



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ЛИПЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет автоматизации и информатики
Кафедра автоматизированных систем управления

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

по дисциплине «Основы теории управления»
«Частотные характеристики»

Студент АС–21–1

Станиславчук С.М.

подпись, дата

Руководитель

Старший преподаватель

Болдырихин О.В.

подпись, дата

Липецк 2023 г.

Цель работы и рассматриваемые вопросы

Цель работы — изучение частотных характеристик систем управления.

Задание 1.

Частотные характеристики системы первого порядка. Создать схему системы первого порядка. На вход системы подавать гармонические сигналы единичной амплитуды и разной частоты. Производить измерения амплитуды и сдвига фазы выходного сигнала по окончании переходного процесса. По передаточной функции получить частотные характеристики, сопоставить теоретические и экспериментальные результаты. Результаты представить в виде таблицы и графиков расчетных и экспериментальных характеристик: АФЧХ, АЧХ, ФЧХ, ЛЧХ.

Задание 2.

Частотные характеристики системы второго порядка. Создать схему системы второго порядка. На вход системы подавать гармонические сигналы единичной амплитуды и разной частоты. Производить измерения амплитуды и сдвига фазы выходного сигнала по окончании переходного процесса. По передаточной функции получить частотные характеристики, сопоставить теоретические и экспериментальные результаты. Результаты представить в виде таблицы и графиков расчетных и экспериментальных характеристик: АФЧХ, АЧХ, ФЧХ, ЛЧХ.

Вариант 8:

8	$W(s) = k_n \frac{1}{\tau s + 1},$ $k_n = 1,5, \tau = 0,4$	$W(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\delta s + \omega_0^2},$ $\omega_0 = 1500, \delta = 1200$
---	--	--

Ход работы

Задание 1

На рисунке 1 представлена схема для задания 1.

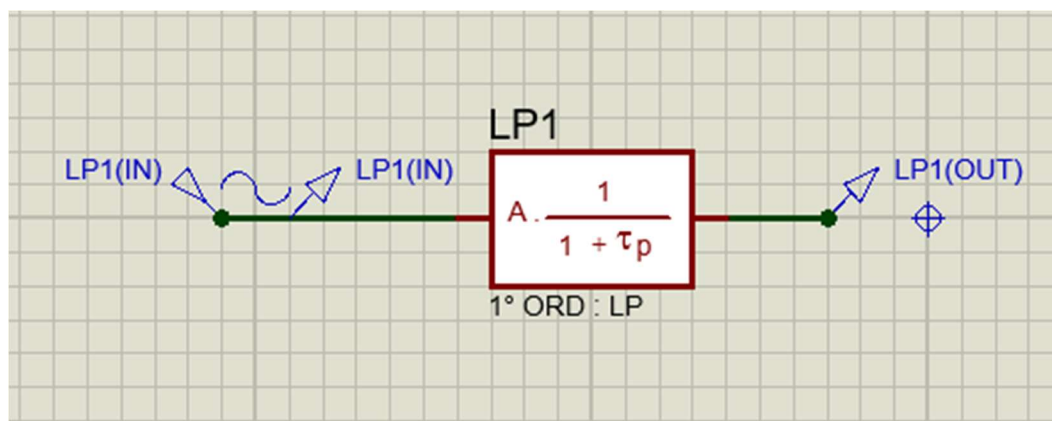


Рисунок 1 – Схема для задания 1

На вход в систему подаются гармонические сигналы единичной амплитуды и

разной частоты:

$$x_1(t) = \sin \omega t$$

Передаточная функция:

$$W(s) = k_H \frac{1}{\tau s + 1}, k_H = 1,5; \tau = 0,4$$

Для фильтра нижних частот частотная передаточная функция или амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ) будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} h(t) &= L^{-1} \left\{ \frac{1}{s} * W(s) \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{1}{s} * k_H \frac{1}{\tau s + 1} \right\} = \frac{k_H}{\tau} L^{-1} \left\{ \frac{1}{s(s + \frac{1}{\tau})} \right\} = k_H \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \\ &= 1,5 \left(1 - e^{-\frac{t}{0,4}} \right) \end{aligned}$$

$$w(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{15}{4e^{5t/2}}$$

$$W(i\omega) = \int_0^\infty w(t)e^{-i\omega t} dt = \int_0^\infty \frac{15}{4e^{5t/2}} e^{-i\omega} dt = \frac{75}{50 + 2\omega^2} - i \frac{15\omega}{50 + 2\omega^2}$$

