstuk worden hiervan de resultaten besproken. Om de experimenten uit te voeren wordt gebruik gemaakt van de Matlab toolbox GPML versie 3.2¹, geschreven door C. E. Rasmussen en H. Nickisch. Alvorens de bekomen resultaten te bespreken, worden de referentiematen waarmee deze resultaten vergeleken worden voorgesteld.

5.1 Referentiematen

De maandelijkse voorspellingen voor de zes investeringsmogelijkheden met Gaussian Processes zullen worden vergeleken met vier referentiematen of benchmarks. Daarvan zijn de eerste drie naïeve benchmarks, als vierde benchmark wordt Ridge regressie toegepast op de dataset. De vier benchmarks zijn te vinden in Tabel 5.1. De tweede benchmark stelt de maandelijkse voorspellingen voor die gebruikt werden in de paper van Bessler *et al.* (2012).

Benchmark	Voorspelling
1	0%
2	Gemiddelde rendement van de voorbije 12 maanden
3	Rendement vorig maand
4	Ridge regressie

Tabel 5.1: Benchmarks maandelijkse voorspellingen

¹Code beschikbaar op: <http://www.gaussianprocess.org/gpml/code/matlab/doc/>

5.1.1 Ridge regressie

Ridge regressie is een geregulariseerde vorm van lineaire regressie. Wanneer lineaire regressie zonder regularisatie wordt toepast, worden soms erg grote waarden voor de geoptimaliseerde regressiecoëfficiënten gevonden die leiden tot overfitting² en slechte testresultaten. Dit gebeurt als één of meerdere determinanten (sterk) gecorreleerd zijn of als er een relatief groot aantal determinanten zijn tegenover het aantal geobserveerde datapunten (Kooij & Meuleman, 2006). Ridge regressie vermindert overfitting door bij de optimalisatie van de regressiecoëfficiënten grote coëfficiënten te penaliseren.

Vergelijking 5.1 geeft weer hoe voorspellingen worden gedaan:

$$y = \beta_0 + \sum_{j=1}^D \beta_j x_j \quad (5.1)$$

y is de voorspelde koers van een investeringsmogelijkheid. D is het aantal determinanten, in dit geval dus 51. Dezelfde determinanten als bij de experimenten met Gaussian Processes worden gebruikt. β_0 is een constante term, x_j stelt de waarde van determinant j voor en β_j de regressiecoëfficiënt voor determinant j . De koers wordt geschat door een lineaire functie, experimenten wezen uit dat er geen betere resultaten worden behaald met polynomen van hogere orde. Er zijn dus 52 β coëfficiënten die moeten bepaald worden. Deze coëfficiënten worden gevonden door uitdrukking 5.2 te minimaliseren:

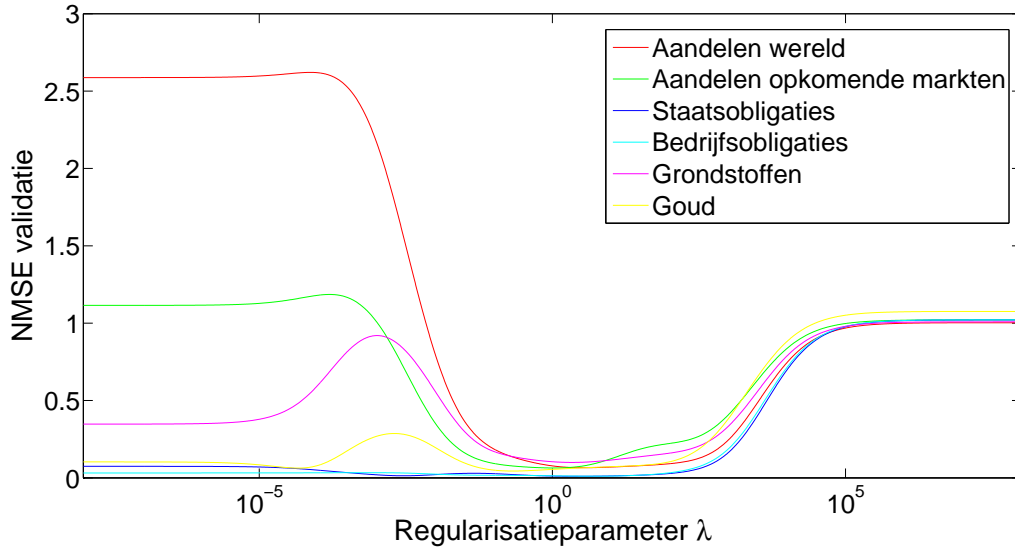
$$\sum_{i=1}^n (y_i - \mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})^2 + \lambda \sum_{j=1}^D \beta_j^2 \quad (5.2)$$

Hierbij is n het aantal geëvalueerde datapunten en is λ de regularisatieparameter. Deze vergelijking bestaat uit de som van twee termen, de eerste term minimaliseert de gemiddelde kwadratische fout en de tweede term is de regularisatieterm. Een optimale waarde voor de regularisatieparameter λ wordt gevonden door het gebruik van vijfvoudige kruisvalidatie. De data wordt op dezelfde manier opgedeeld als bij de experimenten met Gaussian Processes. De optimale regularisatieparameter is degene waarvoor het resultaat van formule 5.3 maximaal is, als invoer worden validatieresultaten gebruikt.

$$\text{score} = \text{geometrisch gemiddelde}(\text{NMSE}^{-1}, \text{Hitrate}, \text{Hitrate } 2) \quad (5.3)$$

²Overfitting: willekeurig ruis in de trainingsdata wordt gemodelleerd in plaats van de onderliggende relatie tussen de doelwaarden en de beschouwde determinanten. Modellen worden te complex gemaakt en generaliseren niet voldoende.

Figuur 5.1 toont de NMSE validatieresultaten bij een variërende regularisatieparameter over een voldoende groot bereik. De waarde voor de regularisatieparameter die wordt geselecteerd door het gebruik van formule 5.3 verschilt voor alle tijdreeksen zeer weinig van de waarde van deze parameter waarvoor de NMSE validatiefout minimaal is. De zes geselecteerde waarden voor de regularisatieparameter λ liggen allemaal tussen 10^0 en 10^1 .



Figuur 5.1: NMSE validatiefout per investeringsmogelijkheid bij variërende regularisatieparameter. Hoe lager deze fout, des te meer geschikt de waarde voor de regularisatieparameter

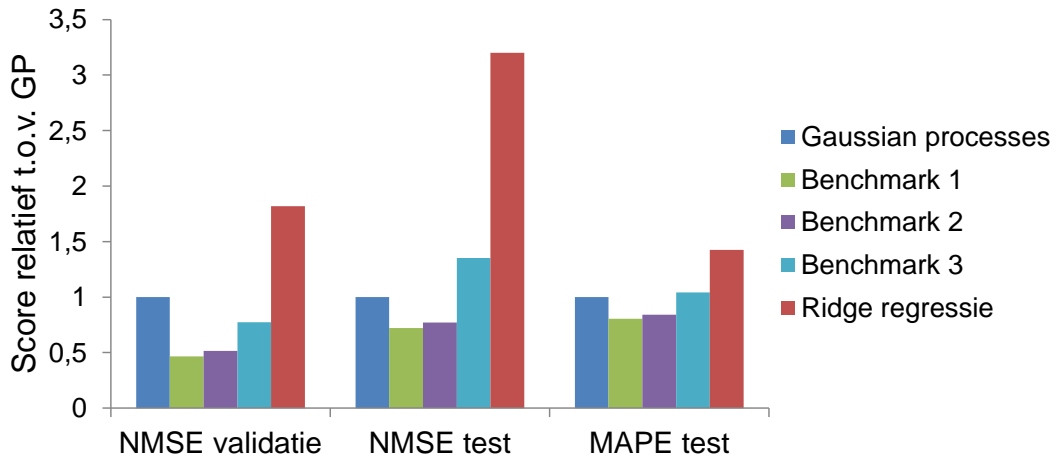
Nadat de gepaste regularisatieparameter λ wordt gevonden, worden de optimale waarden voor de regressiecoëfficiënten β bekomen door het minimaliseren van uitdrukking 5.2. Daarna kunnen de testen worden uitgevoerd met de bekomen waarden voor de regressiecoëfficiënten β .

5.2 Standaard experiment

Het standaard (of baseline) experiment gebruikt als covariantiefunctie de stationaire gekwadraterde exponentiële met ARD. Als doelwaarden wordt voor de koersen van de tijdreeksen gekozen. Alle determinanten gebruikt voor deze voorspellingen werden gepubliceerd alvorens de allocatie, die gebaseerd is op deze voorspelling, plaatsvindt.

Vooreerst wordt er per experiment gekeken naar de uitgemiddelde NMSE test- en validatieresultaten. De NMSE geeft aan in hoeverre de voorspelde koers afwijkt van de

ware koers. Met de uitgemiddelde NMSE wordt bedoeld dat de resultaten van alle zes de tijdreeksen even sterk doorwegen in het resultaat. Er wordt per tijdreeks gekeken naar hoe de NMSE van de benchmarks zich procentueel verhouden t.o.v. de NMSE bekomen met Gaussian Processes. Deze verhoudingen worden dan opgeteld en genormaliseerd. Dit gebeurt omdat er ordeverschillen tussen de resultaten van de verschillende tijdreeksen zijn. Op deze manier vormt er zich een globaal beeld over hoe goed de resultaten van het experiment zijn in vergelijking met de resultaten van de benchmarks. Ook de MAPE ³ van de testvoorspellingen wordt berekend als extra metriek. Deze wordt op dezelfde manier uitgemiddeld als de NMSE. Figuur 5.2 toont de resultaten.



Figuur 5.2: NMSE en MAPE test- en validatie resultaten standaard experiment, hoe lager deze score des te beter het resultaat

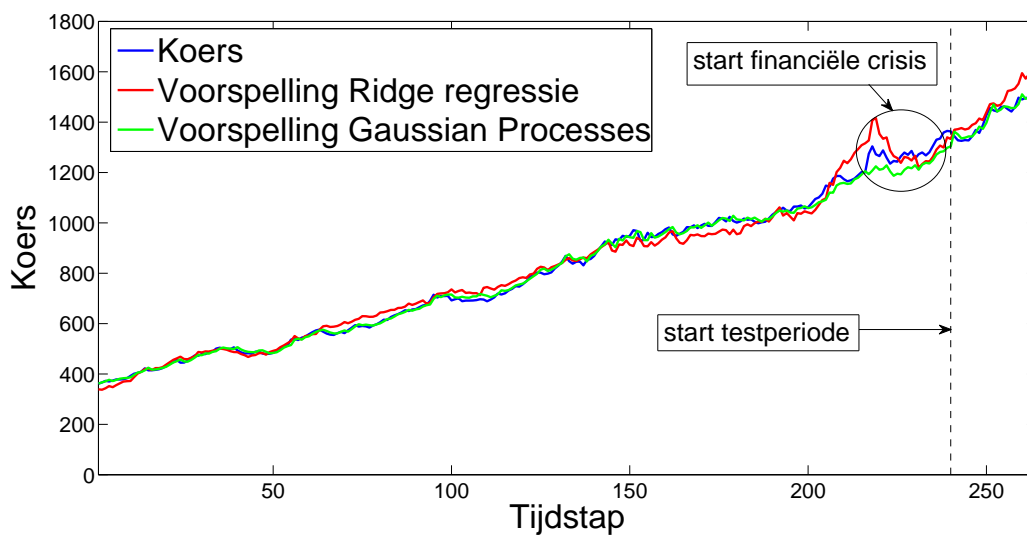
Zoals te zien is op Figuur 5.2 presteert het baseline experiment met Gaussian Processes helemaal niet zo goed wat betreft de NMSE en MAPE. Zowel bij de validatie als bij de test presteert het algoritme een stuk slechter dan de meerderheid van de benchmarks. Ook het Ridge regressie scoort zeer slecht, maar dit resultaat moet genuanceerd worden. De NMSE (en MAPE) resultaten bij Ridge regressie verschillen namelijk erg sterk per tijdsreeks. Tabel 5.2 geeft een overzicht.

³MAPE = $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{AP_i - FP_i}{A_i} \right|$ met n : aantal voorspellingen, AP_i : de koers en FP_i : de voorspelde koers

Tijdreeks	validatie GP	validatie RR	test GP	test RR
Aandelen wereld	0,0252	0,0655	1,0293	1,0692
Aandelen o. m.	0,0576	0,0652	1,1567	1,2619
Staatsobligaties	0,0031	0,0103	0,0589	0,7988
Bedrijfsobligaties	0,0096	0,0110	0,1760	0,4748
Grondstoffen	0,0667	0,1007	0,9243	0,5861
Goud	0,0374	0,0442	2,2560	0,4156

Tabel 5.2: NMSE test- en validatieresultaten voor het standaard experiment met Gaussian Processes (GP) en Ridge regressie (RR)

Wat betreft de validatie haalt Ridge regressie altijd een hogere NMSE dan Gaussian Processes, de verschillen zijn het kleinst bij de aandelen van de opkomende markten en het grootst bij de staatsobligaties. Voor de testperiode halen Gaussian Processes niet altijd beter scores dan Ridge regressie. Er zijn in de testperiode nog grotere verschillen tussen de individuele tijdreeksen op te merken. Wat betreft de staatsobligaties is de NMSE met Ridge regressie 17 maal zo hoog als de NMSE behaalt met Gaussian Processes in diezelfde periode. Figuur 5.3 toont de test- en validatievoorspellingen van de staatsobligaties voor beide technieken.

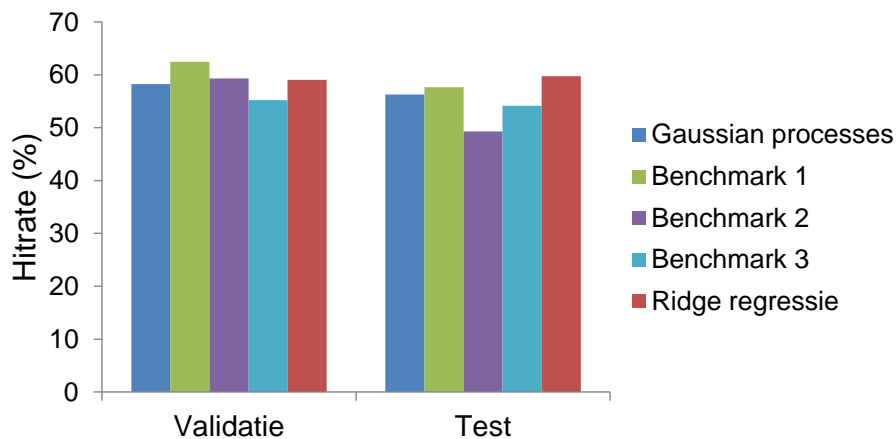


Figuur 5.3: Test- en validatievoorspellingen voor de koers van staatsobligaties

Op Figuur 5.3 valt op dat geen van beide technieken ertoe in staat is goede (validatie)voorspellingen te doen bij de start van de financiële crisis. Wat niet onlogisch is aangezien de financiële markten dan erg ongewoon gedrag vertoonden. Tijdens de

testperiode slagen Gaussian Processes er wel in om niet te sterk af te wijken van de waargenomen koers, terwijl Ridge regressie daartoe niet in staat is. Wat ook opvalt in Tabel 5.2 is dat in de testperiode de koers van de grondstoffenindex en in nog sterkere mate de goudprijs een stuk beter voorspelt worden met Ridge regressie dan met Gaussian Processes. De validatiefouten geven echter aan dat dit niet meer is dan toeval. Een mogelijke conclusie is dat de relatie tussen obligaties en de beschouwde determinanten erg niet lineair is. Ook toont Tabel 5.2 aan dat vooral wat betreft de voorspelling van de grondstoffenindex en de goudprijs nog grote verbeteringen mogelijk zijn.

Figuren 5.4 en 5.5 tonen de hitrate ⁴ en hitrate 2⁵ resultaten van de test- en validatie. Bij deze foutmaten wordt rekening gehouden met de gemiddelde hitrate of hitrate 2 over de zes tijdreeksen, dit kan gedaan worden omdat deze van dezelfde grootte zijn. Ook wat betreft deze foutmaten presteren Gaussian Processes zowel voor de validatie als voor test niet beter dan de benchmarks.

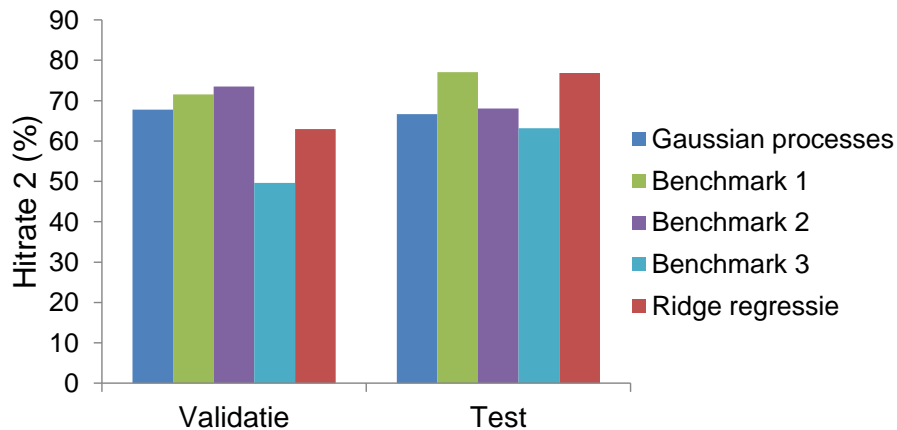


Figuur 5.4: Hitrate test- en validatie resultaten standaard experiment

Drie mogelijke oorzaken worden geïdentificeerd waarom Gaussian Processes, gebruikt zoals in het baseline experiment, slecht presteren. Een eerste oorzaak voor de slechte resultaten is dat er bij de voorspellingen een te grote nadruk wordt gelegd op de koers van de vorige maand. Een andere mogelijke oorzaak is het niet-stationaire gedrag van de tijdreeksen van de investeringsmogelijkheden en de determinanten. Als derde mogelijke oorzaak wordt de tijdsafhankelijke invloed van de determinanten op de koers

⁴Hitrate: procentueel uitgedrukt aantal keer het teken van het rendement juist wordt voorspeld, met andere woorden de richting van de koers t.o.v. de koers van de voorbije maand.

⁵Hitrate 2: procentueel uitgedrukt aantal keer de richting van het rendement t.o.v. rendement van de vorige periode juist wordt voorspeld.



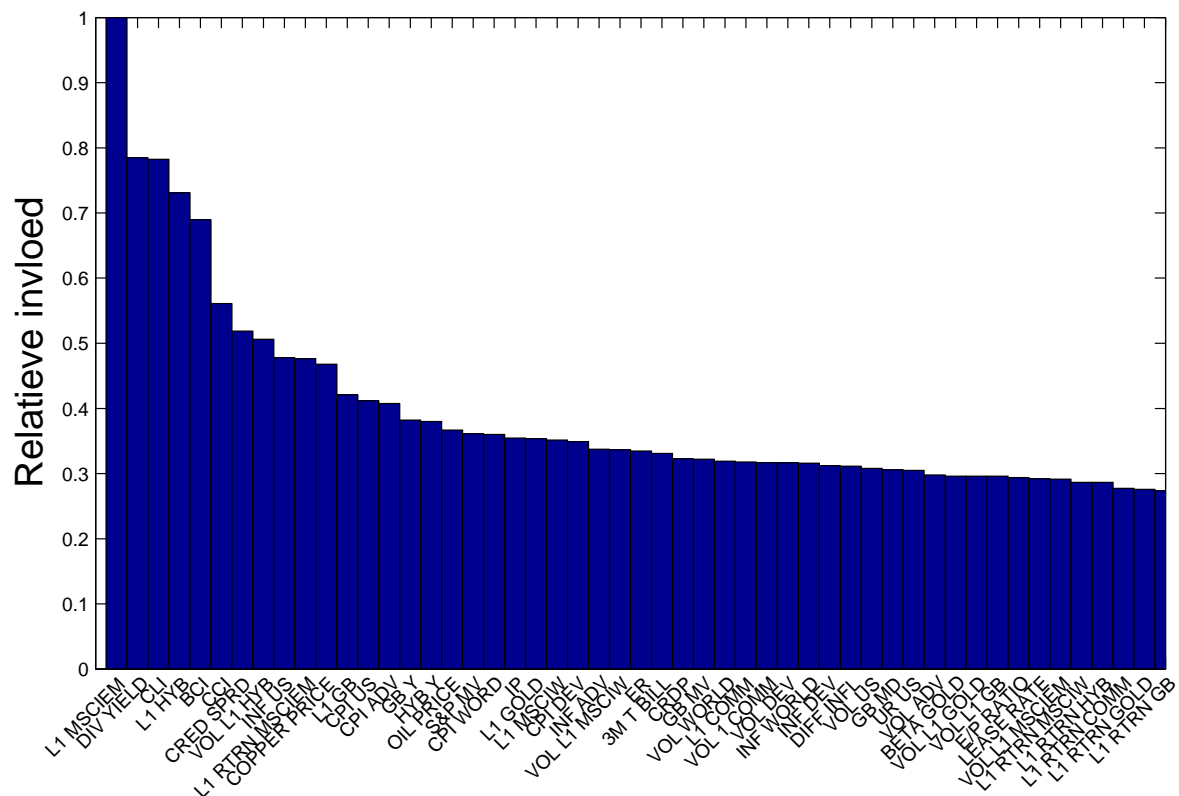
Figuur 5.5: Hitrate 2 test- en validatie resultaten standaard experiment

van de beschouwde investeringsmogelijkheden aangeduid. Deze drie oorzaken worden meer in detail besproken in de volgende secties.

