МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Липецкий государственный технический университет

Факультет автоматизации и информатики

Домашняя работа №3

по математическому программированию

Студент Станиславчук С. М.

Группа АС-21-1

Руководитель Качановский Ю. П.

Липецк 2023 г.

Содержание

1. Задание

Вариант: 3

Пусть x_1 = x, x_2 = y. Тогда:

f(x) = x^3-3xy+y^3

Классический метод,

min, max, saddle - ?

2. Решение

Чтобы найти критические точки функции f(x,y)=x^3-3xy+y^3, нам нужно найти её частные производные по x и y и приравнять их к нулю:

df/dx = 3x^2 – 3y = 0

df/dy = -3x+3y^2 = 0

Решая эту систему уравнений, получим:

(x_1, y_1) = (0, 0)

(x_2, y_2) = (1, 1)

Теперь у нас есть две критические точки (0, 0) и (1, 1)

Чтобы определить являются ли они точками минимума, максимума или седловыми точками, нужно использовать критерий второго порядка (матрица Гессе)

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\mathrm{d}^2 f}{dx\text{^}2} & \frac{d^2 f}{dxdy} \\ \frac{d^2 f}{dydx} & \frac{\mathrm{d}^2 f}{dy\text{^}2} \end{bmatrix}$$

Вторые частные производные:

$$\frac{\mathrm{d}^2 f}{dx^\wedge 2} = 6x$$

$$\frac{d^{2f}}{dydx} = 6y$$

$$\frac{d^{2f}}{dxdy} = -3$$

Для точки (1, 1) => H (1, 1) = $\begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}$

Определитель матрицы:

$$D = \frac{\mathrm{d}^2 f}{dx^\wedge 2} * \frac{\mathrm{d}^2 f}{dy^2} - \left(\frac{\mathrm{d}^2 f}{dxdy}\right)^2 = 6 * 6 - (-3)^2 = 27 > 0$$

Так как D > 0 и $\frac{\mathrm{d}^2 f}{dx^\wedge 2} > 0$, то это точка минимума.

Для точки (0, 0) => H (0, 0) = $\begin{bmatrix} 0 & -3 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$

Определитель матрицы:

$$D = \frac{\mathrm{d}^2 f}{dx^\wedge 2} * \frac{\mathrm{d}^2 f}{dy^2} - \left(\frac{\mathrm{d}^2 f}{dxdy}\right)^2 = 0 * 0 - (-3)^2 = -9 < 0$$

Так как $\mathrm{D} < 0$, то это однозначно седловая точка

3. Ответ:
точка (0, 0) – седловая
точка (1, 1) – точка минимума