Юрий Борисович Мельников



Моделирование. Геометрия. Типовые преобразования и комбинации геометрических фигур

Оглавление

1. Инструкция к пособию	3
1.1. Типовые преобразования и комбинации планиметрических фигур	13
Пример 1 преобразования прямоугольника в квадрат одним разрезом	39
Пример 2 геометрического и аналитического вычисления	
суммы трех углов 1	68

Данная работа представлена в формате pdf и, следовательно, может использоваться на различных аппаратных и программных платформах.

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader версии 11 или DC.

Данная работа представлена в формате pdf и, следовательно, может использоваться на различных аппаратных и программных платформах.

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader версии 11 или DC.

Данная работа представлена в формате pdf и, следовательно, может использоваться на различных аппаратных и программных платформах.

В других программах встроенные скрипты могут не работать или работать некорректно.

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader версии 11 или DC.

Данная работа представлена в формате pdf и, следовательно, может использоваться на различных аппаратных и программных платформах.

Вернуться из презентации любой лекции и практического занятия к файлу 0000Spisok.pdf можно двумя способами:

во-первых, с титульного листа с помощью гиперссылки, отмеченной словосочетанием «электронного учебника» во фразе «Раздел электронного учебника»;

во-вторых, с последней страницы, по гиперссылке «Вернуться к списку презентаций».

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader версии 11 или DC.

В программе Adobe Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш Ctrl+L (т.е. одновременным нажатием клавиш «Ctrl» и «L»).

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader версии 11 или DC.

В программе Adobe Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш Ctrl+L (т.е. одновременным нажатием клавиш «Ctrl» и «L»).

Переход к следующему слайду или возвращение к предыдущему слайду осуществляется клавишами «Page Up» или «Page Down».

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader версии 11 или DC.

В программе Adobe Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш Ctrl+L (т.е. одновременным нажатием клавиш «Ctrl» и «L»).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука).

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader версии 11 или DC.

В программе Adobe Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш Ctrl+L (т.е. одновременным нажатием клавиш «Ctrl» и «L»).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука).

«Откат», т. е. отмена предыдущей команды (например, перехода по гиперссылке) осуществляется одновременным нажатием клавиш $\mathsf{Alt}\ \mathsf{u} \leftarrow$.

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader версии 11 или DC.

В программе Adobe Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш Ctrl+L (т.е. одновременным нажатием клавиш «Ctrl» и «L»).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука).

В случае, если два соседних слова выделены, допустим, синим цветом, но одно набрано обычным, а другое — полужирным шрифтом, то это означает, что переход по гиперссылкам осуществляется на различные мишени.

Типовые преобразования.

Типовые преобразования. І) Обогащение

и редуцирование геометрической модели.

Т.е. выделение новых фигур в чертеже.

Типовые преобразования. І) Обогащение (внутреннее

) и редуцирование геометрической модели.

Типовые преобразования. І) Обогащение (внутреннее

) и редуцирование геометрической модели.

Примером внутреннего обогащения чертежа является выделение пары подобных треугольников $\triangle ABH$ и $\triangle ACG$ в примере на установление связи между чертежом и геометрической моделью.

Типовые преобразования. І) Обогащение (внутреннее

) и редуцирование геометрической модели.

Примером внутреннего обогащения чертежа является выделение пары подобных треугольников $\triangle ABH$ и $\triangle ACG$ в примере на установление связи между чертежом и геометрической моделью.

Пусть в условии говорится о высоте CH треугольника ABC.

Типовые преобразования. І) Обогащение (внутреннее

) и редуцирование геометрической модели.

Примером внутреннего обогащения чертежа является выделение пары подобных треугольников $\triangle ABH$ и $\triangle ACG$ в примере на установление связи между чертежом и геометрической моделью. Пусть в условии говорится о высоте CH треугольника ABC.

Как внутреннее обогащение геометрической модели можно рассматривать использование в решении треугольников AHC и BHC.

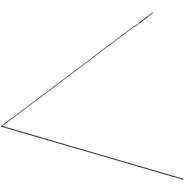
Типовые преобразования. I) Обогащение (внутреннее и внешнее) и редуцирование геометрической модели.

Внешнее обогащение геометрической модели состоит в проведении дополнительных построений.

Типовые преобразования. I) Обогащение (внутреннее и внешнее) и редуцирование геометрической модели.

Внешнее обогащение геометрической модели состоит в проведении дополнительных построений.

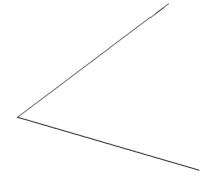
Например, надо с высокой точностью провести биссектрису изображенного угла без возможности измерения величины угла.



Типовые преобразования. I) Обогащение (внутреннее и внешнее) и редуцирование геометрической модели.

Внешнее обогащение геометрической модели состоит в проведении дополнительных построений.

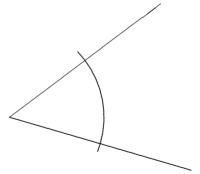
Например, надо с высокой точностью провести биссектрису изображенного угла без возможности измерения величины угла.



Типовые преобразования. I) Обогащение (внутреннее и внешнее) и редуцирование геометрической модели.

Внешнее обогащение геометрической модели состоит в проведении дополнительных построений.

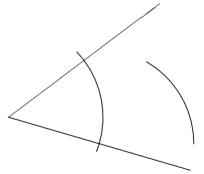
Например, надо с высокой точностью провести биссектрису изображенного угла без возможности измерения величины угла.



Типовые преобразования. I) Обогащение (внутреннее и внешнее) и редуцирование геометрической модели.

Внешнее обогащение геометрической модели состоит в проведении дополнительных построений.

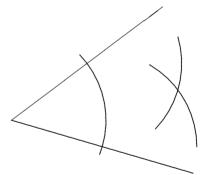
Например, надо с высокой точностью провести биссектрису изображенного угла без возможности измерения величины угла.



Типовые преобразования. I) Обогащение (внутреннее и внешнее) и редуцирование геометрической модели.

Внешнее обогащение геометрической модели состоит в проведении дополнительных построений.

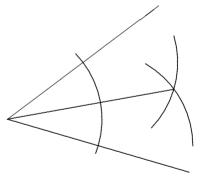
Например, надо с высокой точностью провести биссектрису изображенного угла без возможности измерения величины угла.



Типовые преобразования. I) Обогащение (внутреннее и внешнее) и редуцирование геометрической модели.

Внешнее обогащение геометрической модели состоит в проведении дополнительных построений.

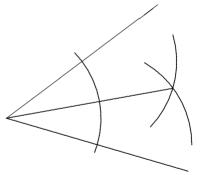
Например, надо с высокой точностью провести биссектрису изображенного угла без возможности измерения величины угла.



Типовые преобразования. I) Обогащение (внутреннее и внешнее) и редуцирование геометрической модели.

Внешнее обогащение геометрической модели состоит в проведении дополнительных построений.

Например, надо с высокой точностью провести биссектрису изображенного угла без возможности измерения величины угла.

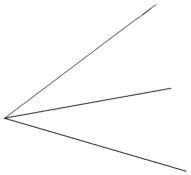


Осталось удалить лишние построения. С точки зрения теории моделирования — провести редуцирование геометрической модели.

Типовые преобразования. I) Обогащение (внутреннее и внешнее) и редуцирование геометрической модели.

Внешнее обогащение геометрической модели состоит в проведении дополнительных построений.

Например, надо с высокой точностью провести биссектрису изображенного угла без возможности измерения величины угла.



