

Homework 10

1. 子图同构问题取两个无向图 G_1 和 G_2 , 要回答 G_1 是否与 G_2 的一个子图同构这一问题。证明: 子图同构问题是 NP 完全的。
2. 证明: 哈密顿路径问题是 NP 完全的。
3. 在瓶颈旅行商问题中, 目标是找出这样一条哈密顿回路, 使得回路中代价最大的边的代价相对于其他回路来说最小。假设代价函数满足三角不等式, 证明: 这个问题存在一个近似比为 3 的多项式时间近似算法。
4. 设 $G = (V, E)$ 是一个无向图, 其中是每条边 $(u, v) \in E$ 具有不同的权值 $\omega(u, v)$ 。对每个顶点 $v \in V$, 设 $\max(v) = \arg \max_{(u, v) \in E} \{\omega(u, v)\}$ 是与顶点 v 相关联的最大权值边。设 $S_G = \{\max(v) : v \in V\}$ 表示与各个顶点相关联的最大权值边的集合, T_G 表示图 G 的最大权值生成树。对任意的边集 $E' \subseteq E$, 定义 $\omega(E') = \sum_{(u, v) \in E'} \omega(u, v)$ 。
 - a. 给出一个至少包含 4 个顶点的图, 使其满足 $S_G = T_G$ 。
 - b. 给出一个至少包含 4 个顶点的图, 使其满足 $S_G \neq T_G$ 。
 - c. 证明: 对任意的图 G , $S_G \subseteq T_G$ 。
 - d. 证明: 对任意的图 G , $\omega(T_G) \geq \omega(S_G)/2$ 。
 - e. 给出一个 $O(V + E)$ 时间算法, 用于计算 2 近似的最大生成树。
5. 给出一种 2-SAT 问题的多项式解法。