5.2.1 Afhankelijkheid van de koers van de vorige maand

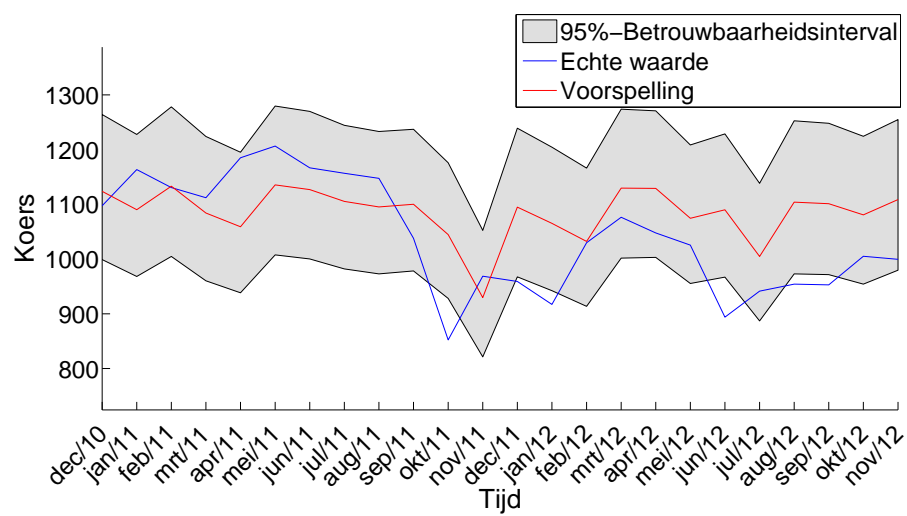
Een mogelijke oorzaak van de slechte prestaties is het feit dat de voorspellingen te sterk beïnvloed worden door de koers van de voorbije maand. De koers van de voorbije maand is geen zinvolle determinant om iets te zeggen over de richting die de koers uitgaat de volgende maand. Figuur 5.6 toont voor de tijdreeks van de aandelen van de opkomende markten welke determinanten het meest invloed hebben op de voorspellingen. Bij elke tijdreeks wordt de koers van de vorige maand geïdentificeerd als de belangrijkste of op één na belangrijkste determinant. Het is wel positief dat de determinanten die in de literatuur worden aanzien als macro-economische krachten achter een bepaalde tijdreeks ook naar boven komen als de invloedrijkere bij deze voorspellingen.

Figuur 5.7 toont de testvoorspelling van diezelfde tijdreeks. Het is alsof de voorspelling bij grote koerssprongen telkens een tijdstap te laat is. Deze voorspellingen zijn onvoldoende om een allocatie op te baseren.



Determinant

Figuur 5.6: Relatieve invloed determinanten bij baseline voorspellingen van de aandelen opkomende markten

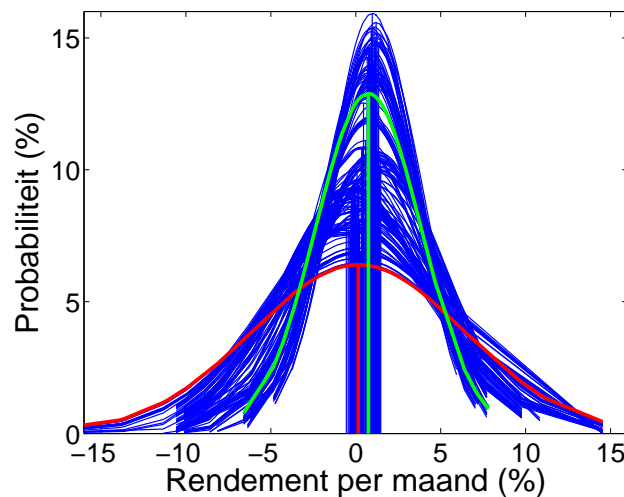


Figuur 5.7: Voorbeeld testvoorspellingen van de aandelen opkomende markten

Een mogelijke alternatief is het maandelijks rendement als doelwaarde te gebruiken i.p.v. de koers om zo de invloed van deze determinant af te zwakken. Het is ook die rendementsvoorspelling en zijn variantie die we nodig hebben als invoer voor het Black-Littermanmodel. In die zin wordt een meer 'directe' voorspelling gedaan door het rendement te gaan voorspellen.

5.2.2 Niet stationariteit van de doelwaarden en determinanten

Het standaard experiment wordt uitgevoerd met een stationaire covariantiefunctie, maar de meerderheid van de determinanten en de doelwaarden zijn helemaal niet stationair ⁶. Figuur 5.8 toont de wijziging in de tijd van de distributie van het maandelijks rendement van de wereld aandelen index. De distributie wordt benaderd door een normale verdeling en er wordt met een schuivend venster van vijf jaar gewerkt. Maandelijkse rendementen tussen december 1990 en november 2012 worden beschouwd. De groene distributie is die van de eerste vijf jaar data, de rode distributie is die van de laatste vijf jaar data. Rendementen van financiële tijdreeksen hebben ook de neiging om volatilitateitsclusters te vormen (Frömmel, 2011). Daarmee wordt bedoelt dat periodes van hoge volatiliteit of variantie van de rendementen worden afgewisseld met periodes van lage volatiliteit. Een mogelijke oplossing voor dit probleem is het kiezen voor een niet-stationaire covariantiefunctie, zoals ook gedaan wordt in latere experimenten.

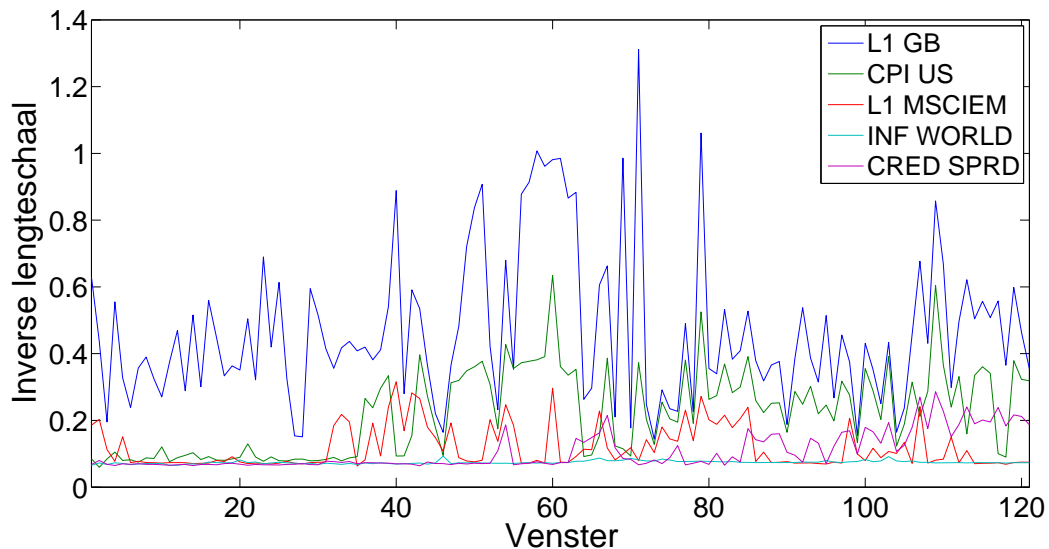


Figuur 5.8: Distributies rendementen van de aandelen wereld index met schuivend venster van vijf jaar

⁶Stationair proces: een stochastisch proces waarvan de waarschijnlijkheidsdistributie niet verandert over tijd. Parameters zoals het gemiddelde en de variantie zijn constant in de tijd.

5.2.3 Tijdsafhankelijke invloed van de determinanten

Door te trainen op de volledige train- en validatieset, nadat de optimale parameters werden vastgelegd, heeft een datapunt van 20 jaar geleden dat gelijkaardige waarden voor de determinanten heeft als een datapunt uit het recente verleden, evenveel invloed op een voorspelling. En dat terwijl de invloed van de determinanten op de koers moet gezien worden als een complex dynamisch systeem, en geen statisch. De invloed van een determinant op de voorspellingen wijzigt in de tijd. Figuur 5.9 toont hoe de invloed van de vijf belangrijkste determinanten van de voorspellingen op staatsobligaties evolueert in de tijd. De vijf belangrijkste determinanten werden geïdentificeerd na training op de volledige train- en validatieset met de optimale parameters. Er wordt getraind met een schuivend venster van tien jaar. Data tussen december 1990 en november 2010 wordt beschouwd. Hoe groter de inverse lengteschaal, des te groter de invloed van de determinant.



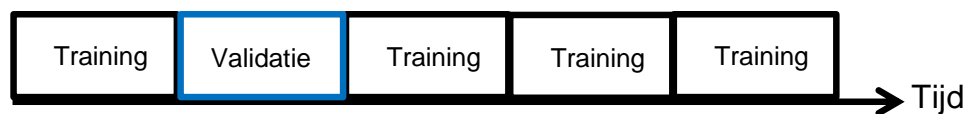
Figuur 5.9: Tijdsafhankelijke invloed van de determinanten. Verloop van de inverse lengteschaal bij training met een schuivend venster van 10 jaar. Er wordt geen relatie gevonden tussen pieken op de grafiek en het gedrag van de koers.

Het is heel erg moeilijk om een oplossing te vinden voor de veranderende invloed van de determinanten in de tijd, een mogelijke straightforward oplossing is enkel te trainen op recente data. Er wordt dan getraind met een schuivend venster. Dan wordt aangenomen dat de relatie tussen de determinanten en de koersen zoals deze was in het recente verleden enkel van tel is, wat een nogal sterke assumptie is. Dan moet ook

'het recente verleden' of de lengte van het venster worden gekwantificeerd, wat minder duidelijk is. Er moet een trade-off worden gevonden tussen voldoende trainingsdata om te generaliseren en geen al te verouderde trainingsdata. Een andere meer subtiële oplossing kan zijn om te werken met een gewogen training, waarbij meer nadruk wordt gelegd op recentere data. Het algoritme heeft dan een soort van vervagend geheugen. In deze thesis wordt niet onderzocht of één van deze oplossingen effectief voor betere resultaten zorgt.

5.2.4 Leren uit de toekomst

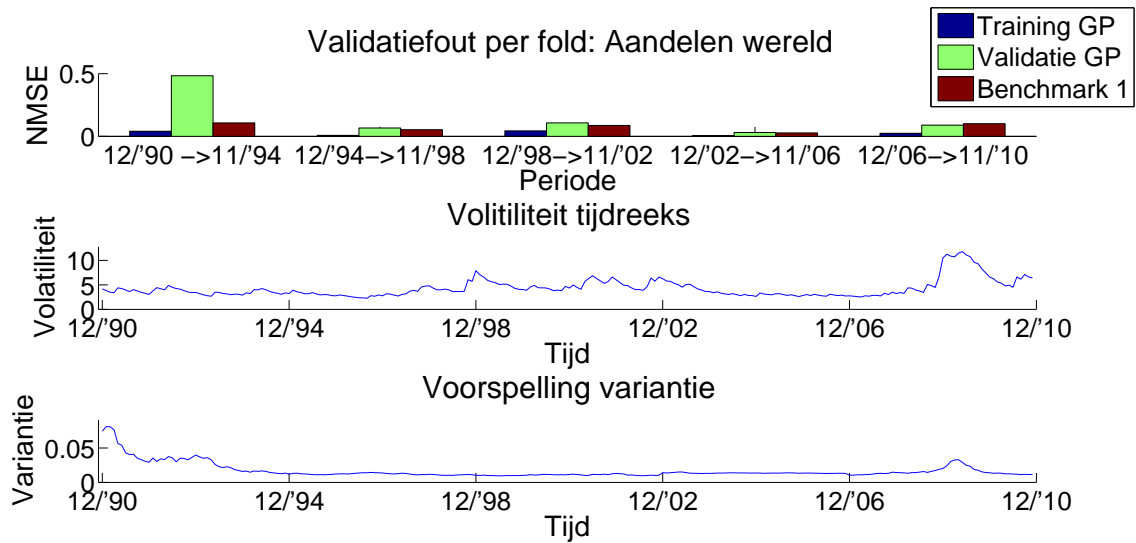
Een ander probleem bij het voorspellen van tijdreeksen, maar dat niet kan worden bewezen bij het standaard experiment, is het feit dat soms de validatiefouten geen volledig correct beeld geven (Dierinck, 2012). Als er kruisvalidatie wordt gebruikt - in deze thesis vijfvoudige kruisvalidatie - zullen alle subsets waarin de data wordt opgedeeld, behalve de laatste, trainen met data uit de toekomst. Figuur 5.10 geeft een grafische voorstelling van dit fenomeen weer indien we de tweede subset zouden gebruiken als validatiedata.



Figuur 5.10: Grafische voorstelling kruisvalidatie en trainen met data uit de toekomst

Op deze manier kunnen toekomstige relaties worden ontdekt gedurende de training die op het moment dat de voorspelling moet gedaan worden nog niet bekend waren. Zo kan het resultaat van de validatievoorspelling positief worden beïnvloed. Door te kijken naar de validatiefout per individuele subset van de data, kan worden nagegaan of dit ook bij deze voorspellingen het geval is. Dan zouden de validatiefouten van de eerste subsets lager moeten zijn dan die van de laatste subsets. Op Figuur 5.11 wordt de NMSE van de validatie per subset van de data voor de aandelen wereld index weergegeven. Ook wordt de volatiliteit van de rendementen van de tijdreeks en de variantie van de voorspelling getoond.

Hier valt niet op te merken dat de eerdere subsets beter scoren dan de latere subsets, integendeel. Ook bij de andere tijdreeksen is dit niet het geval. Wat wel opvalt is de relatie tussen een hogere NMSE en een grotere variantie van de voorspelling, wat aanduidt dat het algoritme inzicht heeft in de (on)zekerheid van de gedane voorspelling. De volatiliteit van de rendementen van de tijdreeks is sterk gerelateerd met de moei-



Figuur 5.11: Validatiefout per fold

lijkheid om de tijdreeks te voorspellen. Indien het algoritme echt optimaal zou werken, zou er een sterkere correlatie worden verwacht tussen de volatiliteit van de tijdreeks en de variantie op de voorspelling, wat bij de meer geavanceerde voorspelling wel iets duidelijker het geval is.

Omdat de gemiddelde kwadratische fout (MSE) wordt genormaliseerd door deze te delen door de variantie van de beschouwde tijdreeks in die periode, gebeurt het vergelijken van de validatiefouten op de verschillende subsets van de data wel correcter. Maar niet enkel een verhoogde variantie van een tijdreeks kan aanleiding geven tot moeilijkere voorspellingen. Er zijn ook andere oorzaken die ervoor kunnen zorgen dat de validatiefout van de eerdere subsets van de data beter is dan die van latere. De laatste subset van de train- en validatiedata bij deze voorspellingen is de periode tussen december 2006 en november 2010. In deze periode vond de financiële crisis plaats (die tot vandaag nog altijd aansleept). De koersbewegingen die plaatsvonden gedurende die periode waren zeer ongewoon en nooit eerder vertoond in de geschiedenis. Het is dus zeer moeilijk een uitspraak te doen of validatiefout per subset van de data groter is dan die van een andere subset van de data door een moeilijk voorspelbare periode of door al dan niet de mogelijkheid te hebben om te trainen met data uit de toekomst. Een oplossing die wordt voorgesteld is bij de training om een validatiesubset te voorspellen (verschillend van de laatste), de subset of een deel van de subset na de validatieperiode weg te laten uit de trainingsset. Deze (deels) weggelaten subset van de data bevat namelijk de meest

relevante informatie om de validatievoorspellingen ongewild te verbeteren. Dit wordt grafisch voorgesteld op Figuur 5.12.



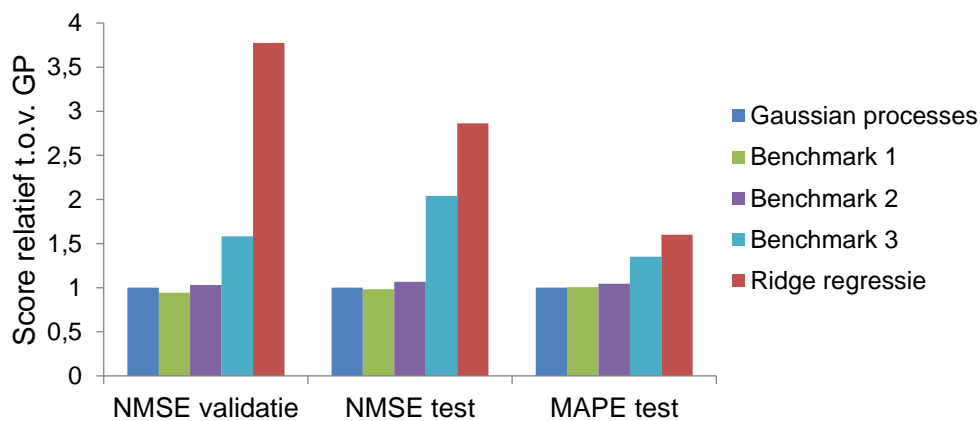
Figuur 5.12: Grafische voorstelling oplossing: kruisvalidatie en trainen met data uit de toekomst

Het minpunt van deze oplossing is natuurlijk het verlies aan trainingsdata.

5.3 Andere experimenten

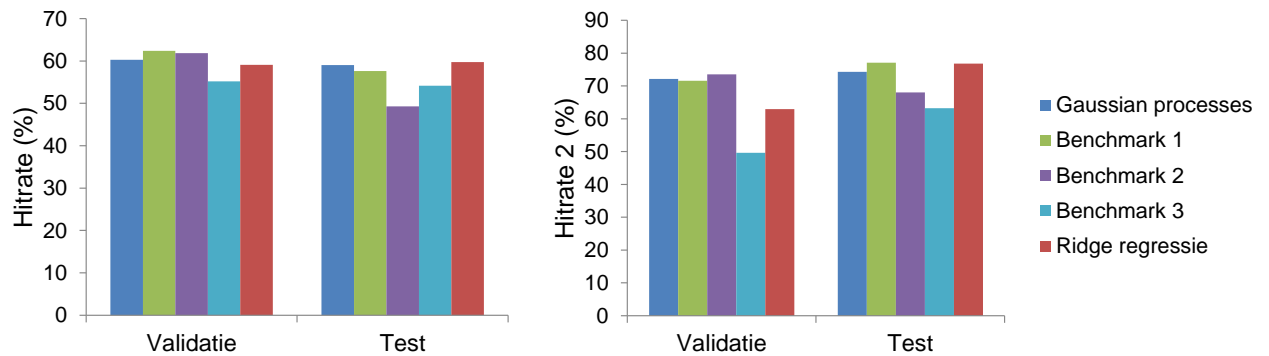
5.3.1 Stationaire covariantiefunctie en als doelwaarde het rendement

Omdat bij het baseline experiment de voorspellingen te sterk beïnvloed zijn door de koers van de maand ervoor worden de maandelijkse rendementen als doelwaarde gebruikt. De resultaten van deze voorspelling zijn te vinden op Figuren 5.13 en 5.14. Deze voorspellingen scoren een stuk beter dan die van het baseline experiment, zowel wat betreft de NMSE, MAPE, hitrate en hitrate 2.



