

ФГБОУ ВО «Липецкий государственный  
технический университет»

Кафедра АСУ

## **Системы искусственного интеллекта**

### *Лекция 6* **НЕЙРОННЫЕ СЕТИ ХОПФИЛДА. ГИБРИДНЫЕ НЕЙРО-НЕЙЧЁТКИЕ СИСТЕМЫ**

**д.т.н. Сараев Павел Викторович**

Липецк - 2023

# **ПЛАН ЛЕКЦИИ**

## **4. Нейронные сети**

### **4.1. Нейронные сети Хопфилда**

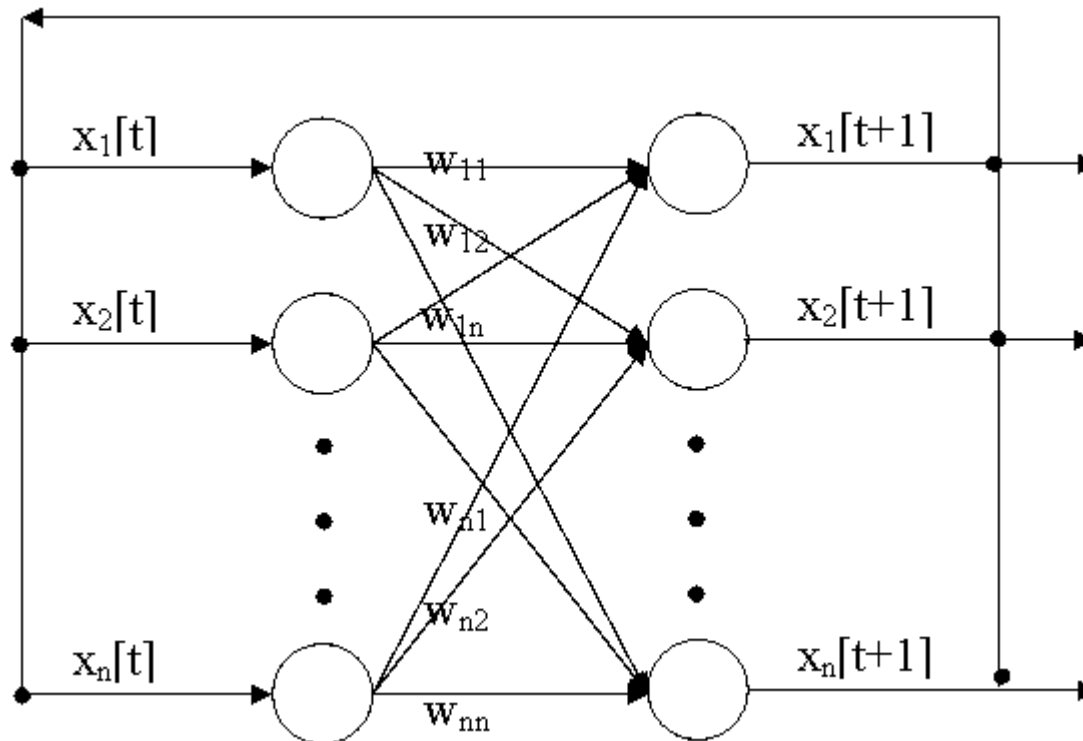
## **5. Гибридные нейро-нечеткие системы**

## 4.1. Нейронные сети Хопфилда

Принципиально отличная архитектура НС – НС Хопфилда (1982 г.) (НС с обратными связями, рекуррентные сети). Суть - сигналы нейронов могут подаваться на входы нейронов, располагающихся в предыдущих слоях.

Сети Хопфилда - ассоциативная память.

Область применения - задачи распознавания образов (по части признаков вспоминается объект).



