东 南 大 学 考 试 卷（A 卷）

课程名称 概率统计与随机过程 考试学期 12-13-2 得分

适用专业 全校 考试形式 闭卷 考试时间长度 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

$\Phi(x)=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-t^2/2}dt$ 表示标准正态分布的分布函数，

$\Phi(-1.645)=0.05$; $\Phi(-1.96)=0.025$; $\Phi(0)=0.5$; $\Phi(1)=0.8413$

$\Phi(1.3)=0.9032$; $\Phi(1.96)=0.975$; $\Phi(2)=0.9772$

$t_{0.05}(8)=1.86, t_{0.025}(8)=2.31, t_{0.05}(9)=1.83, t_{0.025}(9)=2.26$

一、填充题（每空格 2’，共 34’）

1) 已知 P(B)=0.2，P(A)=0.3, P(A|B)=0.5，则 P(B-A)=________;P(AUB)=________。

2) 一盒中有 2 个白球，3 个黑球，每次抽取一球，取后放回，连续抽取 5 次，则第 5 次首次取到黑球的概率为________，第一次和第五次都取到白球概率为__________。

3) 设随机变量 X 服从正态分布 $N(1, 4), P(X<3)=$ ________。

4) 随机变量 X，Y 服从二元正态分布, EX=EY=1,DX=DY=4, X 和 Y 的相关系数为 0.5，则 P(X-Y>2)=________。

5) 随机变量 X，Y 的联合分布律为：P(X=1,Y=1)=0.1; P(X=1,Y=2)=0.4; P(X=2,Y=1)=0.4; P(X=2,Y=2)=0.1. 则 X-Y 分布律为__________________。X 的边缘分布律为 __________。

6) 在 $[0,t]$ 时间段内乘客到达某售票处的数目为一强度为 $\lambda=2$ 的泊松过程，令 T_i 表示第 $i-1$ 个和第 i 个乘客到达售票处的时间间隔，则 $E(T_i)=$ __________。

7) 设随机变量序列 {Xn,n=1,2,…} 独立同分布于 N(1,1)，则 $\frac{1}{n}(X_1^2+X_2^2+\ldots+X_n^2)\xrightarrow{p}$ ______。

自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

姓名________ 学号________

线 封 密

8) 设总体 X 服从正态分布 $N(1,2), X_1, X_2, \ldots, X_{10}$ 是来此该总体的样本，$\bar{X}, S^2$ 分别表示样本均值和样本方差，则 $D(\bar{X}) =$ ______，$D(S^2) =$ ________。

9) 随机变量 X 的分布律为 P(X= 2)=0.1，P(X=3)=0.2，P(X=4)=0.7,则其分布函数为______________。

10) 设 X_1, X_2, X_3, X_4 是来自正态总体 N(0,9) 的简单随机样本，若 $c(X_1^2 + X_2^2 + X_4^2)$ 服从 $\chi^2(3)$ 分布，则 c= _______，若 $b\dfrac{X_1^2}{X_2^2 + X_3^2 + X_4^2} \sim F(1,3)$，则常数 $b =$ ________。

11) 设某假设检验问题在水平 α =0.1 时，根据样本得到的结论是拒绝原假设。若 α =0.2，则基于同样的样本和检验统计量得到的结论是________。

12) 设总体 $X \sim f(x,a)$，a 为未知参数，若 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ 是来自该总体的简单随机样本，$\bar{X}, S^2$ 分别表示表示样本均值和样本方差。设 $\dfrac{\bar{X}-a}{S}$ 的密度函数为 g(t)=2t,0<t<1,g(t)=0,其他；则 a 的置信度为95%的置信区间为_______________。

二、(10') 设有甲乙两个箱子，甲中有红球 3 只，白球 2 只；乙箱中有红球 4 只，白球 1 只。随机地选一箱子，然后再随机的从该箱中任选一球。（1）求取出的球为红球的概率；（2）如果取出的球为红球，则该球取自甲箱的概率是多少？

三、(10')设随机变量 X 和 Y 相互独立且都服从标准正态分布。令 Z=X^2+Y^2，求随机变量 Z 的概率密度函数 $f_Z(z)$。

自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

姓名________ 学号________

线 封 密

四、(10') 某灯泡企业每月生产 20 万只节能灯泡，每只灯泡的寿命服从均值为 1000 小时的指数分布。现在从一大批灯泡中随机抽取 100 只进行检验。 试用中心极限定理求 100 只灯泡的平均寿命超过 1200 小时的概率.

五、(10')设总体 X 的概率分布密度函数如下,

$$f(x,a)=\begin{cases} e^{-(x-a)} & x\geq a \\ 0 & x<a \end{cases}$$

$X_1,\ldots X_n$ 为来自该总体的样本, (1)求参数 a 的最大似然估计量 $\hat{a}$, (2) $\hat{a}$ 是否是 a 的无偏估计量，说明理由。.

六、 (8')设总体 X 服从正态分布 N (u,b),u,b 未知。 现有来自该总体样本容量为 9 的样本, 其样本均值为 2.4,样本方差为 4. 试检验 H_0: u=2.0 v.s. H_1: u>2.0.(检验水平 $\alpha=0.05$)

七、（8'）设随机过程 $X(t)=R\cdot t+C$ ，$t\in(0,+\infty)$ ，C 为常数，R 服从[0,1]区间上的均匀分布，

（1） 求 $X(t)$ 的一维概率密度函数；

（2）求 $X(t)$ 的均值函数 $m_X(t)$ ，相关函数 $R_X(s,t)$ 以及协方差函数 $C_X(s,t)$ 。

八、(10')设有 6 个球（其中 2 个红球，4 个白球）分别放于甲乙两个盒子，每个盒子放 3 个球，现每次从两个盒子中任取一个进行交换，以 X_0 表示开始时甲盒中红球的个数，X_n（$n\geq 1$）表示经过 n 次交换后甲盒中红球的个数，则 $\{X_n,n\geq 0\}$ 是一个齐次马尔科夫链。

（1）写出一步转移概率矩阵；

（2）证明该链是否具有遍历性，若有，求出极限分布。