МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Липецкий государственный технический университет

Факультет автоматизации и информатики

Домашняя работа №2

по математическому программированию

Студент Станиславчук С. М.

Группа АС-21-1

Руководитель Качановский Ю. П.

Липецк 2023 г.

Содержание

1. Задание

Вариант: 5

f(x) = x^4-14x^3+60x^2-70x,

[4, 8]

метод половинного деления

2. Теория

Метод деления пополам (бисекция) - это один из численных методов для нахождения приближенных корней уравнения (в случае с точкой минимума нужно найти производную этой функции). Он основан на принципе промежуточных значений и предполагает, что функция, которую мы рассматриваем, является непрерывной на заданном интервале.

Инициализация: На вход методу подается начальный интервал [a, b], на котором мы предполагаем наличие точки минимума. Этот интервал должен быть выбран так, чтобы значения функции на его концах имели разные знаки (т.е., f(a) * f(b) < 0).

Итерации: Метод деления пополам разбивает текущий интервал [a, b] на две равные части, найдет середину интервала c = (a + b) / 2, и вычислит значение функции f(c).

Выбор нового интервала: После вычисления f(c), сравнивается знак f(c) с знаками f(a) и f(b). Если f(c) имеет тот же знак, что и f(a), то корень уравнения находится в правой половине интервала [c, b], и a обновляется на c. В противном случае, корень находится в левой половине интервала [a, c], и b обновляется на c.

Повторение итерации: Процесс бисекции повторяется до тех пор, пока ширина интервала (b - a) не станет достаточно мала (меньше заданной точности) или пока не будет достигнуто максимальное количество итераций.

Возвращение результата: По завершении итераций, метод возвращает середину последнего интервала (a + b) / 2 в качестве приближенного корня уравнения.

3. Решение

Для поиска точек минимума функции с использованием метода бисекции сначала определим нашу функцию f(x):

```
def f(x):
    return x**4 - 14*x**3 + 60*x**2 - 70*x
```

И её производную:

```
def f_prime(x):
    return 4*x**3 - 42*x**2 + 120*x - 70
```

Теперь мы можем использовать метод половинного деления для нахождения точки минимума функции на заданном интервале.

```
def find_minimum_bisection_derivative(a, b, tol=1e-5, max_iter=100):

    iteration = 0

    while (b - a) / 2 > tol and iteration < max_iter:

        mid = (a + b) / 2

        if f_prime(mid) == 0:

            return mid

        if f_prime(a) * f_prime(mid) < 0:

            b = mid

        else:

            a = mid

        iteration += 1

        print(f"Iteration {iteration}: x = {mid}, f'(x) = {f_prime(mid)}")

    return (a + b) / 2
```

Определим границы нашего интервала и вычислим на нем точку минимума (применим нашу функцию):

```
a = 4

b = 8


minimum = find_minimum_bisection_derivative(a, b)
```

Результат программы при толерантности = 1e^(-5):

```
Iteration 1: x = 6.00000000, f(x) = 12.00000000, f'(x) = 2.00000000
Iteration 2: x = 5.00000000, f(x) = 25.00000000, f'(x) = -20.00000000
Iteration 3: x = 5.50000000, f(x) = 15.81250000, f'(x) = -15.00000000
Iteration 4: x = 5.75000000, f(x) = 12.84765625, f'(x) = -8.18750000
Iteration 5: x = 5.87500000, f(x) = 12.10571289, f'(x) = -3.53906250
Iteration 6: x = 5.93750000, f(x) = 11.96632385, f'(x) = -0.88378906
Iteration 7: x = 5.96875000, f(x) = 11.96063328, f'(x) = 0.52917480
Iteration 8: x = 5.95312500, f(x) = 11.95795923, f'(x) = -0.18449402
Iteration 9: x = 5.96093750, f(x) = 11.95790238, f'(x) = 0.17053795
Iteration 10: x = 5.95703125, f(x) = 11.95758409, f'(x) = -0.00742793
Iteration 11: x = 5.95898438, f(x) = 11.95765634, f'(x) = 0.08144245
Iteration 12: x = 5.95800781, f(x) = 11.95759852, f'(x) = 0.03697913
Iteration 13: x = 5.95751953, f(x) = 11.95758589, f'(x) = 0.01476857
Iteration 14: x = 5.95727539, f(x) = 11.95758364, f'(x) = 0.00366856
Iteration 15: x = 5.95715332, f(x) = 11.95758353, f'(x) = -0.00188012
Iteration 16: x = 5.95721436, f(x) = 11.95758350, f'(x) = 0.00089411
Iteration 17: x = 5.95718384, f(x) = 11.95758349, f'(x) = -0.00049304
Iteration 18: x = 5.95719910, f(x) = 11.95758349, f'(x) = 0.00020053
Минимум функции на интервале [4, 8] найден в точке x = 5.957191467285156
Значение функции в этой точке: f(5.957191467285156) = 11.957583487710963
>
```

