



中国科学技术大学

University of Science and Technology of China

§ 1.2 线性系统的 系统响应

lugh@ustc.edu.cn

2016年8月30日

提纲

- 1. 频率响应
- 2. 伯德图
- 3. 阶跃响应

系统响应

■ 分类

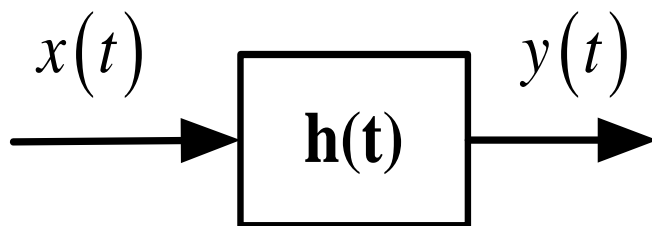
按激励区分响应类型：

$$\begin{cases} \delta(t) \rightarrow \text{冲激响应} \\ \sin(\omega t) \rightarrow \text{频率响应} \\ u(t) \rightarrow \text{阶跃响应} \end{cases}$$

系统响应

■ 系统的响应

- 定义：对系统 $h(t)$ 来说，在输入信号激励下的系统输出信号，称为系统的响应

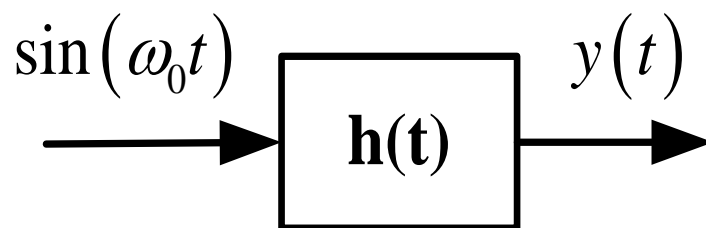


- 求解步骤
 - 将 $x(t)$ 变为 $F(S)$ ， $h(t)$ 变为 $H(S)$
 - 求 $Y(S)=H(S)F(S)$
 - 将 $Y(S)$ 作拉氏反变换得到系统响应 $y(t)$

1. 频率响应

■ 频率响应

- 定义：系统对正弦激励信号的稳态响应，称为频率响应，简称频响，又称正弦稳态响应



■ 说明

- 任何的周期信号都可分解成不同频率的正弦信号的线性叠加形式，故研究系统的正弦稳态响应具有普遍意义

1. 频率响应

$$f(t) = \sin \omega_0 t \rightarrow F(S) = \frac{\omega_0}{S^2 + \omega_0^2} = \frac{\omega_0}{(S + j\omega_0)(S - j\omega_0)}$$

$$H(S) = K \frac{\prod_{i=1}^m (S - z_i)}{\prod_{j=1}^n (S - p_j)}$$

$$Y(S) = H(S)F(S) = K \frac{\prod_{i=1}^m (S - z_i)}{\prod_{j=1}^n (S - p_j)} \bullet \frac{\omega_0}{(S + j\omega_0)(S - j\omega_0)}$$

1. 频率响应

- 设 $H(S)$ 的分母没有重根，进行部分分式展开

$$Y(S) = \sum_{j=1}^n \frac{K_j}{S - p_j} + \frac{K_0}{(S + j\omega_0)} + \frac{\bar{K}_0}{(S - j\omega_0)}$$

$$y(t) = \sum_{j=1}^n K_j e^{p_j t} + K_0 e^{-j\omega_0 t} + \bar{K}_0 e^{j\omega_0 t}$$

- 自由响应
- 强迫响应

$$y_s(t) = K_0 e^{-j\omega_0 t} + \bar{K}_0 e^{j\omega_0 t}$$

1. 频率响应

■ 先求得

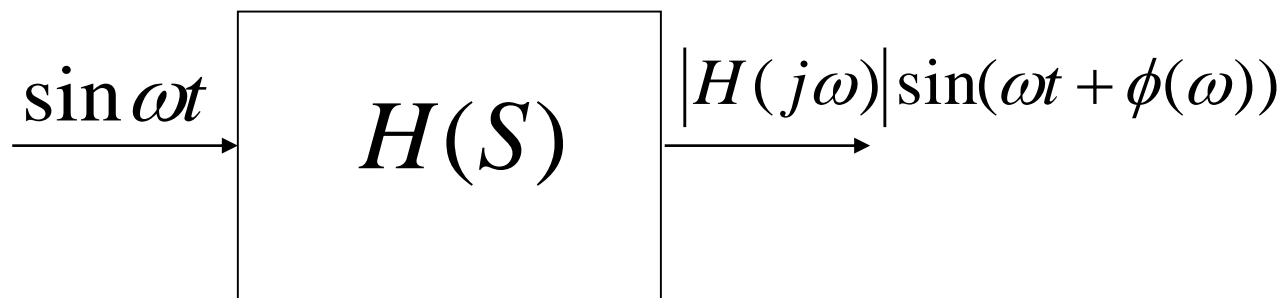
$$K_0 = Y(S) \bullet (S + j\omega_0) \Big|_{S=-j\omega_0} = H(S)F(S) \bullet (S + j\omega_0) \Big|_{S=-j\omega_0} = \frac{H(-j\omega_0)}{-2j}$$

$$\overline{K_0} = Y(S) \bullet (S - j\omega_0) \Big|_{S=j\omega_0} = H(S)F(S) \bullet (S - j\omega_0) \Big|_{S=j\omega_0} = \frac{H(j\omega_0)}{2j}$$

■ 代入得到

$$\begin{aligned} y_s(t) &= \frac{|H(-j\omega_0)|e^{-j\phi_0}}{-2j} e^{-j\omega_0 t} + \frac{|H(j\omega_0)|e^{j\phi_0}}{2j} e^{j\omega_0 t} \\ &= |H(j\omega_0)| \sin(\omega_0 t + \phi_0) \end{aligned}$$

1. 频率响应



- 输出频率不变
- 幅度变化 $|H(j\omega)|$
- 相位变化 $\phi(\omega) = \angle H(j\omega)$

定义

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| e^{j\phi(\omega)}$$

频率响应 $H(j\omega)$

$H(j\omega)$ 仅与输入信号的频率有关，是频率 ω 的函数，称为系统的频率响应

■ 说明

- 系统的频率响应反映了系统对输入信号不同频率分量的选通性能
- 系统的所有频率特性都体现在频率响应中

定义

■ 幅频响应与相频响应

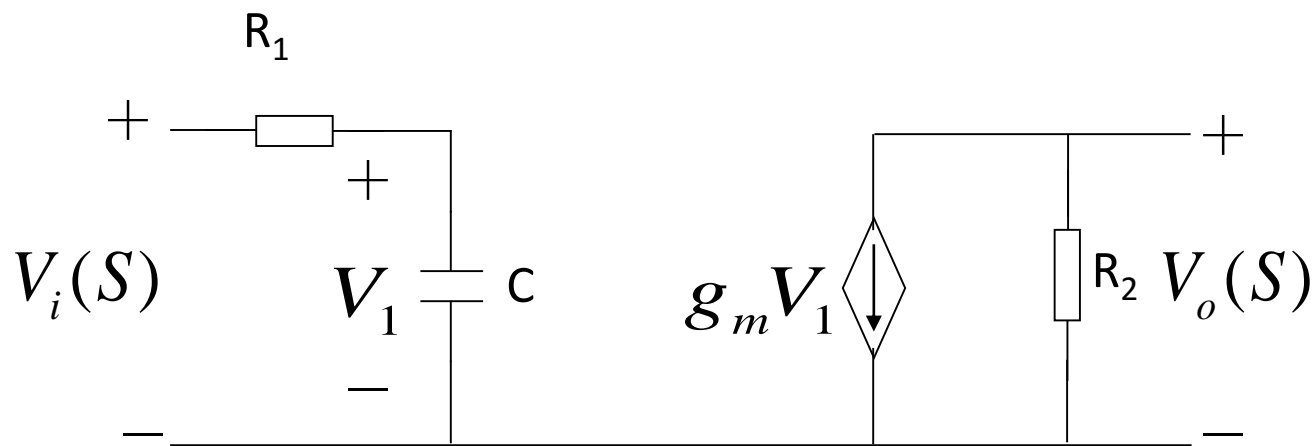
- 定义：频率响应的模通常称为幅频响应，幅角则称为相频响应

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| e^{j\phi(\omega)}$$

相频响应

幅频响应

求该网络的频率特性





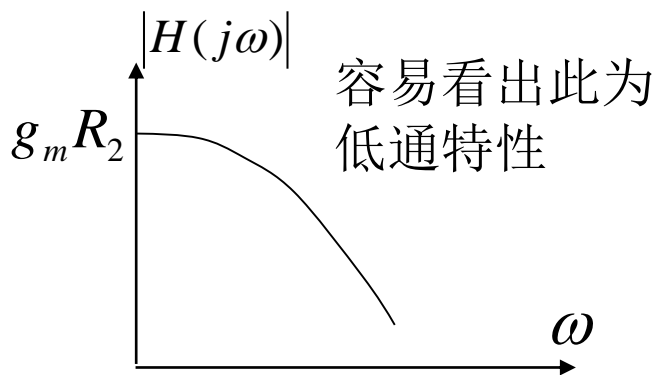
$$V_1 = \frac{\frac{1}{SC}}{(R_1 + \frac{1}{SC})} V_i$$

$$H(S) = \frac{V_o(S)}{V_i(S)} = \frac{\frac{-g_m V_1 R_2}{(R_1 + \frac{1}{SC})}}{\frac{1}{SC}} \cdot V_1 = \frac{-g_m R_2}{1 + SR_1 C}$$

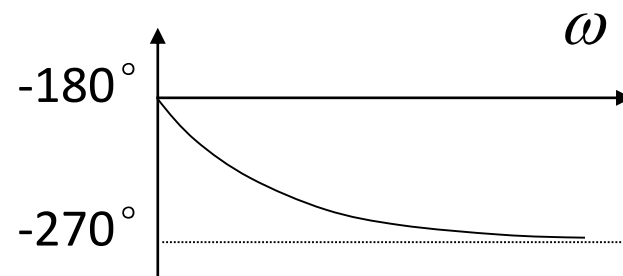


$$H(j\omega) = H(s) \Big|_{s=j\omega} = \frac{-g_m R_2}{1 + j\omega R_1 C}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)| = \frac{g_m R_2}{\sqrt{1 + (\omega R_1 C)^2}} \\ \phi(\omega) = -180^\circ - \arctan(\omega R_1 C) \end{cases}$$

