***随机事件及其概率***

随机实验事件：E（可重复，偶然性，结果在预期范围）

基本事件集合：（ω1，ω2，ω3…）

样本空间：Ω

随机事件本身Ω必然发生，ф不含任何样本点

频率：f(A)=A发生次数/总次数n（n->∞）

概率：

非负性：0<=P(A)<=1

规范性：P(Ω全集)=1

可列可加性：P(事件合集)=∑P(Ai)（事件两两**互不相容**，分割全集）

P(ф)=0

对立事件：A并B=Ω，A交B=ф（**P(A)=1-P(B)**）

**概率加法**：P(A并B)=P(A)+P(B)**-**P(A交B)

P(A并B并C)=P(A)+P(B)+P(C)- P(A交B（A,B,C任意选两）)**+**P(A交B交C)

……

古典概率模型：样本空间中有限多个基本事件发生概率等可能

条件概率：

Monty Hall Problem山羊问题：P(换+win)=2/3, P(留+win)=1/3

**P(A|B)=P(AB)/P(B)** （P(B)>0）

**P(B)=P(A)P(B|A) / P(A|B)**

P(B)=∑P(Ai) P(B |Ai)（Ai为样本空间划分）

贝叶斯：**P(Ai |B)=P(Ai)P(B| Ai) / ∑P(Ai)P(B |Ai)**

事件独立性：

定义：P(AB)=P(A)P(B)（A，B相互独立 Ω ф与所有事件**相互独立**）

1. P(A|B)=P(A)，P(B|A)=P(B)（互不影响）
2. **{非A，B}，{A，非B}，{非A,非B}相互独立**
3. A1, A2…An相互独立 等价于 非A1，A2，…非An相互独立(任意两个取非事件)

***随机变量及其分布***

随机变量：对于每个{ω}，有唯一实数X(ω)与之对应（ω->实数单向），X称为随机变量

分布函数：**F(x)**=P(X ≤x)（x属于R）（F(x)概率累加）

**单调不减，右连续(**跳跃点**左空右实F(x+0)=F(x))，F(-∞)=0，F(∞)=1**

P(X≤ b)=F(b)，P(a< X≤ b)=F(b)-F(a)，P(X> b)=1- F(b)，P(X< B)=F(b-0)

离散型：取值仅有有限个，分布函数为阶梯型，**离散型数列的所有和为1**

分布列：出现某种情况的概率（可能为0）

F(x)=P(X≤x)=∑pk(k=1,2…)

二项和公式：(a+b) ^n=∑(Cn k) (a^ k)\* (b^ (n-k))

**离散随机变量分布：二项，泊松**，负二项，超几何，几何分布

**二项分布**：

(每次实验出现结果有限个，相互不影响)

x取k的概率为：

n重伯努利实验成功次数：X~B（n ,p）(p=P(A))

**最可能成功次数X**：(n+1)\*p为整数 X=(n+1)\*p或(n+1)\*p-1，非整数 X=(n+1)\*p

泊松定理：当n非常大时（n≥100,np≤10），

**二项分布的极限分布**

几何分布：事件成功时已做实验个数

超几何分布：

负二项分布：

第r次发生已进行的实验次数

**连续随机变量：**

分布函数： （**f(t)≥0为概率密度（非负可积）**）

1. 非降性：F(x)为不减函数
2. 有界性：
3. 右连续性：

概率密度：随机变量X的分布函数F（x），如果存在非负可积函数f(x)，使得对任意实数x，有，f(x)为X的概率密度

1. 非负性：
2. 规范性：

均匀分布： ，F(x)=(x-a)/(b-a) （x~[a, b]）

指数分布：，F(x)=1-（x＞0）

无记忆性：P(X>n+ k | X>n)=P(X>k)

正态分布：形状 对称轴

标准正态分布：）分布函数：

对称性，**分布函数=面积累积**

为随机变量上侧分位点

**随机变量函数分布：**

已知离散随机变量X的分布律，求Y=g(X)分布律（随机事件等价性）

已知连续型随机变量f(x)概率密度，求Y=g(X)概率密度

求出分布函数 **，求导**得出概率密度

指数函数分奇偶开n次根时分**奇偶（寻找断点）**

（n为样本自由度）

***多维随机向量***

**联合**分布函数：( ，=&& 随机变量落入方格**概率**≥0)

1. ，

**二维连续型随机向量：**

**边缘**分布：，，

边缘密度：

离散型：（i不变，遍历j所有取值，等比数列求和）

连续型：（**注意定义域**）

二维正态的边缘分布为一维正态分布

三项分布的边缘分布为二项分布

**条件**分布：（分母为0时对分布函数取极限）

向量独立：（利用公式证明独立性，找反例证明不独立）

**相互独立的事件的条件与无条件分布相同：**

分布加法：

边缘分布：

独立性：

泊松分布可加性

正态分布可加性：



Gamma分布：

的密度函数 关于参数具有可加性

Tips：**，**

***随机变量数字特性：***

X分布列：

若绝对收敛，数学期望

随机变量函数：数学期望

1. ，
2. （XY相互独立）

方差：（描述函数的变化程度）

1. （x，y独立）

切比雪夫不等式：（

协方差：

相关系数：（，若不相关线性相关）

X，Y独立（）->不相关，反之不正确

***极限定理：***

大数法则：（数无限多时，X算术平均=期望的算术平均）

大数法则（为相互独立随机变量序列）：

切比雪夫：（和的平均收敛期望和平均）

辛钦：（X和的平均收敛于有限数学期望）

伯努利：（实际频率收敛于概率）

中心极限：

林德伯格：（独立同分布）

拉普拉斯：（二项分布）

独立同分布与二项分布极限均为正态分布

正态分布上位点：（ x=1.96）

***抽样分布：***

简单随机抽样：来自样本X，独立同分布且具有相同分布函数

统计量：不含未知量的n元连续函数（观察后成为数值）

均值：，方差：

原点矩：，中心矩：

样本总体：（期望），（方差），

（）：（，和服从自由度为n卡方分布）

可加性（），

（）：（）

概率密度为偶函数，收敛于标准正态；上侧分位点：

（）：（）

，上侧分位点：

正态分布统计量：服从正态分布的简单随机抽样的统计量

1. ， 2. 均值与方差独立

3. ，

***参数估计：***

样本中含未知参数，用样本估计

估计值：不显示依赖的统计量，观察样本后变为具体值

矩估计：

r阶原点矩：

二阶中心矩：，方差

Tips：（使用连续函数）

最大似然估计：

估计值：（参数的似然方程）

求解方式：似然估计方程 – 取对数 – 求极值（单调函数）

无偏性：

有效性：，若则比有效

Tips：，（）

相合性：

Tips: ）

区间估计：

置信区间(置信下限，置信上限)：，置信度：

估计置信区间：

1. 构造不依赖于的枢轴量
2. 根据a, b化为等价形式：
3. 为置信区间（注意已知与未知量）

***假设检验：***

检验步骤：

1. 提出原假设和对立假设
2. 选取合适统计量，成立下统计量分布
3. （确定拒绝域S）
4. 样本落入S则拒绝，否则接受（拒绝域为小概率事件发生的区间）

检验错误：第一类（错误拒绝，），第二类（错误拒绝）

单正态总体：

双边：

单右：

单左：