Осталось удалить лишние построения. С точки зрения теории моделирования — провести редуцирование геометрической модели.

Типовые преобразования. I) Обогащение (внутреннее и внешнее) и редуцирование геометрической модели.

II) Перемещение и вращение фигуры относительно системы фигур.

Типовые преобразования. I) Обогащение (внутреннее и внешнее) и редуцирование геометрической модели.

II) Перемещение и вращение фигуры относительно системы фигур. С помощью применения этого преобразования была получена формула для вычисле-

ния площади параллелограмма.

Типовые преобразования. I) Обогащение (внутреннее и внешнее) и редуцирование геометрической модели.

II) Перемещение и вращение фигуры относительно системы фигур. С помощью применения этого преобразования была получена формула для вычисле-

ния площади параллелограмма.

Типовые преобразования. I) Обогащение (внутреннее и внешнее) и редуцирование геометрической модели.

II) Перемещение и вращение фигуры относительно системы фигур.

С помощью применения этого преобразования была получена формула для вычисления площади параллелограмма.

Переместим полученный прямоугольный

Переместим полученный прямоугольный треугольник, как указано на рис.

Типовые преобразования. I) Обогащение (внутреннее и внешнее) и редуцирование геометрической модели.

II) Перемещение и вращение фигуры относительно системы фигур.

С помощью применения этого преобразования была получена формула для вычисления площади параллелограмма.

Переместим полученный прямоугольный треугольник, как указано на рис.

Типовые преобразования. I) Обогащение (внутреннее и внешнее) и редуцирование геометрической модели.

II) Перемещение и вращение фигуры относительно системы фигур.

С помощью применения этого преобразования была получена формула для вычисления площади параллелограмма.

В итоге получаем известную формулу для площади параллелограмма.

Типовые преобразования. I) Обогащение (внутреннее и внешнее) и редуцирование геометрической модели.

II) Перемещение и вращение фигуры относительно системы фигур. **Типовые комбинации.**

Типовые преобразования. I) Обогащение (внутреннее и внешнее) и редуцирование геометрической модели.

II) Перемещение и вращение фигуры относительно системы фигур.

Типовые комбинации. I) Объединение и пересечение фигур и систем фигур, удаление из фигуры точек другой фигуры.

Типовые преобразования. I) Обогащение (внутреннее и внешнее) и редуцирование геометрической модели.

II) Перемещение и вращение фигуры относительно системы фигур.

Типовые комбинации. I) Объединение и пересечение фигур и систем фигур, удаление из фигуры точек другой фигуры.

Например, **сектор** можно рассматривать как результат пересечения круга и угла с вершиной в центре этого круга.

1.1. Типовые преобразования и комбинации планиметрических фигур

Типовые преобразования. I) Обогащение (внутреннее и внешнее) и редуцирование геометрической модели.

II) Перемещение и вращение фигуры относительно системы фигур.

Типовые комбинации. I) Объединение и пересечение фигур и систем фигур, удаление из фигуры точек другой фигуры.

Например, **сектор** можно рассматривать как результат пересечения круга и угла с вершиной в центре этого круга.

Сегмент можно рассматривать как результат пересечения круга и полуплоскости.

1.1. Типовые преобразования и комбинации планиметрических фигур

Типовые преобразования. I) Обогащение (внутреннее и внешнее) и редуцирование геометрической модели.

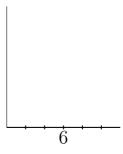
II) Перемещение и вращение фигуры относительно системы фигур.

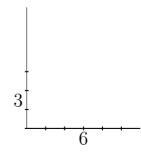
Типовые комбинации. I) Объединение и пересечение фигур и систем фигур, удаление из фигуры точек другой фигуры.

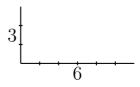
II) Переход от замкнутой линии к области, для которой эта линия является границей и наоборот, переход от области к линии — границе этой области.

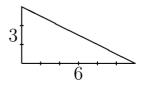
Рассмотрим пример?

Пример 1. Проведя один разрез, собрать из образовавшихся частей фигуры квадрат для: **a**) прямоугольного треугольника с катетами длины 3 и 6; **b**) прямоугольной трапеции с основаниями длины 4 и 7, и высотой 5,5; **c**) равнобедренной трапеции с основаниями длины 17 и 7, и длиной боковой стороны 13; **d**) прямоугольника со сторонами 9 и 16.



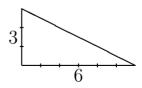






Решение.

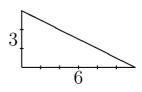
Сначала найдем длину L стороны квадрата.



Решение.

Сначала найдем длину L стороны квадрата.

Площадь требуемого квадрата, с одной стороны, равна

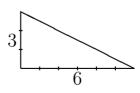


Решение.

Сначала найдем длину L стороны квадрата.

Площадь требуемого квадрата, с одной стороны, равна



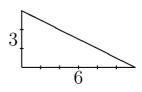


Решение.

Сначала найдем длину L стороны квадрата.

Площадь требуемого квадрата, с одной стороны, равна квадрату длины его стороны, с другой стороны,



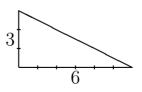


Решение.

Сначала найдем длину L стороны квадрата.

Площадь требуемого квадрата, с одной стороны, равна квадрату длины его стороны, с другой стороны,

$$()^2 = S_{\Box}$$

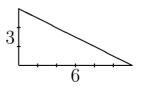


Решение.

Сначала найдем длину L стороны квадрата.

Площадь требуемого квадрата, с одной стороны, равна квадрату длины его стороны, с другой стороны,

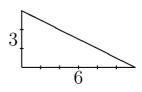
$$()^2 = S_{\square} =$$



Решение.

Сначала найдем длину L стороны квадрата.

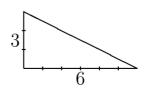
$$()^2 = S_{\Box} =$$



Решение.

Сначала найдем длину L стороны квадрата.

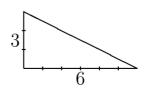
исходной фигуры. ()²=
$$S_{\square}$$
= $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 =$



Решение.

Сначала найдем длину L стороны квадрата.

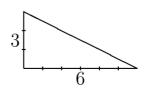
исходной фигуры. ()
$$^2 = S_{\square} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 = 9.$$



Решение.

Сторона квадрата L = Сначала найдем длину L стороны квадрата.

исходной фигуры.
$$(3)^2 = S_{\square} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 = 9.$$

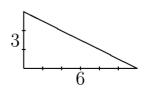


Решение.

Сторона квадрата L=3.

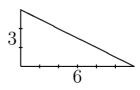
Сначала найдем длину L стороны квадрата.

исходной фигуры.
$$(3)^2 = S_{\square} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 = 9.$$



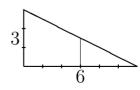
_~ Решение.

Сторона квадрата L=3.



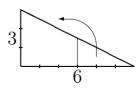
Решение.

Сторона квадрата L=3.



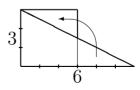
Решение.

Сторона квадрата L=3.



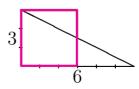
Решение.

Сторона квадрата L=3.



Решение.

Сторона квадрата L=3.

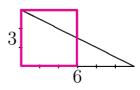


ൣ Решение.

Сторона квадрата L = 3.

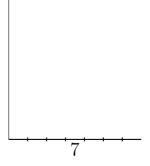
Искомый разрез очевиден.