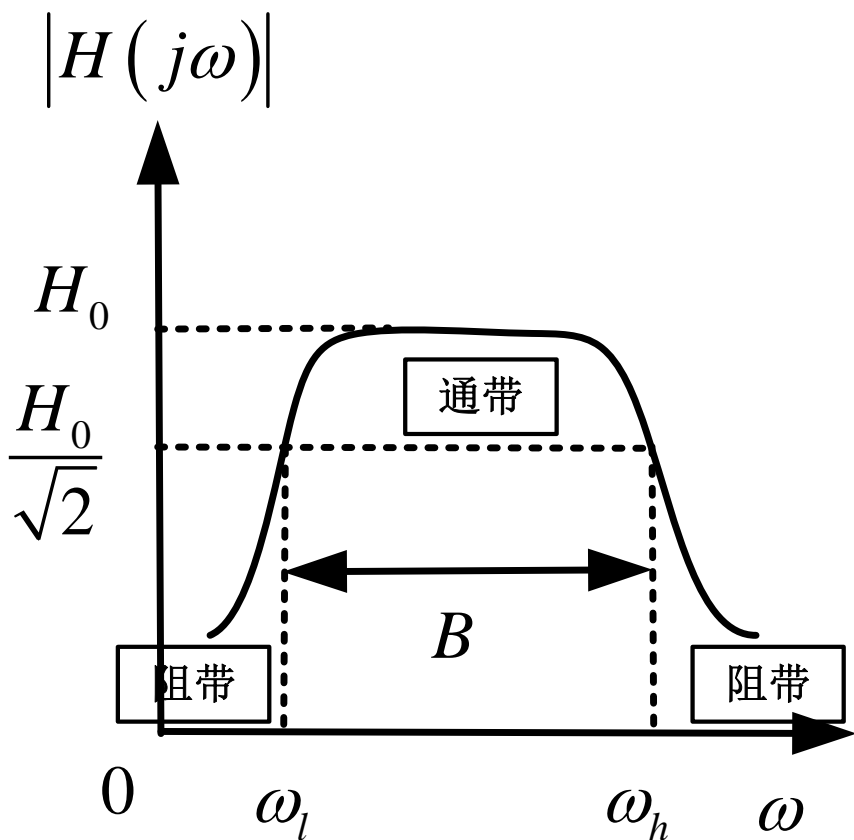


幅频响应曲线



相频响应曲线

频率响应参数



频率响应参数

通带增益: H_0

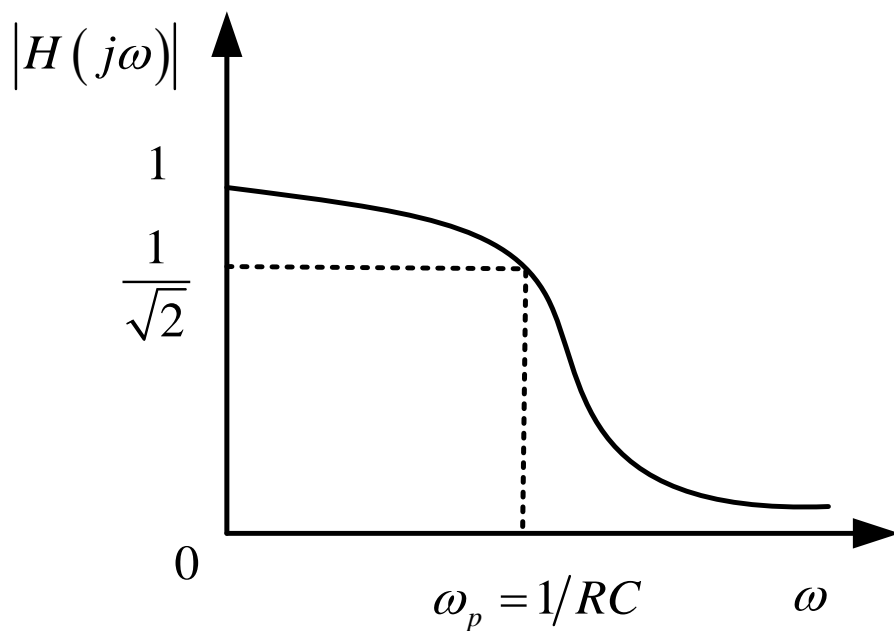
3dB截止频率: ω_{3dB}

$$|H(j\omega_{3dB})| = \frac{H_0}{\sqrt{2}} \sim -3dB$$

通带带宽: $B = \omega_h - \omega_l$

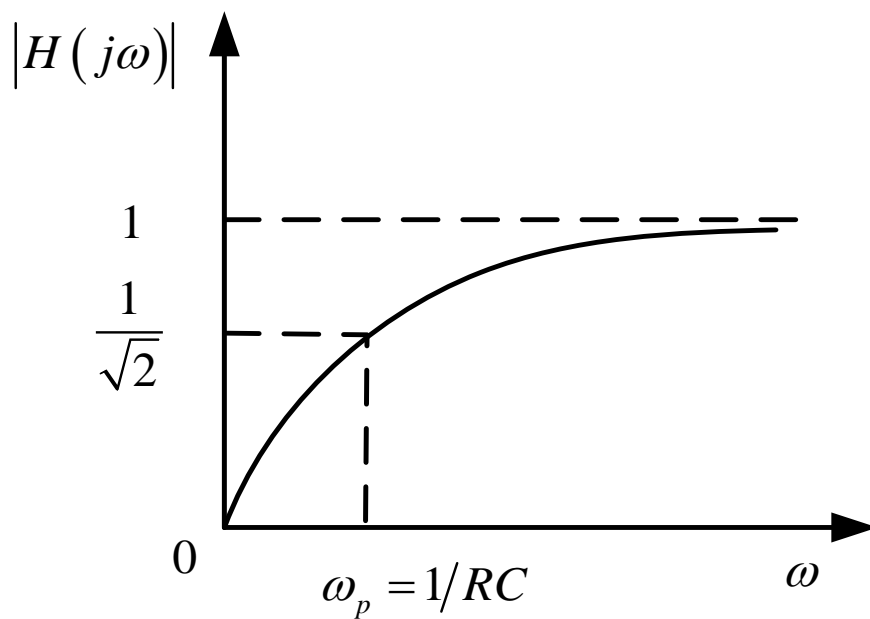
$$\omega_{3dB} : \begin{cases} \text{上截止频率: } \omega_h \\ \text{下截止频率: } \omega_l \end{cases}$$

频率响应参数



$$\begin{cases} H_0 = 1 \\ \omega_h = \omega_p = 1/RC \\ B = \omega_h \end{cases}$$

频率响应参数



$$\begin{cases} H_0 = 1 \\ \omega_l = \omega_p = 1/RC \\ B \end{cases}$$

2. 伯德图

■ 伯德图

- 定义：以对数为标尺、用折线绘制的幅频、相频特性曲线称为伯德图

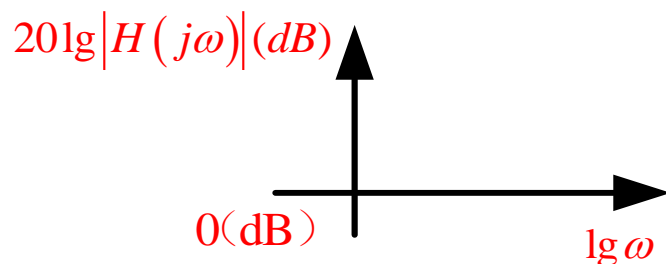
■ 伯德图方法的优势

- 采用对数坐标系便于表示较大的幅度动态范围和较宽的频率跨度
- 将频率特性的绘制与系统函数的极零点分布直接联系起来，简化系统频率响应曲线的绘制
- 伯德图方法还可以近似估算系统的频率响应参数，快速了解通带特征

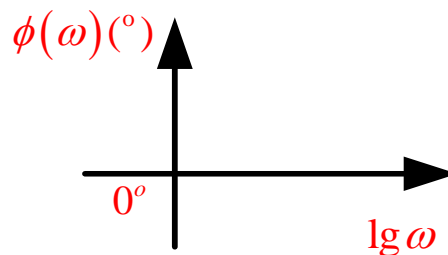
(1) 对数坐标系

■ 对数坐标系

- 幅频响应和相频响应的频率轴采用对数刻度，即 $\lg \omega$
- 幅频响应的幅度值采用分贝(dB)表示，即 $20\lg|H(j\omega)|$
- 相频响应的相角仍以角度值表示



幅频波特图坐标系

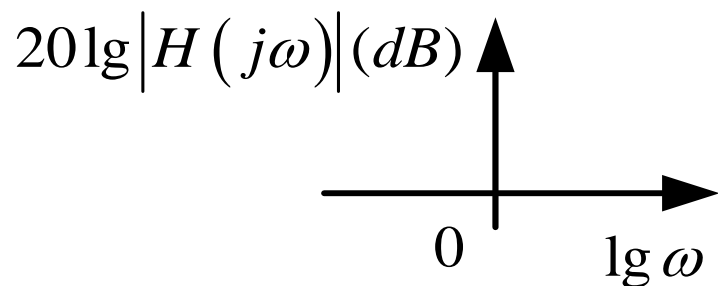


相频波特图坐标系

(1) 对数坐标系

■ 思考

- 该坐标系的坐标原点在哪儿？坐标系交点对应的频率是多少？



坐标交点: $\begin{cases} |H(j\omega)| = 1 = 0dB \\ \omega \neq 0, \text{且无需指定} \end{cases}$

(1) 对数坐标系

■ 伯德图方法步骤

- 第一步：系统函数的基本表达式作归一化处理，分析系统的零极点和常数项

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = K \frac{\prod_{i=1}^m (s - z_i)}{\prod_{j=1}^n (s - p_j)} = K' \frac{\prod_{i=1}^m \left(1 - \frac{s}{z_i}\right)}{\prod_{j=1}^n \left(1 - \frac{s}{p_j}\right)}$$

(1) 对数坐标系

■ 频率响应

$$H(j\omega) = H(s) \Big|_{s=j\omega} = K' \frac{\prod_{i=1}^m \left(1 - \frac{j\omega}{z_i}\right)}{\prod_{j=1}^n \left(1 - \frac{j\omega}{p_j}\right)}$$

