# Юрий Борисович Мельников



# Моделирование. Геометрия. Механизм аппроксимирования

Екатеринбург, 2023

#### Оглавление

1. Инструкция к пособию	4
1.1. Механизм аппроксимирования	14
2. Подробнее о механизме аппроксимирования	29
2.1. Базовые ассоциации	30
2.1.1. Ассоциации: прямоугольный треугольник	37
2.1.2. Ассоциация: высота треугольника	71
2.1.3. Ассоциации: параллельные прямые	81
2.1.4. Ассоциации: площадь треугольника	95
2.1.5. Ассоциации: биссектриса угла	111
2.1.6. Ассоциации: медиана треугольника	118
Примор 1 пробразорания прамочто и нико в кранов од	
Пример 1 преобразования прямоугольника в квадрат од-	
ним разрезом	123

Пример 2 геометрического и аналитического вычисления суммы трех углов 252

Данная работа представлена в формате pdf и, следовательно, может использоваться на различных аппаратных и программных платформах.

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader версии 11 или DC.

Данная работа представлена в формате pdf и, следовательно, может использоваться на различных аппаратных и программных платформах.

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader версии 11 или DC.

Данная работа представлена в формате pdf и, следовательно, может использоваться на различных аппаратных и программных платформах.

В других программах встроенные скрипты могут не работать или работать некорректно.

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader версии 11 или DC.

Данная работа представлена в формате pdf и, следовательно, может использоваться на различных аппаратных и программных платформах.

Вернуться из презентации любой лекции и практического занятия к файлу 0000Spisok.pdf можно двумя способами:

во-первых, с титульного листа с помощью гиперссылки, отмеченной словосочетанием «электронного учебника» во фразе «Раздел электронного учебника»;

во-вторых, с последней страницы, по гиперссылке «Вернуться к списку презентаций».

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader версии 11 или DC.

В программе Adobe Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш Ctrl+L (т.е. одновременным нажатием клавиш «Ctrl» и «L»).

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader версии 11 или DC.

В программе Adobe Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш Ctrl+L (т.е. одновременным нажатием клавиш «Ctrl» и «L»).

Переход к следующему слайду или возвращение к предыдущему слайду осуществляется клавишами «Page Up» или «Page Down».

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader версии 11 или DC.

В программе Adobe Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш Ctrl+L (т.е. одновременным нажатием клавиш «Ctrl» и «L»).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука).

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader версии 11 или DC.

В программе Adobe Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш Ctrl+L (т.е. одновременным нажатием клавиш «Ctrl» и «L»).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука).

«Откат», т. е. отмена предыдущей команды (например, перехода по гиперссылке) осуществляется одновременным нажатием клавиш  $\mathsf{Alt}\ \mathsf{u} \leftarrow$ .

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader версии 11 или DC.

В программе Adobe Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш Ctrl+L (т.е. одновременным нажатием клавиш «Ctrl» и «L»).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука).

В случае, если два соседних слова выделены, допустим, синим цветом, но одно набрано обычным, а другое — полужирным шрифтом, то это означает, что переход по гиперссылкам осуществляется на различные мишени.

Механизм аппроксимирования должен обеспечить:

1) понимание текста задачи;

Рассмотрим пример?

- 1) понимание текста задачи;
- 2) помочь построить чертеж, иллюстрирующий текст задачи;

Механизм аппроксимирования должен обеспечить:

- 1) понимание текста задачи;
- 2) помочь построить чертеж, иллюстрирующий текст задачи;
- 3) способствовать построению эффективной **геометрической модели**;

Рассмотрим пример?

- 1) понимание текста задачи;
- 2) помочь построить чертеж, иллюстрирующий текст задачи;
- 3) способствовать построению эффективной **геометрической модели**;
- 4) определить ресурсы, доступные для решения задачи;

- 1) понимание текста задачи;
- 2) помочь построить чертеж, иллюстрирующий текст задачи;
- 3) способствовать построению эффективной **геометрической модели**;
- 4) определить ресурсы, доступные для решения задачи;
- 5) создать новые ресурсы за счет анализа и обогащения геометрической модели;

- 1) понимание текста задачи;
- 2) помочь построить чертеж, иллюстрирующий текст задачи;
- 3) способствовать построению эффективной **геометрической модели**;
- 4) определить ресурсы, доступные для решения задачи;
- 5) создать новые ресурсы за счет анализа и обогащения геометрической модели;
- 6) помочь преобразовать геометрическую модель в систему уравнений и неравенств;

- 1) понимание текста задачи;
- 2) помочь построить чертеж, иллюстрирующий текст задачи;
- 3) способствовать построению эффективной **геометрической модели**;
- 4) определить ресурсы, доступные для решения задачи;
- 5) создать новые ресурсы за счет анализа и обогащения геометрической модели;
- 6) **помочь преобразовать** геометрическую модель в систему уравнений и неравенств;
- 7) создать план решения задачи.

К механизму аппроксимирования для построения геометрических фигур мы относим систему стратегий:

К механизму аппроксимирования для построения геометрических фигур мы относим систему стратегий:

стратегию построения чертежа, иллюстрирующего текст;

К механизму аппроксимирования для построения геометрических фигур мы относим систему стратегий:

стратегию построения чертежа, иллюстрирующего текст; стратегию обогащения чертежа;

К механизму аппроксимирования для построения геометрических фигур мы относим систему стратегий:

стратегию построения чертежа, иллюстрирующего текст; стратегию обогащения чертежа; стратегию оценивания адекватности чертежа;

К механизму аппроксимирования для построения геометрических фигур мы относим систему стратегий:

стратегию построения чертежа, иллюстрирующего текст; стратегию обогащения чертежа; стратегию оценивания адекватности чертежа; стратегию рутинного проектирования;

К механизму аппроксимирования для построения геометрических фигур мы относим систему стратегий:

стратегию построения чертежа, иллюстрирующего текст; стратегию обогащения чертежа; стратегию оценивания адекватности чертежа; стратегию рутинного проектирования; стратегию рутинной исследовательской деятельности.

К механизму аппроксимирования для построения геометрических фигур мы относим систему стратегий:

стратегию построения чертежа, иллюстрирующего текст; стратегию обогащения чертежа; стратегию оценивания адекватности чертежа; стратегию рутинного проектирования; стратегию рутинной исследовательской деятельности.

Эти стратегии мы рассмотрим позже.

2. Подробнее о механизме аппроксимирования

В геометрии важным компонентом механизма аппроксимирования, как составляющей алгебраического подхода к построению геометрической модели, является система базовых ассоциаций с некоторыми конфигурациями геометрических фигур.

I) Ассоциации с прямоугольным треугольником.

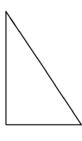
- I) Ассоциации с прямоугольным треугольником.
- II) Ассоциации с высотой треугольника.

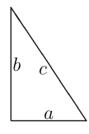
- I) Ассоциации с прямоугольным треугольником.
- II) Ассоциации с высотой треугольника.
- III) Ассоциации с параллельными прямыми.

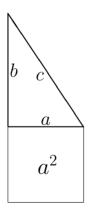
- I) Ассоциации с прямоугольным треугольником.
- II) Ассоциации с высотой треугольника.
- III) Ассоциации с параллельными прямыми.
- IV) Ассоциации с площадью треугольника.

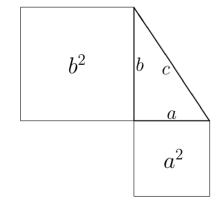
- I) Ассоциации с прямоугольным треугольником.
- II) Ассоциации с высотой треугольника.
- III) Ассоциации с параллельными прямыми.
- IV) Ассоциации с площадью треугольника.
- V) Ассоциации с биссектрисой треугольника.

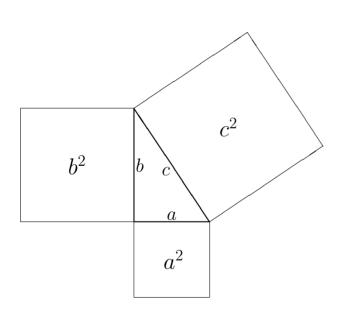
- I) Ассоциации с прямоугольным треугольником.
- II) Ассоциации с высотой треугольника.
- III) **Ассоциации** с параллельными прямыми.
- IV) Ассоциации с площадью треугольника.
- V) Ассоциации с биссектрисой треугольника.
- VI) Ассоциации с медианой треугольника.

