§1.2 信号的描述和分类

- 信号的描述
- 信号的分类
- 几种典型确定性信号

一、信号的描述

- 信号是信息的一种物理体现。它一般是随时间或位置变化的物理量。
- 信号按物理属性分：电信号和非电信号。它们可以相互转换。

电信号容易产生，便于控制，易于处理。本课程讨论电信号---简称“信号”。

- 电信号的基本形式：随时间变化的电压或电流。
- 描述信号的常用方法（1）表示为时间的函数

（2）信号的图形表示--波形

“信号”与“函数”两词常相互通用。

二、信号的分类

信号的分类方法很多，可以从不同的角度对信号进行分类。

- 按实际用途划分：

电视信号，雷达信号，控制信号，通信信号，广播信号，……

- 按所具有的时间特性划分：

确定信号和随机信号；连续信号和离散信号；周期信号和非周期信号；能量信号与功率信号；一维信号与多维信号；因果信号与反因果信号；实信号与复信号；左边信号与右边信号；等等。

1. 确定信号和随机信号

- 确定性信号

可用确定的时间函数表示的信号。
对于指定的某一时刻t，有确定的函数值$f(t)$。

- 随机信号

取值具有不确定性的信号。
如：电子系统中的起伏热噪声、雷电干扰信号。

- 伪随机信号

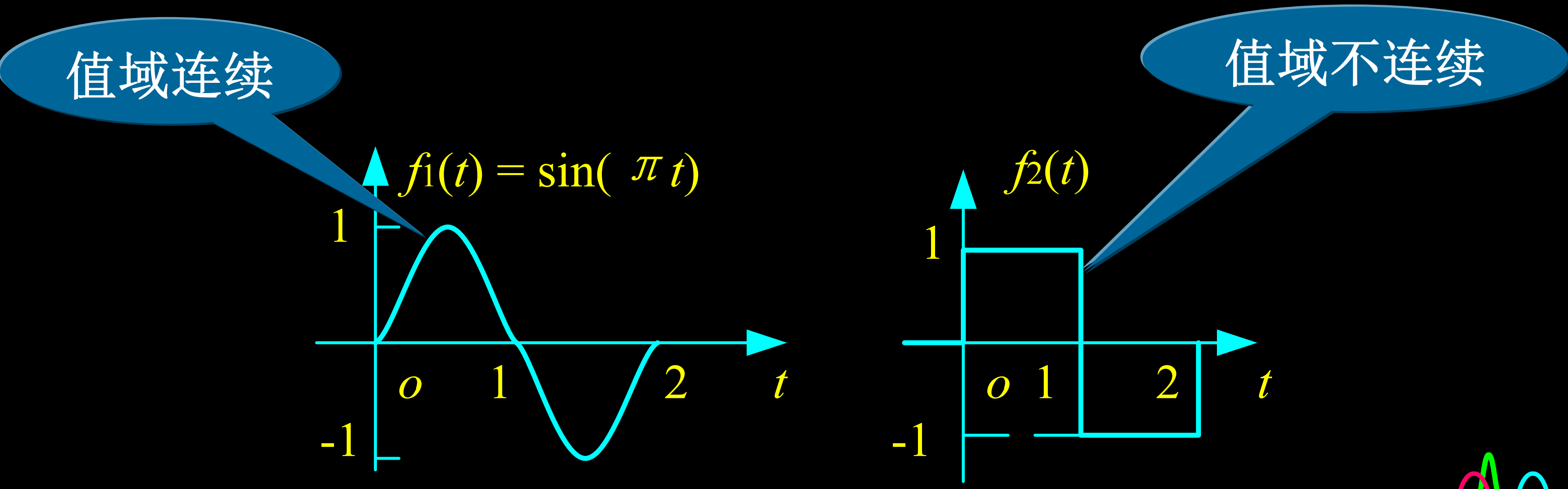
貌似随机而遵循严格规律产生的信号（伪随机码）。