(1) 对数坐标系

$$20\lg|H(j\omega)| = 20\lg|K'| + \sum_{i=1}^m 20\lg\left|1 - \frac{j\omega}{z_i}\right| - \sum_{j=1}^n 20\lg\left|1 - \frac{j\omega}{p_j}\right|$$

$$\phi(\omega) = \begin{matrix} 0^\circ \\ -180^\circ \end{matrix} + \sum_{i=1}^m \arctan\left(\frac{-\omega}{z_i}\right) - \sum_{j=1}^n \arctan\left(\frac{-\omega}{p_j}\right)$$

■ 说明

- 在对数域，系统所有零极点的幅频及相频贡献满足线性叠加关系

(1) 对数坐标系

- 第二步：绘制出常数项、实极点，实零点，复共轭极点和复共轭零点等各单项的幅频和相频伯德图
- 第三步：将各个单项线性叠加在一起，即可完整获得系统的幅频和相频伯德图

(2) 常数项K'

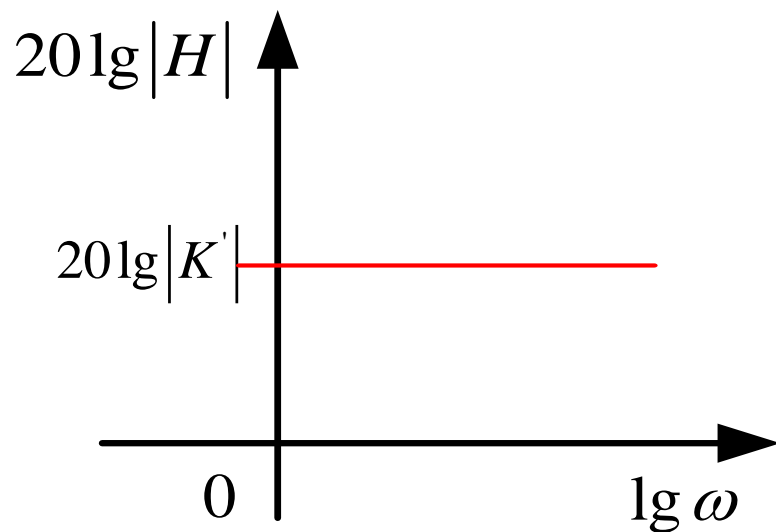
■ 幅频响应

$$\begin{cases} K' > 0 \\ K' < 0 \end{cases} \Rightarrow 20\lg|H(j\omega)| = 20\lg|K'|$$

(2) 常数项 K'

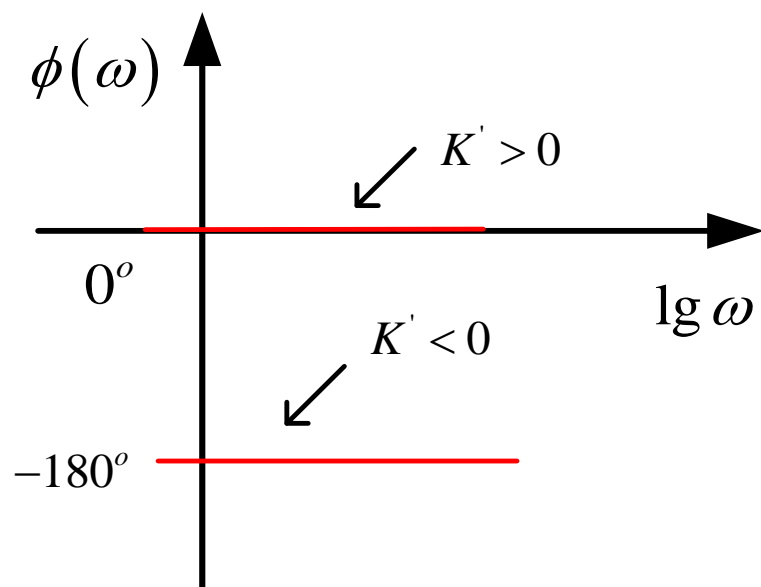
■ 说明

- 实常数在幅频伯德图中，就是一条与横坐标平行的水平直线



幅频波特图

(2) 常数项 K'



相频波特图

■ 相频响应

- 若 $K' > 0$ ，则它对相频的贡献恒定为**0度**
- 若 $K' < 0$ ，则它对相频的贡献恒定为**-180度**
- 在相频伯德图中，就是一条与横坐标平行的水平直线

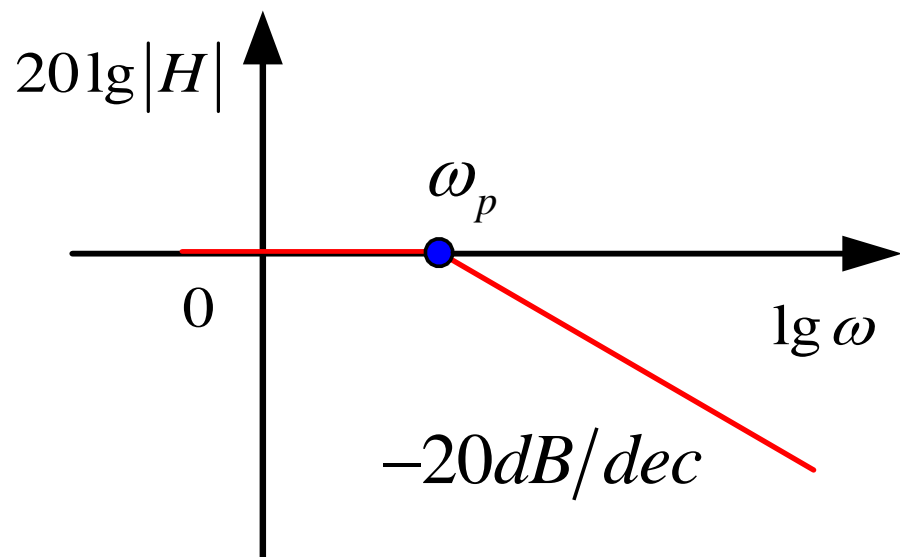
(3) 负实极点

■ 幅频响应

$$\omega_p = -p_j \Rightarrow 20\lg|H(j\omega)| = 20\lg\left|1 - \frac{j\omega}{p_j}\right| = -20\lg\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2}$$

$$= \begin{cases} \omega \ll \omega_p, -20\lg\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2} \approx 0dB \\ \omega \gg \omega_p, -20\lg\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2} \approx -20\lg\frac{\omega}{\omega_p} (dB) \end{cases}$$

(3) 负实极点



幅频波特图

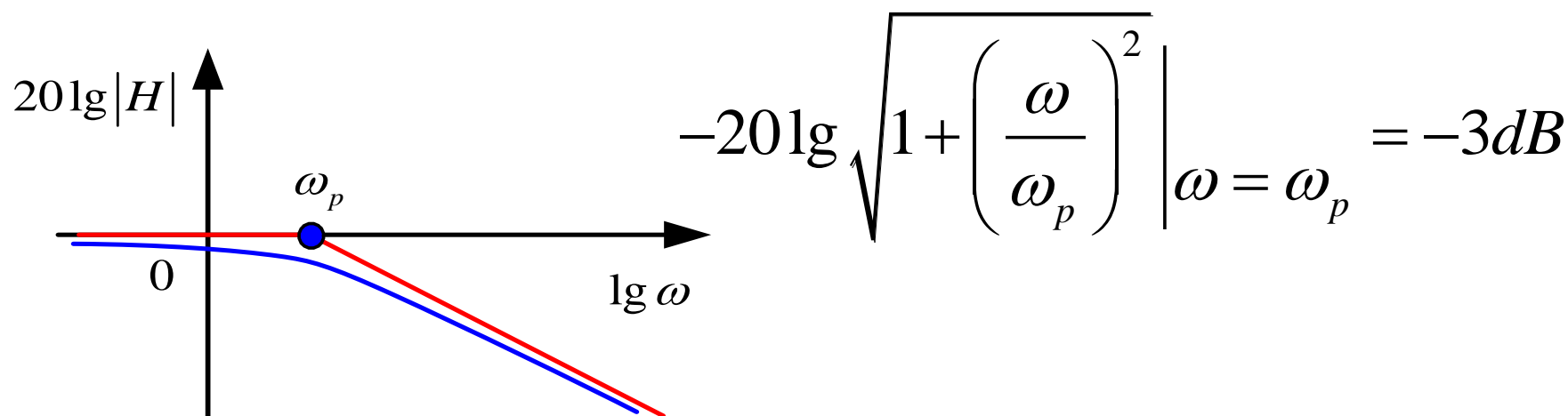
■ 说明

- 第一条直线段：横轴上从频率0到 ω_p 的水平直线
- 第二条直线段：起始于 ω_p ，斜率为**-20dB/dec**的直线(即频率每增大10倍，幅值减小20dB)

(3) 负实极点

■ 误差分析

- 折线近似以后，幅频响应曲线与折线段之间存在误差
- 最大误差位置在转折频率处



- 其它位置真实曲线与折线段之间的误差可忽略

(3) 负实极点

■ 相频响应

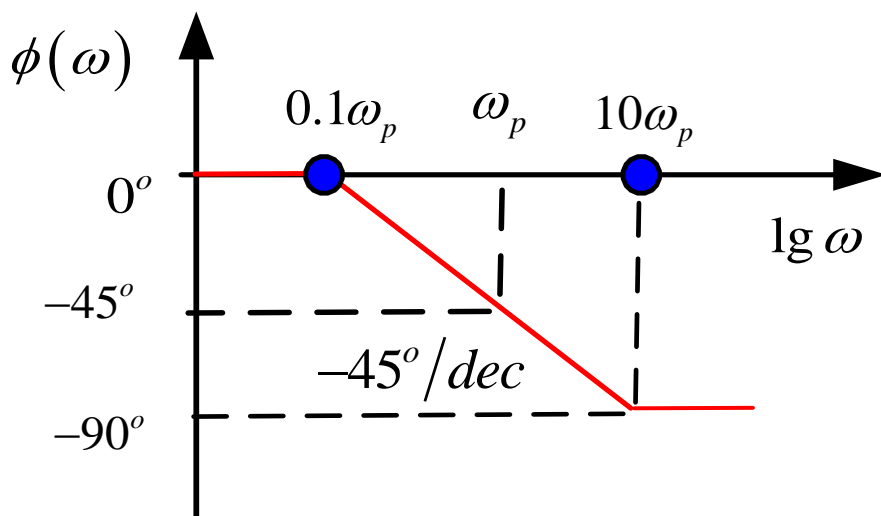
$$\omega_p = -p_j \Rightarrow \phi(\omega) = -\arctan \frac{-\omega}{p_j} = -\arctan \frac{\omega}{\omega_p}$$

$$= \begin{cases} \omega \leq 0.1\omega_p, -\arctan \frac{\omega}{\omega_p} \approx 0^\circ \\ \omega = \omega_p, -\arctan \frac{\omega}{\omega_p} = -45^\circ \\ \omega \geq 10\omega_p, -\arctan \frac{\omega}{\omega_p} = -90^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -45^\circ \lg \frac{\omega}{0.1\omega_p} \\ \omega \in (0.1\omega_p, 10\omega_p) \end{cases}$$

