第1章 信号与系统

内容回顾

01 信号的概念

02 信号的分类与分析

03 系统的分类与分析

主要内容

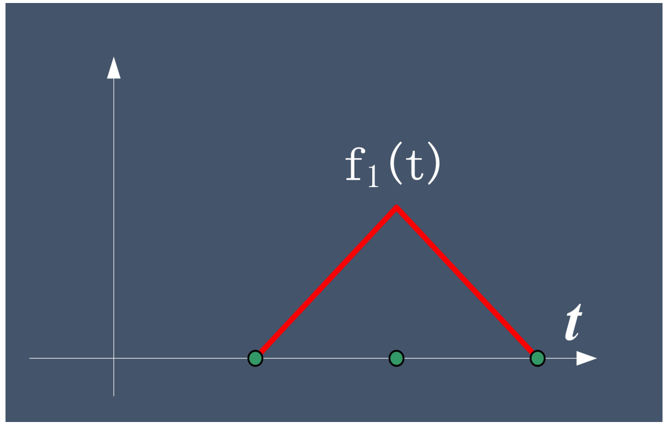
CONTENTS

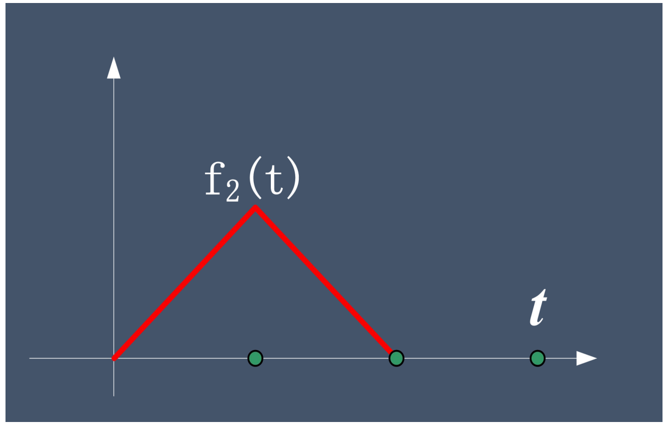
01 掌握信号基本运算及自变量变换方法

02 熟悉信号的特性

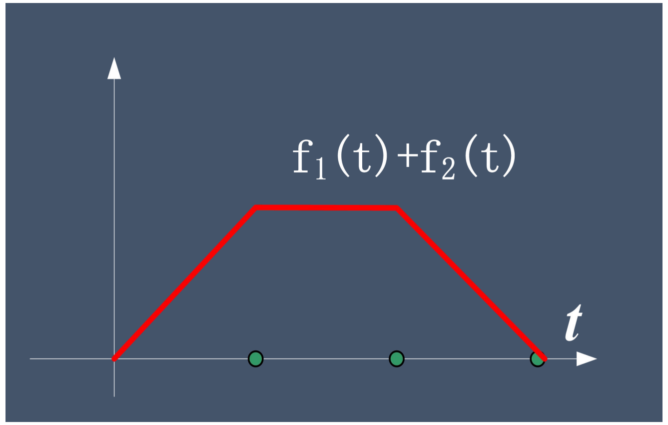
03 熟悉几种常用基本信号

01 信号之基本运算



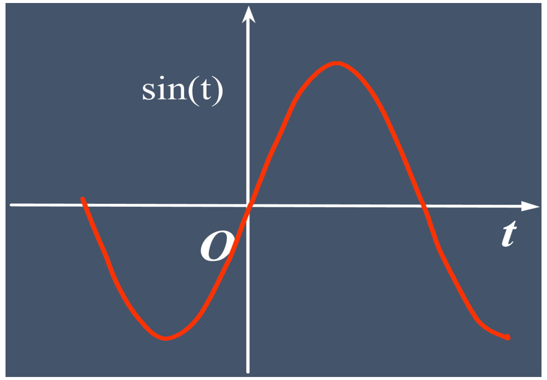


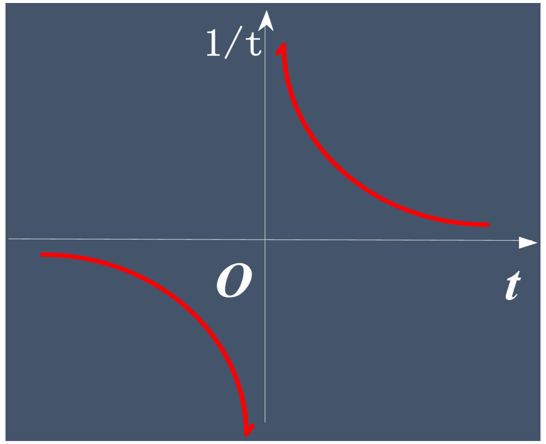
$$f\left(t\right)=f_1\left(t\right)+f_2\left(t\right)$$



