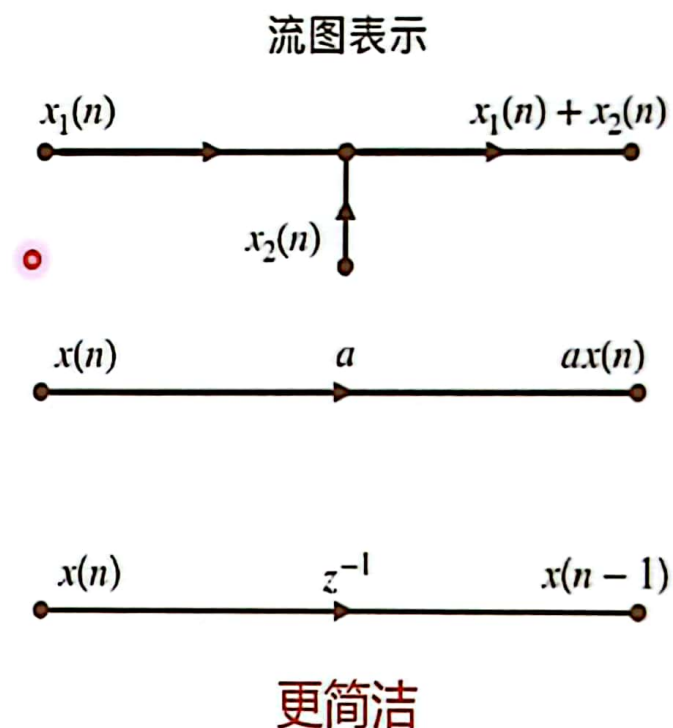
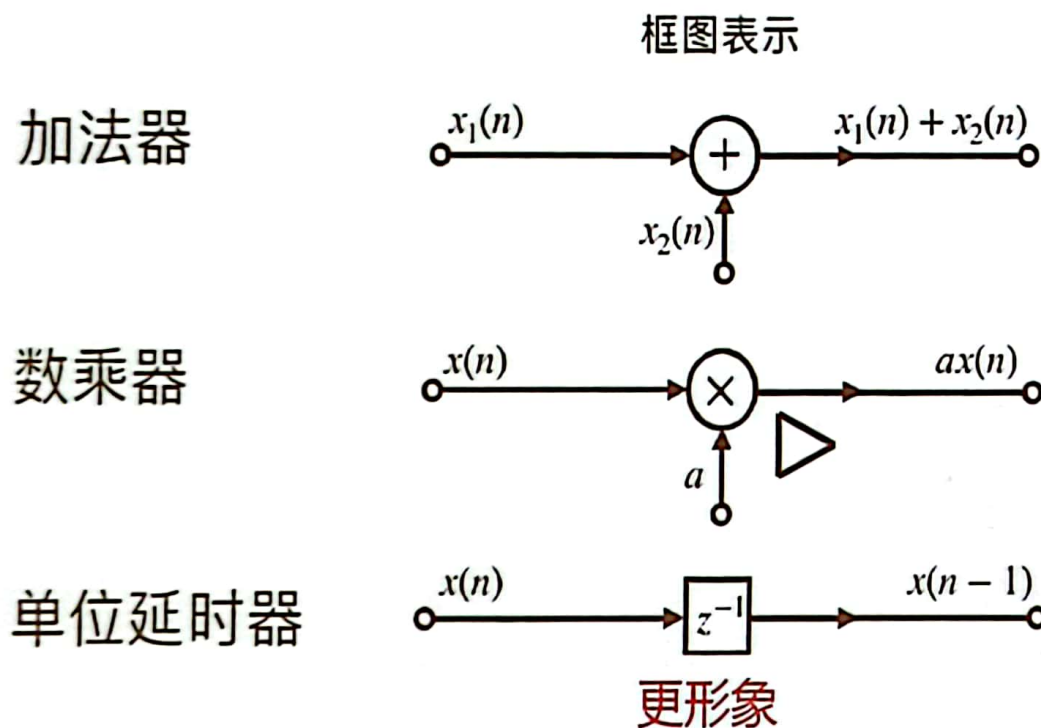