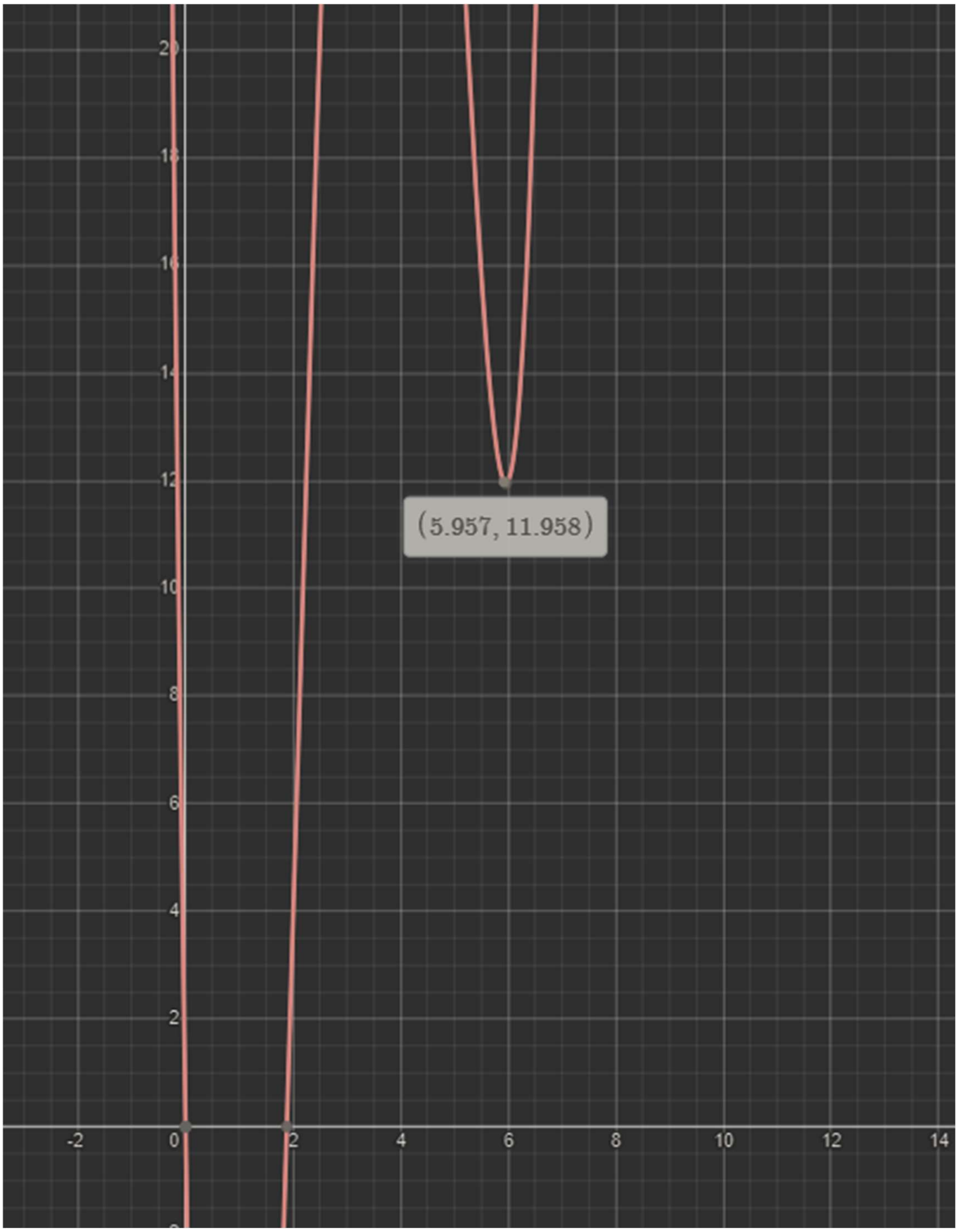

Рисунок 1. График функции y = x^{4}-14x^{3}+60x^{2}-70x

Как видно из графика, результаты программы сошлись с реальными. Действительно, округлив, получим значение точки минимума: 5.957 при значении функции 11.958

4. Ответ: минимум функции на интервале [4, 8] найден в точке x = 5.9571914672 методом бисекции.