

**Elektrotechnika pro informační technologie**  
**Semestrální práce**



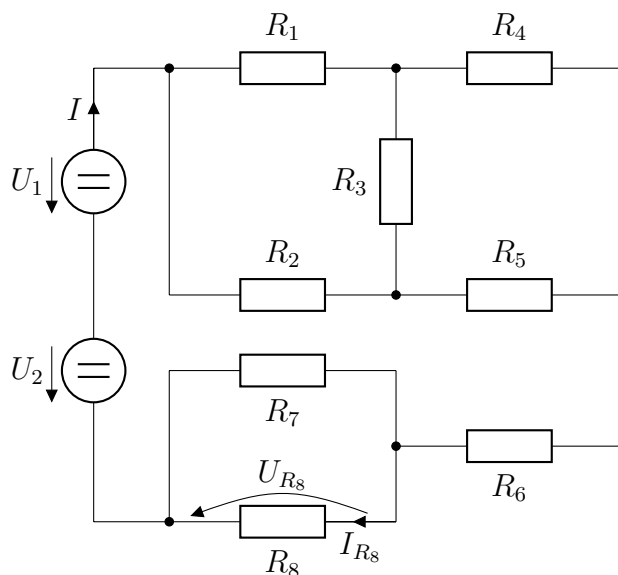
**Dominik Křivohlávek (xkrivo02)**  
**1BIA 2016**

# 1 První úloha (varianta: A)

## 1.1 Zadání

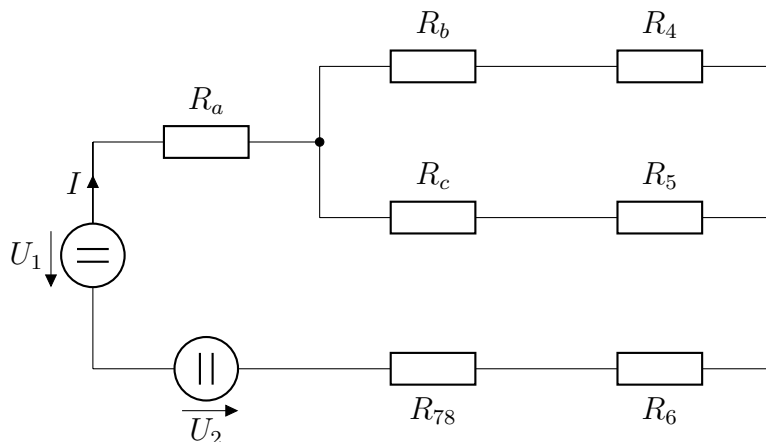
Stanovte napětí  $U_{R8}$  a proud  $I_{R8}$ . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

$$U_1 = 80 \text{ V}, U_2 = 120 \text{ V}, R_1 = 350 \text{ } \Omega, R_2 = 650 \text{ } \Omega, R_3 = 41 \text{ } \Omega, R_4 = 130 \text{ } \Omega, R_5 = 360 \text{ } \Omega, R_6 = 750 \text{ } \Omega, R_7 = 310 \text{ } \Omega, R_8 = 190 \text{ } \Omega.$$



## 1.2 Řešení

Zjednodušíme zapojení  $R_7$  a  $R_8$ . Zároveň přepočítáme trojúhelníkové zapojení  $R_1$ ,  $R_2$  a  $R_3$  na hvězdu:



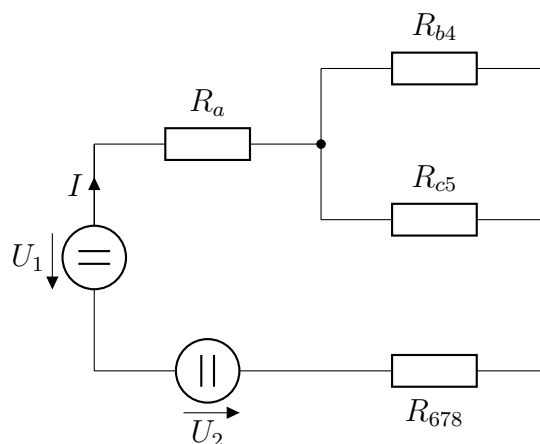
$$R_a = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{350 * 650}{350 + 650 + 410} = 161,3475 \Omega$$

$$R_b = \frac{R_1 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{350 * 410}{350 + 650 + 410} = 101,773 \Omega$$

$$R_c = \frac{R_2 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{650 * 410}{350 + 650 + 410} = 189,007 \Omega$$

$$R_{78} = \frac{R_7 * R_8}{R_7 + R_8} = \frac{310 * 190}{310 + 190} = 117,8 \Omega$$

