**基于LINGO的多目标规划模型求解**

**71117408 梅洛瑜**

1. 引言

多目标规划是运筹学的一个重要内容,它研究在一定约束条件下多个目标函数的极值问题,与传统的单目标函数问题不同,在多目标规划问题中,通常不存在能使得所有目标函数同时得到优化的最优解,往往只需要求出满意解.

求解多目标规划的方法主要有两类：第一类是化多为少的方法,即把多目标化为较容易求解的单目标问题进行求解,第二类是分级序列法,即把目标按其重要性给出一个优先级,每次在上一优先级目标的最优解集内求下一优先目标的最优解,直到求出共同的最优解，本文主要介绍第二种方法。

下面我们以一个实例来说明多目标规划的特点、采用分级序列法求解的步骤和LINGO程序的编写。

1 一个实例

（运输问题模型）要把一种产品从产地运到客户处,发量、需求量及产地到客户的运输费单价如表1所示.

表1 运输费用单价表

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 客  户  产  地 | 客户1 | 客户2 | 客户3 | 发量 |
| 产地1 | 10 | 4 | 12 | 3000 |
| 产地2 | 8 | 10 | 3 | 4000 |
| 需求量 | 2000 | 1500 | 5000 | - |

1. 线性规划建模求解

设从产地（）到客户的运送量为，单位运输费用为，产地的发量为，客户的需求量为，则可建立如下的线性规划模型：

min  (1)

s.t.  (2)

 (3)

使用LINGO软件求解，发现无可行解。无可行解的原因是客户总需求量（8500）大于产地的总发量（7000），客户需求量无法满足。

由于该问题是一个供求不平衡问题,总需求量缺少1500个单位,因此按下列目标来考虑运输方案：

第一目标,客户1为重要部门,需求量必须全部满足;

第二目标,满足其他两个客户至少75%的需要量;

第三目标,使运费尽量少;

第四目标,从产地2到客户1的运量至少有个单位.

**3 采用分级序列法对多目标规划求解**

**3．1 确定目标的优先级与权系数**

首先确定目标的优先级与权系数，目标的优先分为两个层次,第一个层次是目标分成不同的优先级,在计算多目标规划时,必须先优化高优先级的目标,然后再优化低优先级的目标,通常以表示不同的优先级,并规定,在上述实例中，有四个目标，按重要性分为第一至第四目标，我们分别记这四个目标的优先级为。第二个层次是目标处于同一优先级,但两个目标的权重不一样,因此两目标同时优化,用权系数的大小来表示目标重要性的差别.

**3．2 统一处理目标与约束**

其次将原线性规划的目标函数和约束条件都统一视为约束条件，然后将约束分成两类，一类是严格要求满足的，用严格的等式或不等式约束来处理，例如，上述例子中，对各产地发量的约束是要求严格满足的，这类约束称为刚性约束：

(刚性约束)

另一类约束是可以不严格要求满足的,称为柔性约束,对于柔性约束,我们通过设置偏差变量的方法将其转化为等式约束.

**3.3偏差变量****的设置方法**

用偏差变量来表示计算值与目标值之间的差异,若,则令,,即为超过部分的数量,故称为正偏差变量;若时,令,,即为没有达到部分的数量,故称为负偏差变量.若, 则

在实际问题中,对于计算值来说,如果希望尽量超过目标值,则极小化负偏差变量,即;希望尽量不超过,则极小化正偏差变量, 即;希望尽可能地接近,则同时极小化正、负偏差变量，即;

在上述实例中，四个目标可视为四个柔性约束，分别写为：

1. 客户1为重要部门需求量必须全部满足,即：;
2. 满足客户2和客户3至少75%的需要量,即：;
3. 使运费尽量少,即：

（4）从产地到客户的运输量至少有个单位,即：;

根据上面的陈述,可以写出相应的目标函数为：

,其中均为优先级.

4 LINGO软件求解

将上述内容编写为以下LINGO程序：



现将上述程序分别执行四次,在做第一级目标计算时,分别输入;分别输入,执行得到.在做第二级目标运算时,分别输入;分别输入,执行得到.在做第三级目标运算时,分别输入, 分别输入,执行得到.在做第四级目标运算时,分别输入;分别输入,执行得到.

通过四次运算我们得到上述问题的部分输出结果：

X( 1, 1) 1750.000 0.000000

X( 1, 2) 1125.000 0.000000

X( 1, 3) 0.000000 0.000000

X( 2, 1) 250.0000 0.000000

X( 2, 2) 0.000000 2.142857

X( 2, 3) 3750.000 0.000000

根据结果我们可以知道从产地运往个客户的运输量分别为：,从产地运往个客户的运输量分别为：.此结果满足四个目标约束,则此运输方案为满意解,故最小运输费用为: 

5 小结

采用分级序列法，多目标规划的一般数学表达式也可以记为：  （4）

将所有柔性约束（等式或不等式）加上负偏差变量与正偏差变量的差后变为等式约束，如果希望约束保持小于，则极小化正偏差变量，如果希望约束保持大于，则极小化负偏差变量，如果希望约束保持等于，则极小化正、负偏差变量之和。

采用分级序列法再结合LINGO软件，可以高效准确地求出多目标规划问题，这种求解方法具有普遍的实践意义,适合解决常规的多目标规划的数学模型.

由于多目标规划还有很多方面的应用,如林产品的加工中各种原材料的最佳配比、木材最优运输路线的选择、造林的最佳投资方案选择、水资源的最优配置、抚育采伐的最优控制、产品生产的安排、投资方案选择等,都可以用多目标数学规划的方法加以解决.目前,多目标数学规划的理论,求解方法都处于迅速发展阶段,并且在生产、经济、科学、工程等诸多领域中都处于重要的地位,例如设计一个导弹,既要其射程远,又要耗料少,还要命中率高等,只有对各因素的指标进行综合衡量后,才能做出合理的决策.相信,在不久的将来多多目标规划问题将会在实践中得到广泛地应用,理论也会随之不断地完善,计算技术也会更为简便,在理论与实践的结合上将会有广阔的发展前景.