2. 连续信号和离散信号

●连续时间信号：在连续的时间范围内($-\infty < t < \infty$）有定义的信号，简称连续信号。

➢ 这里的“连续”指函数的定义域—时间是连续的，但可含间断点，至于值域可连续也可不连续。

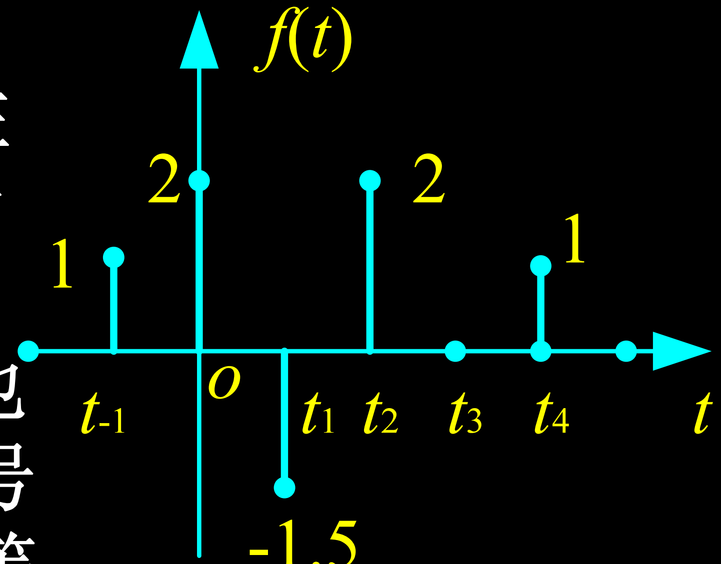
➢ 用 t表示连续时间变量。



●离散时间信号：

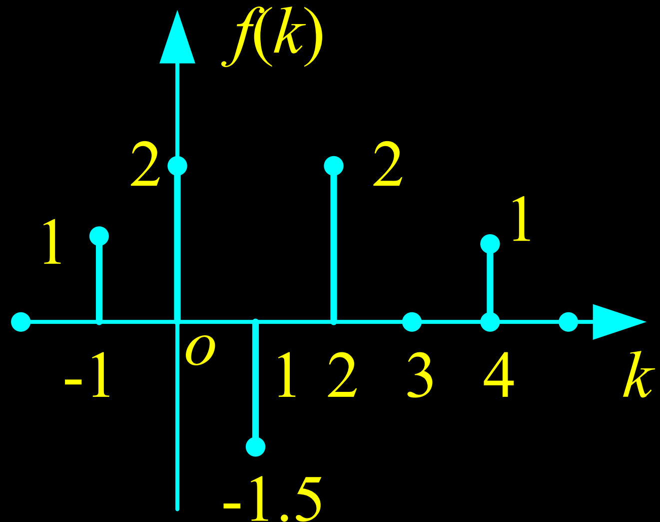
仅在一些离散的瞬间才有定义的信号，简称离散信号。

➢ 定义域—时间是离散的，它只在某些规定的离散瞬间给出函数值，其余时间无定义。如右图的$f(t)$仅在一些离散时刻t_k(k = 0,±1,±2,…)才有定义，其余时间无定义。



➢ 离散点间隔$T_k = t_{k+1} - t_k$可以相等也可不等。通常取等间隔T，离散信号可表示为$f(kT)$，简写为$f(k)$，这种等间隔的离散信号也常称为序列。其中k称为序号。

上述离散信号可简画为　用表达式可写为



$$f(k)=\begin{cases}1, & k=-1\\ 2, & k=0\\ -1.5, & k=1\\ 2, & k=2\\ 0, & k=3\\ 1, & k=4\\ 0, & \text{其他}k\end{cases}$$

