



本课程的基本问题

1. 包含大信号

2. 产生新的频谱

课程名称	其它名称	课程内容	
电路分析	电工原理	电路的基本问题	
线性电路	模拟电子电路 电子技术基础	基础电路器件 线性放大器	低频、小信号
非线性电路	高频电子电路	非线性器件 相关电路	高频、大信号
射频电路	通信电子电路	射频器件 相关电路	射频/微波信号

本课程的基本结构

第一章 概述

第三章 功率放大器

第六章 幅度调制与检波

第二章

非线性器件的分析方法

第四章 正弦振荡器

第七章 混频

第五章 模拟乘法器

第八章 角度调制和解调

教材和参考

1. **《非线性电子线路》（教材）**
 - 杨金法、彭虎编著，03版，电子工业出版社
2. **《高频电路原理与分析》**
 - 杜武林主编，西安电子科技大学出版社
3. **《电子线路——非线性部分》**
 - 谢嘉奎主编，高等教育出版社
4. **《通信电子线路》**



授课时间 和教室

上课时间和教室

- **时间：**周三下午（6、7节）、周五上午（3、4节）
- **教室：**GH 206

非线电教学QQ群

课上确定

联系方式

- 主讲老师
 - 刘发林：63601922 liufl@ustc.edu.cn
 - 陆广华：63601326 lugh@ustc.edu.cn
 - 地 址：西校区科技西楼15楼
-
- 助教老师
 - 周文霞 zwx0510@mail.ustc.edu.cn, 15655150510
 - 地址：西区科技西楼 1506室
 - 刘思源 liusiyuan0524@mail.ustc.edu.cn, 15256035450
 - 地址：高新区信智楼 A505室

本(选修)课程要求

- 注重基本概念、问题分析和处理方法
- 周期信号的傅里叶级数分析
- 课前预习
- 课上笔记、标注，下课问问题
- 课后复习、做作业一周一次作业，按时交，记平时成绩
 - 仅在本周内补交的作业才能记入成绩（请假除外）
 - 后补的作业仅能对后期作业有效性产生影响
 - 作业不交不补将单独记入最终成绩
 - 连续两次不交作业及间歇三次不交作业将会在课堂对这些同学提进一步要求
- 成绩记录方式：平时30%+期末考试70%。

每周三交作业

第一章 概述

电子工程与信息科学系

内 容

1.1 概述

1.2 非线性器件应用概述

1.3 非线性电路——非线性电路、非线性器件分类

1.4 非线性器件的作用——频率变换

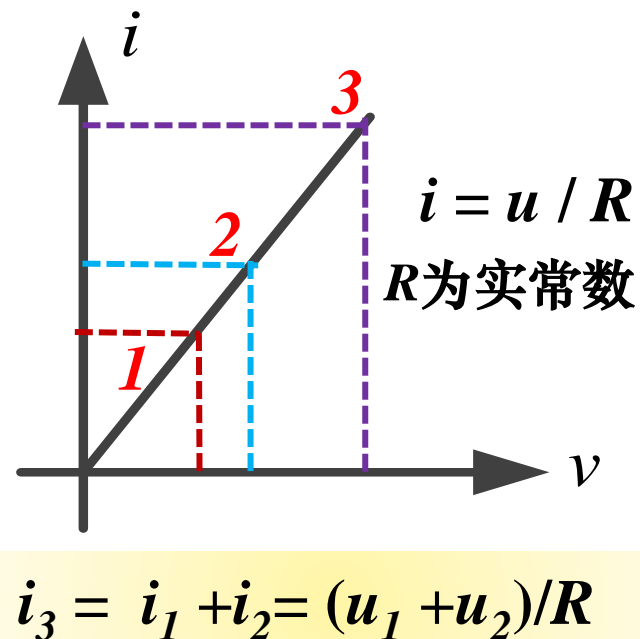
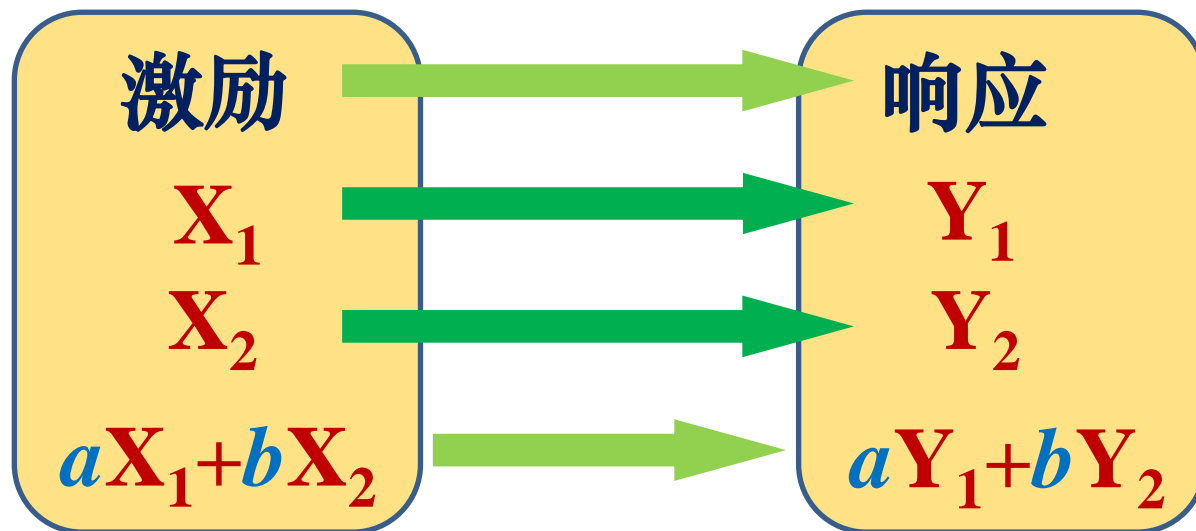
1.5 并联谐振网络

1.6 窄带（点频）下的串联、并联等效

线性

1 满足叠加原理

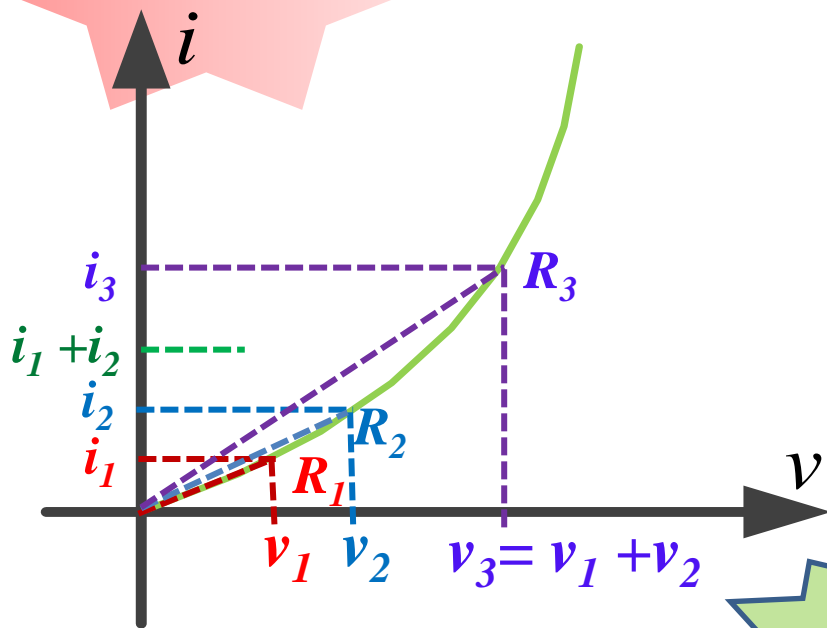
2 物理量间是一次函数关系，等比例变化



非线性



不满足叠加原理



$i = u / R$ 此时, R 不再是常数
 $R(u)$, $R(i)$

$$i_1 = u_1 / R(u_1)$$

$$i_2 = u_2 / R(u_2)$$

$$i_3 = (u_1 + u_2) / R(u_1 + u_2) \neq i_1 + i_2$$

原因:

$$R(u_1) \neq R(u_2) \neq R(u_1 + u_2)$$

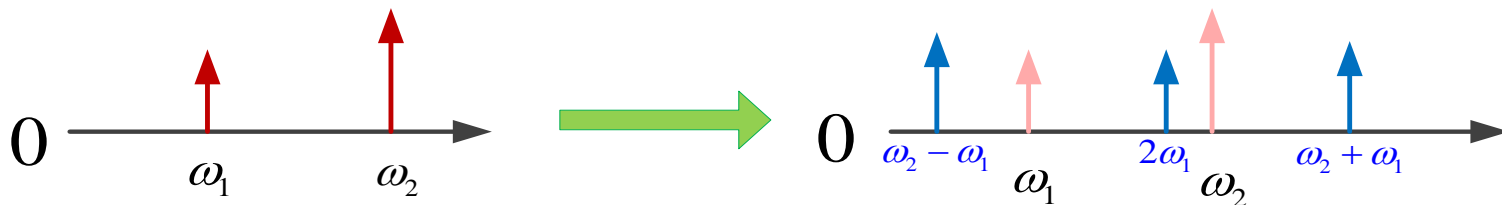
非线性变换

$$i = a u^2, \quad u = u_1 + u_2$$

$$i = a (u_1 + u_2)^2 = a u_1^2 + a u_2^2 + 2a u_1 u_2 = i_1 + i_2 + \underline{2a u_1 u_2}$$

$$u_1 = U_{1m} \cos \omega_1 t, \quad u_2 = U_{2m} \cos \omega_2 t$$

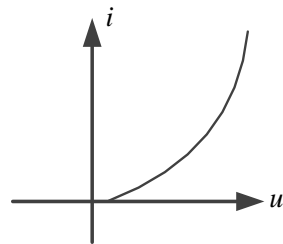
$$i = a (u_1 + u_2)^2 = a U_{1m}^2 \underbrace{\cos^2 \omega_1 t}_{2\omega_1} + a U_{2m}^2 \underbrace{\cos^2 \omega_2 t}_{2\omega_2} + 2a U_{1m} U_{2m} \underbrace{\cos \omega_1 t \cos \omega_2 t}_{\omega_1 + \omega_2 \quad \omega_1 - \omega_2}$$