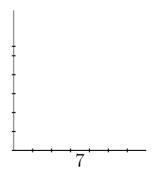
Ура!

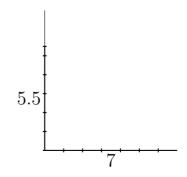


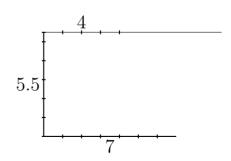
Решение.

····7

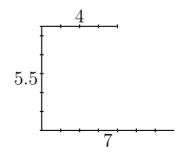




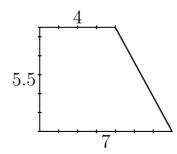




Решение.

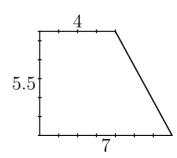


Решение.



Решение.

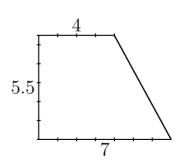
Сторона квадрата будет совпадать с той боковой стороной трапеции, которая перпендикулярна основанию.



Решение.

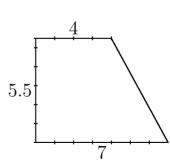
на быть равна

Сторона квадрата будет совпадать с той боковой стороной трапеции, которая перпендикулярна основанию. Значит, длина стороны квадрата долж-



Решение.

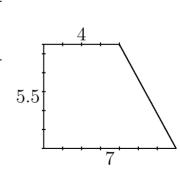
Сторона квадрата будет совпадать с той боковой стороной трапеции, которая перпендикулярна основанию. Значит, длина стороны квадрата должна быть равна 5,5.



Решение.

Сторона квадрата будет совпадать с той боковой стороной трапеции, которая перпендикулярна основанию. Значит, длина стороны квадрата должна быть равна 5,5.

Проверим: площадь требуемого квадрата, с одной стороны, равна



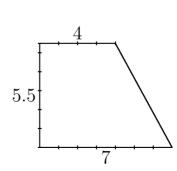
Решение.

Сторона квадрата будет совпадать с той боковой стороной трапеции, которая перпендикулярна основанию. Значит, длина стороны квадрата долж-

на быть равна 5,5.

Проверим: площадь требуемого квад-

рата, с одной стороны, равна $5, 5^2$,



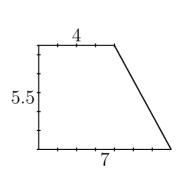
Решение.

Сторона квадрата будет совпадать с той боковой стороной трапеции, которая перпендикулярна основанию. Значит, длина стороны квадрата долж-

на быть равна 5,5.

Проверим: площадь требуемого квадрата, с одной стороны, равна $5,5^2$,

с другой стороны,

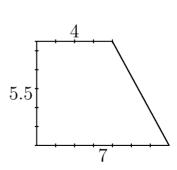


Решение.

Сторона квадрата будет совпадать с той боковой стороной трапеции, которая перпендикулярна основанию.

Значит, длина стороны квадрата должна быть равна 5,5.

Проверим: площадь требуемого квадрата, с одной стороны, равна $5,5^2$,

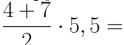


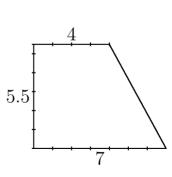
Решение.

Сторона квадрата будет совпадать с той боковой стороной трапеции, которая перпендикулярна основанию.

Значит, длина стороны квадрата должна быть равна 5,5.

Проверим: площадь требуемого квадрата, с одной стороны, равна $5, 5^2$,



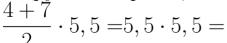


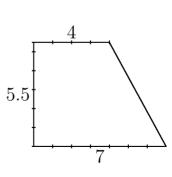
Решение.

Сторона квадрата будет совпадать с той боковой стороной трапеции, которая перпендикулярна основанию.

Значит, длина стороны квадрата должна быть равна 5,5.

Проверим: площадь требуемого квадрата, с одной стороны, равна $5,5^2,$



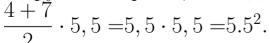


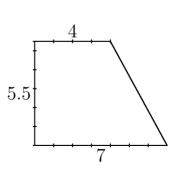
Решение.

Сторона квадрата будет совпадать с той боковой стороной трапеции, которая перпендикулярна основанию.

Значит, длина стороны квадрата должна быть равна 5,5.

Проверим: площадь требуемого квадрата, с одной стороны, равна $5,5^2,$





Решение.

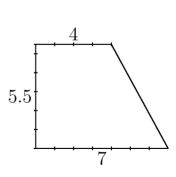
Сторона квадрата будет совпадать с той боковой стороной трапеции, которая перпендикулярна основанию.

Значит, длина стороны квадрата должна быть равна 5,5.

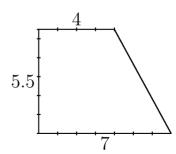
Проверим: площадь требуемого квадрата, с одной стороны, равна $5,5^2,$

с другой стороны, площади трапеции:

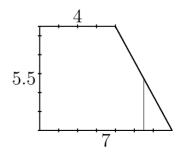
 $\frac{4+7}{2} \cdot 5, 5 = 5, 5 \cdot 5, 5 = 5.5^2$. Совпало!

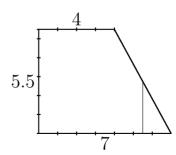


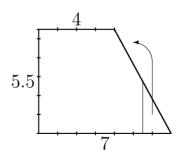
Решение. Проведем требуемый разрез

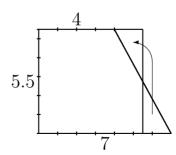


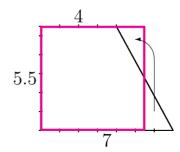
Решение. Проведем требуемый разрез











Решение.

Решение.

Решение.

17

Решение.

_ Решение.

Найдем проекцию вершин меньшего основания на большее.

17

Решение.

Найдем проекцию вершин меньшего основания на большее.

Разница длин равна

Решение.

Найдем проекцию вершин меньшего основания на большее.

Разница длин равна 17 - 7 =

Решение.

Найдем проекцию вершин меньшего основания на большее.

Разница длин равна 17 - 7 = 10.

Решение.

Найдем проекцию вершин меньшего основания на большее.

Разница длин равна 17 - 7 = 10.

Значит, расстояние от вершины бо́льшего основания трапеции до проекции на него ближайшей вершины ме́ньшего ос-

нования, равно

Решение.

Найдем проекцию вершин меньшего основания на большее.

Разница длин равна 17 - 7 = 10.

Значит, расстояние от вершины бо́льшего основания трапеции до проекции на него ближайшей вершины ме́ньшего основания, равно $\frac{10}{2}$ =

Решение.

Найдем проекцию вершин меньшего основания на большее.

Разница длин равна 17 - 7 = 10.

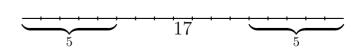
Значит, расстояние от вершины бо́льшего основания трапеции до проекции на него ближайшей вершины ме́ньшего основания, равно $\frac{10}{2}$ =5.

Решение.

Найдем проекцию вершин меньшего основания на большее.

Разница длин равна 17 - 7 = 10.

Значит, расстояние от вершины бо́льшего основания трапеции до проекции на него ближайшей вершины ме́ньшего основания, равно $\frac{10}{2}$ =5.



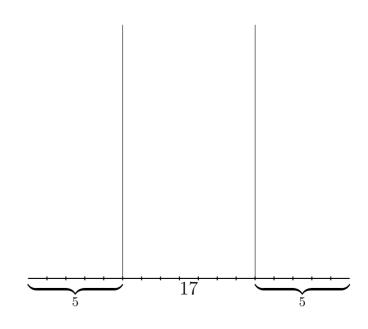
Решение.