(3) 负实极点

■ 说明

- 第一条直线段：横轴上从频率**0** 到 **$0.1\omega_p$** 的水平直线
- 第二条直线段：从频率点 **$0.1\omega_p$** 至 **$10\omega_p$** ，斜率为**-45度/dec**的直线
- 第三条直线段：起始于频率点 **$10\omega_p$** 的水平直线，纵坐标**-90度**



相频波特图

(3) 负实极点

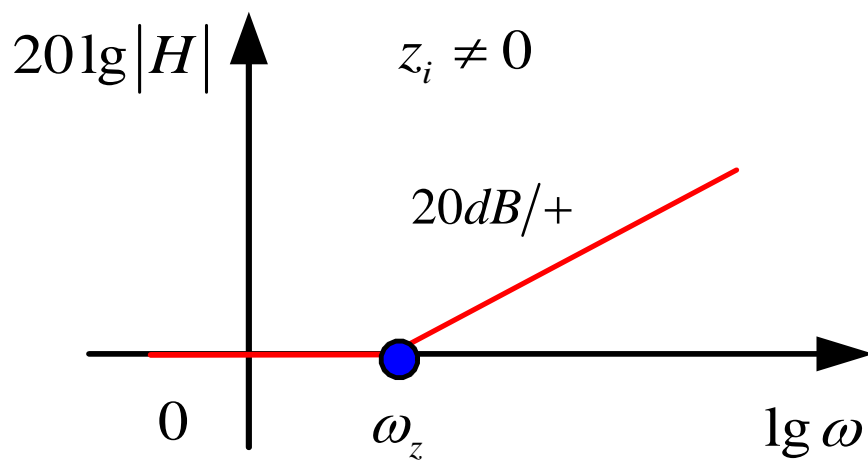
■ 说明

- 绘图时，必须标明转折点坐标和直线斜率
- 方便起见，转折点坐标实际仍然以角频率值标注，而并非其对数值，即横坐标度量单位仍以rad/s计

(4) 实数零点

■ 说明

- 第一条：横轴上从频率0到 ω_z 的水平直线
- 第二条：起始于 ω_z ，斜率为+20dB/dec的直线(即频率每增大10倍，幅值增大20dB)

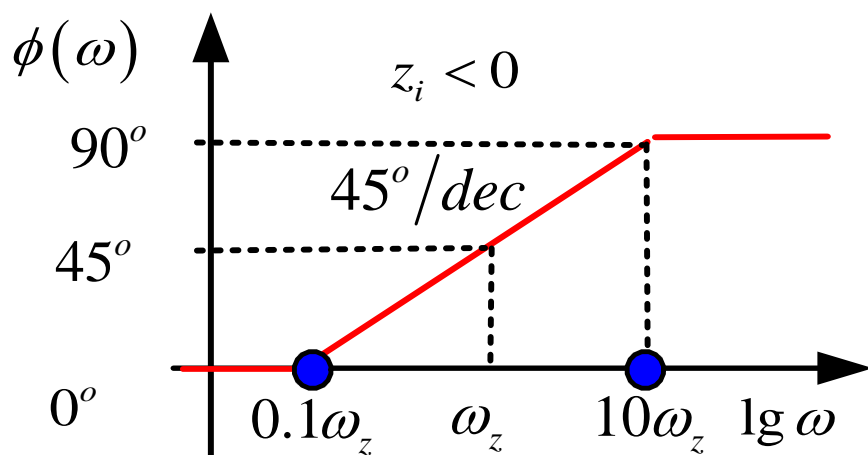


幅频波特图

(4) 实数零点

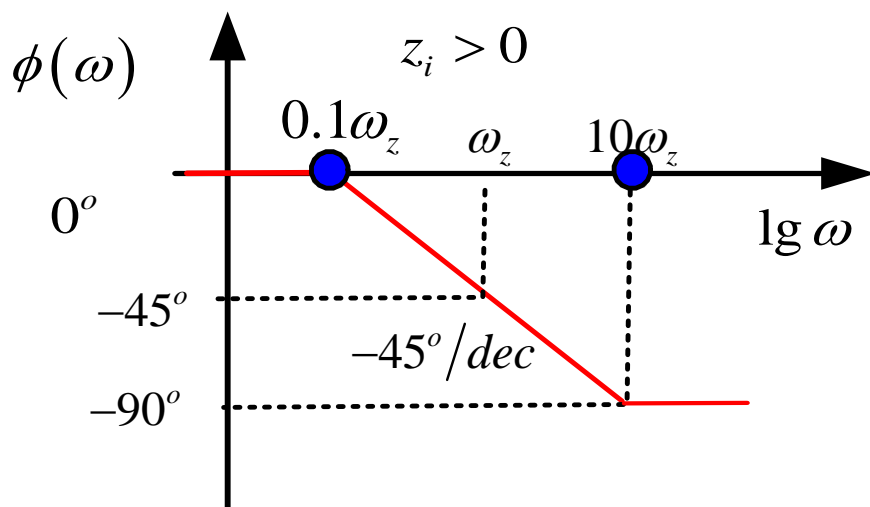
■ 说明

- 第一条：横轴上从频率**0**到 **$0.1\omega_z$** 的水平直线
- 第二条：从频率 **$0.1\omega_z$** 至 **$10\omega_z$** ，斜率为**45度/dec**的直线
- 第三条：起始于 **$10\omega_z$** 的水平直线，纵坐标**90度**



相频波特图

(4) 实数零点



相频波特图

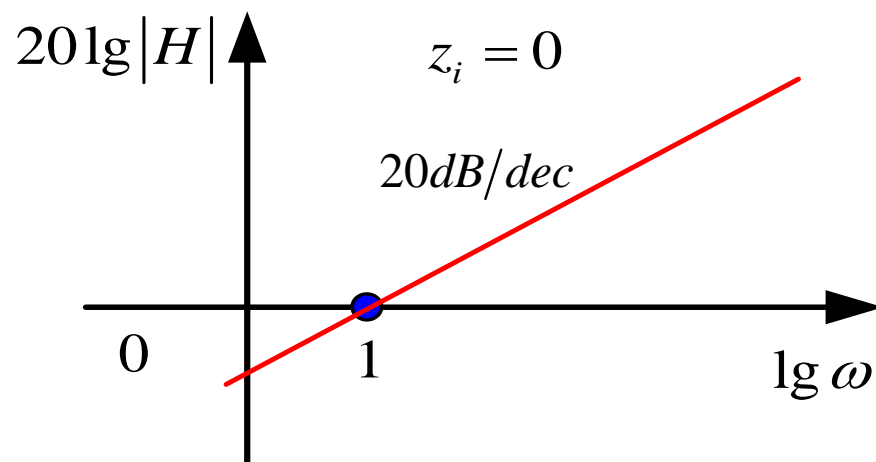
■ 说明

- 第一条：横轴上从频率**0**到 **$0.1\omega_z$** 的水平直线
- 第二条：从频率 **$0.1\omega_z$** 至 **$10\omega_z$** ，斜率为 **$-45^\circ/\text{dec}$** 的直线
- 第三条：起始于 **$10\omega_z$** 的水平直线，纵坐标 **-90°**

(4) 实数零点

$z_i = 0$, 不能归一化

$$H(j\omega) = j\omega = \omega e^{j90^\circ}$$



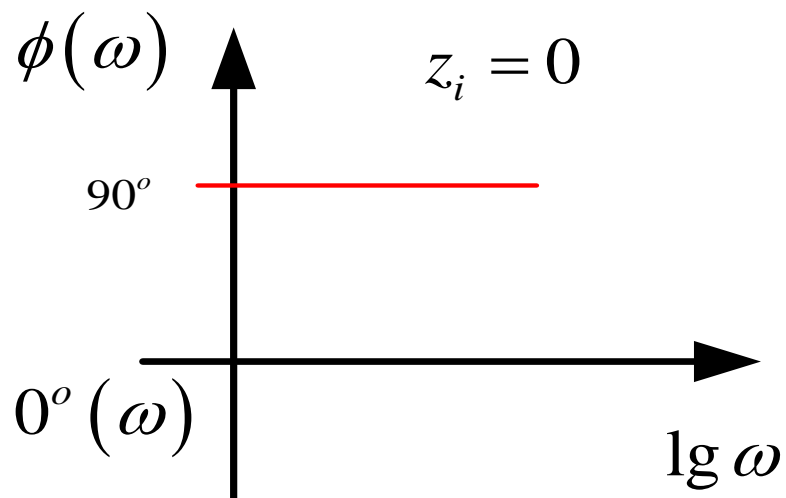
幅频波特图

■ 说明

- 是 $+20\text{dB/dec}$ 的一条直线，与水平轴相交于 $\omega=1$ 处，起始于 $\omega=0$ ，即坐标系左下平面无穷远处

(4) 实数零点

■ 相频响应



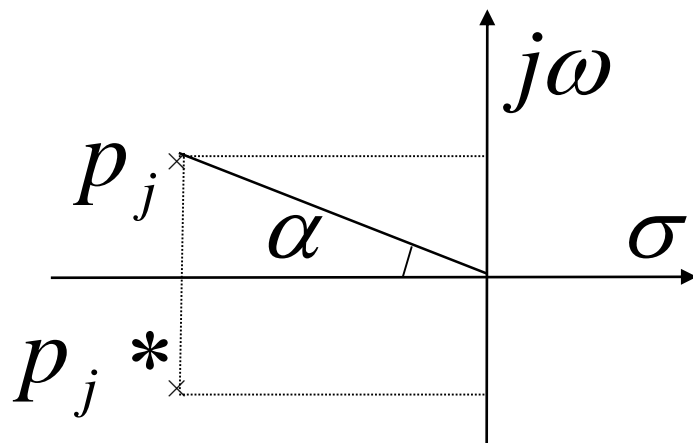
相频波特图

$$s \Rightarrow \phi(\omega) = 90^\circ$$

□ 该零点具**90度**相频贡献

(5) 复共轭极点

$$\text{令 } p_j = -a + jb, \quad p_j^* = -a - jb \quad (a > 0)$$



$$\text{定义: } \omega_n = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \xi = \cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