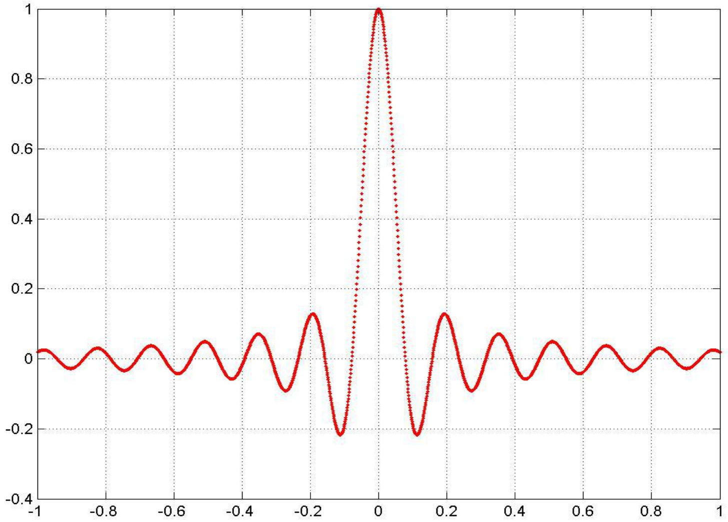
基本运算-乘法运算

$$f(t) = f_1(t) \cdot f_2(t)$$

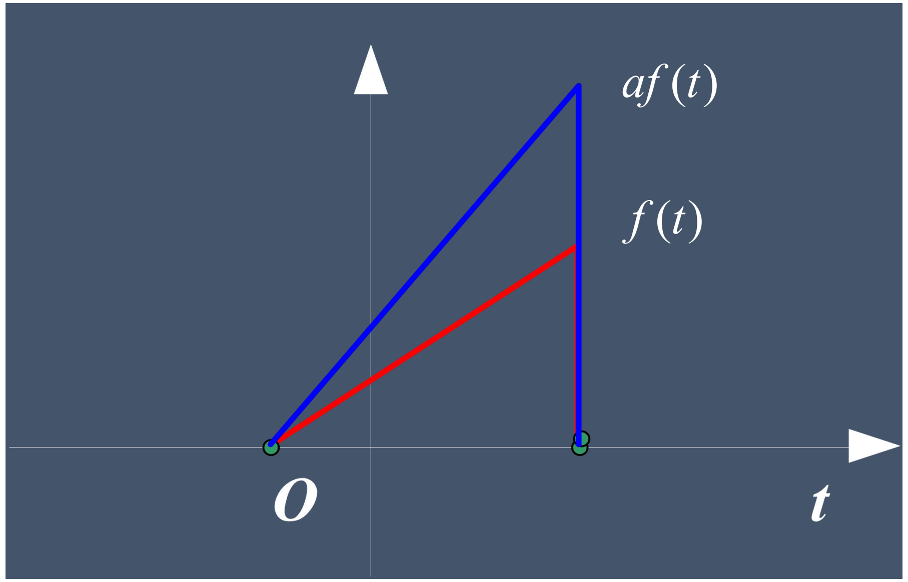




$\sin(t)/t$

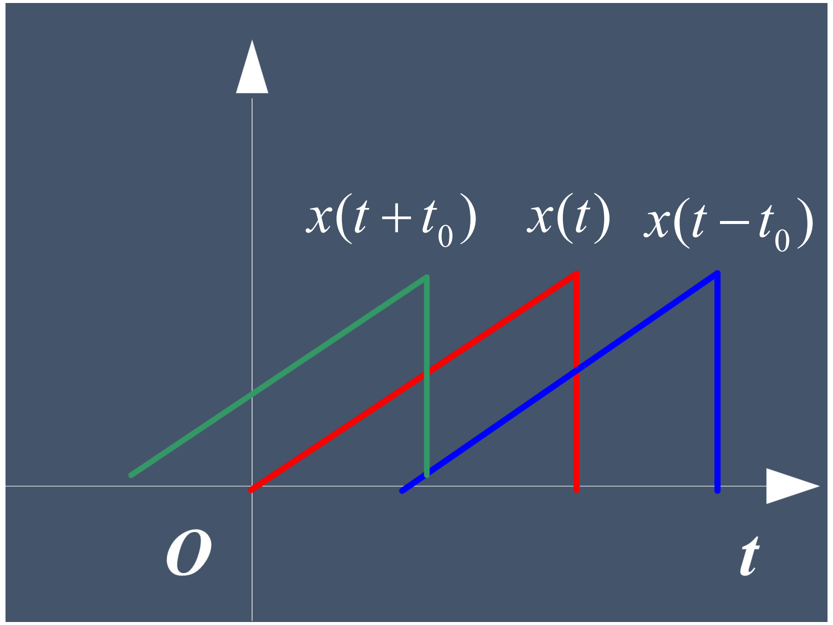


$$f(t) \quad \rightarrow \quad a\,f(t)$$