Найдем проекцию вершин меньшего основания на большее. Разница длин равна 17-7=10. Значит, расстояние от вершины большего основания трапеции до проекции на него ближайшей вершины ме́ньшего основания, равно $\frac{10}{2}=5$.



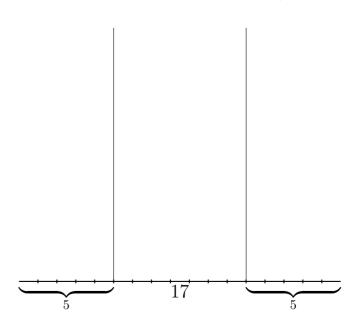
Решение.

Длина высоты равна



Решение.

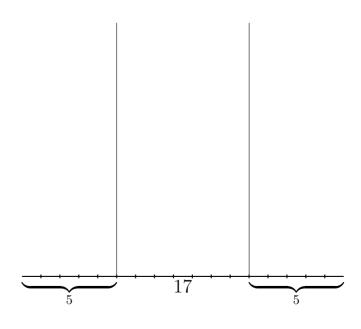
Длина высоты равна $\sqrt{13^2 - 5^2} =$



Решение.

Длина высоты равна
$$\sqrt{13^2 - 5^2} =$$

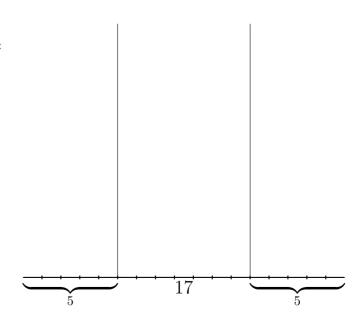
= $\sqrt{(13 - 5)(13 + 5)} =$



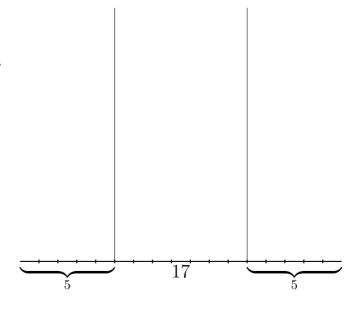
Решение.

Длина высоты равна
$$\sqrt{13^2 - 5^2} =$$

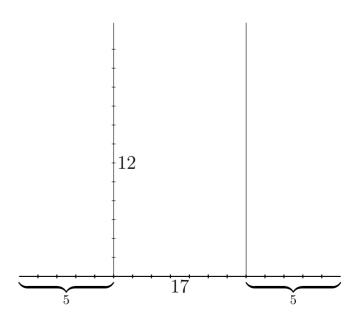
= $\sqrt{(13 - 5)(13 + 5)} = \sqrt{8 \cdot 18} =$



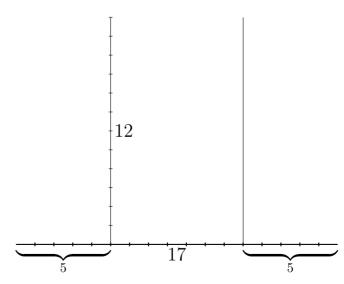
Решение.



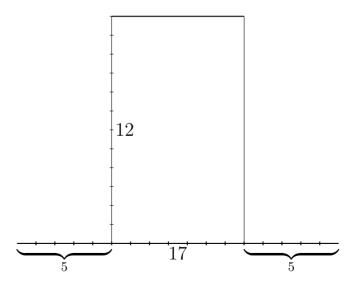
Решение.



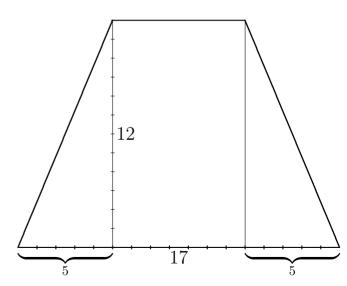
Решение.



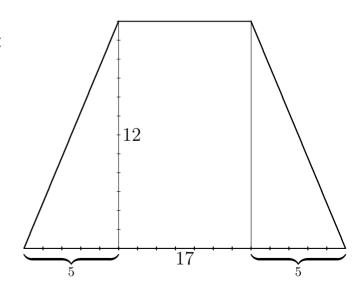
Решение.



Решение.

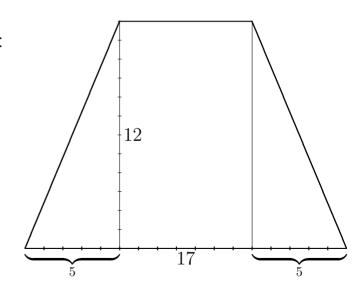


Решение.



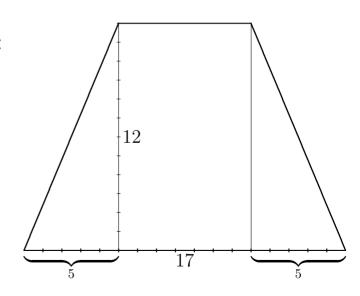
Решение.

$$S_{\square} =$$

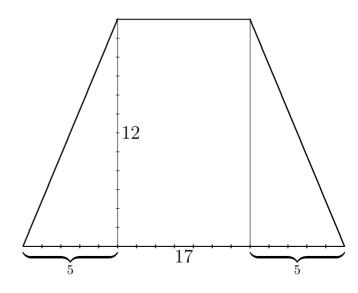


Решение.

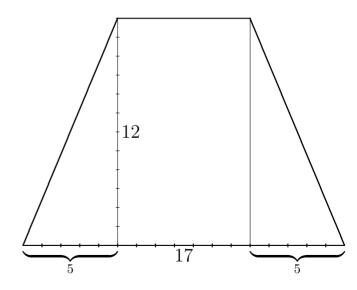
$$S_{\square} = S_{\text{трап}} =$$



Найдем длину стороны квадрата:
$$S_{\square} = S_{\text{трап}} = \frac{17+7}{2} \cdot 12 =$$



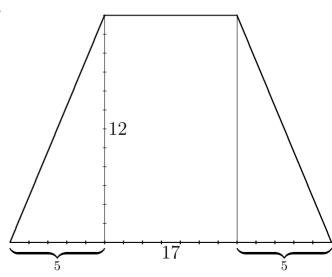
Найдем длину стороны квадрата:
$$S_{\square} = S_{\text{трап}} = \frac{17+7}{2} \cdot 12 = 12^2.$$



Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

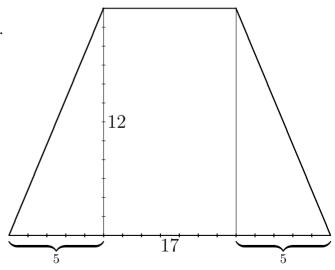
$$S_{\square} = S_{\text{трап}} = \frac{17 + 7}{2} \cdot 12 = 12^2.$$



Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Это совпадает с высотой трапеции.



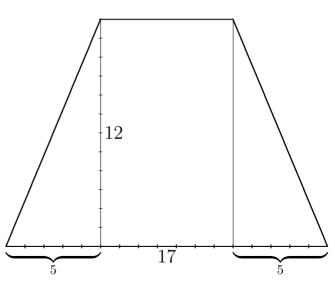
Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Это совпадает с высотой трапеции.

Теперь разрез и перекомпонов-

ка очевидны.