Функционирование:

$x_i$  из  $\{-1, +1\}$ :  $+1$  – есть цвет,  $-1$  – нет цвета

1. Начальное состояние  $x_0$

2. Потактовое выполнение:

$$x[t+1] = f(Wx[t]),$$

$f$  – пороговая функция активации;

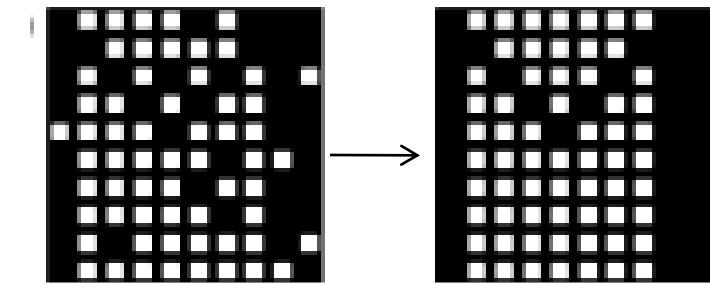
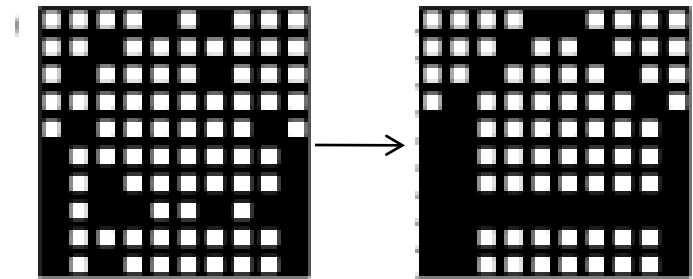
$$W = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \cdots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & \cdots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ w_{n1} & w_{n2} & \cdots & w_{nn} \end{bmatrix}$$

– матрица весов

3. Критерий остановки:

$$x[t+1] = x[t]$$

(устойчивое состояние)



Настройка матрицы весов:

Задано множество векторов  $\{ x^k, k=1, \dots, m \}$ , подлежащих запоминанию в сети.

Мера близости векторов - евклидово расстояние.

Задача поиска ассоциации - поиск минимума функции.

**Утверждение (Хопфилд).** Если в качестве весов сети выбрать

$$w_{ij} = \begin{cases} \sum_{k=1}^m x_i^k x_j^k, & i \neq j \\ 0, & i = j \end{cases}$$

( или:

$$W = \sum_{k=1}^m x^k (x^k)^T$$

),

то исходные векторы - точки минимума.

Такая сеть устойчива в исходных точках. Это достаточное, но не необходимое условие.

Емкость:  $0,14n$ , где  $n$  – количество образов.

## 5. Гибридные нейро-нечеткие системы

Комбинирование нечеткой логики (НЛ) и НС:

- 1) введение в НС возможности работать не с обычными, а с нечеткими числами (**нечеткие нейронные сети**);
- 2) использование НС для представления нечетких правил (выводов);
- 3) введением в нечеткие системы нейроподобного способа настройки параметров (**нейро-нечеткие системы**).

Нечеткие НС оперируют нечеткими данными - входные и выходные сигналы, веса - нечеткие треугольные числа; арифметические действия, а также функции активации могут определяться одним из двух способов:

- 1) на основе принципа расширения Заде
- 2) на основе интервальной арифметики.

Алгоритмы обучения нечетких НС:

- 1) настройка центров треугольных чисел (весов) (обучение центров - с помощью тех же методов оптимизации, которые применяются при обучении обычных НС);
- 2) подстройка значений границ.

## НС для представления правил вывода

Способ синтеза применяется, когда имеется нечеткая система, выраженная набором правил, известны функции принадлежности в предпосылках и заключениях правил, но **невозможно выбрать механизм логического вывода.**

Система состоит из правил вида

$R_i$ : Если  $x$  есть  $A_i$  то  $y$  есть  $B_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ ,

где  $A_i$  и  $B_i$  – нечеткие числа.

