

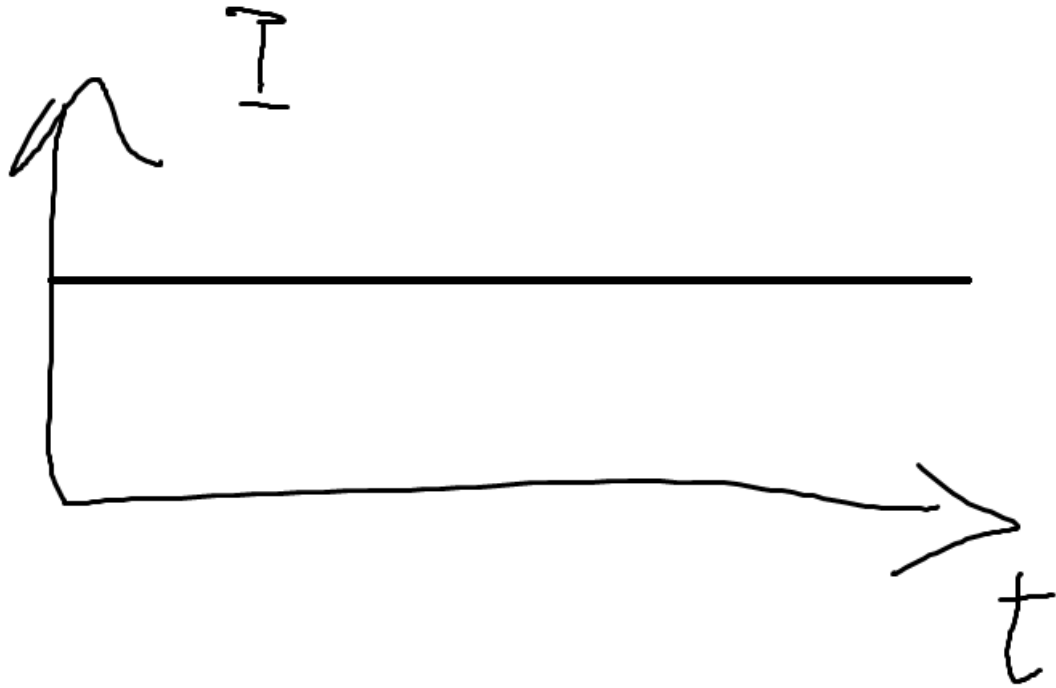
Электрические цепи постоянного тока.

Электрический ток. Напряжение. Потенциал

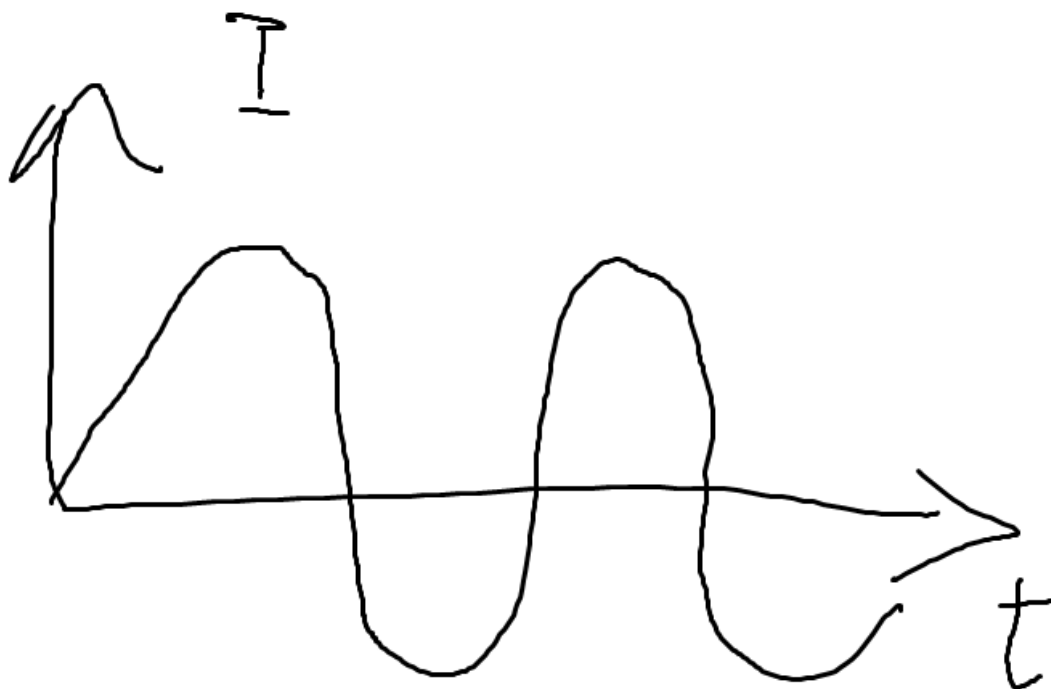
Электрический ток – это направленное упорядоченное движение заряженных частиц.

Постоянный и переменный токи.

Постоянный – $I = q/t$



Переменный – $I(t) = dq/dt$



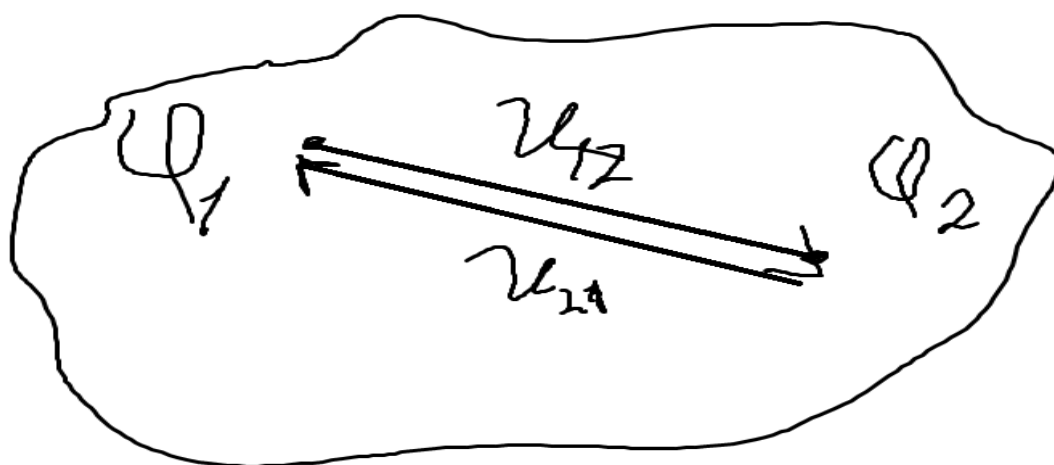
Возьмем провод, представим, что за t времени проходит эл заряд. В совокупности получается I

Эл ток в проводниках может перемещаться под действием сил эл поля

Одной из характеристик эл поля – электрический потенциал.

Эл потенциал численно равен работе по перемещению единичного заряда из текущей точки в точку, потенциал которой принят за нулевой.

За нулевой потенциал принимают потенциал поверхности Земли



$$U_{12} = -U_{21}$$

Потенциал Φ и напряжение U измеряются в вольтах [В].

За положительное направление для тока и напряжения приняты направления от точки с большим потенциалом к точке с меньшим.

Отрицательные токи и отрицательные напряжения – норм, ты просто неправильно выбрал направление.

Элементы электрических цепей.

Эл цепь – совокупность устройств, предназначенных для получения, передачи, распределения электроэнергии, если протекающие в этих устройствах процессы могут быть описаны с помощью понятий об ЭДС $[E]$, напряжении $[U]$ и токе.

Цепь – потребители и генераторы [Источник тока и источник ЭДС]

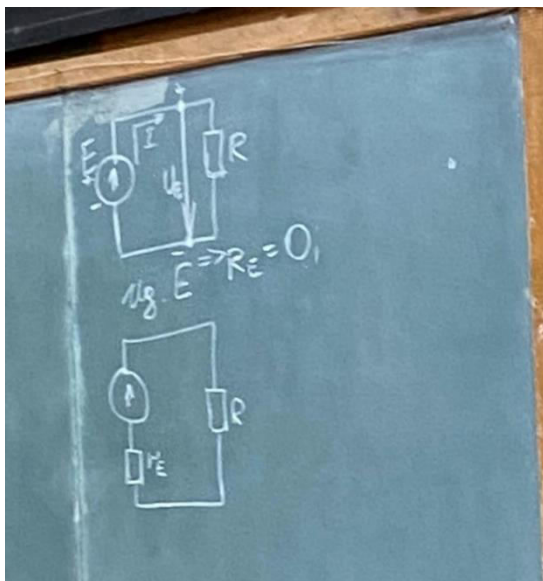
Источники:

ЭДС – сила, принудительно заставляющая двигать ток от Φ_1 до Φ_2 ($\Phi_2 > \Phi_1$)

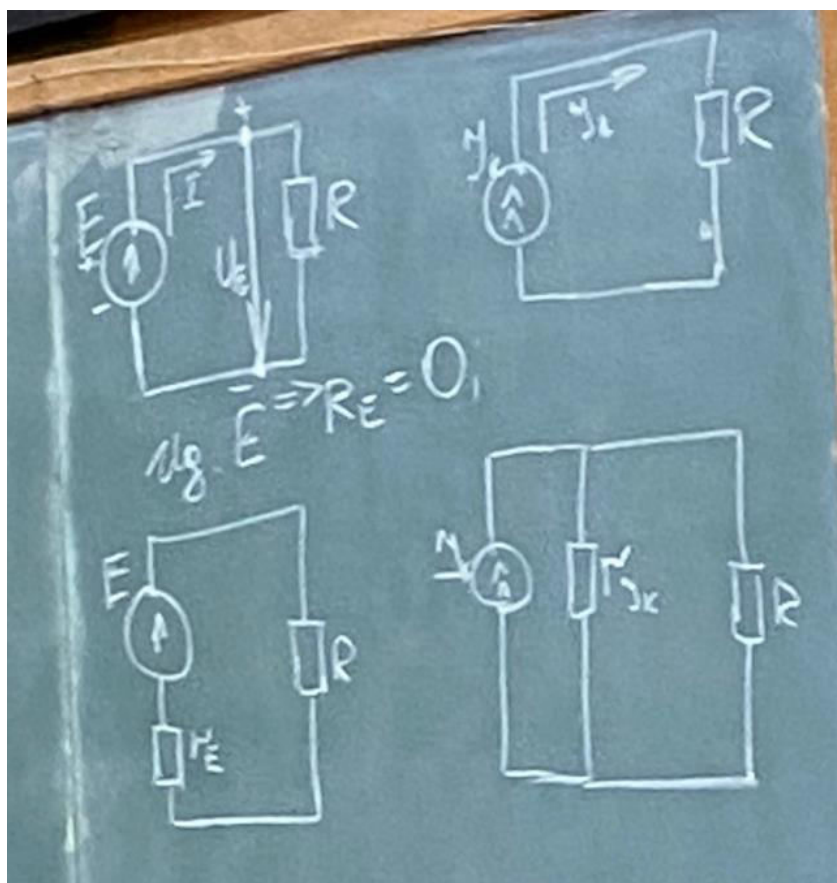
Численно равна работе совершаемой силой стороннего поля на перемещение единичного заряда внутри источника от точки с меньшим потенциалом к точке с большим.