第四章 数字滤波器及其结构

系统框图的几种基本运算单元：



4.1、4.2、4.3：求解系统函数及滤波器结构

4.4：根据滤波器结构求解单位脉冲响应

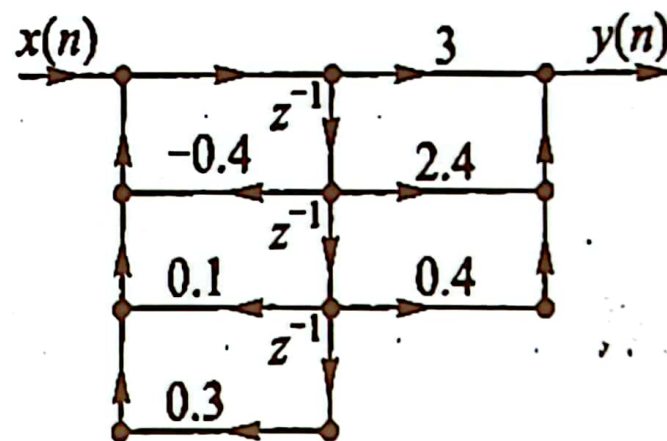
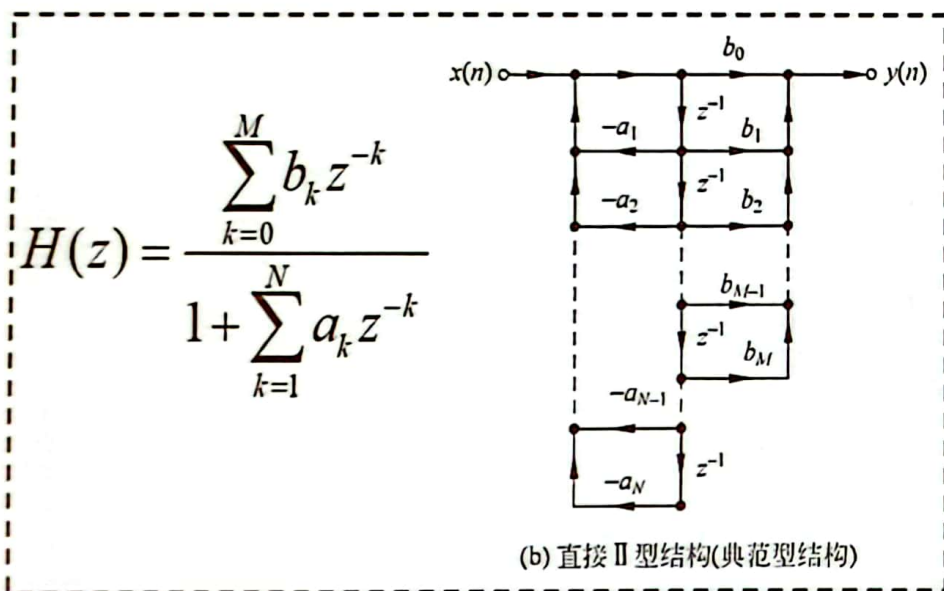
4.5、4.6：线性相位滤波器



第四章 数字滤波器及其结构

【4.1】已知某三阶数字滤波器的系统函数为 $H(z) = \frac{3 + 2.4z^{-1} + 0.4z^{-2}}{(1 - 0.6z^{-1})(1 + z^{-1} + 0.5z^{-2})}$
试画出其直接Ⅱ型、级联型和并联型结构。

(1) 直接Ⅱ型: $H(z) = \frac{3 + 2.4z^{-1} + 0.4z^{-2}}{(1 - 0.6z^{-1})(1 + z^{-1} + 0.5z^{-2})} = \frac{3 + 2.4z^{-1} + 0.4z^{-2}}{1 \boxed{+} 0.4z^{-1} \boxed{-} 0.1z^{-2} \boxed{-} 0.3z^{-3}}$ 注意正负号



直接Ⅱ型结构

- 共享了延时单元, 只需要N (N>M) 个延时单元即可;
- 简单直观, 计算量少;
- 系数对滤波器的控制关系不明显 (零极点不明显, 难以调整)。

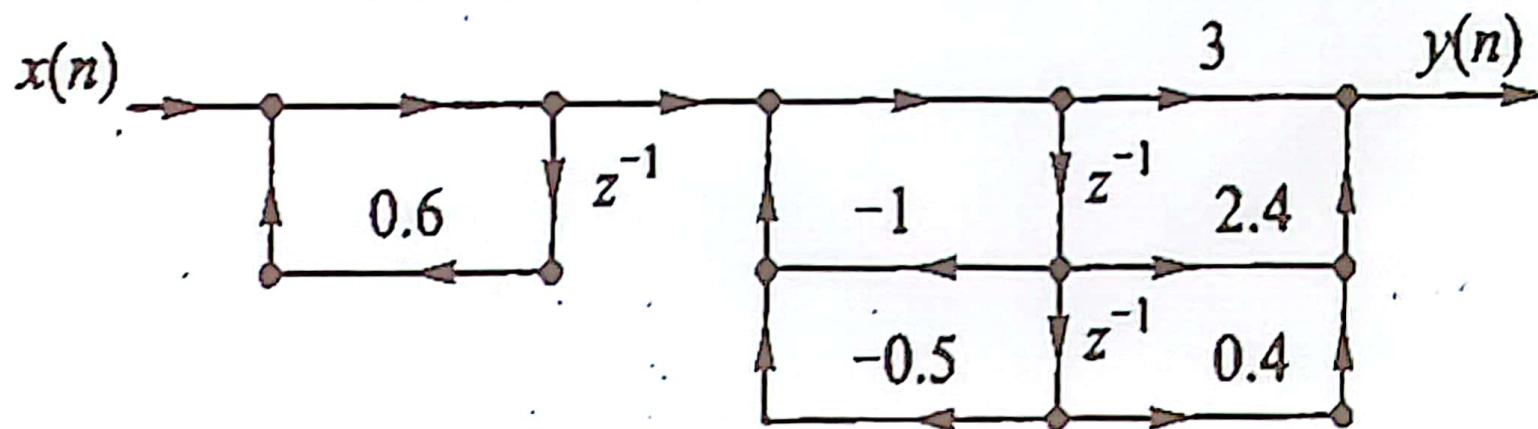


第四章 数字滤波器及其结构

【4.1】已知某三阶数字滤波器的系统函数为 $H(z) = \frac{3 + 2.4z^{-1} + 0.4z^{-2}}{(1 - 0.6z^{-1})(1 + z^{-1} + 0.5z^{-2})}$
试画出其直接II型、级联型和并联型结构。