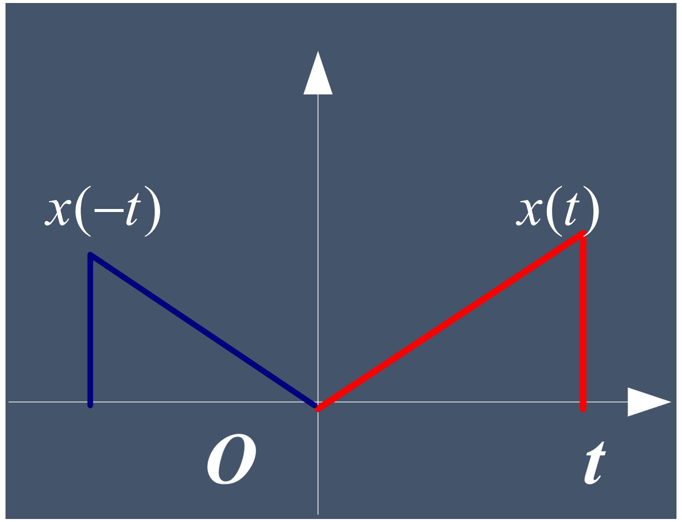


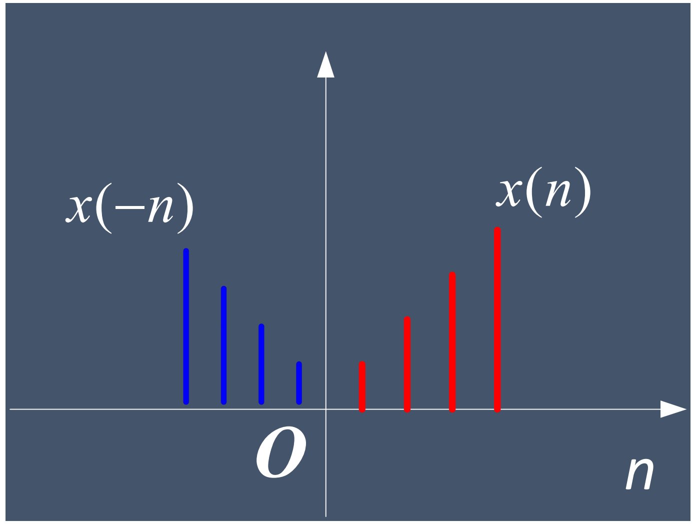
02 信号之自变量变换

$$x(t) \to x(t \pm t_0), \quad t_0 > 0$$



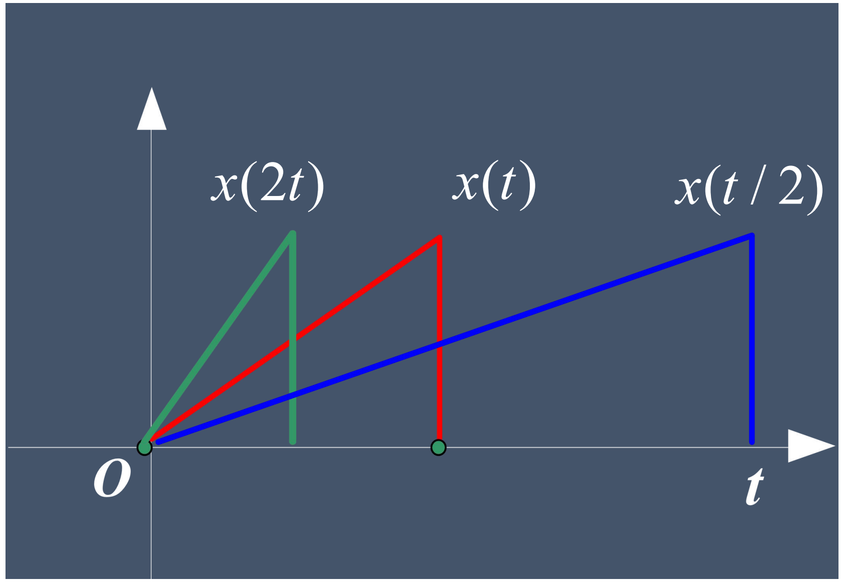
$$x(t) \to x(-t) \qquad x(n) \to x(-n)$$