或写为

$f(k)$= {…，0，1，2，-1.5，2，0，1，0，…}

↑

k=0

通常将对应某序号**m**的序列值称为第**m**个样点的“样值”。

模拟信号，抽样信号，数字信号

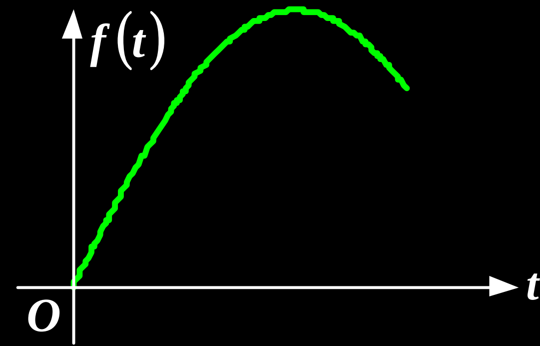
- **模拟信号：**时间和幅值均为连续的信号。

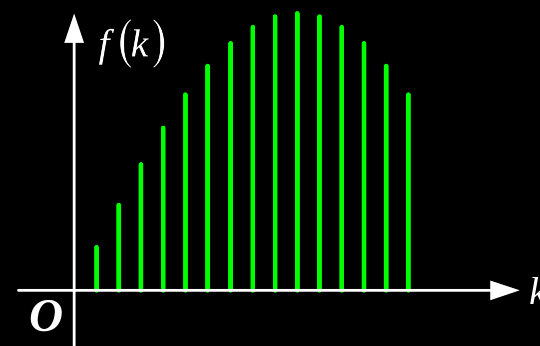
抽样

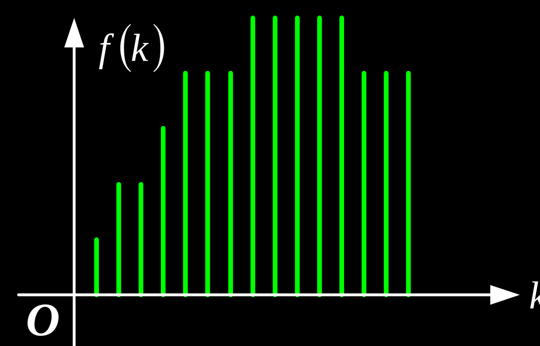
- **抽样信号：**时间离散的，幅值连续的信号。

量化

- **数字信号：**时间和幅值均为离散的信号。







- 连续信号与模拟信号，离散信号与数字信号常通用。

3. 周期信号和非周期信号

定义在$(-\infty, \infty)$区间，每隔一定时间T (或整数N)，按相同规律重复变化的信号。

连续周期信号$f(t)$满足

$$f(t) = f(t + mT),\quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

离散周期信号$f(k)$满足

$$f(k) = f(k + mN),\quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

满足上述关系的最小T(或整数N)称为该信号的周期。

不具有周期性的信号称为非周期信号。

举例

例1 连续周期信号示例

例2 离散周期信号示例1

例3 离散周期信号示例2

由上面几例可看出：

①连续正弦信号一定是周期信号，而正弦序列不一定是周期序列。

②两连续周期信号之和不一定是周期信号，而两周期序列之和一定是周期序列。

4. 能量信号与功率信号

将信号$f(t)$施加于1 Ω 电阻上，它所消耗的瞬时功率为$|f(t)|^2$，在区间$(-\infty, \infty)$的能量和平均功率定义为

（1）信号的能量E

$$E \overset{\text{def}}{=} \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 \, \mathrm{d}t$$

（2）信号的功率P

$$P \overset{\text{def}}{=} \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f(t)|^2 \, \mathrm{d}t$$

若信号$f(t)$的能量有界，即 $E < \infty$,则称其为能量有限信号，简称能量信号。此时 $P = 0$

若信号$f(t)$的功率有界，即 $P < \infty$,则称其为功率有限信号，简称功率信号。此时 $E = \infty$

离散信号的功率和能量

对于离散信号，也有能量信号、功率信号之分。

若满足 $E=\sum_{k=-\infty}^{\infty}|f(k)|^2<\infty$ 的离散信号，称为能量信号。

若满足$\boldsymbol{P}=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{\boldsymbol{N}}\sum_{\boldsymbol{k}=-\boldsymbol{N}/2}^{\boldsymbol{N}/2}|\boldsymbol{f}(\boldsymbol{k})|^2<\infty$的离散信号，称为功率信号。

