

## Теория игр. Понятие об игровых моделях.

Найти нижнюю и верхнюю цены игры с платежной матрицей.  
Проверить, имеет ли платежная матрица седловую точку.

Вариант 13:

Игроки	B1	B2	B3	B4	B5
A1	13	9	7	14	7
A2	8	11	9	8	13
A3	7	12	9	7	13
A4	15	8	13	9	10
A5	13	7	15	8	12

Платежная матрица С

$C =$

13	9	7	14	7
8	11	9	8	13
7	12	9	7	13
15	8	13	9	10
13	7	15	8	12

Рассмотрим игру двух лиц А и В, интересы которых противоположны.  
 $A_i$  и  $B_j$  - стратегии, выбираемые лицами А и В соответственно.

**Решение.**

**Нижняя цена игры**

$a$  - нижняя цена игры, а стратегия игрока А, соответствующая **наибольшему** из чисел  $\min(c_{ij})$ , называется **максиминной**.

$$a = \max(\min(c_{ij}))$$

где  $i$  - строка платежной матрицы,  $j$  - столбец платежной матрицы,  $m$  - количество столбцов платежной матрицы,  $n$  - количество строк платежной матрицы.

В каждой строке платежной матрицы найдем наименьший элемент, и запишем его справа от матрицы

13	9	7	14	7	->	7
8	11	9	8	13	->	8
7	12	9	7	13	->	7
15	8	13	9	10	->	8
13	7	15	8	12	->	7

$$a = \max(7, 8, 7, 8, 7) = 8$$

Таким образом, если игрок  $A$  будет придерживаться максиминной стратегии, то ему гарантирован выигрыш, не меньший, чем  $a$ , при любом поведении игрока  $B$

### Верхняя цена игры

$B$  - верхняя цена игры, а стратегия игрока  $B$ , соответствующая **наименьшему** из чисел  $\max(c_{ij})$ , называется **минимаксной**.

$$B = \min(\max(c_{ij}))$$

где  $i$  - строка платежной матрицы,  $j$  - столбец платежной матрицы,  $m$  - количество столбцов платежной матрицы,  $n$  - количество строк платежной матрицы.

В каждом столбце платежной матрицы найдем **наибольший** элемент, и запишем его снизу от матрицы.

13	9	7	14	7	->	7
8	11	9	8	13	->	8
7	12	9	7	13	->	7

<b>13</b>	<b>9</b>	<b>7</b>	<b>14</b>	<b>7</b>	->	<b>7</b>
15	<b>8</b>	13	9	10	->	8
13	<b>7</b>	15	8	12	->	7
-15	-12	-15	-14	-13		

$$B = \min(15, 12, 15, 14, 13) = 12$$

### **Седловая точка**

Игра называется игрой с седловой точкой, если её нижняя и верхняя цены совпадают, то есть выполняется равенство

$$a = \max(\min(c_{ij})) = \min(\max(c_{ij})) = B$$

Для нашего случая  $a \neq B$ , что свидетельствует об отсутствии седловой точки. Тогда цена игры находится в пределах

$$8 \leq y \leq 12$$

где  $y$  - цена игры.