Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Факультет: Институт информационных технологий, математики и механики

Кафедра: Прикладная математика

Отчёт по научно-исследовательской практике

Тема:

Осциллограмма движения для многопоршневого механизма

Выполнил студент:

Алексеев Данила Андреевич

Группа: 3821Б1ФИ1

Научный руководитель:

Доцент

Никифорова Ирина Владимировна

Нижний Новгород, 2024 г.

Содержание

1 Введение

В современных инженерных и технических решениях широко используются механизмы, подверженные воздействию виброударных нагрузок. Эти нагрузки могут возникнуть как в результате внешних факторов, так и в процессе работы механизмов. Виброударные явления могут оказывать значительное воздействие на долговечность, надежность и эффективность механизмов, а также являются важным аспектом в области безопасности.

Данное исследование направлено на анализ и понимание динамических характеристик виброударных механизмов с целью оптимизации их конструкции, повышения стойкости к нагрузкам и снижения рисков возникновения аварийных ситуаций.

2 Постановка задачи

В рамках данного исследования будет разработана программа, предназначенная для визуализации влияния различных параметров виброударного механизма на показатели системы при его работе на многопоршневом механизме. Основное внимание будет уделено количеству поршней в механизме, рассматриваемому как ключевой параметр, определяющий его характеристики.

Целью исследования является анализ воздействия количества поршней на динамические свойства механизмов, а также создание программных инструментов для визуализации этой зависимости в виде осциллограмы. Полученные результаты и визуализации смогут быть использованы для оптимизации конструкции виброударных механизмов и принятия соответствующих решений в процессе их проектирования.

3 Математическая модель

Рассматриваемый механизм (рис. 1) состоит из корпуса, внутри которого расположен эксцентриковый вал с маховиками на концах. На этом валу установлены эксцентриковые механизмы, каждый из которых состоит из двух эксцентриков, вставленных друг в друга с возможностью изменения положения шайб, что позволяет регулировать величины эксцентриситетов r_i и сдвигов по фазам φ_i между ними ($i = 1, 2, 3, ..., N$). На свободных концах шатунов установлены шарнирно поршни-ударники. Эксцентриковые механизмы вместе с шатунами и поршнями-ударниками преобразуют вращательное движение вала с постоянной циклической частотой вращения маховика ω в возвратно-поступательное движение корпуса относительно стоек. ПУ расположены один внутри другого и ударяются каждый по своей наковальне высоты h_i.

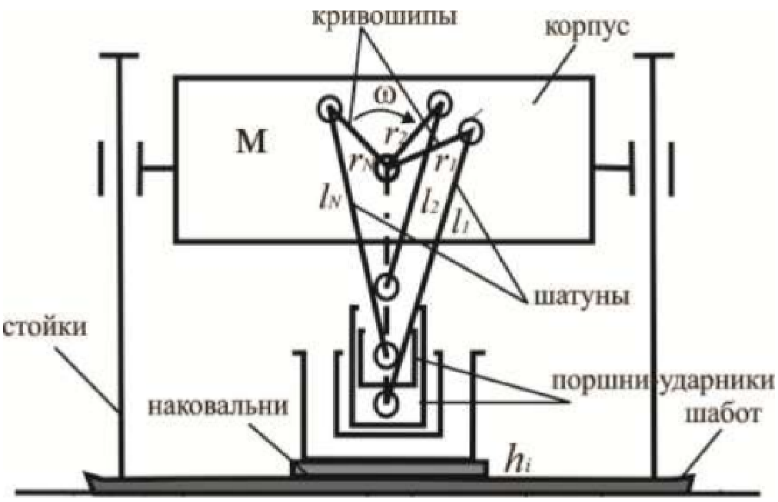

Рис. 1: Схема ударно-вибрационного механизма с кривошипношатунным возбудителем колебаний.

3.1 Размерный вид

Колебания корпуса совершаются относительно того механизма, сумма проекций геометрических размеров на вертикальную ось которого в данный момент наибольшая. Удар о наковальню одновременно одного или нескольких ПУ происходит либо при смене взаимодействующих с наковальней ПУ, либо после отрыва корпуса вместе с эксцентриковыми механизмами.

Пренебрегая массами ПУ, шатунов и кривошипов, уравнение свободного движения системы при $y_{pi} > 0$ может быть записано в виде

$$M\frac{d^2y}{dt^2} = -Mg$$

y - координата центра масс корпуса, отсчитываемая от наковальни, y_{pi} - величины, характеризующие отклонение оснований i - ого ПУ, g - ускорение силы тяжести.

При соприкосновении одного из ПУ с наковальней $y_{pi} = 0$ происходит мгновенное ударное взаимодействие, такое, что если $\dot{y}_{pi}^-$ и $\dot{y}_{pi}^+$ скорости i-го ПУ непосредственно до и после ударного взаимодействия соответственно, то

$$\dot{y}_{pi}^{+} = -R\dot{y}_{pi}^{-}$$

Положение эксцентриситетов длиной r_i будем измерять углами $\omega t - \varphi$ отсчитываемые от вертикальной оси (рис. 2). Тогда можно вывести соотношение:

$$y_{pi} = y - s_i + r_i \cos(\omega t - \varphi_i) - \sqrt{l_i^2 - r_i^2 \cos(\omega t - \varphi_i)}$$

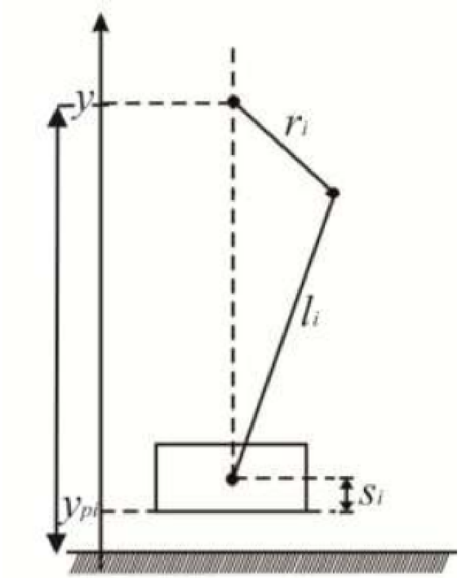

Рис. 2: Геометрическая схема.