Источник ЭДС можно разделить на реальные и идеальные:

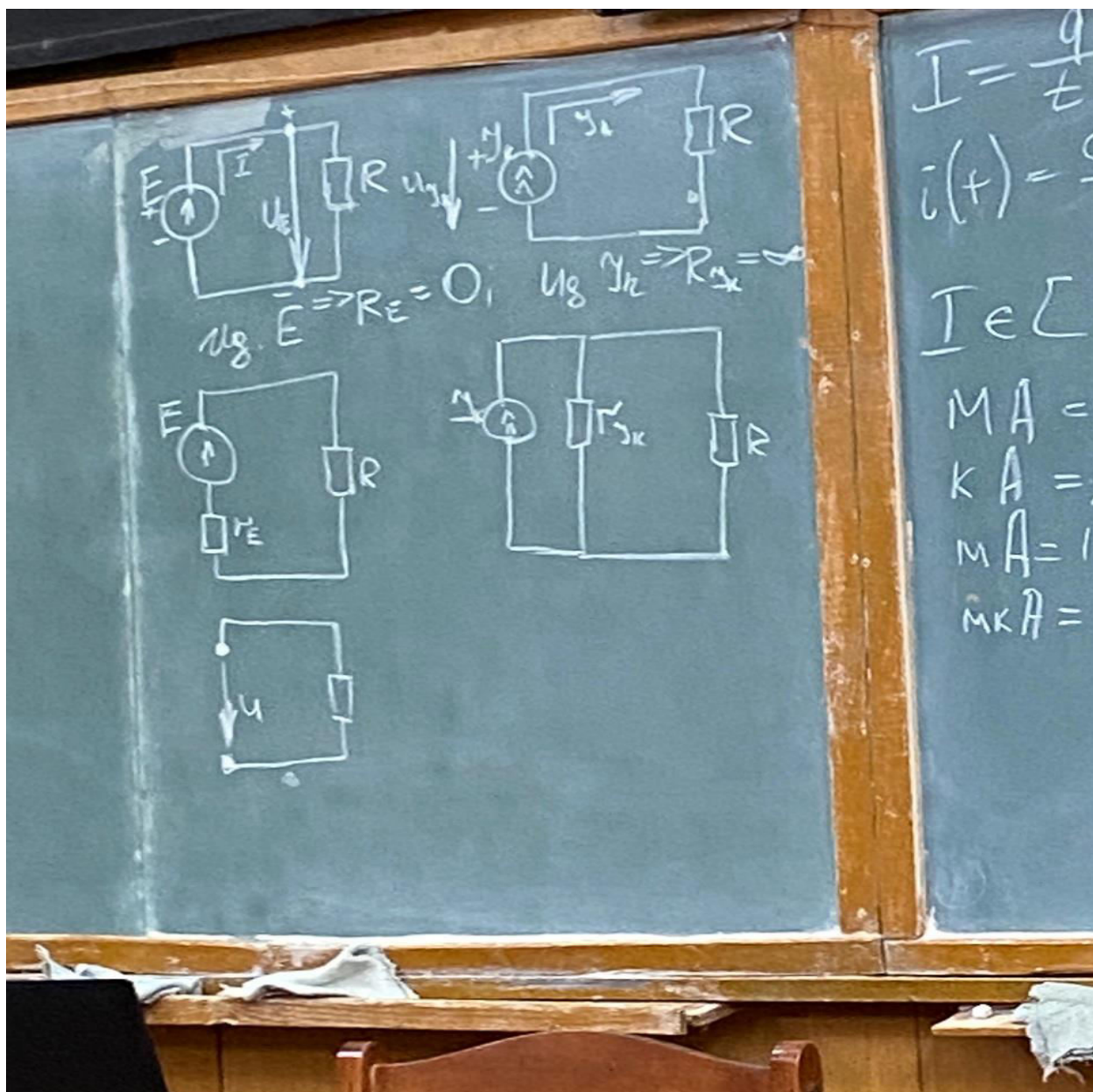
ЭДС – это такой источник, в котором напряжение на его зажимах не изменяется в следствии различных факторов.



Источник тока – это такой источник, у которого ток не зависит от напряжения на его зажимах



Положительное направление напряжения на источнике тока всегда противоположно направлению источника тока.



Резистор – элемент эл цепи, который моделирует сопротивление различных устройств, находящихся в цепи.

Резистор – такой элемент эл цепи, который необратимо преобразует электрическую энергию в тепловую.

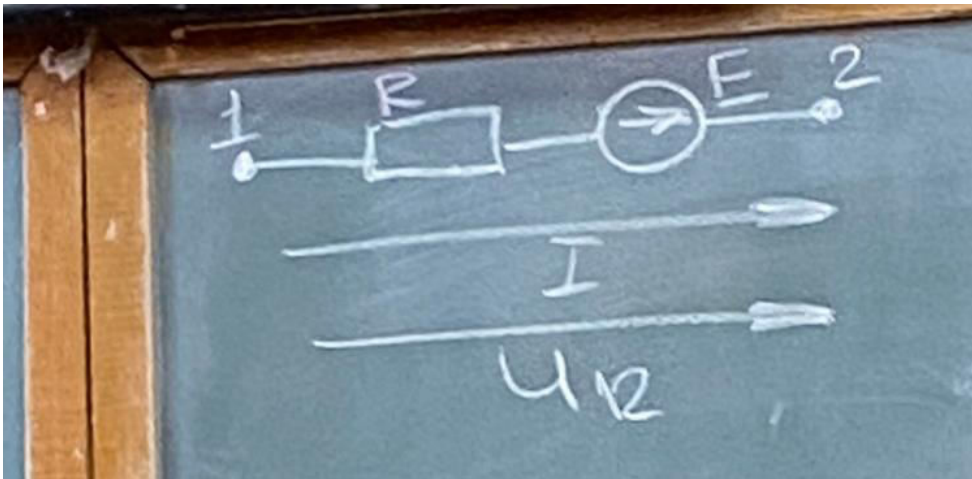
Чем больше удельное сопротивление металлов от этого зависит где можно держать проводники, т.к. чем больше нагревание, тем больше старение -> разрушение.

Закон Ома

$I = U/R$ – это 7й класс.

Обобщенный закон Ома:

$$I = (U_{12} \pm \text{Sum}(E)) / R_{\text{экв}}$$



где U_{12} – согласованное с током напряжение между зажимами участка

$\sum(E)$ – сумма ЭДС на участке.

При этом ЭДС войдет в выражение со знаком "+", если её направление совпадает с направлением тока, со знаком "-" – иначе.

$R_{\text{экв}}$ (эквивалентное) рассматриваемого участка.

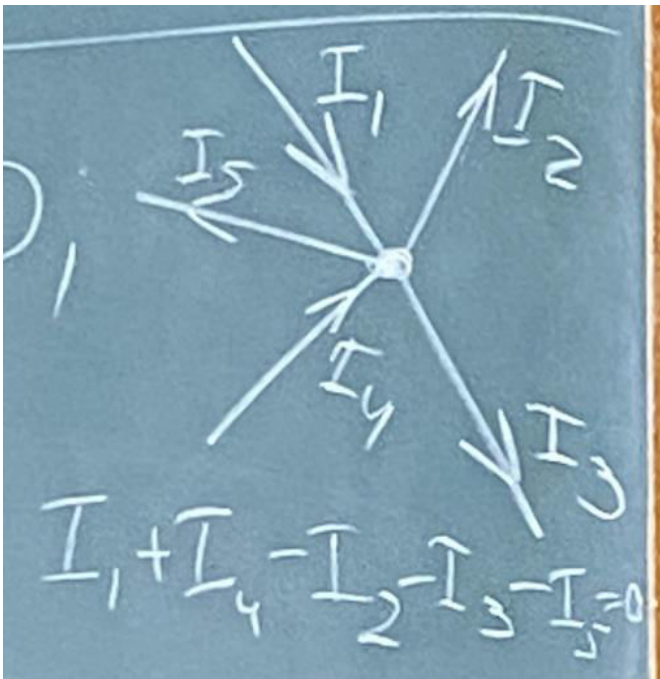
Законы Кирхгофа

Первый закон Кирхгофа: алгебраическая сумма токов, сходящихся в любом узле эл цепи, равна 0.

Математическая запись:

$$\sum(I_n) = 0$$

Узел – место соединения 3х и более ветвей.



$$I_1 + I_4 - I_2 - I_3 - I_5 = 0$$

Второй закон Кирхгофа:

В любом замкнутом контуре электрической цепи алгебраическая сумма падений напряжений равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в этом контуре.

Ветвь – соединение 2х и более узлов.