一般规律

① 一般周期信号为功率信号。

② 时限信号(仅在有限时间区间不为零的非周期信号)为能量信号。

③ 还有一些非周期信号，也是非能量信号。

如 $\varepsilon(t)$是功率信号；

而$t\,\varepsilon(t)$、 e^{t}为非功率非能量信号；

$\delta(t)$是无定义的非功率非能量信号。

5. 一维信号和多维信号

一维信号：

只由一个自变量描述的信号，如语音信号。

多维信号：

由多个自变量描述的信号，如图像信号。

还有其他分类，如：

- 实信号与复信号
- 左边信号与右边信号
- 因果信号和反因果信号

等等。

三. 几种典型确定性信号

1. 指数信号

2. 正弦信号

3. 复指数信号(表达具有普遍意义)

4. 抽样信号(**Sampling Signal**)

本课程讨论确定性信号。

先连续，后离散；先周期，后非周期。

连续周期信号举例

例 判断下列信号是否为周期信号，若是，确定其周期。

（1）$f_1(t) = \sin 2t + \cos 3t$

（2）$f_2(t) = \cos 2t + \sin \pi t$

分析

两个周期信号$x(t)$，$y(t)$的周期分别为T_1和T_2，若其周期之比T_1/T_2为有理数，则其和信号$x(t)+y(t)$仍然是周期信号，其周期为T_1和T_2的最小公倍数。

解答

解答

（1）sin2t是周期信号，其角频率和周期分别为

$\omega_1 = 2$ rad/s ， $T_1 = 2\pi/\omega_1 = \pi$ s

cos3t是周期信号，其角频率和周期分别为

$\omega_2 = 3$ rad/s ， $T_2 = 2\pi/\omega_2 = (2\pi/3)$ s

由于$T_1/T_2 = 3/2$为有理数，故$f_1(t)$为周期信号，其周期为T_1和T_2的最小公倍数2π。

（2） cos2t 和sinπt的周期分别为$T_1 = \pi$ s， $T_2 = 2$ s，由于T_1/T_2为无理数，故$f_2(t)$为非周期信号。

离散周期信号举例1

例 判断正弦序列$f(k) = \sin(\beta k)$是否为周期信号，若是，确定其周期。

解 $f(k) = \sin(\beta k) = \sin(\beta k + 2m\pi)$， $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

$$= \sin\left[\beta\left(k + m\frac{2\pi}{\beta}\right)\right] = \sin[\beta(k + mN)]$$

式中 β 称为数字角频率，单位：rad。由上式可见：

仅当$2\pi/\beta$为整数时，正弦序列才具有周期$N = 2\pi/\beta$。

当$2\pi/\beta$为有理数时，正弦序列仍为具有周期性，但其周期为$N = M(2\pi/\beta)$，M取使N为整数的最小整数。

当$2\pi/\beta$为无理数时，正弦序列为非周期序列。

离散周期信号举例2

例 判断下列序列是否为周期信号，若是，确定其周期。

（1）$f_1(k) = \sin(3\pi k/4) + \cos(0.5\pi k)$

（2）$f_2(k) = \sin(2k)$

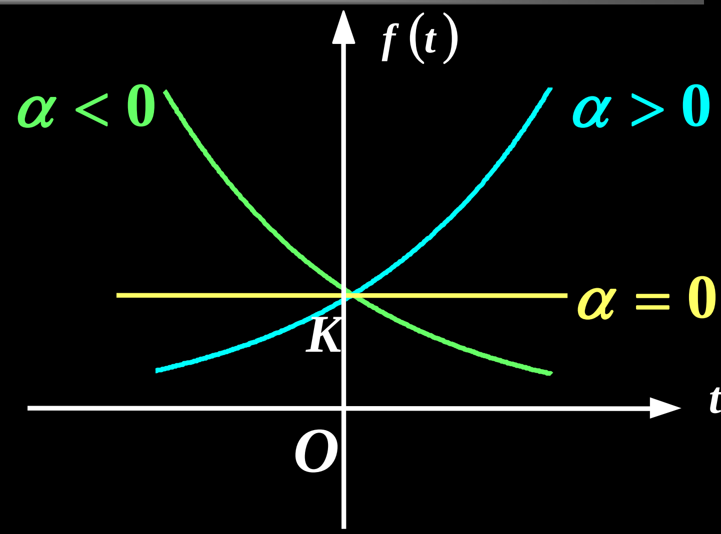
解 （1）$\sin(3\pi k/4)$ 和$\cos(0.5\pi k)$的数字角频率分别为 $\beta_1 = 3\pi/4$ rad， $\beta_2 = 0.5\pi$ rad