Обучающее множество – множество пар

$$\{A_i, B_i\}, i = 1, \dots, k.$$

Два основных подхода к преобразованию обучающего множества для возможности использования традиционных алгоритмов обучения НС:

Умано (Umano) и Езава (Ezawa): представление нечеткого множества в виде конечного дискретного множества значений функций принадлежности.

Выделяется носитель  $[a_1, a_2]$ , содержащий носители всех множеств  $A_i, i = 1, \dots, m$ , и носитель всех возможных входов  $A'$ .

Выделяется носитель  $[b_1, b_2]$  для выходов.

Носители  $[a_1, a_2]$  и  $[b_1, b_2]$  дискретизируют на  $p_x \geq 2, p_y \geq 2$  частей соответственно:

$$x_i = a_1 + (i-1)(a_2-a_1) / (p_x - 1), i = 1, \dots, p_x;$$

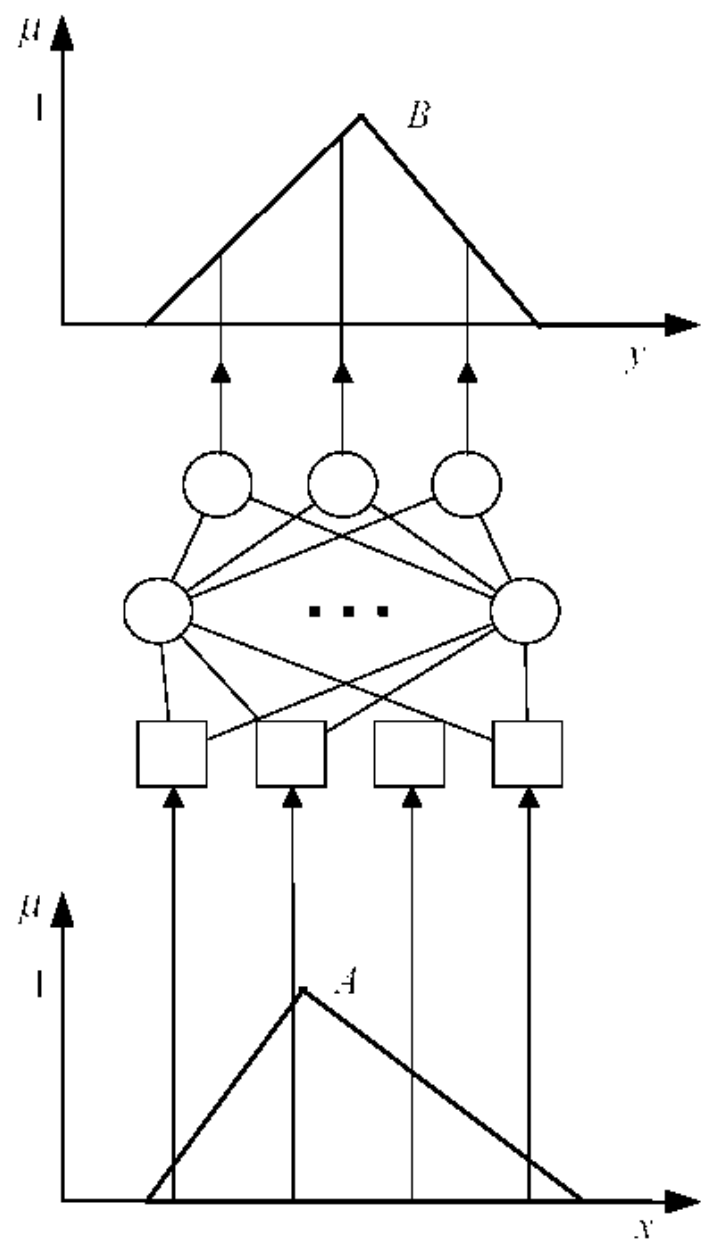
$$y_j = b_1 + (j-1)(b_2-b_1) / (p_y - 1), j = 1, \dots, p_y.$$

Дискретная версия обучающего множества:

$$\{ ( A_i(x_1), \dots, A_i(x_{p_x}) ), ( B_i(y_1), \dots, B_i(y_{p_y}) ) \}, i = 1, \dots, k.$$

Т.о., НС для представления механизма вывода состоит из  $p_x$  входов и  $p_y$  выходов.





