МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Липецкий государственный технический университет

Факультет автоматизации и информатики

Домашняя работа №1

по математическому программированию

Студент Станиславчук С. М.

Группа АС-21-1

Руководитель Качановский Ю. П.

Липецк 2023 г.

Содержание

2. Задание

Вариант: 20

y = x*sqrt(1-x^2), метод Стеффенсена

3. Теория

Метод Стеффенсена - это итерационный численный метод для приближенного
решения уравнений вида f(x) = 0. Он основан на идее использования приближенного значения производной функции для улучшения скорости сходимости метода простой итерации.

Шаги в методе Стеффенсена:

1. Задать начальное приближение x0 и погрешность ε.
2. На каждой итерации i вычислить следующее приближение xi по формуле:

   xi = x[i-1] - (f'(x[i-1]))^2 / (f'(x[i-1] + f'(x[i-1] – f'(x[i-1]))))
3. Повторять шаг 2, пока |xi - x[i-1]| > ε

4. Решение

Для поиска стационарных точек функции с использованием метода Стеффенсена и начального интервала с помощью метода Свена, сначала определим нашу функцию f(x):

```
def f(x):
    return x * math.sqrt(1 - x**2)
```

Затем мы можем определить метод Свена для нахождения начального интервала, на котором мы будем искать стационарные точки. Метод Свена заключается в поиске интервала, на котором функция меняет знак. Начнем с какой-то начальной точки x0 и будем двигаться в направлении, где функция меняет знак, удваивая шаг на каждом следующем шаге, пока не найдем интервал, на котором функция меняет знак.

```
def svenn_method(f, x0, h=0.01):
    if f(x0) < f(x0 + h):
        h = -h
```

```
    x1 = x0 + h
    h = h * 2
    while f(x0) > f(x1):
        x0 = x1
        x1 = x1 + h
    return x0, x1
```

Теперь мы можем использовать метод Стеффенсена для нахождения стационарных точек на полученном интервале. Метод Стеффенсена - это итерационный метод для поиска нулей функции. В этом случае, мы будем использовать его для поиска точек, где производная функции f(x) равна нулю, что является необходимым условием для стационарных точек.

```
def steffensen_method(f, df, x0, tol=1e-6, max_iter=100):
    x = x0
    for i in range(max_iter):
        df_x = df(x)
        df_x_squared = df_x ** 2
        # Проверка на ноль в знаменателе
        if abs(df(x + df_x) - df_x) < 1e-10:
            break
        x1 = x - df_x_squared / (df(x + df_x) - df_x)
        # Вычисляем оценку погрешности
        error = abs(x1 - x)
        if error < tol:
            return x1
        x = x1
    raise Exception("Метод не сошелся")
```