由于$2\pi/\beta_1 = 8/3$， $2\pi/\beta_2 = 4$为有理数，故它们的周期分别为$N_1 = 8$， $N_2 = 4$，故$f_1(k)$ 为周期序列，其周期为N_1和N_2的最小公倍数8。

（2）$\sin(2k)$ 的数字角频率为 $\beta_1 = 2$ rad；由于$2\pi/\beta_1 = \pi$ 为无理数，故$f_2(k) = \sin(2k)$为非周期序列 。

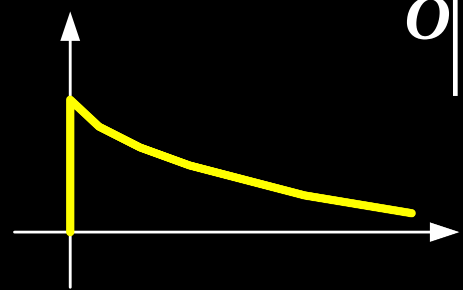
指数信号 $f(t)=K\mathrm{e}^{\alpha t}$

- $\alpha=0$ 直流(常数),
- $\alpha<0$ 指数衰减,
- $\alpha>0$ 指数增长



单边指数信号

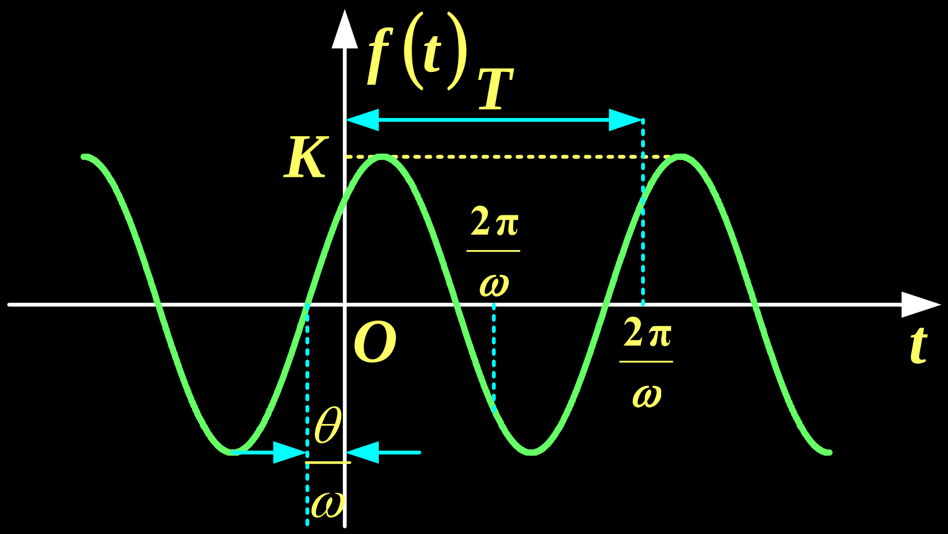
$$f(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} & t\geq 0\end{cases}$$



通常把 $\frac{1}{|\alpha|}$称为指数信号的时间常数，记作τ，代表信号衰减速度，具有时间的量纲。

重要特性：其对时间的微分和积分仍然是指数形式。

正弦信号 $f(t) = K\sin(\omega t + \theta)$



振幅：K

周期：$T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{1}{f}$

频率：f

角频率：$\omega = 2\pi f$

初相：θ

衰减正弦信号：$f(t) = \begin{cases} K\,\mathrm{e}^{-\alpha t}\sin(\omega t) & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad \alpha > 0$