Способ Уехара (Uehara) и Фуджисе (Fujise): использование конечного числа  $\alpha$ -срезов для представления нечетких чисел. Т.к. нечеткие числа - выпуклые нечеткие множества,  $\alpha$  -срез описывается парой чисел  $a_i^L$  и  $a_i^R$  - левой и правой границами.

Конечное множество разбиений<sup>^</sup>

$$\alpha_j = (j-1) / (p-1), j = 1, \dots, p,$$

где  $p \geq 2$  - количество разбиений. Для каждого отсечения  $\alpha_j$  определяются границы отсечений для нечетких множеств  $A_i$  и  $B_i$ :

$$[a_{ij}^L, a_{ij}^R], [b_{ij}^L, b_{ij}^R].$$

Строится дискретное обучающее множество для всех соответствующих отсечений.

Недостатки способа:

- 1) неинтерпретируемость логического вывода;
- 2) для повышения точности представления знаний носители требуется разбивать на большое количество частей, что приводит к росту размерности НС, реализующей выводы.

## Нейро-нечеткие системы

Особенности:

- 1) они всегда могут быть рассмотрены как системы нечетких правил;
- 2) настройка функций принадлежности в предпосылках и заключениях правил на основе обучающего множества производится с помощью НС.

Нечеткая система Такаги-Суджено с 2 переменными и 2 правилами:

$R_1$ : Если  $x_1$  есть  $A_{11}$  и  $x_2$  есть  $A_{12}$  то  $y = c_{11}x_1 + c_{12}x_2$ ,

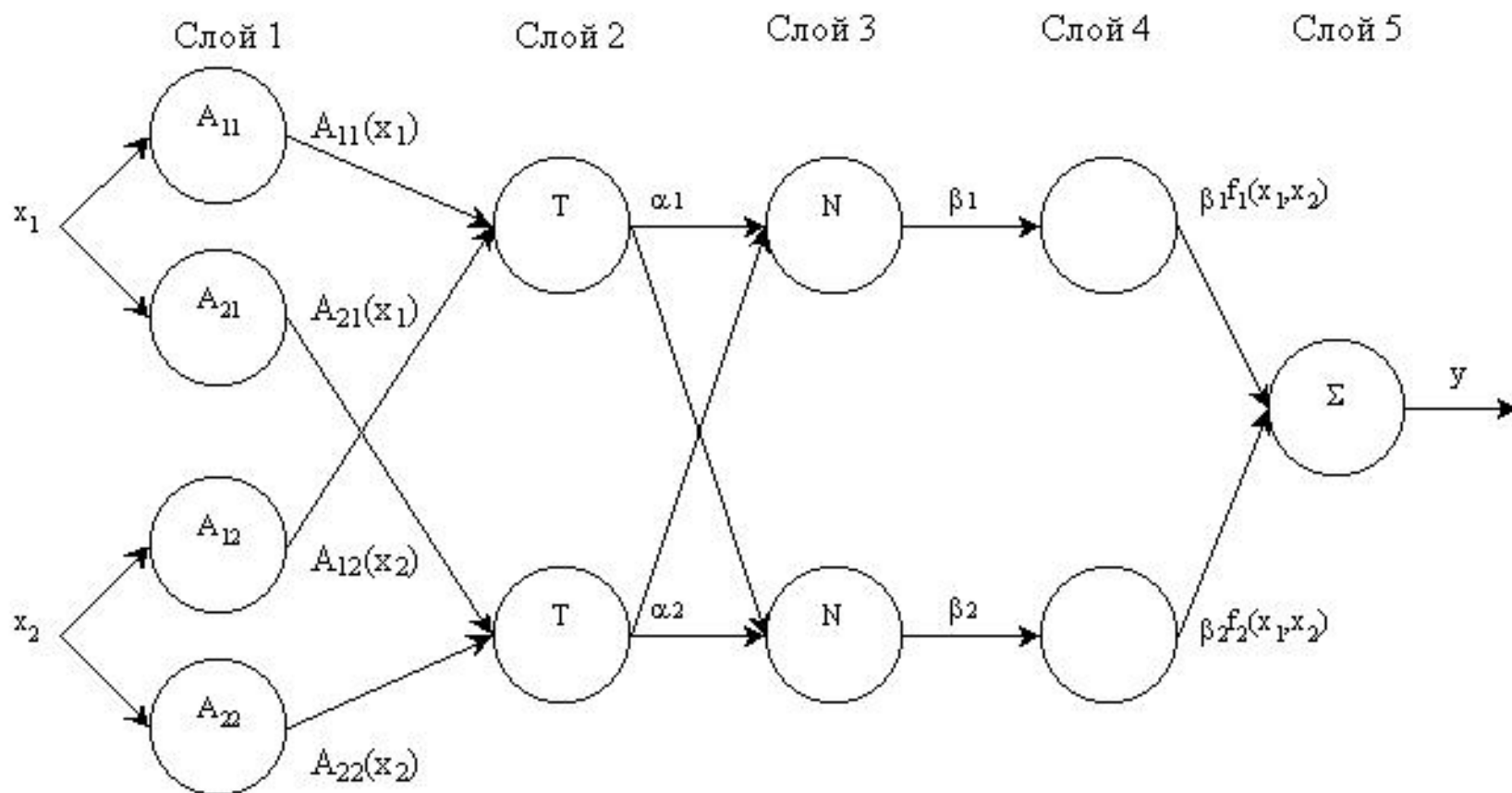
$R_2$ : Если  $x_1$  есть  $A_{21}$  и  $x_2$  есть  $A_{22}$  то  $y = c_{21}x_1 + c_{22}x_2$ ,