Получаем уравнения движения механизма в размерном виде:

$$\begin{cases} \begin{cases} y_{pi} > 0 \\ M\frac{d^2y}{dt^2} = -Mg \end{cases} \\ \begin{cases} y_{pi} = 0 \\ \dot{y}_{pi}^{+} = -R\dot{y}_{pi}^{-} \end{cases} \\ y_{pi} = y - s_i + r_i \cos(\omega t - \varphi_i) - \sqrt{l_i^2 - r_i^2 \cos(\omega t - \varphi_i)} \end{cases} \qquad (1)$$

С учётом условия $r_i << l, l_i \approx l$ последнее уравнение будет:

$$y_{pi} = y - s_i + r_i \cos(\omega t - \varphi_i) - l$$

3.2 Безразмерный вид

Перейдём к безразмерным: времени $\tau = \omega t$, координате $x = (y - s_i - l)/l$ центра вращения корпуса, параметрам $\mu = r_1/l, \quad \gamma_i = r_i/r_1, \quad \varepsilon_i = (s_i - s_2)/l$, $p = g/\omega^2 l$. А также введя в рассмотрение функции $f_i(\tau) = \varepsilon_i - \mu\gamma_i \cos(\tau - \varphi_i)$, приходим к уравнениям, описывающим ударно-колебательные движения механизма в виде

$$
\begin{cases}
\frac{d^2x}{d\tau^2} = -p, & x > f(\tau) \\
\frac{dx}{d\tau}|_+ = -R\frac{dx}{d\tau}|_- + (1+R)\frac{df(\tau)}{d\tau}, & x = f(\tau), \quad \dot{x} - \frac{df}{d\tau} < 0
\end{cases}
\tag{2}
$$

$$
f(\tau) = \max\{f_1(\tau), f_2(\tau), ..., f_N(\tau)\}, \quad f_i(\tau) = \mathcal{E}_i - \mu\gamma_i \cos(\tau - \varphi_i) \tag{3}
$$

4 Теоретическая часть программы

Программа написана на языке C++. Для графического интерфейса и отображения графика используется фреймворк qt.

Для построения осциллограммы движения на основе системы (2) используется метод Рунге-Кутты четвертого порядка.

Описание метода Рунге-Кутты:

Метод Рунге-Кутты четвертого порядка предполагает вычисление новых значений функции в следующей точке через линейную комбинацию оценок (коэффициентов), полученных в нескольких промежуточных точках. Процесс расчета включает следующие шаги:

1. Выбор начальных условий $\tau_0, x_0, \dot{x}_0$
2. Вычисление промежуточных коэффициентов

   Разложим ДУ второго порядка на систему урфвнений первого порядка. Тогда $g(\tau)$ - функция производной $dx/d\tau$, $\quad f(\dot{x})$ - функция производной $d^2x/d\tau^2$

   Для каждого шага вычисляются четыре коэффициента k и l, которые учитывают значения функции и её производных в разных точках внутри текущего шага:

$$\begin{aligned}
k_1 &= \Delta\tau \cdot f(\dot{x}_n) \\
l_1 &= \Delta\tau \cdot g(\tau_n) \\
k_2 &= \Delta\tau \cdot f(\dot{x}_n + \frac{l_1}{2}) \\
l_2 &= \Delta\tau \cdot g(\tau_n + \frac{\Delta\tau}{2}) \\
k_3 &= \Delta\tau \cdot f(\dot{x}_n + \frac{l_2}{2}) \\
l_3 &= \Delta\tau \cdot g(\tau_n + \frac{\Delta\tau}{2}) \\
k_4 &= \Delta\tau \cdot f(\dot{x}_n + l_3) \\
l_4 &= \Delta\tau \cdot g(\tau_n + \Delta\tau)
\end{aligned}$$

   Здесь $\Delta\tau$ - шаг интегрирования.

3. Обновление значений функции

   Новые значения x и $\dot{x}$ вычисляются как средневзвешенные суммы промежуточных коэффициентов:

$$\begin{aligned}
x_{n+1} &= x_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \\
\dot{x}_{n+1} &= \dot{x}_n + \frac{1}{6}(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4)
\end{aligned}$$

   Здесь x_n и $\dot{x}_n$ - значения функции и её производной на текущем шаге, а x_{n+1} и $\dot{x}_{n+1}$ - значения на следующем шаге.

   Так же переходим к следующему шагу: $\tau_{n+1} = \tau_n + \Delta\tau$ и повторяем шаги 2 и 3.

В нашем случае нужно ещё учесть ударное взаимодействие с поверхностью $f(\tau)$ (3). Поэтому на каждой итерации добавляем проверку $x = f(\tau)$ и если условие выполняется, домножаем $\dot{x}$ на $-R$.