Модуль АФЧХ – амплитудная частотная характеристика (АЧХ) будет выглядеть следующим образом:

$$A(\omega) = |W(i\omega)| = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = \sqrt{\left(\frac{75}{50 + 2\omega^2}\right)^2 + \left(-\frac{15\omega}{50 + 2\omega^2}\right)^2} = \frac{15}{2\sqrt{25 + \omega^2}}$$

Аргумент АФЧХ – фазовая частотная характеристика (ФЧХ) будет выглядеть следующим образом:

$$\varphi(\omega) = \arg W(i\omega) = \arctg \left(\frac{\frac{15\omega}{50 + 2\omega^2}}{\frac{75}{50 + 2\omega^2}} \right) = \arctg \left(\frac{\omega}{5} \right)$$

Логарифмическая амплитудная частотная характеристика (ЛЧХ) будет выглядеть следующим образом:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg \left(\frac{15}{2\sqrt{25 + \omega^2}} \right) = 17,5 - 10 \lg (25 + \omega^2)$$

В таблице 1 представлены измеренные и расчетные значения.

Таблица 1 - Измеренные и расчетные значения для первого задания

Частота входного сигнала ω , рад/с	Измеренное значение усиления амплитуды $A_{и}(\omega)$	Рассчитанное значение усиления амплитуды $A_{р}(\omega)$	Измеренное значение сдвига фазы $\phi_{и}(\omega)$, рад	Рассчитанное значение сдвига фазы $\phi_{р}(\omega)$, рад
6,2831853	-0.59368	-0,59291	0,0628	0,06274937
12,5663706	-5.12159	-5,12123	0,12515	0,12500844
18,8495559	-8.30094	-8,3001	0,18526	0,18630952
25,1327412	-10.6725	-10,6721	0,24635	0,2462276
31,4159265	-12.5509	-12,5504	0,30257	0,3043958
37,6991118	-14.1013	-14,1011	0,36045	0,36051516
43,9822971	-15.4205	-15,4201	0,41236	0,41435855
50,2654824	-16.567	-16,5669	0,46597	0,46576921
56,5486677	-17.5819	-17,581	0,51366	0,51465538
62,831853	-18.49	-18,4898	0,56104	0,56098212
69,1150383	-19.3135	-19,3129	0,60496	0,6047619
75,3982236	-20.0658	-20,065	0,64602	0,64604487
81,6814089	-20.7581	-20,7575	0,68505	0,68490968
87,9645942	-21.3991	-21,3989	0,72156	0,72145528

На рисунке 2 представлен график АФЧХ – амплитудно-фазовой частотной характеристики.