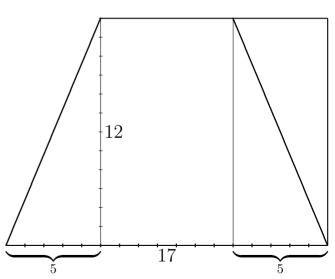
Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Это совпадает с высотой трапеции.

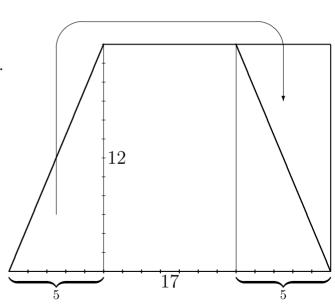
Теперь разрез и перекомпонов-

ка очевидны.



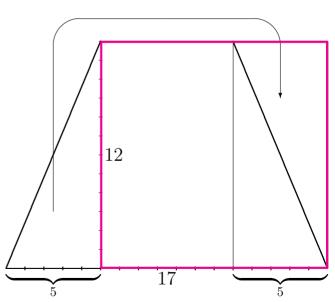
Решение.

Длина стороны квадрата равна 12. Это совпадает с высотой трапеции. Теперь разрез и перекомпонов-ка очевидны.



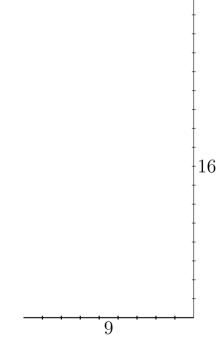
Решение.

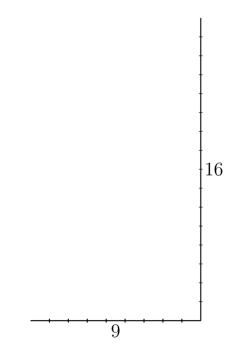
Длина стороны квадрата равна 12. Это совпадает с высотой трапеции. Теперь разрез и перекомпонов-ка очевидны.

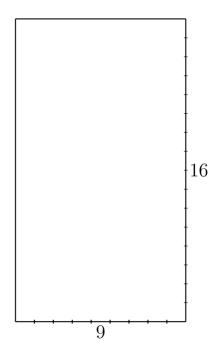


Решение.

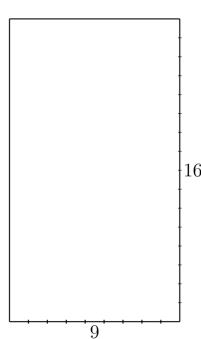
9





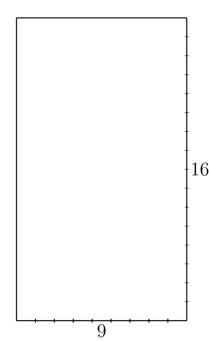


Решение.



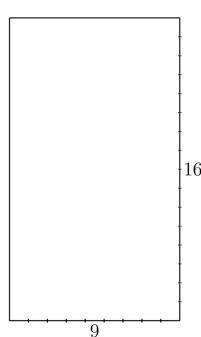
Решение.

$$S_{\square} =$$



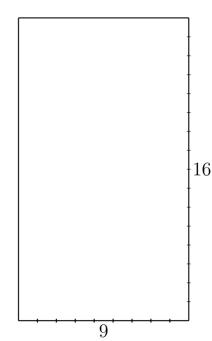
Решение.

$$S_{\square} = 9 \cdot 16 =$$



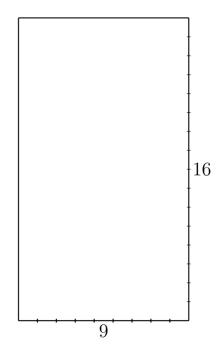
Решение.

$$S_{\Box} = 9 \cdot 16 = 3^2 \cdot 4^2 =$$



Решение.

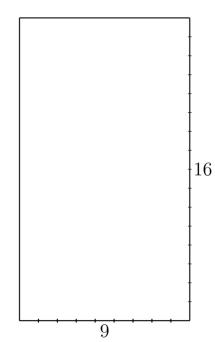
Найдем длину стороны квадрата: $S_{\square} = 9 \cdot 16 = 3^2 \cdot 4^2 = 12^2$.



Решение.

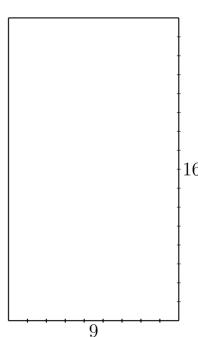
Длина стороны квадрата равна 12.

$$S_{\square} = 9 \cdot 16 = 3^2 \cdot 4^2 = 12^2.$$



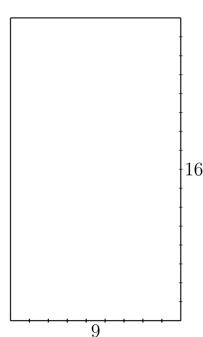
_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квадрата на



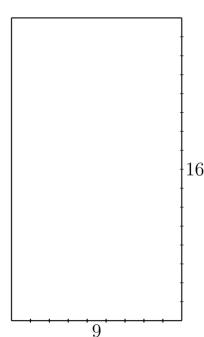
_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на



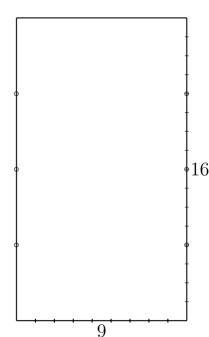
_ Решение.

Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.



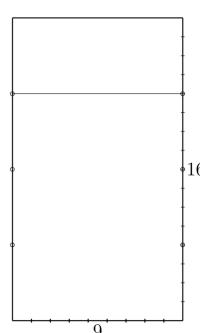
_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.



_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

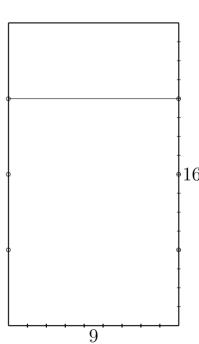


Решение.

Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

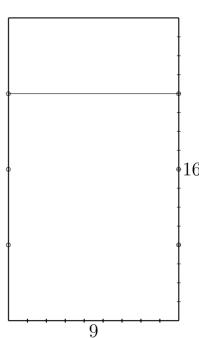
Короткая сторона меньше стороны

квадрата на



_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть. Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е.



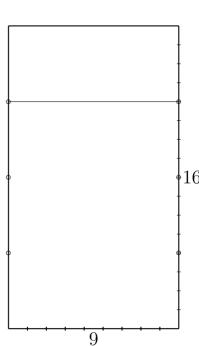
Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны

квадрата на 3, т.е. на треть.



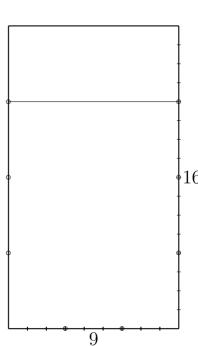
Решение.

Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квад-

рата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны

квадрата на 3, т.е. на треть.

