МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Липецкий государственный технический университет

Факультет автоматизации и информатики

Домашняя работа №2

по математическому программированию

Студент Станиславчук С. М.

Группа АС-21-1

Руководитель Качановский Ю. П.

Липецк 2023 г.

Содержание

1. Задание

Вариант: 5

f(x) = x^4-14x^3+60x^2-70x,

[4, 8]

метод половинного деления

2. Теория

Метод деления пополам (бисекция) - это один из численных методов для нахождения приближенных корней уравнения (в случае с точкой минимума нужно найти производную этой функции). Он основан на принципе промежуточных значений и предполагает, что функция, которую мы рассматриваем, является непрерывной на заданном интервале.

Инициализация: На вход методу подается начальный интервал [a, b], на котором мы предполагаем наличие точки минимума. Этот интервал должен быть выбран так, чтобы значения функции на его концах имели разные знаки (т.е., f(a) * f(b) < 0).

Итерации: Метод деления пополам разбивает текущий интервал [a, b] на две равные части, найдет середину интервала c = (a + b) / 2, и вычислит значение функции f(c).

Выбор нового интервала: После вычисления f(c), сравнивается знак f(c) с знаками f(a) и f(b). Если f(c) имеет тот же знак, что и f(a), то корень уравнения находится в правой половине интервала [c, b], и a обновляется на c. В противном случае, корень находится в левой половине интервала [a, c], и b обновляется на c.

Повторение итерации: Процесс бисекции повторяется до тех пор, пока ширина интервала (b - a) не станет достаточно мала (меньше заданной точности) или пока не будет достигнуто максимальное количество итераций.

Возвращение результата: По завершении итераций, метод возвращает середину последнего интервала (a + b) / 2 в качестве приближенного корня уравнения.

3. Решение

Для поиска точек минимума функции с использованием метода бисекции сначала определим нашу функцию f(x):

```
def f(x):
    return x**4 - 14*x**3 + 60*x**2 - 70*x
```

Теперь мы можем использовать метод половинного деления для нахождения точки минимума функции на заданном интервале :

```
def find_minimum_bisection_derivative(a, b, tol=1e-5):

    iteration = 0

    while (b - a) / 2 > tol:

        mid = (a + b) / 2

        if f(mid) == 0:

            return mid

        if f(a) < f(b) and f(mid) < f(b): # <-- Раньше тут было другое условие, из-за этого ответ
#с производной функции сходился, но не с исходной.

            b = mid

        else:

            a = mid

        iteration += 1

        print(f"Iteration {iteration}: x = {mid:.6f}, f'(x) = {f(mid):.6f}")


    minimum_x = (a + b) / 2

    return minimum_x
```

Определим границы нашего интервала и вычислим на нем точку минимума (применим нашу функцию):

```
a = 4

b = 8


minimum = find_minimum_bisection_derivative(a, b)
```

Результат программы при толерантности = 1e^(-6):

```
Iteration 1: x = 6.000000, f'(x) = 12.000000
Iteration 2: x = 5.000000, f'(x) = 25.000000
Iteration 3: x = 5.500000, f'(x) = 15.812500
Iteration 4: x = 5.750000, f'(x) = 12.847656
Iteration 5: x = 5.875000, f'(x) = 12.105713
Iteration 6: x = 5.937500, f'(x) = 11.966324
Iteration 7: x = 5.968750, f'(x) = 11.960633
Iteration 8: x = 5.953125, f'(x) = 11.957959
Iteration 9: x = 5.960938, f'(x) = 11.957902
Iteration 10: x = 5.957031, f'(x) = 11.957584
Iteration 11: x = 5.958984, f'(x) = 11.957656
Iteration 12: x = 5.958008, f'(x) = 11.957599
Iteration 13: x = 5.957520, f'(x) = 11.957586
Iteration 14: x = 5.957275, f'(x) = 11.957584
Iteration 15: x = 5.957153, f'(x) = 11.957584
Iteration 16: x = 5.957214, f'(x) = 11.957583
Iteration 17: x = 5.957184, f'(x) = 11.957583
Iteration 18: x = 5.957199, f'(x) = 11.957583
Local minimum [4.0, 8.0]: x = 5.957191
Func value in that point: 11.957583
>
```