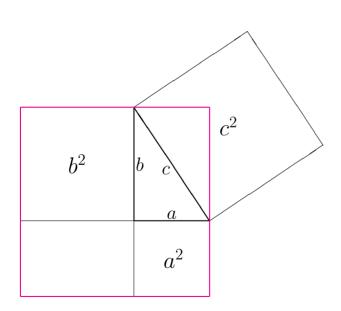


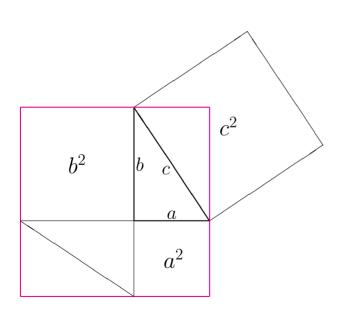


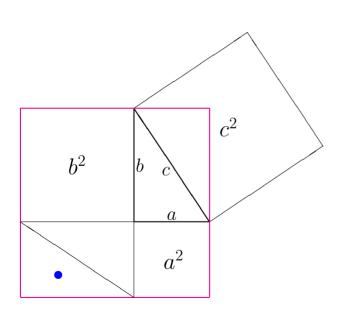


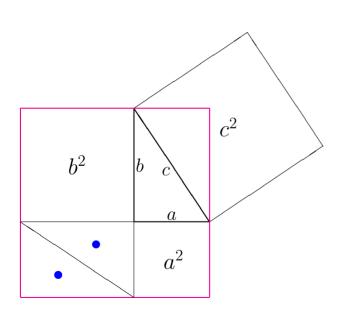


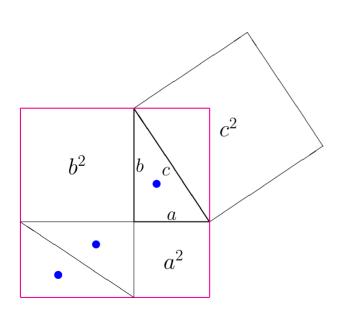


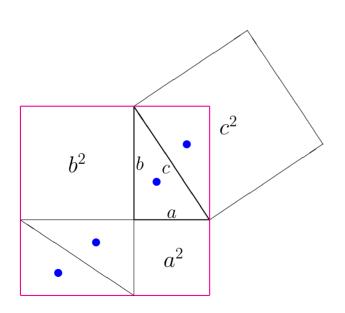


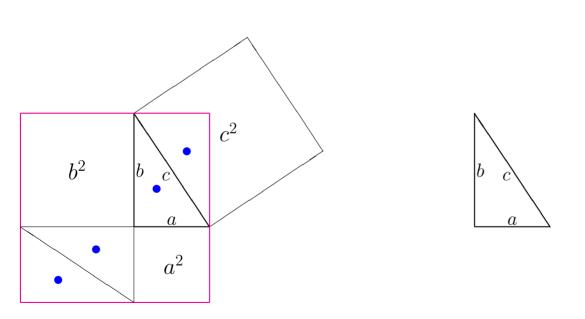


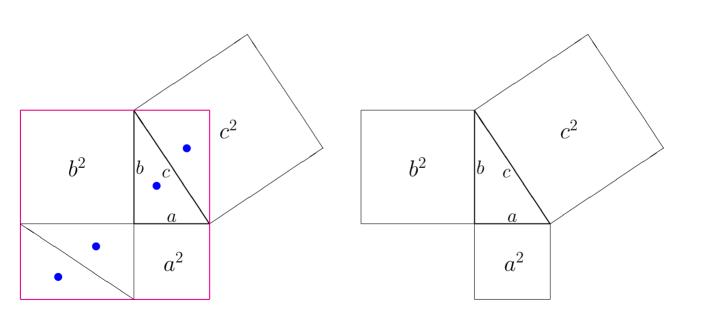


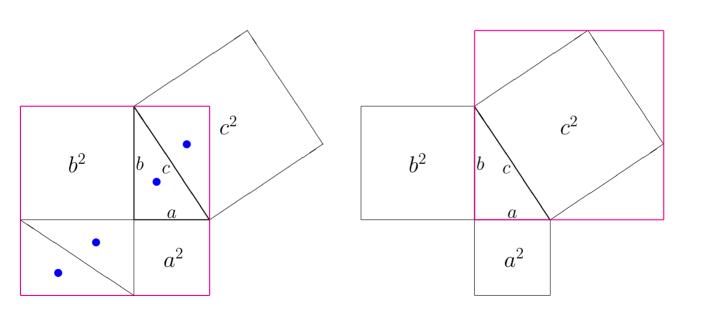


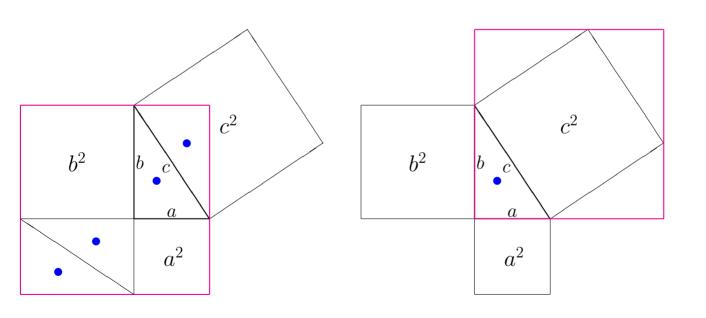


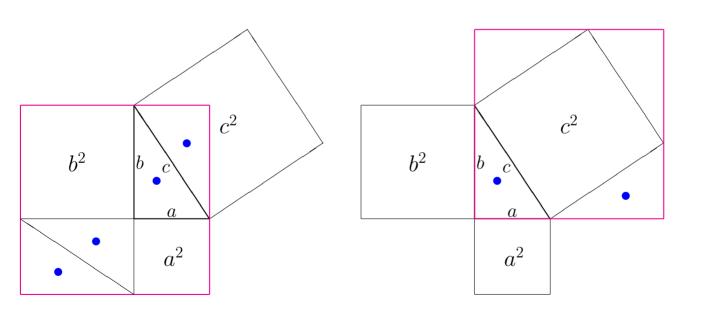


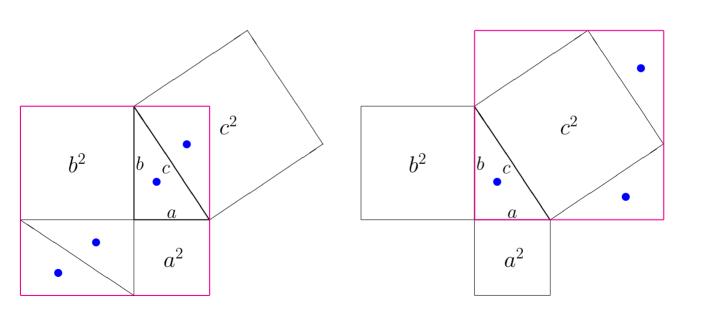


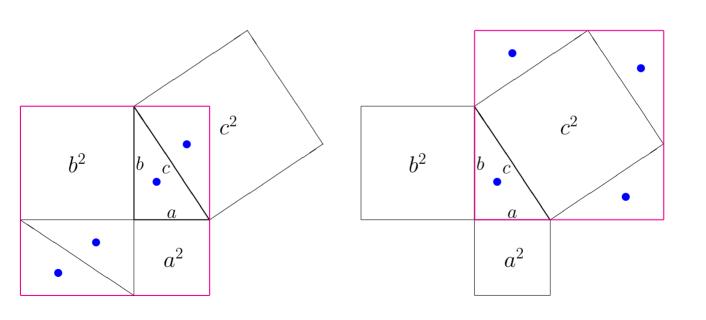




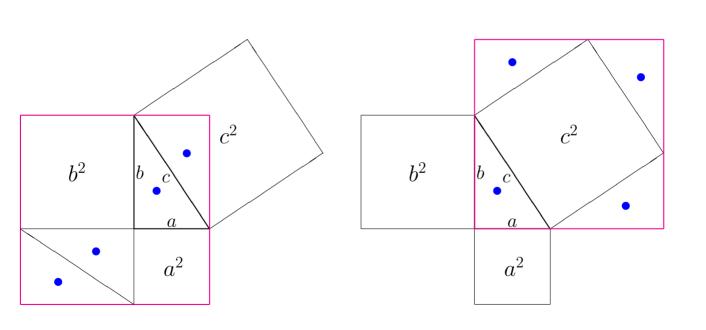




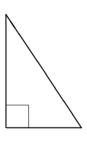




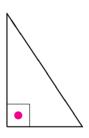
1) Теорема Пифагора;



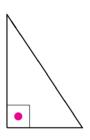
1) Теорема Пифагора;



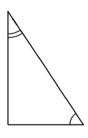
1) Теорема Пифагора;



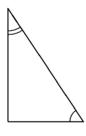
- 1) Теорема Пифагора;
- 2) прямой угол;



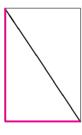
- 1) Теорема Пифагора;
- 2) прямой угол;



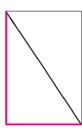
- 1) Теорема Пифагора;
- 2) прямой угол; 3) тригонометрия (sin, cos, tg, arcsin, arccos, arctg).



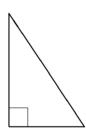
- 1) Теорема Пифагора;
- 2) прямой угол; 3) тригонометрия (sin, cos, tg, arcsin, arccos, arctg).



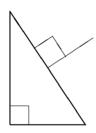
- 1) Теорема Пифагора;
- 2) прямой угол; 3) тригонометрия (sin, cos, tg, arcsin, arccos, arctg).
- 4) площадь треугольника (половина произведения длин катетов).



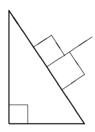
- 1) Теорема Пифагора;
- 2) прямой угол; 3) тригонометрия (sin, cos, tg, arcsin, arccos, arctg).
- 4) площадь треугольника (половина произведения длин катетов).



- 1) Теорема Пифагора;
- 2) прямой угол; 3) тригонометрия (sin, cos, tg, arcsin, arccos, arctg).
- 4) площадь треугольника (половина произведения длин катетов).



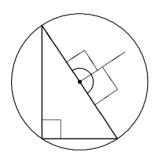
- 1) Теорема Пифагора;
- 2) прямой угол; 3) тригонометрия (sin, cos, tg, arcsin, arccos, arctg).
- 4) площадь треугольника (половина произведения длин катетов).



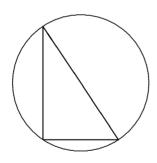
- 1) Теорема Пифагора;
- 2) прямой угол; 3) тригонометрия (sin, cos, tg, arcsin, arccos, arctg).
- 4) площадь треугольника (половина произведения длин катетов).



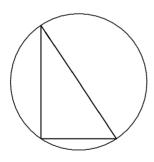
- 1) Теорема Пифагора;
- 2) прямой угол; 3) тригонометрия (sin, cos, tg, arcsin, arccos, arctg).
- 4) площадь треугольника (половина произведения длин катетов).



- 1) Теорема Пифагора;
- 2) прямой угол; 3) тригонометрия (sin, cos, tg, arcsin, arccos, arctg).
- 4) площадь треугольника (половина произведения длин катетов).

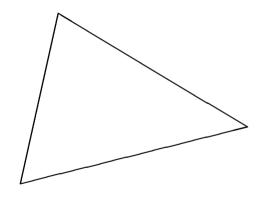


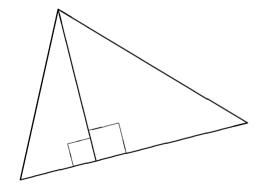
- 1) Теорема Пифагора;
- 2) прямой угол; 3) тригонометрия (sin, cos, tg, arcsin, arccos, arctg).
- 4) площадь треугольника (половина произведения длин катетов).
- 5) описанная окружность (ее центр на середине гипотенузы).



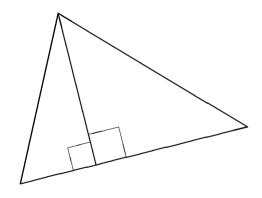
2.1.2. Ассоциация: высота треугольника

# 2.1.2. Ассоциация: высота треугольника

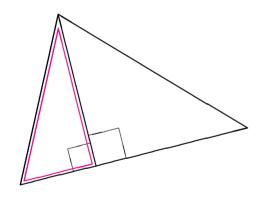




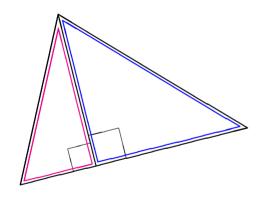
1) Площадь (треугольника, параллелограмма, трапеции).



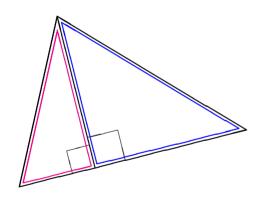
1) Площадь (треугольника, параллелограмма, трапеции).



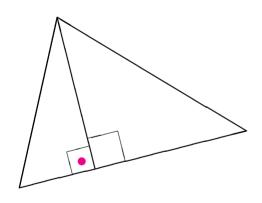
1) Площадь (треугольника, параллелограмма, трапеции).