(2) 级联型：系统函数有一个实极点和一对复极点，将 $H(z)$ 分母分解为实系数一阶项和二阶项之积：

$$H(z) = \frac{3 + 2.4z^{-1} + 0.4z^{-2}}{(1 - 0.6z^{-1})(1 + z^{-1} + 0.5z^{-2})} = \frac{1}{1 - 0.6z^{-1}} \frac{3 + 2.4z^{-1} + 0.4z^{-2}}{1 + z^{-1} + 0.5z^{-2}}$$



级联型结构

- 级联型结构调整零极点结构方便；
- 误差会逐级积累。



第四章 数字滤波器及其结构

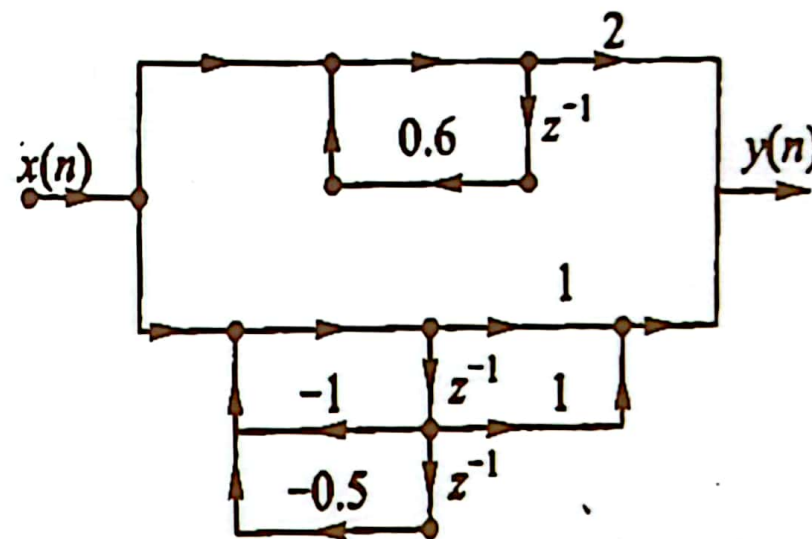
【4.1】已知某三阶数字滤波器的系统函数为 $H(z) = \frac{3 + 2.4z^{-1} + 0.4z^{-2}}{(1 - 0.6z^{-1})(1 + z^{-1} + 0.5z^{-2})}$
试画出其直接II型、级联型和并联型结构。

(3) 并联型：将 $H(z)$ 用部分分式展开，可得

$$H(z) = \frac{3 + 2.4z^{-1} + 0.4z^{-2}}{(1 - 0.6z^{-1})(1 + z^{-1} + 0.5z^{-2})} = \frac{2}{1 - 0.6z^{-1}} + \frac{1 + z^{-1}}{1 + z^{-1} + 0.5z^{-2}}$$

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{A}{1 - 0.6z^{-1}} + \frac{B + Cz^{-1}}{1 + z^{-1} + 0.5z^{-2}} \\ &= \frac{A(1 + z^{-1} + 0.5z^{-2}) + (B + Cz^{-1})(1 - 0.6z^{-1})}{(1 - 0.6z^{-1})(1 + z^{-1} + 0.5z^{-2})} \end{aligned}$$

- 子系统的误差不相互影响
- 可单独调整极点，不能单独调整零点

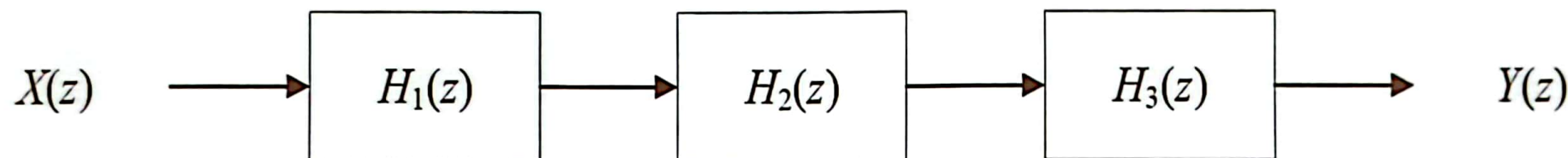


并联型结构



第四章 数字滤波器及其结构

【4.2】考虑如图所示的三个因果一阶LTI离散时间系统的级联：



其中, $H_1(z) = \frac{1-0.6z^{-1}}{1+0.25z^{-1}}$ $H_2(z) = \frac{0.2+z^{-1}}{1+0.3z^{-1}}$ $H_3(z) = \frac{2}{1+0.25z^{-1}}$

(1) 求用两个多项式的比表示整个系统的传输函数。

$$H(z) = \frac{1-0.6z^{-1}}{1+0.25z^{-1}} \cdot \frac{0.2+z^{-1}}{1+0.3z^{-1}} \cdot \frac{2}{1+0.25z^{-1}} = \frac{0.4+1.76z^{-1}-1.2z^{-2}}{1+0.8z^{-1}+0.2125z^{-2}+0.0187z^{-3}}$$