复指数信号

$$f(t) = Ke^{st} \qquad (-\infty < t < \infty)$$

$$= Ke^{\sigma t}\cos(\omega t) + jKe^{\sigma t}\sin(\omega t)$$

- $s = \sigma + j\omega$ 为复数，称为复频率
- σ, ω 均为实常数
- σ 的量纲为1/s，ω 的量纲为rad/s

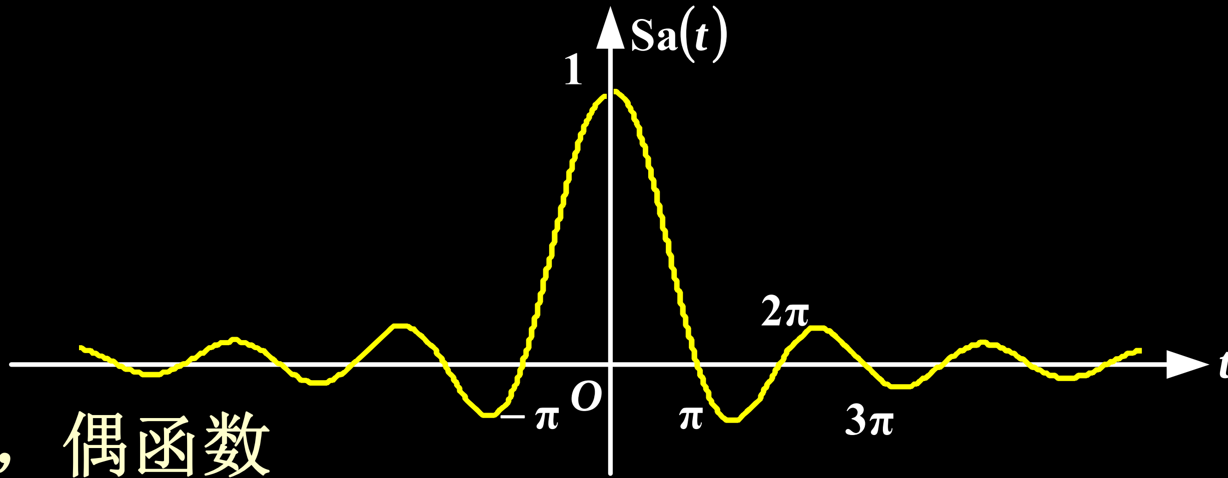
讨论

$$\begin{cases} \sigma = 0, \omega = 0 & \text{直流} \\ \sigma > 0, \omega = 0 & \text{升指数信号} \\ \sigma < 0, \omega = 0 & \text{衰减指数信号} \end{cases}$$

$$\left.\begin{cases} \sigma = 0, \omega \neq 0 & \text{等幅} \\ \sigma > 0, \omega \neq 0 & \text{增幅} \\ \sigma < 0, \omega \neq 0 & \text{衰减} \end{cases}\right\}\text{振荡}$$

抽样信号（Sampling Signal）

$$\mathrm{Sa}(t)=\frac{\sin t}{t}$$



性质

① $\mathrm{Sa}(-t)=\mathrm{Sa}(t)$，偶函数

② $t=0, \mathrm{Sa}(t)=1$，即 $\lim\limits_{t\to 0}\mathrm{Sa}(t)=1$

③ $\mathrm{Sa}(t)=0,\ t=\pm n\pi,\quad n=1,2,3\cdots$

④ $\int_0^{\infty}\frac{\sin t}{t}\mathrm{d}t=\frac{\pi}{2},\quad \int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin t}{t}\mathrm{d}t=\pi$

⑤ $\lim\limits_{t\to\pm\infty}\mathrm{Sa}(t)=0$

⑥ $\mathrm{sinc}(t)=\sin(\pi t)/(\pi t)$