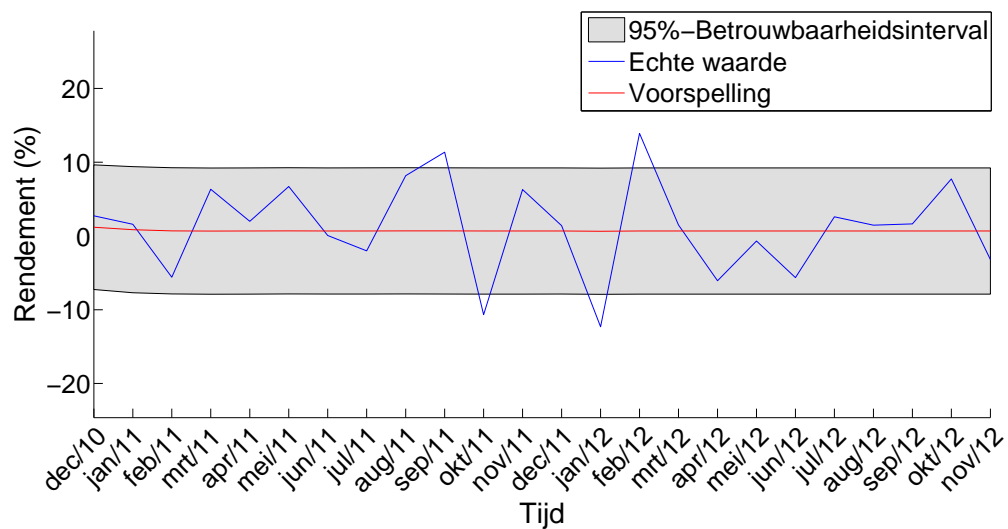
Figuur 5.13: NMSE en MAPE test- en validatie resultaten, hoe lager deze waarden, des te beter het resultaat.

Maar als we de voorspellingen van de testperiode eens onder de loop nemen blijken die helemaal niet zo bruikbaar. Alle testvoorspellingen en hun varianties, behalve de voorspellingen van de staatsobligaties, variëren quasi niet in de tijd. Het is alsof de rendementen van de testvoorspelling gemiddeldes zijn van de rendementen gedurende



Figuur 5.14: Hitrate en hitrate 2 test-en validatie resultaten

de train- en validatieperiode, ze zijn allen licht positief. Een voorbeeld van zo'n testvoorspelling is te zien op Figuur 5.15.

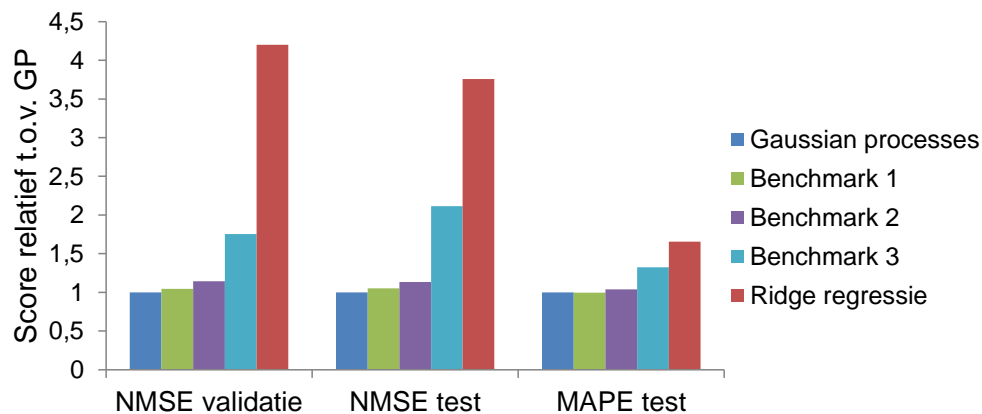


Figuur 5.15: Voorbeeld testvoorspellingen van het maandelijks rendement van goud

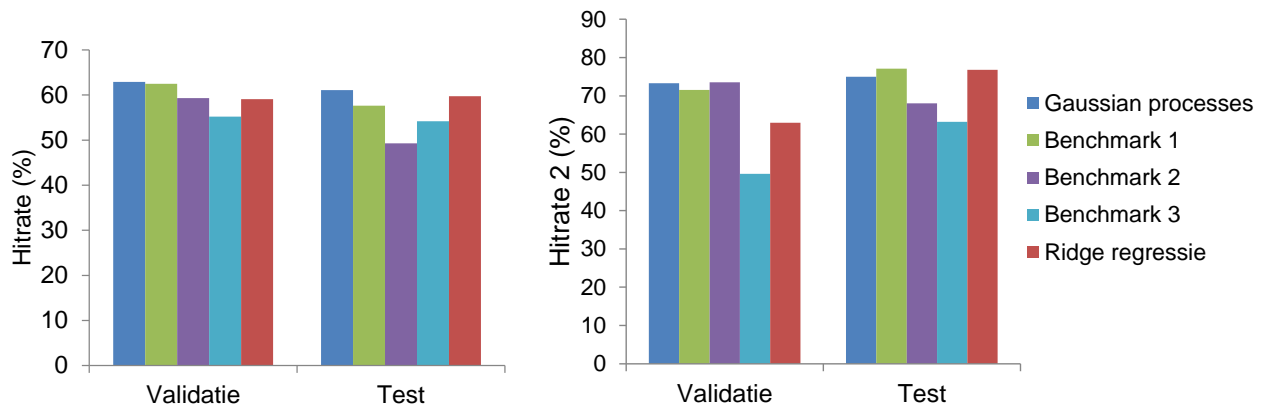
Deze voorspellingen kunnen gezien worden als een licht aangepaste versie van benchmark 1, dat telkens een rendementsvoorspelling van 0% doet. Deze testvoorspellingen geven aan dat Gaussian processes gebruikt zoals in dit experiment en met deze determinanten, niet sterk genoeg zijn om bruikbare voorspellingen te doen.

5.3.2 Niet stationaire covariantiefunctie en als doelwaarde de koers

In de vorige experimenten werd er gewerkt met de stationaire gekwadrateerde exponentiële covariantiefunctie. In de twee volgende experimenten wordt bekeken of de resultaten verbeteren indien er wordt gewerkt met een niet-stationaire covariantiefunctie zoals voorgesteld in het vorige hoofdstuk. Eerst worden er experimenten uitgevoerd met de koers als doelwaarde.



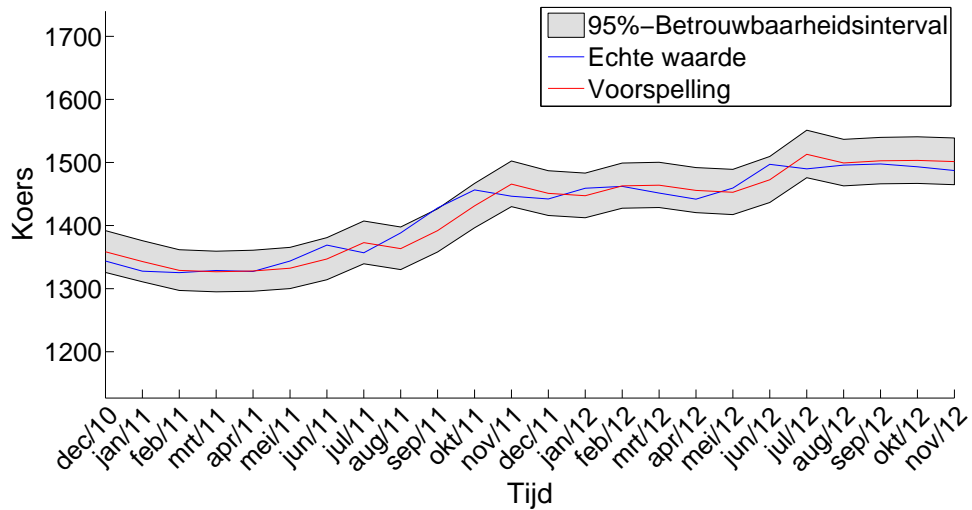
Figuur 5.16: NMSE en MAPE test- en validatie resultaten



Figuur 5.17: Hitrate en hitrate 2 test-en validatie resultaten

De test- en validatieresultaten zijn veel beter dan die van het standaard experiment. Wat betreft de NMSE, MAPE en hitrate scoort het experiment beter dan alle benchmarks in de test- en validatieperiode. Enkel wat betreft de hitrate 2 scoort benchmark 1 en Ridge regressie net iets beter in de testperiode. Er kan gesteld worden dat het gebruik van deze niet-stationaire covariantiefunctie leidt tot significant betere resultaten

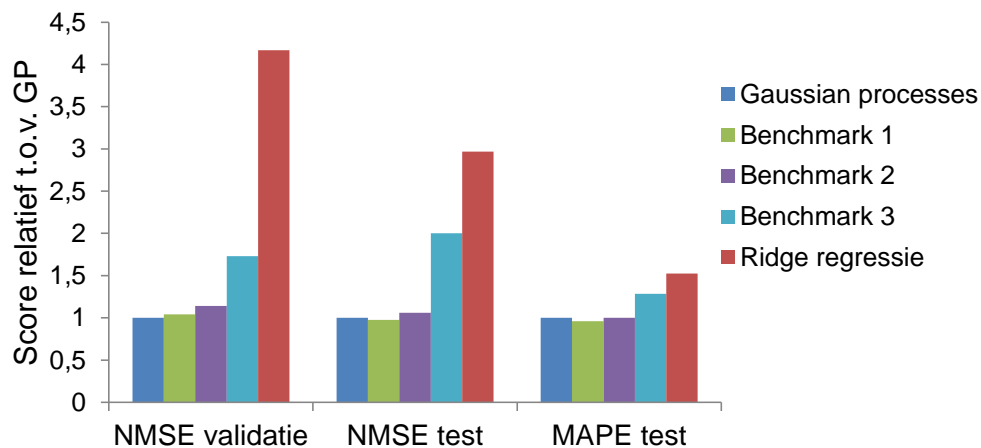
dan wanneer de stationaire covariantiefunctie gebruikt wordt. De testvoorspelling voor de koers van de staatsobligaties wordt weergegeven op Figuur 5.18.



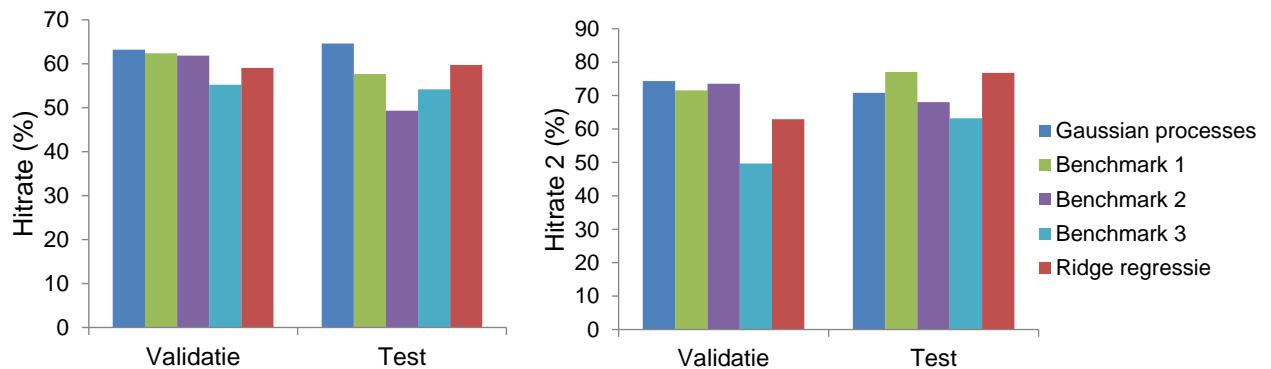
Figuur 5.18: Voorbeeld testvoorspellingen van de koers van de staatsobligaties

5.3.3 Niet stationaire covariantiefunctie en als doelwaarde het rendement

In het laatste experiment wordt de niet-stationaire covariantiefunctie gebruikt om het maandelijks rendement te voorspellen. De resultaten worden getoond op Figures 5.19 en 5.20.

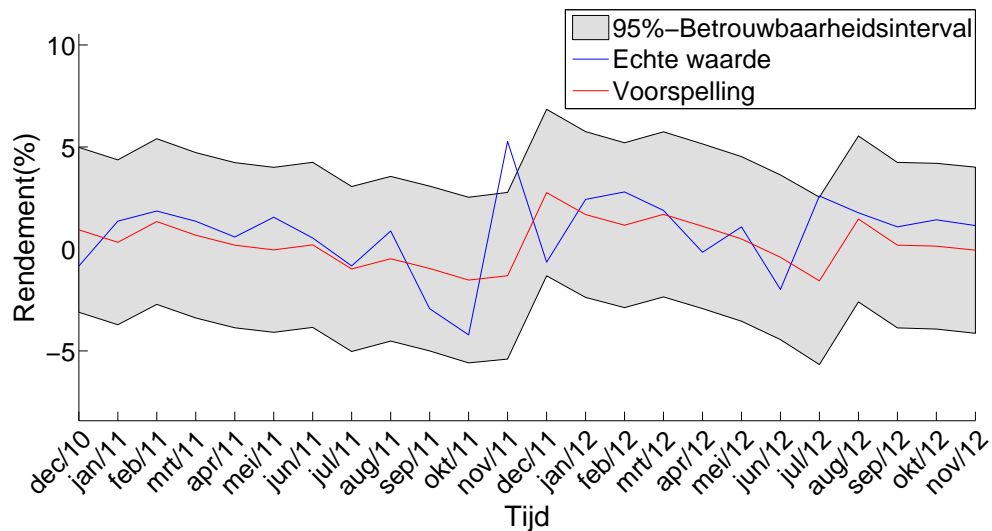


Figuur 5.19: NMSE en MAPE test- en validatie resultaten



Figuur 5.20: Hitrate en hitrate2 test-en validatie resultaten

Deze resultaten liggen in de lijn van het vorige experiment waarbij dezelfde covariantiefunctie wordt gebruikt maar de doelwaarden verschillen. De NMSE en MAPE testresultaten zijn iets minder goed dan die van het vorige experiment, daartegenover is de hitrate in de testperiode bij dit experiment hoger. Ook is door het gebruik van deze covariantiefunctie het algoritme nu wel in staat zinnige voorspellingen te doen als het rendement als doelwaarde wordt gebruikt. Figuur 5.21 toont de testvoorspelling van de rendementen van de bedrijfsobligaties.



Figuur 5.21: Voorbeeld testvoorspellingen van het rendement van de bedrijfsobligaties

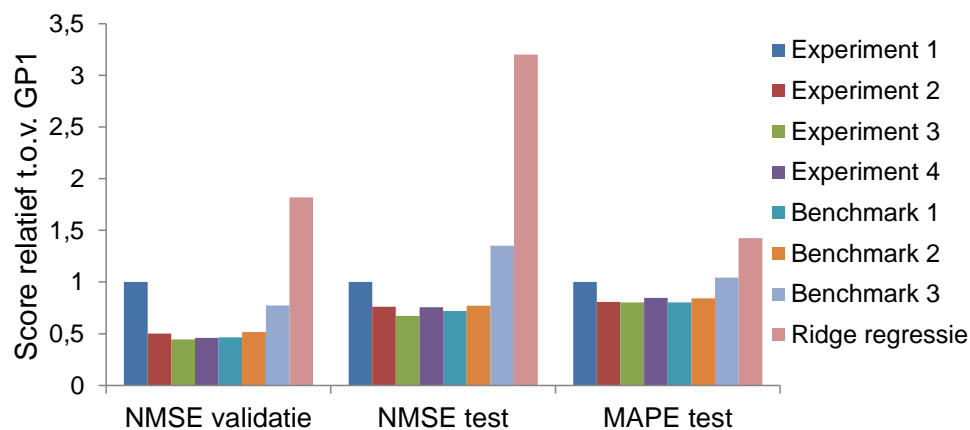
5.4 Overzicht resultaten voorspellingen

Tabel 5.3 geeft een overzicht van de vier verschillende experimenten.

Experiment	Covariantiefunctie	Doelwaarde	Train- en validatieperiode	Testperiode
1	stationair	koers	12/1990 - 11/2010	12/2010 - 11/2012
2	stationair	rendement	12/1990 - 11/2010	12/2010 - 11/2012
3	niet stationair	koers	12/1990 - 11/2010	12/2010 - 11/2012
4	niet stationair	rendement	12/1990 - 11/2010	12/2010 - 11/2012

Tabel 5.3: Overzicht van de vier experimenten

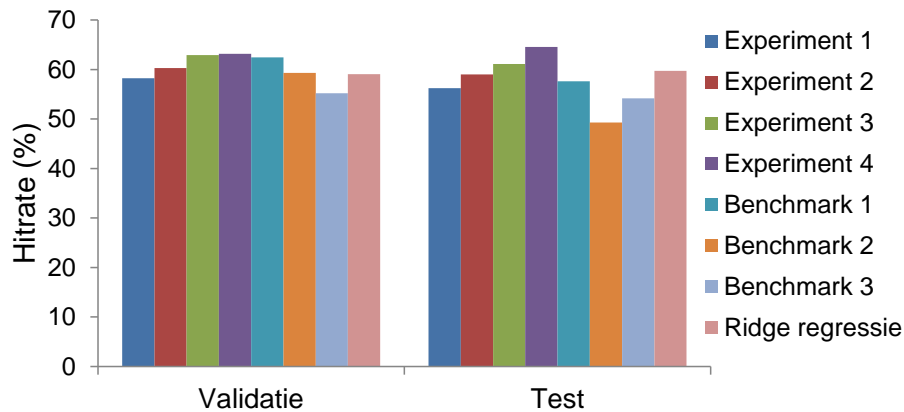
Een overzicht van de resultaten tegenover de benchmarks wordt weergegeven op Figuren 5.22, 5.23 en 5.24. De uitgemiddelde NMSE en MAPE wordt berekend relatief t.o.v. het standaard experiment met Gaussian Processes.



Figuur 5.22: NMSE en MAPE test- en validatie resultaten, hoe lager de score des te beter het resultaat.

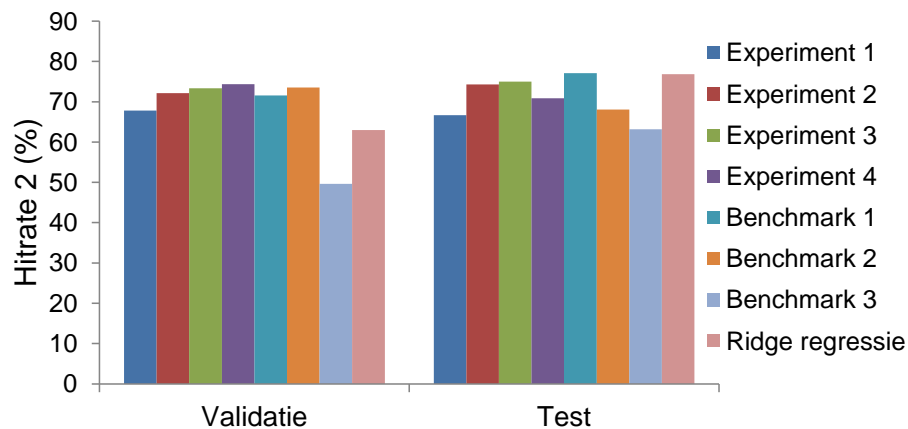
Wat betreft de NMSE in de validatieperiode doen de experimenten met de niet-stationaire covariantiefunctie het beter dan de experimenten met stationaire covariantiefunctie. Voor de testperiode kan het vierde experiment dit echter niet bevestigen. Qua testresultaten presteert experiment 3 het beste, het is het enige experiment dat beter doet dan de benchmarks.

Wat opvalt aan de hitrate resultaten is dat experiment 4 het zowel voor validatie als voor de test beter doet dan de andere experimenten en de benchmarks. Experiment 3 haalt ook een goede hitrate in de validatie- en testperiode. Ook de hitrate in de



Figuur 5.23: Hitrate test- en validatie resultaten

testperiode bij het gebruik van Ridge regressie is hoger dan de hitrate van de andere benchmarks.



Figuur 5.24: Hitrate 2 test- en validatie resultaten

De verhoudingen tussen de verschillende experimenten wat betreft de hitrate 2 resultaten voor de validatieperiode zijn erg gelijkaardig aan de verhoudingen tussen de experimenten wat betreft de hitrate in diezelfde periode. In de testperiode doen de experimenten met Gaussian Processes het echter slechter dan benchmark 1. Ridge regressie haalt ook een hoge hitrate 2 in de testperiode.