Dále zjednodušíme zapojení rezistorů  $R_b$  s  $R_4$ ,  $R_c$  s  $R_5$  a  $R_{78}$  s  $R_6$ :

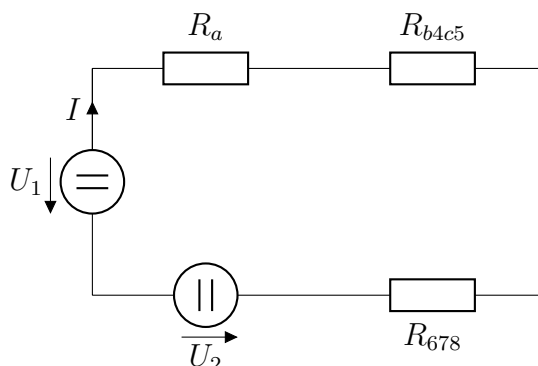


$$R_{b4} = R_b + R_4 = 101,773 + 130 = 231,773 \Omega$$

$$R_{c5} = R_c + R_5 = 189,007 + 360 = 549,007 \Omega$$

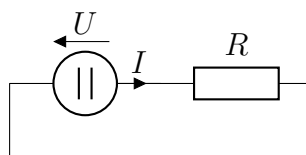
$$R_{678} = R_6 + R_{78} = 117,8 + 750 = 867,8 \Omega$$

Následně zjednodušíme paralelní zapojení  $R_{b4}$  s  $R_{c5}$ :



$$R_{b4c5} = \frac{R_{b4} * R_{c5}}{R_{b4} + R_{c5}} = \frac{231,773 * 549,007}{231,773 + 549,007} = 162,9716 \, \Omega$$

Na závěr spočítáme výsledný celkový odpor obvodu:



$$R = R_a + R_{b4c5} + R_{678} = 161,3475 + 162,9716 + 867,8 = 1192,1191 \, \Omega$$

Jelikož nyní známe celkový odpor obvodu, můžeme spočítat celkový proud procházející obvodem:

$$I = \frac{U_1 + U_2}{R} = \frac{120 + 80}{1192,1191} = 167,7768 \, \text{mA}$$

Nyní můžeme spočítat napětí na rezistoru  $R_{78}$ . Jelikož je napětí na paralelních větvích shodné, bude toto napětí i na rezistoru  $R_8$ :

$$U_{78} = U_{R8} = R_{78} * I = 117,8 * 0,1677 = 19,755 \, \text{V}$$

Nakonec spočítáme ze známého napětí na  $R_8$  proud jím procházející:

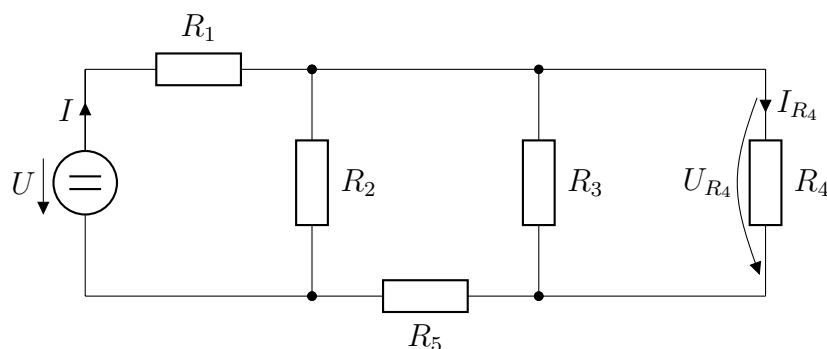
$$I_{R8} = \frac{U_{R8}}{R_8} = \frac{19,755}{190} = 103,974 \, \text{mA}$$

## 2 Druhá úloha (varianta: F)

### 2.1 Zadání

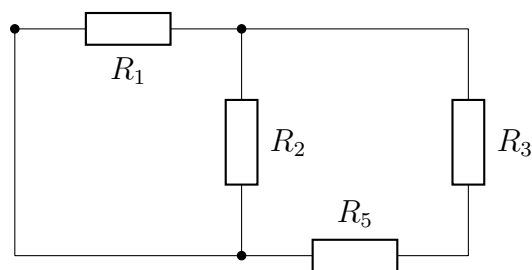
Stanovte napětí  $U_{R_4}$  a proud  $I_{R_4}$ . Použijte metodu Théveninovy věty.