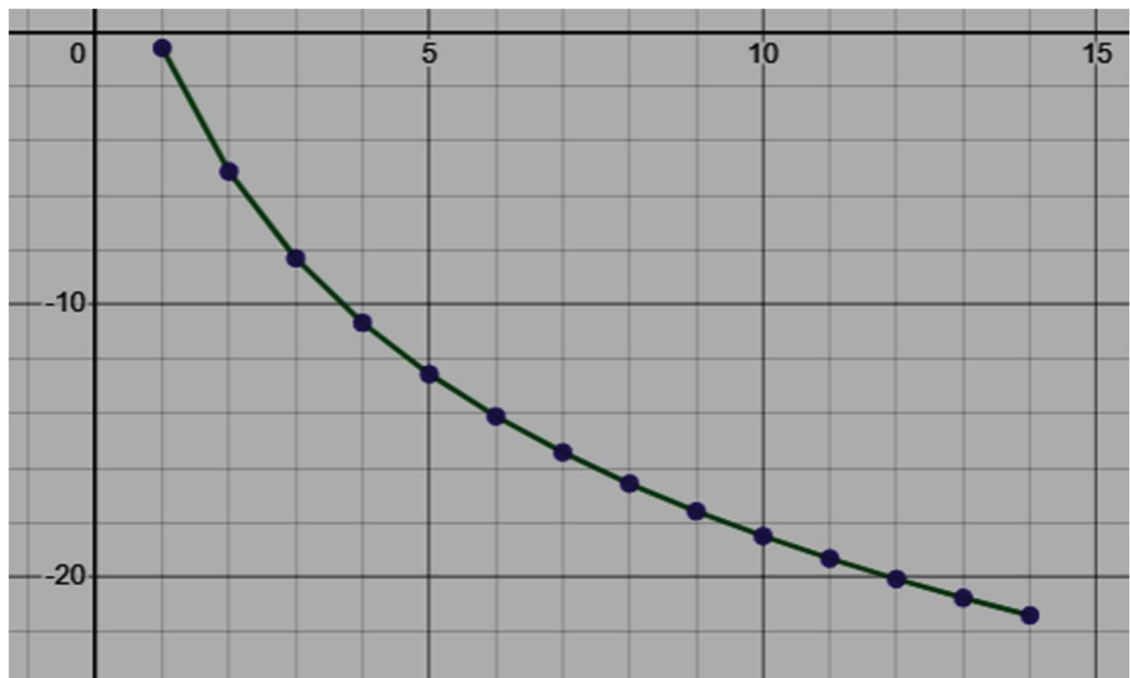


Рисунок 2 - График АФЧХ – амплитудно-фазовой частотной характеристики

На рисунке 3 представлен график ЛЧХ – логарифмическая амплитудная частотная характеристика.

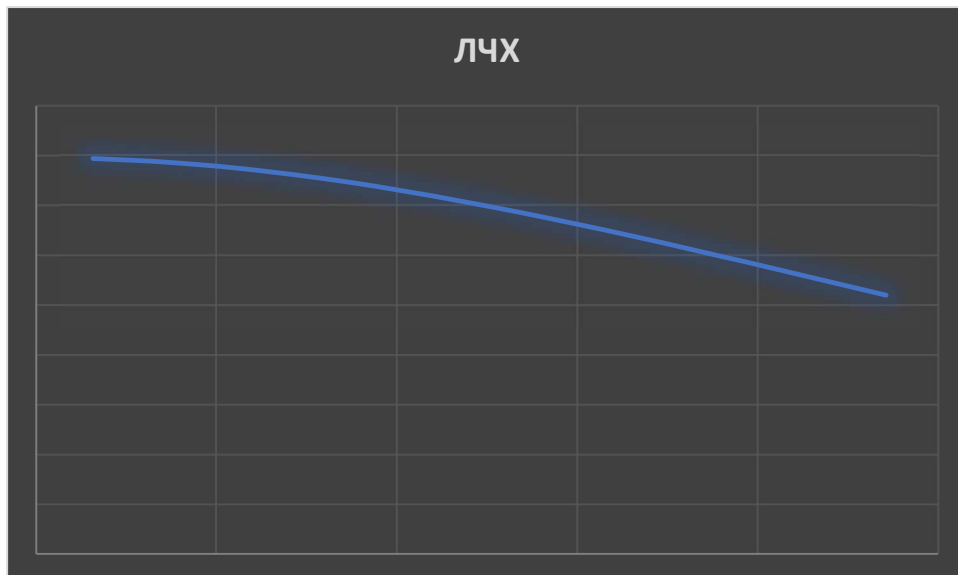


Рисунок 3 - График ЛЧХ – логарифмической амплитудной частотной характеристики

На рисунке 4 представлен график АЧХ – амплитудная частотная характеристика.