(5) 复共轭极点

$$p_j = -\xi\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$$

$$p_j^* = -\xi\omega_n - j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$$

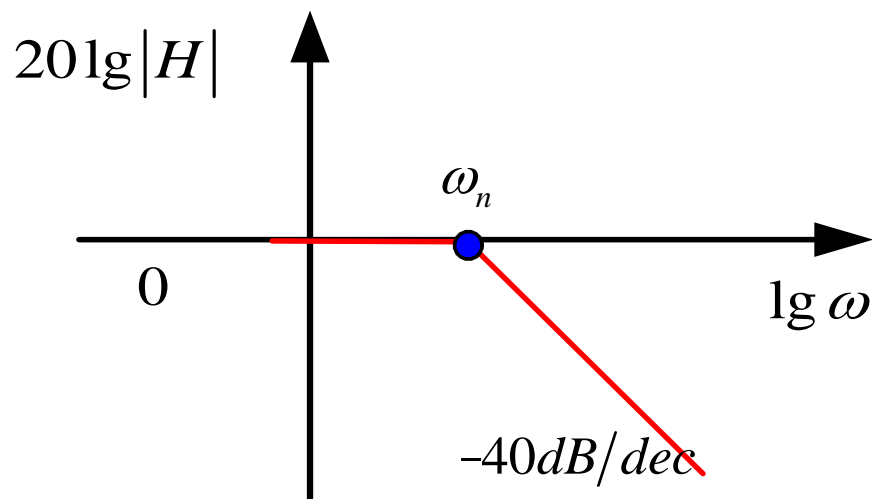
$$\left(1 - \frac{j\omega}{p_j}\right)\left(1 - \frac{j\omega}{p_j^*}\right) = 1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} + j\frac{2\xi\omega}{\omega_n}$$

(5) 复共轭极点

■ 幅频响应

$$-20\lg\left|\left(1-\frac{j\omega}{p}\right)\left(1-\frac{j\omega}{p^*}\right)\right| = -20\lg\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(\frac{2\xi\omega}{\omega_n}\right)^2}$$
$$= \begin{cases} \omega \ll \omega_n, -20\lg\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(\frac{2\xi\omega}{\omega_n}\right)^2} \approx 0dB \\ \omega \gg \omega_n, -20\lg\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(\frac{2\xi\omega}{\omega_n}\right)^2} = -40\lg\frac{\omega}{\omega_n} (dB) \end{cases}$$

(5) 复共轭极点



幅频波特图

■ 说明

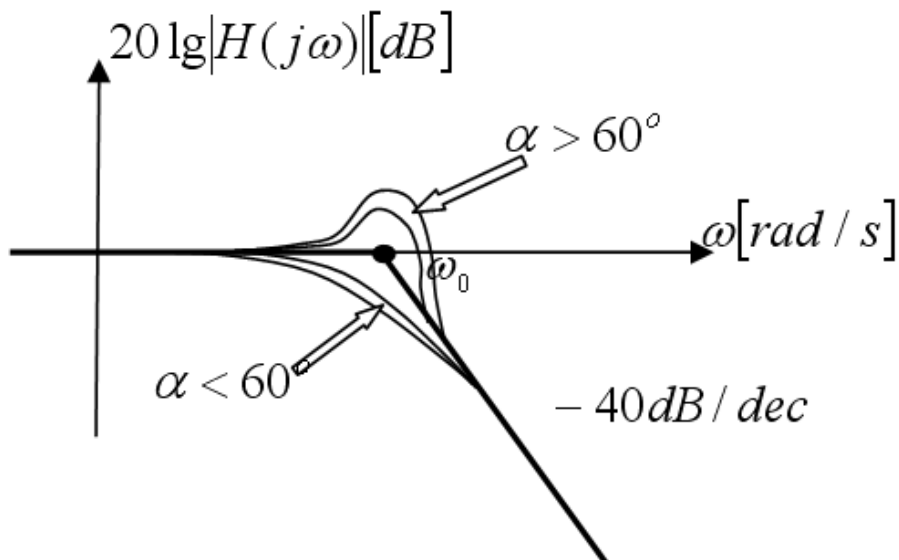
- 第一条：横轴上从频率0到 ω_n 的水平直线
- 第二条：起始于 ω_n ，斜率为 -40dB/dec 的直线（即频率每增大10倍，幅值减小40dB）

(5) 复共轭极点

■ 误差分析

- 以转折点处折线近似导致的误差最大

$$\left. -20\lg \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(\frac{2\xi\omega}{\omega_n}\right)^2} \right|_{\omega = \omega_n} = -20\lg 2\xi$$



(5) 复共轭极点

$$-20\lg 2\xi = -6dB - 20\lg \xi = \begin{cases} -6dB, \alpha = 0^\circ \text{时} \\ -3dB, \alpha = 45^\circ \text{时} \\ 0dB, \alpha = 60^\circ \text{时} \\ 8dB, \alpha = 78^\circ \text{时} \end{cases}$$

■ 注意

- α 越大，幅频图过冲也越大
- 转角频率处的误差不一定是**3dB**，只有 $\alpha = 45^\circ$ 才是
- $\alpha \geq 60^\circ$ 时， $\Delta \geq 0dB$ 此时通频带带宽变宽，可作频率补偿用

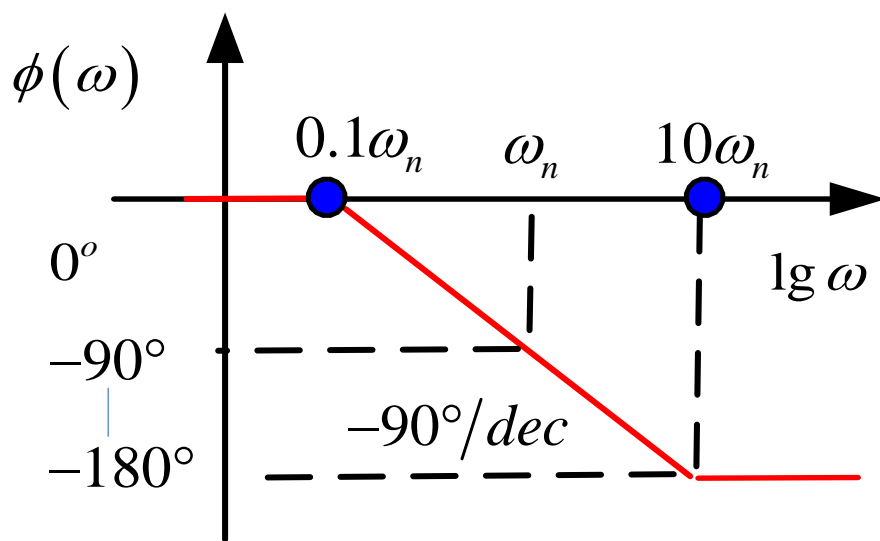
(5) 复共轭极点

■ 相频响应

$$\phi(\omega) = -\arctan \frac{2\xi \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}} = \begin{cases} 0^\circ, \omega \leq 0.1\omega_n \\ -90^\circ, \omega = \omega_n \\ -180^\circ, \omega \geq 10\omega_n \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -90^\circ \lg \frac{\omega}{0.1\omega_n} \\ \omega \in (0.1\omega_n, 10\omega_n) \end{cases}$$

(5) 复共轭极点



相频波特图

■ 说明

- 第一条：横轴上从频率 **0** 到 **$0.1\omega_n$** 的水平直线
- 第二条：从频率 **$0.1\omega_n$** 至 **$10\omega_n$** 的，斜率为 **$-90^\circ/\text{dec}$** 直线
- 第三条：起始于 **$10\omega_n$** 的水平直线，纵坐标 **-180°**

实例分析

■ 例：根据系统函数绘制伯德图

已知 $H(s) = \frac{2 \times 10^2 s(s+2)}{(s+1)(s+20)}$, 画波特图

实例分析

■ 第一步

- 若系统函数不满足零极点归一化表达形式，需首先对系统函数作归一化处理，并得出该系统的各单项参数

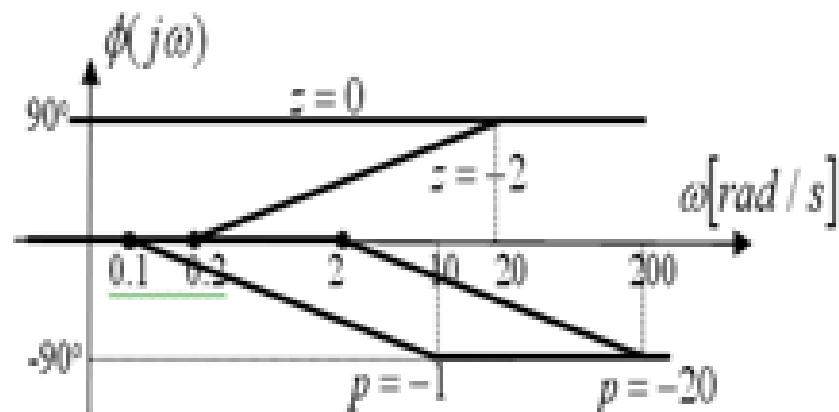
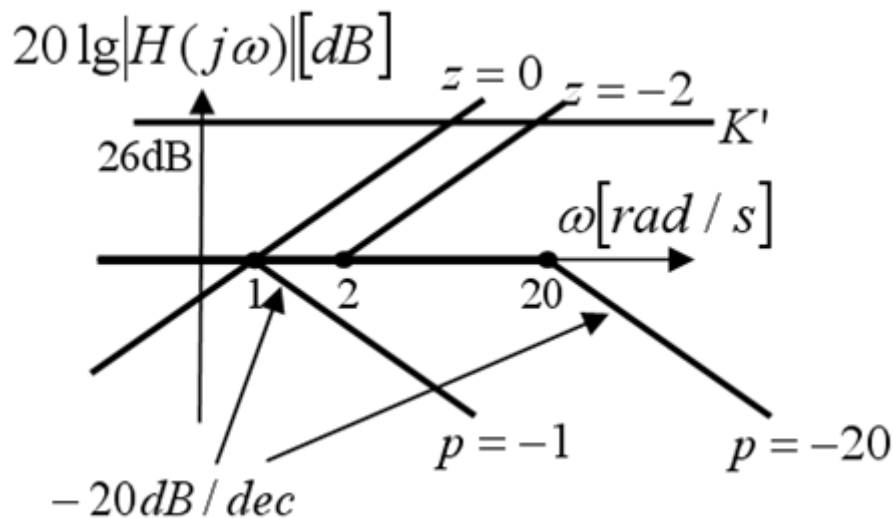
$$H(s) = \frac{2 \times 10^2 s \times 2 \left(1 + \frac{s}{2}\right)}{(1+s) \times 20 \times \left(1 + \frac{s}{20}\right)} = 20 \times \frac{s \left(1 + \frac{s}{2}\right)}{(1+s) \left(1 + \frac{s}{20}\right)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{常数项: } K' = 20, \text{ 即 } 26\text{dB} \\ \text{两个实零点: } 0, -2 \\ \text{两个负实极点: } -1, -20 \end{cases}$$