非线性网络：波形可变，并产生新的谱线，不满足叠加原理

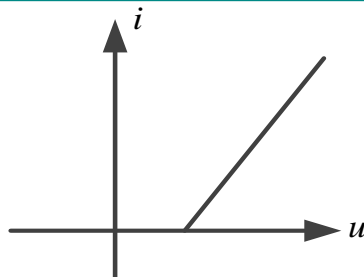
1、指数特性

$$i = I_s \left(e^{\frac{u}{U_r}} - 1 \right) \approx I_s e^{\frac{u}{U_r}}$$



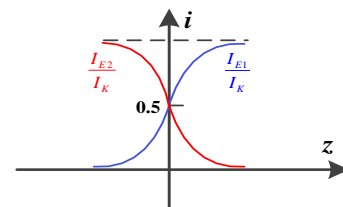
$$U_r = \frac{kT}{q} \Big|_{\text{室温}} = 26 \text{ mV}$$

2、折线特性



3、双曲正切特性

$$i_{E1} = \frac{I_K}{1 + e^{-Z}} = \frac{I_K}{2} \left(1 + \tanh \frac{Z}{2} \right)$$



4、平方特性

$$i_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{U_{GS}}{U_P} \right)^2$$

1.2 非线性器件应用概述

1.2.1 非线性电路四种类型

1.2.2 电路模型

1.2.3 具体实现方式

① 功率放大：

- 电压电流放大
- 低频功放（末级）
- 高频放大（转发）

② 振荡器：

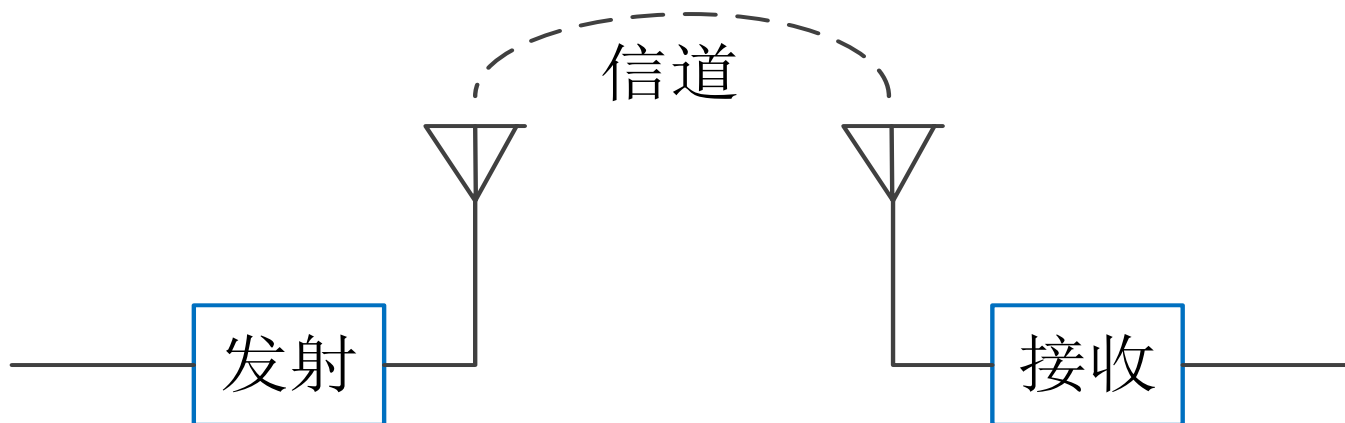
- 正弦
- 多谐
- 产生多种波形

③ 线性频谱变换：

- 倍频
- 调幅（平移）
- 混频（平移）
- 检波

④ 非线性频谱变换：

- 调频 (FM)
- 调相 (PM)
- 鉴频 (DFM)
- 鉴相 (DPM)



信道特性

1) 中长波: 3MHz 以下 (地表波, 爬行波)

2) 短 波: $3\sim 30\text{MHz}$

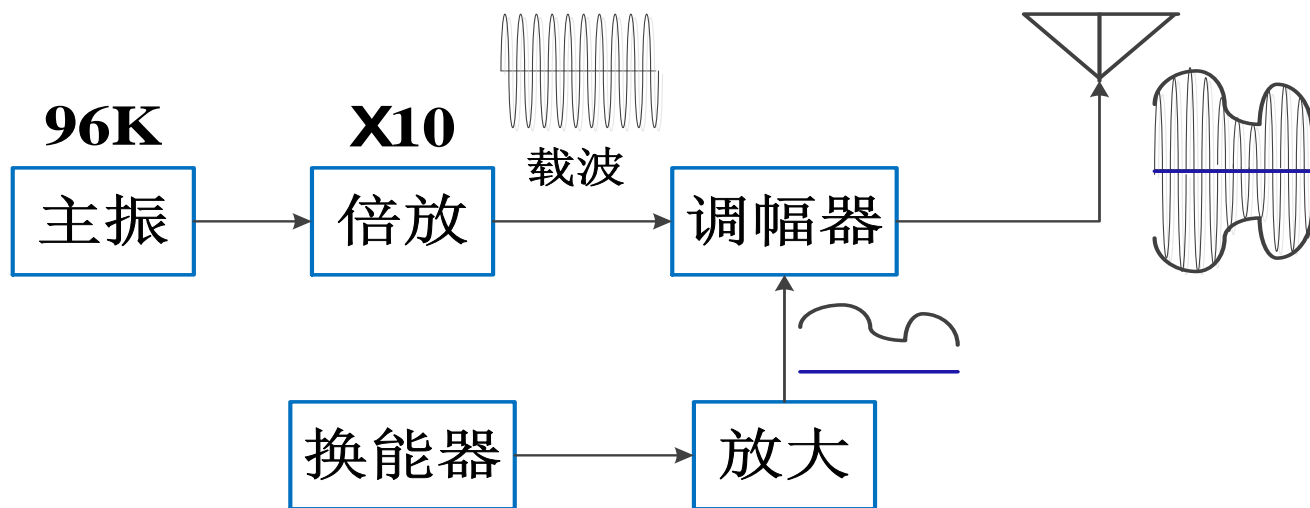
3) 超短波: $>30\text{MHz}$

(直线传播, 视距通信, 可穿透电离层, 卫星与地面通信如GPS)