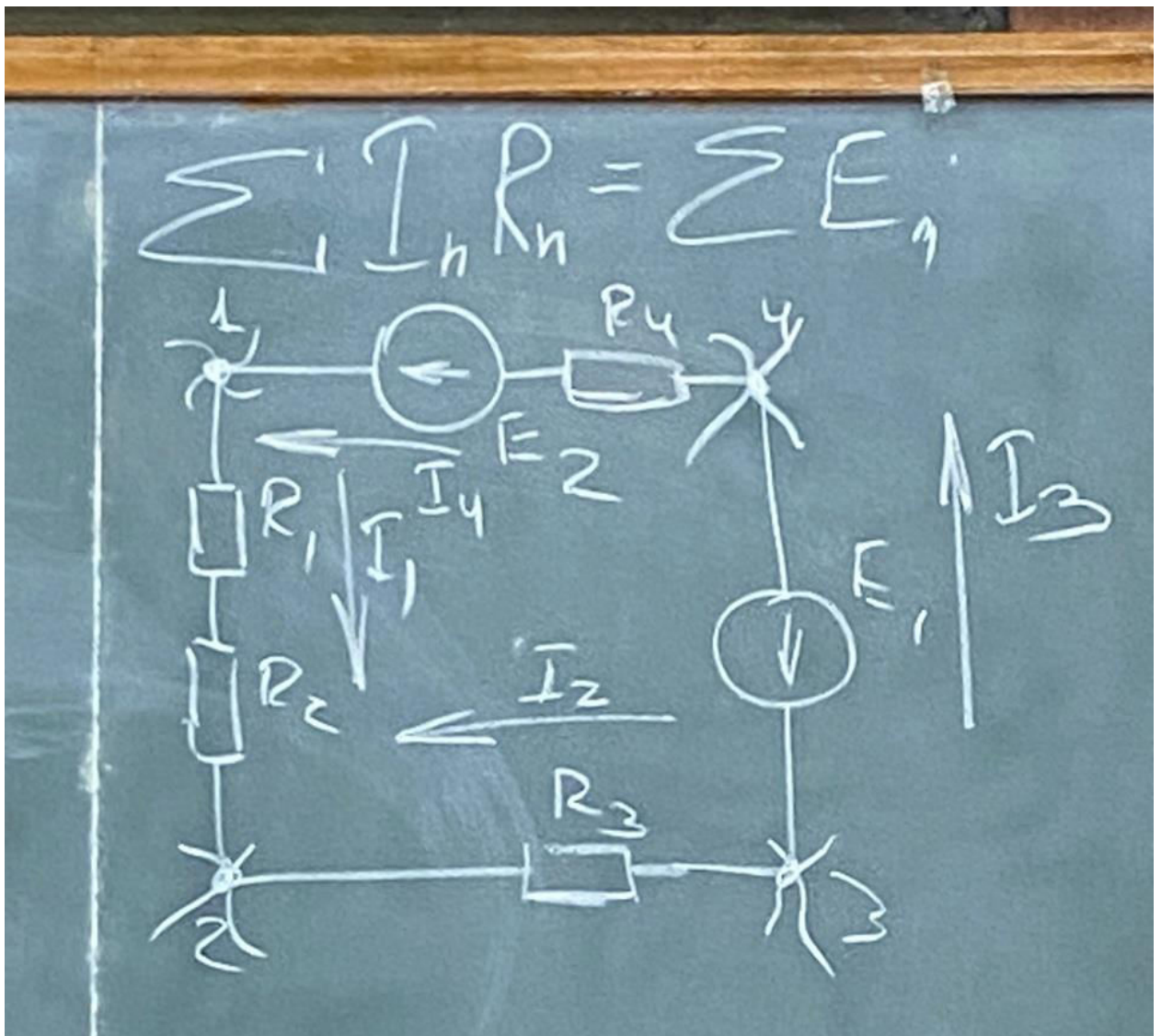
Контур и независимый контур

?Контур – соединение узлов.

Независимый контур – контур, отличающийся от предыдущего.

Алгебраическая сумма падений напряжений равна алгебраической сумме ЭДС

$$\sum (I_n \cdot R_n) = \sum (E_n)$$



Тут 4 ветви -> 4 тока -> потенциальных падений напряжений столько же сколько и ветвей -> 4

Направляем силы тока по направлению ЭДС.

У нас есть точка 1 -> ищем падение напряжение – на сопротивлении, т.е. резисторы. Сначала встретим R1 и R2. Ток I1 совпадает с обходом тока -> падение напряжения положительное.

$$I_1 * R_1 + I_1 * R_2$$

От точки 2 до точки 3: направление не совпадает -> "-" -> ток I_2 , сопротивление R_3 -> $-I_2 * R_3$

От точки 3 до точки 4: Т.к. ветвь без сопротивлений -> потерь напряжения нет.

От точки 4 до точки 1: $I_4 * R_4$, т.к. направление совпало.

$$\text{итог: } I_1 (R_1 + R_2) - I_2 R_3 + I_4 R_4 = -E_1 + E_2$$

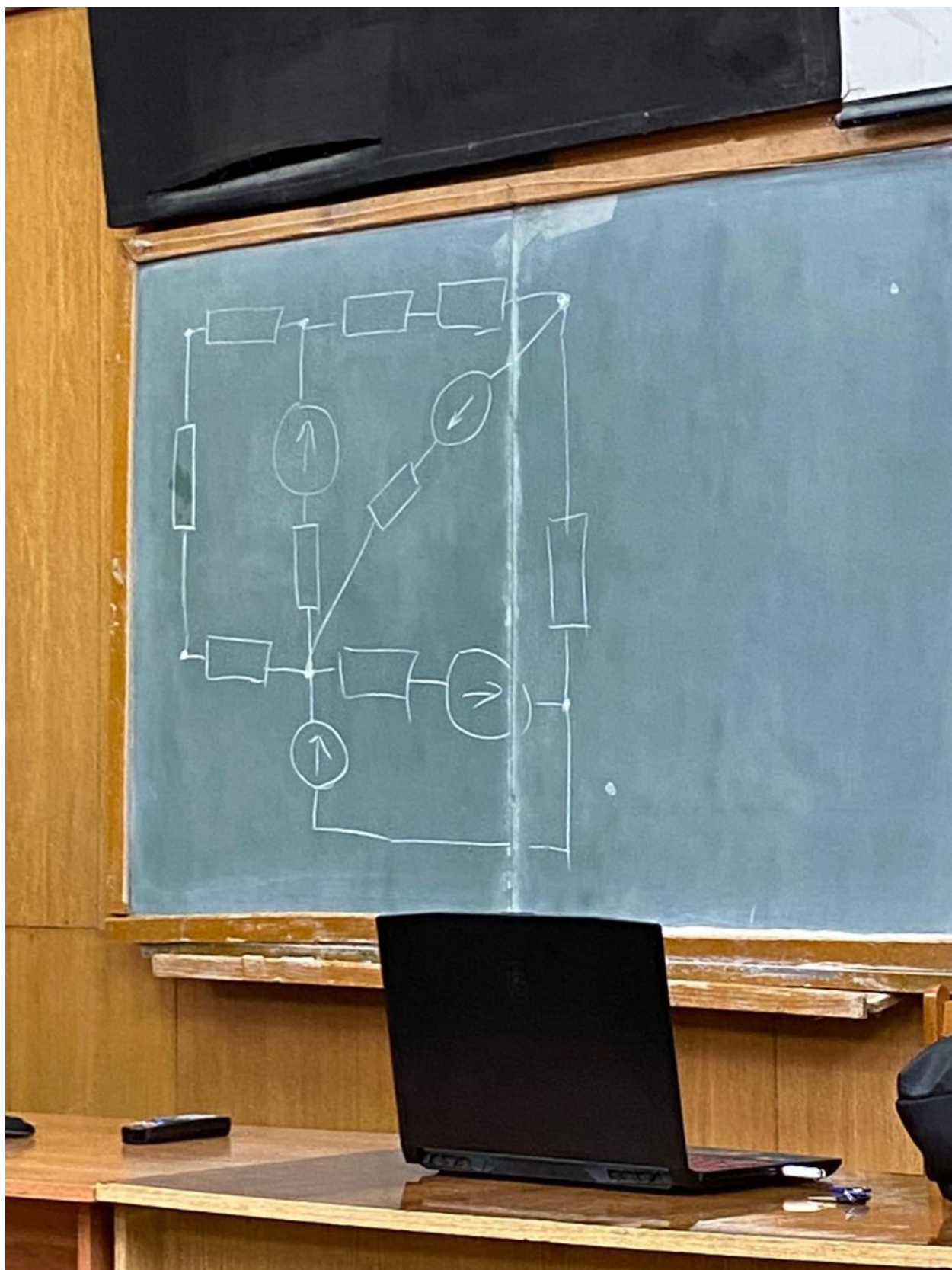
Расчет цепей посредством двух законов Кирхгофа

Порядок расчета:

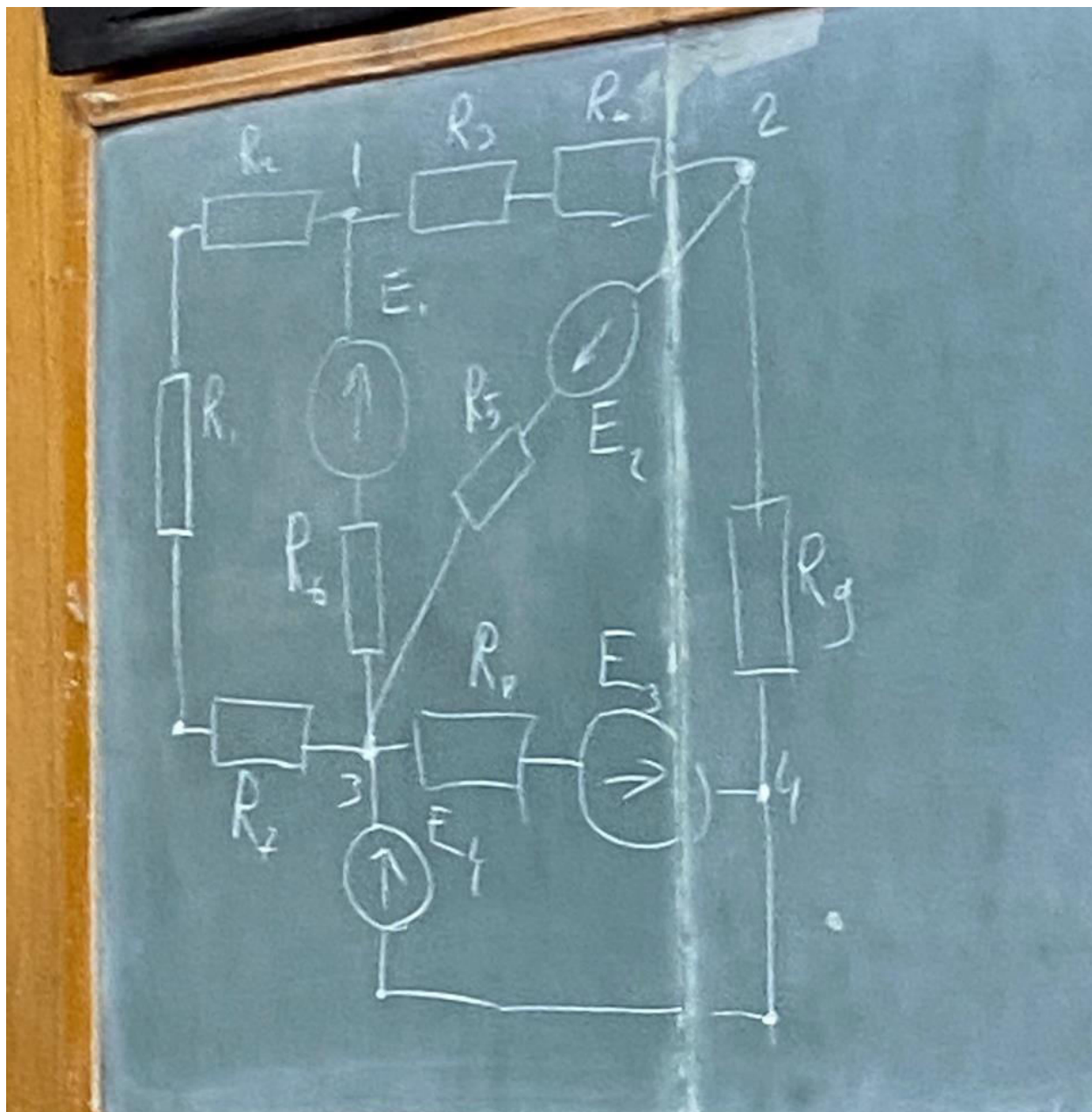
1. Произвольно задаются “+” направлением тока во всех ветвях схемы, нумеруются все узлы
2. Для всех узлов схемы, кроме одного составляются уравнения по первому закону Кирхгофа ($N-1$), где N – число узлов
3. Для всех независимых контуров составляются уравнения по второму закону Кирхгофа: по формуле $M-N+1-M_y$, M – общее число ветвей, M_y – число ветвей с идеальным источником тока.
4. Решаем получившуюся систему уравнений

Что такое независимый контур? -> отличающийся от предыдущего.