(2) 求描述整个系统的差分方程。

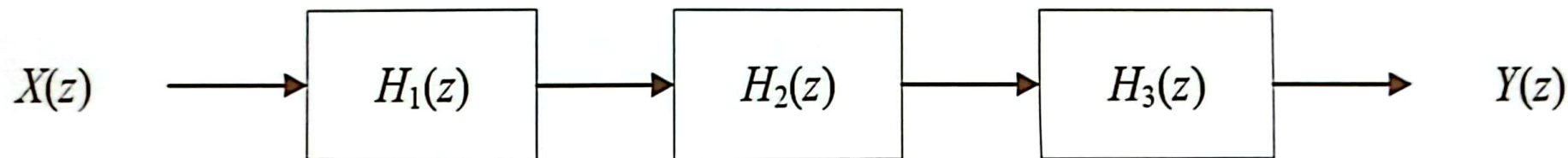
$$y[n] = 0.4x[n] + 1.76x[n-1] - 1.2x[n-2] - 0.8y[n-1] - 0.2125y[n-2] - 0.0187y[n-3]$$



第四章 数字滤波器及其结构

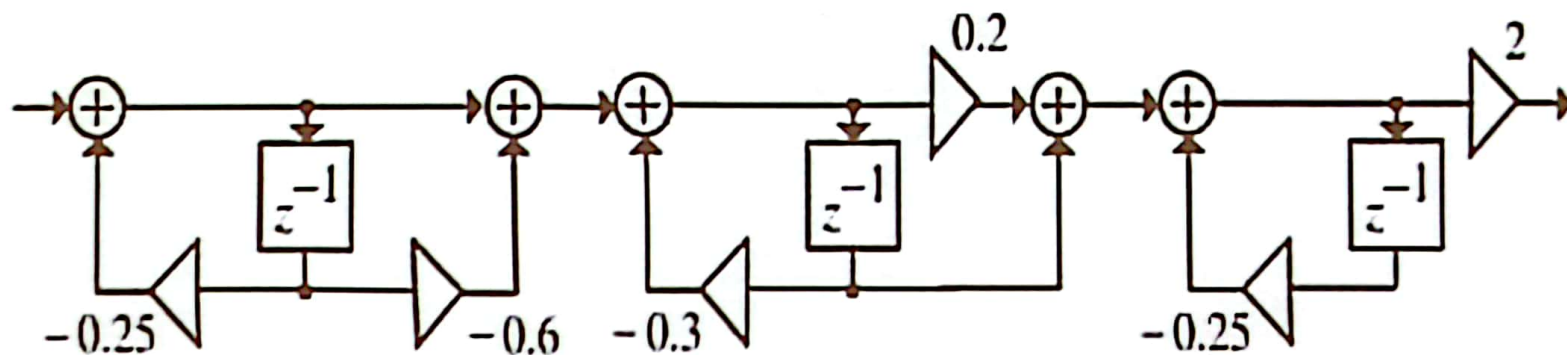


【4.2】考虑如图所示的三个因果一阶LTI离散时间系统的级联：



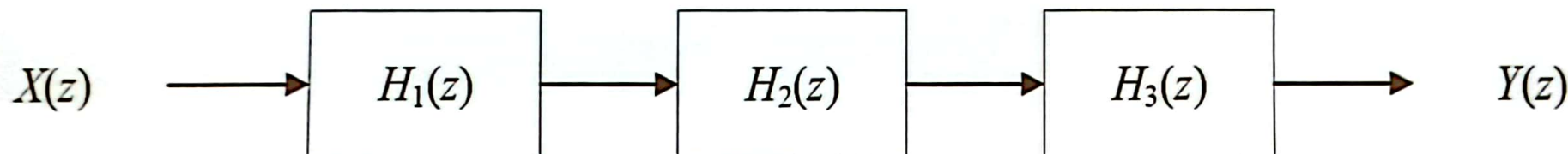
$$\text{其中, } H_1(z) = \frac{1 - 0.6z^{-1}}{1 + 0.25z^{-1}} \quad H_2(z) = \frac{0.2 + z^{-1}}{1 + 0.3z^{-1}} \quad H_3(z) = \frac{2}{1 + 0.25z^{-1}}$$

(3) 级联的三个部分分别用直接II型的形式表示，画出整个系统的框图。



第四章 数字滤波器及其结构

【4.2】考虑如图所示的三个因果一阶LTI离散时间系统的级联：



$$\text{其中, } H_1(z) = \frac{1-0.6z^{-1}}{1+0.25z^{-1}} \quad H_2(z) = \frac{0.2+z^{-1}}{1+0.3z^{-1}} \quad H_3(z) = \frac{2}{1+0.25z^{-1}}$$

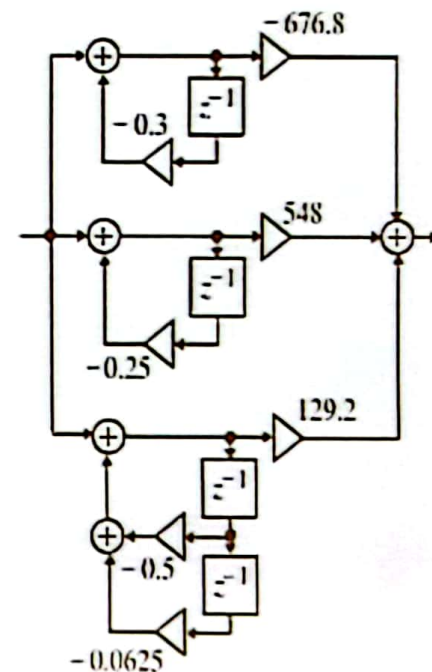
(4) 用并联型的形式画出整个系统的框图。

部分分式展开

$$H(z) = \frac{A}{1+0.25z^{-1}} + \frac{B}{(1+0.25z^{-1})^2} + \frac{C}{1+0.3z^{-1}}$$