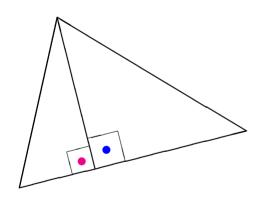
- 1) Площадь (треугольника, параллелограмма, трапеции).
- 2) Прямоугольные треугольники (в данном случае они еще и имеют общий катет).



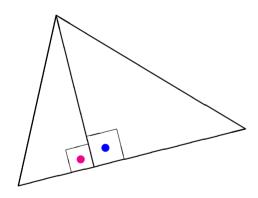
- 1) Площадь (треугольника, параллелограмма, трапеции).
- 2) Прямоугольные треугольники (в данном случае они еще и имеют общий катет).



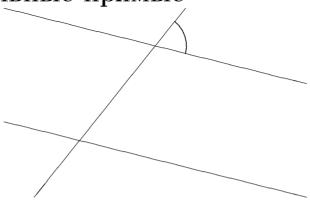
- 1) Площадь (треугольника, параллелограмма, трапеции).
- 2) Прямоугольные треугольники (в данном случае они еще и имеют общий катет).

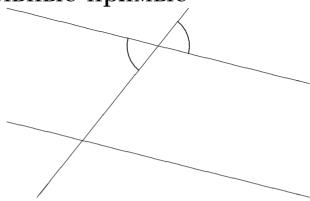


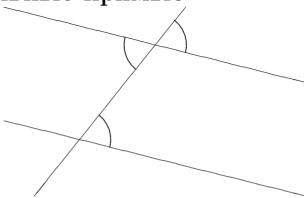
- 1) Площадь (треугольника, параллелограмма, трапеции).
- 2) Прямоугольные треугольники (в данном случае они еще и имеют общий катет).
- 3) Прямой угол.

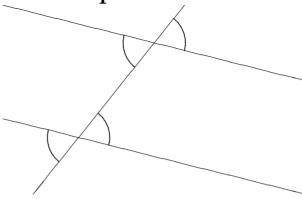


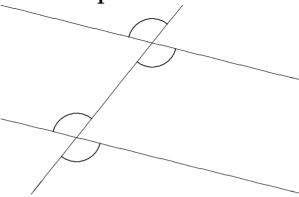


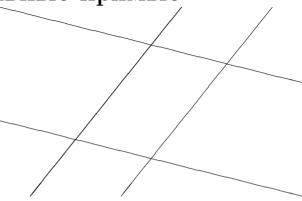




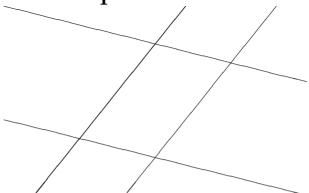




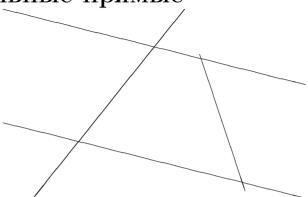




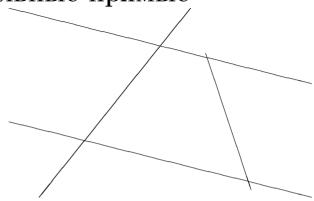
- 1) Равные углы.
- 2) Параллелограмм и



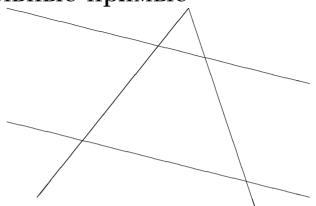
- 1) Равные углы.
- 2) Параллелограмм и



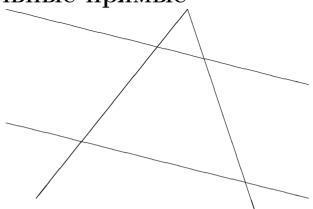
- 1) Равные углы.
- 2) Параллелограмм и трапеция.



- 1) Равные углы.
- 2) Параллелограмм и трапеция.

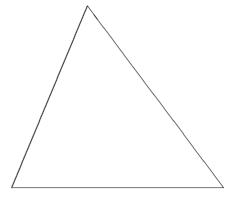


- 1) Равные углы.
- 2) Параллелограмм и трапеция.
- 3) Подобные треугольники.

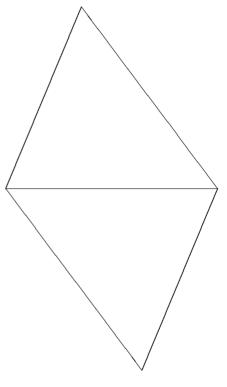


- 1) Равные углы.
- 2) Параллелограмм и трапеция.
- 3) Подобные треугольники.

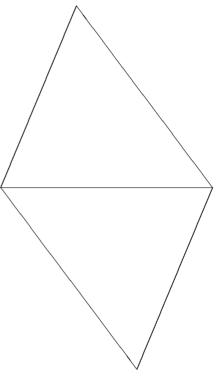
 $S_{\triangle} =$ 



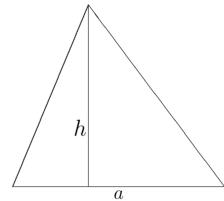
 $S_{\triangle} =$ 



$$S_{\triangle} = \frac{1}{2} S_{\Pi \text{арал-ма}} =$$

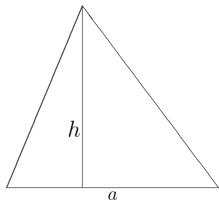


$$S_{\triangle} = \frac{1}{2} S_{\Pi \text{арал-ма}} =$$



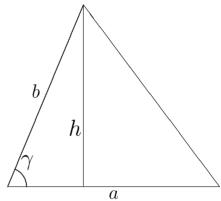
# **2.1.4.** Ассоциации: площадь треугольника $S_{\triangle} = \frac{1}{2} S_{\Pi \text{арал-ма}} = \frac{ah}{2} =$

$$S_{\triangle} = \frac{1}{2}S_{\Pi \text{арал-ма}} = \frac{ah}{2} =$$

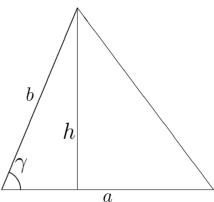


# **2.1.4.** Ассоциации: площадь треугольника $S_{\triangle} = \frac{1}{2} S_{\Pi \text{арал-ма}} = \frac{ah}{2} =$

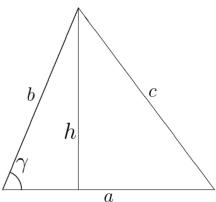
$$S_{\triangle} = \frac{1}{2}S_{\Pi \text{арал-ма}} = \frac{ah}{2} =$$



**2.1.4.** Ассоциации: площадь треугольника 
$$S_{\triangle} = \frac{1}{2} S_{\Pi \text{арал-ма}} = \frac{ah}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma =$$



**2.1.4.** Ассоциации: площадь треугольника 
$$S_{\triangle} = \frac{1}{2} S_{\Pi \text{арал-ма}} = \frac{ah}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma =$$

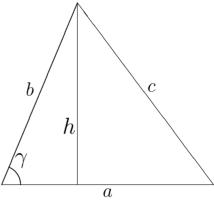


$$S_{\triangle} = \frac{1}{2} S_{\text{Парал-ма}} = \frac{ah}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma =$$

$$= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} =$$

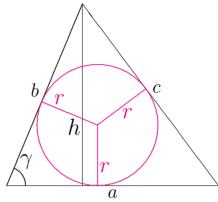
$$=\underbrace{\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}_{\text{формула Герона}} =$$

формула Герона здесь где  $p = \frac{a+b+c}{2}$  — полупериметр.



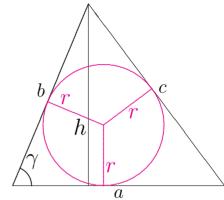
$$S_{\triangle} = \frac{1}{2} S_{\Pi \text{арал-ма}} = \frac{ah}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma =$$
$$= \underbrace{\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}} =$$

здесь где  $p = \frac{a+b+c}{2}$  — полупериметр.



$$S_{\triangle} = \frac{1}{2} S_{\Pi \text{арал-ма}} = \frac{ah}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma =$$
$$= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = pr =$$

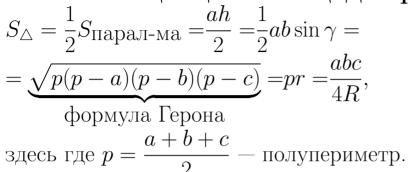
здесь где  $p = \frac{a+b+c}{2}$  — полупериметр.

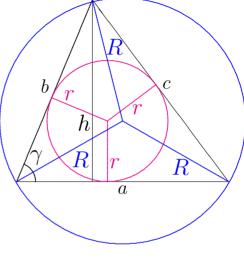


$$S_{\triangle} = \frac{1}{2}S_{\Pi \mathrm{apa}_{\square} - \mathrm{Ma}} = \frac{ah}{2} = \frac{1}{2}ab\sin\gamma =$$

$$S_{\triangle} = \frac{1}{2} S_{\Pi {
m apa_{J-Ma}}} = \frac{ar}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma =$$
 $= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = pr =$ 
формула Герона
здесь где  $p = \frac{a+b+c}{2}$  — полупериметр.

2.1.4. Ассоциации: площадь треугольника 
$$S_{\wedge} = \frac{1}{2} S_{\text{парал-ма}} = \frac{ah}{2\pi} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma = 0$$

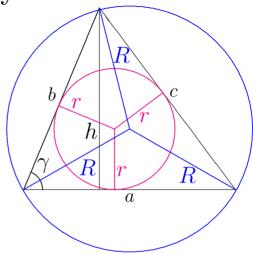




$$S_{\triangle} = \frac{1}{2} S_{\Pi \mathrm{арал-мa}} = \frac{ah}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma =$$

$$= \underbrace{\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}_{\text{формула Герона}} = pr = \frac{abc}{4R},$$

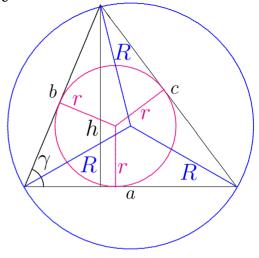
здесь где  $p = \frac{a+b+c}{2}$  — полупериметр.



Геометрические ассоциации:

## 2.1.4. Ассоциации: площадь треугольника

$$S_{\triangle} = rac{1}{2} S_{\Pi {
m apa}_{\Pi {
m -Ma}}} = rac{ah}{2} = rac{1}{2} ab \sin \gamma = \ = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = pr = rac{abc}{4R}, \ {
m формула \ \Gamma epoha}$$
 здесь где  $p = rac{a+b+c}{2}$  — полупериметр.