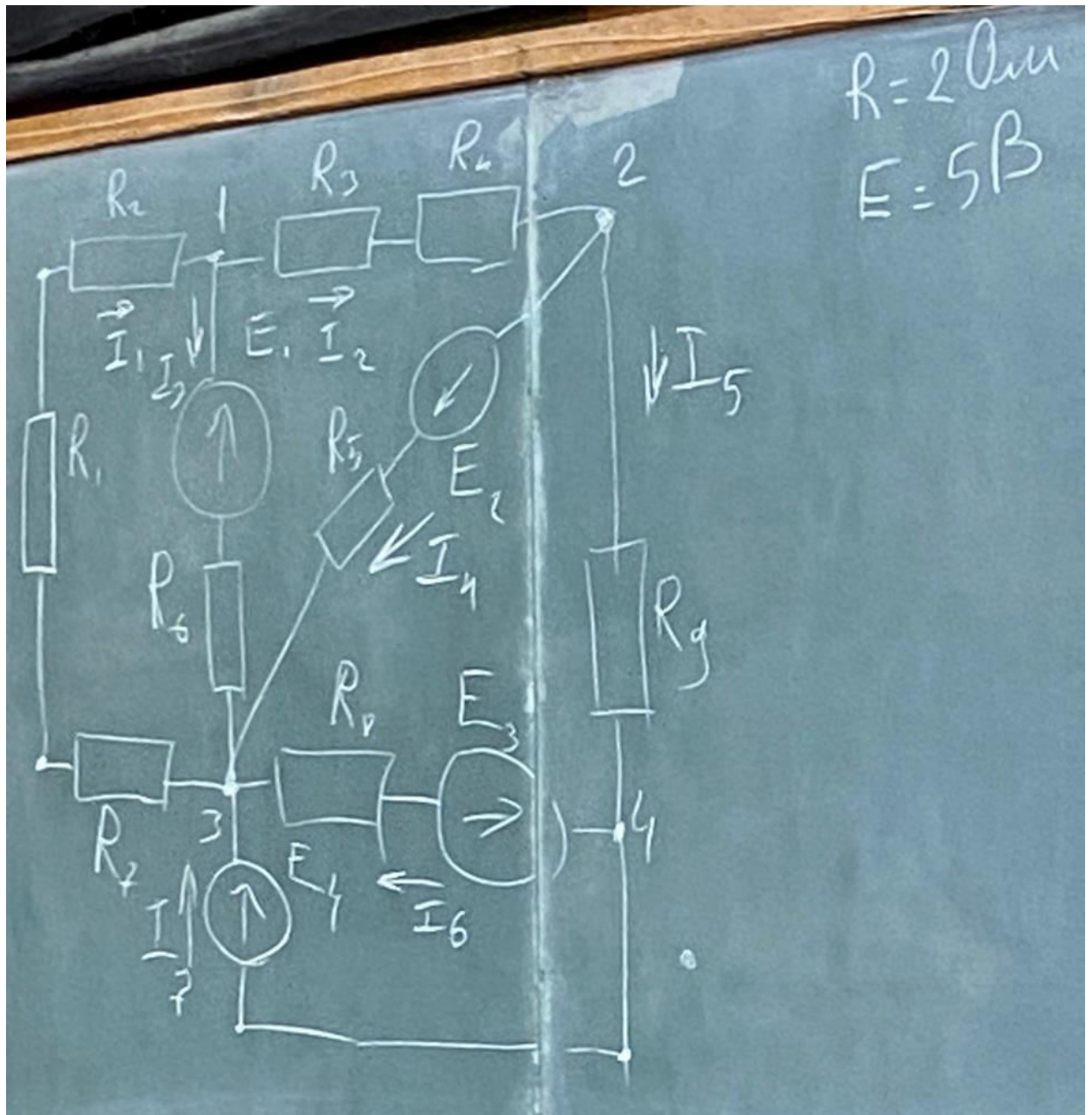
Рассмотрим простой пример решения задачи:



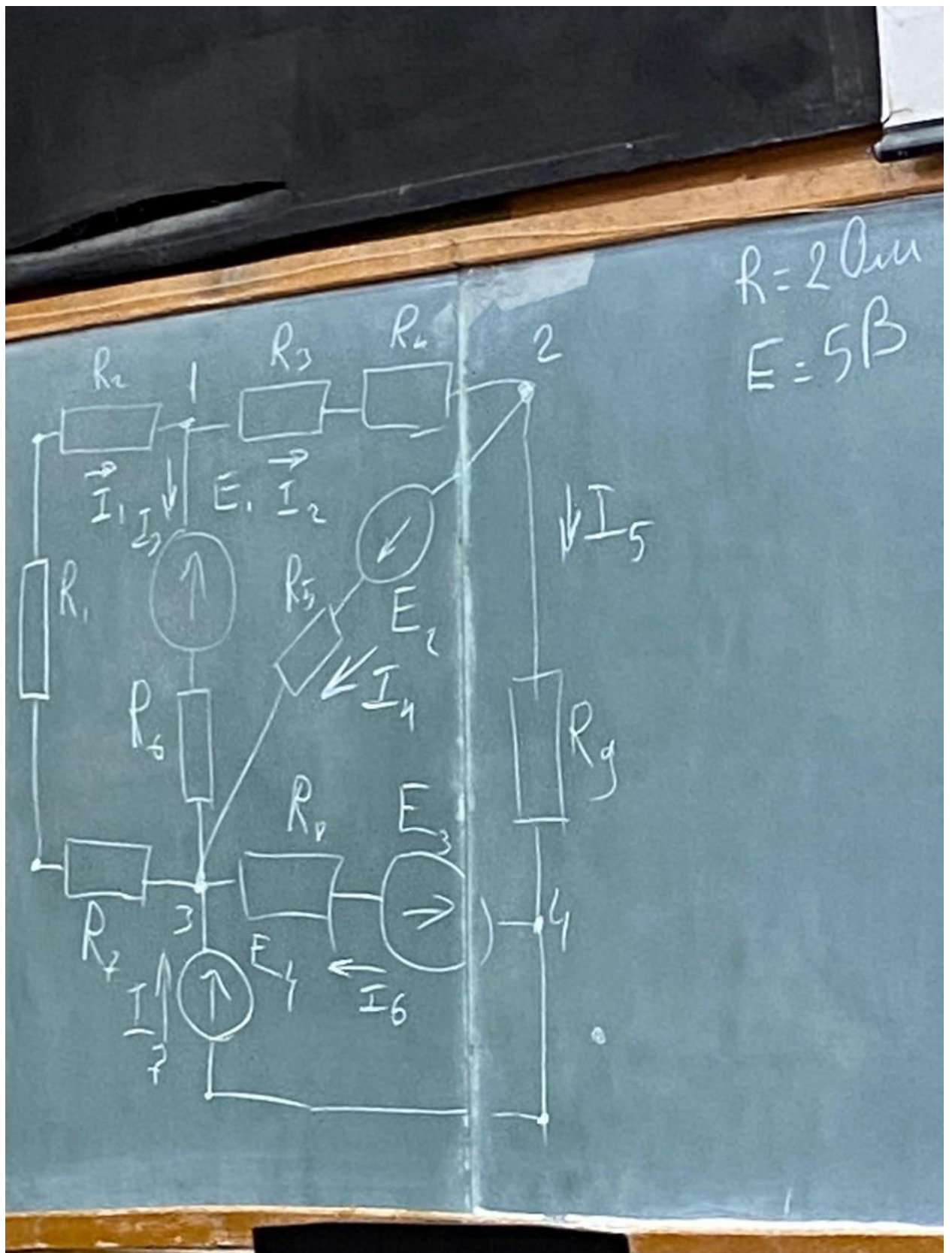
Имеется 9 R, 4 E и 4 узла:



Расставим ветви, установим сопротивление каждого резистора = 2 Ом и разность потенциалов каждого ЭДС = 5 В.



Расставим обходы для каждого произвольного контура:



$$I_5: I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

$$I_3 + I_4 + I_6 + I_7 - I_1 = 0$$

$$I_1 \cdot (R_1 + R_2 + R_7) + I_3 \cdot R_5 = -E_1$$

$$I_2 \cdot (R_3 + R_4) + I_4 \cdot R_5 - I_3 \cdot R_6 = E_2 + E_1$$

$$I_4 \cdot R_5 - I_6 \cdot R_8 - I_5 \cdot R_9 = E_2 + E_3$$

$$I_6 \cdot R_8 = E_2 - E_4 \quad \rightarrow I_6 = -5 \text{ A}$$

Получилась огромная система уравнений, размерность которой $n = 7$.

Решим её методом подстановки.

$$I_6 + I_7 - I_5 = 0$$

$$2I_4 + 10 - 2I_5 = 10$$

$$2I_4 - 2I_5 = 0$$

$$I_4 = I_5$$

$$// I_2 = 2I_4$$

$$2 - \frac{I_3}{2.5} = I_2$$

$$(14/2.5) \cdot I_3 = -4$$

$$I_1 = (29.5/14) \text{ A}$$

$$I_3 = (27.5/14) \text{ A}$$

$$\square. \square. I_4 = I_5 = (17/28) \text{ A}$$

$$I_7 = 5 + (17/28) \text{ A}$$

$P = Q \cdot I$ – Мощность

Баланс мощностей.