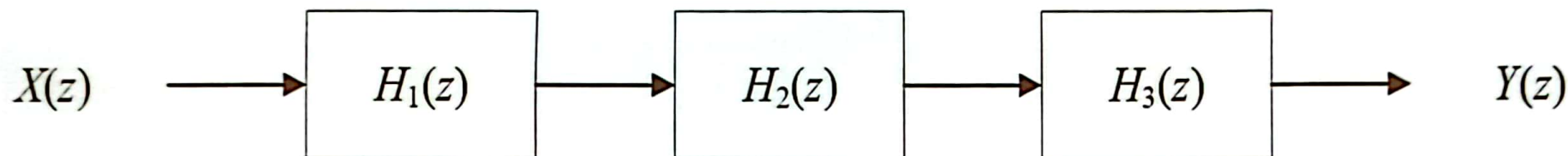
$$H(z) = \frac{A(1+0.25z^{-1})(1+0.3z^{-1}) + B(1+0.3z^{-1}) + C(1+0.25z^{-1})^2}{(1+0.25z^{-1})^2(1+0.3z^{-1})}$$

$$H(z) = \frac{548}{1+0.25z^{-1}} + \frac{129.2}{(1+0.25z^{-1})^2} - \frac{676.8}{1+0.3z^{-1}}$$



第四章 数字滤波器及其结构

【4.2】考虑如图所示的三个因果一阶LTI离散时间系统的级联：



$$\text{其中, } H_1(z) = \frac{1-0.6z^{-1}}{1+0.25z^{-1}} \quad H_2(z) = \frac{0.2+z^{-1}}{1+0.3z^{-1}} \quad H_3(z) = \frac{2}{1+0.25z^{-1}}$$

(5) 给出整个系统冲激响应的表达式。

$$\boxed{\frac{1}{1-az^{-1}} \xrightarrow{z^{-1}} a^n u[n] \quad |z| > |a|}$$

$$H(z) = \frac{548}{1+0.25z^{-1}} + \frac{129.2}{(1+0.25z^{-1})^2} - \frac{676.8}{1+0.3z^{-1}}$$

$$h[n] = 548(-0.25)^n \underline{u[n]} + 129.2(n+1)(-0.25)^n \underline{u[n]} - 676.8(-0.3)^n \underline{u[n]}$$

$$h[n] = (129.2n + 677.2)(-0.25)^n \underline{u[n]} - 676.8(-0.3)^n \underline{u[n]}$$

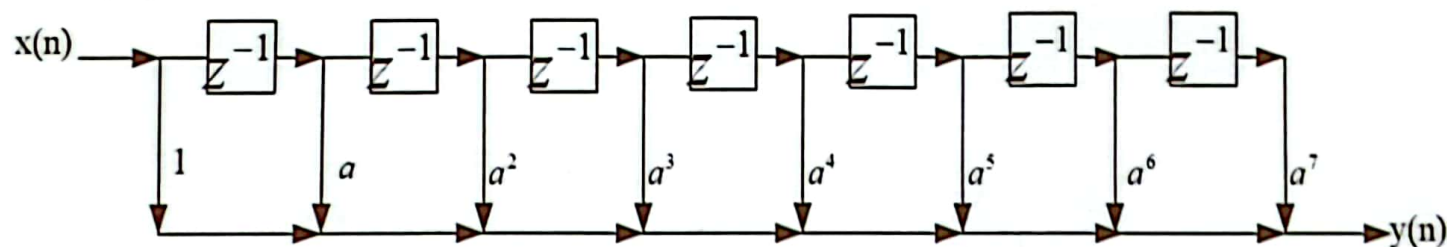


第四章 数字滤波器及其结构

【4.3】一个线性时不变系统的单位脉冲响应为 $h(n) = \begin{cases} a^n & 0 \leq n \leq 7 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$

(1) 通过单位脉冲响应画出该系统的直接型FIR结构图。

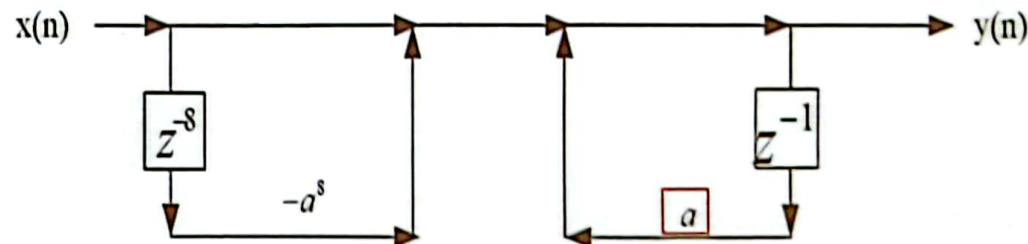
$$H(z) = \sum_{n=0}^7 h(n)z^{-n} = 1 + az^{-1} + a^2z^{-2} + a^3z^{-3} + a^4z^{-4} + a^5z^{-5} + a^6z^{-6} + a^7z^{-7}$$