实例分析

■ 第二步

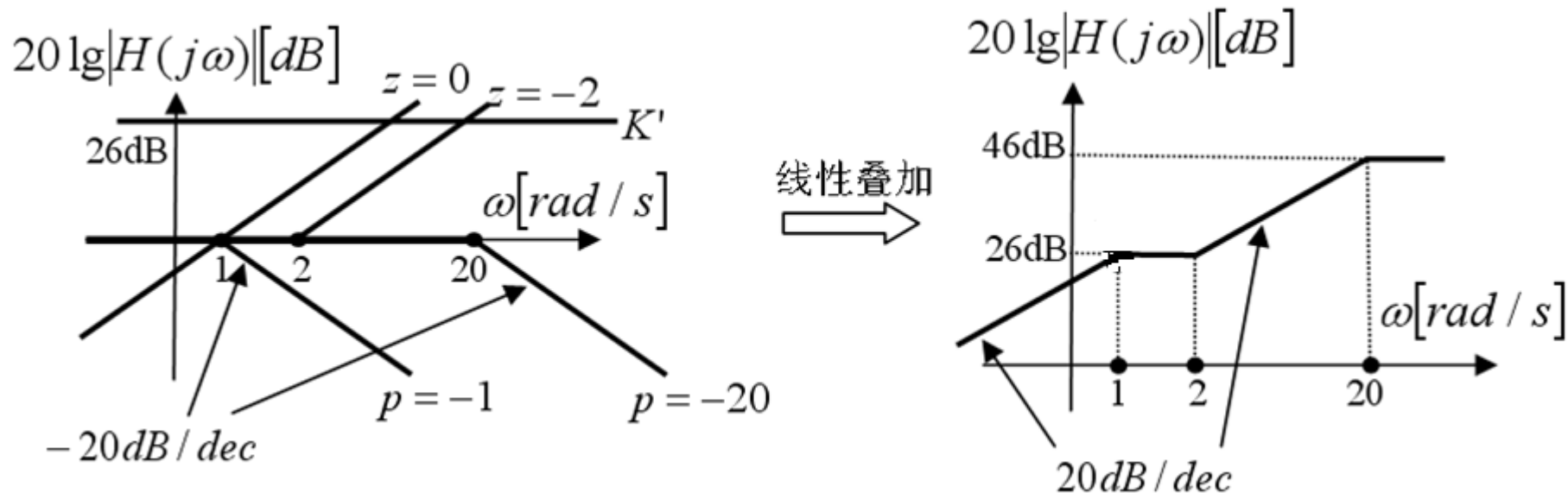
- 根据该系统的各单项参数，绘制出各单项的幅频伯德图和相频伯德图，标明转折点及折线斜率



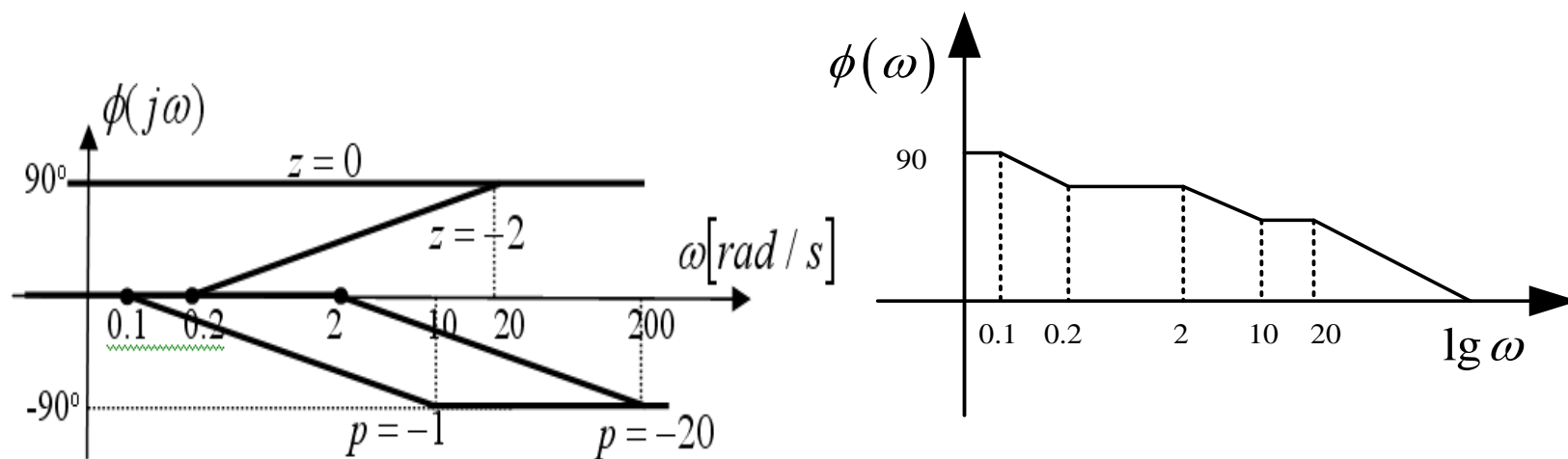
实例分析

■ 第三步

- 线性叠加出完整的幅频伯德图和相频伯德图



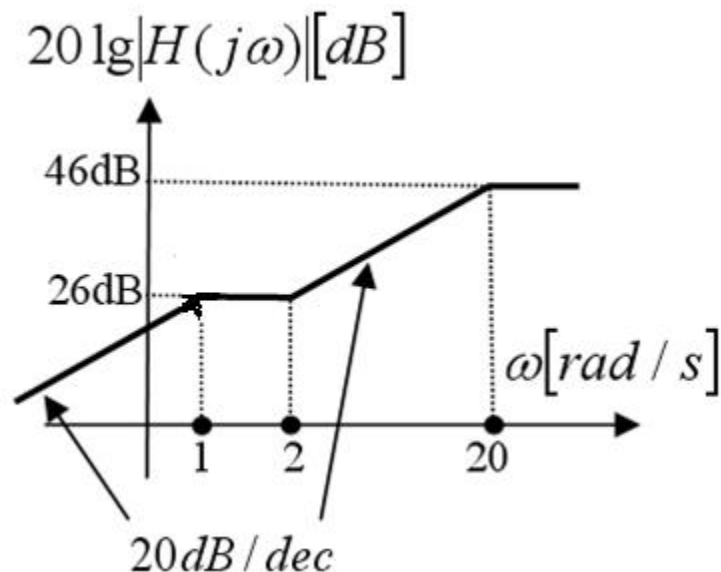
实例分析



实例分析

■ 例：根据伯德图求频率响应参数

已知上例中系统幅频波特图如图所示，试确定系统的通带特性，求通带增益和截止频率。



实例分析

■ 第一步

- 分析幅频伯德图，获得系统的通带特性，确定待估计的具体频率响应参数

高通系统: H_0, ω_l

实例分析

■ 第二步

- 根据频率响应参数的定义，利用各单项幅频贡献的数学表达式，计算具体频率响应参数

求 H_0 ：

方法1：五项分别算

$$H_0 \Big|_{\omega=20} = 20\lg 20 + 20\lg 20 + 20\lg \frac{20}{2} - 20\lg \frac{20}{1} - 20\lg \frac{20}{20} = 46\text{dB}$$

实例分析

方法2:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} |H(s)| = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{2 \times 10^2 \frac{s}{s} \left(1 + \frac{2}{s}\right)}{\left(1 + \frac{1}{s}\right) \left(1 + \frac{20}{s}\right)} = 200, \text{ 即 } 46\text{dB}$$

方法3: 由已得的幅频伯德图算得

起点后的幅度上升为 $\omega=2 \rightarrow \omega=20$, 斜率 $20\text{dB} / \text{dec}$,

$$26 + 20 \lg \frac{20}{2} = 46$$

实例分析

求 ω_l ：

方法1：直接由伯德图得到

$$\omega_{p_2} \gg \omega_{p_1} \Rightarrow \omega_l = \omega_{p_2} = 20 \text{rad} / \text{s}$$

方法2：按定义得到精确解

$$|H(j\omega_l)| = \frac{200}{\sqrt{2}} \Rightarrow \omega_l = 19.83 \text{rad} / \text{s}$$

■ 思考

- -20极点带来的3dB误差是精确的，0.17rad/s的误差从何而来

实例分析

- 例：根据系统函数绘制伯德图，求频率响应参数

已知 $H(s) = \frac{10^6 (s + 2)}{(s + 10)(s^2 + 10^2 s + 10^4)}$ ，画出幅频响应

波特图，确定通带特性，求出频率响应参数。

实例分析

- 第一步：系统函数的归一化处理，分析单项参数

$$\begin{aligned} H(s) &= \frac{10^6 \times 2 \left(1 + \frac{s}{2}\right)}{10 \left(1 + \frac{s}{10}\right) \times 10^4 \times \left(1 + \frac{1}{10^2}s + \frac{s^2}{10^4}\right)} \\ &= 20 \frac{\left(1 + \frac{s}{2}\right)}{\left(1 + \frac{s}{10}\right) \left(1 + \frac{1}{10^2}s + \frac{s^2}{10^4}\right)} \end{aligned}$$