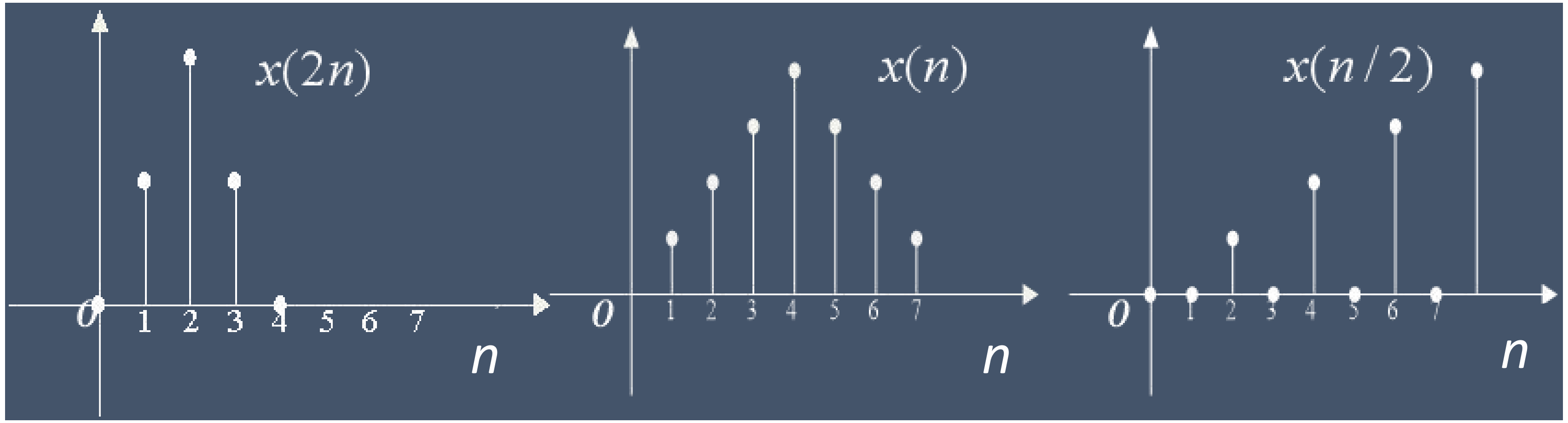
反转时，以$t=0$或$n=0$轴进行**反转**

$$x(t) \quad \rightarrow \quad x(at)$$

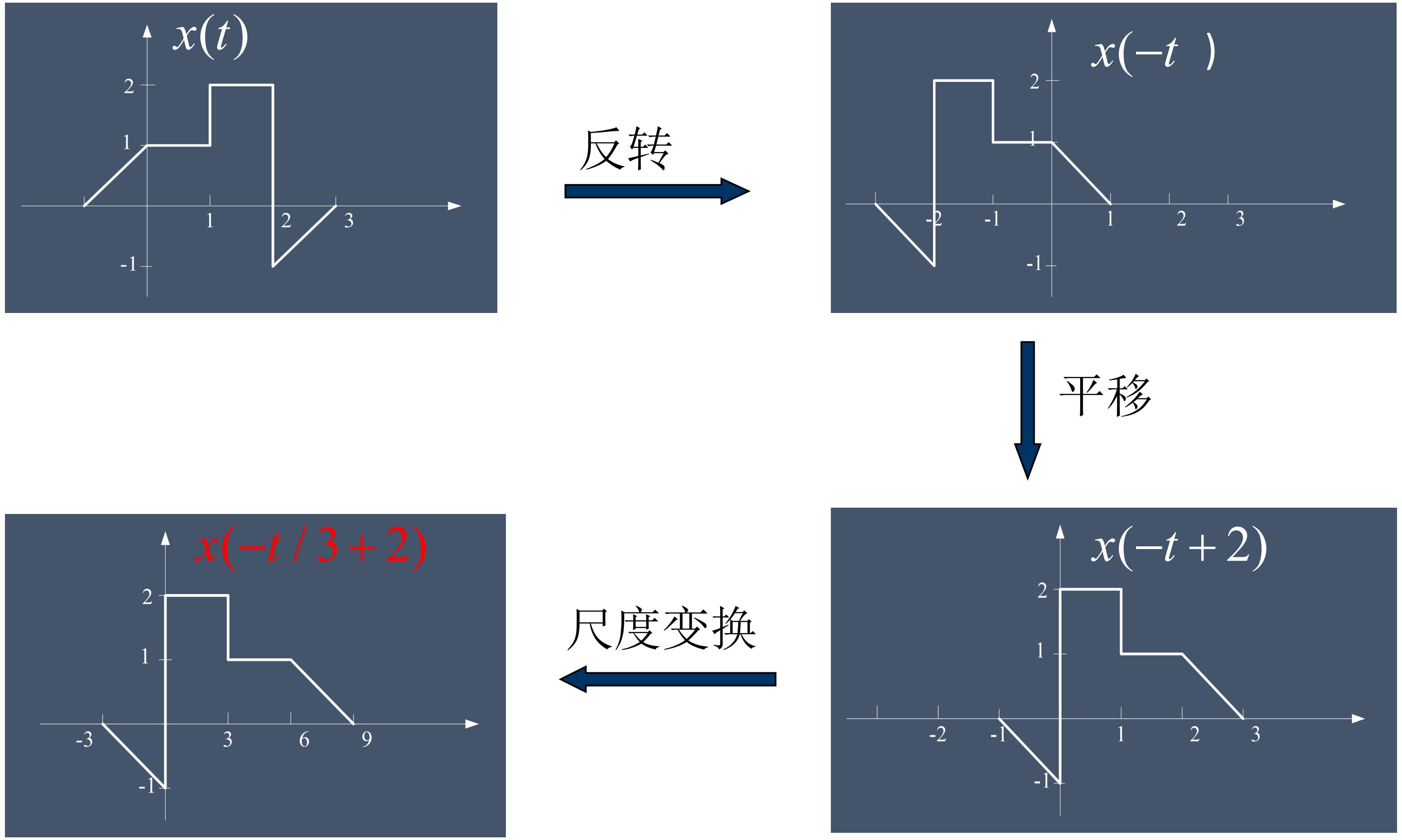


- $a > 1$, 波形压缩
- $0 < a < 1$, 波形展宽

$$x(n) \rightarrow x(Nn) 、 x(n/N)$$



- 压缩时丢失部分信号，称为信号的**抽取**
- 扩展时插入的值可以按需要定义，称为对信号的内插
- 先抽取后内插时，由于抽取丢失部分信号，因此不能复原，丢失部分信息



- 平移后的反转与尺度变换无任何影响
- 先反转及尺度变换则后继的平移必须乘以相应系数
- 可以任意顺序进行变换

03 信号之特性

- 奇信号（原点对称） $-x(t)=x(-t)$ / $-x(n)=x(-n)$
- 偶信号（纵轴对称） $x(t)=x(-t)$ / $x(n)=x(-n)$
- 任何信号都可以分解为一个奇信号和一个偶信号之和

奇部：$x_o(t)=\frac{1}{2}\left[x(t)-x(-t)\right]$

偶部：$x_e(t)=\frac{1}{2}\left[x(t)+x(-t)\right]$

周期信号

$$x(t)=x(t+mT) \qquad m=0,\pm1,\pm2,\cdots$$

$$x(n)=x(n+mN) \qquad m=0,\pm1,\pm2,\cdots$$

- 使上式成立的最小周期称为基波周期，记作T_0或N_0
- 连续直流信号：基波周期无意义
- 离散直流信号：基波周期为1

04 常用基本信号

- 数学表达式 $x(t) = A\cos(\Omega_0 t + \varphi)$
- 主要参数（基本要素） A为振幅；φ为初相位；Ω_0为角频率
- 基波周期 $T_0 = \frac{1}{f_0} = \frac{2\pi}{|\Omega_0|}$