Nu moet er nog beslist worden welke van de voorspellingen en hun respectievelijke variantie zullen gebruikt worden als invoer voor korte termijnmodule van het Black-Litterman model. Daarvoor wordt er gekeken naar de validatieresultaten. Per tijdreeks wordt een keuze gemaakt tussen de voorspellingen van de vier experimenten. Dit

gebeurt omdat voor de ene tijdreeks een ander experiment beter geschikt kan zijn dan voor een andere tijdreeks. Het experiment dat de hoogste score haalt voor de beschouwde tijdreeks volgens formule 5.4 , wordt geselecteerd.

$$\text{score} = \text{geometrisch gemiddelde}(\text{NMSE}^{-1}, \text{Hitrate}, \text{Hitrate 2}) \quad (5.4)$$

Dit is dezelfde formule die wordt gehanteerd om de optimale combinatie van initiële parameters te vinden. De geselecteerde voorspellingen zijn terug te vinden in Tabel 5.4.

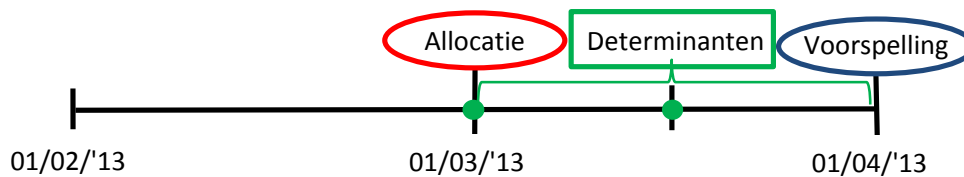
Reeks	Experiment	NMSE validatie	Hitrate validatie	Hitrate 2 validatie
MSCIW	3	0,0178	59,00%	73,95%
MSCIEM	3	0,0244	62,34%	72,69%
GB	4	0,0012	72,50%	76,89%
HYB	4	0,0030	73,75%	72,69%
COMM	3	0,0300	62,34%	75,21%
GOLD	3	0,0102	60,25%	78,15%

Tabel 5.4: Geselecteerde maandelijkse voorspellingen

De experimenten met de niet-stationaire covariantiefunctie haalden consequent betere scores wat betreft de validatie. De hitrates van de obligaties halen de hoogste percentages, dit was te verwachten aangezien dit de meest stabiele en dus best voorspelbare investeringsklasse is. Ook de NMSE van deze tijdreeksen is beduidend lager dan die van de andere tijdreeksen.

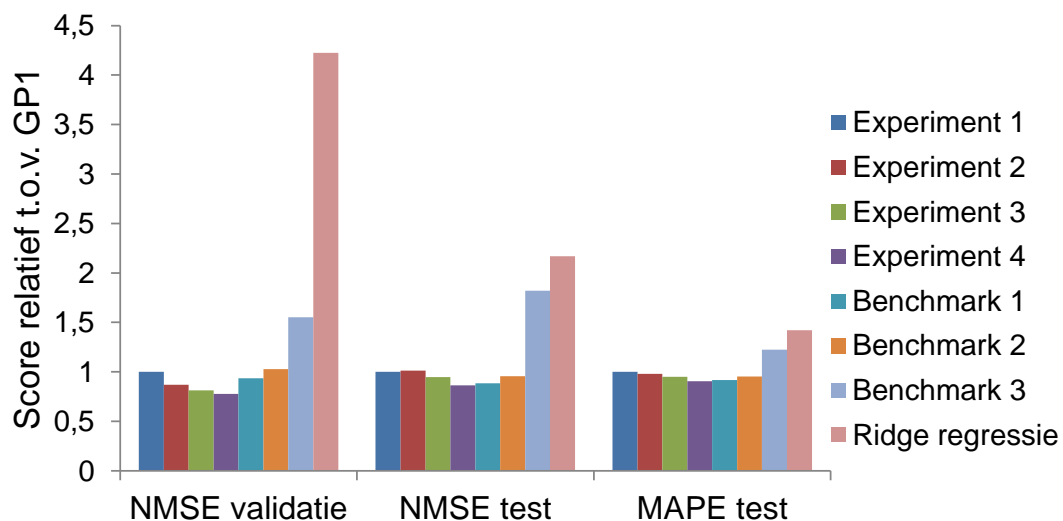
5.5 Resultaten van de voorspellingen met vooruitgeschoven determinanten

Er wordt ook gekeken in hoeverre de voorspellingen verbeteren indien de determinanten die gepubliceerd werden in het midden en het einde van de maand een maand vooruitgeschoven worden. Deze voorspellingen zijn wel niet bruikbaar als invoer van het allocatiemodel omdat dan data, die nog niet beschikbaar was op het moment van de allocatie, gebruikt zou worden. Deze opstelling kan wel meer informatie verschaffen over de determinanten die invloed hebben op de prijsvormingen van de verschillende investeringsmogelijkheden. Bij de Ridge regressie worden de determinanten op dezelfde manier vooruitgeschoven. Deze vooruitschuiving van determinanten wordt verduidelijkt door Figuur 5.25.



Figuur 5.25: Alternatieve chronologie van de determinanten, allocatie en voorspellingen

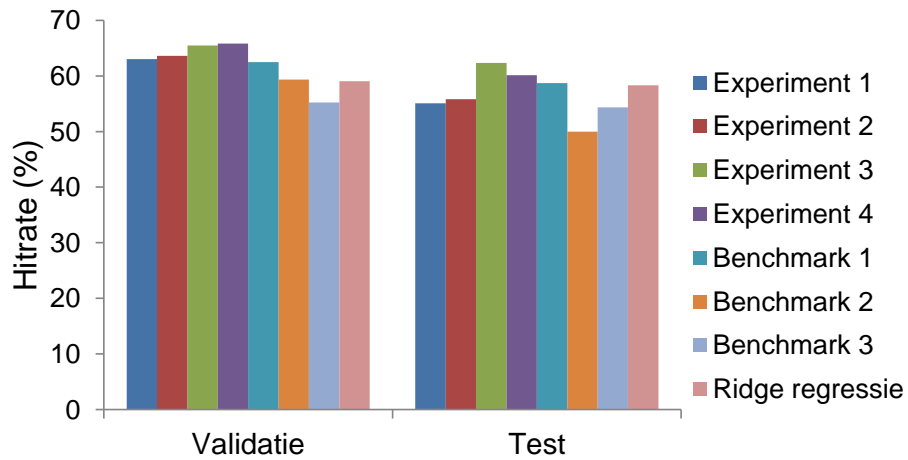
Figuur 5.26 toont de resultaten wat betreft de NMSE en MAPE. Het experiment dat gebruikt maakt van een niet-stationaire covariantiefunctie en als doelwaarden de rendementen gebruikt, scoort zowel qua validatie als test het beste. Het standaard experiment scoort nu beter dan bij de vorige opstelling. De resultaten met Ridge regressie wijzigen niet zo sterk in vergelijking met de vorige opstellingen. De NMSE testfout van de staatsobligaties wordt wel gehalveerd.



Figuur 5.26: NMSE en MAPE test- en validatie resultaten

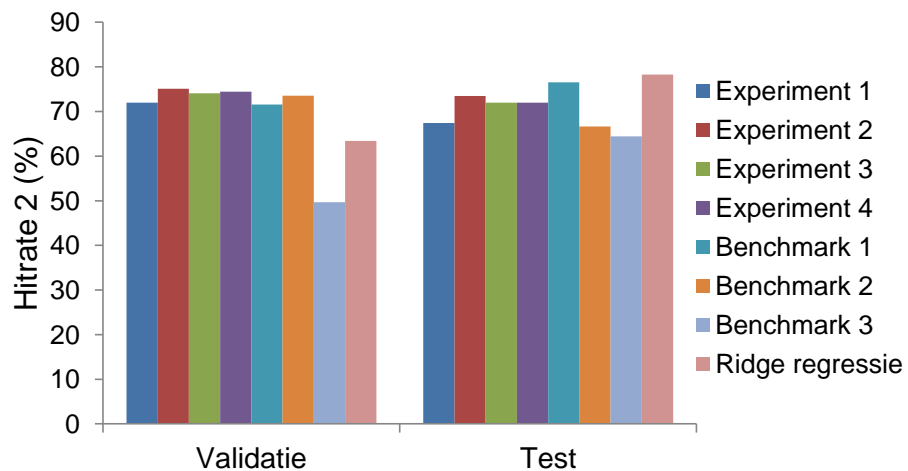
Vijf van de zes van de testvoorspellingen van het tweede experiment, het experiment waarvan bij de niet vooruitvooruitschoven determinanten de meerderheid van de experimenten onbruikbaar waren, variëren nu wel in de tijd. Het algoritme kan dus uit de vooruitgeschoven determinanten extra informatie halen. Of die extra informatie bruikbaar is om betere voorspellingen te doen is moeilijk te bewijzen aan de hand van de resultaten. Het derde experiment presteert gelijkaardig als bij de vorige opstelling, enkel de testhitrate wordt duidelijk verbeterd. Hitrates en hitrates 2 worden weergegeven op Figuren 5.27 en 5.28. Het vierde experiment presteert wat betreft de NMSE voor de test- en validatie beter dan bij de vorige opstelling. De testhitrate daarentegen daalt

licht en terwijl de testhitrate 2 licht stijgt.



Figuur 5.27: Hitrate test- en validatie resultaten

Indien er op dezelfde wijze als bij de vorige opstelling te werk zou gegaan worden om de invoer van het Black-Littermanmodel te selecteren, zou nu voor vijf van de zes tijdreeksen het vierde experiment worden geselecteerd. Enkel wat betreft de grondstoffen index zou gekozen worden voor het derde experiment. Over het algemeen kan niet gezegd worden dat de voorspellingen bij deze opstelling significant beter zijn, enkel het standaard experiment haalt duidelijk betere resultaten.



Figuur 5.28: Hitrate 2 test- en validatie resultaten

Hoofdstuk 6

Resultaten allocatie

6.1 Opstelling

6.1.1 Allocatiestrategieën

Zoals besproken in het vorige hoofdstuk wordt er per tijdreeks onderzocht bij welk experiment met Gaussian Processes de beste validatieresultaten worden gehaald. De testvoorspellingen bekomen in dat experiment worden gebruikt in het Black-Litterman model ¹. Twee andere benchmark allocatiemodellen worden gebruikt, om de prestaties van het Black-Litterman model met te vergelijken.

Het eerste model dat als benchmark dient is de naïeve diversificatie, hierbij wordt ervoor gezorgd dat elke investering evenveel gewicht krijgt in de portefeuille. Elke keer de portfolio wordt geherbalanceerd worden de gewichten opnieuw gelijk gebracht. Dit model wordt ook om vanzelfsprekende redenen soms het 1/N model genoemd. Het heeft als voordeel dat er weinig transactiekosten moeten worden betaald. Het voor de handliggend nadeel is dat er niet kan geanticipeerd worden op veranderingen in het economisch klimaat. Hoewel dit een erg simpel model is, werd aangetoond dat in bepaalde omstandigheden het helemaal niet zo slecht presteert (DeMiguel *et al.*, 2000).

Het tweede benchmark allocatiemodel is de gemiddelde-variantie allocatie, of Markovitz allocatie, zoals besproken in het begin van het tweede hoofdstuk. Bij deze allocatie wordt er geen rekening gehouden met een lange termijnvisie en een onzekerheid over de korte termijn voorspellingen. De optimalisatie wordt gedaan zoals weergegeven in de vergelijkingen 2.1. Als covariantiematrix wordt de historische covariantiematrix gebruikt, zoals berekend in het Black-Litterman model. Als schatting van de rendementen worden de maandelijkse voorspelling door benchmark 2, benchmark 3, Ridge regressie

¹Delen van code beschikbaar op <http://www.blacklitterman.org/impl.html> werden gebruikt

en Gaussian Processes gebruikt. Het is niet mogelijk om de voorspellingen van benchmark 1 als invoer te gebruiken. Deze benchmark voorspelt altijd een rendement van 0%, daardoor is de optimalisatie niet oplosbaar. Dezelfde shortrestrictie geldt en de verschillende types van investeerders onderscheiden nu zich enkel door een verschillende maximum grens van de verwachte volatiliteit van hun portfolio.

Tabel 6.1 geeft een overzicht van de geteste allocatiestrategieën weer. Deze strategieën zullen worden toegepast op de periode tussen november '10 en november '12. Op 1 november wordt het kapitaal voor de eerste keer gealloceerd over de investeringsmogelijkheden, op 1 december wordt het eerste maandelijkse rendement van de portfolio behaald en de portfolio geherbalanceerd. Er zijn 24 tijdstappen in totaal. Elk maand wordt de portfolio opnieuw geherbalanceerd. Er mag maximaal evenveel geleend worden als men kapitaal heeft. Met andere woorden de som van de absolute waarden van de negatieve gewichten mag niet groter zijn dan 1.

Allocatiemodel	Invoer lange termijnvoorspelling	Invoer korte termijnvoorspelling
1/N	/	/
Markovitz	/	Gaussian Processes
Markovitz	/	Benchmark 2
Markovitz	/	Benchmark 3
Markovitz	/	Ridge regressie
Black-Litterman	Strategische gewichten	Gaussian Processes
Black-Litterman	Strategische gewichten	Benchmark 1
Black-Litterman	Strategische gewichten	Benchmark 2
Black-Litterman	Strategische gewichten	Benchmark 3
Black-Litterman	Strategische gewichten	Ridge regressie

Tabel 6.1: Allocatiestrategieën

Als onzekerheid over de korte termijn voorspellingen in het Black-Litterman model worden bij Gaussian Processes de varianties meegegeven van de voorspelling gegenereerd door het algoritme . Bij de andere korte termijnvoorspellingen die geen variantie op de voorspelling meegeven als uitvoer, geeft de variantie op de voorspellingsfouten van de voorbij 12 maanden de onzekerheid over de voorspellingen aan (Bessler *et al.*, 2012).

Er worden drie verschillende risicoprofielen beschouwd, een defensieve, een gematigde en een offensieve belegger. Voor het 1/N allocatiemodel heeft het risicoprofiel geen invloed. Wat betreft het Markovitz model, zal de toegelaten (verwachte) volatiliteits-

grens van de portfolio naar boven schuiven naarmate de belegger offensiever is. Voor het Black-Litterman model verschuift de (verwachte) volatilitéitsgrens zoals bij het Markovitz model en veranderen ook de strategische gewichten afhankelijk van het profiel.

6.2 Resultaten

De prestaties van de portfolios worden op verschillende manieren vergeleken. Er wordt gekeken naar het bruto cumulatief rendement, de turnover, het netto cumulatief rendement, de netto Sharpe ratio en de verdeling van de behaalde maandelijkse rendementen in de testperiode.

6.2.1 Bruto cumulatief rendement

Met het bruto cumulatief rendement wordt het rendement van het geïnvesteerde kapitaal na de 2 jaar durende testperiode bedoeld. Hierbij wordt er geen rekening gehouden met vaste of variabele transactiekosten. De volgende formules geven de berekeningen weer:

$$\text{Bruto cumulatief rendement} = BK_T - 1$$

$$BK_t = BK_{t-1}(1 + RP_t) \text{ met: } t = 1..T$$

$$\text{en } BK_0 = 1$$

$$RP_t = \sum_{j=1}^N w_{j,t} R_{j,t}$$

met T : Het aantal beschouwde maanden, 24 in dit geval

N : Het aantal investeringsmogelijkheden, 6 in dit geval

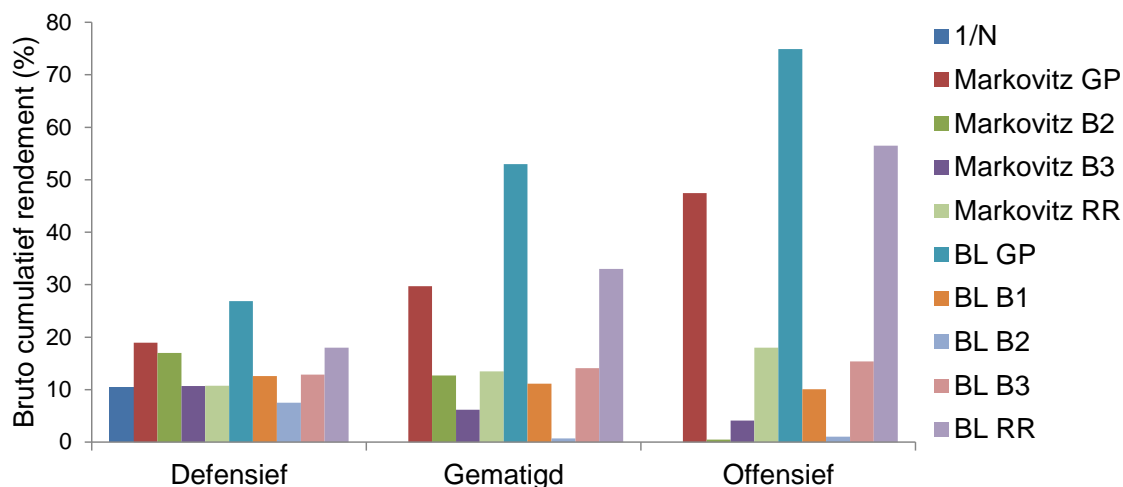
BK_i : Bruto kapitaal na maand t

RP_i : Rendement portfolio in maand t

$w_{j,i}$: Gewicht van investeringsmogelijkheid j in de portfolio bij aanvang van maand t bepaald door de allocatiestrategie

$R_{j,i}$: Rendement van investeringsmogelijkheid j in maand t

Figuur 6.1 toont de resultaten voor de verschillende allocatiestrategieën en beleggingsprofielen.



Figuur 6.1: Bruto cumulatieve rendement van de allocatiestrategieën en beleggersprofielen (BL: Black-Litterman / GP: Gaussian Processes / RR: Ridge regressie / B: Benchmark)

Het Black-Litterman model dat als invoer voor de korte termijnvoorspelling Gaussian Processes gebruikt, haalt voor alle drie de beleggersprofielen het hoogste bruto cumulatieve rendement. Hoe offensiever de belegger, des te hoger het rendement voor de strategieën die als invoer voor de korte termijnvoorspellingen Gaussian Processes of Ridge regressie gebruiken. Daartegenover verliezen alle andere strategieën die als invoer voor de korte termijnvoorspellingen naïeve benchmarks gebruiken aan rendement indien men meer risico toelaat. Wat betreft het bruto cumulatief rendement is het duidelijk dat 'actieve' korte termijnvoorspellingen (voorspellingen die wijzigen per tijdstap), het beter doen dan de van de naïeve benchmarks. Ook valt op dat voor de meerheid van de verschillende gebruikte voorspellingen het Black-Litterman model hogere rendement behaalt dan het Markovitz model.

Deze bruto cumulatieve rendementen geven natuurlijk geen volledig correct beeld van de prestaties. Hoe offensiever de belegger des te meer er zal verhandeld worden, waardoor op deze zeer goede bruto rendementen van de offensievere belegger ook meer transactiekosten zullen moeten betaald worden. De turnover wordt beschouwd om een overzicht te krijgen over welke strategieën het meest verhandelen en dus de meeste variabele transactiekosten moeten betalen.

6.2.2 Turnover

De turnover over de 2 jaar durende testperiode wordt berekend als volgt:

$$\text{Turnover} = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^N |w_{j,t} - w_{j,(t-1)+}|$$

en $w_{j,(0)+} = 0$ voor $j = 1..N$

met T : Het aantal beschouwde maanden, 24 in dit geval

N : Het aantal investeringsmogelijkheden, 6 in dit geval

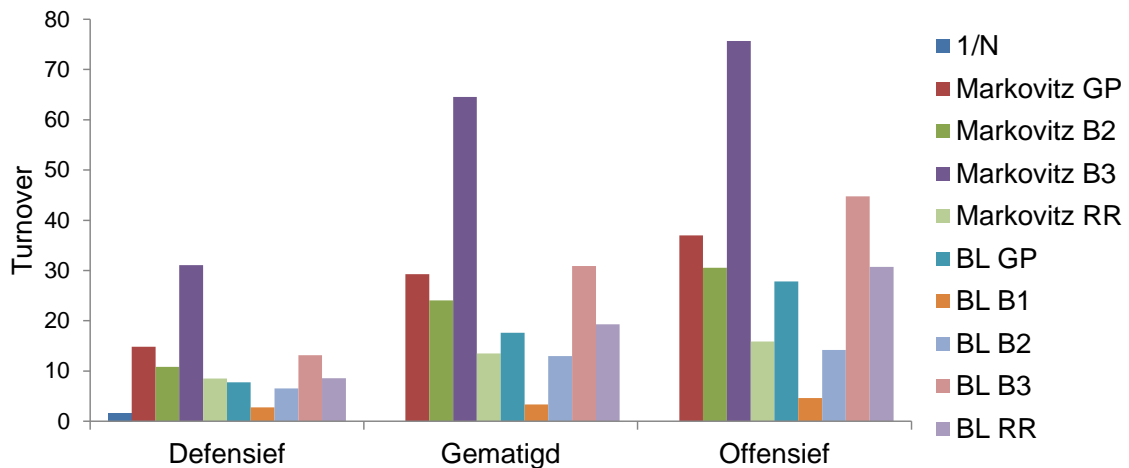
$w_{j,t}$: Gewicht van investeringsmogelijkheid j in de portfolio

bij aanvang van maand t bepaald door de allocatiestrategie

$w_{j,t+}$: Gewicht van investeringsmogelijkheid j in de portfolio

op einde van maand t , net voor herbalancering van de portfolio

De turnover per strategie en profiel wordt weergegeven door Figuur 6.2.