1、调幅发射机

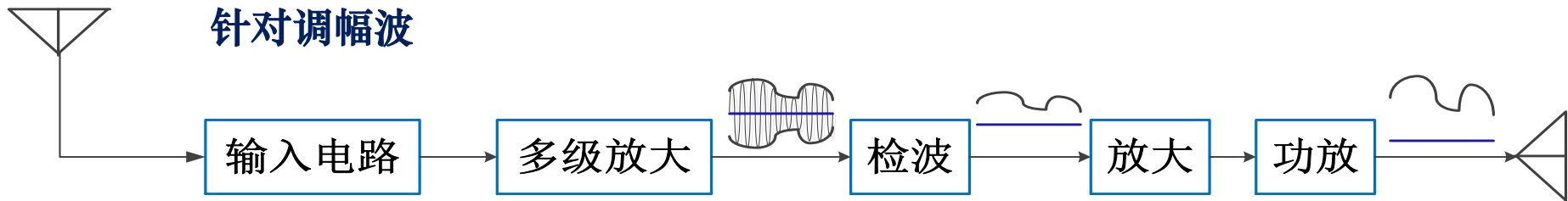
音频：20~20KHz，相对带宽很大，传播距离远

电视：0~6MHz（安徽台为960KHz调幅）

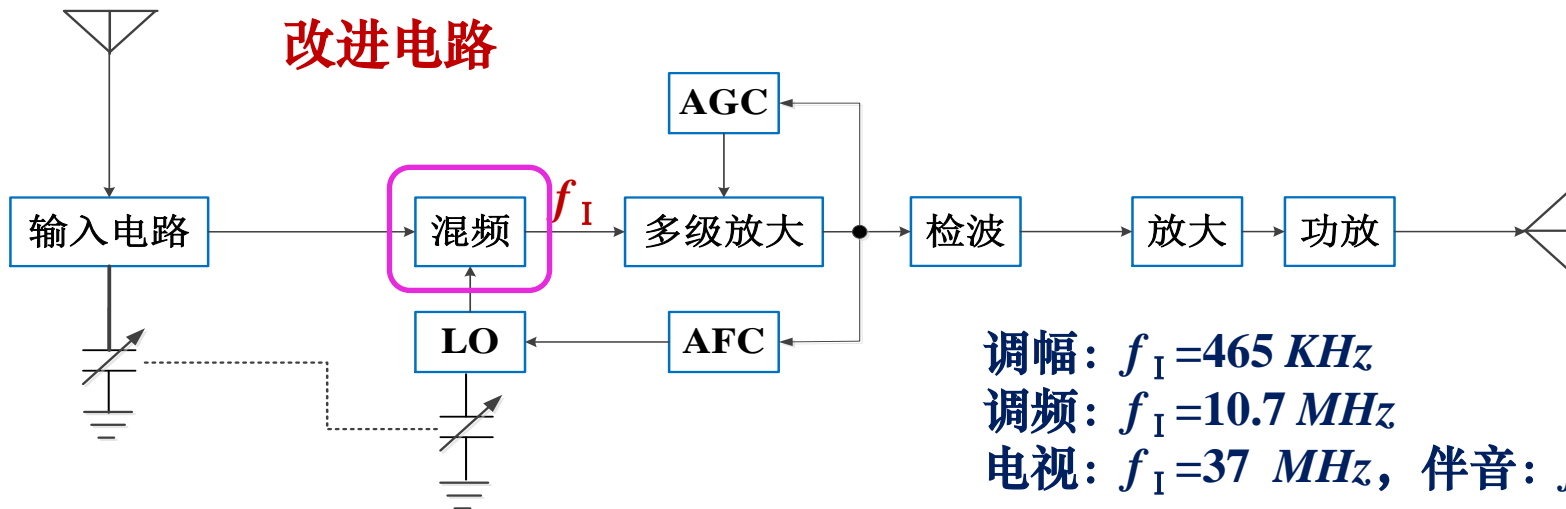


2、直放式接收机

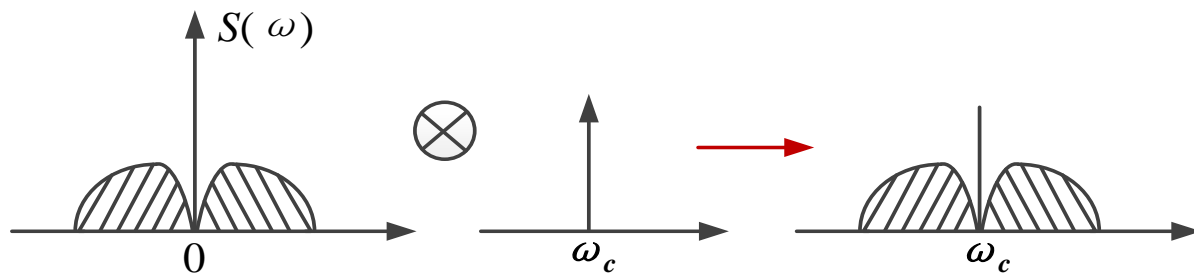
针对调幅波



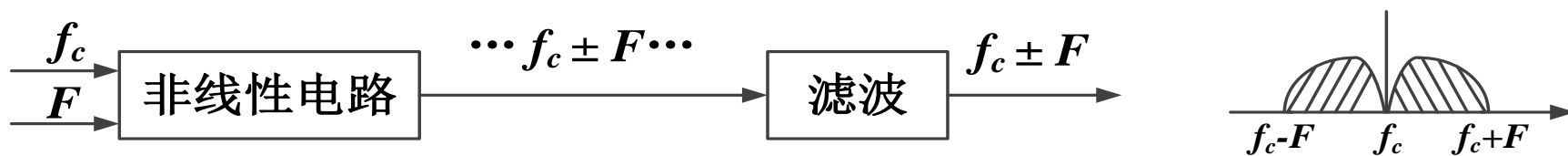
改进电路

调幅: $f_I = 465 \text{ KHz}$ 调频: $f_I = 10.7 \text{ MHz}$ 电视: $f_I = 37 \text{ MHz}$, 伴音: $f_I = 30.5 \text{ MHz}$

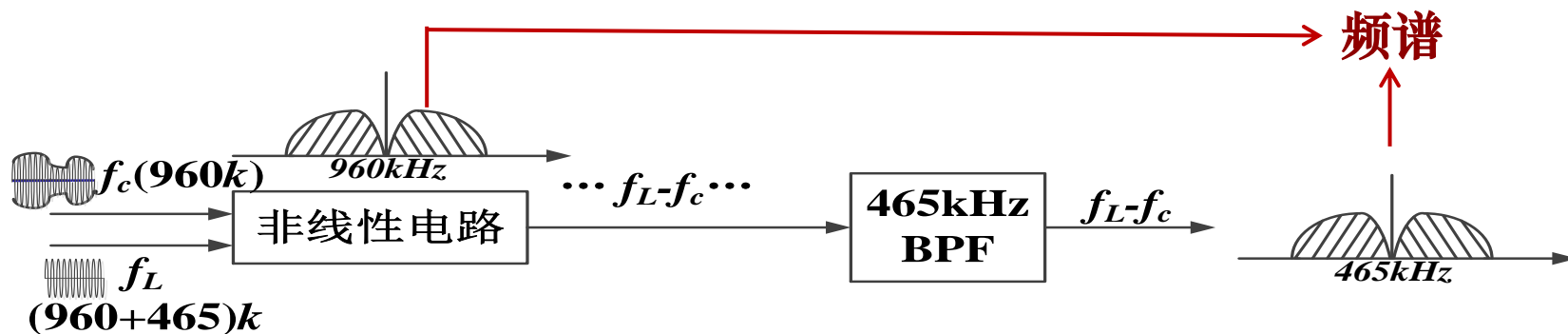
1、调幅器



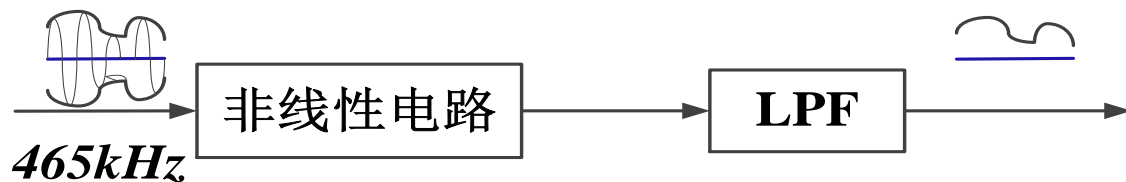
$$u_{AM}(t) = A(1 + mS(t))\cos \omega_c t = A\cos \omega_c t + A \cdot mS(t) \cdot \cos \omega_c t$$



2、混频器

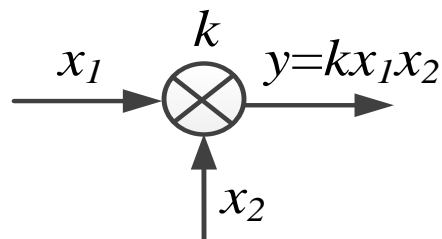


3、检波器



混频器和检波器的一些特征

1. 调制大多是两个不同频率的信号输入，产生新的频谱线（非线性），再滤波提取（线性）
2. 实现功能是频谱平移
3. 频谱平移即用时域相乘来实现
4. 检波器可以是调幅信号输入，通过检波、滤波，直接还原信号（只有一个输入）



$$x_1 = 1 + mS(t)$$

$$x_2 = A \cos \omega_c t$$

$$y = kA(1 + mS(t)) \cdot \cos \omega_c t$$

用乘法器可以实现调制、混频与解调

1.3 非线性电路

1.3.1 非线性电路的定义、表示

1.3.2 非线性器件分类

定义

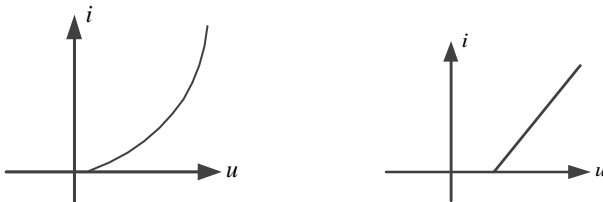
只要包含一个非线性元件的电路，就称为非线性电路。

表示方法

① 函数表示法，如 $y=f(x)$:  $i \approx I_s e^{\frac{u}{U_r}}$

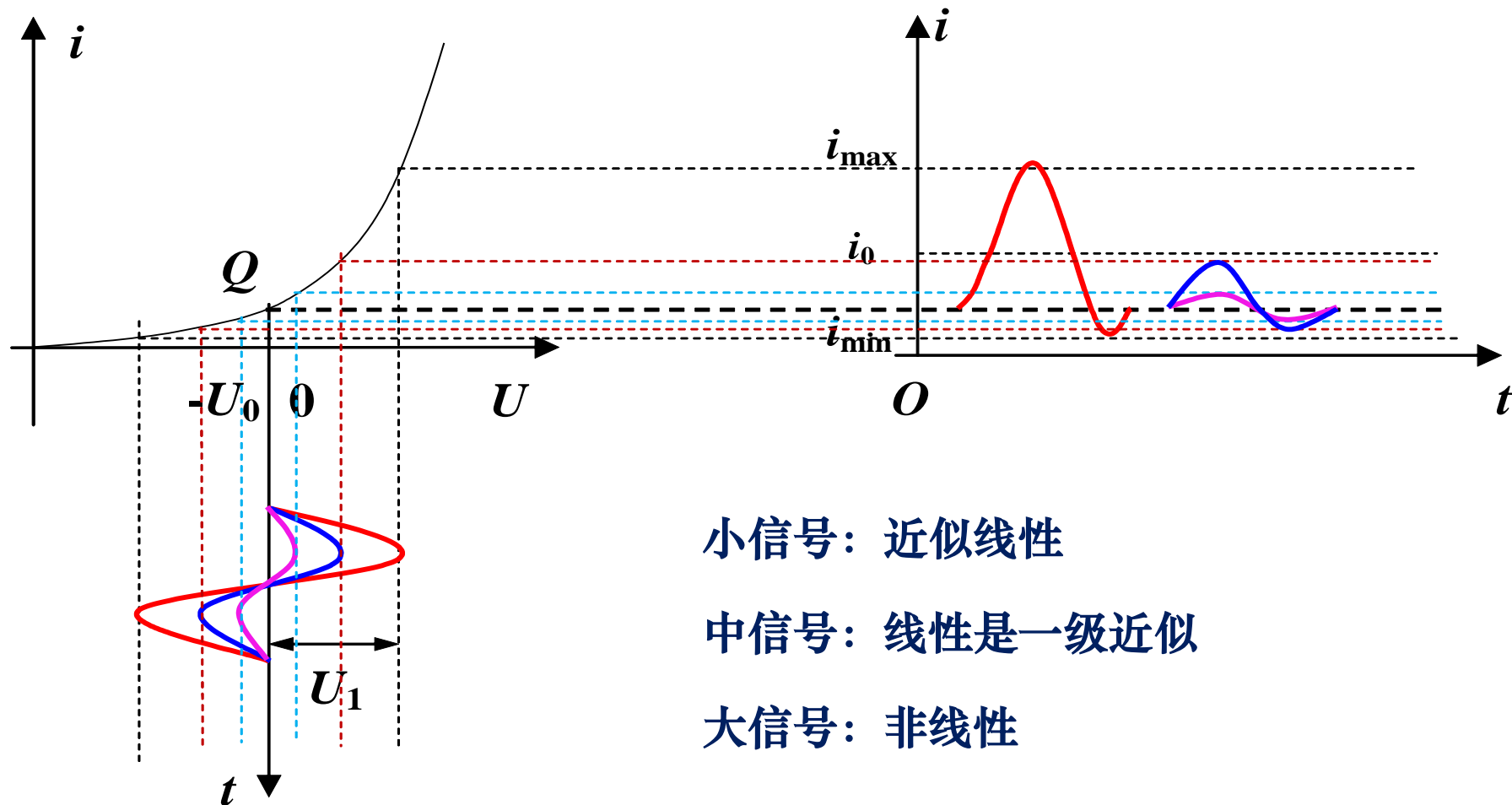
② 离散数据列表: $[x_1, x_2, \dots, x_n] \rightarrow [y_1, y_2, \dots, y_n]$