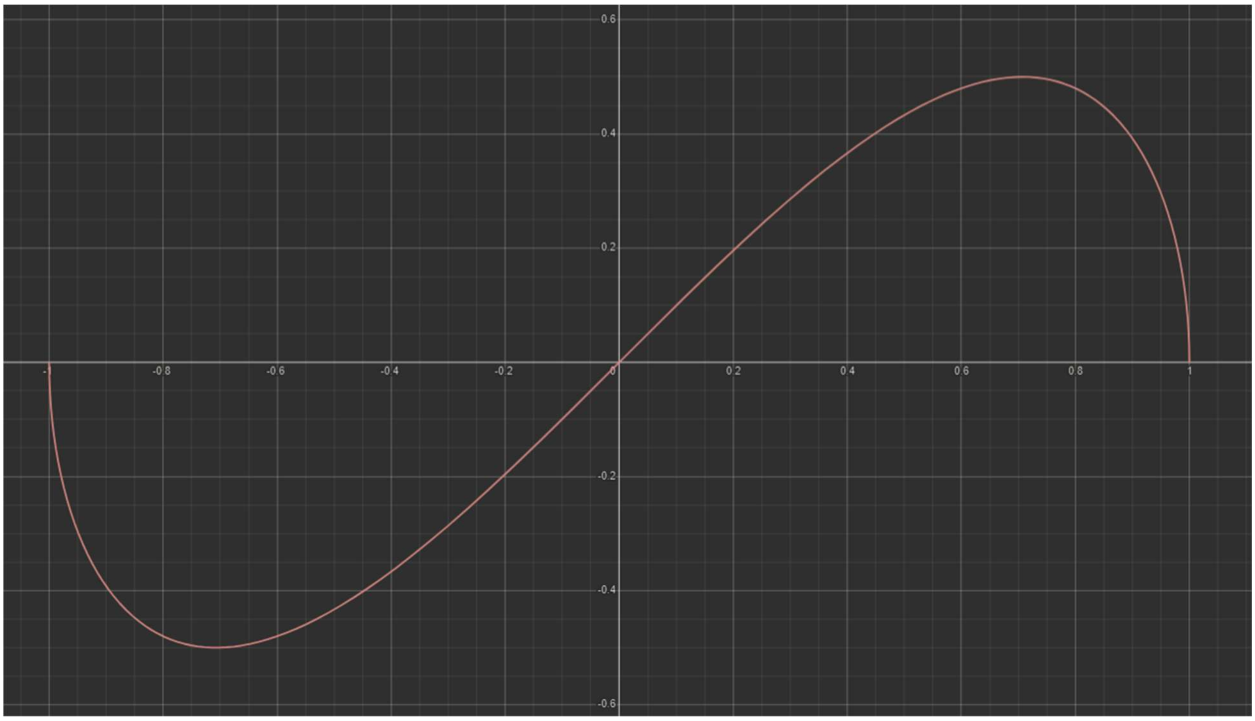

Рисунок 1. График функции y = x*sqrt(1-x^2)

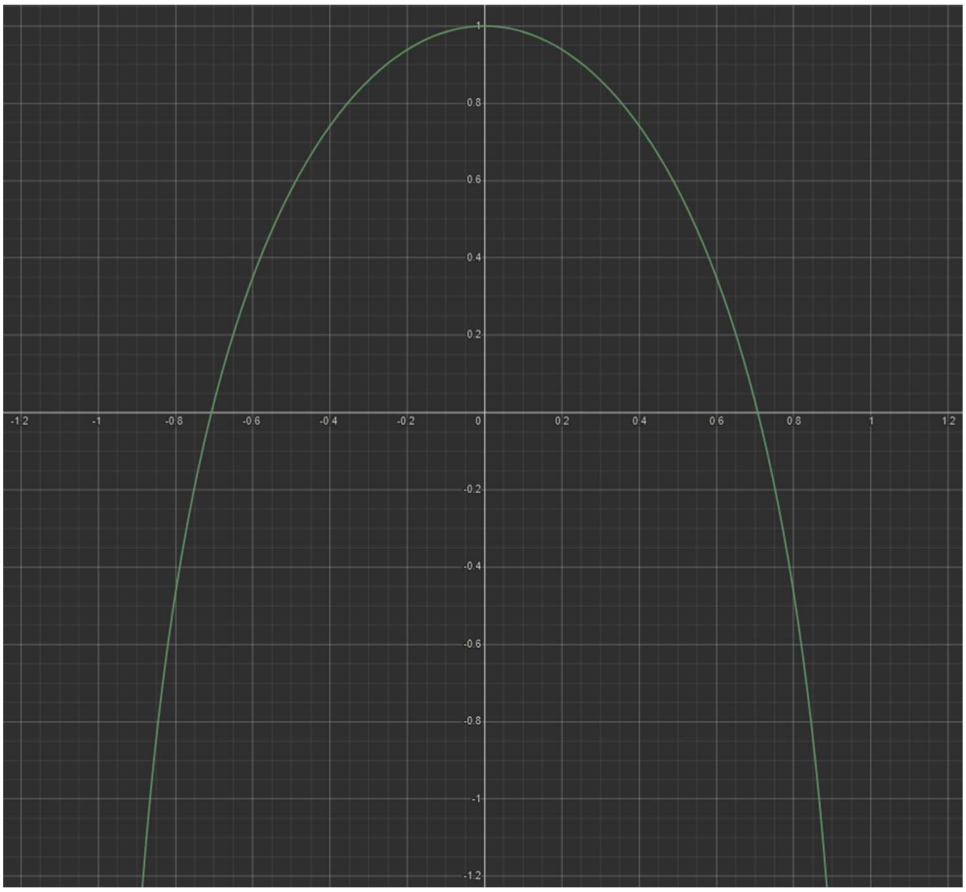

Рисунок 2. График функции y’ = (1-2x^2)/(sqrt(1-x^2))