- 正弦信号与余弦信号仅相位相差π/2，所以统称为**正弦信号**。
- 频率成分最为单一的一种信号。
- 典型的基本信号之一，具有非常好的性质。

- 数学表达式 $x(n) = A\cos(\omega_0 n + \varphi)$

- 离散时间正弦序列**并非都是**周期信号

  无论是否周期信号，ω_0都称为(角)频率

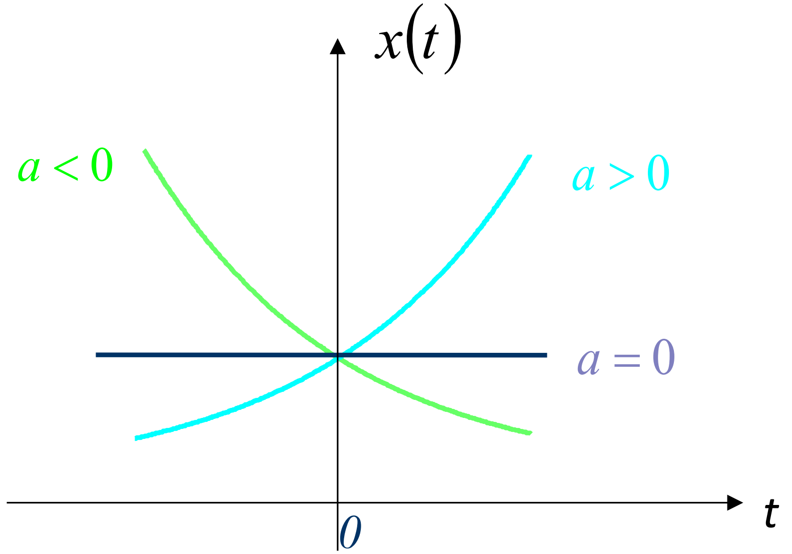
- 周期信号的条件

  $\cos\omega_0 n = \cos\omega_0\left(n+N\right) \Rightarrow \omega_0 N = 2\pi m \quad \left(m\text{为整数}\right)$

实指数信号

- 数学表达式 $x(t)=ce^{at}$

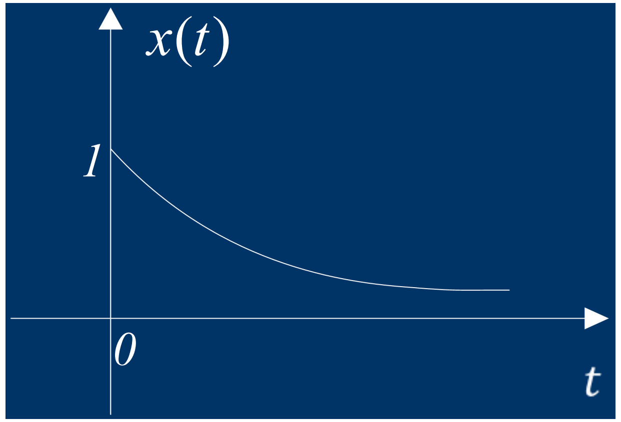
c，a为实常数：实指数信号



- 单边指数信号

$$f(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ e^{-\frac{t}{\tau}} & t>0\end{cases}$$