Figuur 6.2: Turnover van de allocatiestrategieën en beleggersprofielen

Er zijn enkele zaken op te merken aan de resultaten getoond op die figuur:

- De simulatie bevestigt dat des te offensiever de belegger is, des te hoger de turnover is, wat vrij logisch is.
- Er wordt aangetoond dat indien dezelfde voorspellingen worden gebruikt het Black-Litterman model minder turnover creëert dan het Markovitz model, wat werd aangeduid als één van de voordelen van dit model. Enkel de strategieën met als invoer voor de voorspellingen Ridge regressie bevestigen dit niet. Dit valt te verklaren door het feit dat Ridge regressie consistent het rendement van

de staatsobligaties fel overschat, terwijl de historische variantie van die tijdreeks erg laag is. In het Markovitz model waarbij enkel rekening wordt gehouden met de korte termijnvoorspellingen en de historische covariantiematrix zijn voor alle beleggingsprofielen de gewichten van de staatsobligaties dan ook zeer groot. Die grote gewichten wijzigen weinig in de tijd, waardoor de turnover beperkt wordt. Daartegenover wordt bij het Black-Litterman model niet enkel rekening gehouden met korte termijnvoorspellingen maar ook met de lange termijnvoorspellingen. Daardoor worden de overschatte rendementen van de staatsobligaties afgezwakt en zijn de portfolio gewichten meer gelijkmatig verdeeld over de investeringsmogelijkheden. De voorspellingen door Ridge regressie van de andere investeringsmogelijkheden wijzigen meer in de tijd, waardoor de turnover groter wordt.

- Indien benchmark 3 wordt gebruikt is de turnover telkens zeer hoog. Dit valt makkelijk te verklaren omdat benchmark 3 als voorspelling het rendement van de voorbijgaande maand geeft. Aangezien de rendementen in de testperiode nogal schommelen, zal deze voorspelling elke maand aanzetten tot grote wijzigingen in de allocatie.
- Het tegenovergestelde kan gezegd worden over benchmark 1. Deze benchmark geeft telkens als voorspelling een rendement van 0% wat ervoor zorgt dat in het Black-Litterman model bijna enkel rekening wordt gehouden met de lange termijnvisie voor deze strategie. Deze lange termijnvisie is constant in de tijd, daarom wijzigt de allocatie ook erg weinig over de testperiode.
- Wanneer benchmark 2 wordt gebruikt is de turnover relatief laag. Dit valt te verklaren doordat deze benchmark als voorspelling het gemiddelde rendement van de voorbije 12 maand geeft, en daarvoor wordt een schuivend venster gebruikt. Door het gebruik van het schuivend venster zal het teken van het voorspelde rendementen eerder langzaam wijzigen over de tijdstappen, wat als gevolg een minder sterke wijziging van de gewichten heeft.
- De 1/N strategie heeft vanzelfsprekend de laagste turnover.

In de volgende sectie worden de resultaten van het netto cumulatief rendement besproken, deze metriek vat als het ware het bruto cumulatief en de turnover samen.

6.2.3 Netto cumulatief rendement

Het meest interessant resultaat is het netto cumulatief rendement. Hierbij worden variabele transactiekosten in rekening gebracht bij de berekening van het rendement van geïnvesteerd kapitaal na het volgen van een bepaalde allocatiestrategie in de testperiode.

Er wordt aangenomen dat de variabele transactiekosten 0,5% van het geïnvesteerde bedrag bedraagt. Het netto cumulatieve rendement wordt als volgt berekend (DeMiguel *et al.*, 2000):

$$\begin{aligned} \text{Netto cumulatief rendement} &= NK_T - 1 \\ NK_t &= NK_{t-1}(1 + RP_t) \left(1 - c \times \sum_{j=1}^N |w_{j,t} - w_{j,(t-1)+}| \right) \text{ met: } t = 1..T \\ \text{en } NK_0 &= 1, w_{j,(0)+} = 0 \text{ voor } j = 1..N \\ RP_t &= \sum_{j=1}^N w_{j,t} R_{j,t} \end{aligned}$$

met T : Het aantal beschouwde maanden, 24 in dit geval

N : Het aantal investeringsmogelijkheden, 6 in dit geval

NK_i : Netto kapitaal na maand t

RP_i : Rendement portfolio in maand t

$w_{j,i}$: Gewicht van investeringsmogelijkheid j in de portfolio

bij aanvang van maand t bepaald door de allocatiestrategie

$w_{j,t+}$: Gewicht van investeringsmogelijkheid j in de portfolio

op einde van maand t , net voor herbalancering van de portfolio

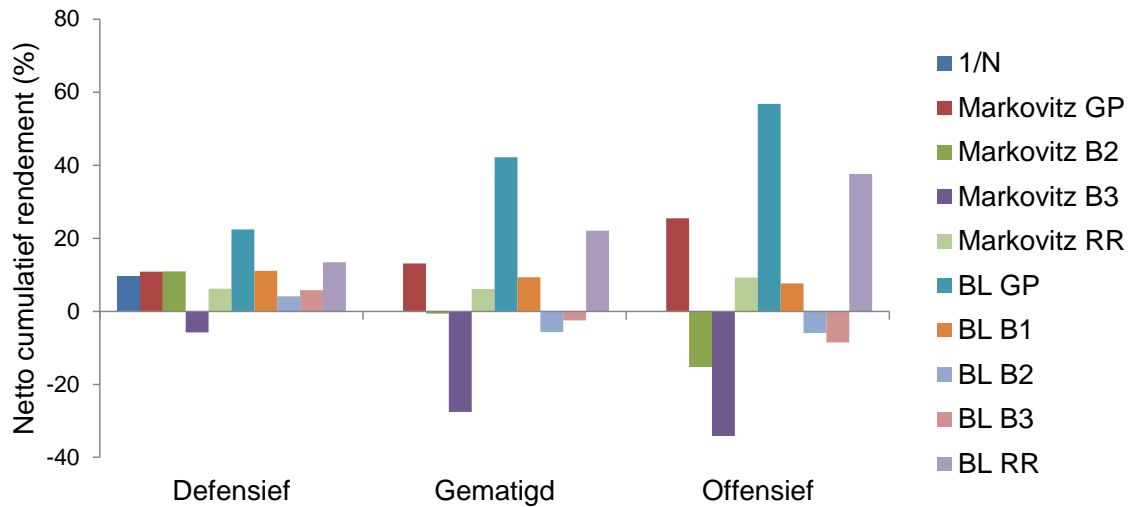
c : Variabele transactiekost

$R_{j,i}$: Rendement van investeringsmogelijkheid j in maand t

Figuur 6.3 toont de resultaten voor de verschillende allocatiestrategieën en beleggersprofielen. Het Black-Litterman model gecombineerd met Gaussian Processes presteert opnieuw voor alle drie de profielen het beste. Des te offensiever het profiel des te groter het verschil met de andere allocatiestrategieën wordt. Waarom deze strategie zulke goede resultaten haalt wordt later in dit hoofdstuk besproken. Het Black-Litterman model dat als invoer voor de korte termijnvoorspellingen Ridge regressie gebruikt, haalt ook mooie rendementen. Daarnaast valt er op te merken dat des te offensiever het profiel des te meer het Black-Litterman model de verliezen beperkt indien gebruikt wordt gemaakt van benchmark 2 en 3.

Alvorens de bekomen resultaten te vergelijken met de prestaties van enkele 'buy-and-hold'² investeringsstrategieën en enkele bestaande fondsen in die periode, wordt nage-

²Aankopen van investeringsmogelijkheden bij het begin van de testperiode en terug verkopen na de beschouwde 2 jaar zonder in tussentijd transacties uit te voeren.



Figuur 6.3: Netto cumulatieve rendement van de allocatiestrategieën en beleggersprofielen

gaan hoeveel risico het volgen van de verschillende allocatiestrategieën inhoudt. Een veel gebruikte manier het risico van een portfolio uit te drukken is de Sharpe ratio.

6.2.4 Sharpe ratio

Naast het rendement van een strategie is het ook belangrijk te weten hoeveel risico een strategie inhoudt. Risico wordt gekwantificeerd door de standaardafwijking van de maandelijkse netto rendementen per strategie. Een lage standaardafwijking is gewenst, dit verhoogt de betrouwbaarheid van een strategie. Risico in deze thesis wordt op twee verschillende, maar gerelateerde, manieren voorgesteld. Een eerste manier is de Sharpe ratio's van de strategieën. Deze ratio stelt de compensatie in de vorm van rendement per eenheid genomen risico voor. Op deze manier kunnen verschillende strategieën én beleggingsprofielen vergeleken worden. Hoe hoger deze ratio, des te beter de prestatie. Deze ratio wordt als volgt berekend:

$$\text{Sharp ratio} = \sqrt{12} \frac{\overline{RP} - \overline{RV}}{\text{std}(RP - RV)}$$

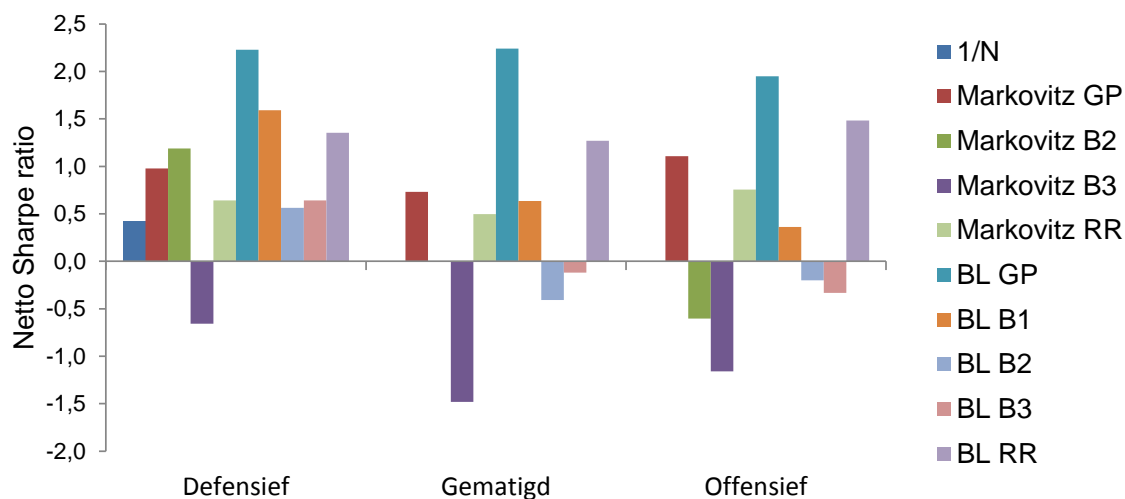
met RP : Maandelijkse netto rendementen van de portfolio

RV : Maandelijkse risicovrije rente (3 maand T-bill)

De factor $\sqrt{12}$ wordt gebruikt om de Sharpe ratio te annualiseren.³ De gemiddelde

³Annualiseren van het gemiddelde maandelijkse rendement gebeurt door vermenigvuldiging met factor 12 en annualiseren van de standaardafwijking van de maandelijkse rendementen door vermenigvuldiging met een factor $\sqrt{12}$, dit leidt tot vermenigvuldiging van de verhouding met een factor $\sqrt{12}$

jaarlijkse risicovrije rente is zeer laag in deze periode, deze bedraagt slechts 0,08%. Figuur 6.4 toont de resultaten voor de verschillende strategieën.

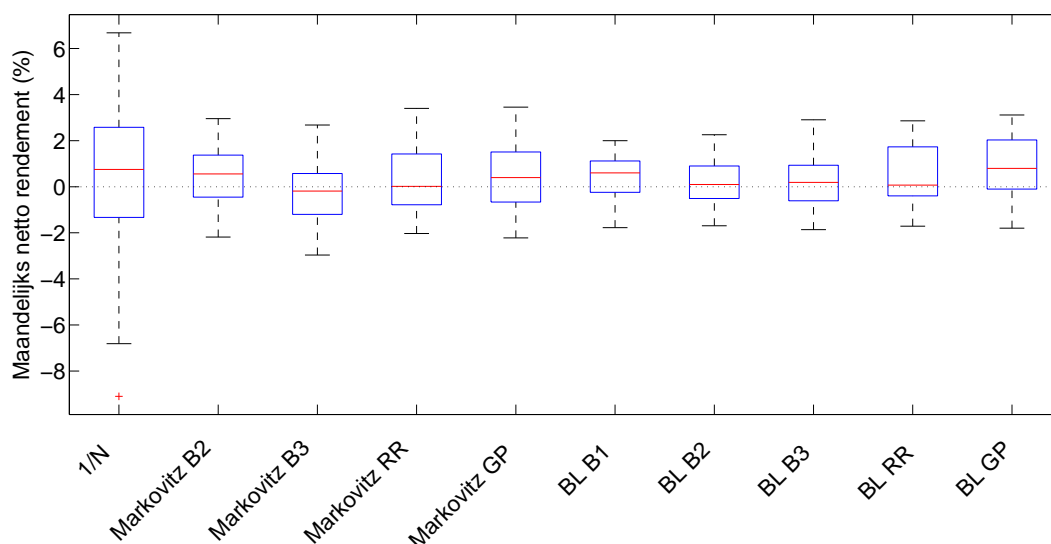


Figuur 6.4: Sharpe ratio van de allocatiestrategieën en beleggersprofielen

De Sharpe ratio van het Black-Litterman model gecombineerd met Gaussian Processes voor de defensieve en gematigde belegger scoort het best. De Sharpe ratio voor de offensieve belegger die deze strategie volgt is iets lager. Maar voor het offensief profiel is het netto (en bruto) cumulatief rendement een stuk hoger. Dit betekent dat het risico minstens even sterk toeneemt als het rendement. Er kunnen vragen gesteld worden bij deze metriek, zo dragen positieve uitschieters ook bij tot een hogere standaardafwijking, terwijl deze niet voor extra risico zorgen. Ook de wijze waarop deze verhouding wordt opgesteld kan in twijfel worden getrokken: er wordt namelijk een even sterke nadruk op (extra) rendement als op de toename van de standaardafwijking gelegd. Met extra rendement wordt het verschil tussen het rendement en de risicovrije rente bedoeld. Sommige investeerders hebben er meer/minder risico voor over om extra rendement te halen, waardoor er gewichten aan de teller en/of noemer zouden moeten worden toegevoegd. Wat ook opvalt is dat het Black-Litterman model voor het defensieve profiel met als invoer voor de korte termijnvoorspellingen benchmark 1 een vrij hoge Sharpe ratio haalt, hoewel het netto cumulatieve rendement niet in het oog springt. Dit valt te verklaren omdat de meerderheid van het kapitaal bij deze strategie wordt belegd in obligaties. Deze investeringsklasse haalt geen spectaculair rendement, maar de maandelijkse rendementen zijn erg stabiel.

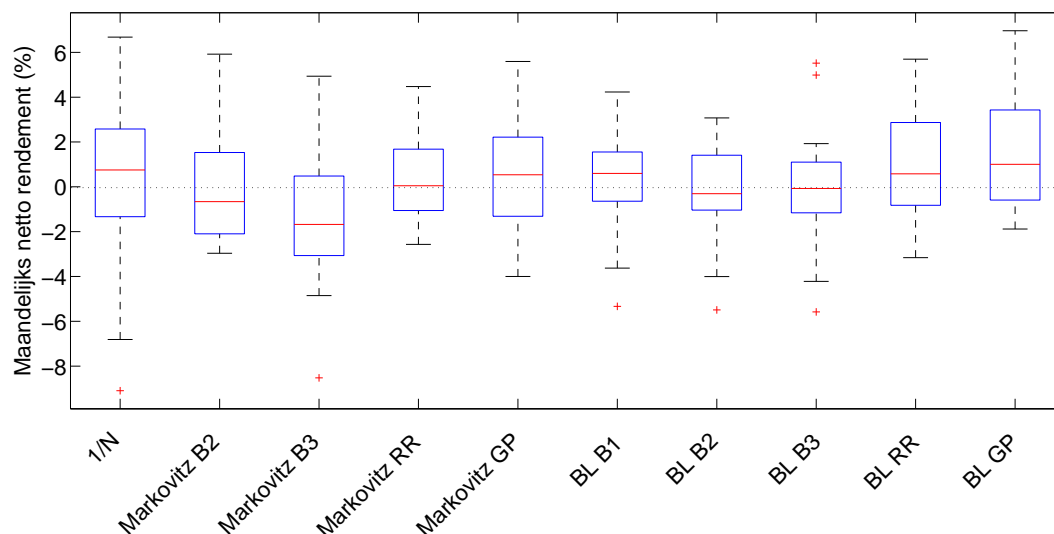
6.2.5 Boxplot verdeling van de maandelijkse netto rendementen

Een andere manier om het risico van een strategie in te schatten is het kijken naar de verdeling van de maandelijkse netto rendementen. Voor deze simulatie zijn er voor elke strategie en profiel 24 maandelijkse rendementen, deze worden behaald in de periode tussen december '10 en november '12. De verdeling wordt voorgesteld door een boxplot van deze maandelijkse netto rendementen. Per beleggingsprofiel wordt een figuur opgesteld. De rode horizontale streep stelt de mediaan voor, de blauwe rechthoek de eerste q_1 en derde q_3 kwartiel grenzen, de zwarte horizontale strepen duiden de meest extreme punten aan. Indien de grootste/kleinste maandelijkse netto rendementen groter/kleiner zijn dan $q_1 + 1,5(q_3 - q_1)$ worden zij als uitschieter aanzien en aangeduid door een rood kruis. Figuren 6.5, 6.6 en 6.7 tonen de resultaten per risicoprofiel.



Figuur 6.5: Verdeling netto maandelijkse rendementen defensief profiel

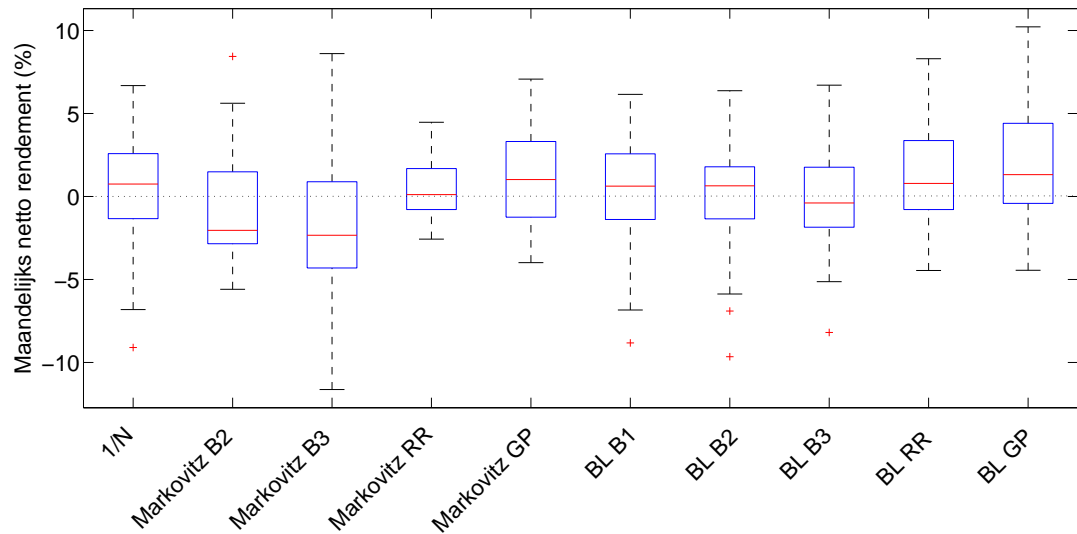
Wat interessant is aan deze figuren is het verschil tussen de afstanden van de meest extreme punten tot de kwartiel grenzen, met andere woorden het verschil in lengte tussen de 2 gestreepte zwarte verticale lijnen van de boxplot. Dit verschil in lengte valt het sterkst op bij het gematigde beleggersprofiel waarbij het Black-Litterman model gecombineerd met Gaussian Processes gebruikt wordt. Elke investeerder schuwt grote negatieve rendementen en kan grote positieve rendementen enkel toejuichen. Maar beiden dragen in dezelfde mate toe aan de standaardafwijking. Hoe offensiever de belegger des te groter deze lengtes, of des te meer gespreid de rendementen zijn. Ook valt op dat bij het defensieve profiel voor de strategieën die het Black-Litterman model



Figuur 6.6: Verdeling netto maandelijkse rendementen gematigd profiel

gebruiken de spreiding van de rendementen minder groot is dan voor de strategieën degene die het Markovitz model gebruiken. Daartegenover vervaagt dit verschil naarmate meer risico wordt genomen. Ook belangrijk is het verschil in lengte tussen de afstand van het eerste kwartiel tot de mediaan en de afstand tussen het derde kwartiel en de mediaan. De spreiding van de rendementen van de 1/N strategie is ook vrij groot, zeker in vergelijking met defensievere profielen. Dit toont aan dat deze strategie heel erg 'klimaatgevoelig' is, daarmee wordt bedoeld dat de prestaties van deze strategie erg sampleafhankelijk zijn. Voor het offensieve profiel valt de kleine spreiding van het Markovitz model gecombineerd met Ridge regressie op. Dit valt te verklaren doordat bij deze strategie een erg groot deel van het kapitaal in staatsobligaties wordt geïnvesteerd wegens de overschatting van deze rendementen, zoals al eerder vermeld werd.