В любой электрической цепи должен соблюдаться энергетический баланс - баланс мощностей: алгебраическая сумма мощностей всех источников равна арифметической сумме всех приемников энергии.

$$\sum P_{\text{ист}} = \sum P_{\text{пот}}$$

В чем суть? Если есть источник, выделяющий N -> она должна потребляться.

Микроволновка – потребитель, потребила N . В данном случае мощность не может быть отрицательной. Мы считаем, что наш источник – обычный источник. Когда рассчитываем баланс N , -> один источник может перекрыть второй и будет отрицательная N .

Для предотвращения этого выставляем направление тока по стрелке ЭДС.

Если мы находим U на источнике тока, направление “-“ -> источник – потребитель.

Есть N на приемнике. $N_{\text{приемник}} = \text{СУММ}(I_{\text{потр}}^2 * R_{\text{потр}})$. Данная N всегда входит в выражение со знаком “+”. Если 5 потребителей в источнике, провода идеальные -> на источниках тоже -> мощность не выделяется, остаются только резисторы.

НА ПОТРЕБИТЕЛЯХ ОТРИЦ. МОЩНОСТЬ БЫТЬ НЕ МОЖЕТ.

$$\text{СУММ}(P_{\text{ист}}) = \text{СУММ}(I_{\text{потр}} * E) + \text{СУММ}(I_{\text{кп}} * U_{\text{укп}})$$

Где $\text{СУММ}(P_{\text{ист}}) = \text{СУММ}(I_{\text{потр}} * E)$ – алгебраическая сумма мощностей, выделяемая на источниках ЭДС

Данное направление тока совпадает с ЭДС ветви, в противном случае ставим знак “-“.

$\text{СУММ}(I_{\text{кп}} * U_{\text{укп}})$ – алгебраическая сумма мощностей, выделяемая источником тока, входит в отношение со знаком “+”, в случае, если вектор напряжения противоположен направлению этого источника, в противном случае знак “-“.

$|\text{Мощность на приемнике} - \text{мощность на источнике}| = \text{погрешность}$

Нагрузку можно преобразовать, по закону Ома подставляем вместо напряжения - IR , если нет тока, вместо него подставим напряжение.

Если направления E и I взаимнообратные, то физически это означает, что источник работает в режиме потребителя.

Электрическая цепь синусоидального тока

Синусоидальными электрическими величинами называют токи, напряжения и ЭДС, изменяющиеся по синусоидальному закону.

Аналитически эти выражения можно записать следующим образом:

$$I(t) = I_m \cdot \sin(\omega t + \phi_1)$$

$$U(t) = U_m \cdot \sin(\omega t + \phi_2)$$

$$E(t) = E_m \cdot \sin(\omega t + \phi_3)$$

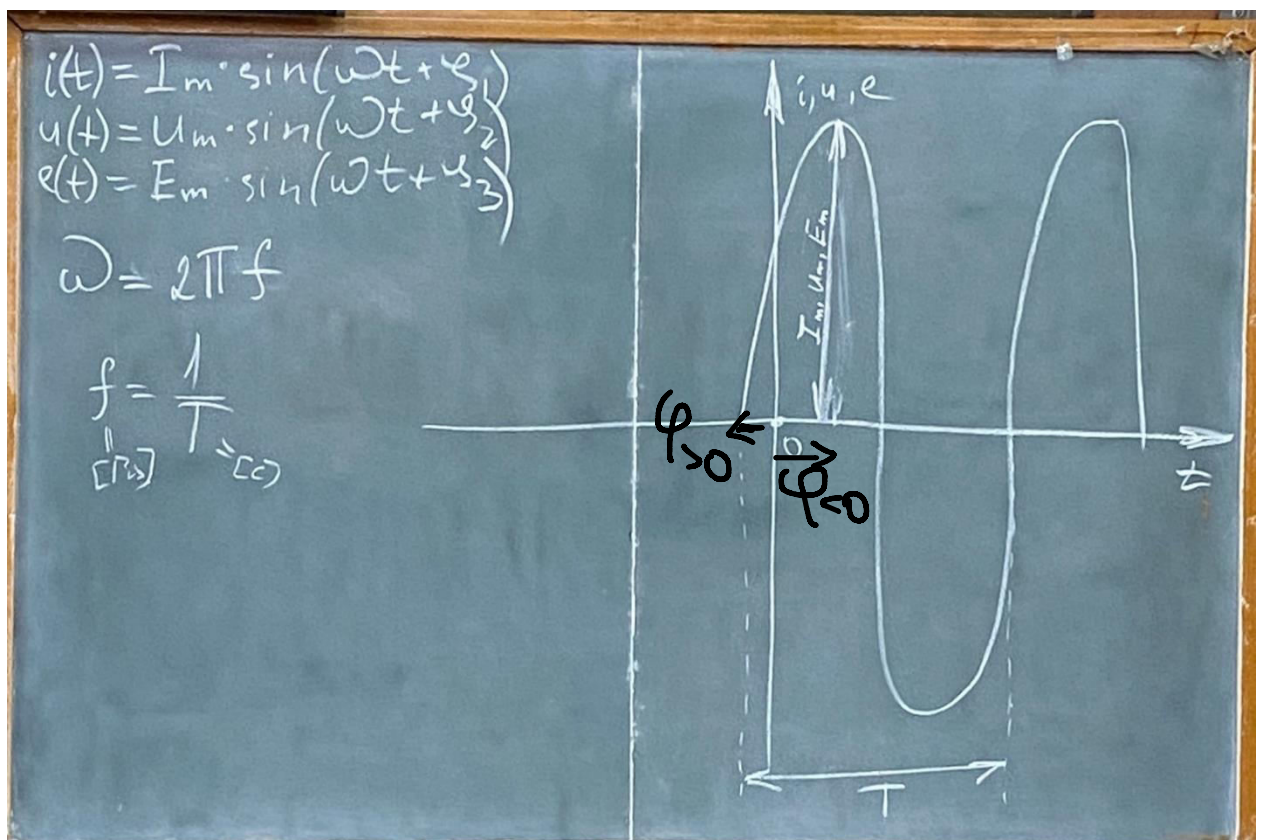
I_m, U_m, E_m – амлитуды.

ω – циклическая частота

$$\omega = 2\pi f \text{ [Гц]},$$

$$f = 1/T \text{ [с]}$$

Стандартная частота = 50 Гц $\Rightarrow T = 0,02$ (время обновления тока розетки)



Если $\phi > 0$, то график смещается влево, если $\phi < 0$, то график смещается вправо.

I_m, U_m, E_m – максимальные значения тока, напряжения, ЭДС.

$(\omega t + \phi)$ – фаза.

При этом в электрических цепях синусоидального тока при подведенной синусоидальной ЭДС, токи и напряжения на элементах будут иметь одинаковую частоту, но в общем случае различные амплитудные значения и начальные фазы

Средние и действующие значения электрических величин. Средние значения – значения, определяющиеся за половину периода.

Обозначаются:

$$I_{\phi} = \frac{2 \cdot I_m}{\pi}$$

$$U_{\phi} = \frac{2 \cdot U_m}{\pi}$$

$$E_{\phi} = \frac{2 \cdot E_m}{\pi}$$

Действующее значение равно такому значению постоянного тока за время положительного периода

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$$

Действующие значения отображают основные измерительные приборы, такие как: Амперметр, Вольтметр. Если берем Вольтметр и измеряем напряжение дома, то видим конкретное число, а не сильно меняющееся значение -> показывает действующее значение, не меняющийся сдвиг фаз.

Законы Кирхгофа в синусоидальном цикле:

1) В любом узле эл. цепи алгебраическая сумма мгновенных значений токов = 0 в любой момент времени.

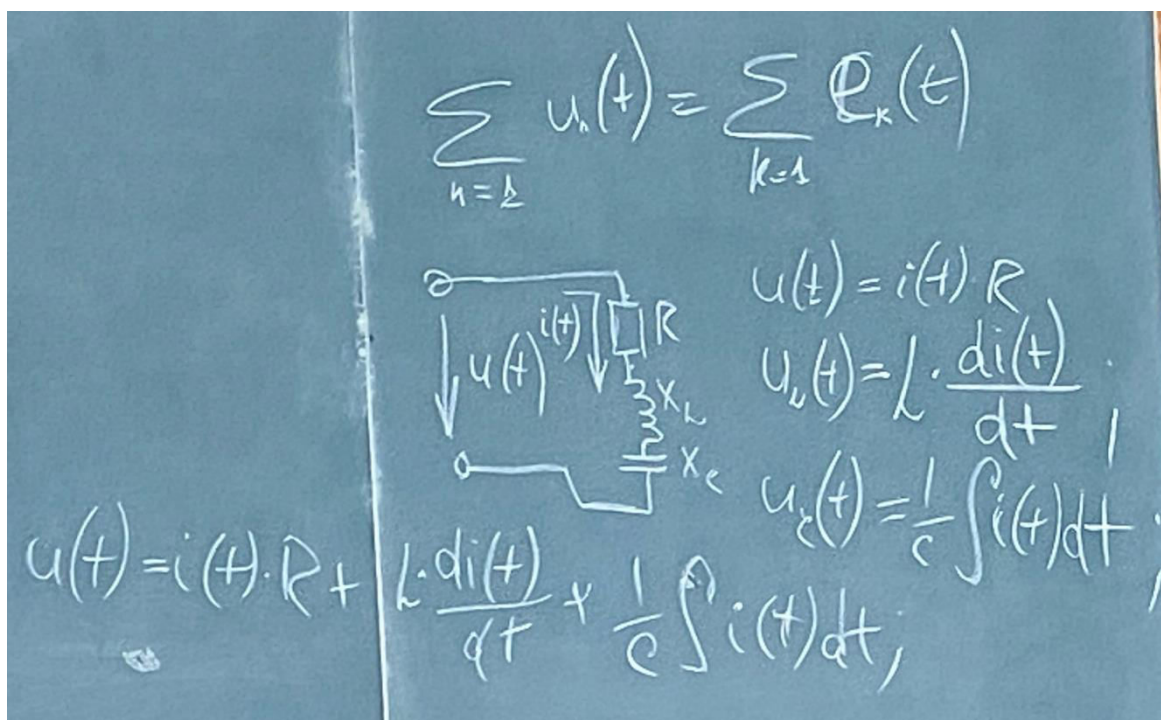
$$\text{СУММ}(i_n(t)) = 0$$

2) В любом замкнутом контуре эл. цепи алгебраическая сумма мгновенных значений падений напряжений равна алгебраической сумме мгновенных значений ЭДС, действующих в этом контуре в любой момент времени.

$$\text{СУММ}(U_n(t)) = \text{СУММ}(E_k(t))$$

Правило выборов знаков идентично постоянному току.