(2) 求出该系统的系统函数 $H(z)$ ，并由该系统函数画出由FIR系统和IIR系统级联而成的结构图。

等比数列求和

$$H(z) = (1 - a^8z^{-8}) \frac{1}{1 - az^{-1}} = \frac{1 - a^8z^{-8}}{1 - az^{-1}}$$



(3) (2) 中的实现需要延迟器较多, (1) 中的实现需要运算次数较多。

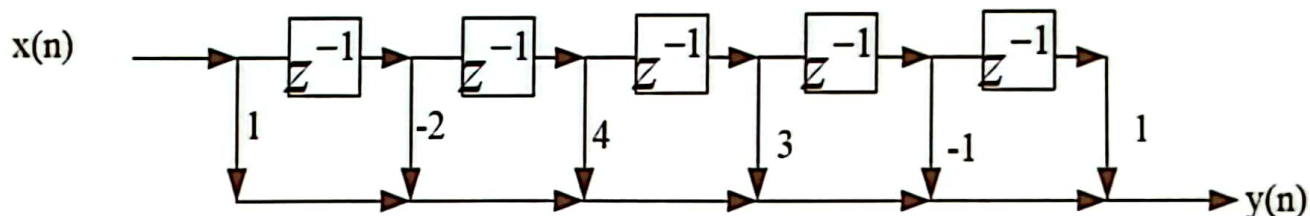
延迟器: (1)7个 (2)9个 运算次数: (1)7次乘法 7次加法 (2)2次乘法 2次加法



第四章 数字滤波器及其结构

【4.4】求下列各图所示各系统的单位脉冲响应 $h(n)$ 。

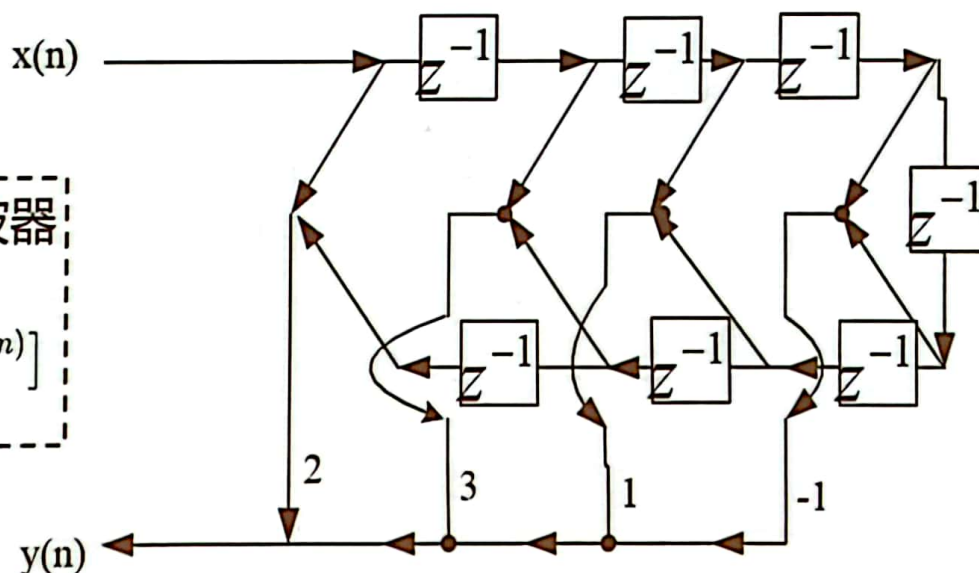
$$\mathcal{Z}\{\delta[n-k]\} = z^{-k}$$



$$h(n) = \delta(n) - 2\delta(n-1) + 4\delta(n-2) + 3\delta(n-3) - \delta(n-4) + \delta(n-5)$$

$N=8$, 偶对称的线性相位滤波器

$$H(z) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} h(n) [z^{-n} \pm z^{-(N-1-n)}]$$



$$h(n) = 2\delta(n) + 3\delta(n-1) + \delta(n-2) - \delta(n-3) - \delta(n-4) + \delta(n-5) + 3\delta(n-6) + 2\delta(n-7)$$



第四章 数字滤波器及其结构



中国科学技术大学
University of Science and Technology of China

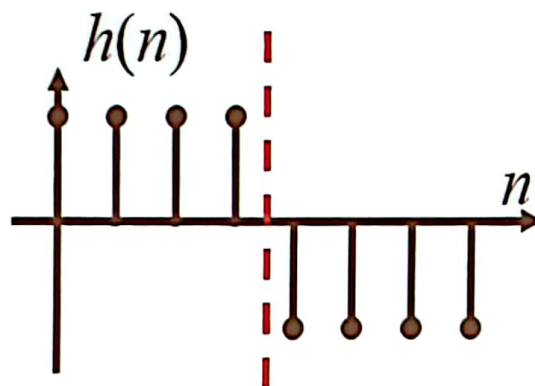
线性相位滤波器

- N是偶数还是奇数?
- $h(n)$ 是奇对称还是偶对称?