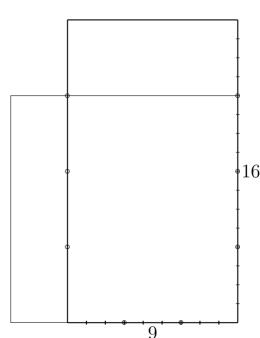


_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квад-

рата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

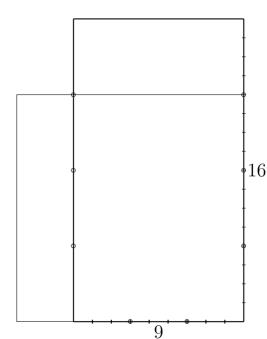


_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квад-

рата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

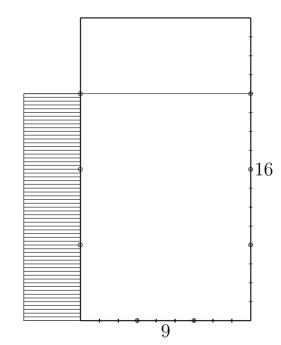


_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

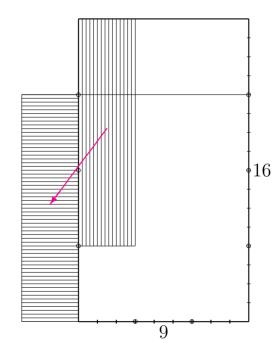


_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

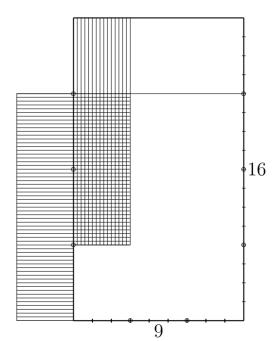


_ Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

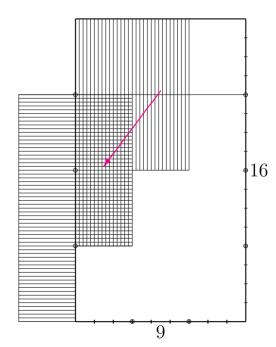


_ Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

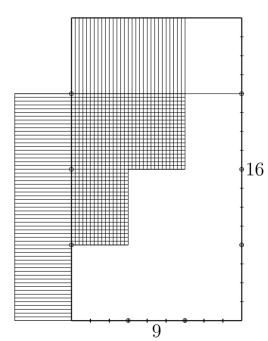


_ Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

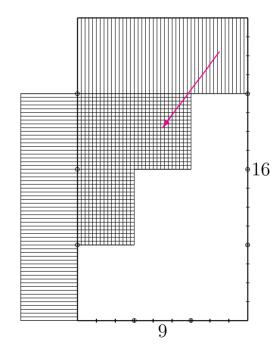


_ Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

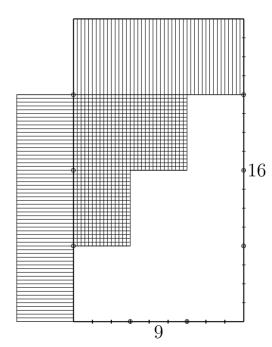
Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.



Решение. Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть. Короткая сторона меньше стороны

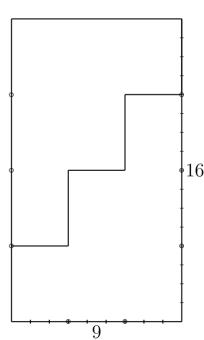
квадрата на 3, т.е. на треть.



_ Решение.

Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

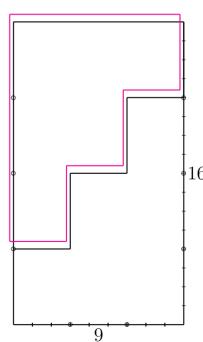


_ Решение.

Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квад-

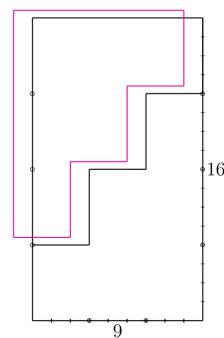
рата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.



_Решение.

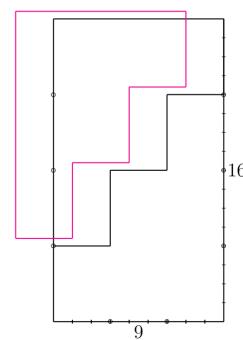
Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть. Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.



_ Решение.

Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

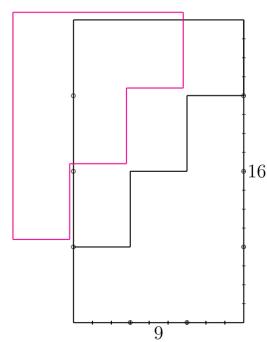


_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квад-

рата на 4, т.е. на четверть.

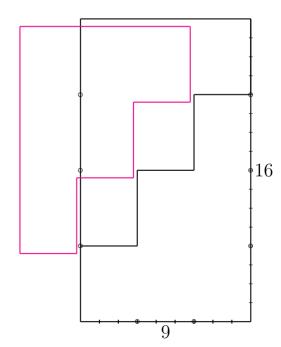
Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.



_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

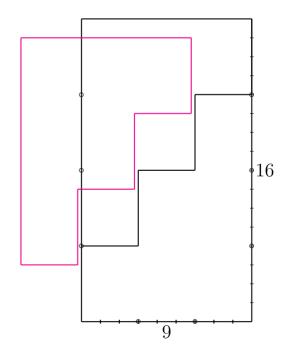


_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

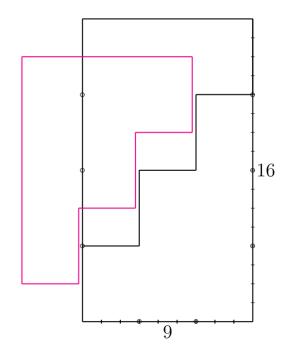


_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

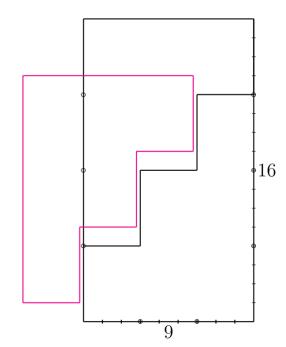


_ Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

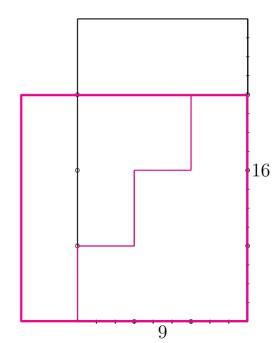


_ Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.



_Решение.

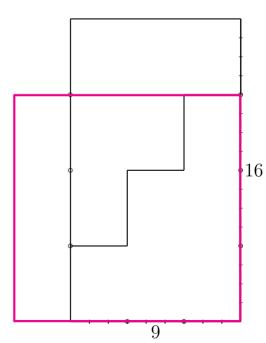
Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

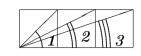
Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

Идея сделать рез ступенчатым.

Вернемся к лекции или рассмотрим другой пример?

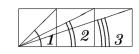


Пример 2. $Haŭ dume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$.



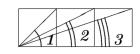
Геометрические решения.

Пример 2. $Haйdume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$.



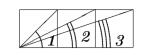
Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Пример 2. $Haйdume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$.



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

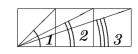
Все три угла выходят из одной точки.



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам ∠1, ∠2, ∠3 или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

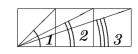
Все три угла выходят из одной точки.

Поэтому наиболее простым вариантом разложения угла в сумму данных углов является зеркальное отражение стороны одного из углов относительно другой стороны.



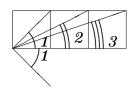
Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.



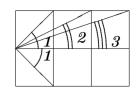
Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.



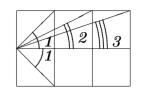
Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.



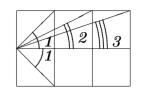
Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Сначала рассмотрим угол $\angle 1 + \angle 2$.