In de volgende sectie worden de resultaten van de beschouwde 'actieve' strategieën vergeleken met 'buy-and-hold' strategieën en de resultaten van enkele bestaande fondsen.



Figuur 6.7: Verdeling netto maandelijkse rendementen offensief profiel

6.3 Vergelijking met passieve strategieën en bestaande fondsen

Tabel 6.2 geeft een overzicht van de netto cumulatieve rendementen en Sharp ratio's van verschillende 'buy-and-hold' strategieën in de testperiode. Deze worden vergeleken met de prestaties van het Black-Litterman model gecombineerd met Gaussian Processes in diezelfde periode.

De gebruikte strategische gewichten in Tabel 6.2 zijn terug te vinden in Tabel 2.1. Goud haalde een erg goed rendement in de testperiode, maar de Sharp ratio is niet erg hoog. Dit duidt aan dat de goudprijs erg volatiel was gedurende de beschouwde periode. De beste passieve strategie in termen van Sharp ratio is de strategie waarbij de strategische gewichten voor het defensieve profiel worden gebruikt. Het Black-Litterman model gecombineerd met Gaussian Processes behaalt duidelijk de beste resultaten, ongeacht het risicoprofiel.

Daarnaast worden de behaalde resultaten ook vergeleken met de rendementen van enkele bestaande gemengde fondsen en categorieën van gemengde fondsen in die periode. Met gemengde fondsen wordt bedoeld dat de portfolio van het fonds bestaat uit investeringsmogelijkheden van verschillende investeringsklassen. Informatie over deze fondsen

wordt verkregen via Morningstar⁴.

Strategie/samenstelling	netto cumulatief rendement	Sharp ratio
Aandelen wereld	7,35%	0,28
Aandelen o. m.	-10,82%	-0,12
Staatsobligaties	9,10%	1,02
Bedrijfsobligaties	19,14%	1,30
Grondstoffen	4,53%	0,21
Goud	27,64%	0,66
1/N	6,98%	0,46
Strategische gewichten defensief	9,49%	1,61
Strategische gewichten gematigd	10,51%	0,46
Strategische gewichten offensief	8,76%	0,29
BL met GP defensief	22,45%	2,23
BL met GP gematigd	42,18%	2,24
BL met GP offensief	56,77%	1,95

Tabel 6.2: Vergelijking met 'buy-and-hold' strategieën

Alle geselecteerde fondsen van Morningstar zijn fondsen in Amerikaanse dollar, er wordt hiervoor gekozen omdat de beschouwde investeringsmogelijkheden in deze thesis ook in Amerikaanse dollar uitgedrukt worden. Enkele belangrijke zaken moeten opgemerkt worden i.v.m. Tabel 6.3. Het netto cumulatief rendement van de fondsen wordt berekend voor de periode tussen 1 januari 2011 en 1 januari 2013, meer exacte gegevens waren niet beschikbaar. De periode waarin het Black-Littermanmodel gecombineerd met Gaussian Processes wordt gebruikt start op 1 november 2010 en eindigt op 1 november 2012 (de eerste voorspellingen worden gedaan over de rendementen op 1 december 2010, de eerste allocatie gebeurt op 1 november 2010). Deze periodes zijn dus niet exact gelijk. De behaalde rendementen van de fondsen geven dan ook meer een orde waarmee de behaalde cumulatieve rendementen kunnen vergeleken worden. De Sharpe ratio van de fondsen behaald in de testperiode was ook niet beschikbaar, in plaats daarvan wordt de Sharpe ratio van de voorbije 3 jaar weergegeven. De behaalde Sharp ratio kan dus ook niet exact vergeleken worden. De rating geeft aan hoe goed de fondsen het deden t.o.v. andere fondsen in hun categorie de voorbije 3 jaar. Een 5 ster rating betekent dat het fonds beter presteerde dan 90% van de fondsen in de categorie. Bij een 4 ster rating werd de voorbije 3 jaar beter gepresteerd dan 67,5% van de fondsen in de beschouwde categorie.

⁴Bron: www.morningstar.be

Naam	rating	netto cumulatief rendement	Sharp ratio
Categorie Mixfondsen USD defensief	/	7,31%	/
Legg Mason Multi-Manager Conservative Fd (USD) - Cl A Accumulation	*****	13,34%	0,57
Schroder ISF Conservative Portfolio A1 Acc	***	11,86%	0,39
BL met GP defensief	/	22,45%	2,23
Categorie Mixfondsen USD neutraal	/	5,3%	/
Franklin Templeton Global Fundamental Strategies USD A Acc	*****	12,85%	1,03
BlackRock Global Funds - Global Allocation A2	***	5,23%	0,69
BL met GP gematigd	/	42,18%	2,24
Categorie Mixfondsen USD offensief	/	4,49%	/
Amundi International SICAV Class AU-C Shares	*****	10,00 %	0,77
Schroder ISF Global Diversified Growth A1 USD Hedged Acc	***	1,12%	0,33
BL met GP offensief	/	56,77%	1,95

Tabel 6.3: Vergelijking met enkele bestaande fondsen

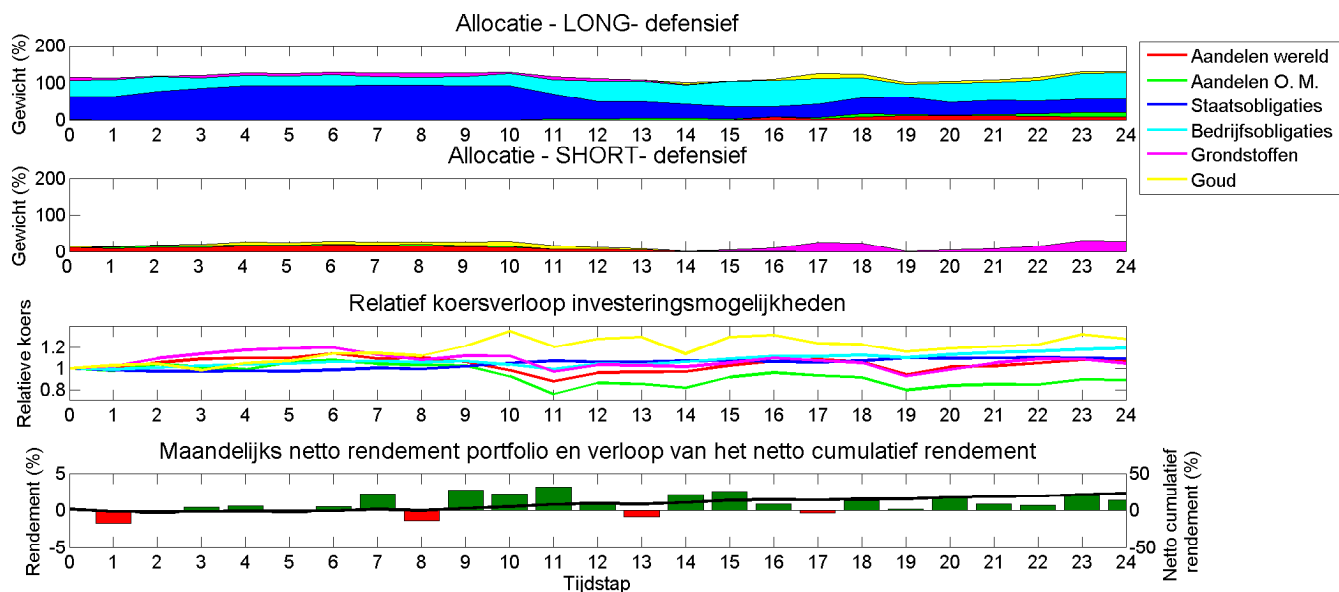
Het Black-Litterman model gecombineerd met Gaussian Processes haalt duidelijk betere resultaten wat betreft het netto cumulatief rendement en de Sharp ratio. Er moet worden opgemerkt dat alle fondsen het erg slecht deden in het jaar 2011. Geen enkel fonds haalde een beter jaarlijks rendement dan 5%, sommigen behaalden dat jaar zelfs een negatief jaarlijks rendement. In de volgende sectie worden de bekomen resultaten van het Black-Litterman model waarbij als invoer voor de korte termijnvoorspellingen Gaussian Processes worden gebruikt geanalyseerd.

6.4 Analyse resultaten

Deze sectie bestaat uit 3 delen, eerst wordt de verdeling van het kapitaal in de testperiode voor de drie risicoprofielen besproken. Vervolgens worden de gebruikte voorspellingen in het model geanalyseerd en ten slotte wordt het effect van de geschatte varianties door Gaussian Processes besproken.

6.4.1 Verdeling van het kapitaal in de testperiode

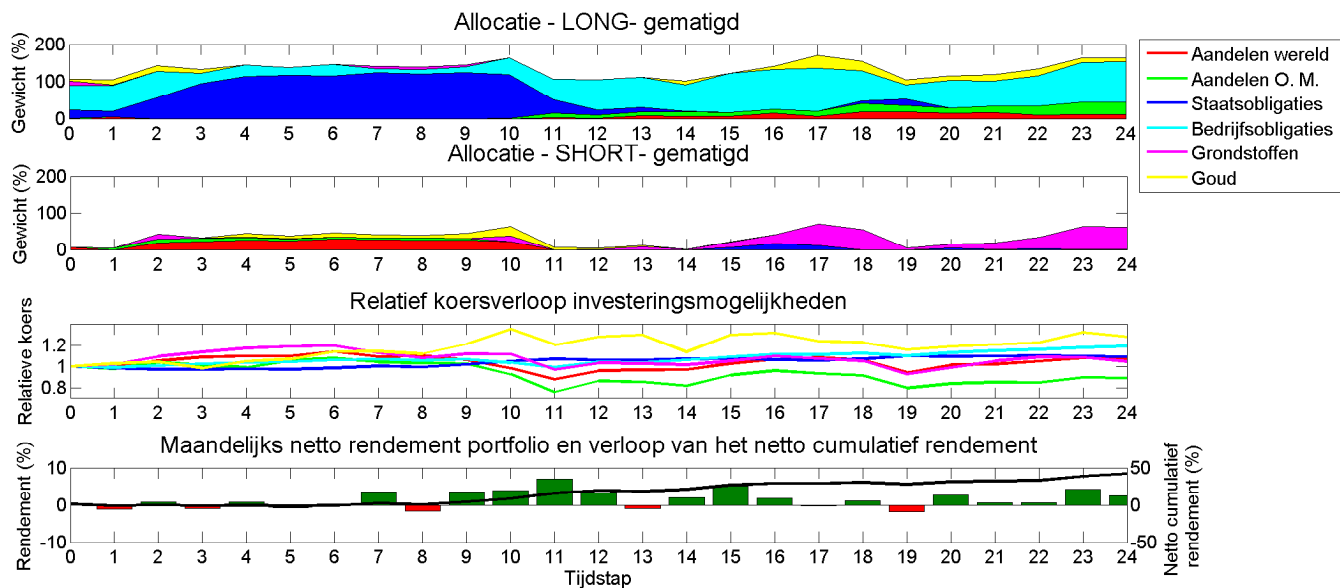
Figuren 6.8, 6.9 en 6.10 bestaan uit 4 delen, de bovenste grafiek stelt de 'long gewichten' van de investeringsmogelijkheden in de portfolio voor. Long gaan is het tegenovergestelde van short gaan, er wordt gekocht met de verwachting dat de prijs van de investering zal stijgen. De tweede grafiek stelt de 'short gewichten' van de investeringsmogelijkheden in de portfolio voor. De derde grafiek stelt het relatief koersverloop van de beschouwde investeringen voor, bij de start van de testperiode (tijdstap 0) bedraagt deze relatieve koers voor alle zes de investeringsmogelijkheden 1. De onderste grafiek geeft de netto maandelijkse rendementen van de portfolio en de evolutie van het netto cumulatief rendement weer. Het rendement van de portfolio op tijdstap t is de som van de gewichten van de investeringsmogelijkheden in de portfolio weergegeven op tijdstap $t-1$ vermenigvuldigd met het rendement van de respectievelijke investeringsmogelijkheid tussen tijdstap $t-1$ en t (rekeninghoudende met de variabele transactiekosten bij de herbalanceren van de portfolio op tijdstap t).



Figuur 6.8: Verdeling van het kapitaal van een defensieve belegger in de testperiode die het Black-Litterman model gebruikt. De invoer voor de korte termijnvoorspellingen wordt gegenereerd door Gaussian Processes. De eerste dag van elke maand wordt de portfolio geherbalanceerd.

Zoals verwacht bestaat de portfolio van de defensieve belegger gedurende de volledige testperiode grotendeels uit obligaties. Op de 24 maanden, wordt er maar in 4 maanden een verlies geboekt. Tussen tijdstap 10 en 11 vindt een significante daling van alle tijdreeksen met uitzondering van de staatsobligaties plaats. Ook tussen tijdstap 13 en

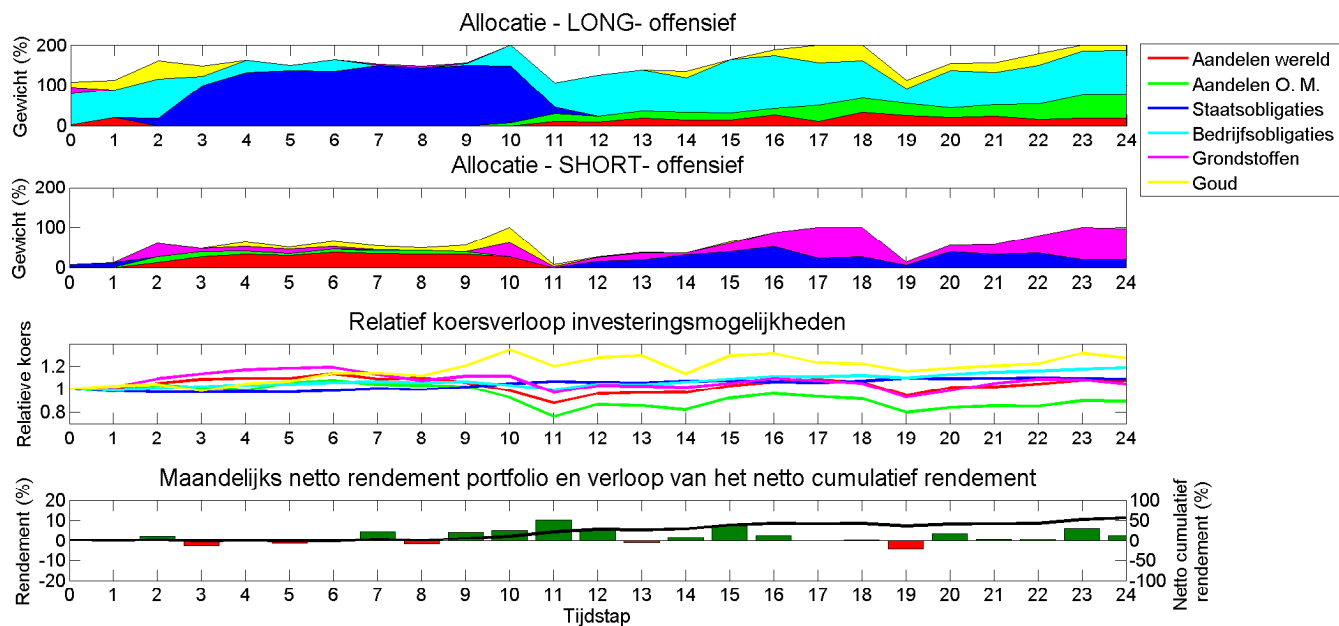
14 en tussen tijdstap 18 en 19 dalen alle investeringsmogelijkheden, met uitzondering van de obligaties, sterk. Deze dalingen worden goed opgevangen door de portfolio door op die momenten bijna uitsluitend long te gaan in obligaties en short te gaan in de slecht renderende investeringen. Dit gebeurt nog opvallender bij de gematigde en offensieve belegger. Op deze manier wordt er zelfs een zeer goed maandelijks rendement behaald op tijdstap 11 en wordt een zwaar verlies vermeden op tijdstap 19.



Figuur 6.9: Verdeling van het kapitaal van een gematigde belegger in de testperiode die het Black-Litterman model gebruikt. De invoer voor de korte termijnvoorspellingen wordt gegenereerd door Gaussian Processes.

Wat opvalt bij de gematigde belegger is de sterke omschakeling van staatsobligaties naar bedrijfsobligaties vanaf tijdstap 12. Bedrijfsobligaties doen het erg goed gedurende de testperiode, zeker vanaf tijdstap 12 haalt deze investeringsmogelijkheid mooie rendementen in vergelijking met de andere investeringsmogelijkheden. De portfolio is ook meer gediversifieerd dan bij de defensieve belegger. Alweer wordt er een mooi rendement gehaald op tijdstap 11, wanneer enkel de staatsobligaties geen zware daling hebben ondergaan.

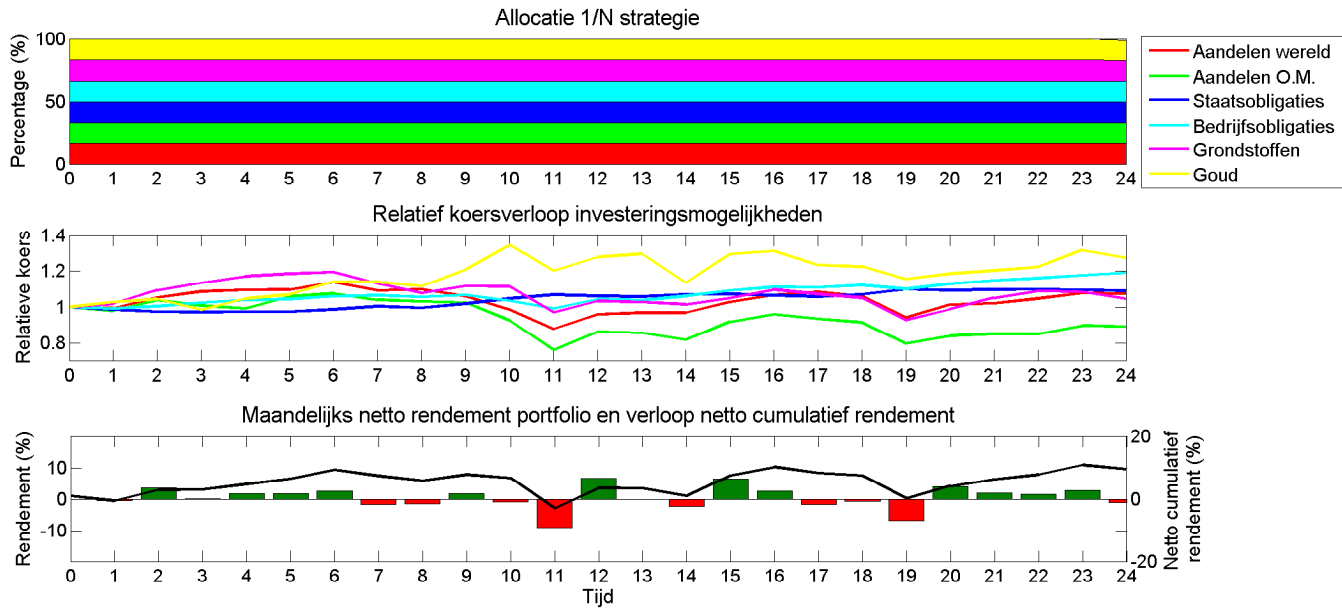
Wat betreft de offensieve belegger valt omschakeling van staats- naar bedrijfsobligaties vanaf tijd 12 nog sterker op. Het is ook duidelijk dat des te offensiever het beleggersprofiel is, des te meer er zal geshort worden. Bij het offensieve beleggersprofiel worden de staatsobligaties zelfs geshort vanaf tijdstap 12 om op deze manier meer geld vrij te krijgen om te investeren in bedrijfsobligaties, aandelen en goud.