Изображение синусоидальных величин на комплексной плоскости



Суть перевода любой синусоидальной величины в комплексную форму заключается в формуле Эйлера [преобразование из показательной формы записи в алгебраическую]

$$\sum P_{\text{акт}} = \sum P_{\text{нр}}$$

$$\sum P_{\text{нр}} = \sum I_m^2 R_m$$

$$u(t) = U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

$$U = U \cdot e^{j\varphi}$$

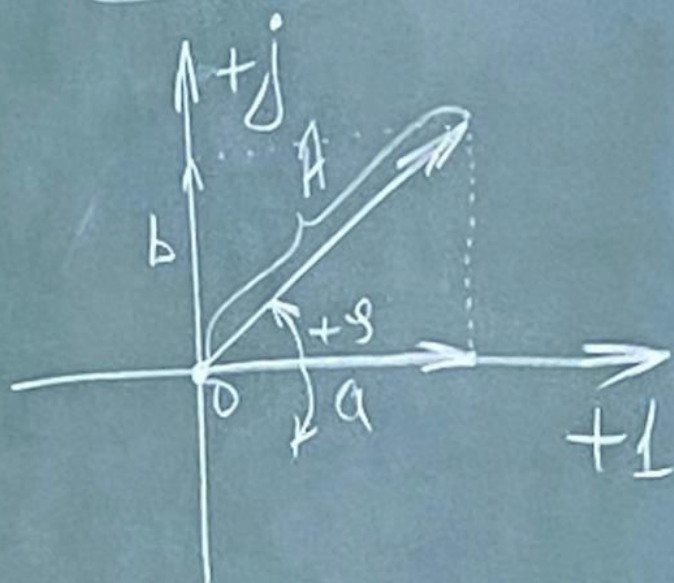
$$\underline{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\varphi}$$

$$U(t) = U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

Кидаем тень, получаем а.

$$A \cdot e^{j\varphi} = A \cdot \cos \varphi + j A \sin \varphi$$

$$a + jb$$

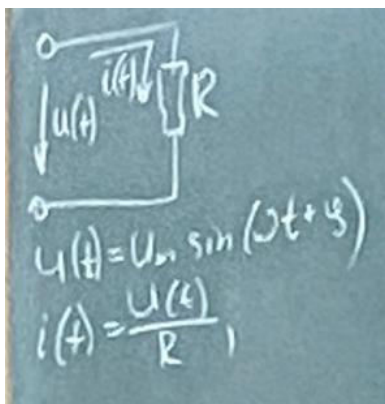


Векторная диаграмма

Это совокупность векторов на комплексной плоскости, изображающих синусоидальные величины, в виде комплексных амплитуд и комплексных действующих значений, построенных с учетом их ориентации друг относительно друга называют векторными диаграммами.

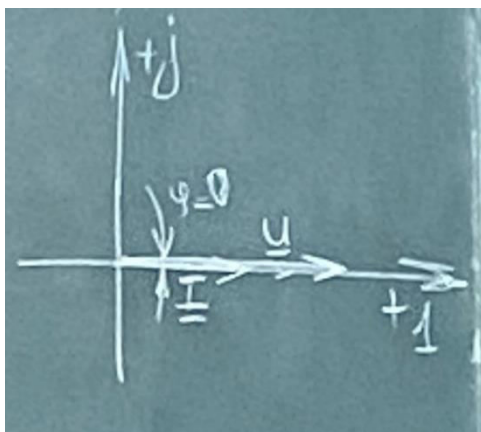
В цепях синусоидального тока пассивными элементами могут быть: резисторы, катушки индуктивности, конденсаторы. Резисторы в цепи синусоидального тока.

Учитывая, что резистор – какое-то число, то влияет он только на длину вектора



$$I = U / R$$

$$P = I^2 * R$$



Вывод:

1. Напряжение и ток на резисторе изменяются по синусоидальному закону с одинаковыми частотами.

2. Угол сдвига фаз между током и напряжением равен 0.

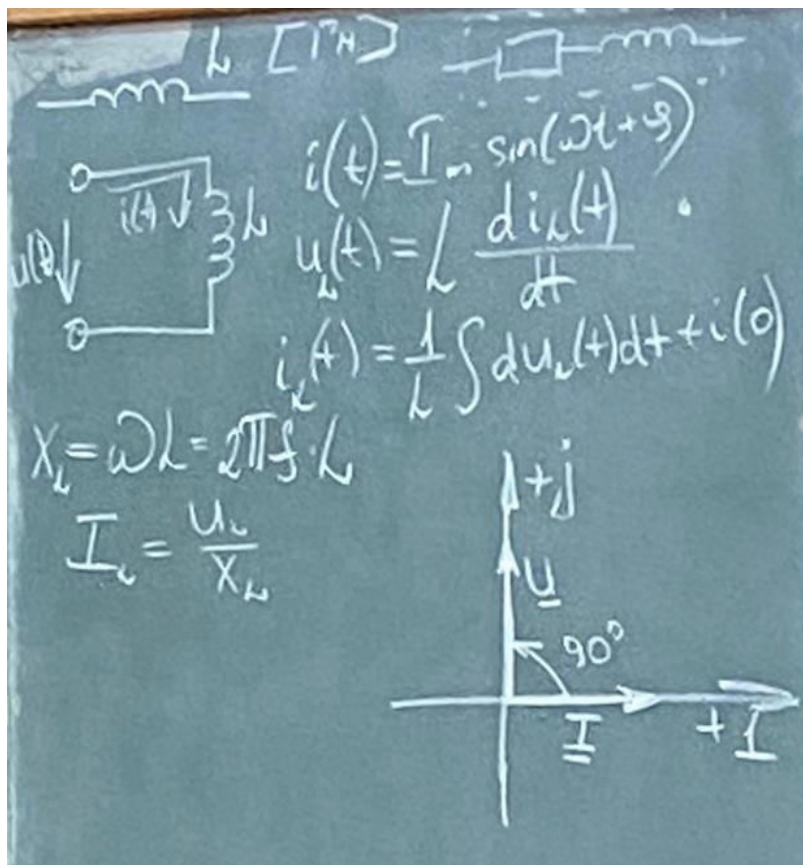
... формирует активную мощность

Катушка индуктивности в цепи синусоидального тока

Индуктивность – идеальный элемент электрической цепи в котором запасается энергия магнитного поля. [L, Гн]

Сопротивление в реальной катушке – от проводов.

Если известен ток, протекающий через катушку инд то реальное напряжение = $L \frac{di(t)}{dt}$



Если зарисуем векторную диаграмму и отложим вектор I (когда нет сопротивления), то напряжение будет опережать ток на 90°

Ток запутывается в катушке индуктивности, поэтому напряжение опережает ток на 90°

Вывод:

1. В цепи синусоидального тока, содержащий катушку индуктивности, напряжение и токи изменяются по синусоидальному закону с одной и той же частотой.

2. Напряжение опережает ток на 90°

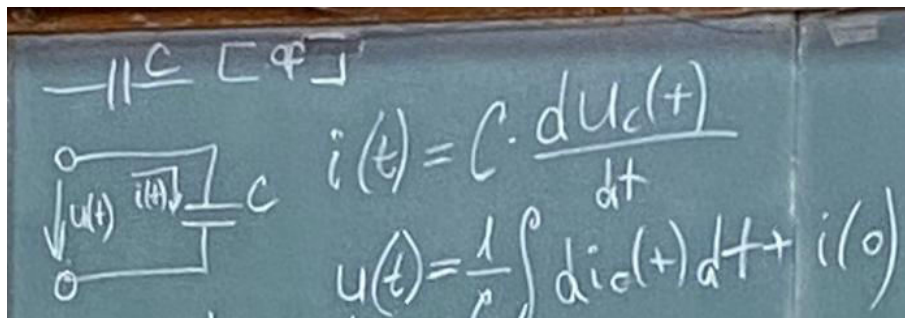
3. Индуктивность обладает индуктивным сопротивлением, которое зависит от индуктивности L и от частоты напряжения V_u

Реактивная мощность $Q_L = I^2 * X_L$

Конденсатор в цепи синусоидального тока

Конденсатор – идеальный элемент электрической цепи, в котором запасается энергия цепи электрического поля конденсатора [С, Ф]

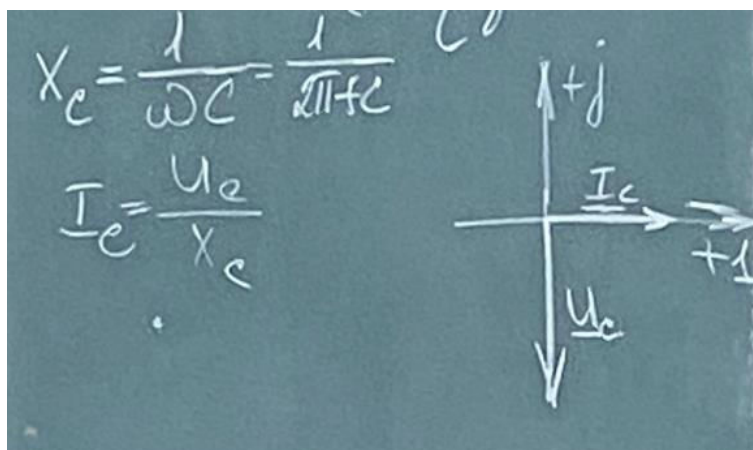
Зарисуем эл цепочку с конденсатором:



При постоянном токе ($V = 0$):

Т.к. конденсатор имеет 2 состояния: полностью заряжен и полностью разряжен, то если он полностью заряжен, то ток через C не проходит. Если убрать источник напряжения и конденсатор заряжен, то ток отправит в обратную сторону.

При переменном токе (V изменяется):



$$I(t) = C(dU_c * d(t)) / dt$$

$$U(t) = (1/C) * \int i(t) dt + i(0)$$

$$X_c = 1 / (\omega C) = 1 / (2\pi f C)$$

$$I_c = U_c / X_c$$

Если зарисуем векторную диаграмму:

I на оси абсцисс, то напряжение отстает от тока.