$\tau(\tau=1/a)$为时间常数，代表了信号衰减速度



周期复指数信号

数学表达式

$x(t) = ce^{at}$

$c=1$，$a=j\Omega_0$：周期性复指数信号

$x(t) = e^{j\Omega_0 t} = \cos\Omega_0 t + j\sin\Omega_0 t$

欧拉公式

莱昂哈德·欧拉
1707-1783

连续时间正弦信号

$$\sin\Omega t = \frac{1}{2j}\left(e^{j\Omega t} - e^{-j\Omega t}\right)$$

$$\cos\Omega t = \frac{1}{2}\left(e^{j\Omega t} + e^{-j\Omega t}\right)$$

周期

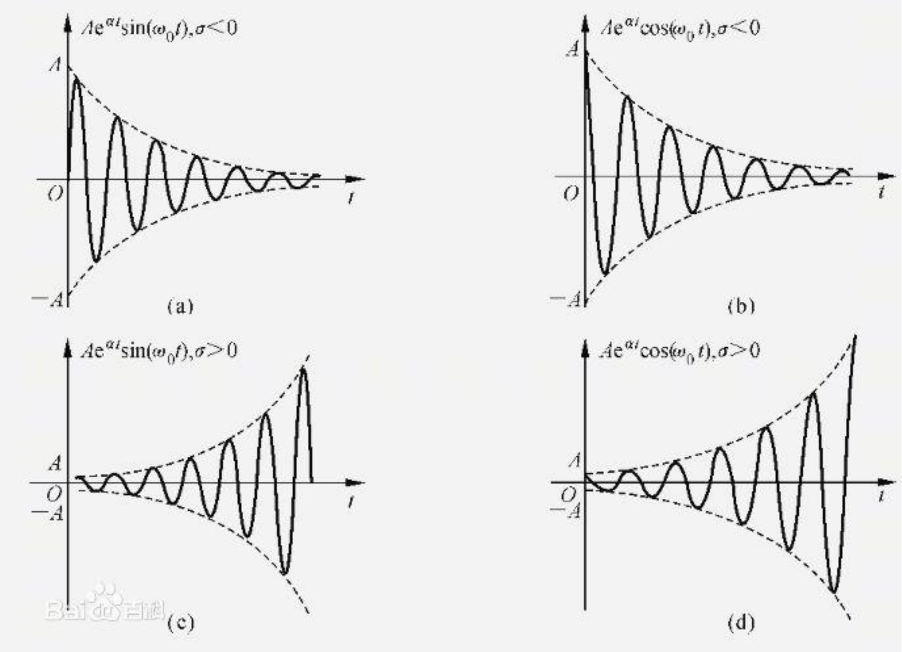
$T=2K\pi/\Omega_0$，K为整数

连续时间复指数信号

- 数学表达式 $x(t)=ce^{at}$

c，a为复数：复指数信号

$c=|c|e^{j\theta}, a=\sigma+j\Omega_0$



$$\begin{aligned} x(t) &= |c|e^{j\theta}e^{(\sigma+j\Omega_0)t} = |c|e^{\sigma t}e^{j(\Omega_0 t+\theta)} \\ &= |c|e^{\sigma t}\left[\cos\left(\Omega_0 t+\theta\right)+j\sin\left(\Omega_0 t+\theta\right)\right] \\ &= \mathrm{Re}\left\{x\left(t\right)\right\}+j\,\mathrm{Im}\left\{x\left(t\right)\right\} \end{aligned}$$

复指数信号$x(t)$的实部和虚部分别是振幅按指数规律变化的正弦波

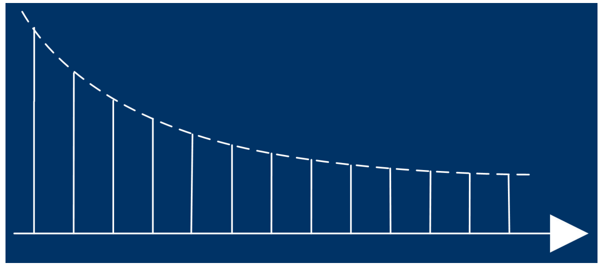
实指数序列

数学表达式 $x(n)=c\alpha^{n} \qquad \left(若\alpha=e^{\beta}则x(n)=ce^{\beta n}\right)$

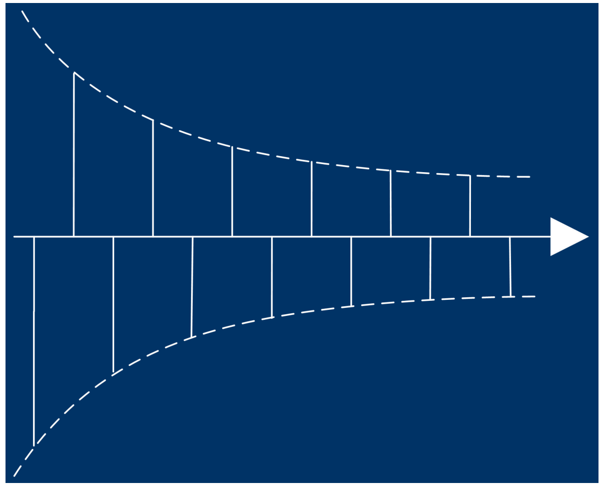
c，α为实常数：实指数序列

当α为负实常数的时候，则为正负交替序列

$\alpha>0$



$\alpha<0$



复指数序列

数学表达式 $x(n) = c\alpha^n \qquad (若\alpha = e^{\beta}则x(n) = ce^{\beta n})$

$c=1$，$a = e^{j\omega_0}\ (\beta = j)$：复指数序列

$$e^{j\omega_0 n} = \cos\omega_0 n + j\sin\omega_0 n \qquad (0 < \omega_0 < 2\pi)$$