Пример 2. $Haйdume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$.

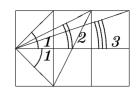


Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Сначала рассмотрим угол $\angle 1 + \angle 2$.

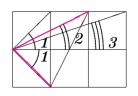


Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Сначала рассмотрим угол $\angle 1 + \angle 2$.



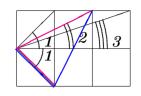
Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Сначала рассмотрим угол $\angle 1 + \angle 2$.

Пример 2. $Haйdume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$.

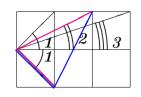


Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам ∠1, ∠2, ∠3 или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Сначала рассмотрим угол $\angle 1 + \angle 2$.



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

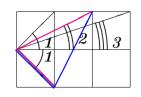
Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Сначала рассмотрим угол $\angle 1 + \angle 2$.

Надо бы получивший угол $\angle 1 + \angle 2$ включить в треугольник.

Треугольник с «цветными сторонами» является равнобедренным.



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

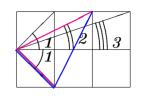
Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Сначала рассмотрим угол $\angle 1 + \angle 2$.

Надо бы получивший угол $\angle 1 + \angle 2$ включить в треугольник.

Треугольник с «цветными сторонами» является равнобедренным.



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам ∠1, ∠2, ∠3 или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

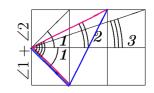
Начнем с угла ∠1.

Сначала рассмотрим угол $\angle 1 + \angle 2$.

Надо бы получивший угол $\angle 1 + \angle 2$ включить в треугольник.

Треугольник с «цветными сторонами» является равнобедренным.

Значит, углы при его основании равны.



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам ∠1, ∠2, ∠3 или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

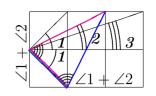
Начнем с угла ∠1.

Сначала рассмотрим угол $\angle 1 + \angle 2$.

Надо бы получивший угол $\angle 1 + \angle 2$ включить в треугольник.

Треугольник с «цветными сторонами» является равнобедренным.

Значит, углы при его основании равны.



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам ∠1, ∠2, ∠3 или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

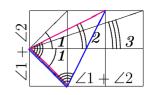
Начнем с угла ∠1.

Сначала рассмотрим угол $\angle 1 + \angle 2$.

Надо бы получивший угол $\angle 1 + \angle 2$ включить в треугольник.

Треугольник с «цветными сторонами» является равнобедренным.

Значит, углы при его основании равны.



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам ∠1, ∠2, ∠3 или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

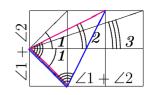
Сначала рассмотрим угол $\angle 1 + \angle 2$.

Надо бы получивший угол $\angle 1 + \angle 2$ включить в треугольник.

Треугольник с «цветными сторонами» является равнобедренным.

Значит, углы при его основании равны.

Увы, непонятно, что делать дальше.



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам ∠1, ∠2, ∠3 или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Сначала рассмотрим угол $\angle 1 + \angle 2$.

Надо бы получивший угол $\angle 1 + \angle 2$ включить в треугольник.

Треугольник с «цветными сторонами» является равнобедренным.

Значит, углы при его основании равны.

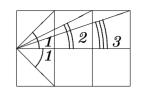
Попробуем иначе.



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

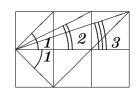
Начнем с угла ∠1.



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам ∠1, ∠2, ∠3 или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

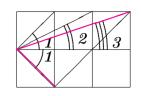
Начнем с угла ∠1.



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам ∠1, ∠2, ∠3 или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

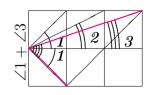
Начнем с угла ∠1.



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

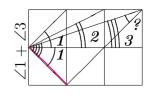
Начнем с угла ∠1.



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

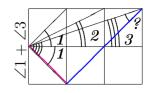
Начнем с угла ∠1.



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

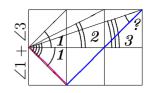
Начнем с угла ∠1.



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.



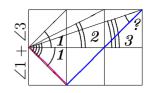
Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Теперь построим угол $\angle 1 + \angle 3$.

Тангенс угла, обозначенного знаком вопроса равен



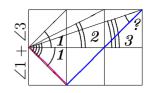
Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Теперь построим угол $\angle 1 + \angle 3$.

Тангенс угла, обозначенного знаком вопроса равен $\frac{1}{2}$, как и тангенс угла



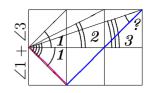
Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Теперь построим угол $\angle 1 + \angle 3$.

Тангенс угла, обозначенного знаком вопроса равен $\frac{1}{2}$, как и тангенс угла $\angle 2$.



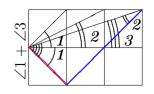
Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Теперь построим угол $\angle 1 + \angle 3$.

Сумма углов треугольника с «цветными катетами» равна π , поэтому



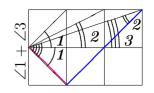
Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Теперь построим угол $\angle 1 + \angle 3$.

Сумма углов треугольника с «цветными катетами» равна π , поэтому



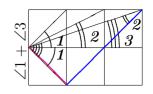
Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Теперь построим угол $\angle 1 + \angle 3$.

Сумма углов треугольника с «цветными катетами» равна π , поэтому $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 =$



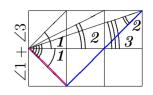
Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Теперь построим угол $\angle 1 + \angle 3$.

Сумма углов треугольника с «цветными катетами» равна π , поэтому $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \pi - \frac{\pi}{2} =$



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

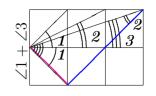
Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Теперь построим угол $\angle 1 + \angle 3$.

Сумма углов треугольника с «цветными катетами» равна π , поэтому $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$.

Omeem:
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$$
.



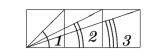
Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Теперь построим угол $\angle 1 + \angle 3$.

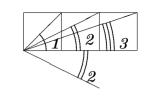
Сумма углов треугольника с «цветными катетами» равна π , поэтому $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$.



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

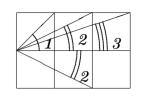
Теперь «отразим» $\angle 2$.



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

их углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п. Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим» ∠2.

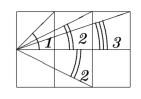


Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим» $\angle 2$.

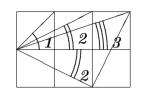
Omsem:
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$$



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

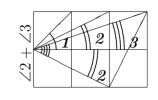
Все три угла выходят из одной точки.

Omsem:
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$$



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

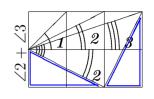
Все три угла выходят из одной точки.



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

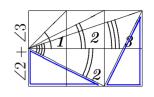
Пример 2.
$$Haй dume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$$
.
Omeem: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$.



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Omeem:
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$$
.

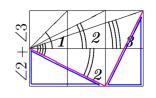


Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим» $\angle 2$. Включим $\angle 2 + \angle 3$ в треугольник.

Omeem:
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$$
.

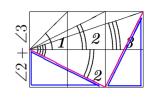


Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам ∠1, ∠2, ∠3 или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим» $\angle 2$. Включим $\angle 2 + \angle 3$ в треугольник.

Omeem:
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$$
.



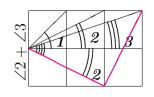
Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим» $\angle 2$. Включим $\angle 2 + \angle 3$ в треугольник.

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 =$$

Omeem:
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$$
.



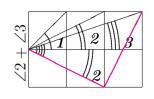
Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим» $\angle 2$. Включим $\angle 2 + \angle 3$ в треугольник.