③ 图示法:



④ 其它，如动画、动图方式等

③ 图示法:



1) 电阻类:

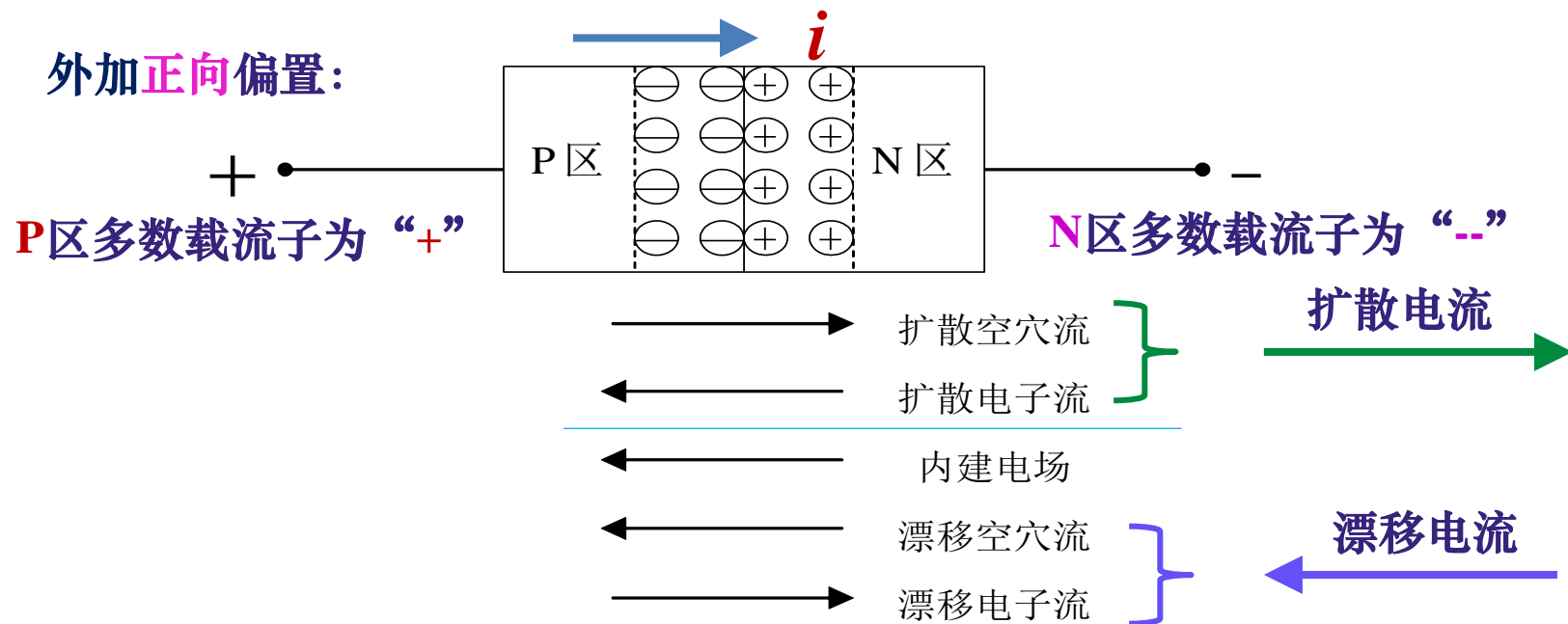
PN结, 三极管BE结, FET的G、S, 负阻类

2) 电容类:

主要指变容二极管 (电控)

3) 电感类:

(极少用到) 大部分场合可用电容类代替



描述PN结模型的非线性参数:

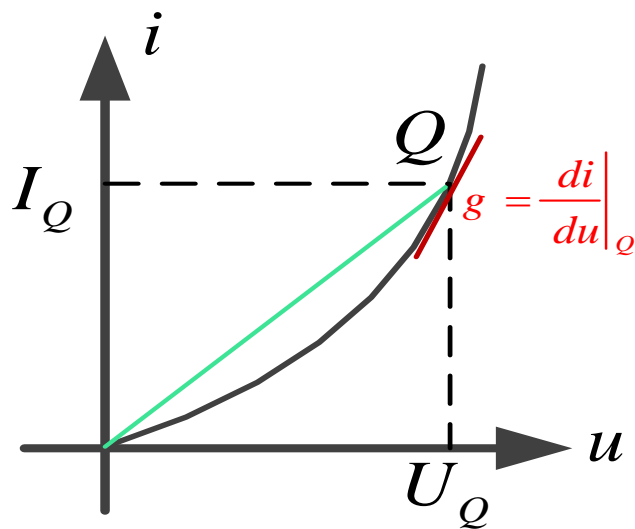
- 势垒电容: 非线性, 反向偏置, 主要用于变频器件, 如混频器、倍频器等
- 非线性电阻: 正向偏置, 主要用于放大器、振荡器, 及控制器件(正反向偏置)等
-

1) 非线性电阻:

$$i = f(u)$$

$$\text{如: } i = I_s \left(e^{\frac{u}{U_r}} - 1 \right)$$

电阻或电导与电压有关，不是常数



① 直流电导 (静态电导)

$$G = \frac{I_Q}{U_Q} = \frac{I}{U} \Big|_Q$$

$$\text{直流功耗 } P = GU_Q^2 \quad \text{其中: } G > 0$$

② 小信号作用 (泰勒展开) (动态电导)

交流电导 (微变电导、微分电导)

$$i_m = g u_m \quad \text{其中: } g = \frac{di}{du} \Big|_Q$$

$g > 0$ 或 < 0 均与器件特性、工作点Q有关

③ 大信号作用——除基波外，还会产生很多谐波，（谐波等效电导）

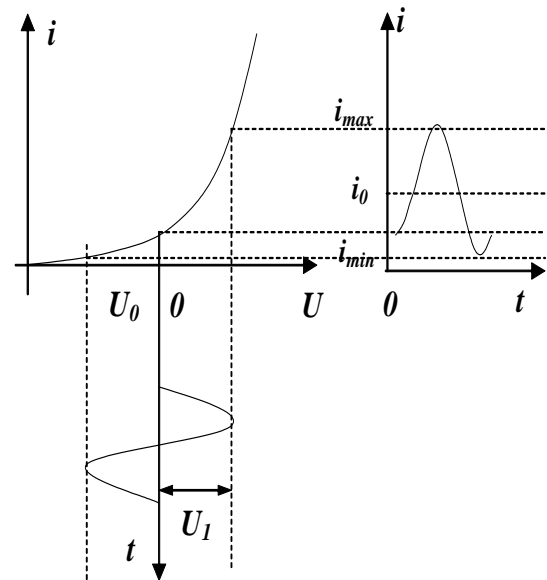
等效谐波电导 $G_{m,k}$ 与器件特性、工作点Q和电压幅度有关激励

正弦激励 $\xrightarrow{\text{N.R.}}$ 失真的周期信号 $\xrightarrow{\text{傅里叶分析}}$

激励 $u(t) = U_0 \cos \omega t$

响应 $i(t) = I_0 + I_1 \cos \omega t + I_2 \cos 2\omega t + \cdots + I_n \cos n\omega t + \cdots$

配合滤波选频，可取基波、倍频等相应频率的电导



$$\underline{G_{m1} = \frac{I_1}{U_1} \Big|_Q}$$

等效基波电导

$$\underline{G_{m2} = \frac{I_2}{U_1} \Big|_Q}$$

等效2次谐波电导

.....

$$\underline{G_{mn} = \frac{I_n}{U_1} \Big|_Q}$$

等效n次谐波电导

④ 时变电导

$U_1 \cos \omega_1 t$ 是低频大信号, $u_2 \cos \omega_2 t$ 是高频小信号 $\omega_1 \ll \omega_2$

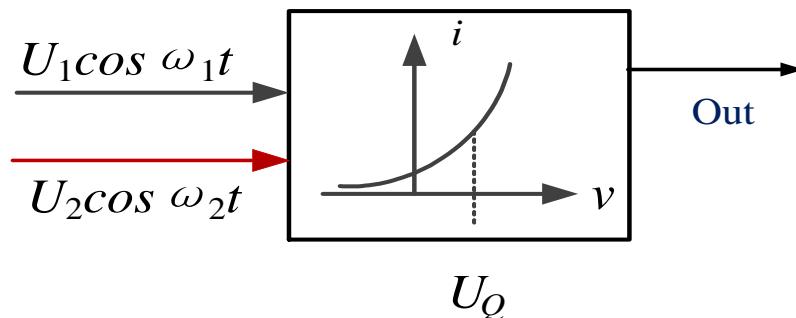
$$u(t) = \underline{U_Q} + U_1 \cos \omega_1 t + U_2 \cos \omega_2 t = \underline{U_Q(t)} + U_2 \cos \omega_2 t$$