Figuur 6.10: Verdeling van het kapitaal van een offensieve belegger in de testperiode die het Black-Litterman model gebruikt. De invoer voor de korte termijnvoorspellingen wordt gegenereerd door Gaussian Processes.

Figuur 6.11 toont dezelfde grafieken als de drie voorgaande figuren, nu wordt de 1/N strategie toegepast. Bij deze strategie wordt het kapitaal gelijkmatig verdeeld over de investeringsmogelijkheden, elke maand wordt de portfolio geherbalanceerd, zodat de gewichten terug gelijk zijn. Er wordt niet short gegaan bij deze strategie.

Het verschil tussen het Black-Litterman model en het naïeve 1/N allocatiemodel is meteen duidelijk. Bij grote verliezen op de financiële markten zoals op tijdstap 11 en 19 is het naïeve model er niet toe in staat deze verliezen te beperken. Het beschouwde Black-Litterman model weet het negatieve effect van deze prijsdalingen op het rendement van de portfolio in te perken. Op tijdstap 11 wordt er zelfs geprofiteerd van de dalende koersen om winst te maken.

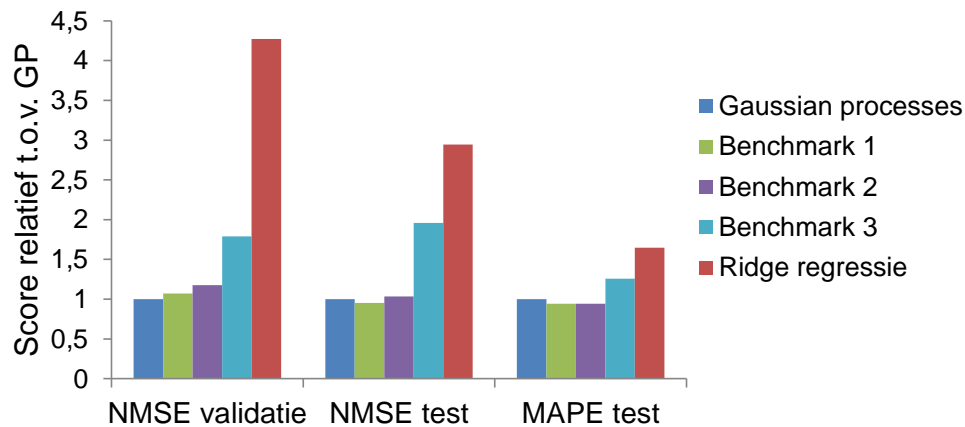


Figuur 6.11: Verdeling van het kapitaal van belegger in de testperiode die 1/N model gebruikt.

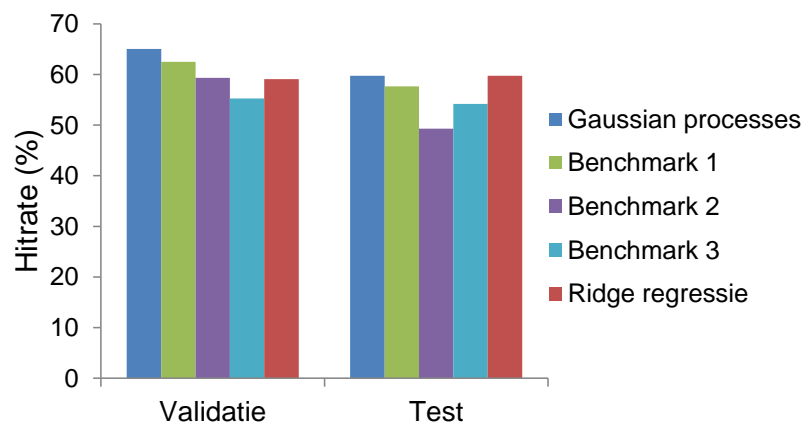
6.4.2 Voorspellingen

De experimenten met Gaussian Processes die gebruikt worden als invoer voor de korte termijnvoorspellingen in het Black-Litterman model waren degene die het beste scoorden in de validatieperiode. Voor de beschouwde obligatie indexen was dat het experiment waarbij een niet-stationaire covariantiefunctie wordt gebruikt en de doelwaarden het rendement zijn. Voor de andere investeringsmogelijkheden was dat het experiment waarbij diezelfde covariantiefunctie wordt gebruikt, maar als doelwaarde de koers wordt gebruikt. Ook vallen de goede resultaten met het Black-Litterman model dat Ridge regressie gebruikt als invoer voor de korte termijnvoorspellingen op. Figuur 6.12 toont de NMSE en MAPE test- en validatieresultaten van de gebruikte voorspellingen met Gaussian Processes i.v.m. de benchmarks.

Wat betreft de NMSE en MAPE voor de test doen deze voorspellingen niet beter dan benchmark 1 en 2. Voor de minderheid van de gevallen gaven de beste validatieresultaten aanleiding geven tot de beste testresultaten, de verschillen zijn wel niet erg groot. De NMSE en MAPE van Ridge regressie in de testperiode is helemaal niet zo goed in vergelijking met de andere benchmarks en Gaussian Processes.

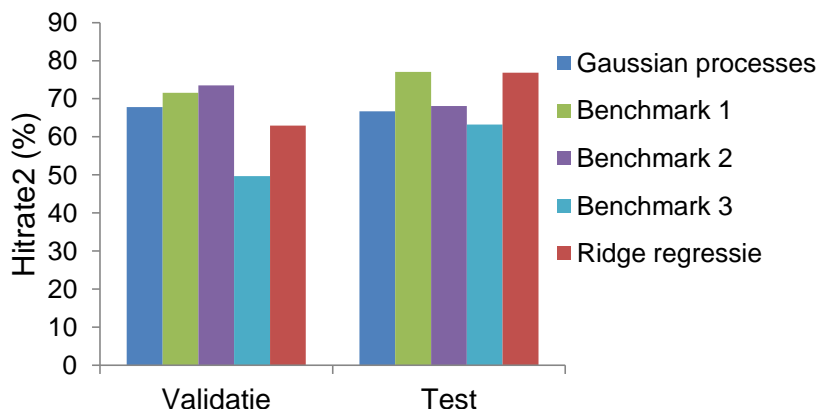


Figuur 6.12: NMSE en MAPE test- en validatie resultaten, hoe lager deze scores, des te beter de resultaten



Figuur 6.13: Hitrate test- en validatie resultaten, hoe hoger deze scores, des te beter het resultaat.

Wat betreft de hitrate van de testperiode is het duidelijk dat de voorspellingen met Gaussian Processes en Ridge Regressie het beter doen dan die van benchmark 2 en 3. Het verschil met benchmark 1 is echter klein, dit komt omdat voor alle tijdreeksen in het algemeen de meeste rendementen positief zijn (0% wordt als positief rendement beschouwd bij de berekening van de hitrate). De voorspellingen van benchmark 1 zijn echter niet echt bruikbaar voor een allocatiestrategie. Deze voorspellingen geven namelijk geen informatie over welke investeringsmogelijkheid het beter gaat doen dan een andere gedurende de volgende maand om zo hun gewichten in de portefeuille aan te passen. Bij deze voorspellingen geeft enkel de correlatiestructuur aanleiding tot (licht) wijzigende gewichten.



Figuur 6.14: Hitrate 2 test- en validatie resultaten

De hitrate 2 van de test met Gaussian Processes is even hoog of lager dan die van de benchmarks. Dit geeft aan dat deze metriek niet echt veel van belang is voor het succes van de voorspellingen in een allocatiestrategie.

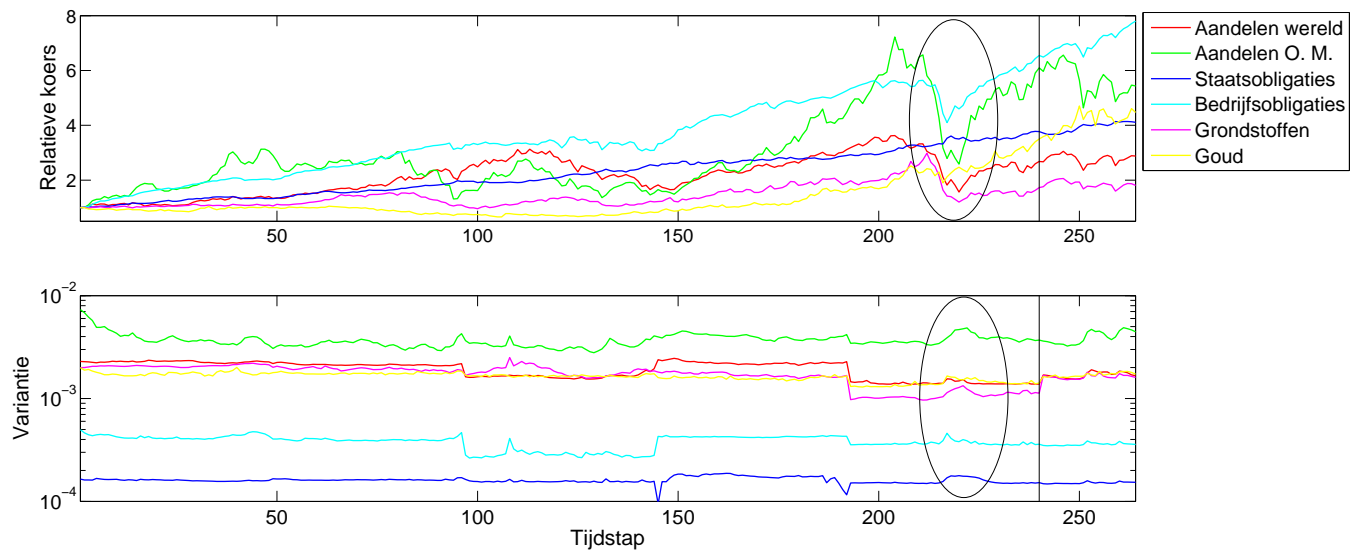
Wat we kunnen concluderen uit deze resultaten is dat de hitrate de belangrijkste metriek om informatie te verschaffen over hoe goed voorspellingen het zullen doen in allocatiemodellen. De NMSE is ook belangrijk, maar in mindere mate. Dit wordt aangegeven door het feit dat allocatiemodellen met als invoer Ridge regressie een stuk betere resultaten halen dan allocatiemodellen die de voorspellingen van benchmark 2 gebruiken. De voorspellingen gemaakt door benchmark 2 halen significant betere NMSE scores, maar halen een stuk lagere hitratescores dan die van Ridge regressie in de testperiode. Het beste resultaat wat betreft de allocatie wordt behaald door de voorspellingen gemaakt met Gaussian Processes, deze koppelen een relatief lage NMSE aan een hoge hitrate. Ook moet worden opgemerkt dat de hoge NMSE van Ridge regressie in de testperiode vooral te wijten is aan een overschatting van de rendementen van de staatsobligaties, zoals al eerder vermeld werd. Deze investeringsmogelijkheid is de meest stabiele in de testperiode, daardoor worden de negatieve gevolgen op het rendement van de allocatiestrategieën door de verkeerde voorspellingen geminimaliseerd. Indien Ridge regressie bijvoorbeeld constant verkeerde voorspellingen zou doen over een aandelen index zouden de negatieve gevolgen voor het cumulatief rendement van de allocatiestrategieën, die deze voorspellingen gebruiken, veel groter kunnen zijn.

6.4.3 Variantie

Men wenst dat de variantie die wordt meegegeven aan de voorspellingen verkleint en vergroot naargelang men meer of minder zeker is van een voorspelling. Om te testen of dit gebeurt bij de voorspellingen met Gaussian Processes wordt het volgende gedaan. Er wordt nagegaan hoe de meegegeven variantie van de voorspellingen waarbij het teken van het rendement juist werd voorspeld zich verhoudt tot de meegegeven variantie van de voorspellingen waarbij dit niet zo is. Er wordt verwacht dat bij de voorspellingen waarbij het teken juist wordt voorspeld de variantie in het algemeen kleiner zal zijn.

Uit de analyse van de testresultaten blijkt dat dit het geval is, zij het niet significant, de variantie is over alle tijdreeksen gezien in de testperiode gemiddeld 1,3% lager indien het teken van het rendement juist wordt voorspeld. Dit geeft aan dat wat de testperiode betreft Gaussian Processes geen erg goed inzicht hebben over de (on)zekerheid van hun voorspelling. Een manier om deze variantieschatting te verbeteren zou zijn door de voorspellingen te doen met meerdere modellen. Indien elke model (licht) beter presteert dan willekeurig kan de variantie manueel worden aangepast naarmate er meer of minder voorspellingen het eens zijn over het teken (en in latere stadia de grootte) van het voorspelde rendement.

Figuur 6.15 toont het verloop van de relatieve koers van de tijdreeksen en de variantie meegegeven door Gaussian Processes bij de validatie- en testvoorspellingen. De grenzen tussen de verschillende validatiesubsets van de data zijn duidelijk bij enkele van de tijdreeksen door een plotse stijging/daling in de variantie zonder dat daartoe aanleiding is. Dit duidt aan dat de variantie meegegeven met de voorspellingen niet optimaal is. Een duidelijke stijging van de variantie wanneer de financiële crisis begon is wel duidelijk. Deze stijging in variantie kwam er wel pas nadat grote dalingen waren voorafgegaan.



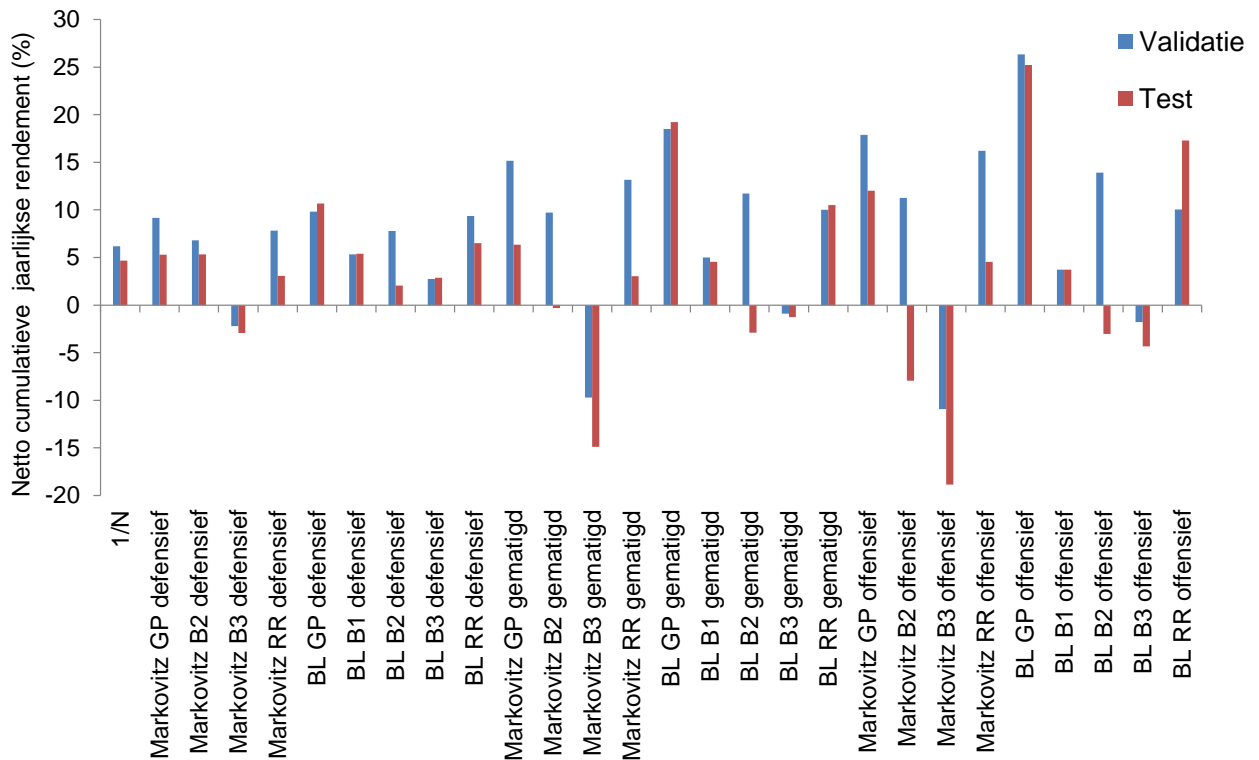
Figuur 6.15: Relatief koersverloop investeringsmogelijkheden en variantie bij de validatie- en testvoorspellingen met Gaussian Processes. De verticale zwarte streep geeft de start van de testperiode aan. De zwarte ellipsen geven de start van de financiële crisis in 2008 aan. Een logaritmische verticale as wordt gebruikt bij de onderste grafiek.

6.5 Train- en validatieperiode

Ook voor de train- en validatieperiode wordt de allocatiesimulatie voor de verschillende strategieën gedaan. Als invoer worden validatievoorspellingen met de geoptimaliseerde parameters gebruikt. Op deze manier wordt de prestatie sterk positief beïnvloed. De resultaten met Gaussian Processes en Ridge regressie zijn dan ook niet relevant voor deze periode. Deze simulaties verschaffen inzicht over hoe de resultaten van de testperiode zich verhouden tegenover die van de veel langere train- en validatieperiode. De train- en validatieperiode bedraagt 20 jaar, de eerste 3 jaar worden echter niet gebruikt omdat deze data nodig is om de covariantiematrix op te stellen. Voor 1 tijdreeks was geen vroegere data beschikbaar, daarom wordt de periode ingekrompen tot 17 jaar. De beschouwde periode start in november '93 en eindigt in november '10. De netto jaarlijkse cumulatieve rendementen⁵ van elke strategie gebruikt gedurende de 17 jaar lange train- en validatieperiode worden vergeleken met de resultaten wanneer de strategie wordt gebruikt gedurende de 2 jaar lange testperiode. De resultaten worden getoond

⁵Cumulatieve rendementen worden geannualiseerd door de volgende formule: netto jaarlijks cumulatief rendement $= (1 + NCRx)^{\frac{1}{x}} - 1$, met NCRx: netto cumulatief rendement na x jaar

op Figuur 6.16.



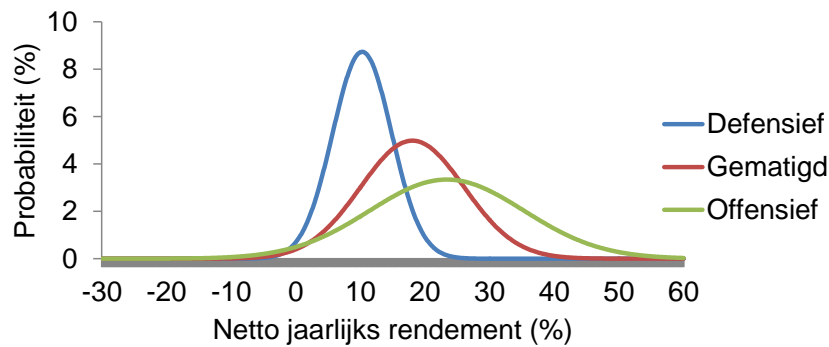
Figuur 6.16: Vergelijking van het netto jaarlijkse cumulatief rendement in de validatie- en test periode

Wat direct opvalt aan Figuur 6.16 is dat vrijwel alle strategieën die voorspellingen gemaakt door naïeve benchmarks gebruiken, beter presteren gedurende de validatieperiode. Enkel de defensieve belegger die het Black-Littermanmodel gecombineerd met benchmark 1 toepast behaalt een iets lager jaarlijks rendement dan in de testperiode. Dit is een indicatie dat het gedurende de testperiode moeilijker was een goed netto rendement te behalen met de beschouwde investeringsmogelijkheden dan gedurende de 17 jaren ervoor. De prestaties van het Black-Litterman model gecombineerd met Gaussian Processes in de validatie- en testperiode zijn erg gelijkaardig.