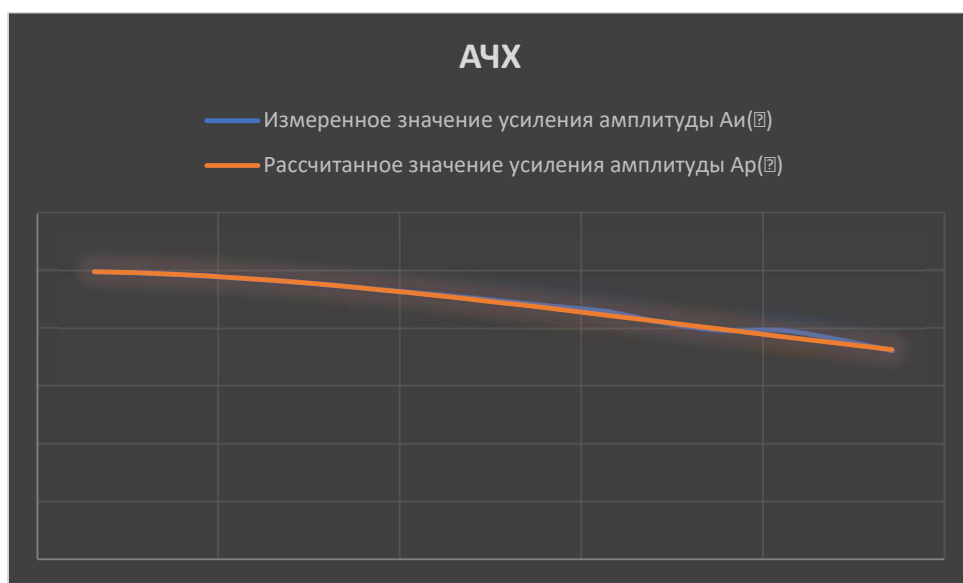


Рисунок 4 - График АЧХ – амплитудная частотная характеристика

На рисунке 5 представлен график ФЧХ – фазовая частотная характеристика.

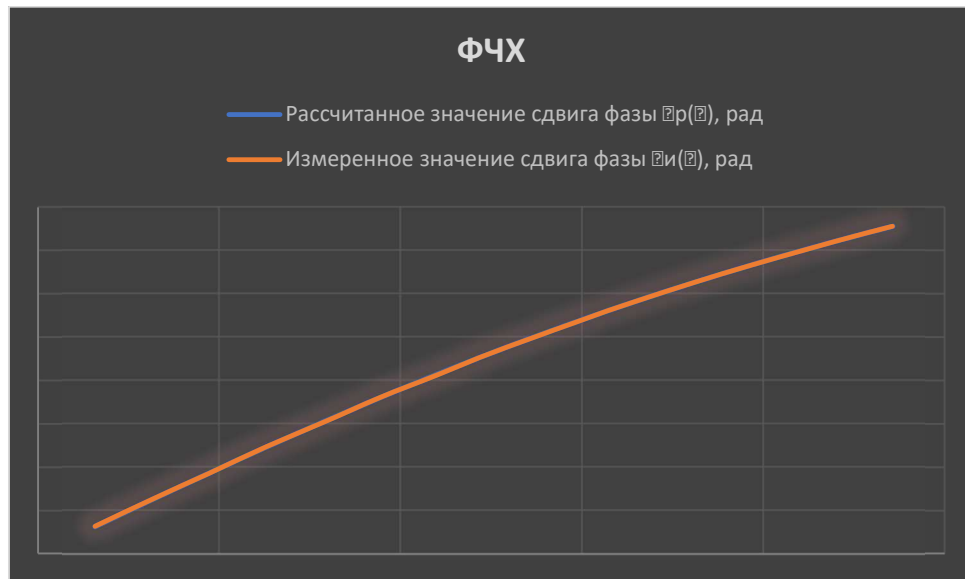


Рисунок 5 - График ФЧХ – фазовая частотная характеристика

Задание 2.

На рисунке 6 изображена схема для второго задания.