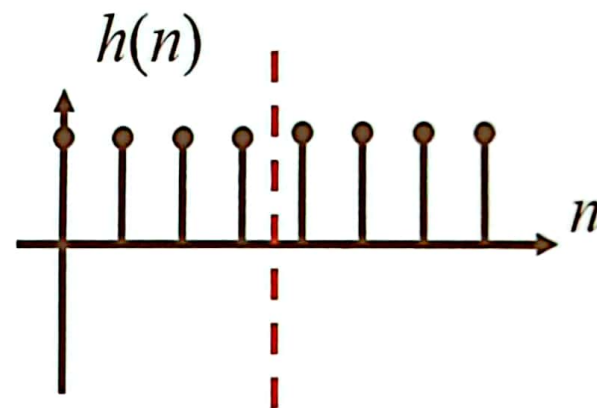
课本P262

N是偶数

镜像奇对称



镜像偶对称



$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)z^{-n}$$

$$= \sum_{n=0}^{N/2-1} h(n)z^{-n} + \sum_{n=N/2}^{N-1} h(n)z^{-n} = \sum_{n=0}^{N/2-1} h(n)z^{-n} \pm \sum_{n=0}^{N/2-1} h(N-1-n)z^{-(N-1-n)}$$

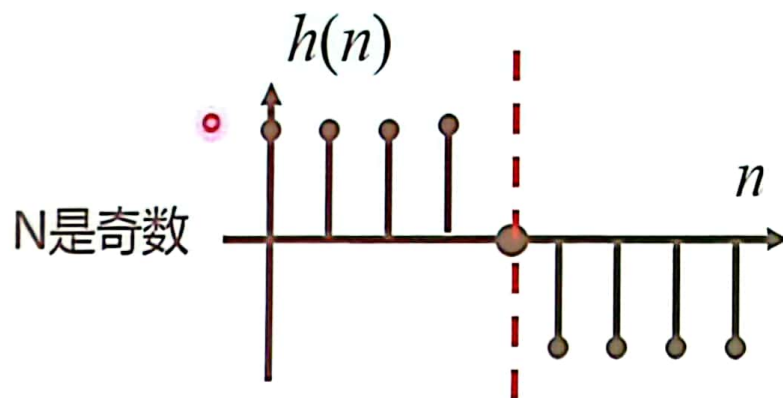
$$= \sum_{n=0}^{N/2-1} h(n)[z^{-n} \pm z^{-(N-1-n)}] \quad \text{镜像奇对称取负号, 镜像偶对称取正号}$$



扫描全能王 创建

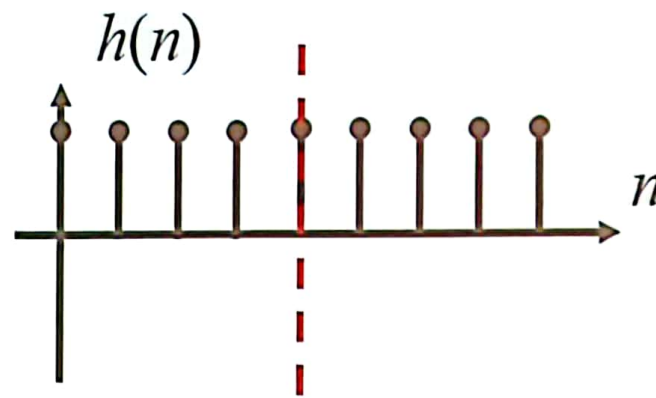
第四章 数字滤波器及其结构

镜像奇对称



$$h(n) = -h(N-1-n), \quad h\left(\frac{N-1}{2}\right) = 0$$

镜像偶对称



$$h(n) = h(N-1-n)$$

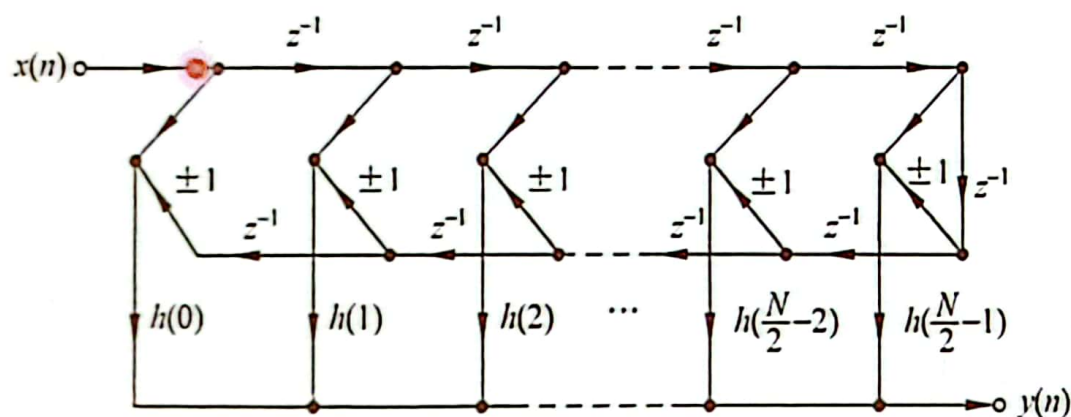
$$H(z) = \sum_{n=0}^{\frac{N-1}{2}-1} h(n)[z^{-n} \pm z^{-(N-1-n)}] + h\left(\frac{N-1}{2}\right)z^{-\frac{N-1}{2}}$$