Выход системы:

$$y = \frac{\alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2}{\alpha_1 + \alpha_2} = \beta_1 y_1 + \beta_2 y_2$$

Данная система может быть реализована 5-слойной НС специального вида

Адаптивная нейро-нечеткая система логического вывода (ANFIS, Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System):



**Слой 1.** Выходы нейронов слоя - степени принадлежности входных значений нечетким множествам, ассоциированным с нейронами. Применяются гауссовские функции принадлежности:

$$A_{ij}(x) = e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x - a_{ij}}{b_{ij}} \right)^2}$$

где  $a_{ij}$  - множество параметров, требующих настройки в процессе обучения. Могут быть использованы непрерывная функция -трапецевидная или треугольная и т.п. Данные параметры - **предпосылочные**.

**Слой 2.** Нейроны слоя вычисляют уровень истинности правила:

$$\alpha_i = A_{i1}(x_1) \wedge A_{i2}(x_2)$$

где для моделирования «и» используется дифференцируемая  $t$ -норма. Нейрон этого слоя - **нейроны правил**.

**Слой 3.** Производится нормализация уровней истинности правил

$$\beta_i = \frac{\alpha_i}{\alpha_1 + \alpha_2}$$

**Слой 4.** Выходы - произведение нормализованных значений уровней истинности на выходы правил:

$$y_i = \beta_i (c_{i1}x_1 + c_{i2}x_2)$$

**Слой 5.** Нейроны производят адаптивное суммирование выходов нейронов предыдущего слоя.

Достоинства:

- 1) интерпретируемость (свойство нечетких систем логического вывода);
- 2) обучаемость (свойство НС).

Особенность гибридных нейро-нечетких систем:

требование дифференцируемости отображений, реализуемых системой.

Это отражается в необходимости выбора дифференцируемых функций принадлежности, t-норм, t-конорм и операции агрегации.