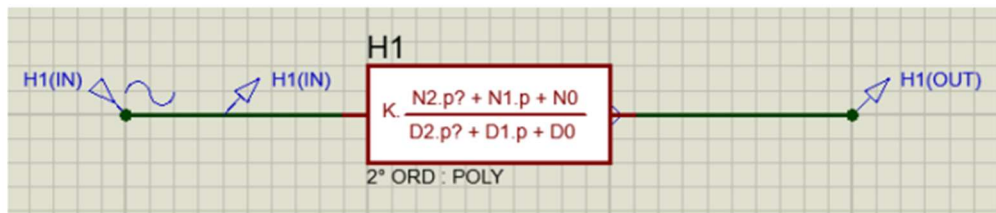


Рисунок 6 - Схема для второго задания

На вход в систему подаются гармонические сигналы единичной амплитуды и разной частоты:

$$x_1(t) = \sin \omega t$$

Передаточная функция:

$$W(s) = \frac{w_0^2}{s^2 + 2\zeta s + w_0^2}, w_0 = 1500, \zeta = 1200$$

Амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ) будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} W(s) &= \frac{w_0^2}{(iw)^2 + 2\zeta iw + w_0^2} = \frac{w_0^2}{-w^2 + 2\zeta iw + w_0^2} \\ &= \frac{-w_0^2(w^2 + 2\zeta iw + w_0^2)}{(w^2 - 2\zeta iw + w_0^2)(w^2 + 2\zeta iw + w_0^2)} \\ &= \frac{-w_0^2 w^2 - 2w w_0^2 \zeta i + w_0^4}{w^4 - 2w^2 w_0^2 + w_0^4 + 4w^2 \zeta^2} = \\ &= \frac{-w_0^2 w^2 + w_0^4}{w^4 - 2w^2 w_0^2 + w_0^4 + 4w^2 \zeta^2} + i \frac{-2w w_0^2 \zeta}{w^4 - 2w^2 w_0^2 + w_0^4 + 4w^2 \zeta^2} = \\ &= \frac{-2250000w^2 + 5.0625 * 10^{12}}{w^4 - 4.5 * 10^6 * w^2 + 5.0625 * 10^{12} + 4 * 1.44 * 10^6 * w^2} \\ &\quad + i \frac{-54 * 10^8 w}{w^4 - 4.5 * 10^6 * w^2 + 5.0625 * 10^{12} + 1.44 * 10^6 * w^2} \end{aligned}$$

Модуль АФЧХ – амплитудная частотная характеристика (АЧХ) будет выглядеть следующим образом:

$$A(\omega) = |W(i\omega)| = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = \frac{\omega_0^2}{\sqrt{\omega^4 - 2\omega^2\omega_0^2 + \omega_0^4 + 4\omega^2\zeta^2}} =$$

$$= \frac{2.25 * 10^6}{\sqrt{\omega^4 - 2.88 * 10^6 \omega^2 + 5.0625 * 10^{12} + 4 * 1.44 * 10^6 * \omega^2}}$$

Аргумент АФЧХ – фазовая частотная характеристика (ФЧХ) будет выглядеть следующим образом:

$$\varphi(\omega) = \arg W(i\omega) = \arctg \left(\frac{\frac{-2\omega\omega_0^2\zeta}{\omega^4 - 2\omega^2\omega_0^2 + \omega_0^4 + 4\omega^2\zeta^2}}{\frac{-\omega_0^2\omega^2 + \omega_0^4}{\omega^4 - 2\omega^2\omega_0^2 + \omega_0^4 + 4\omega^2\zeta^2}} \right) =$$

$$= \arctg \left(-\frac{2\omega\zeta}{-\omega^2 + \omega_0^2} \right) = \arctg \left(-\frac{2400\omega}{-\omega^2 + 2.25 * 10^6} \right)$$

Логарифмическая амплитудная частотная характеристика (ЛЧХ) будет выглядеть следующим образом:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg \left(\frac{\omega_0^2}{\sqrt{\omega^4 - 2\omega^2\omega_0^2 + \omega_0^4 + 4\omega^2\zeta^2}} \right) =$$

$$= 40 \lg(\omega_0) - 10 \lg(\omega^4 - 2\omega^2\omega_0^2 + \omega_0^4 + 4\omega^2\zeta^2) =$$

$$= 40 \lg(1500) - 10 \lg(\omega^4 - 4.5 * 10^6 \omega^2 + 5.0625 * 10^{12} + 4 * 1.44 * 10^6 * \omega^2)$$

В таблице 2 представлены измеренные и расчетные значения.