Геометрические ассоциации:

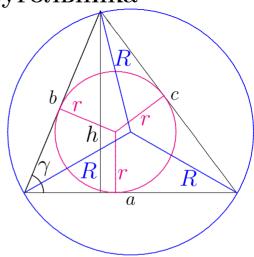
1) высота;

## 2.1.4. Ассоциации: площадь треугольника

$$S_{\triangle} = \frac{1}{2} S_{\Pi \text{арал-ма}} = \frac{ah}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma =$$

$$= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = pr = \frac{abc}{4R},$$
формула Герона
 $a+b+c$ 

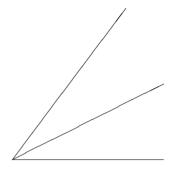
здесь где  $p = \frac{a+b+c}{2}$  — полупериметр.



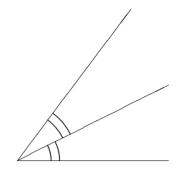
Геометрические ассоциации:

- 1) высота;
- 2) вписанная и описанная окружности.

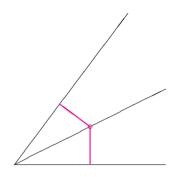
1) равные углы;



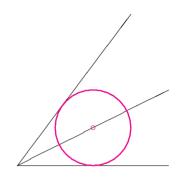
1) равные углы;



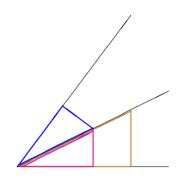
- 1) равные углы;
- 2) точки, равноудаленные от сторон угла;



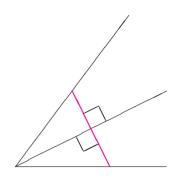
- 1) равные углы;
- 2) точки, равноудаленные от сторон угла;
- 3) центры окружностей, вписанных в угол;



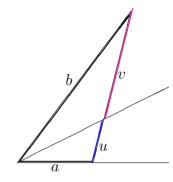
- 1) равные углы;
- 2) точки, равноудаленные от сторон угла;
- 3) центры окружностей, вписанных в угол;
- 4) равные и подобные треугольники.

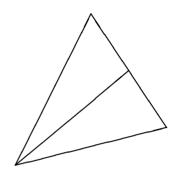


- 1) равные углы;
- 2) точки, равноудаленные от сторон угла;
- 3) центры окружностей, вписанных в угол;
- 4) равные и подобные треугольники.
- 5) перпендикуляр к биссектрисе;

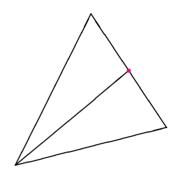


- 1) равные углы;
- 2) точки, равноудаленные от сторон угла;
- 3) центры окружностей, вписанных в угол;
- 4) равные и подобные треугольники.
- 5) перпендикуляр к биссектрисе;
- 6) пропорциональность длин:  $\frac{a}{b} = \frac{u}{v}$ .



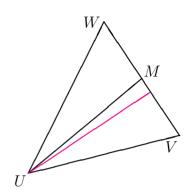


# 2.1.6. Ассоциации: медиана треугольника 1) середина отрезка, равные отрезки;



- 1) середина отрезка, равные отрезки;
- 2) равновеликие треугольники, общая высота:

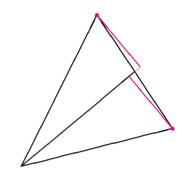
$$S_{\triangle UVM} = S_{\triangle UWM} = \frac{1}{2} S_{\triangle UVW};$$



- 1) середина отрезка, равные отрезки;
- 2) равновеликие треугольники, общая высота:

$$S_{\triangle UVM} = S_{\triangle UWM} = \frac{1}{2} S_{\triangle UVW};$$

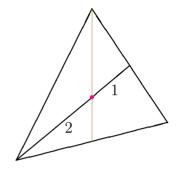
3) равные расстояния от вершин до медианы;



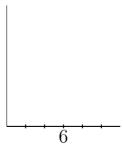
- 1) середина отрезка, равные отрезки;
- 2) равновеликие треугольники, общая высота:

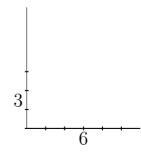
$$S_{\triangle UVM} = S_{\triangle UWM} = \frac{1}{2} S_{\triangle UVW};$$

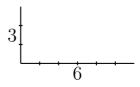
- 3) равные расстояния от вершин до медианы;
- 4) треть медианы.

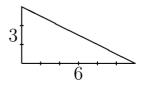


Пример 1. Проведя один разрез, собрать из образовавшихся частей фигуры квадрат для: **a**) прямоугольного треугольника с катетами длины 3 и 6; **b**) прямоугольной трапеции с основаниями длины 4 и 7, и высотой 5,5; **c**) равнобедренной трапеции с основаниями длины 17 и 7, и длиной боковой стороны 13; **d**) прямоугольника со сторонами 9 и 16.



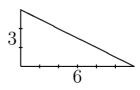






#### Решение.

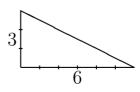
Сначала найдем длину L стороны квадрата.



#### Решение.

Сначала найдем длину L стороны квадрата.

Площадь требуемого квадрата, с одной стороны, равна

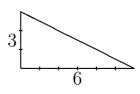


#### Решение.

Сначала найдем длину L стороны квадрата.

Площадь требуемого квадрата, с одной стороны, равна



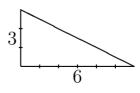


#### Решение.

Сначала найдем длину L стороны квадрата.

Площадь требуемого квадрата, с одной стороны, равна квадрату длины его стороны, с другой стороны,



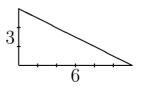


#### Решение.

Сначала найдем длину L стороны квадрата.

Площадь требуемого квадрата, с одной стороны, равна квадрату длины его стороны, с другой стороны,

$$()^2 = S_{\Box}$$

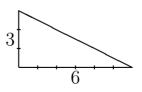


#### Решение.

Сначала найдем длину L стороны квадрата.

Площадь требуемого квадрата, с одной стороны, равна квадрату длины его стороны, с другой стороны,

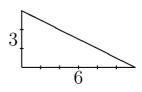
$$()^2 = S_{\square} =$$



#### Решение.

Сначала найдем длину L стороны квадрата.

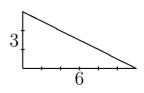
$$()^2 = S_{\Box} =$$



#### Решение.

Сначала найдем длину L стороны квадрата.

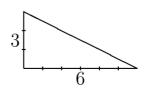
исходной фигуры. ( )<sup>2</sup>= 
$$S_{\square}$$
= $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 =$ 



#### Решение.

Сначала найдем длину L стороны квадрата.

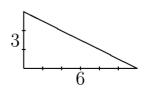
исходной фигуры. ( )
$$^2 = S_{\square} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 = 9.$$



#### Решение.

Сторона квадрата L = Сначала найдем длину L стороны квадрата.

исходной фигуры. 
$$(3)^2 = S_{\square} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 = 9.$$

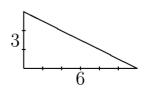


#### Решение.

Сторона квадрата L=3.

Сначала найдем длину L стороны квадрата.

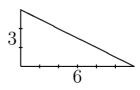
исходной фигуры. 
$$(3)^2 = S_{\square} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 = 9.$$



#### <sub>~</sub> Решение.

Сторона квадрата L=3.

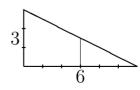
Искомый разрез очевиден.



#### Решение.

Сторона квадрата L=3.

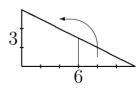
Искомый разрез очевиден.



## Решение.

Сторона квадрата L=3.

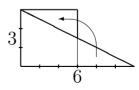
Искомый разрез очевиден.



### Решение.

Сторона квадрата L=3.

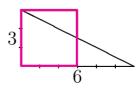
Искомый разрез очевиден.



## Решение.

Сторона квадрата L=3.

Искомый разрез очевиден.

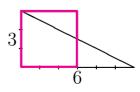


## <sub>е</sub> Решение.

Сторона квадрата L = 3.

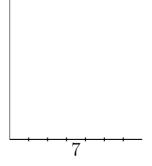
Искомый разрез очевиден.

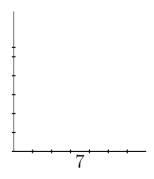
Ура!

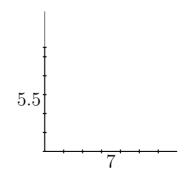


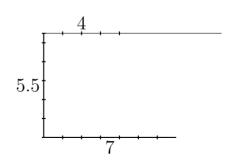
Решение.

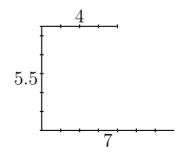
····<del>7</del>

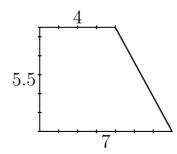






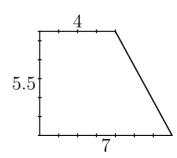






### Решение.

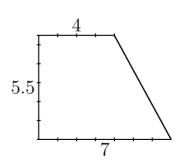
Сторона квадрата будет совпадать с той боковой стороной трапеции, которая перпендикулярна основанию.



### Решение.

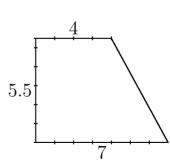
на быть равна

Сторона квадрата будет совпадать с той боковой стороной трапеции, которая перпендикулярна основанию. Значит, длина стороны квадрата долж-



#### Решение.

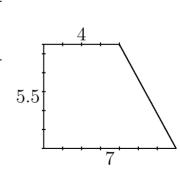
Сторона квадрата будет совпадать с той боковой стороной трапеции, которая перпендикулярна основанию. Значит, длина стороны квадрата должна быть равна 5,5.



#### Решение.

Сторона квадрата будет совпадать с той боковой стороной трапеции, которая перпендикулярна основанию. Значит, длина стороны квадрата должна быть равна 5,5.

Проверим: площадь требуемого квадрата, с одной стороны, равна



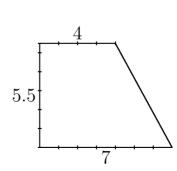
#### Решение.

Сторона квадрата будет совпадать с той боковой стороной трапеции, которая перпендикулярна основанию. Значит, длина стороны квадрата долж-

на быть равна 5,5.

Проверим: площадь требуемого квад-

рата, с одной стороны, равна  $5, 5^2$ ,



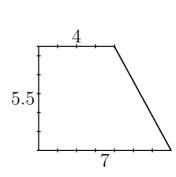
#### Решение.

Сторона квадрата будет совпадать с той боковой стороной трапеции, которая перпендикулярна основанию. Значит, длина стороны квадрата долж-

Проверим: площадь требуемого квадрата, с одной стороны, равна  $5,5^2$ ,

с другой стороны,

на быть равна 5,5.

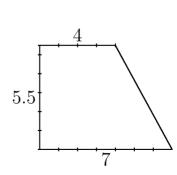


#### Решение.

Сторона квадрата будет совпадать с той боковой стороной трапеции, которая перпендикулярна основанию.

