

Homework 7

1. 给定一个有向无环图 $G = (V, E)$, 边权重为实数, 给定图中两个顶点 s 和 t 。设计动态规划算法, 求从 s 到 t 的最长加权简单路径。
2. 设定动态规划算法求解 0-1 背包问题, 要求运行时间为 $O(nW)$, n 为商品数量, W 是小偷能放进背包的最大商品总重量。
3. 一位公司主席正在向 Stewart 教授咨询公司聚会方案。公司的内部结构关系是层次化的, 即员工按主管-下属关系构成一棵树, 根结点为公司主席。人事部按“宴会交际能力”为每个员工打分, 分值为实数。为了使所有参加聚会的员工都感到愉快, 主席不希望员工及其直接主管同时出席。
公司主席向 Stewart 教授提供公司结构树, 采用左孩子右兄弟表示法 (参见课本 10.4 节) 描述。每个节点除了保存指针外, 还保存员工的名字和宴会交际评分。设计算法, 求宴会交际评分之和最大的宾客名单。分析算法复杂度。
4. 设计一个高效的算法, 对实数线上给定的一个点集 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 求一个单位长度闭区间的集合, 包含所有给定的点, 并要求此集合最小。证明你的算法是正确的。
5. 考虑用最少的硬币找 n 美分零钱的问题。假定每种硬币的面额都是整数。设计贪心算法求解找零问题, 假定有 25 美分、10 美分、5 美分和 1 美分四种面额的硬币。证明你的算法能找到最优解。