Таблица 2 - Измеренные и расчетные значения для второго задания

Частота входного сигнала ω , рад/с	Измеренное значение усиления амплитуды $A_{и}(\omega)$	Рассчитанное значение усиления амплитуды $A_{р}(\omega)$	Измеренное значение сдвига фазы $\omega_{и}(\omega)$, рад	Рассчитанное значение сдвига фазы $\omega_{р}(\omega)$, рад
0,3142	0,99999897	0,9999987507	-0,001736	-0,001746
0,6283	0,99999889	0,9999950046	-0,003486	-0,003491
0,9425	0,99999875	0,9999887593	-0,005241	-0,005236
1,2566	0,99999856	0,9999800189	-0,006971	-0,006981
1,5708	0,99999831	0,999968778	-0,008721	-0,008726
1,885	0,99999801	0,9999550393	-0,010477	-0,010472
2,1991	0,99999765	0,9999388087	-0,012206	-0,012216
2,5133	0,99999723	0,9999200762	-0,013957	-0,013962
2,8274	0,99999676	0,999898854	-0,015696	-0,015706
3,1416	0,99999624	0,9998751293	-0,017446	-0,017451
3,4558	0,99999566	0,9998489088	-0,019201	-0,019196
3,7699	0,99999502	0,9998202027	-0,0060217	-0,020940
4,0841	0,99999433	0,9997889933	-0,0065244	-0,022685
4,3982	0,99999358	0,9997553012	-0,0070269	-0,024428
4,7124	0,99999278	0,9997191056	-0,0075295	-0,026172

На рисунке 7 представлен график АФЧХ – амплитудно-фазовой частотной характеристики.

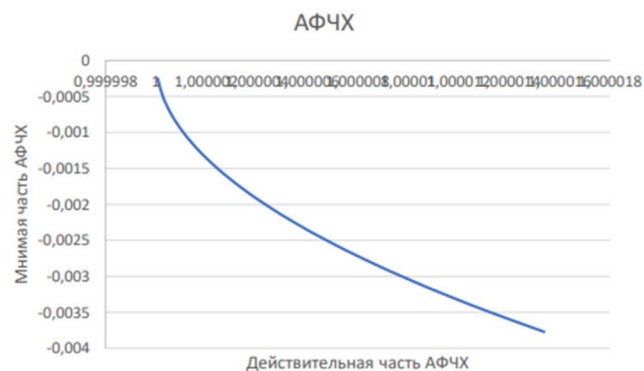


Рисунок 7 - График АФЧХ

На рисунке 8 представлен график ЛЧХ – логарифмическая амплитудная частотная характеристика.

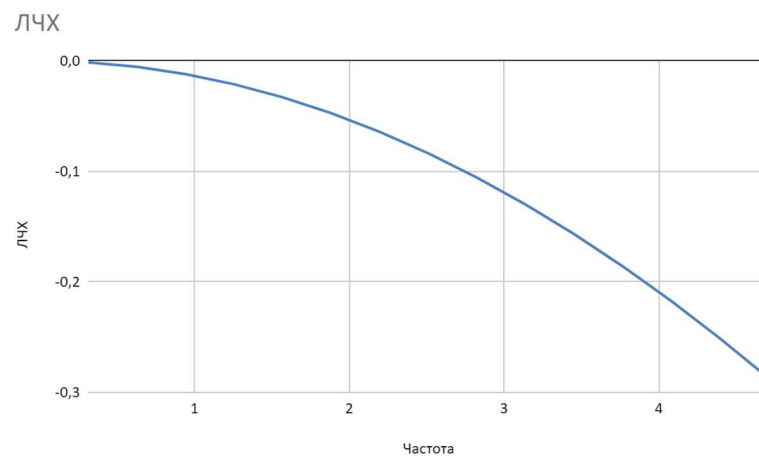


Рисунок 8 - График ЛЧХ

На рисунке 9 представлен график АЧХ – амплитудная частотная характеристика.

