Homework 8

PB17000297 罗晏宸

November 24 2019

1

假定我们对一个数据结构执行一个由 n 个操作组成的操作序列，当 i 严格为 2 的幂时，第 i 个操作的代价为 i，否则代价为 1。使用聚合分析确定每个操作的摊还代价。

解

2

用核算法重做第一题。

解

3

使用势能法重做第一题。

解

4 Exercise 16.2-2

我们可以将一维离散傅里叶变换推广到 d 维上。这时输入是一个 d 维的数组 $A = (a_{j_1, j_2, \cdots, j_d})$，维数分别为 $n_1, n_2, \cdots, n_d$，其中 $n_1 n_2 \cdots n_d = n$。

定义 d 维离散傅里叶变换如下：

$$y_{k_1,k_2,\cdots,k_d} = \sum_{j_1=0}^{n_1-1}\sum_{j_2=0}^{n_2-1}\cdots\sum_{j_d=0}^{n_d-1} a_{j_1,j_2,\cdots,j_d}\omega_{n_1}^{j_1k_1}\omega_{n_2}^{j_2k_2}\cdots\omega_{n_d}^{j_dk_d}$$

其中 $0 \le k_1 < n_1, 0 \le k_2 < n_2, \cdots, 0 \le k_d < n_d$。

a 证明：我们可以依次在每个维度上计算一维的 DFT 来计算一个 d 维的 DFT。也就是说，首先沿着第 1 维计算 n=n1 个独立的一维 DFT。然后，把沿着第 1 维的 DFT 结果作为输入，我们计算沿着第 2 维的 n=n2 个独立的一维 DFT。利用这个结果作为输入，我们计算沿着第三维的 n=n3 个独立的一维 DFT，如此下去，直到第 d 维。

b 证明：维度的次序并无影响，于是可以通过在 d 个维度的任意顺序中计算一维 DFT 来计算一个 d 维的 DFT。

c 证明：如果采用计算快速傅里叶变换计算每个一维的 DFT，那么计算一个 d 维的 DFT 的总时间是 O(nlgn)，与 d 无关。

解