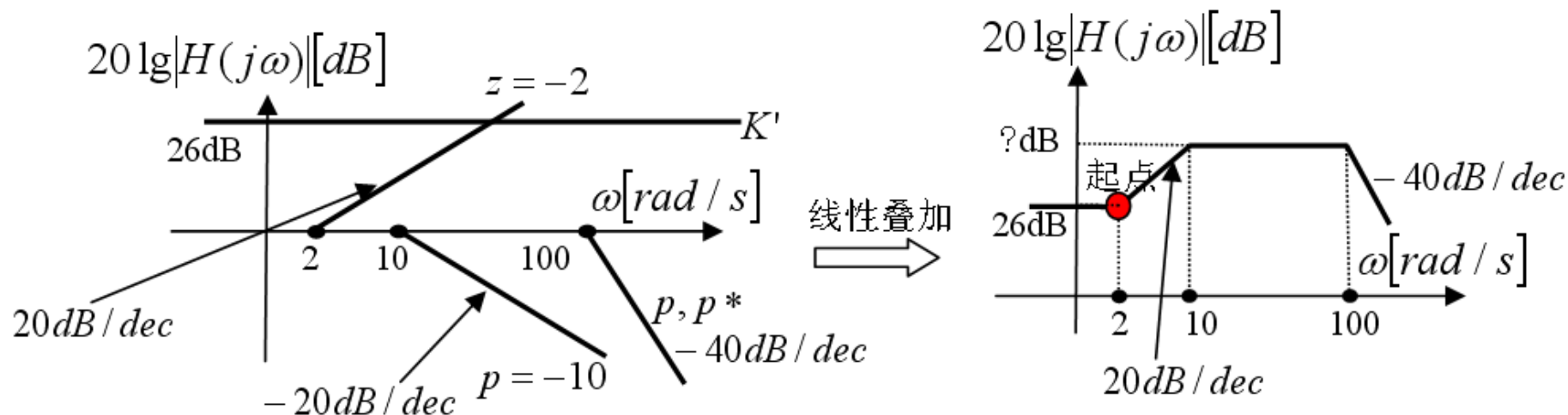
实例分析

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{常数项: } 26\text{dB} \\ \text{一个零点: } -2 \\ \text{三个极点: } -10, -\frac{10^2}{2} \pm j\frac{\sqrt{3}}{2} \times 10^2 (\omega_n = 10^2 \text{ rad} / \text{s}) \end{array} \right.$$

实例分析

■ 第二步

- 绘制各单项零极点幅频贡献，标明转折点及折线斜率



实例分析

■ 第三步

- 线性叠加出幅频伯德图

■ 第四步

- 分析幅频伯德图，获得系统的通带特性，确定待估计的具体频率响应参数

带通系统: H_0, ω_l, ω_h

实例分析

■ 第五步

- 根据频率响应参数的定义，利用各单项幅频贡献的数学表达式，计算具体频率响应参数

求 H_0 :

$$20\lg H_0 = 26 + 20\lg \frac{10}{2} = 40(\text{dB}) \Rightarrow H_0 = 100$$

求 ω_l :

直接得到: $10 \gg 2 \Rightarrow \omega_l = 10\text{rad} / \text{s}$

实例分析

求 ω_h :

$$\alpha = 60^\circ, \xi = 0.5 \Rightarrow \omega_h \neq \omega_n, \omega_h > 100 \text{ rad} / \text{s}$$

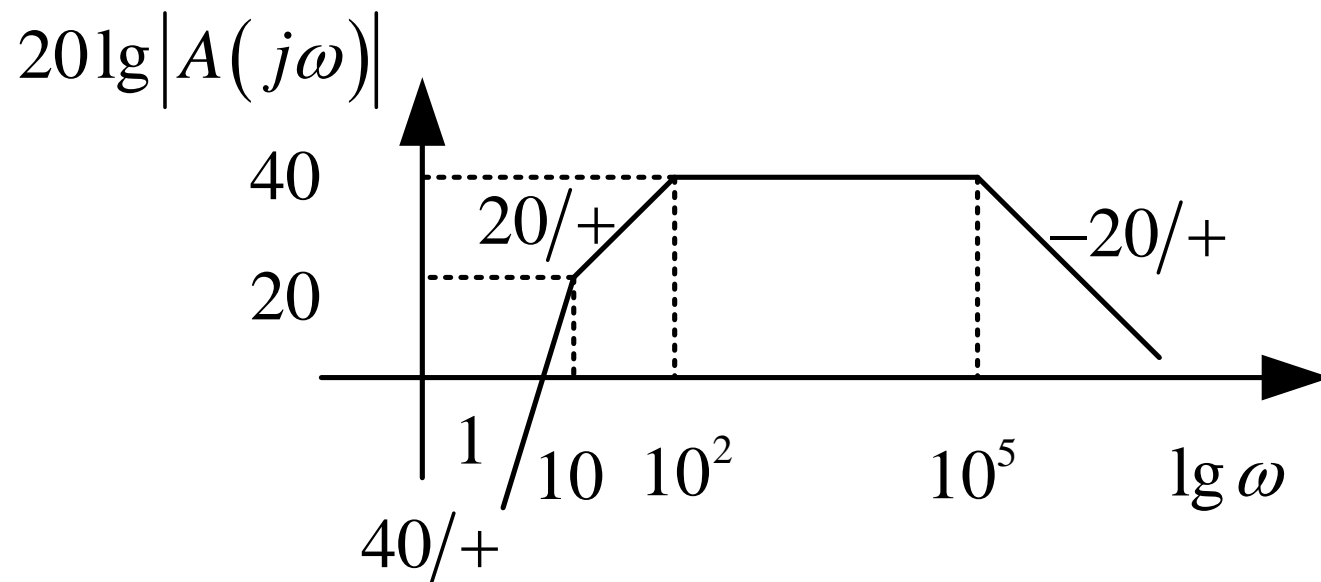
$$s \gg 10 \Rightarrow \frac{s+2}{s+10} \approx 1 \Rightarrow H(s) = \frac{10^6}{s^2 + 10^2 s + 10^4}$$

$$|H(j\omega_h)| = \frac{H_0}{\sqrt{2}} \Rightarrow \omega_h = 1.27 \times 10^2 \text{ rad} / \text{s}$$

实例分析

■ 例：根据伯德图求系统函数

已知某放大器传递函数的幅频响应波特图，试写出其传递函数表达式。



实例分析

解：

分析可知，该系统含1个二阶零点：0，
3个负实极点：-10，-100，-10⁵。

$$\begin{aligned} A(s) &= K \frac{s^2}{(s+10)(s+10^2)(s+10^5)} \\ &= K' \frac{s^2}{\left(1+\frac{s}{10}\right)\left(1+\frac{s}{10^2}\right)\left(1+\frac{s}{10^5}\right)} \end{aligned}$$

实例分析

求 K' :

$$H_0 \Big|_{\omega=10^2} = 20\lg|K'| + 40\lg 10^2 - 20\lg \frac{10^2}{10} = 40\text{dB} \Rightarrow K' = \frac{1}{10}$$

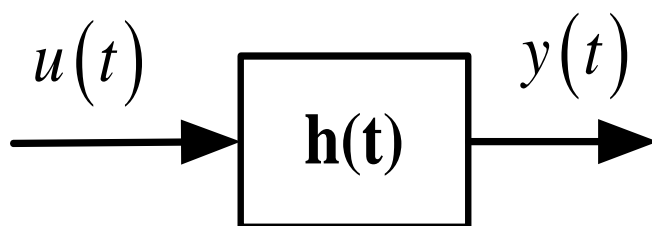
3. 阶跃响应

- (1) 定义
- (2) 单极点低通系统的阶跃响应
- (3) 单极点高通系统的阶跃响应

(1) 定义

■ 阶跃响应

- 定义：当线性系统的输入激励信号是单位阶跃信号，那么系统的输出称为阶跃响应

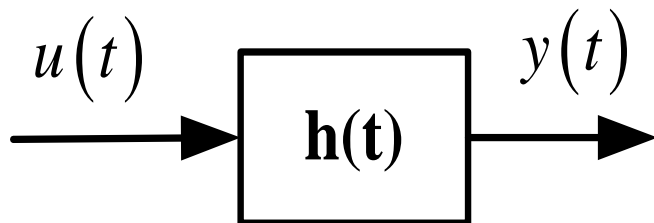


■ 说明

- 和正弦稳态响应不同，阶跃响应关心的是系统的暂态响应

(2) 单极点低通系统的阶跃响应

■ 单极点低通系统



$$\begin{cases} u(t) \xleftrightarrow{L} X(s) = \frac{1}{s} \\ H(s) = H_0 \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_h}} \end{cases}$$

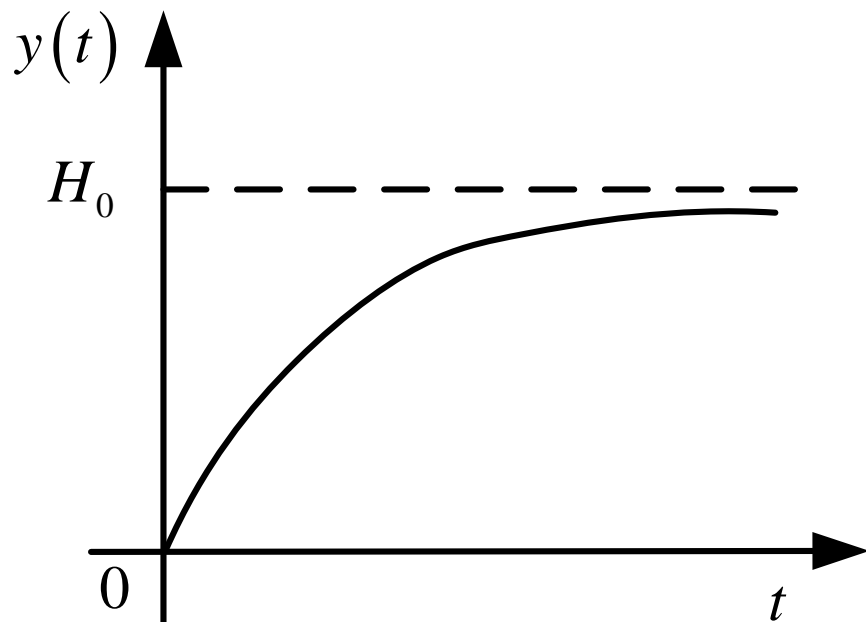
(2) 单极点低通系统的阶跃响应

■ 阶跃响应

$$y(t) = L^{-1} \{ H(s) X(s) \} = L^{-1} \left\{ \frac{K_0}{s + \omega_h} + \frac{K_1}{s} \right\}$$

$$\begin{cases} K_0 = -H_0 \\ K_1 = H_0 \end{cases} \Rightarrow y(t) = H_0 (1 - e^{-\omega_h t})$$