Значит, длина стороны квадрата должна быть равна 5,5.

Проверим: площадь требуемого квадрата, с одной стороны, равна  $5,5^2,$ 

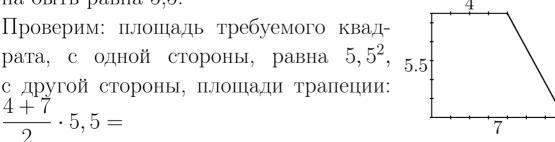


#### Решение.

Сторона квадрата будет совпадать с той боковой стороной трапеции, которая перпендикулярна основанию.

Значит, длина стороны квадрата должна быть равна 5,5.

Проверим: площадь требуемого квадрата, с одной стороны, равна  $5, 5^2$ ,

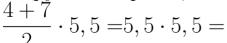


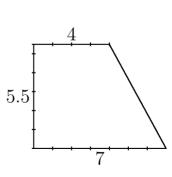
### Решение.

Сторона квадрата будет совпадать с той боковой стороной трапеции, которая перпендикулярна основанию.

Значит, длина стороны квадрата должна быть равна 5,5.

Проверим: площадь требуемого квадрата, с одной стороны, равна  $5,5^2,$ 



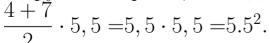


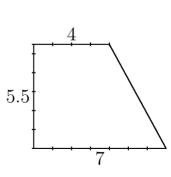
### Решение.

Сторона квадрата будет совпадать с той боковой стороной трапеции, которая перпендикулярна основанию.

Значит, длина стороны квадрата должна быть равна 5,5.

Проверим: площадь требуемого квадрата, с одной стороны, равна  $5,5^2,$ 





#### Решение.

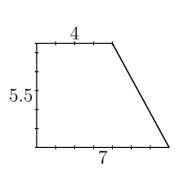
Сторона квадрата будет совпадать с той боковой стороной трапеции, которая перпендикулярна основанию.

Значит, длина стороны квадрата должна быть равна 5,5.

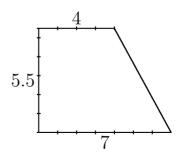
Проверим: площадь требуемого квадрата, с одной стороны, равна  $5,5^2,$ 

с другой стороны, площади трапеции:

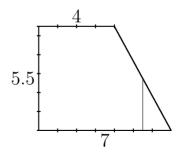
 $\frac{4+7}{2} \cdot 5, 5 = 5, 5 \cdot 5, 5 = 5.5^2$ . Совпало!

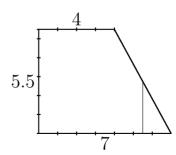


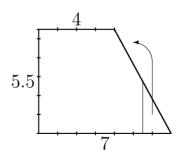
#### Решение. Проведем требуемый разрез

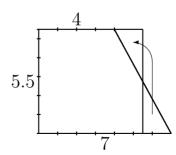


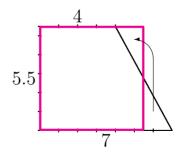
#### Решение. Проведем требуемый разрез











Решение.

17

Решение.

17

# \_\_Решение.

Найдем проекцию вершин меньшего основания на большее.

17

## Решение.

Найдем проекцию вершин меньшего основания на большее.

Разница длин равна

## \_\_Решение.

Найдем проекцию вершин меньшего основания на большее.

Разница длин равна 17 - 7 =

## Решение.

Найдем проекцию вершин меньшего основания на большее.

Разница длин равна 17 - 7 = 10.

### Решение.

Найдем проекцию вершин меньшего основания на большее.

Разница длин равна 17 - 7 = 10.

Значит, расстояние от вершины бо́льшего основания трапеции до проекции на него ближайшей вершины ме́ньшего ос-

нования, равно

### Решение.

Найдем проекцию вершин меньшего основания на большее.

Разница длин равна 17 - 7 = 10.

Значит, расстояние от вершины бо́льшего основания трапеции до проекции на него ближайшей вершины ме́ньшего основания, равно  $\frac{10}{2}$  =

## Решение.

Найдем проекцию вершин меньшего основания на большее.

Разница длин равна 17 - 7 = 10.

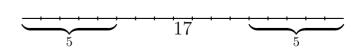
Значит, расстояние от вершины бо́льшего основания трапеции до проекции на него ближайшей вершины ме́ньшего основания, равно  $\frac{10}{2}$  =5.

### Решение.

Найдем проекцию вершин меньшего основания на большее.

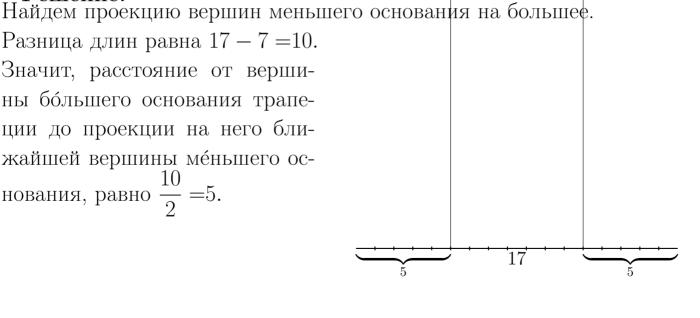
Разница длин равна 17 - 7 = 10.

Значит, расстояние от вершины бо́льшего основания трапеции до проекции на него ближайшей вершины ме́ньшего основания, равно  $\frac{10}{2}$  =5.



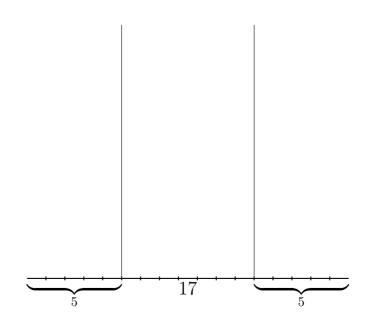
### Решение.

Разница длин равна 17 - 7 = 10. Значит, расстояние от вершины большего основания трапеции до проекции на него ближайшей вершины меньшего основания, равно  $\frac{10}{2} = 5$ .



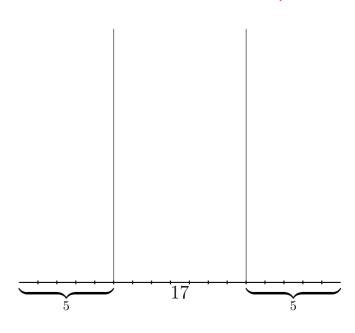
# Решение.

Длина высоты равна

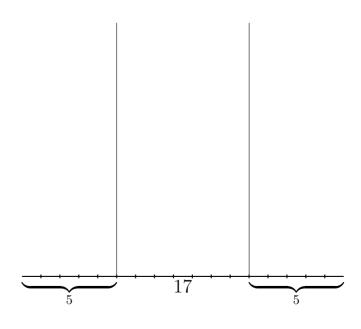


# Решение.

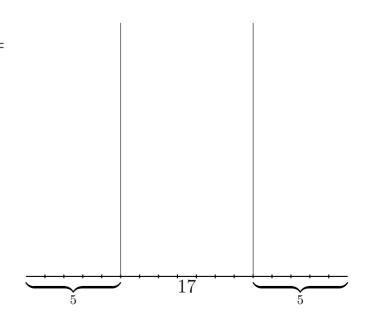
Длина высоты равна  $\sqrt{13^2 - 5^2} =$ 



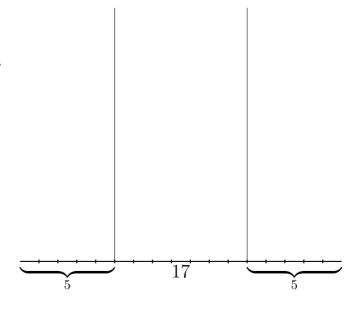
Длина высоты равна 
$$\sqrt{13^2 - 5^2} =$$
  
=  $\sqrt{(13 - 5)(13 + 5)} =$ 



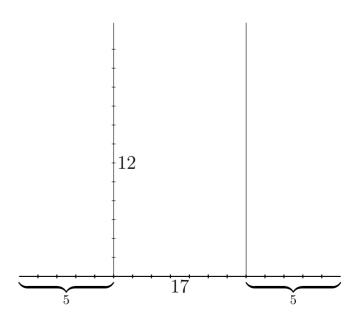
Длина высоты равна 
$$\sqrt{13^2 - 5^2} =$$
  
=  $\sqrt{(13 - 5)(13 + 5)} = \sqrt{8 \cdot 18} =$ 



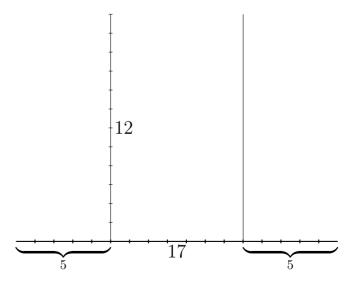
## Решение.



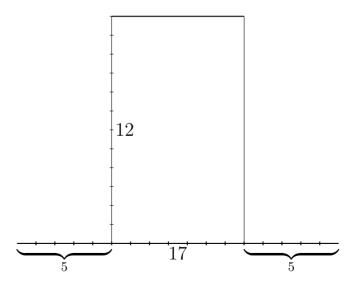
## Решение.



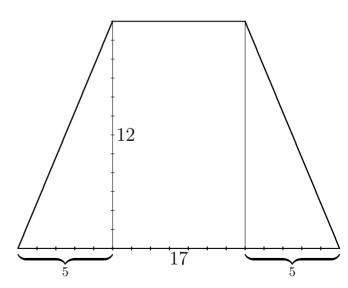
## Решение.



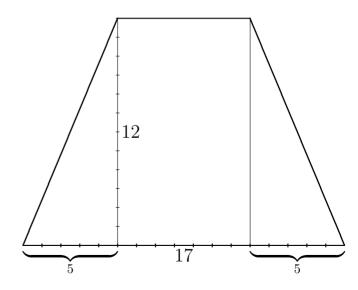
## Решение.