Величина Q_c , формирующаяся в результате протекания тока = $-I^2 X_c$

$$Q_c = -I^2 X_c$$

Вывод:

1. В цепи синусоидального тока, содержащий C , напряжение и ток изменяются по синусоидальному закону с одной и той же частотой
2. Напряжение отстает от тока по фазе на 90° .
3. C обладает ёмкостным сопротивлением, зависящим от частоты и ёмкости, при этом эта зависимость обратно пропорциональна.

Символический подход к расчету цепей синусоидального тока

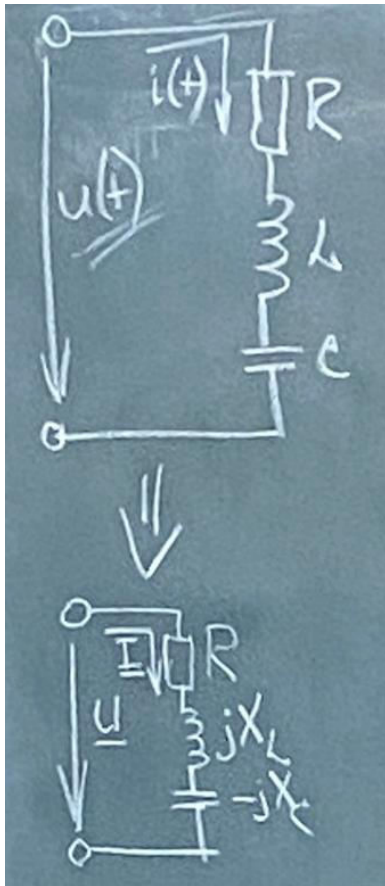
При анализе и расчете электрических цепей синусоидального тока возникает необходимость оперировать с уравнениями относительно физических величин, являющихся интегрально дифференциальными уравнениями, что затрудняет анализ таких цепей.

Для анализа и расчета цепей синусоидального тока используют символический подход, который позволяет перейти к алгебраическим уравнениям, составленным относительно комплексов тока, напряжения и ЭДС. Такой переход можно совершить по следующей таблице:

Мгновенное значение	Комплекс
ЭДС $E(t) = E_m \sin(\omega t + \phi)$	$E = E_m / \sqrt{2} * e^{j\phi}$
I $i(t) = I_m \sin(\omega t + \phi)$	I $I_k = I_m / (\sqrt{2}) * e^{j\phi}$
R	R
L	jX_L
C	$-jX_c$

$$U(t) = U_R(t) + U_L(t) + U_C(t)$$

$$U_m \sin(\omega t + \phi) = i(t) \cdot R + L \cdot (di(t)/dt) + (1/C) \cdot \int i(t) dt + i(t)$$



$$U_m / \sqrt{2} \cdot e^{i\phi} = I \cdot (R + jX_L - jX_C)$$

$$I = U / (R + jX_L - jX_C)$$

Комплексное сопротивление и комплексная проводимость

Комплексным сопротивлением называют отношение комплексного напряжения к комплексному току.

$$\underline{Z} = \underline{U} / \underline{I} = R + jX_L + jX_C - \text{полное комплексное сопротивление}$$

$$Z = U / I - \text{модуль комплексного сопротивления.}$$

$$\underline{Z} = Z \cdot e^{i\phi} = R + jX = R + (jX_L - jX_C)$$

$$\phi = \phi_u - \phi_i$$

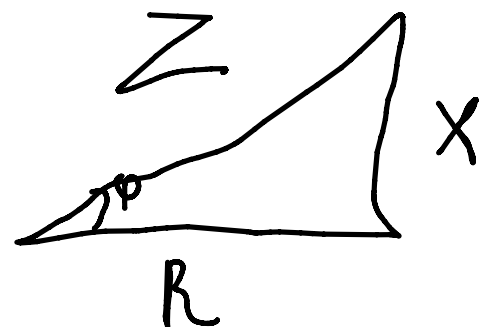
Треугольник сопротивления:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$\cos \phi = R / Z - \text{коэффициент мощности}$$

Отношение активного R к полному Z

КПД – полезное P к общей P.



Реактивное не несет полезной нагрузки (L – индуцирование, C то же самое)
 \Rightarrow полезное сопротивление – чисто активное.

Перейдем от треугольника сопротивлений к треугольнику P . Умножим все на $I \Rightarrow$ получим треугольник напряжения,

Умножим все на I еще раз \Rightarrow получим треугольник мощностей

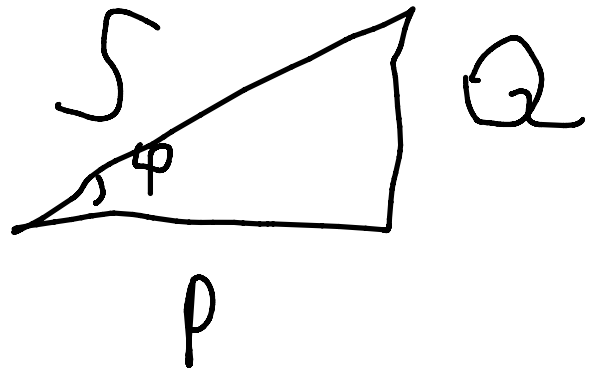
В мощности P – активная мощность,

Q – реактивная мощность = $Q_L - Q_C$,

Если P измеряется в Вт, а Q

измеряется в В*Ар

S измеряется в ВА



Треугольник проводимости:

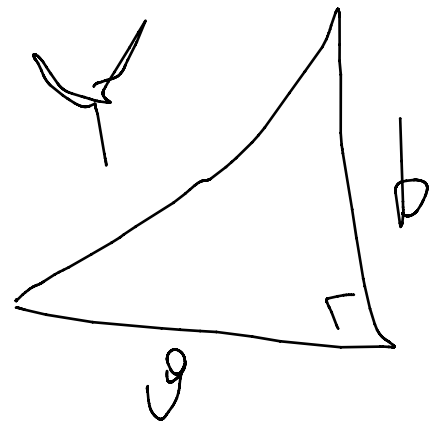
$Y = g + ib$ – полная проводимость цепи.

g – активная проводимость, b – реактивная проводимость, при этом если расписать относительные индуктивности емкостей \Rightarrow

$g + j(b_L - b_C)$, при этом полная проводимость

$Y = 1/Z$ – обратна полному сопротивлению.

Треугольник проводимостей:



Расчетные цепи в цепях синусоидального тока.

$$P = UI \cos \phi$$

$$Q = UI \sin \phi$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$S = P + jQ$$

$$S = UI = I^2 Z = I^* I (\text{с звездочкой}) \cdot Z$$

$$I = \sin j;$$

$$I^* = 3 - 4j$$

$$U = IZ$$

$$S = I^* I (\text{с звездочкой}) \cdot Z$$

Суммарная мощность, доставляемая в схему источниками электроэнергии, должна быть полностью потреблена приемниками электроэнергии. Данное правило актуально и для комплексной формы записи. При этом правила выбора знаков перед слагаемыми будет таким же, как и для выражений в цепях постоянного тока, то есть если ток совпадает с E / u , то '+'.

Р на источниках:

$$P = \sum (S_{\text{ист}}) \cdot \sum (E^* I (\text{с звездочкой})) + \rightarrow \text{мощность на источниках ЭДС} \\ + \sum (I_k (\text{с звездочкой}) \cdot U_{ik}) \rightarrow \text{мощность тока}$$

Мощность на приемниках не желательно брать из формулы с complex.

$P < 0$ – потребитель; (-) - определяем по величине активной Р

$P > 0$ – генератор; (+) – определяем по величине активной Р

Резонанс токов и напряжений

*Резонанс может возникнуть в случае компенсации активной мощности.

Резонанс напряжений возникает в цепях, с последовательно расположенными индуктивными и емкостными элементами.

$X_L = X_C$ при резонансе, то есть общее реактивное сопротивление $X = X_L - X_C = 0$ (чисто активная нагрузка) $\Rightarrow \cos \phi = 1 = P/S \Rightarrow P \sim S$

Резонанс токов возникает в цепи при параллельном соединении катушки индуктивности и конденсатора, при этом условием возникновения резонанса токов является условие

$$\text{Условие возникновения резонанса } b_L = b_C \Rightarrow Y \sim g + [j(b_L + b_C)] \rightarrow 0$$

Резонанс токов может возникнуть при параллельном L и C.

Трехфазные цепи.

Приемники электрической энергии достаточно редко получают питание непосредственно от трехфазных генераторов. В большинстве случаев питание получает от трех вторичных обмоток трансформатора, которые подобно генераторам дают практически симметричную систему фазных ЭДС.

В качестве стандартных напряжений в сетях до 1 кВ используется, либо 660(линейное)/380(фазное) напряжение, либо 380/220

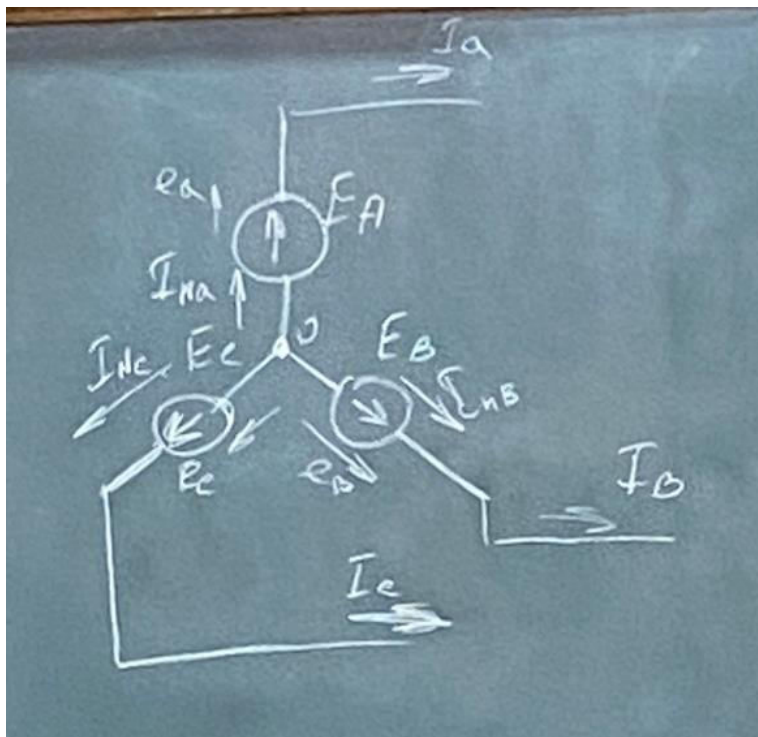
Широкое распространение трехфазных электрических систем объясняется преимущественными по сравнению с однофазными:

1. Возможность иметь в одной трехфазной сети (4хпроводной) двух рабочих напряжений (фазного и линейного).
2. Меньший расход цветного металла на сооружение ЛЭП.
3. Подключение дешевых и надежных трехфазных асинхронных двигателей(потому что работают от трехфазной сети).