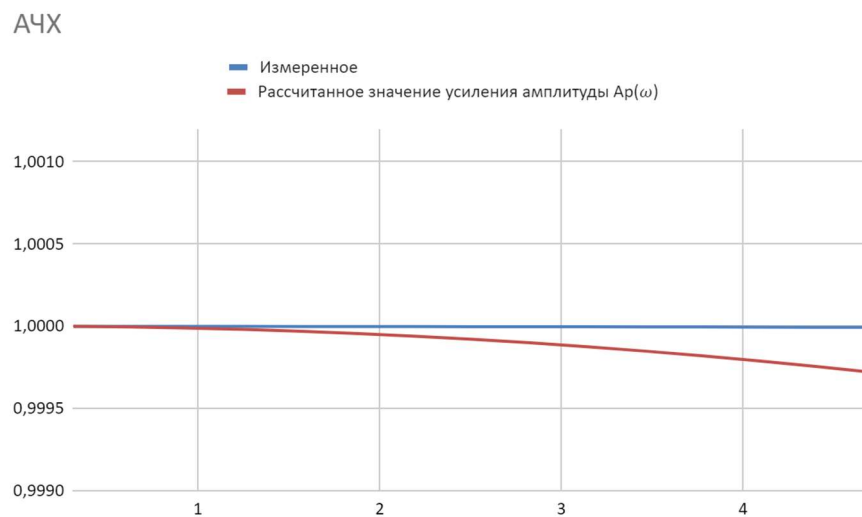


Рисунок 9 - График АЧХ

На рисунке 10 представлен график ФЧХ – фазовая частотная характеристика.

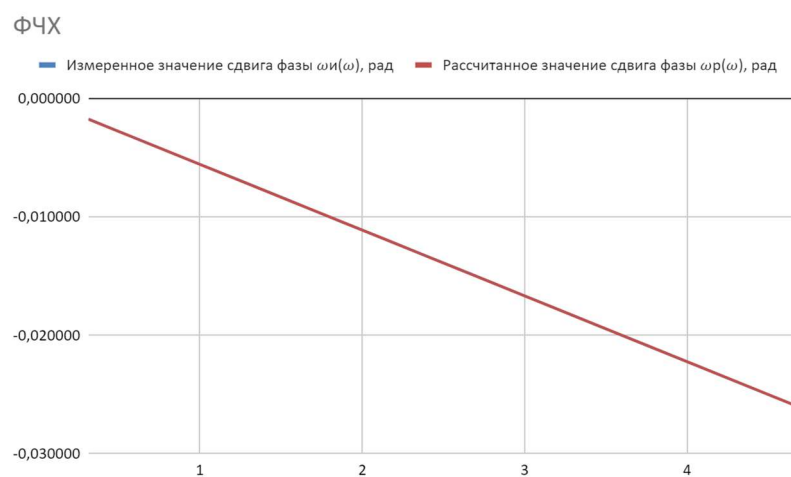


Рисунок 10 - График ФЧХ

Вывод:

Таким образом, при выполнении данной лабораторной работы мы установили, что при гармоническом воздействии в устойчивых системах после окончания переходного процесса выходная величина также изменяется по гармоническому закону, но с другими амплитудой и фазой, отношение амплитуд выходной и входной величин равно модулю, сдвиг фазы равен аргументу частотной передаточной функции, АФЧХ – комплексная величина и включает мнимую и действительную часть, АЧХ показывает изменение отношения амплитуд, ФЧХ – сдвиг фазы выходной величины относительно входной в зависимости от частоты входного гармонического воздействия, ЛЧХ – представление частотного отклика линейной системы