$\left[U_Q(t) \right]$ 交变工作点
时变工作点

$$i(t) = I_Q(t) + g(\omega_1 t) u_2 = I_Q(\omega t) + g(\omega_1 t) u_2$$

$$= \sum_k I_{Q,k} \cos k \omega_1 t + I_{Q0} + \left[\sum_k g_k \cos k \omega_1 t + g_0 \right] \cdot U_2 \cos \omega_2 t$$

工作点 $U_Q(t)$ 是随 ω_1 变化的时变工作点。
因此, 对应的直流电导和小信号电导均是随 $\omega_1 t$ 变化而时变。



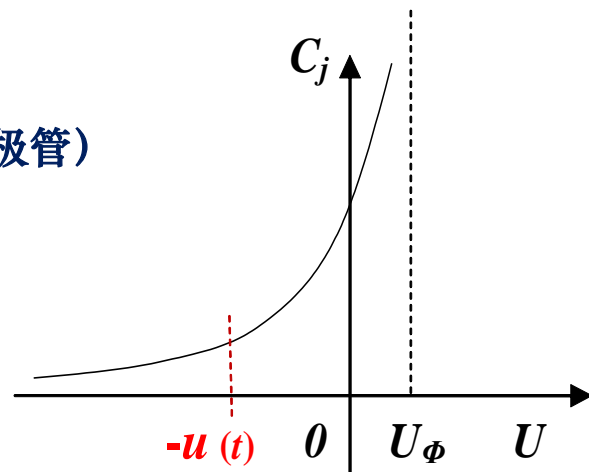
2) 非线性电容

电容量与激励电压有关 $C = C(u) = C_0 f(u)$

变容二极管：反偏具有变容管特性（正偏相当普通二极管）

$$C_j = C_0 \left(1 - \frac{-u(t)}{U_\Phi} \right)^{-\gamma} = C_0 \left(1 + \frac{u(t)}{U_\Phi} \right)^{-\gamma}$$

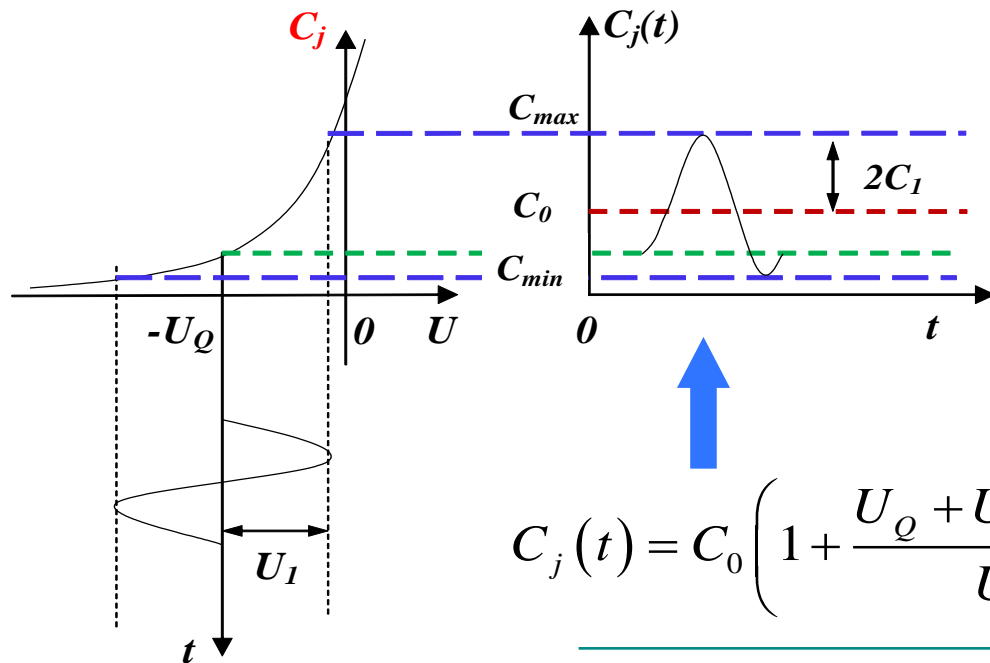
注意：这里 $u(t)$ 已是反偏的电压



线性缓变结 $\gamma \approx \frac{1}{3}$ 突变结 $\gamma \approx \frac{1}{2}$ 超突变结 $\gamma = 1 \sim 6$

变容二极管的作用：用在VCO、倍频器、电调谐电路中

交流激励激励下的变容管电容



$$C_j(t) = C_0 \left(1 + \frac{U_Q + U_1 \cos \omega t}{U_\Phi} \right)^{-\gamma} = C_{jQ} (1 + m \cos \omega t)^{-\gamma}$$

交流激励电压

$$-u(t) = -(U_Q + U_1 \cos \omega t)$$

工作点处的静态电容

$$C_{jQ} = C_0 \left(1 + \frac{U_Q}{U_\Phi} \right)^{-\gamma}$$

归一化交流电压幅度

$$m = \frac{U_1}{U_\Phi + U_Q}$$

1.4 非线性器件的作用——频率变换

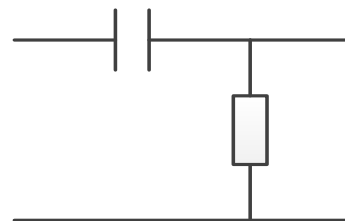
非线性电路

- 不满足叠加定理
- 放大作用
- 频率变换/波形变换作用。
 - 让规则波形的输入失真，但**周期不变**——产生新的频率分量。

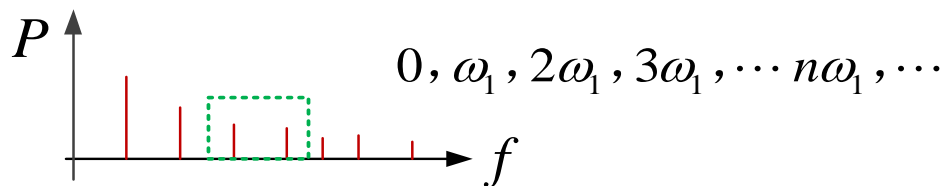
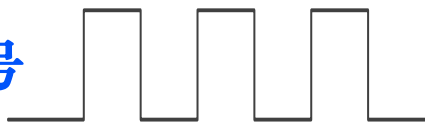
线性电路

- 线性电路虽有波形失真，但不会产生新的频率分量。
 - 如高通滤波器：为线性电路，失真是由于有限频带产生的，在滤波前后只有相应的各频率的幅度发生变化，没有新的频率分量产生或消除。

线性变换电路频谱，以高通滤波器为例：



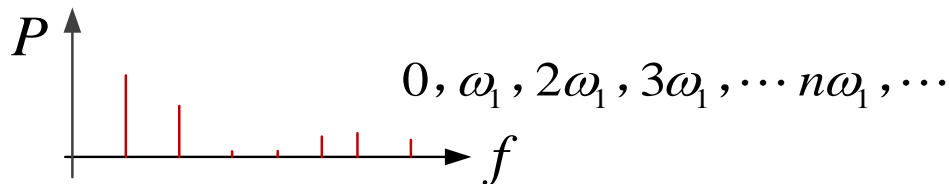
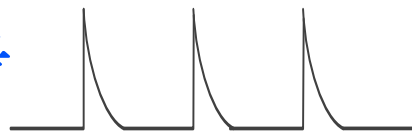
输入信号



时域波形变化大
但不是非线性变换

滤除频率（减弱该频率信号）
不产生新的频率

输出信号



线性网络：波形可变，不产生也不消失谱线

举例：新频率的产生

某 $i-v$ 特性关系为：
$$i = f(u) = a_0 + a_1(u - u_Q) + a_2(u - u_Q)^2 + \dots$$

激励为：
$$u(t) = U_Q + U_1 \cos \omega_1 t + U_2 \cos \omega_2 t$$

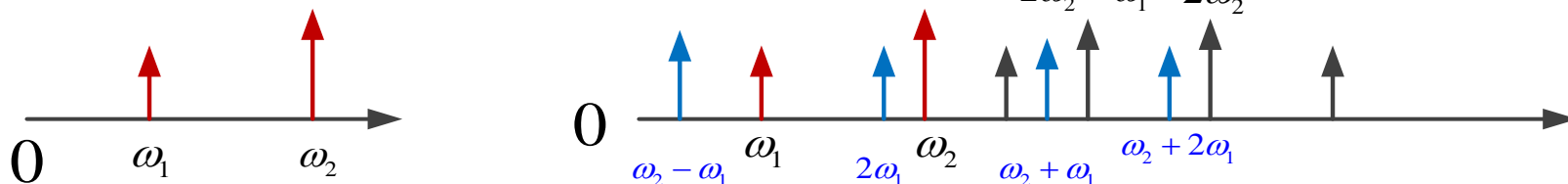
响应为：
$$i = a_0 + a_1(U_1 \cos \omega_1 t + U_2 \cos \omega_2 t) + a_2(U_1 \cos \omega_1 t + U_2 \cos \omega_2 t)^2 + \dots$$

展开其中的二次项 $a_2(U_1^2 \cos^2 \omega_1 t + U_2^2 \cos^2 \omega_2 t + 2U_1 U_2 \cos \omega_1 t \cos \omega_2 t)$

可以想见， k 次项谐波产生时，谱线将更为丰富，一般为

$$p\omega_1 + q\omega_2 \quad (p, q = -\infty, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, +\infty)$$

n 次组合频率 $n = |p| + |q|$

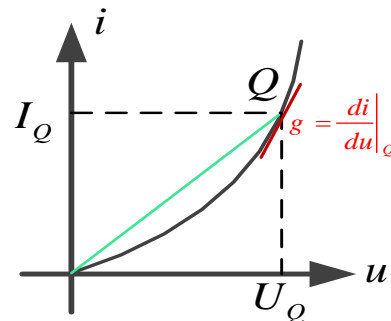


没有频谱“失真”，就没有非线性电子线路

例题 1.1.1: 器件特性: $i = a_1 u + a_2 u^2 + a_3 u^3$ $[mA]$
 外加电压: $u(t) = U_Q + U_1 \cos \omega_1 t$ $[V]$

