

Математическое программирование, лекция 2

Тема 2. Безусловная оптимизация функций одной переменной.

Лекция 2. Основы безусловной оптимизации функций одной переменной

1. Основные понятия безусловной оптимизации

1. Функция $f(x)$ монотонная (гладкая), если для двух произвольных точек x_1, x_2 , таких, что $x_1 \leq x_2$, выполняется одно из следующих неравенств:
 $f(x_1) \leq f(x_2)$ - монотонно возрастающая функция
 $f(x_1) \geq f(x_2)$ - монотонно убывающая функция
2. Функция $f(x)$ является унимодальной на отрезке $a \leq x \leq b$, если существует единственная точка $x^* \in [a, b]$, такая что для любых $x_1, x_2 \in [a, b]$ и $x_1 \leq x_2$.
 $f(x_1) \geq f(x_2)$, если $x_2 \leq x^*$
 $f(x_1) \leq f(x_2)$, если $x_1 \geq x^*$.

То есть функция является унимодальной на отрезке $[a, b]$, если она монотонно убывает по одну сторону от единственной точки минимума x^* ($x \leq x^*$) и монотонно возрастает по другую сторону от этой точки ($x \geq x^*$)

3. Тогда x^* в X называется *точкой локального минимума функции на множестве X* , если существует некоторая положительная величина $\varepsilon > 0$, такая, что для всех x^* в X в окрестностях точки x^* : $|x - x^*| < \varepsilon$
- $$f(x^*) \leq f(x)$$
4. Точка x^* в X называется *точкой глобального минимума функции $f(x)$ на множестве X* , если функция достигает в этой точке своего наименьшего значения, т.е.
- $$f(x^*) \leq f(x) \text{ для всех } x \in X$$