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 =$$

Пример 2.
$$Haй dume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$$
.
Omeem: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$.



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

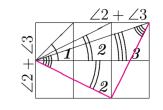
Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим» $\angle 2$. Включим $\angle 2 + \angle 3$ в треугольник.

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4} + \angle 2 + \angle 3 =$$

Пример 2.
$$Ha\ddot{u}\partial ume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$$
.

Пример 2.
$$Haй dume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$$
.
Omeem: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$.



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

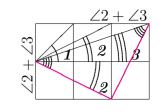
Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим» $\angle 2$. Включим $\angle 2 + \angle 3$ в треугольник.

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4} + \angle 2 + \angle 3 =$$

Пример 2.
$$Ha\ddot{u}\partial ume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$$
.

Пример 2.
$$Haй\partial ume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$$
. $Omeom: \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$.



Все три угла выходят из одной точки.

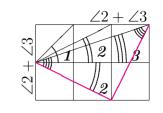
Теперь «отразим» $\angle 2$. Включим $\angle 2 + \angle 3$ в треугольник.

Из равенства «синих прямоугольных треугольников» следует, что треугольник с острым углом $\angle 2 + \angle 3$ является прямоугольным и равнобедренным.

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4} + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \left(\pi - \frac{\pi}{2} \right) =$$

Пример 2.
$$Ha\ddot{u}\partial ume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$$
.

Пример 2.
$$Haй\partial ume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$$
.
Omeem: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$.



Все три угла выходят из одной точки.

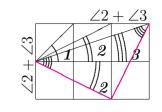
Теперь «отразим» $\angle 2$. Включим $\angle 2 + \angle 3$ в треугольник.

Из равенства «синих прямоугольных треугольников» следует, что треугольник с острым углом $\angle 2 + \angle 3$ является прямоугольным и равнобедренным.

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4} + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \left(\pi - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{\pi}{2}.$$

Пример 2.
$$Ha\ddot{u}\partial ume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$$
.

Пример 2.
$$Haй\partial ume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$$
.
Omeem: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$.



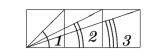
Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим» $\angle 2$. Включим $\angle 2 + \angle 3$ в треугольник.

Из равенства «синих прямоугольных треугольников» следует, что треугольник с острым углом $\angle 2 + \angle 3$ является прямоугольным и равнобедренным.

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4} + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \left(\pi - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{\pi}{2}.$$

Пример 2. $Haй dume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$. *Omeem:* $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$.

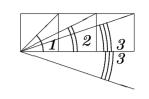


Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим» ∠3.

Пример 2. $Haй dume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$. *Omeem:* $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$.

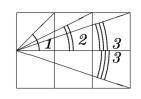


Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим» ∠3.

Пример 2. $Haй\partial ume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$. $Omegm: \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$.

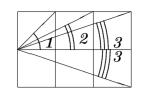


Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам ∠1, ∠2, ∠3 или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим» ∠3.

Omeem:
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$$
.



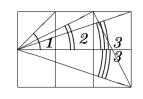
Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим» ∠3.

Включим $\angle 3 + \angle 2$ в треугольник.

Omeem:
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$$
.



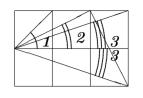
Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим» ∠3.

Включим $\angle 3 + \angle 2$ в треугольник.

Пример 2.
$$Haй dume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$$
.
Omeem: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$.



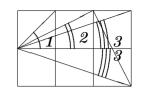
Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим» ∠3.

Включим $\angle 3 + \angle 2$ в треугольник.

Рисунок симметричен рисунку, уже рассматривавшемуся ранее.

Omeem:
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$$
.



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

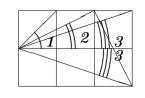
Теперь «отразим» ∠3.

Включим $\angle 3 + \angle 2$ в треугольник.

Рисунок симметричен рисунку, уже рассматривавшемуся ранее.

Аналогична ситуация и с углом $\angle 3 + \angle 1$.

Omeem:
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$$
.



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим» ∠3.

Включим $\angle 3 + \angle 2$ в треугольник.

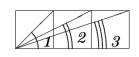
Рисунок симметричен рисунку, уже рассматривавшемуся ранее.

Аналогична ситуация и с углом $\angle 3 + \angle 1$.

Рассмотрим вычислительный вариант решения.

Пример 2. $Haй dume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$. *Omeem:* $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$.

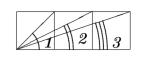
Omsem:
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$$



Пример 2. $Haй \partial ume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$. $Omeom: \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$.

Omeem:
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$$

$$\operatorname{tg}(\angle 2 + \angle 3) =$$



Пример 2. $Haй\partial ume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$. $Omegm: \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$.

$$tg(\angle 2 + \angle 3) = \frac{tg \angle 2 + tg \angle 3}{1 - tg \angle 2 \cdot tg \angle 3} =$$

Пример 2. $Haй dume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$. *Omeem:* $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$.

$$tg(\angle 2 + \angle 3) = \frac{tg\angle 2 + tg\angle 3}{1 - tg\angle 2 \cdot tg\angle 3} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} =$$

$$2 \sqrt{3}$$

Omeem: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$.

$$tg(\angle 2 + \angle 3) = \frac{tg \angle 2 + tg \angle 3}{1 - tg \angle 2 \cdot tg \angle 3} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}}$$

$$2 \sqrt{3}$$

Omeem: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$.

$$tg(\angle 2 + \angle 3) = \frac{tg\angle 2 + tg\angle 3}{1 - tg\angle 2 \cdot tg\angle 3} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = 1.$$

$$\frac{1}{2}$$
 $\frac{1}{3}$

Omeem: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$.

$$tg(\angle 2 + \angle 3) = \frac{tg\angle 2 + tg\angle 3}{1 - tg\angle 2 \cdot tg\angle 3} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = 1.$$

Значит,
$$\angle 2 + \angle 3 =$$

Omeem: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$.

$$tg(\angle 2 + \angle 3) = \frac{tg \angle 2 + tg \angle 3}{1 - tg \angle 2 \cdot tg \angle 3} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = 1.$$

Значит,
$$\angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4}$$
,

$$1$$
 2 3

Omeem: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$.

$$tg(\angle 2 + \angle 3) = \frac{tg \angle 2 + tg \angle 3}{1 - tg \angle 2 \cdot tg \angle 3} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = 1.$$

Значит,
$$\angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4}$$
, поэтому $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 =$

Omeem: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$.

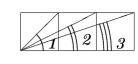
$$tg(\angle 2 + \angle 3) = \frac{tg \angle 2 + tg \angle 3}{1 - tg \angle 2 \cdot tg \angle 3} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = 1.$$

Значит,
$$\angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4}$$
, поэтому $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} =$

Omeem: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$.

$$tg(\angle 2 + \angle 3) = \frac{tg\angle 2 + tg\angle 3}{1 - tg\angle 2 \cdot tg\angle 3} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = 1.$$

Значит,
$$\angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4}$$
, поэтому $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$.



Omeem: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$.

Вычислительное решение.

$$tg(\angle 2 + \angle 3) = \frac{tg\angle 2 + tg\angle 3}{1 - tg\angle 2 \cdot tg\angle 3} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3+2}{6-1} = 1.$$

Значит,
$$\angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4}$$
, поэтому $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$.

Вернемся к лекции?

Спасибо за внимание!

Юрий Борисович Мельников



Моделирование. Геометрия. Типовые преобразования и комбинации геометрических фигур