

# Homework 10

PB17000297 罗晏宸

December 26 2019

## 1 Exercise 34.5-1

**子图同构问题**取两个无向图  $G_1$  和  $G_2$ , 要回答  $G_1$  是否与  $G_2$  的一个子图同构这一问题。证明：子图同构问题是 NP 完全的。

解

## 2 Exercise 34.5-6

证明：哈密顿路径问题是 NP 完全的。

解

## 3 Exercise 35.2-4

在**瓶颈旅行商问题**中，目标是找出这样一条哈密顿回路，使得回路中代价最大的边的代价相对于其他回路来说最小。假设代价函数满足三角不等式，证明：这个问题存在一个近似比为 3 的多项式时间近似算法。

解

## 4 Problem 35-6 Approximating a maximum spanning tree

设  $G = (V, E)$  是一个无向图，其中的每条边  $(u, v) \in E$  具有不同的权值  $w(u, v)$ 。对每个顶点  $v \in V$ ，设  $\max(v) = \arg \max_{(u,v) \in E} \{w(u, v)\}$  是与顶点  $v$  相关联的最大权值边。设  $S_G = \{\max(v) : v \in V\}$  表示与各个顶点相关联的最大权值边的集合， $T_G$  表示图  $G$  的最大权值生成树。对任意的边集  $E' \subseteq E$ ，定义  $w(E') = \sum_{(u,v) \in E'} w(u, v)$ 。

- a 给出一个至少包含 4 个顶点的图，使其满足  $S_G = T_G$ 。
- b 给出一个至少包含 4 个顶点的图，使其满足  $S_G \neq T_G$ 。
- c 证明：对任意的图  $G$ ， $S_G \subseteq T_G$ 。
- d 证明：对任意的图  $G$ ， $w(T_G) \geq w(S_G)/2$ 。
- e 给出一个  $O(V + E)$  时间算法，用于计算 2 近似的最大生成树。

解

- a
- b
- c
- d
- e

## 5 Exercise 34.4-7

给出一种 2-SAT 问题的多项式解法

解