$U = 130 \text{ V}$ ,  $R_1 = 350 \text{ } \Omega$ ,  $R_2 = 600 \text{ } \Omega$ ,  $R_3 = 195 \text{ } \Omega$ ,  $R_4 = 650 \text{ } \Omega$ ,  $R_5 = 280 \text{ } \Omega$ .

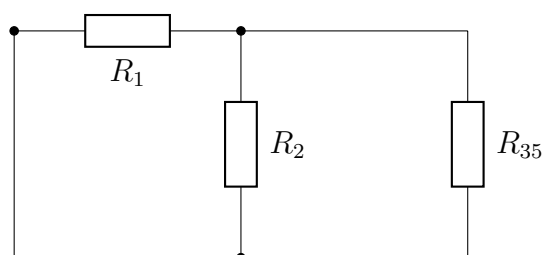


### 2.2 Řešení

Pro spočítání vnitřního odporu  $R_i$  odpojíme z obvodu zkoumaný rezistor  $R_4$  a zkratujeme zdroj napětí  $U$ :

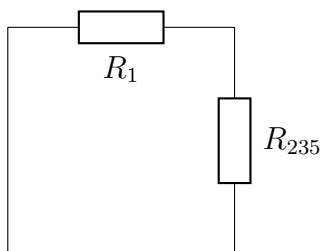


Dále můžeme spočítat sériové zapojení rezistorů  $R_3$  a  $R_5$ :



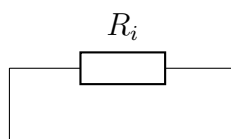
$$R_{35} = R_3 + R_5 = 195 + 280 = 475 \text{ } \Omega$$

Následně spočítáme odpor paralelně zapojených rezistorů  $R_2$  a  $R_{35}$ :



$$R_{235} = \frac{R_2 * R_{35}}{R_2 + R_{35}} = \frac{475 * 600}{475 + 600} = 265,1162 \Omega$$

Z předchozího obrázku je zřejmé sériové zapojení rezistorů  $R_1$  a  $R_{235}$ . Spočítáme jejich společný odpor pro získání  $R_i$ :



$$R_i = R_1 + R_{235} = 265,1162 + 350 = 615,1162 \Omega$$

Se znalostí celkového vnitřního odporu  $R_i$  můžeme spočítat celkový proud v obvodu:

$$I = \frac{U}{R_i} = \frac{130}{615,1162} = 0,2113 \text{ A}$$

Nyní můžeme spočítat napětí na rezistoru  $R_{235}$ :

$$U_{R_{235}} = R_i * I = 615,1162 * 0,2113 = 56,019 \text{ V}$$

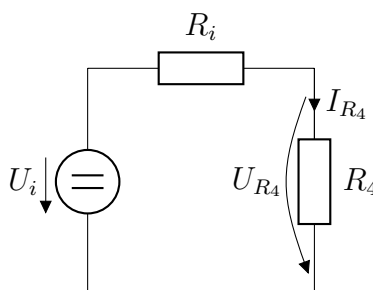
Následně spočítáme proud procházející větví s rezistory  $R_i$  a  $R_i$ :

$$I_{R_{35}} = \frac{U_{R_{235}}}{R_{35}} = \frac{56,019}{475} = 0,1179 \text{ A}$$

Se znalostí  $I_{R_{35}}$  můžeme spočítat napětí na rezistoru  $R_3$ . Jelikož je na paralelních větvích obvodu stejné napětí, bude se toto napětí rovnat vnitřnímu napětí  $U_i$ :

$$U_{R_3} = U_i = R_3 * I_{R_{35}} = 195 * 0,1179 = 22,9905 \text{ V}$$

Nyní známe potřebné veličiny pro náhradní obvod s vnitřním napětím  $U_i$  a vnitřním odporem  $R_i$ . Připojíme tedy  $R_4$  a spočítáme proud jím procházející. Také spočítáme napětí na rezistoru  $R_4$ :



$$I_{R_4} = \frac{U_i}{R_i + R_4} = \frac{22,9905}{615,1162 + 650} = 18,1726 \text{ mA}$$