Способы соединений отдельных фаз трехфазных источников и приемников

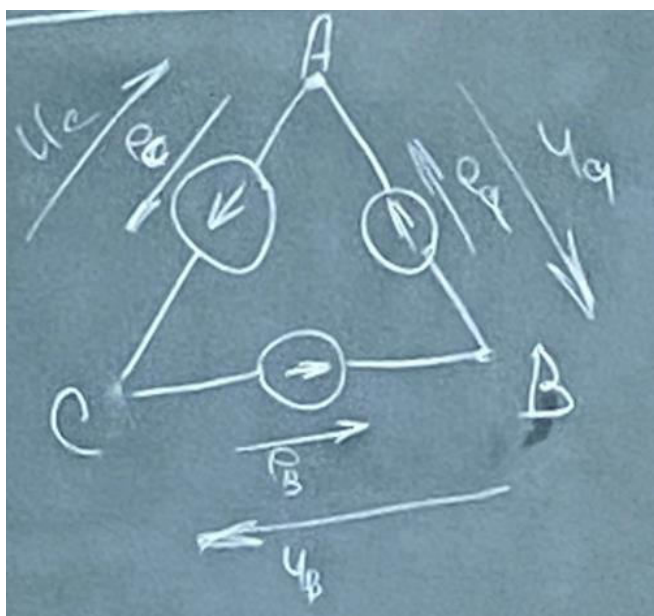
Существует 2 способа соединения отдельных фаз источника и приемника: по схеме звезда и треугольник. Δ

При соединении отдельных фаз источника по схеме “звезда”, концы фаз объединяются в одну общую точку, называемой нейтральной (нулевой). А начало фаз посредством линейных проводов соединяются с трехфазной нагрузкой.

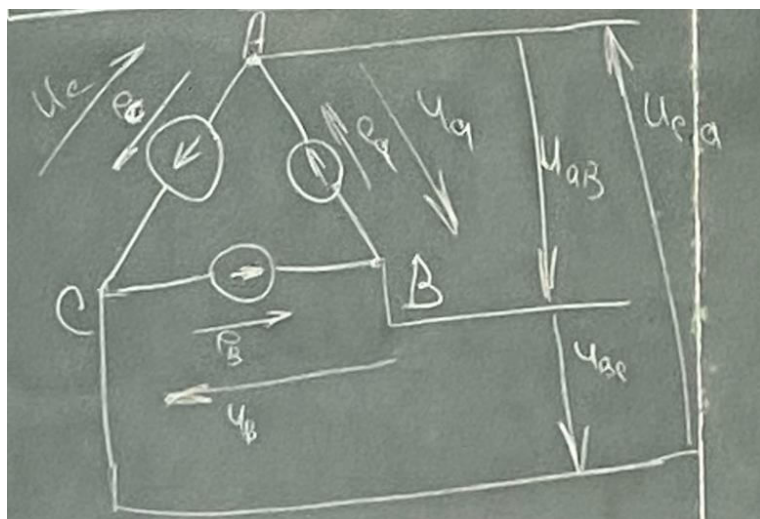


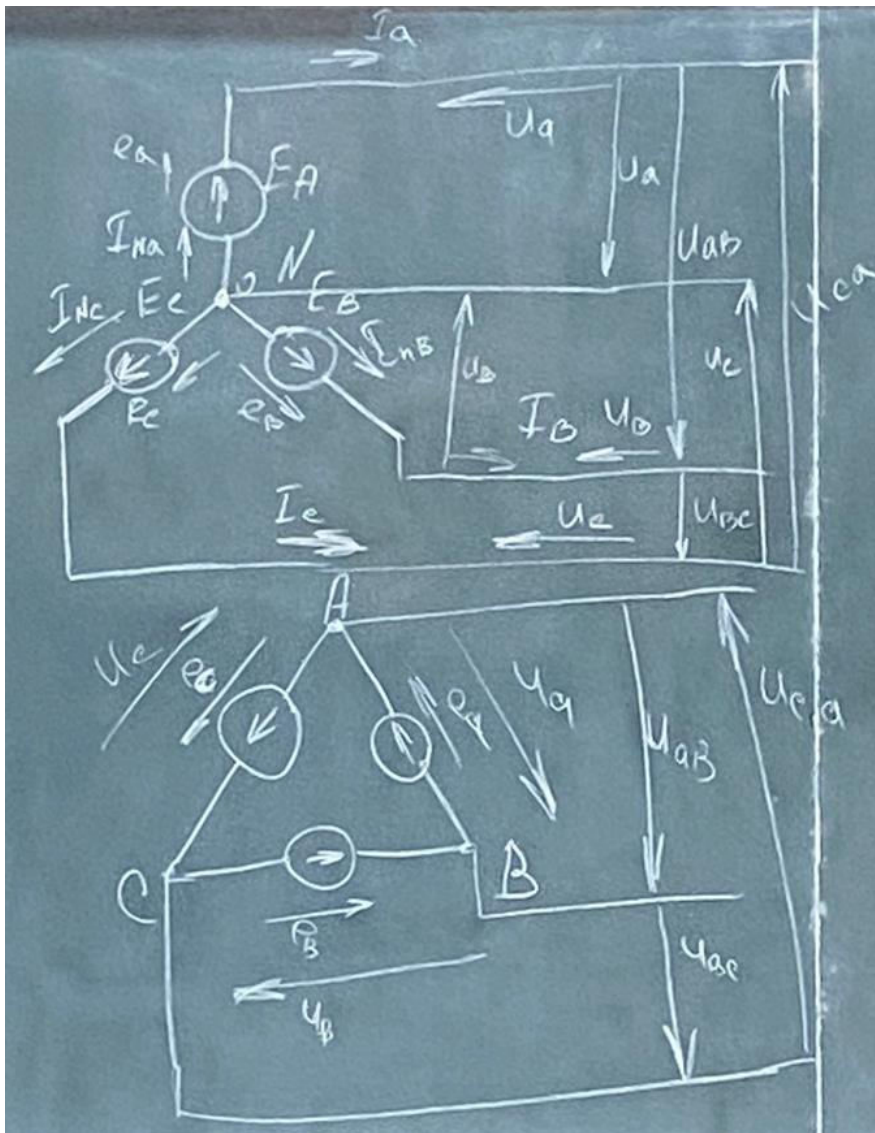
Звезда:

Присоединение отдельных фаз по схеме “треугольник”: конец фазы А соединяется с началом фазы В, а конец фазы В с началом фазы С, а конец фазы С с началом фазы А. А начало фаз с помощью линейных проводов соединяются с нагрузкой.

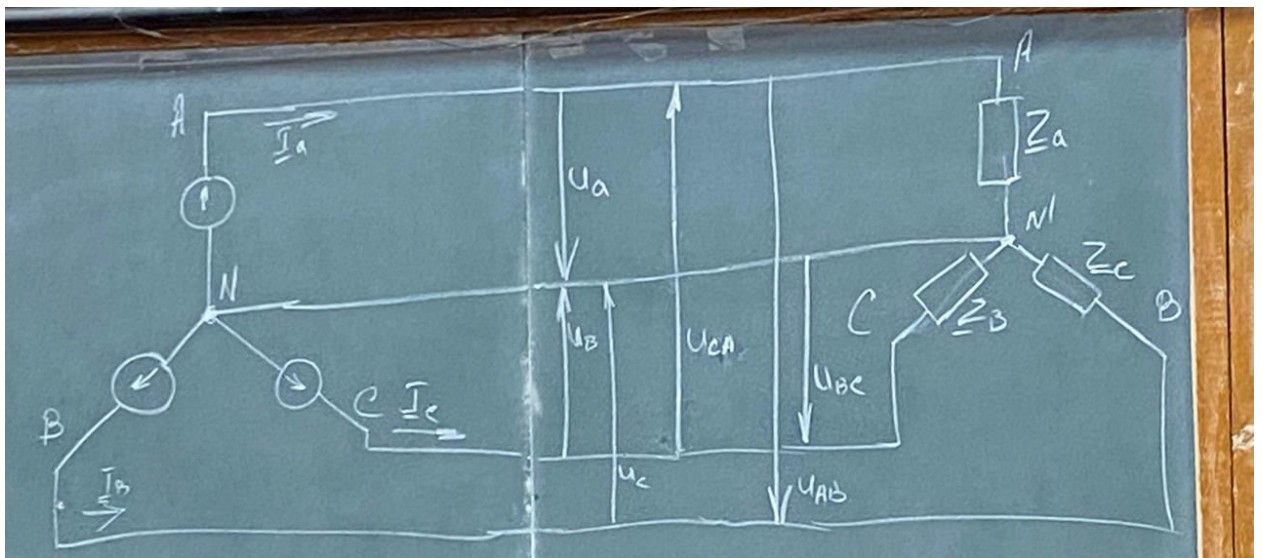


Треугольник:





В трехфазных системах различают фазные и линейные напряжения. Под фазным напряжением понимают напряжение между началом и концом фаз. Под линейными напряжениями понимают напряжение между началами фаз.



Напряжение, то что меньше идет между фазой и нулем. $U_a = U_b = U_c = 220\text{В}$ – линейные напряжения (между фазами (~~межфазные~~)). В схеме соединения звезда: $U_{\text{лин}} = \sqrt{3} * U_{\text{фаз}}$.

Из определения фазных и линейных напряжений следует, что при соединении отдельных фаз, источника или приемника по схеме “треугольник” фазы напряжений всегда равны линейным.

В схеме соединения “треугольник” величина $U_{\text{л}} = \sqrt{3} * U_{\text{ф}}$

Если возьмем комплексную форму, то значения:

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B$$

$$\underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C$$

$$\underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A$$

Кроме фазных и линейных напряжений различают фазные и линейные токи.

Под линейными токами понимают токи, протекающие в линейных проводах, при этом за + направление принято направление от источника к приемнику. При соединении отдельных фаз источника по схеме “звезда”, фазные токи всегда равны линейно. Кроме того, в четырехпроводных системах, соединенных по схеме “звезда” еще имеется напряжение между нейтральными точками, которая всегда направлена от источника к приемнику. Также может иметься ток, протекающий в нейтральных проводах.