直流电导: $G = \frac{I_Q}{U_Q} = a_1 + a_2 \underline{U_Q} + a_3 \underline{U_Q}^2$ $[mS]$

交流电导: $g = \left. \frac{di}{du} \right|_{U_Q} = a_1 + 2a_2 \underline{U_Q} + 3a_3 \underline{U_Q}^2$ $[mS]$



求 G_{m1}

等效
基波
电导

先求 $I_1 \cos \omega_1 t$:

$$\begin{aligned}
 a_1 u &\rightarrow a_1 U_1 \cos \omega_1 t \\
 a_2 u^2 &\rightarrow 2a_2 U_Q U_1 \cos \omega_1 t \\
 a_3 u^3 &\rightarrow 3a_3 U_Q^2 U_1 \cos \omega_1 t + \frac{3}{4} a_3 U_1^3 \cos \omega_1 t
 \end{aligned}$$

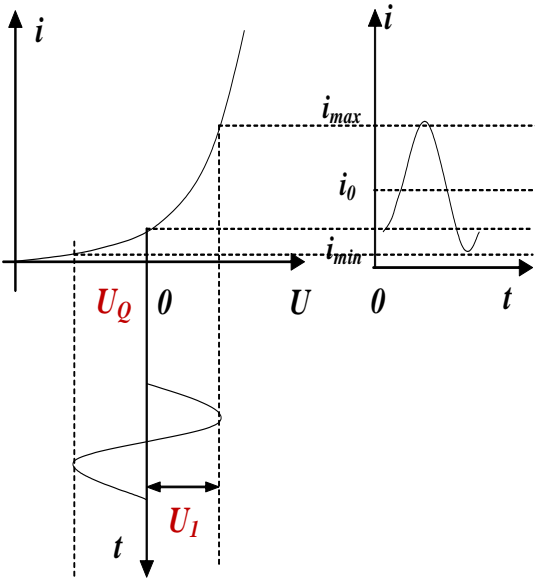
对应基波 ω_1 的电导

因此 $G_{m1} = \left. \frac{I_1}{U_1} \right|_{U_Q} = a_1 + 2a_2 \underline{U_Q} + 3a_3 \underline{U_Q}^2 + \frac{3}{4} a_3 \underline{U_1}^2$ $[mS]$

令 $a_1 = 1(mA/V)$, $a_2 = -0.5(mA/V^2)$, $a_3 = 0.075(mA/V^3)$

		$U_Q=1V, U_1=1V$	$U_Q=2.5V, U_1=1V$	$U_Q=2.5V, U_1=2V$
直流电导	$G(mS)$	0.575	0.21875	0.21875
交流电导	$g(mS)$	0.225	-0.09375	-0.09375
基波电导	$G_{m1}(mS)$	0.28125	-0.0375	0.13125

- ※ g 、 G 与特性、工作点有关，与 U_1 无关
- ※ G_m 与特性、工作点 Q 和 U_1 幅度都有关



直流电导

$$G = \frac{I_Q}{U_Q} = \left. \frac{I}{U} \right|_Q \quad \times$$

器件 (特性) 确定后, 此二者仅与
工作点 Q 有关, 与激励幅度 U_1 无关

交流电导

$$g = \left. \frac{di}{du} \right|_Q$$

基波电导

$$G_{m1} = \left. \frac{I_1}{U_1} \right|_Q \quad \times$$

除了与工作点 Q 有关以外, 还与激
励幅度 U_1 有关

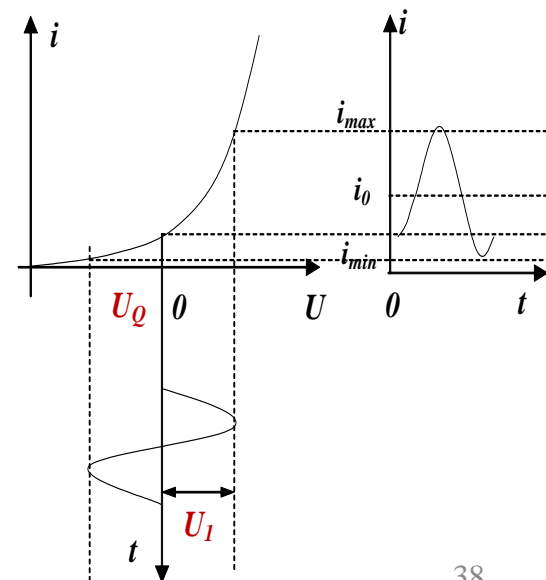
时变电导

施加两个信号激励, 其中一个是信号, 另一个是小信号。
对小信号而言, 它感受到的是一个时变的工作点, 即 Q 变
成了 $Q(t)$ 。

$$g(\omega_1 t) = \left. \frac{di}{du} \right|_{U_Q + U_1 \cos \omega_1 t} = a_1 + 2a_2 (U_Q + U_1 \cos \omega_1 t) + 3a_3 (U_Q + U_1 \cos \omega_1 t)^2$$

通常最重要的是与大信号基波有关的分量, 称为基波时变电导。

$$g_1 = 2a_2 U_1 + 6a_3 U_Q U_1$$



◆ 两个说明：

1、



举例

大写	大写	U_Q	静态或直流部分
大写	小写	U_b	交流的幅度
小写	大写	i_E	瞬时值
小写	小写	i_e	交流成份

2、变量与默认的单位

$$[i] = mA$$

$$[U] = V$$

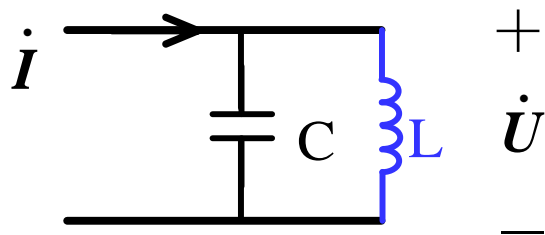
$$[R] = k\Omega$$

$$[g] = mS$$

1.5 并联谐振回路 (补充内容)

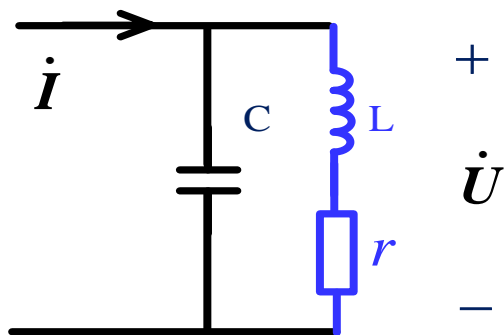
- 1、电路形式
- 2、阻抗
- 3、选频特性和相位特性（幅频/相频特性）
- 4、 $\omega \approx \omega_0$ 附近的特性
- 5、谐波阻抗与基波谐振阻抗之比值
- 6、固有品质因数 Q_0

1、电路形式

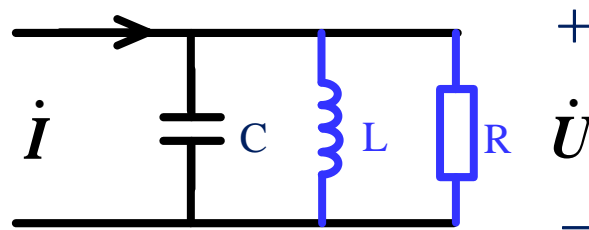


理想LC并联谐振电路：无损，选择性好。

过于好了，仅选择一个点频，几乎无用！



等效

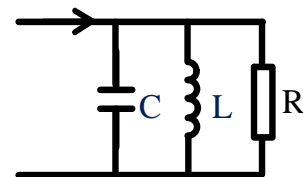


实际LC并联谐振电路：有损耗，电感损耗（为主）、电容损耗（次要）

2、并联谐振回路的阻抗/导纳 (ω 为输入信号频率, 也称工作频率)

$$Y(\omega) = \frac{1}{R} + j\omega C + \frac{1}{j\omega L} = \frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

$$\omega = 2\pi f$$



当 $\omega C - \frac{1}{\omega L} = 0$ 时, 发生**谐振**, 此时, $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$ ω_0 称为谐振频率

电路阻抗为**纯阻性 (纯电导)** $Y(\omega_0) = \frac{1}{R}$ (谐振频率 ω_0 是谐振回路固有的)

利用 L 、 C 与 ω_0 的关系, 任意输入频率下的并联谐振阻抗可表示为:

$$Z(\omega) = \frac{1}{Y(\omega)} = \frac{R}{1 + j(\omega CR - R/\omega L)} = \frac{R}{1 + j\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)R/\omega_0 L}$$

$$Q = R\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{R}{\omega_0 L} = R\omega_0 C$$



$$Z(\omega) = \frac{R}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

3、选频特性和相位特性 (幅频/相频特性)

$$Z(\omega) = \frac{R}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

$$|Z(\omega)| = \frac{R}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}$$

谐振时 $\dot{U} = U_0 = IR$

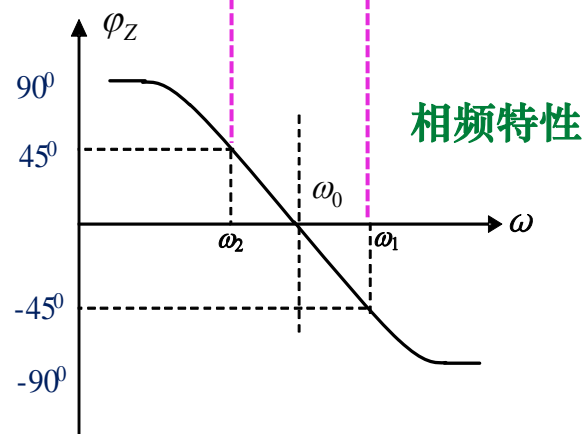
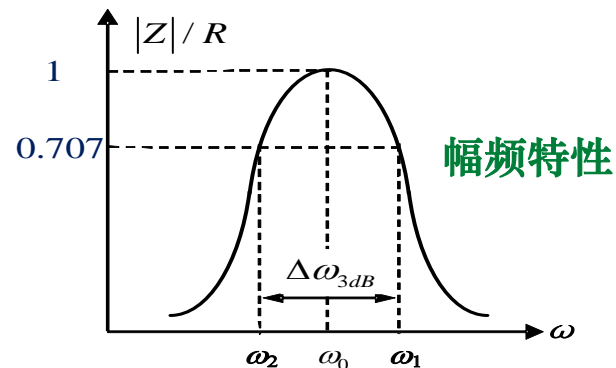
失谐时 $\dot{U} = IZ$

$$\varphi(\omega) = -\operatorname{tg}^{-1} Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$$

$$\therefore \frac{\dot{U}}{U_0} = \frac{IZ}{IR} = \frac{Z}{R} = \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