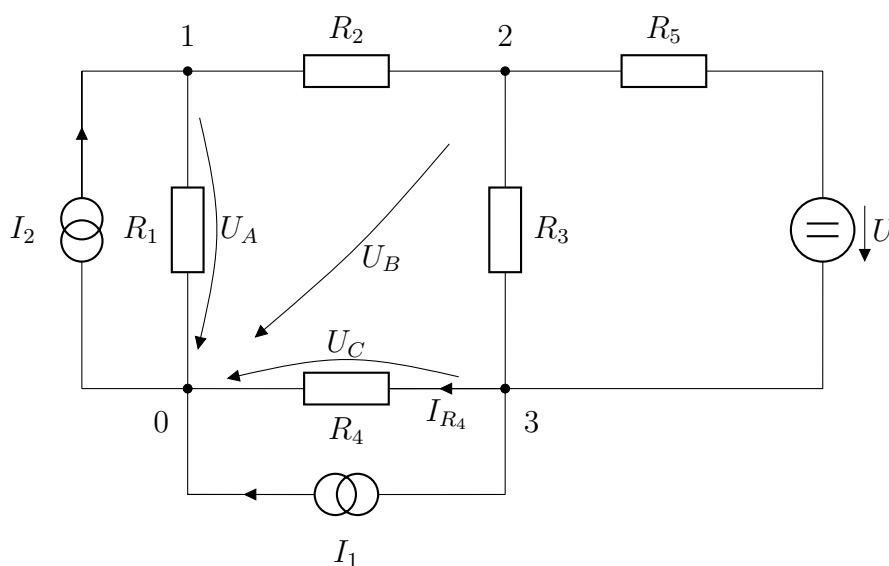
$$U_{R_4} = R_4 * I_{R_4} = 650 * 0,1817 = 11,8 \text{ V}$$

### 3 Třetí úloha (varianta: E)

#### 3.1 Zadání

Stanovte napětí  $U_{R_4}$  a proud  $I_{R_4}$ . Použijte metodu uzlových napětí ( $U_A$ ,  $U_B$ ,  $U_C$ ).

$U = 135 \text{ V}$ ,  $I_1 = 0.55 \text{ A}$ ,  $I_2 = 0.65 \text{ A}$ ,  $R_1 = 52 \Omega$ ,  $R_2 = 42 \Omega$ ,  $R_3 = 52 \Omega$ ,  $R_4 = 42 \Omega$ ,  
 $R_5 = 21 \Omega$





### 3.2 Řešení

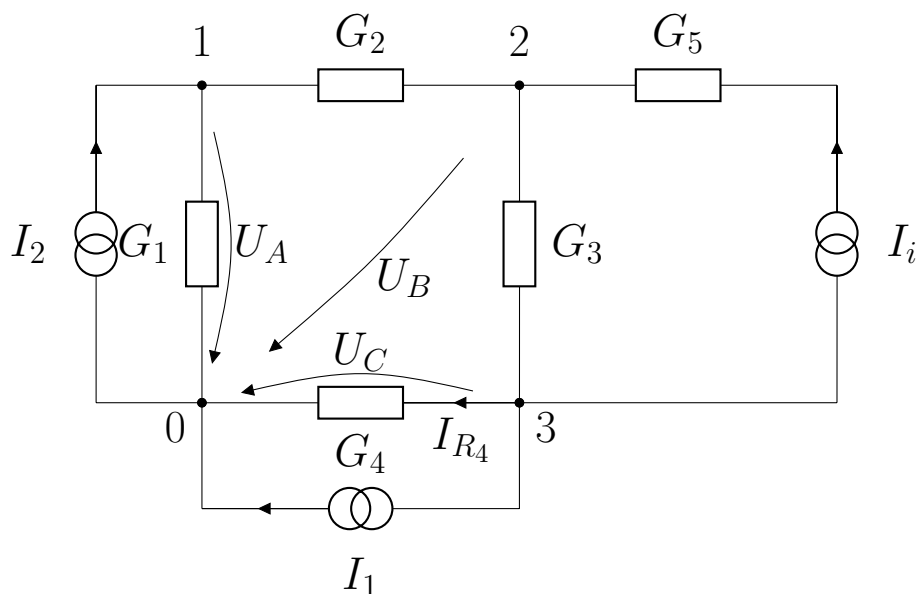
Přepočítáme rezistory na vodivosti a také zdroj napětí na zdroj proudu:

$$G_1 = G_3 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{52} = 0.0192 \text{ S}$$

$$G_2 = G_4 = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{42} = 0.0238 \text{ S}$$

$$G_5 = \frac{1}{R_5} = \frac{1}{21} = 0.0476 \text{ S}$$

$$I_i = \frac{U}{R_5} = \frac{135}{21} = 6.4285 \text{ A}$$



Sestavíme matice pro výpočet:

$$\begin{bmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 & 0 \\ -G_2 & G_2 + G_3 + G_5 & -(G_3 + G_5) \\ 0 & -(G_3 + G_5) & G_2 + G_3 + G_5 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_2 \\ I_i \\ -I_1 - I_i \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.043 & -0.0238 & 0 \\ -0.0238 & 0.0906 & -0.0668 \\ 0 & -0.0668 & 0.0906 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.65 \\ 6.4285 \\ -6.9785 \end{bmatrix}$$

Spočítáme determinant matice:

$$\Delta = [0.043 * 0.0906 * 0.0906] - [(-0.0238 * (-0.0238) * 0.0906) + (0.043 * (-0.0668) * (-0.0668))]$$

$$\Delta = 0.000109763$$

Následně upravíme původní matici pro výpočet  $U_C$  tak, že místo hodnot ze třetího sloupce matice dosadíme hodnoty z matice proudů a vypočítáme její determinant:

$$\Delta_C \begin{bmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 & I_2 \\ -G_2 & G_2 + G_3 + G_5 & I_i \\ 0 & -(G_3 + G_5) & -I_1 - I_i \end{bmatrix}$$

$$\Delta_C \begin{bmatrix} 0.043 & -0.0238 & 0.65 \\ -0.0238 & 0.0906 & 6.4285 \\ 0 & -0.0668 & -6.9785 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_C = [(0.043 * 0.0906 * (-6.9785)) + ((-0.0238) * (-0.0668) * (0.65))] - [(-0.0238 * (-0.0238) * (-6.9785)) + (6.4285 * (-0.668) * 0.043)]$$

$$\Delta_C = -0.003735319$$

Nyní podělíme determinanty mezi sebou, abychom získali napětí  $U_C$ . Jelikož je toto napětí mezi uzlem 3 a 0, kde je také pouze rezistor  $R_4$ , jsou napětí  $U_C$  a  $U_{R_4}$  shodná:

$$U_C = U_{R_4} = \frac{\Delta_C}{\Delta} = \frac{-0.003735319}{0.000109763} = -34.0307 \text{ V}$$

Z napětí na rezistoru poté snadno spočítáme proud  $I_{R_4}$ :

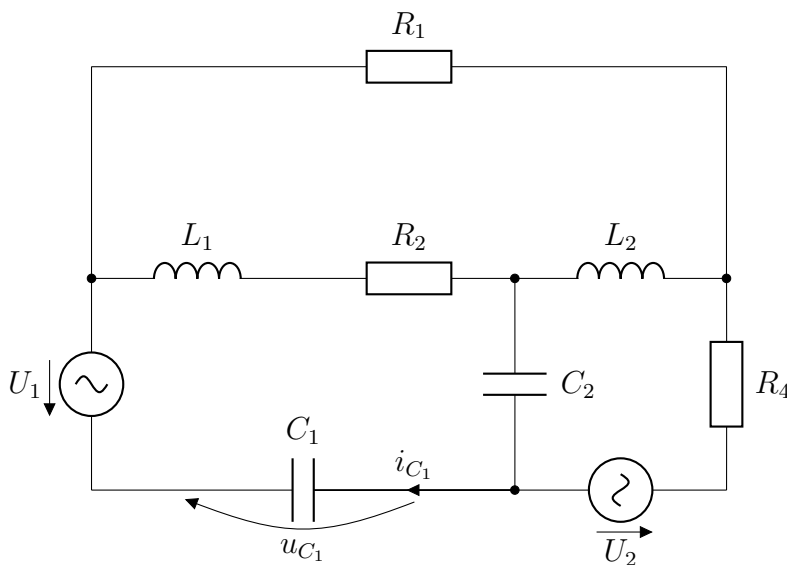
$$I_{R_4} = \frac{U_{R_4}}{R_4} = \frac{-34.0307}{42} = -0.8102 \text{ A}$$