## Решение.

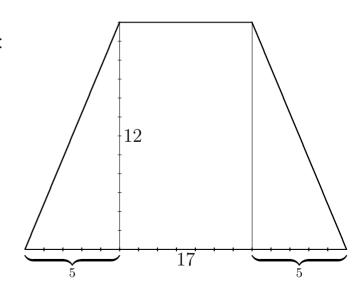


#### Решение.



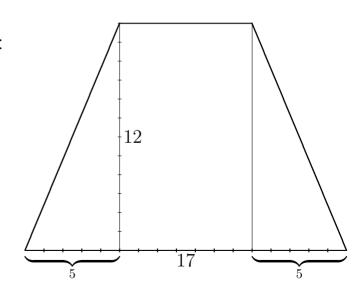
### Решение.

$$S_{\square} =$$

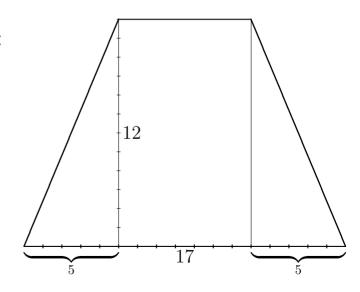


### Решение.

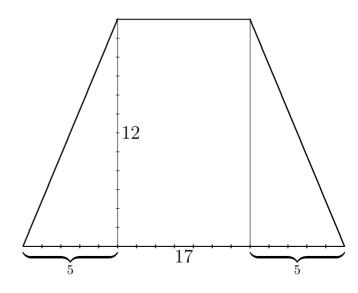
$$S_{\square} = S_{\text{трап}} =$$



Найдем длину стороны квадрата: 
$$S_{\square} = S_{\text{трап}} = \frac{17+7}{2} \cdot 12 =$$



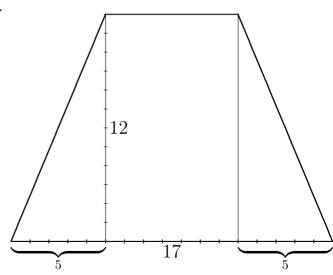
Найдем длину стороны квадрата: 
$$S_{\square} = S_{\text{трап}} = \frac{17+7}{2} \cdot 12 = 12^2.$$



## Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

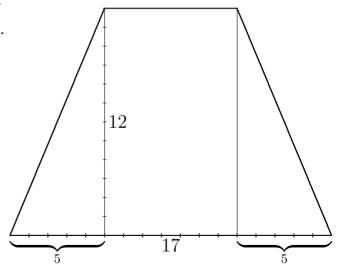
$$S_{\square} = S_{\text{трап}} = \frac{17 + 7}{2} \cdot 12 = 12^2.$$



## Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Это совпадает с высотой трапеции.



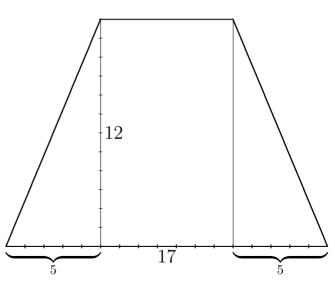
## Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Это совпадает с высотой трапеции.

Теперь разрез и перекомпонов-

ка очевидны.



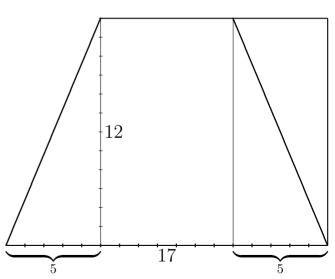
### Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Это совпадает с высотой трапеции.

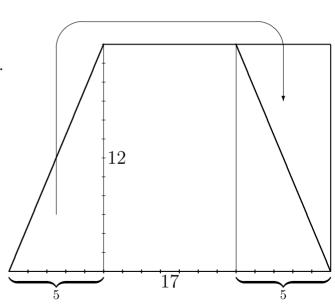
Теперь разрез и перекомпонов-

ка очевидны.



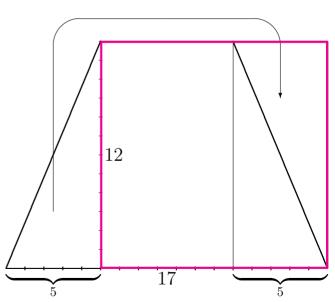
Решение.

Длина стороны квадрата равна 12. Это совпадает с высотой трапеции. Теперь разрез и перекомпонов-ка очевидны.



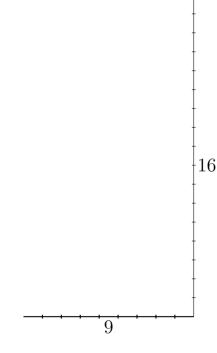
## Решение.

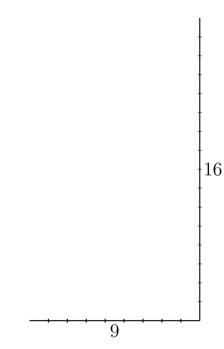
Длина стороны квадрата равна 12. Это совпадает с высотой трапеции. Теперь разрез и перекомпонов-ка очевидны.

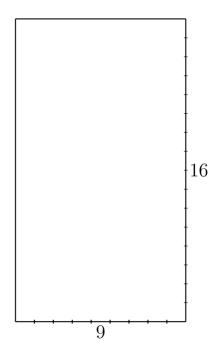


Решение.

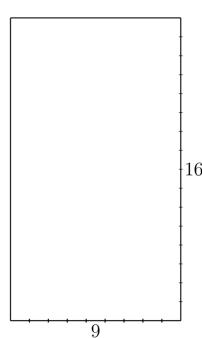
9





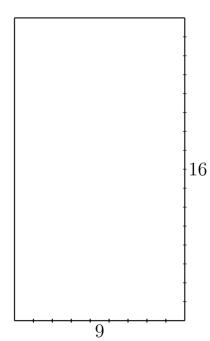


#### Решение.



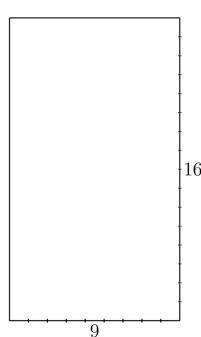
#### Решение.

$$S_{\square} =$$



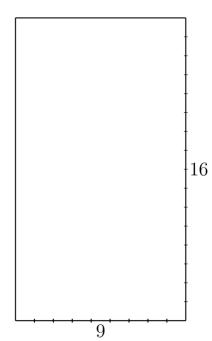
#### Решение.

$$S_{\square} = 9 \cdot 16 =$$



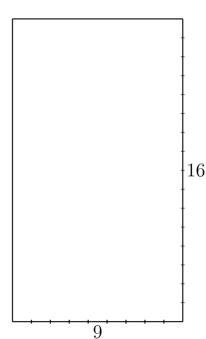
#### Решение.

$$S_{\Box} = 9 \cdot 16 = 3^2 \cdot 4^2 =$$



#### Решение.

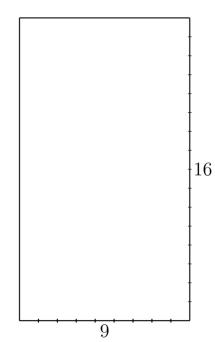
Найдем длину стороны квадрата:  $S_{\square} = 9 \cdot 16 = 3^2 \cdot 4^2 = 12^2$ .



#### Решение.

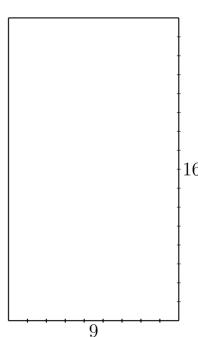
Длина стороны квадрата равна 12.

$$S_{\square} = 9 \cdot 16 = 3^2 \cdot 4^2 = 12^2.$$



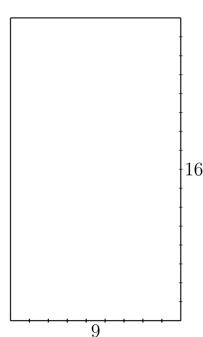
## \_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квадрата на



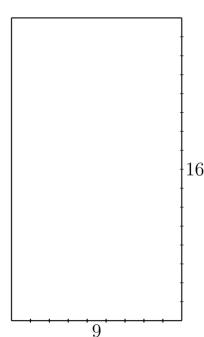
## \_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на



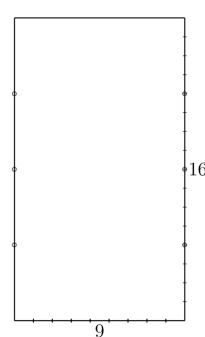
## \_ Решение.

Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.



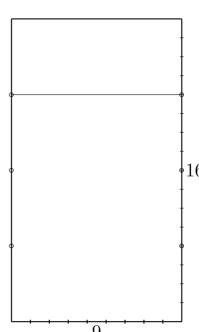
# \_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.



# \_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

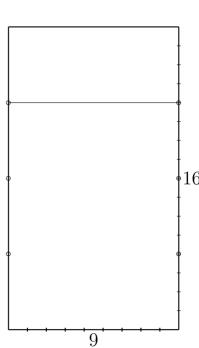


## Решение.

Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

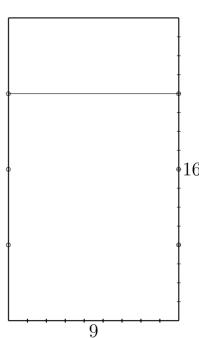
Короткая сторона меньше стороны

квадрата на



## \_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть. Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е.

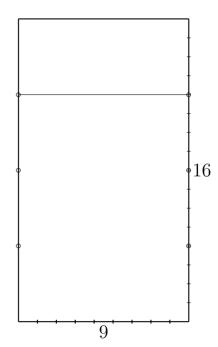


## Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.



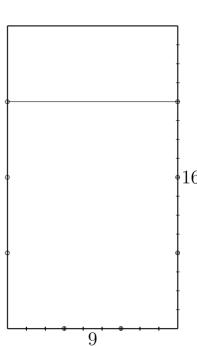
## Решение.

Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квад-

рата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны

квадрата на 3, т.е. на треть.

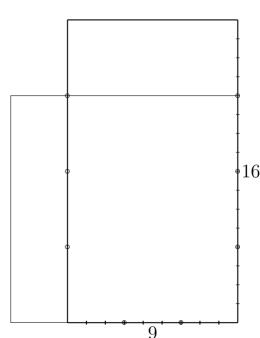


\_ Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

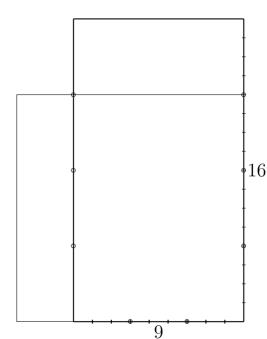


\_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квад-

рата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

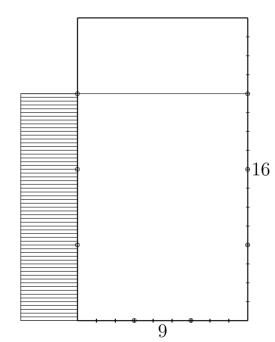


## \_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

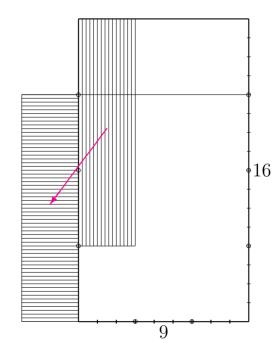


\_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

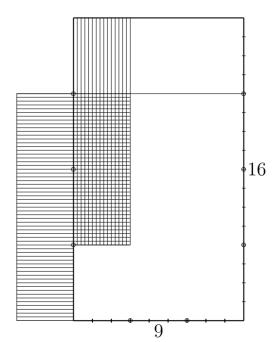


\_ Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

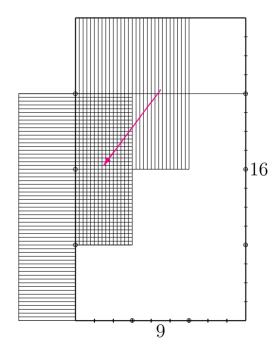


\_ Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

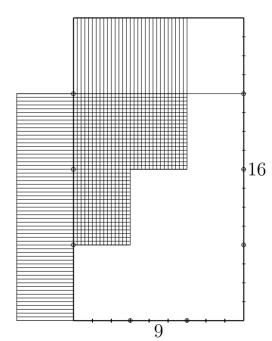


\_ Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

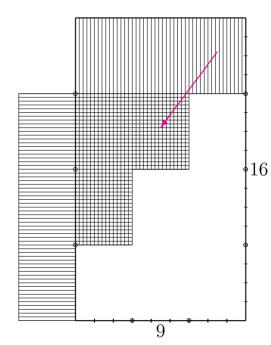
Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.