定义选频特性 S

$$S = \left| \frac{\dot{U}}{U_0} \right| = \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$



谐振点阻抗

$$\begin{cases} Z(\omega_0) = R \\ \varphi(\omega_0) = 0 \end{cases}$$

半功率点处的幅度 $|Z_{3dB}|$ 和相位 φ_{3dB}

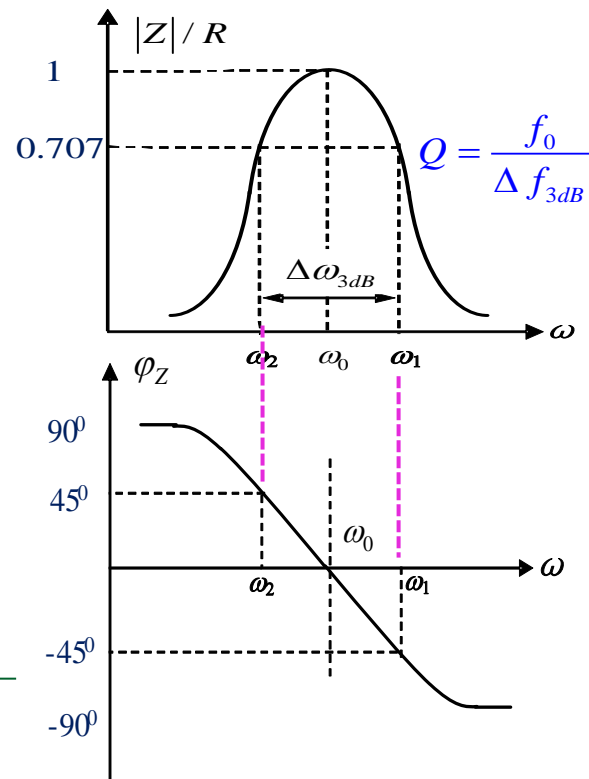
设工作在谐振点处的功率为 P_0 ，则半功率为 $P_0/2$ ：

$$P_{3dB} = \frac{1}{2} P_0 \quad 10\lg \frac{P_{3dB}}{P_0} = 10\lg \frac{1}{2} = -3.01\text{dB}$$

$$\left. \begin{aligned} P_0 &= \frac{1}{2} |U|^2 / R \\ P_{3dB} &= \frac{1}{2} |U|^2 / |Z_{3dB}| \end{aligned} \right\} \boxed{|Z_{3dB}| = \frac{1}{\sqrt{2}} R}$$

根据 $|Z(\omega)| = \frac{R}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}$ $\Rightarrow Q \left(\frac{\omega_{3dB}}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_{3dB}} \right) = \pm 1$

$\varphi(\omega) = -\text{tg}^{-1} Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$ $\Rightarrow \therefore \varphi_{3dB} = \mp \pi / 4$



3dB带宽 (对应半功率点)

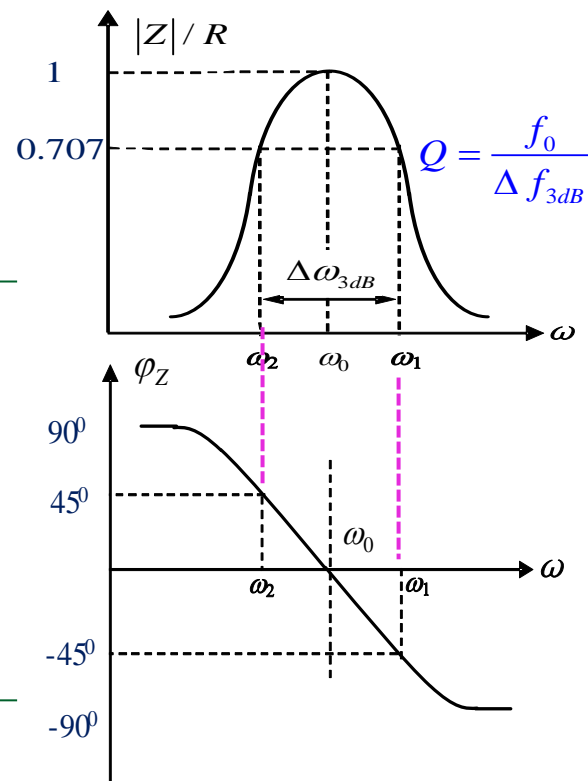
在半功率点处: $Q \left(\frac{\omega_{3dB}}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_{3dB}} \right) = \pm 1$

对应两个半功率点频率 ω_1 、 ω_2 :

$$(1) \quad Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = 1 \Rightarrow \omega_1^2 - \omega_0^2 = \frac{\omega_0 \omega_1}{Q}$$

$$(2) \quad Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = -1 \Rightarrow \omega_0^2 - \omega_2^2 = \frac{\omega_0 \omega_2}{Q}$$

$$\Rightarrow \omega_1^2 - \omega_2^2 = \frac{\omega_0}{Q} (\omega_1 + \omega_2) \quad \Rightarrow \quad \omega_1 - \omega_2 = \frac{\omega_0}{Q}$$



3dB带宽:

$$BW(3dB) = f_1 - f_2 = \frac{f_0}{Q} = \Delta f_{3dB}$$

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f_{3dB}} = \frac{\omega_0}{\Delta \omega_{3dB}}$$

4、 $\omega \approx \omega_0$ 附近的特性

为什么研究此处的特性？ (1) 幅度较大， (2) 相位变化较快。

定义失谐

$$\Delta\omega = \omega - \omega_0 \quad \text{工作频率偏离谐振频率}$$

广义失谐

$$\xi = Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = Q \left(\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega\omega_0} \right) = Q \frac{(\omega + \omega_0)(\omega - \omega_0)}{\omega\omega_0} \approx Q \frac{2\Delta\omega}{\omega_0}$$

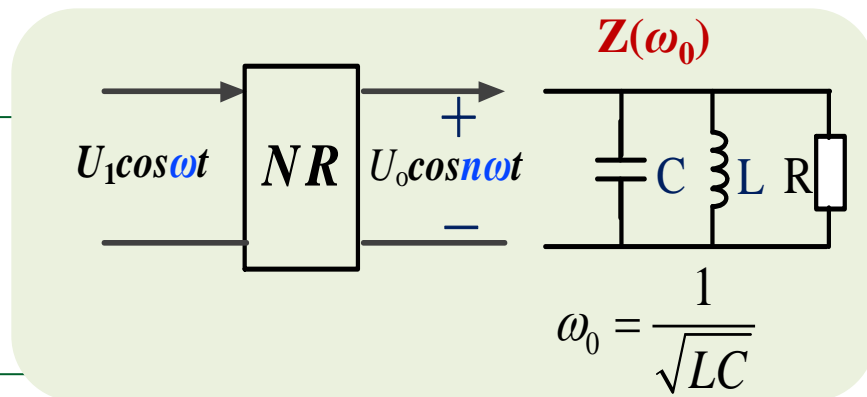
此时

$$Z = \frac{R}{1 + j\xi} \quad |Z| = \frac{R}{\sqrt{1 + \xi^2}} \quad \varphi = -\tan^{-1} \xi$$

5、谐波阻抗与基波谐振阻抗之比值

R 为基波阻抗, 当 $\omega = \omega_0$ 时

$$Z(\omega_0) = R \quad Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) = 0$$



在非线性电路中存在谐波, 谐波写为 $n\omega = n\omega_0$

谐振器的谐波阻抗为:

$$Z(n\omega_0) = \frac{R}{1 + jQ\left(\frac{n\omega_0}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{n\omega_0}\right)} = \frac{nR}{n + jQ(n^2 - 1)}$$

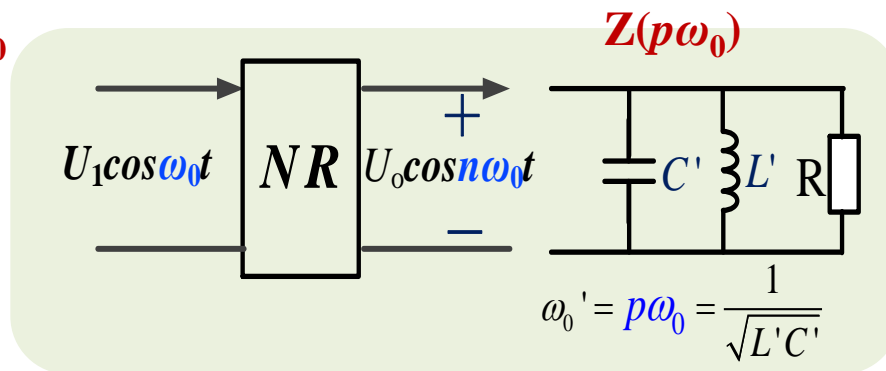
Q=10
$Z(2)/Z(1)=1/15 \approx 0.0667$
$Z(3)/Z(1)=3/80 \approx 0.0375$
$Z(4)/Z(1)=2/75 \approx 0.0267$
$Z(5)/Z(1)=1/48 \approx 0.0208$

$$\therefore \left| \frac{Z(n\omega_0)}{Z(\omega_0)} \right| = \left| \frac{n}{n + jQ(n^2 - 1)} \right| \stackrel{Q \text{较大时}}{\approx} \frac{n}{Q(n^2 - 1)}$$