6.6 Keuze tussen risicoprofielen

Nu rest nog de vraag welke strategie gecombineerd met welk profiel het meest aangeraaden zou zijn om te gebruiken in de praktijk. Het Black-Litterman model gecombineerd met Gaussian Processes presteert duidelijk het best. Voor het defensieve profiel zijn de verschillen met de andere profielen niet zo groot. We vergelijken de drie profielen voor

deze strategie. Figuur 6.17 toont de verdeling van de jaarlijkse netto rendementen voor deze drie profielen. Om deze figuur op te stellen wordt het gemiddelde maandelijkse rendement en de standaardafwijking van deze rendementen geannualiseerd. We nemen aan dat deze rendementen normaal verdeeld zijn, wat niet zo'n exacte benadering is gezien de boxplots weergegeven door Figuren 6.5, 6.6 en 6.7.



Figuur 6.17: Verdeling jaarlijks netto rendement Black-Litterman model met Gaussian Processes

Met behulp van deze gegevens kan ook worden gekeken naar hoe het profiel zou presteren in slechte omstandigheden. Tabel 6.4 toont het jaarlijkse rendement van de profielen voor het 5% percentiel. Ook deze ratio is belangrijk voor investeerders, op deze manier hebben zij meer inzicht in het 'worst case scenario'.

Profiel	5% percentiel
Defensief	2,75%
Gematigd	4,85%
Offensief	3,70%

Tabel 6.4: 5% percentiel per profiel van het netto jaarlijkse rendement per profiel. Deze cijfers worden berekend a.d.h.v. behaalde maandelijkse rendementen in de testperiode.

Op basis van deze gegevens, lijkt de keuze voor het gematigde beleggingsprofiel een te verdedigen beslissing. De hoogste Sharp ratio wordt ook behaald voor dit beleggingsprofiel. Het moet worden opgemerkt dat deze percentages zijn berekend op basis van slechts 24 tijdstappen. Een grotere testperiode, waarin verschillende 'beursklimaten' aan bod komen, zou moeten beschouwd worden om dit te verifiëren.

6.7 Opmerkingen bij de allocatie

Er zijn vier belangrijke opmerkingen die gemaakt moeten worden bij de manier hoe de allocatie wordt uitgevoerd in dit hoofdstuk.

- Er wordt geen rekening gehouden met vaste transactiekosten. Voor de particuliere belegger bedragen die al snel een kleine 10 euro per transactie. Elke maand worden er 12 koop- en verkooptransacties gedaan. Dit betekent dat de maandelijkse vaste kosten voor het toepassen van een actieve strategie, zoals voorgesteld in deze thesis, maandelijks rond de 120 euro liggen. Wat toch al een aanzienlijk bedrag is. Een kapitaal van enkele honderduizenden euro's is vereist om niet alle (potentiële) winst te zien opgaan aan vaste transactiekosten. Voor institutionele beleggers is dit geen probleem.
- Een mogelijk nog belangrijkere opmerking moet gedaan worden over het shorten. Voor sommige portfoliomanagers is niet toegestaan om grote shortposities in te nemen, vooral de meer offensievere belegger maakt hiervan gebruik. In deze thesis wordt het niet toegelaten om meer te lenen dan men bezit, meestal zal de restrictie nog strenger zijn.
- Ook shorten kost geld. Wanneer men short leent men eigenlijk een financieel product om het direct te verkopen. Men hoopt dat de prijs zakt zodat men het later kan terugkopen aan een goedkopere prijs om het dan terug te geven aan de ontlener. Voor het ontlenen wordt meestal een premie gevraagd, deze premie varieert van investering tot investering en is sterk afhankelijk van de vraag en het aanbod. Omdat deze premies zo variabel in de tijd zijn, wordt er geen rekening mee gehouden in deze thesis. Premies variëren van enkele tienden van een percent van de koers per jaar tot enkele tientallen percenten van de koers per jaar in de praktijk.
- Om de grote vaste en variabele kosten te verminderen, zou er kunnen gewerkt worden met futures en swaps i.p.v. de indexen/goud echt te kopen en verkopen. Dit idee wordt vermeld in het artikel van Dahlquist & Harvey (2001). Een future (of termijncontract) is een financieel contract tussen twee partijen die zich verbinden om op een bepaald tijdstip een bepaalde hoeveelheid van een product of financieel instrument te verhandelen tegen een vooraf bepaalde prijs. Men komt dus een transactie in de toekomst overeen ⁶. Een swap is een akkoord waarbij een partij een bepaalde kasstroom of risico wisselt tegen dat van een andere partij ⁷.

⁶Bron: <http://nl.wikipedia.org/wiki/Future> geraadpleegd op 23/05/'13

⁷Bron: [http://nl.wikipedia.org/wiki/Swap\(financieel\)](http://nl.wikipedia.org/wiki/Swap(financieel)) geraadpleegd op 23/05/'13

Beiden zijn derivaten of afgeleide financiële producten. Dit betekent dat ze hun waarde ontleen aan de prijs van een ander product.

Hoofdstuk 7

Conclusie en verdere uitwerking

Enkele belangrijke zaken kunnen geconcludeerd worden uit het werk dat verricht werd in deze thesis:

- Als we uitgaan van de testresultaten kan gesteld worden dat Gaussian Processes, als voorspellingsalgoritme voor maandelijkse rendementen van de beschouwde tijdreeksen, compatibel is met het Black-Litterman model. Goede rendementen worden behaald zonder een al te hoog risico.
- De voorspellingen met Gaussian Processes combineren een relatief hoge hitrate met een lage NMSE en zorgen op deze manier voor een meerwaarde in de allocatiemodellen. Uit de testperiode blijkt ook dat door het gebruik van deze voorspellingen net op momenten dat serieuze dalingen in de financiële markten plaatsvinden het negatieve effect op het rendement van de portfolio wordt beperkt. In sommige gevallen wordt er in die maanden zelfs winst gemaakt door short te gaan in de slecht presterende investeringsmogelijkheden.
- Er wordt aangetoond dat het Black-Litterman model betere prestaties levert dan het klassieke Markovitz model. Dit zowel inzake rendement, risico als transactiekosten.
- Ook wordt er aangetoond dat een niet-stationaire covariantiefunctie beter geschikt is dan een stationaire covariantiefunctie om deze financiële tijdreeksen te voorspellen.
- Het toevoegen van goud aan het beleggingsuniversum beschouwd in deze thesis was een goede keuze. Goud zorgt voor een betere diversifiëring, zeker in tijden van financiële crisis.

Hoewel de resultaten, zeker van de allocatie, tot tevredenheid stemmen, is er duidelijk nog ruimte voor verbetering:

- Er zou kunnen nagegaan worden hoe andere technieken uit het machinaal leren presteren voor de regressietaak. Een meer geavanceerd systeem kan dan de voorspellingen van verschillende algoritmes bundelen, op deze manier kan ook de onzekerheid over de voorspelling beter worden ingeschat.
- Ook het voorspellen met Gaussian Processes op zich kan nog verbeterd worden. Meer geavanceerde covariantiefuncties kunnen worden geïntroduceerd. Er kan een ook een oplossing gezocht worden voor de veranderende invloed van de determinanten in de tijd.
- Extra waardevolle determinanten kunnen worden toegevoegd, ook kunnen de determinanten op een andere manier worden voorverwerkt.
- Andere aspecten van het Black-Littermanmodel kunnen nog verbeterd worden, zoals bijvoorbeeld de manier hoe de historische covariantiematrix wordt opgesteld. Ook kunnen optimale waarden voor de strategische gewichten worden onderzocht.

Bibliografie

- I. S. Abdalla & V. Murinde (1997). Exchange rate and stock price interactions in emerging financial markets: evidence on india, korea, pakistan and the philippines. *Applied Financial Economics*, 7(1):25–35.
- M. Bahmani-Oskooee & A. Sohrabian (1992). Stock prices and the effective exchange rate of the dollar. *Applied Economics*, 24(4):459–464.
- S. L. Beach & A. G. Orlov (2007). An application of the black-litterman model with egarch-m-derived views for international portfolio management. *Financial Markets and Portfolio Management*, 21(2):147–166.
- W. Bessler, H. Opfer & D. Wolff (2012). Multi-asset portfolio optimization and out-of-sample performance: an evaluation of black-litterman, mean variance and naive diversification approaches. Beiträge zur Jahrestagung des Vereins für Socialpolitik 2012: Neue Wege und Herausforderungen für den Arbeitsmarkt des 21. Jahrhunderts - Session: Portfolios and Savings, No. E18-V3, <http://hdl.handle.net/10419/62020>.
- C. M. Bishop (2007). *Pattern recognition and machine learning*. Springer.
- F. Black & R. Litterman (1990). Asset allocation: Combining investor views with market equilibrium. goldman, sachs & co., fixed income research.
- S. Brahim-Belhouari & A. Bermak (2004). Gaussian processes for nonstationary time series prediction. *Computational statistics and data analysis*.
- J. Y. Campbell & R. J. Shiller (1988). Stock prices, earnings, and expected dividends. *The Journal of Finance*, 43(3):661–676.
- N. F. Chen, R. Roll & S. A. Ross (1986). Economic forces and the stock market. *Journal of Business*, 59:383–403.
- W.-J. P. Chiou, A. C. Lee & C.-C. A. Chang (2009). Do investors still benefit from international diversification with investment constraints? *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 49:448–483.

- M. Dahlquist & R. C. Harvey (2001). Global tactical asset allocation. Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=795376> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.795376>.
- C. Daskalaki & G. Skiadopoulos (2011). Should investors include commodities in their portfolios after all? new evidence. *Journal of Banking & Finance*, 35:2606–2626.
- I. De Witte (2012). Recordbedrag op belgische spaarboekjes. Artikel in Netto, wekelijks magazine van de Financieel Economische Tijd, uitgave van 8 oktober 2012.
- V. DeMiguel, L. Garlappi & R. Uppal (2000). Optimal versus naive diversification: How inefficient is the $1/n$ portfolio strategy? *Review of Financial Studies*, 22(5):1915–1953.
- B. Dierinck (2012). *Determinants of the gold price*. Masterthesis, Universiteit Gent.
- W. Drobetz (2001). How to avoid the pitfalls in portfolio optimization? putting the black-litterman model at work. *Financial markets and portfolio management*, 15(1):59–75.
- M. Ebden (2008). Gaussian processes for regression: a quick tutorial. <http://www.robots.ox.ac.uk/~mebden/reports/GPtutorial.pdf>.
- E. J. Elton, M. J. Gruber & J. Spitzer (2006). Improved estimates of correlation coefficients and their impact on optimum portfolios. *European financial management*, 12(3):293–483.
- T. M. Faber (2007). A quantitative approach to tactical asset allocation. *Journal of Wealth Management*. Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=962461>.
- F. J. Fabozzi, S. M. Focardi & P. N. Kolm (2006). Incorporating trading strategies in the black-litterman framework. *Journal of trading*, 1(2):28–37.
- E. F. Fama & K. R. French (1988). Dividend yields and expected stock returns. *Journal of Financial Economics*, 22(1):3–25.
- T. Flavin & M. Wickens (2003). Macroeconomic influences on optimal asset allocation. *Review of Financial Economics*, 12:207–231.
- M. Frömmel (2011). *Portfolios and Investments*. Books on demand.
- D. Ghosh, E. Levin, P. Macmillan & R. Wright (2004). Gold as an inflation hedge? *Studies in Economics and Finance*, 22(1):1–25.
- R. J. Hodrick (1992). Dividend yields and expected stock returns: alternative procedures for inference and measurement. *Review Financial Studies*, 5(3):357–386.

- T. Idzorek (2005). A step-by-step guide through the black-litterman model. *Chicago: Ibbotson Associates*, pp. 1–32.
- J. Iqbal, R. Brooks & U. Galagedera (2010). Testing conditional asset pricing models: An emerging market perspective. *Journal of International Money and Finance*, 29(5):897–918.
- R. Jensen, R. Johnson & J. Mercer (2000). Efficient use of commodity futures in diversified portfolios. *Journal of Futures Markets*, 20:489–506.
- A. V. D. Kooij & J. Meuleman (2006). Regularization with ridge penalties, the lasso and the elastic net for regression with optimal scaling transformations.
- W. Lee (2000). Advanced theory and methodology of tactical asset allocation. *New Hope: Frank J. Fabozzi Associates*, pp. 125–136.
- E. Levin & R. Wright (2006). Short run and long run determinants of the gold price. world gold council, london.
- H. Markovitz (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1):77–91.
- N. Miller & A. Ruszczyński (2008). Risk-adjusted probability measures in portfolio optimization with coherent measures of risk. *European Journal of Operational Research*, 191(1):193–206.
- N. Pantelis (2013). Koerskoorts. <http://www.iex.nl/Column/96661/Koerskoorts.aspx>.
- C. E. Rasmussen (2006). Gaussian processes in machine learning.
- C. E. Rasmussen & C. K. I. Williams (2006). *Gaussian Processes in machine learning*. The MIT Press. [Www.GaussianProcess.org/gpml](http://www.GaussianProcess.org/gpml).
- G. Schwert (1989). Why does stock market volatility change over time? *Journal of finance*, 44:1115–1153.
- G. Todd (2000). *Mean-Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets*. John Wiley & Sons.
- J. Walters (2010). The factor tau in the black-litterman model. Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1701467> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1701467>.

Lijst van figuren

1.1	Karakteristieken van de investeringsmogelijkheden: 12/1990 tot 11/2012 . . .	4
1.2	Karakteristieken van de investeringsmogelijkheden: 12/2007 tot 11/2012 . . .	5
2.1	Efficiënte en inefficiënte grens	8
2.2	Schematische voorstelling Black-Litterman model, gebaseerd op Idzorek (2005)	10
2.3	Schematische voorstelling van lange termijn visie in het Black-Litterman model, gebaseerd op Idzorek (2005)	11
2.4	Schematische voorstelling van korte termijn voorspelling in het Black-Litterman model, gebaseerd op Idzorek (2005)	13
2.5	Schematische voorstelling van combinatie en optimalisatie in het Black-Litterman model, gebaseerd op Idzorek (2005)	16
4.1	Voorbeeld regressietaak	26
4.2	Optimaliseren van de initiële parameters	32
4.3	Chronologie van de determinanten, allocatie en voorspellingen	33
4.4	Alternatieve chronologie van de determinanten, allocatie en voorspellingen . .	34
5.1	NMSE validatiefout per investeringsmogelijkheid bij variërende regularisatieparameter. Hoe lager deze fout, des te meer geschikt de waarde voor de regularisatieparameter	37
5.2	NMSE en MAPE test- en validatie resultaten standaard experiment, hoe lager deze score des te beter het resultaat	38
5.3	Test- en validatievoorspellingen voor de koers van staatsobligaties	39
5.4	Hitrate test- en validatie resultaten standaard experiment	40
5.5	Hitrate 2 test- en validatie resultaten standaard experiment	41
5.6	Relatieve invloed determinanten bij baseline voorspellingen van de aandelen opkomende markten	42
5.7	Voorbeeld testvoorspellingen van de aandelen opkomende markten	42
5.8	Distributies rendementen van de aandelen wereld index met schuivend venster van vijf jaar	43
5.9	Tijdsafhankelijke invloed van de determinanten. Verloop van de inverse lengteschaal bij training met een schuivend venster van 10 jaar. Er wordt geen relatie gevonden tussen pieken op de grafiek en het gedrag van de koers. . . .	44
5.10	Grafische voorstelling kruisvalidatie en trainen met data uit de toekomst . . .	45

5.11	Validatiefout per fold	46
5.12	Grafische voorstelling oplossing: kruisvalidatie en trainen met data uit de toekomst	47
5.13	NMSE en MAPE test- en validatie resultaten, hoe lager deze waarden, des te beter het resultaat.	47
5.14	Hitrate en hitrate 2 test-en validatie resultaten	48
5.15	Voorbeeld testvoorspellingen van het maandelijks rendement van goud . . .	48
5.16	NMSE en MAPE test- en validatie resultaten	49
5.17	Hitrate en hitrate 2 test-en validatie resultaten	49
5.18	Voorbeeld testvoorspellingen van de koers van de staatsobligaties	50
5.19	NMSE en MAPE test- en validatie resultaten	50
5.20	Hitrate en hitrate2 test-en validatie resultaten	51
5.21	Voorbeeld testvoorspellingen van het rendement van de bedrijfsobligaties . .	51
5.22	NMSE en MAPE test- en validatie resultaten, hoe lager de score des te beter het resultaat.	52
5.23	Hitrate test- en validatie resultaten	53
5.24	Hitrate 2 test- en validatie resultaten	53
5.25	Alternatieve chronologie van de determinanten, allocatie en voorspellingen . .	55
5.26	NMSE en MAPE test- en validatie resultaten	55
5.27	Hitrate test- en validatie resultaten	56
5.28	Hitrate 2 test- en validatie resultaten	56
6.1	Bruto cumulatieve rendement van de allocatiestrategieën en beleggersprofielen (BL: Black-Litterman / GP: Gaussian Processes / RR: Ridge regressie /B: Benchmark)	60
6.2	Turnover van de allocatiestrategieën en beleggersprofielen	61
6.3	Netto cumulatieve rendement van de allocatiestrategieën en beleggersprofielen	64
6.4	Sharpe ratio van de allocatiestrategieën en beleggersprofielen	65
6.5	Verdeling netto maandelijks rendementen defensief profiel	66
6.6	Verdeling netto maandelijks rendementen gematigd profiel	67
6.7	Verdeling netto maandelijks rendementen offensief profiel	68
6.8	Verdeling van het kapitaal van een defensieve belegger in de testperiode die het Black-Litterman model gebruikt. De invoer voor de korte termijnvoorspellingen wordt gegenereerd door Gaussian Processes. De eerste dag van elke maand wordt de portfolio geherbalanceerd.	71
6.9	Verdeling van het kapitaal van een gematigde belegger in de testperiode die het Black-Litterman model gebruikt. De invoer voor de korte termijnvoorspellingen wordt gegenereerd door Gaussian Processes.	72
6.10	Verdeling van het kapitaal van een offensieve belegger in de testperiode die het Black-Litterman model gebruikt. De invoer voor de korte termijnvoorspellingen wordt gegenereerd door Gaussian Processes.	73
6.11	Verdeling van het kapitaal van belegger in de testperiode die 1/N model gebruikt.	74

6.12 NMSE en MAPE test- en validatie resultaten, hoe lager deze scores, des te beter de resultaten	75
6.13 Hitrate test- en validatie resultaten, hoe hoger deze scores, des te beter het resultaat.	75
6.14 Hitrate 2 test- en validatie resultaten	76
6.15 Relatief koersverloop investeringsmogelijkheden en variantie bij de validatie- en testvoorspellingen met Gaussian Processes. De verticale zwarte streep geeft de start van de testperiode aan. De zwarte ellipsen geven de start van de financiële crisis in 2008 aan. Een logaritmische verticale as wordt gebruikt bij de onderste grafiek.	78
6.16 Vergelijking van het netto jaarlijkse cumulatief rendement in de validatie- en test periode	79
6.17 Verdeling jaarlijks netto rendement Black-Litterman model met Gaussian Processes	80

Lijst van tabellen

1.1	Sharpe ratio per investeringsmogelijkheid: 12/1990 tot 11/2012	4
1.2	Sharpe ratio per investeringsmogelijkheid: 12/2007 tot 11/2012	5
2.1	Strategische gewichten per risicoprofiel in procenten	12
3.1	Determinanten gerelateerd aan de inflatie	18
4.1	Train-, validatie- en testset	30
5.1	Benchmarks maandelijkse voorspellingen	35
5.2	NMSE test- en validatieresultaten voor het standaard experiment met Gaussian Processes(GP) en Ridge regressie (RR)	39
5.3	Overzicht van de vier experimenten	52
5.4	Geselecteerde maandelijkse voorspellingen	54
6.1	Allocatiestrategieën	58
6.2	Vergelijking met 'buy-and-hold' strategieën	69
6.3	Vergelijking met enkele bestaande fondsen	70
6.4	5% percentiel per profiel van het netto jaarlijkse rendement per profiel. Deze cijfers worden berekend a.d.h.v. behaalde maandelijkse rendementen in de testperiode.	80

