

Теория игр. Понятие об игровых моделях.

Найти нижнюю и верхнюю цены игры с платежной матрицей.
Проверить, имеет ли платежная матрица седловую точку.

Вариант 13:

Игроки	B1	B2	B3	B4	B5
A1	13	9	7	14	7
A2	8	11	9	8	13
A3	7	12	9	7	13
A4	15	8	13	9	10
A5	13	7	15	8	12

Платежная матрица C

C =

13	9	7	14	7
8	11	9	8	13
7	12	9	7	13
15	8	13	9	10
13	7	15	8	12

Рассмотрим игру двух лиц A и B, интересы которых противоположны.
 A_i и B_j - стратегии, выбираемые лицами A и B соответственно.

Решение.

Нижняя цена игры

a - нижняя цена игры, а стратегия игрока A, соответствующая **наибольшему** из чисел $\min(c_{ij})$, называется **максиминной**.

$$a = \max(\min(c_{ij}))$$

где i - строка платежной матрицы, j - столбец платежной матрицы, m - количество столбцов платежной матрицы, n - количество строк платежной матрицы.

В каждой строке платежной матрицы найдем наименьший элемент, и запишем его справа от матрицы

13	9	7	14	7	->	7
8	11	9	8	13	->	8
7	12	9	7	13	->	7
15	8	13	9	10	->	8
13	7	15	8	12	->	7

$$a = \max(7, 8, 7, 8, 7) = 8$$

Таким образом, если игрок A будет придерживаться максиминной стратегии, то ему гарантирован выигрыш, не меньший, чем a , при любом поведении игрока B

Верхняя цена игры

B - верхняя цена игры, а стратегия игрока B , соответствующая **наименьшему** из чисел $\max(c_{ij})$, называется **минимаксной**.

$$B = \min(\max(c_{ij}))$$

где i - строка платежной матрицы, j - столбец платежной матрицы, m - количество столбцов платежной матрицы, n - количество строк платежной матрицы.

В каждом столбце платежной матрицы найдем **наибольший** элемент, и запишем его снизу от матрицы.

13	9	7	14	7	->	7
8	11	9	8	13	->	8
7	12	9	7	13	->	7

13	9	7	14	7	->	7
15	8	13	9	10	->	8
13	7	15	8	12	->	7
_15	_12	_15	_14	_13		

$$B = \min(15, 12, 15, 14, 13) = 12$$

Седловая точка

Игра называется игрой с седловой точкой, если её нижняя и верхняя цены совпадают, то есть выполняется равенство

$$a = \max(\min(c_{ij})) = \min(\max(c_{ij})) = B$$

Для нашего случая $a \neq B$, что свидетельствует об отсутствии седловой точки. Тогда цена игры находится в пределах

$$8 \leq y \leq 12$$

где y - цена игры.