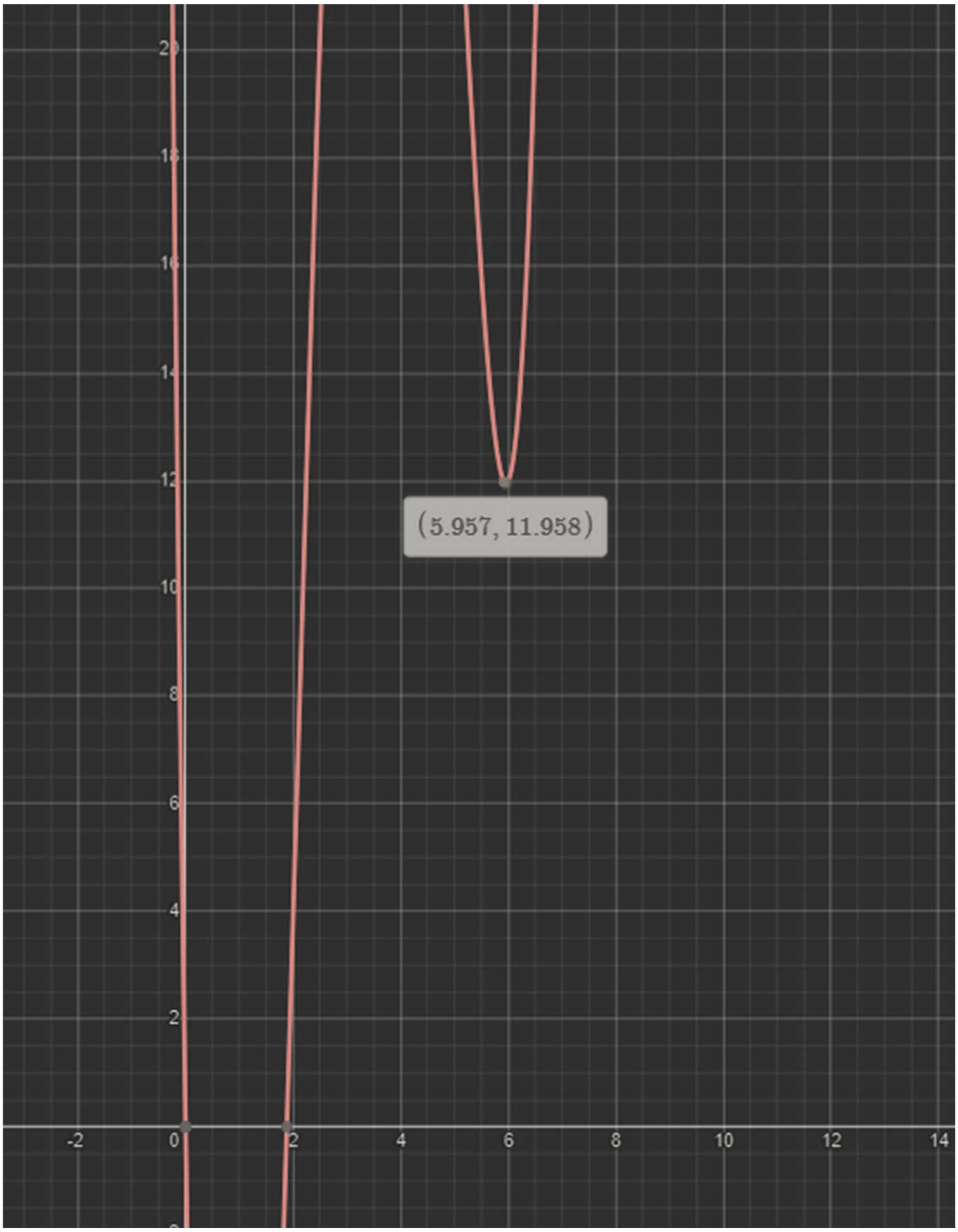

Рисунок 1. График функции y = x^{4}-14x^{3}+60x^{2}-70x

(сайт Desmos.com)

Как видно из графика, результаты программы сошлись с реальными. Действительно, округлив, получим значение точки минимума: 5.957 при значении функции 11.958. Это и будет наш локальный минимум на интервале [4:8].

4. Ответ: минимум исходной функции на интервале [4, 8] найден в точке x = 5.957191 методом бисекции.