## 4 Čtvrtá úloha (varianta: A)

### 4.1 Zadání

Pro napájecí napětí platí:  $u_1 = U_1 * \sin(2\pi ft)$ ,  $u_2 = U_2 * \sin(2\pi ft)$ . Ve vztahu pro napětí  $u_{C_1} = U_{C_1} * \sin(2\pi ft + \varphi_{C_1})$  určete  $|U_{C_1}|$  a  $\varphi_{C_1}$ . Použijte metodu smyčkových proudů.

$$U = 35 \text{ V}, U_2 = 55 \text{ V}, R_1 = 12 \text{ } \Omega, R_2 = 14 \text{ } \Omega, R_3 = 10 \text{ } \Omega, L_1 = 120 \text{ mH}, L_2 = 21 \text{ mH}, \\ C_1 = 200 \text{ } \mu\text{F}, C_2 = 105 \text{ } \mu\text{F}, f = 70 \text{ Hz}$$



### 4.2 Řešení

Nejprve si spočítáme úhlovou rychlost  $\omega$  a také reaktance cívek a kondenzátorů:

$$\omega = 2\pi f = 2 * 3.14 * 70 = 439.8229 \text{ rad/s}$$

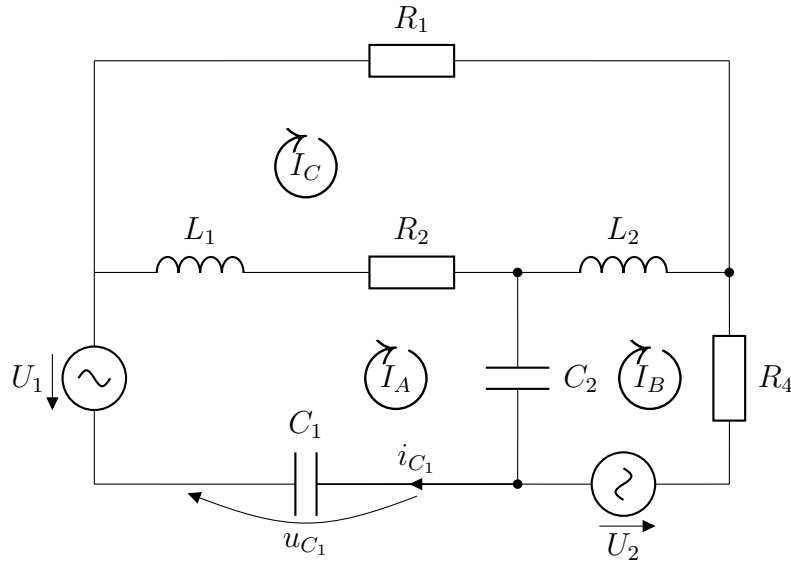
$$X_{L_1} = j\omega L_1 = j439.8229 * 120 * 10^{-3} = j52.7787 \text{ } \Omega$$

$$X_{L_2} = j\omega L_2 = j439.8229 * 100 * 10^{-3} = j52.7787 \text{ } \Omega$$

$$X_{C_1} = -j\frac{1}{\omega C_1} = -j\frac{1}{200 * 10^{-6}} = -j11.3682 \text{ } \Omega$$

$$X_{C_2} = -j\frac{1}{\omega C_2} = -j\frac{1}{105 * 10^{-6}} = -j21.6537 \text{ } \Omega$$

Dále si v obvodu zvolíme smyčkové proudy a sestavíme matice pro jejich výpočet:



$$\begin{bmatrix} X_{L_1} + R_2 + X_{C_2} + X_{C_1} & -X_{C_2} & -(X_{L_1} + R_2) \\ -X_{C_2} & R_3 + X_{C_2} + X_{L_1} & -X_{L_2} \\ -(X_{L_1} + R_2) & -X_{L_2} & R_1 + X_{L_2} + R_2 + X_{L_1} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U_1 \\ -U_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 14 + j19.7568 & j21.6537 & -14 - j52.7787 \\ j21.6537 & 10 + j22.3285 & -j43.9822 \\ -14 - j52.7787 & -j43.9822 & 26 + j96.7609 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -35 \\ -55 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Vypočítáme determinant:

$$\Delta \begin{bmatrix} 14 + j19.7568 & j21.6537 & -14 - j52.7787 \\ j21.6537 & 10 + j22.3285 & -j43.9822 \\ -14 - j52.7787 & -j43.9822 & 26 + j96.7609 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = d_1 - d_2$$

$$d_1 = [(14 + j19.7568) * (10 + j22.3285) * (26 + j96.7609)] + [(j21.6537) * (-j43.9822) * (-14 - j52.7787)] + [(-14 - j52.7787) * (j21.6537) * (-j43.9822)]$$

$$d_2 = [(-14 - j52.7787) * (10 + j22.3285) * (-14 - j52.7787)] + [(j21.6537) * (j21.6537) * (26 + j96.7609)] + [(14 + j19.7568) * (-j43.9822) * (-j43.9822)]$$

$$\Delta = 14305.6583 + j10226.7032$$

Upravíme matici pro výpočet  $I_A$ :

$$A \begin{bmatrix} -U_1 & -X_{C_2} & -(X_{L_1} + R_2) \\ -U_2 & R_3 + X_{C_2} + X_{L_1} & -X_{L_2} \\ 0 & -X_{L_2} & R_1 + X_{L_1} + R_2 + X_{L_1} \end{bmatrix}$$

Po dosazení:

$$A \begin{bmatrix} -35 & j21.6537 & -14 - j52.7787 \\ -55 & 10 + j22.3285 & -j43.9822 \\ 0 & -j43.9822 & 26 + j96.7609 \end{bmatrix}$$

Opět vypočítáme determinant:

$$\Delta_A = d_1 - d_2$$

$$d_1 = [(-35) * (10 + j22.3285) * (26 + j96.7609)] + [(-55) * (-j43.9822) * (-14 - j52.7787)]$$

$$d_2 = [(j21.6537) * (-55) * (26 + j96.7609)] + [(-j43.9822) * (-j43.9822) * (-35)]$$

$$\Delta_A = 14305.6583 + j10226.7032$$

Podělíme determinanty mezi sebou pro výpočet  $I_A$ . Jelikož se kondenzátor  $C_1$  nachází na větvi, která nesousedí s jinými smyčkami, bude se smyčkový proud  $I_A$  rovnat proudu  $i_{C_1}$ :

$$I_A = i_{C_1} = \frac{\Delta_A}{\Delta} = \frac{11248.2564 - j57086.753}{14305.6583 + j10226.7032} = -1.3675 - j3.0128 \text{ A}$$

Jelikož známe proud, můžeme vypočítat napětí  $U_{C_1}$  na příslušném kondenzátoru:

$$U_{C_1} = X_{C_1} * I_A = -j11.3682 * -1.3675 - j3.0128 = -34.251 + j15.5465 \text{ V}$$

Spočítáme velikost napětí na kondenzátoru  $C_1$ :

$$|U_{C_1}| = \sqrt{(-34.251)^2 + (15.5465)^2} = 37.6141 \text{ V}$$

Nakonec vypočítáme fázový posun mezi reálnou a imaginární složkou napětí na kondenzátoru  $C_1$ :

$$\varphi_{U_{C_1}} = \tan^{-1} \frac{U_{C_1im}}{U_{C_1r}} = \tan^{-1} \frac{15.5465}{-34.251} = \tan^{-1}(-0.4538) = -24.4132^\circ$$

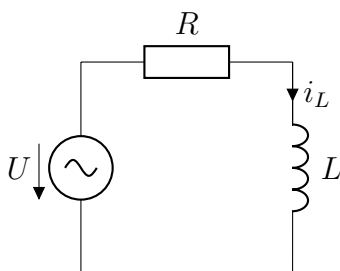
$$\text{A ještě upravíme: } \varphi_{U_{C_1}} = 360^\circ - 24.4132^\circ = 335.5868^\circ$$

## 5 Pátá úloha (varianta: F)

### 5.1 Zadání

Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení  $i_L = f(t)$ . Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

$$U = 45 \text{ V}, L = 30 \text{ H}, R = 15 \text{ } \Omega, i_L(0) = 4 \text{ A}$$



### 5.2 Řešení

Při řešení využijeme axiómu pro proud  $i'_L$  a též využijeme druhého Kirchhoffova zákona.