(2) 单极点低通系统的阶跃响应



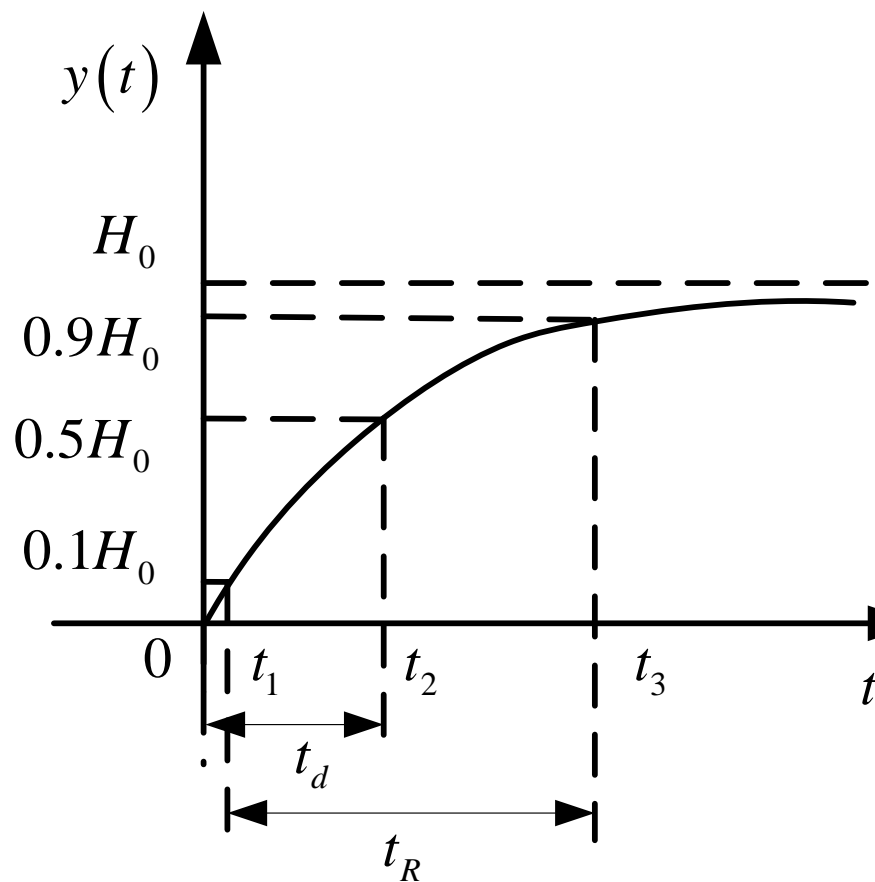
■ 特点-1

- 低通系统的阶跃响应从暂态过渡到稳态输出需要一定的时间

■ 特点-2

- 当低通系统的阶跃响应上升至 H_0 后，能够维持住而不会下降

(2) 单极点低通系统的阶跃响应



阶跃响应参数-1
上升时间 t_R : 幅值从 $0.1H_0$ 上升至 $0.9H_0$ 所需的时间
延迟时间 t_d : 幅值从 0 上升至 $0.5H_0$ 所需的时间

(2) 单极点低通系统的阶跃响应

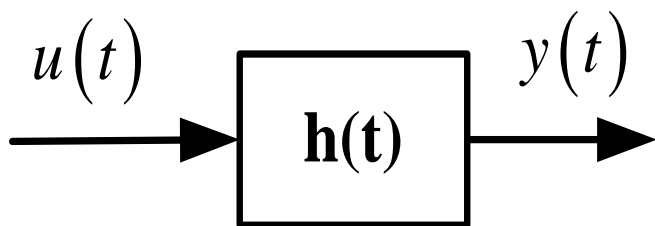
■ 例：单极点低通系统的阶跃响应参数

$$\begin{cases} t_R = t_3 - t_1 = \frac{2.2}{\omega_h} \\ t_d = t_2 - t_0 = \frac{0.69}{\omega_h} \end{cases}$$

ω_h 越大系统响应越快,
特别当 $\omega_h \rightarrow \infty, t_R \rightarrow 0$

(3) 单极点高通系统的阶跃响应

■ 单极点高通系统



$$\left\{ \begin{array}{l} u(t) \xleftrightarrow{L} X(s) = \frac{1}{s} \\ H(s) = H_0 \frac{1}{1 + \frac{\omega_l}{s}} \end{array} \right.$$

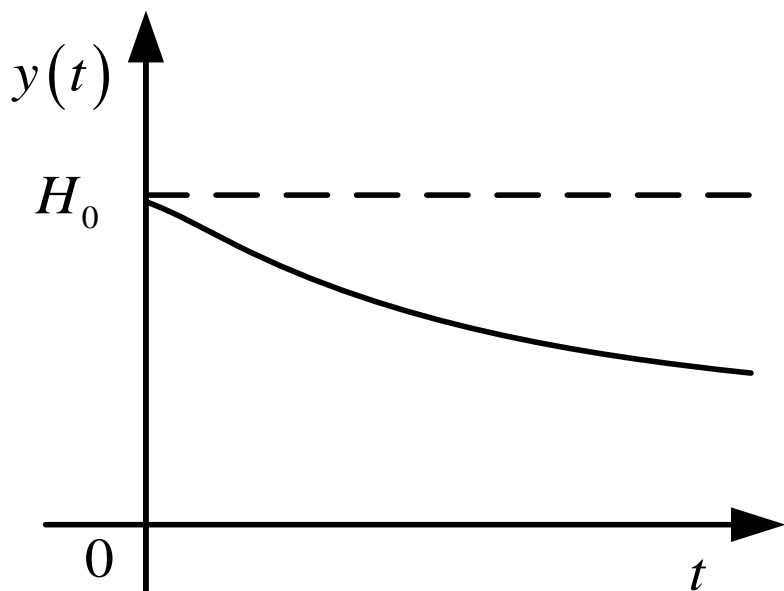
(3) 单极点高通系统的阶跃响应

■ 阶跃响应

$$y(t) = L^{-1} \left\{ H(s) \frac{1}{s} \right\} = L^{-1} \left\{ H_0 \frac{1}{s + \omega_l} \right\}$$

$$\Rightarrow y(t) = H_0 e^{-\omega_l t}$$

(3) 单极点高通系统的阶跃响应



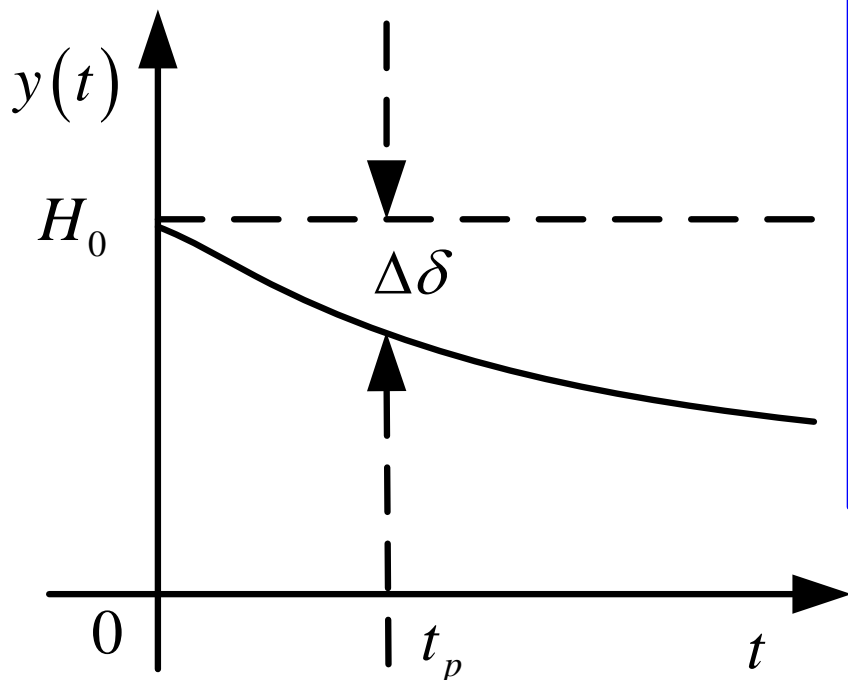
■ 特点-1

- 由于高通系统的高频特性好，阶跃响应上升沿不需要时间

■ 特点-2

- 由于高通系统的低频特性不好，阶跃响应会随时间逐渐下降，稳态时趋于0

(3) 单极点高通系统的阶跃响应



阶跃响应参数-2

斜降 δ_p : 即 **tp** 位置的衰减量与 **H₀** 的比值

$$\delta_p \Big|_{t_p} = \frac{\Delta\delta}{H_0} \Big|_{t_p}$$

(3) 单极点高通系统的阶跃响应

■ 例：单极点高通系统的阶跃响应参数

$$\delta_p \Big|_{t_p} = \frac{\Delta \delta}{H_0} \Big|_{t_p} = \frac{H_0 - H_0 e^{-\omega_l t_p}}{H_0} = 1 - e^{-\omega_l t_p} \approx \omega_l t_p, t_p \ll 1/\omega_l$$

$$\Rightarrow \omega_l \rightarrow 0, \delta_p \rightarrow 0$$

本章小结

■ 复频域分析

- 熟悉拉氏变换的定义，理解在变换域进行系统分析的作用和意义，掌握常用信号的拉氏变换对
- 熟悉系统函数的定义，理解系统函数的性质
- 熟悉系统零极点基本概念和求解方法，掌握稳定系统的零极点分布特点
- 牢记系统函数的零极点表达形式，牢记基本**RLC**器件的复频域阻抗参数，能够对线性电路进行复频域分析

本章小结

■ 频率响应

- 熟悉频率响应、幅频响应和相频响应的概念，掌握通过系统函数求解频率响应的方法
- 熟悉频率响应参数的基本定义和求解方法，熟悉低通、带通和高通系统的通带特征及其对应的频响参数
- 理解转折频率与**3dB**截止频率的区别与联系
- 熟悉复共轭极点及其转折频率，熟悉转折频率点上不同阻尼系数对应的幅频增益的差异

本章小结

■ 波特图

- 理解用波特图作工程近似分析的意义，熟悉波特图坐标系
- 牢记系统函数的归一化零极点表达形式，掌握各单项的幅频及相频响应波特图绘制方法
- 牢记各单项在对数域的数学表达式及其定义域
- 牢记系统极点所对应的转折频率处由近似引起的幅频误差
- 能够熟练画出传递函数对应的幅频、相频响应波特图，或根据波特图求解系统函数、频率响应参数