镜像奇对称取负号，镜像偶对称取正号



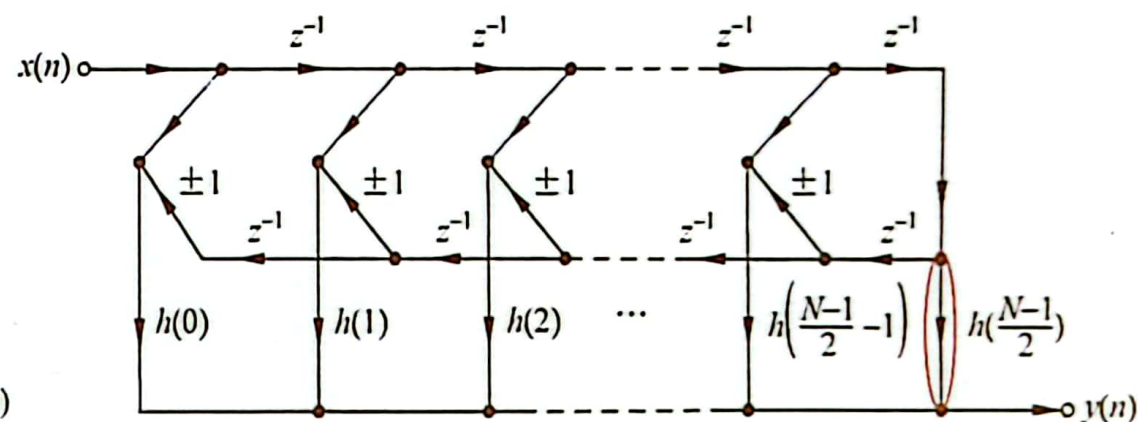
第四章 数字滤波器及其结构

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N/2-1} h(n)[z^{-n} \pm z^{-(N-1-n)}]$$



N是偶数

$$H(z) = \sum_{n=0}^{\frac{N-1}{2}-1} h(n)[z^{-n} \pm z^{-(N-1-n)}] + h\left(\frac{N-1}{2}\right)z^{-\frac{N-1}{2}}$$



镜像奇对称时断开，镜像偶对称时闭合

N是奇数

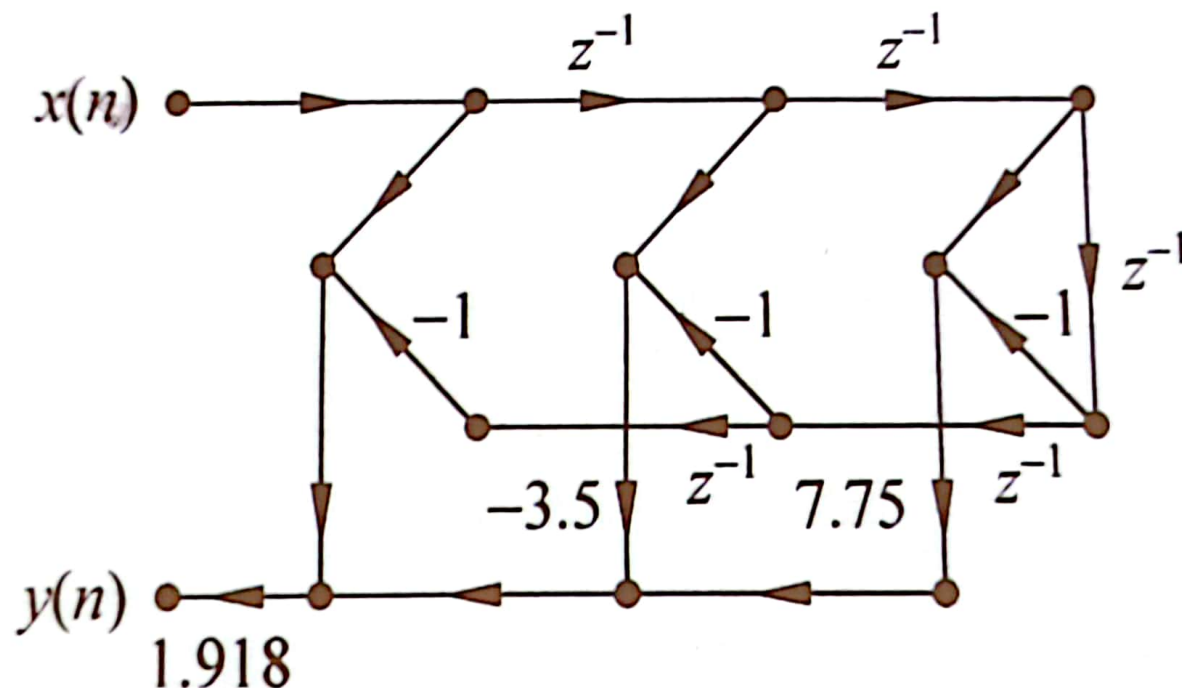


第四章 数字滤波器及其结构

【4.5】已知 $H(z) = 1.918(1 - 3.5z^{-1} + 7.75z^{-2} - 7.75z^{-3} + 3.5z^{-4} - z^{-5})$
画出该FIR滤波器的线性相位结构。

$N=6$, 为偶数;

关于中心点镜像奇对称。



第四章 数字滤波器及其结构

【拓展】【4.6】已知一个六阶线性相位的数字滤波器的单位脉冲响应 $h(n)$ 满足： $h(0)=-h(6)=3$,
 $h(1)=-h(5)=-2$, $h(2)=-h(4)=3$, $h(3)=0$, 根据所给单位脉冲响应画出该滤波器的结构。

$N=7$, 为奇数;

关于中心点镜像奇对称。