$$i'_L = \frac{1}{L} * u_L$$

Sestavíme rovnici dle II. KZ:  $R * i_L + u_L - U = 0$ , Vyjádříme  $u_L$  a dosadíme do axiómu:

$$i'_L = \frac{1}{L} * (U - R * i_L)$$

Dosadíme hodnoty ze zadání (kromě  $i_L$ ):

$$i'_L = \frac{1}{30} * (45 - 15i_L)$$

Úpravami získáme rovnici ve tvaru  $y' + y = \text{konstanta}$ :

$$i'_L + \frac{1}{2}i_L = \frac{3}{2}$$

Z rovnice použijeme koeficienty proměnných pro určení parametru  $\lambda$ :

$$\lambda + \frac{1}{2} = 0 ; \lambda = -\frac{1}{2}$$

Očekávaný stav  $i_L$  popisuje rovnice  $i_L(t) = c(t) * e^\lambda$ . Dosadíme:

$$i_L(t) = c(t) * e^{-\frac{1}{2}(t)}$$

Rovnici zderivujeme pro získání  $i'_L$ :

$$i'_L(t) = c(t)' * e^{-\frac{1}{2}(t)} - \frac{1}{2}c(t) * e^{-\frac{1}{2}(t)}$$

Následně dosadíme  $i'_L$  a  $i_L$  do rovnice, ze které jsme určili parametr  $\lambda$ :

$$i'_L + \frac{1}{2}i_L = \frac{3}{2}$$

$$c(t)' * e^{-\frac{1}{2}(t)} - \frac{1}{2}c(t) * e^{-\frac{1}{2}(t)} + -\frac{1}{2}c(t) * e^{-\frac{1}{2}(t)} = \frac{3}{2}$$

$$c(t)' * e^{-\frac{1}{2}(t)} = \frac{3}{2} \Rightarrow c(t)' = \frac{\frac{3}{2}}{e^{-\frac{1}{2}(t)}} \Rightarrow c(t) = \int \frac{\frac{3}{2}}{e^{-\frac{1}{2}(t)}}$$

Vyřešíme integrál:

$$\int \frac{\frac{3}{2}}{e^{-\frac{1}{2}(t)}} = \frac{3}{2} * \frac{1}{2} * 2 * e^{\frac{1}{2}(t)} + c = \frac{3}{2} * e^{\frac{1}{2}(t)} + c$$

Zintegrovaný výsledek dosadíme do původní rovnice, kterou jsme dříve derivovali:

$$i_L(t) = \left(\frac{3}{2} * e^{\frac{1}{2}(t)} + c\right) * e^{-\frac{1}{2}(t)}$$

Ze zadání víme, že se  $i_L$  při čase  $t = 0$ , rovná 4 A. Dosadíme tedy tuto hodnotu pro vypočtení konstanty  $c$ , která vznikla při integrování:

$$4 = \left(\frac{3}{2} * e^{\frac{1}{2}(0)} + c\right) * e^{-\frac{1}{2}(0)}$$

$$4 = \frac{3}{2} + c \Rightarrow c = \frac{5}{2}$$

Následně dosadíme zpětně do původní rovnice pro získání analytického řešení  $i_L$ :

$$i_L(t) = \left(\frac{3}{2} * e^{\frac{1}{2}(t)} + \frac{5}{2}\right) * e^{-\frac{1}{2}(t)}$$

Na závěr provedeme kontrolu výpočtem. Ze zadání víme, že  $i_L(0) = 4$  A. Ověříme:

$$i_L(0) = \left(\frac{3}{2} * e^{\frac{1}{2}(0)} + \frac{5}{2}\right) * e^{-\frac{1}{2}(0)}$$

$$i_L(0) = \frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 4 \text{ A}$$

## 6 Výsledky

Zadání	Výsledky
1A	$U_{R8} = 19,755 \text{ V}, I_{R8} = 103,974 \text{ mA}$
2E	$U_{R4} = 11,8 \text{ V}, I_{R4} = 18,1726 \text{ mA}$
3F	$U_{R4} = -34.0307 \text{ V}, I_{R4} = -0.8102$
4A	$ U_{C1}  = 37.6141 \text{ V}, \varphi_{U_{C1}} = -24.4132^\circ$
5F	$i_L(t) = (\frac{3}{2} * e^{\frac{1}{2}(t)} + \frac{5}{2}) * e^{-\frac{1}{2}(t)}, i_L(0) = 4 \text{ A}$