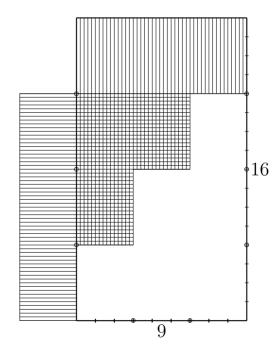
Решение. Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.



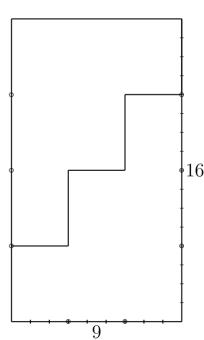
Решение. Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть. Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.



# \_ Решение.

Длина стороны квадрата равна 12. Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

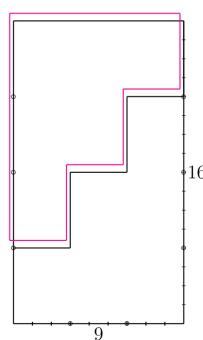


#### \_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

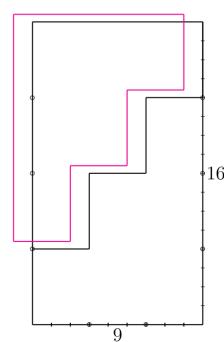


#### \_ Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

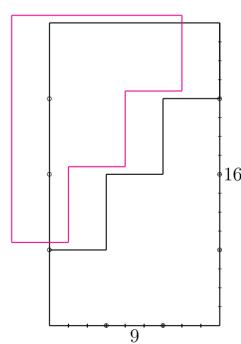


#### \_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

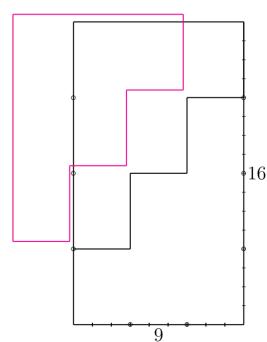


# \_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

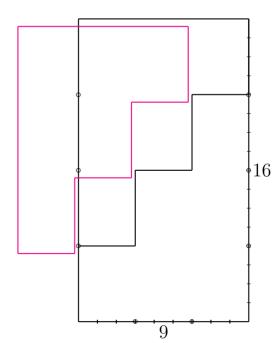


\_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

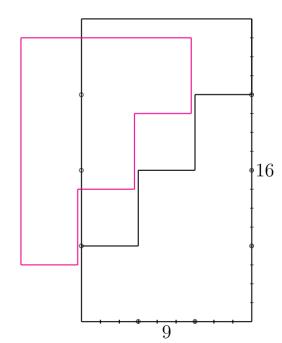


\_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

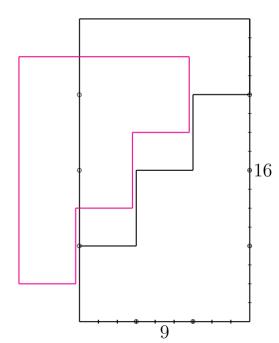


\_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

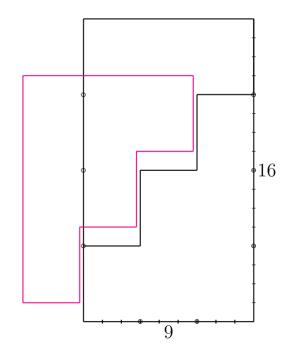


\_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

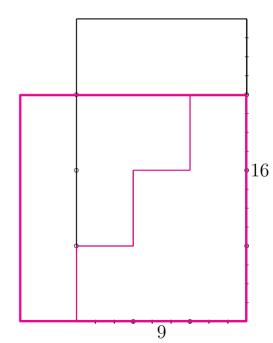


\_Решение.

Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.



#### \_Решение.

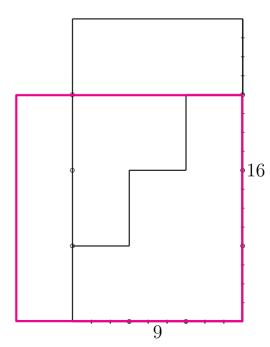
Длина стороны квадрата равна 12.

Длинная сторона больше стороны квадрата на 4, т.е. на четверть.

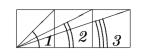
Короткая сторона меньше стороны квадрата на 3, т.е. на треть.

Идея сделать рез ступенчатым.

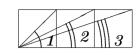
Вернемся к лекции или рассмотрим другой пример?



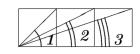
Пример 2.  $Haŭ dume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ .



# Геометрические решения.



**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.



**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам ∠1, ∠2, ∠3 или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

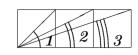
Все три угла выходят из одной точки.



**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам ∠1, ∠2, ∠3 или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

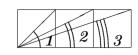
Все три угла выходят из одной точки.

Поэтому наиболее простым вариантом разложения угла в сумму данных углов является зеркальное отражение стороны одного из углов относительно другой стороны.



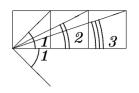
**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.



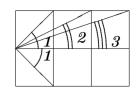
**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.



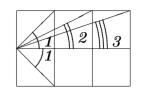
**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.



**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

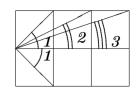


**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Сначала рассмотрим угол  $\angle 1 + \angle 2$ .

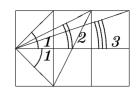


**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Сначала рассмотрим угол  $\angle 1 + \angle 2$ .

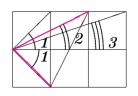


**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Сначала рассмотрим угол  $\angle 1 + \angle 2$ .

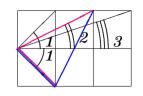


**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Сначала рассмотрим угол  $\angle 1 + \angle 2$ .

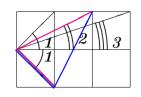


**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам ∠1, ∠2, ∠3 или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Сначала рассмотрим угол  $\angle 1 + \angle 2$ .



**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

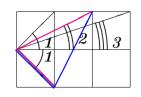
Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Сначала рассмотрим угол  $\angle 1 + \angle 2$ .

Надо бы получивший угол  $\angle 1 + \angle 2$  включить в треугольник.

Треугольник с «цветными сторонами» является равнобедренным.



**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

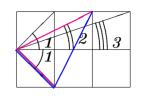
Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Сначала рассмотрим угол  $\angle 1 + \angle 2$ .

Надо бы получивший угол  $\angle 1 + \angle 2$  включить в треугольник.

Треугольник с «цветными сторонами» является равнобедренным.



**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам ∠1, ∠2, ∠3 или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

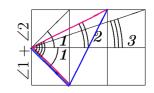
Начнем с угла ∠1.

Сначала рассмотрим угол  $\angle 1 + \angle 2$ .

Надо бы получивший угол  $\angle 1 + \angle 2$  включить в треугольник.

Треугольник с «цветными сторонами» является равнобедренным.

Значит, углы при его основании равны.



**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам ∠1, ∠2, ∠3 или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

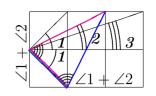
Начнем с угла ∠1.

Сначала рассмотрим угол  $\angle 1 + \angle 2$ .

Надо бы получивший угол  $\angle 1 + \angle 2$  включить в треугольник.

Треугольник с «цветными сторонами» является равнобедренным.

Значит, углы при его основании равны.



**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам ∠1, ∠2, ∠3 или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

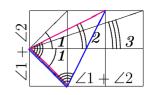
Начнем с угла ∠1.

Сначала рассмотрим угол  $\angle 1 + \angle 2$ .

Надо бы получивший угол  $\angle 1 + \angle 2$  включить в треугольник.

Треугольник с «цветными сторонами» является равнобедренным.

Значит, углы при его основании равны.



**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам ∠1, ∠2, ∠3 или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

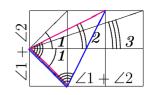
Сначала рассмотрим угол  $\angle 1 + \angle 2$ .

Надо бы получивший угол  $\angle 1 + \angle 2$  включить в треугольник.

Треугольник с «цветными сторонами» является равнобедренным.

Значит, углы при его основании равны.

Увы, непонятно, что делать дальше.



**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам ∠1, ∠2, ∠3 или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Сначала рассмотрим угол  $\angle 1 + \angle 2$ .

Надо бы получивший угол  $\angle 1 + \angle 2$  включить в треугольник.

Треугольник с «цветными сторонами» является равнобедренным.

Значит, углы при его основании равны.

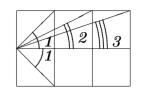
Попробуем иначе.



**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

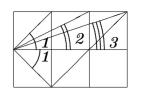
Начнем с угла ∠1.



**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

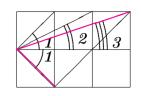
Начнем с угла ∠1.



**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

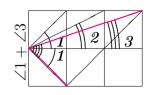
Начнем с угла ∠1.



**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

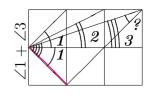
Начнем с угла ∠1.



**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

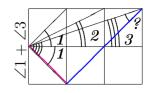
Начнем с угла ∠1.



**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

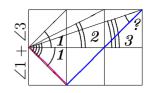
Начнем с угла ∠1.



**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.



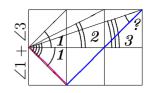
**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Теперь построим угол  $\angle 1 + \angle 3$ .

Тангенс угла, обозначенного знаком вопроса равен



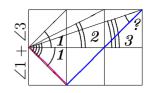
**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Теперь построим угол  $\angle 1 + \angle 3$ .

Тангенс угла, обозначенного знаком вопроса равен  $\frac{1}{2}$ , как и тангенс угла



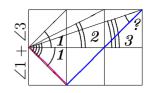
**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Теперь построим угол  $\angle 1 + \angle 3$ .