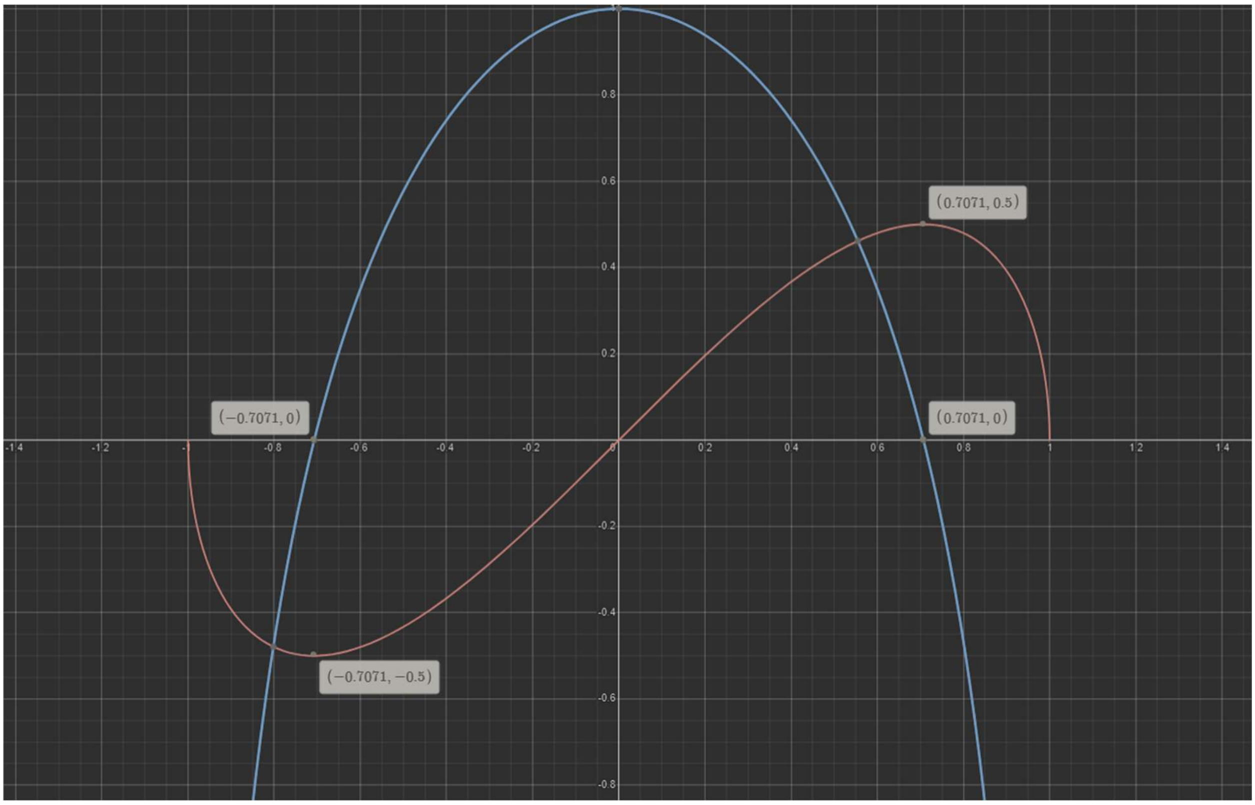

Рисунок 3. Оба графика y и y’

В качестве начального приближения выберем 0

```
x0 = 0
```

Из рис. 3 видно, что при нахождении точки производной функции там, где y’ = 0, мы найдем значение точки x, в котором будет находится стационарная точка. Так мы и поступили при расчете, пользуясь методом Стеффенсена

Результат программы:

```
Iteration 0: x = [0.07735027]
Iteration 1: x = [0.59761397]
Iteration 2: x = [0.69961447]
Iteration 3: x = [0.70882099]
Iteration 4: x = [0.70707957]
Iteration 5: x = [0.70710668]
Iteration 0: x = [-0.07735026]
Iteration 1: x = [-0.59761397]
Iteration 2: x = [-0.69961446]
Iteration 3: x = [-0.708821]
Iteration 4: x = [-0.70707958]
Iteration 5: x = [-0.70710669]

Минимум функции: 0.49999999999997813
Максимум функции: -0.499999999999983
```

Немного приблизив результат, можно сказать, что он совпал с показаниями графика.

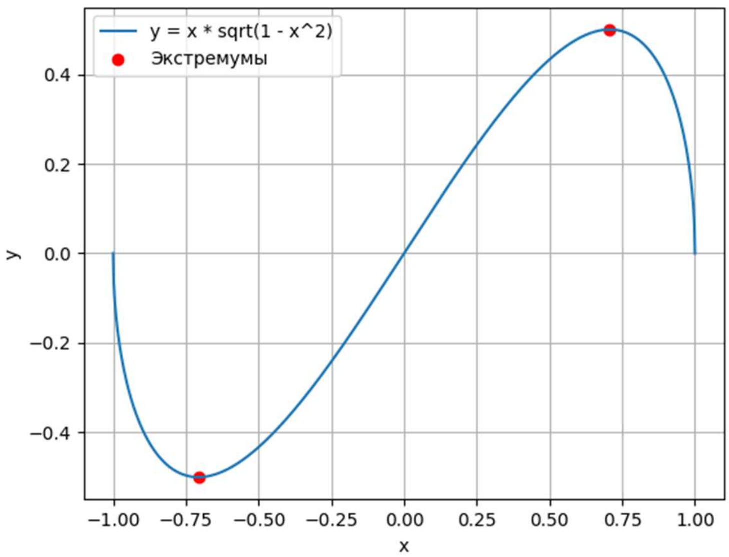

Рисунок 4. График функции и её стационарные точки (экстремумы)

5. Ответ: стационарные точки, найденные методом Стеффенсена: -0.5 (max) и 0.5 (min)