若输出谐振电路调谐在 $\omega_0' = p\omega_0$ 谐振, 而不是 ω_0

此时谐振电路的元件为 L' 、 C' 、 R , 则:

$$\omega_0' = p\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L'C'}}$$

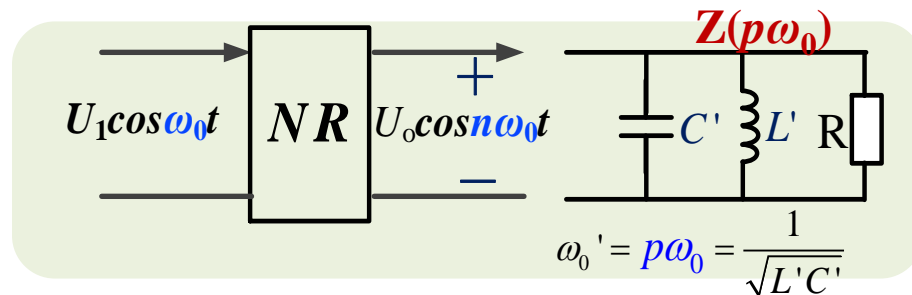


$$Z(\omega)\big|_{p\omega_0} = \frac{R}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0'} - \frac{\omega_0'}{\omega}\right)} = \frac{R}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{p\omega_0} - \frac{p\omega_0}{\omega}\right)}$$

电路谐振时: $\omega = \omega_0' = p\omega_0 \quad Q\left(\frac{\omega}{p\omega_0} - \frac{p\omega_0}{\omega}\right) = 0 \quad Z(\omega_0') = R$

其它各次输出谐波 $\omega = n\omega_0$ 与 $\omega_0' = p\omega_0$ 谐振阻抗之比为

$$Z(n\omega_0)|_{p\omega_0} = \frac{R}{1 + jQ \left(\frac{n\omega_0}{p\omega_0} - \frac{p\omega_0}{n\omega_0} \right)}$$



$$\therefore \frac{Z(n\omega_0)}{Z(\omega_0')} = \frac{Z(n\omega_0)}{Z(p\omega_0)} \bigg|_{\substack{n=1,2,\dots \\ n \neq p}} = \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{n\omega_0}{\omega_0'} - \frac{\omega_0'}{n\omega_0} \right)} = \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{n}{p} - \frac{p}{n} \right)}$$

$p=1$ 时退化为
基波谐振表达式

$$\left| \frac{Z(n\omega_0)}{Z(\omega_0')} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{n^2 - p^2}{pn} \right)^2}}$$

当 Q 很大时

$$Q^2 \left(\frac{n^2 - p^2}{pn} \right)^2 \gg 1$$

$$\left| \frac{Z(n\omega_0)}{Z(\omega_0')} \right| \approx \frac{pn}{Q(n^2 - p^2)}$$

对应于输出信号的频率 $p\omega_0$ 是输入信号
频率 ω_0 的谐波时系统各次谐波 $n\omega_0$ 相对谐振电
路 $p\omega_0$ 阻抗模值比

6、固有品质因数 Q_0

Q_0 ：反映谐振器频率选择性优劣、能量损耗程度以及**维持自由振荡的能力**。

Q_0 值定义：谐振时腔中的**总储能** W 和**一个振荡周期内腔中的总耗能** W_l 之比乘 2π 。

$$Q_0 = 2\pi \frac{W}{W_l} = 2\pi \frac{W}{P_l T_0} = \omega_0 \frac{W}{P_l}$$

T_0 为周期；

P_l 为一个振荡周期内的平均损耗功率，
是导体损耗和介质损耗功率之和。

1) 并联谐振回路

$$Q = \frac{\text{储能}}{\text{耗能}} = \frac{U^2 / \omega_0 L}{U^2 / R} = \frac{R}{\omega_0 L} = R \omega_0 C \left(= \frac{\omega_0 C}{G} \right)$$

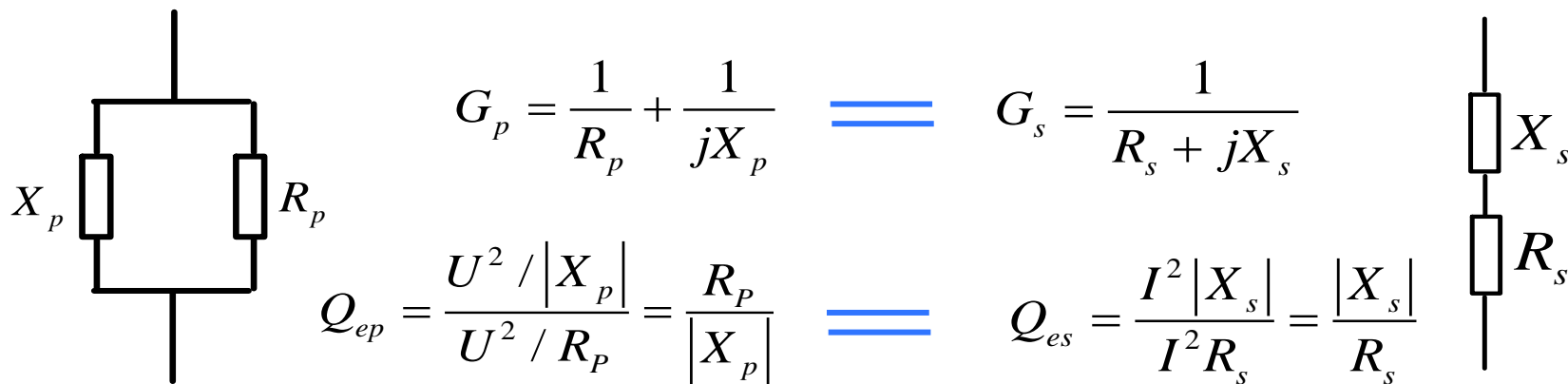
特别注意：记住物理意义，**储能比耗能！**

2) 串联谐振回路

$$Q = \frac{\text{储能}}{\text{耗能}} = \frac{I^2 \omega_0 L}{I^2 R} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R \omega_0 C}$$

1.6 窄带（点频）下的串联、并联等效

1、串联-并联等效关系：——外阻抗/导纳不变，Q值不变



The diagram illustrates the equivalence between a parallel circuit and a series circuit. On the left, a parallel circuit consists of a reactance X_p and a resistance R_p connected in parallel. On the right, a series circuit consists of a reactance X_s and a resistance R_s connected in series. The equivalence is shown by the following equations:

$$G_p = \frac{1}{R_p} + \frac{1}{jX_p} = G_s = \frac{1}{R_s + jX_s}$$

$$Q_{ep} = \frac{U^2 / |X_p|}{U^2 / R_p} = \frac{R_p}{|X_p|} = Q_{es} = \frac{I^2 |X_s|}{I^2 R_s} = \frac{|X_s|}{R_s}$$

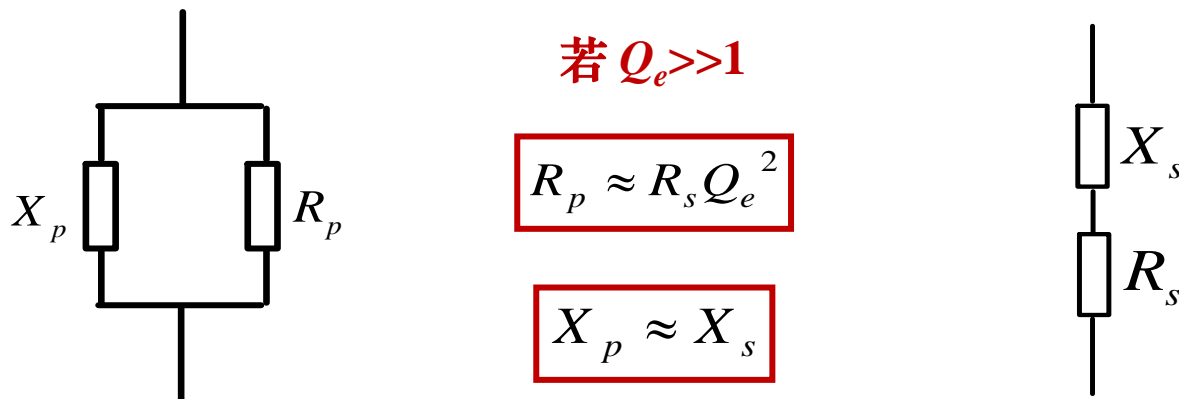
$$\Rightarrow \begin{cases} R_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{R_s} = R_s(1 + Q_{es}^2) \\ X_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{X_s} = X_s(1 + \frac{1}{Q_{es}^2}) \end{cases}$$

若 $Q_e \gg 1$ ，则有：

$$R_p \approx R_s Q_e^2$$

$$X_p \approx X_s$$

$$\frac{R_p}{|X_p|} = \frac{|X_s|}{R_s}$$



- 1) 这只是在点频下才精确成立，当在一定频率范围内等效时，会有误差，误差取决于频偏的大小，也取决于Q值的大小（当用简化的近似表达式时）。
- 2) 电抗性质（感性、容性）不变。
Q值较大时，串联电抗与并联电抗大小相当。
- 3) 串联电阻小，并联电阻大。

第一章作业：1.1 1.2 1.3(3) 1.6

本章结束