Тангенс угла, обозначенного знаком вопроса равен  $\frac{1}{2}$ , как и тангенс угла  $\angle 2$ .



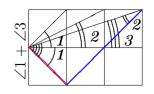
**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Теперь построим угол  $\angle 1 + \angle 3$ .

Сумма углов треугольника с «цветными катетами» равна  $\pi$ , поэтому



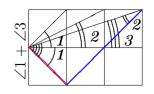
**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Теперь построим угол  $\angle 1 + \angle 3$ .

Сумма углов треугольника с «цветными катетами» равна  $\pi$ , поэтому



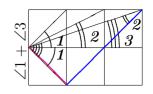
**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Теперь построим угол  $\angle 1 + \angle 3$ .

Сумма углов треугольника с «цветными катетами» равна  $\pi$ , поэтому  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 =$ 



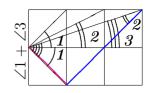
**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Теперь построим угол  $\angle 1 + \angle 3$ .

Сумма углов треугольника с «цветными катетами» равна  $\pi$ , поэтому  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \pi - \frac{\pi}{2} =$ 



**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

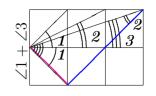
Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Теперь построим угол  $\angle 1 + \angle 3$ .

Сумма углов треугольника с «цветными катетами» равна  $\pi$ , поэтому  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$ .

*Omeem:* 
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$$
.



**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1, \angle 2, \angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

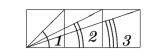
Все три угла выходят из одной точки.

Начнем с угла ∠1.

Теперь построим угол  $\angle 1 + \angle 3$ .

Сумма углов треугольника с «цветными катетами» равна  $\pi$ , поэтому  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$ .

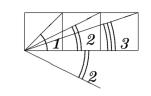
Пример 2.  $Haй dume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ . *Omeem:*  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$ .



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1, \angle 2, \angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

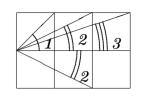
Теперь «отразим»  $\angle 2$ .



**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам ∠1, ∠2, ∠3 или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим» ∠2.

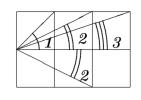


**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1, \angle 2, \angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим» ∠2.

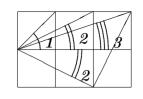
*Omeem:* 
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$$



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1, \angle 2, \angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

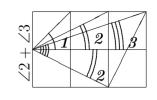
Все три угла выходят из одной точки.

**Omsem:** 
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$$



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1, \angle 2, \angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

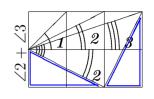
Все три угла выходят из одной точки.



**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1, \angle 2, \angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

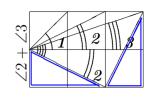
Все три угла выходят из одной точки.

Пример 2. 
$$Haй dume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$$
.   
*Omeem:*  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$ .



Все три угла выходят из одной точки.

*Omeem:* 
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$$
.

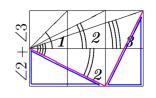


**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим»  $\angle 2$ . Включим  $\angle 2 + \angle 3$  в треугольник.

*Omeem:* 
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$$
.

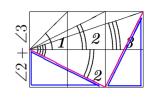


**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам ∠1, ∠2, ∠3 или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим»  $\angle 2$ . Включим  $\angle 2 + \angle 3$  в треугольник.

*Omeem:* 
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$$
.



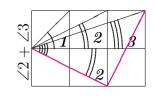
**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим»  $\angle 2$ . Включим  $\angle 2 + \angle 3$  в треугольник.

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 =$$

*Omeem:* 
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$$
.



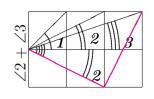
**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим»  $\angle 2$ . Включим  $\angle 2 + \angle 3$  в треугольник.

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 =$$

Пример 2. 
$$Haй dume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$$
.   
*Omeem:*  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$ .



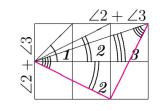
Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим»  $\angle 2$ . Включим  $\angle 2 + \angle 3$  в треугольник.

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4} + \angle 2 + \angle 3 =$$

Пример 2. 
$$Ha\ddot{u}\partial ume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$$
.

Пример 2. 
$$Haй dume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$$
.   
*Omeem:*  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$ .



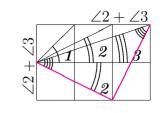
Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим»  $\angle 2$ . Включим  $\angle 2 + \angle 3$  в треугольник.

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4} + \angle 2 + \angle 3 =$$

Пример 2. 
$$Ha\ddot{u}\partial ume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$$
.

Пример 2. 
$$Haй \partial ume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$$
.   
*Omeem:*  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$ .



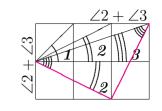
Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим»  $\angle 2$ . Включим  $\angle 2 + \angle 3$  в треугольник.

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4} + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \left( \pi - \frac{\pi}{2} \right) =$$

Пример 2. 
$$Ha\ddot{u}\partial ume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$$
.

Пример 2. 
$$Haй\partial ume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$$
.  $Omeom: \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$ .



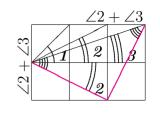
Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим»  $\angle 2$ . Включим  $\angle 2 + \angle 3$  в треугольник.

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4} + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \left( \pi - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{\pi}{2}.$$

Пример 2. 
$$Ha\ddot{u}\partial ume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$$
.

Пример 2. 
$$Haй\partial ume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$$
.   
*Omeem:*  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$ .



Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим»  $\angle 2$ . Включим  $\angle 2 + \angle 3$  в треугольник.

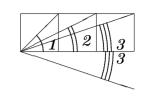
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4} + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \left( \pi - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{\pi}{2}.$$



Геометрические решения. Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1, \angle 2, \angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

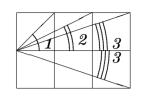
Теперь «отразим» ∠3.



**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам ∠1, ∠2, ∠3 или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим» ∠3.

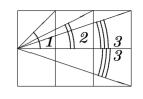


**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим» ∠3.

*Omeem:* 
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$$
.



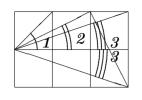
**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим» ∠3.

Включим  $\angle 3 + \angle 2$  в треугольник.

*Omeem:* 
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$$
.



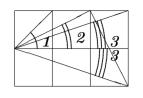
**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим» ∠3.

Включим  $\angle 3 + \angle 2$  в треугольник.

Пример 2. 
$$Haйdume \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$$
.   
*Omeem:*  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$ .



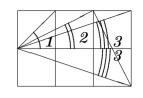
Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим» ∠3.

Включим  $\angle 3 + \angle 2$  в треугольник.

Рисунок симметричен рисунку, уже рассматривавшемуся ранее.

*Omeem:* 
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$$
.



**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

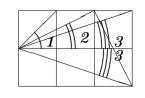
Теперь «отразим» ∠3.

Включим  $\angle 3 + \angle 2$  в треугольник.

Рисунок симметричен рисунку, уже рассматривавшемуся ранее.

Аналогична ситуация и с углом  $\angle 3 + \angle 1$ .

*Omeem:* 
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$$
.



**Геометрические решения.** Идея состоит в том, чтобы представить угол, величина которого известна, в виде комбинации углов, равных по величине углам  $\angle 1, \angle 2, \angle 3$  или представить в виде суммы этих углов два угла в треугольнике с известным третьим углом и т.п.

Все три угла выходят из одной точки.

Теперь «отразим» ∠3.

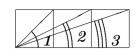
Включим  $\angle 3 + \angle 2$  в треугольник.

Рисунок симметричен рисунку, уже рассматривавшемуся ранее.

Аналогична ситуация и с углом  $\angle 3 + \angle 1$ .

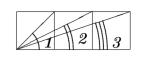
Рассмотрим вычислительный вариант решения.

**Omsem:** 
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$$



*Omeem:* 
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$$

$$\operatorname{tg}(\angle 2 + \angle 3) =$$



$$tg(\angle 2 + \angle 3) = \frac{tg \angle 2 + tg \angle 3}{1 - tg \angle 2 \cdot tg \angle 3} =$$

$$tg(\angle 2 + \angle 3) = \frac{tg\angle 2 + tg\angle 3}{1 - tg\angle 2 \cdot tg\angle 3} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} =$$

$$2 \sqrt{3}$$

## *Omeem:* $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$ .

$$tg(\angle 2 + \angle 3) = \frac{tg \angle 2 + tg \angle 3}{1 - tg \angle 2 \cdot tg \angle 3} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}}$$

$$2 \sqrt{3}$$

## *Omeem:* $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$ .

$$tg(\angle 2 + \angle 3) = \frac{tg\angle 2 + tg\angle 3}{1 - tg\angle 2 \cdot tg\angle 3} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = 1.$$

$$\frac{1}{2}$$
  $\frac{1}{3}$ 

### *Omeem:* $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$ .

$$tg(\angle 2 + \angle 3) = \frac{tg\angle 2 + tg\angle 3}{1 - tg\angle 2 \cdot tg\angle 3} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = 1.$$

Значит, 
$$\angle 2 + \angle 3 =$$

### *Omeem:* $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$ .

$$tg(\angle 2 + \angle 3) = \frac{tg \angle 2 + tg \angle 3}{1 - tg \angle 2 \cdot tg \angle 3} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = 1.$$

Значит, 
$$\angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4}$$
,

$$1$$
  $2$   $3$ 

### *Omeem:* $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$ .

$$tg(\angle 2 + \angle 3) = \frac{tg \angle 2 + tg \angle 3}{1 - tg \angle 2 \cdot tg \angle 3} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = 1.$$

Значит, 
$$\angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4}$$
, поэтому  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 =$ 

### *Omeem:* $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$ .

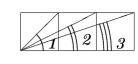
$$tg(\angle 2 + \angle 3) = \frac{tg \angle 2 + tg \angle 3}{1 - tg \angle 2 \cdot tg \angle 3} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = 1.$$

Значит, 
$$\angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4}$$
, поэтому  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} =$ 

### *Omeem:* $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$ .

$$tg(\angle 2 + \angle 3) = \frac{tg\angle 2 + tg\angle 3}{1 - tg\angle 2 \cdot tg\angle 3} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = 1.$$

Значит, 
$$\angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4}$$
, поэтому  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ .



### *Omeem:* $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{2}$ .

#### Вычислительное решение.

$$tg(\angle 2 + \angle 3) = \frac{tg\angle 2 + tg\angle 3}{1 - tg\angle 2 \cdot tg\angle 3} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3+2}{6-1} = 1.$$

Значит, 
$$\angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4}$$
, поэтому  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ .

Вернемся к лекции?

### Спасибо за внимание!

### Юрий Борисович Мельников



Моделирование. Геометрия. Механизм аппроксимирования