## Алгоритм обучения - настройка значений параметров

$$a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, i, j = 1, 2$$

Ошибка:

$$Q = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^k e_l^2 = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^k (y_l - \tilde{y}_l)^2$$

где

$$y_l = y(\tilde{x}_l)$$

- ВЫХОД СИСТЕМЫ.

Пусть t-норма и импликация – произведение. Используется суперпозиционная структура системы.

1. Вычисление частных производных функционала по параметрам выходного слоя:

$$\frac{\partial Q}{\partial c_{ij}} = \sum_{l=1}^k (y_l - \tilde{y}_l) \cdot \beta_i x_j, \quad i, j = 1, 2$$

## 2. Нахождение промежуточных производных:

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta_i} = \sum_{l=1}^k (y_l - \tilde{y}_l) \cdot (c_{i1}x_1 + c_{i2}x_2),$$

$$\frac{\partial \beta_i}{\partial \alpha_i} = \frac{\alpha_i}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2}$$

$$\frac{\partial \alpha_i}{\partial A_{ij}} = A_{i,3-j}, \quad i, j = 1, 2$$

## 3. Вычисление производных по параметрам предпосылок:

$$\frac{\partial A_{ij}}{\partial a_{ij}} = A_{ij} \cdot \frac{x_i - a_{ij}}{b_{ij}^2}$$

$$\frac{\partial A_{ij}}{\partial b_{ij}} = \frac{\partial A_{ij}}{\partial a_{ij}} \cdot \frac{x_i - a_{ij}}{b_{ij}^2}$$

На основе производной сложной функции:

$$\frac{\partial Q}{\partial a_{ij}} = \frac{\partial Q}{\partial \beta_i} \cdot \frac{\partial \beta_i}{\partial \alpha_i} \cdot \frac{\partial \alpha_i}{\partial A_{ij}} \cdot \frac{\partial A_{ij}}{\partial a_{ij}}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial b_{ij}} = \frac{\partial Q}{\partial \beta_i} \cdot \frac{\partial \beta_i}{\partial \alpha_i} \cdot \frac{\partial \alpha_i}{\partial A_{ij}} \cdot \frac{\partial A_{ij}}{\partial b_{ij}}$$



## ВЫВОДЫ (ОСНОВНЫЕ МОМЕНТЫ ЛЕКЦИИ)

1. Нейронные сети Хопфилда – динамическая класс НС, используемый в **задачах распознавания образов**.
2. Функционирование НС Хопфилда производится до тех пор, пока не будет достигнуто **устойчивое состояние**.
3. Цель гибридных структур – **соединение достоинств различных моделей**.
4. Гибридизация нечеткой логики и НС может осуществляться тремя основными способами. Наиболее важный класс – **нейро-нечеткие системы**, обладающие **интерпретируемостью нечетких систем логического вывода** и **обучаемостью НС**.
5. Обучение нейро-нечетких систем производится в случае **дифференцируемости модели** с использованием **суперпозиционной структуры**.

# ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Нейронные сети Хопфилда. Динамический характер функционирования.
2. Настройка НС Хопфилда на решение задач распознавания образов.
3. Цель гибридизации различных структур интеллектуальных систем.
4. Нечеткие НС.
5. НС для представления правил логического вывода.
6. Нейро-нечеткие системы. Структура ANFIS.
7. Алгоритм обучения структуры ANFIS.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сараев П.В. Нейросетевые методы искусственного интеллекта: Учебное пособие. - Липецк: ЛГТУ, 2007.- 64 с.
2. Блюмин С.Л., Шуйкова И.А., Сараев П.В., Черпаков И.В. Нечеткая логика: алгебраические основы и приложения. Липецк: ЛЭГИ, 2002 – 107с.
3. Fuller R. Introduction to Neuro-Fuzzy Systems.– Berlin/Heidelberg, Springer-Verlag, 2000.– 289 p.
4. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации. – М.: Финансы и статистика, 2004. – 344 с.

**Спасибо за внимание!**