$e^{j\omega_0 n}$为周期序列的条件：

$$\frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{m}{N}$$

m/N为最简分数时的N，称为该序列基波周期，记作N_0

基波频率表示为：$\omega_B = \dfrac{2\pi}{N_0} = \dfrac{\omega_0}{m}$

- 基波与谐波：将一组**周期性复指数**信号组成一个信号集

连续时间信号： $\phi_K(t)=e^{jK\Omega_0 t}$ $K=0,\pm1,\pm2,\cdots$

离散时间信号： $\phi_K(n)=e^{jK(2\pi/N)n}$ $K=0,\pm1,\pm2,\cdots$

由 $e^{jK(2\pi/N)n}=e^{j(K+N)(2\pi/N)n} \Rightarrow \phi_K(n)=\phi_{K+N}(n)$

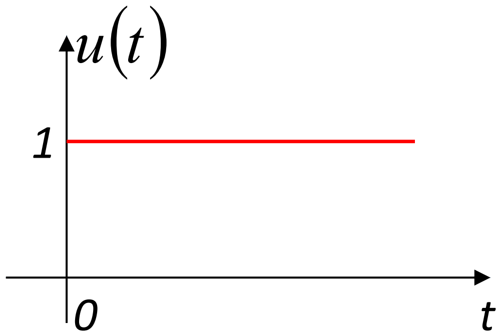
- 连续信号：成谐波关系的复指数信号集中，每一个信号都是唯一的；基波周期 $T_K=2\pi/|K\Omega_0|$

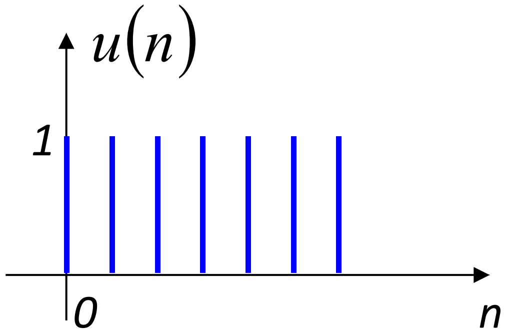
- 离散信号：成谐波关系的复指数信号集中，只有N个序号相连的为唯一的；基波周期为N

数学表达式

$$u(t)=\begin{cases}1, & t>0\\ 0, & t<0\end{cases}$$

$$u(n)=\begin{cases}1, & n\ge 0\\ 0, & n<0\end{cases}$$



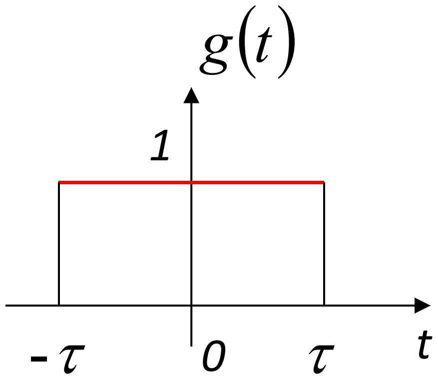


作用1：将信号变为**单边信号**

$$x(t)u(t)=\begin{cases}x(t), & t>0\\ 0, & t<0\end{cases}$$

作用2：构造门函数

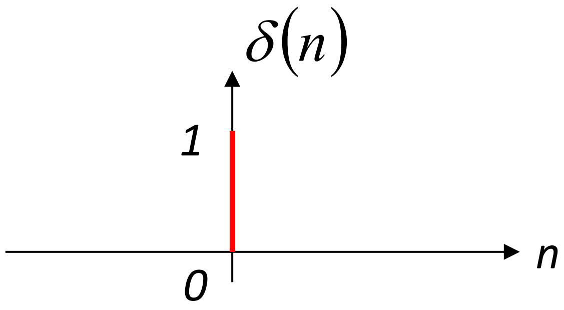
$$g(t)=\begin{cases}1, & |t|<\tau\\ 0, & |t|>\tau\end{cases}=u(t+\tau)-u(t-\tau)$$



单位脉冲序列

数学表达式

$$\delta(n)=\begin{cases}1, & n=0\\ 0, & n\neq 0\end{cases}$$



取样性

$$x(n)\delta(n)=x(0)\delta(n)$$

$$x(n)\delta(n-m)=x(m)\delta(n-m)$$

与单位阶跃序列u(*n*)的关系

$$\delta(n)=u(n)-u(n-1)$$

差分

$$u(n)=\sum_{k=0}^{\infty}\delta(n-k)$$

求和