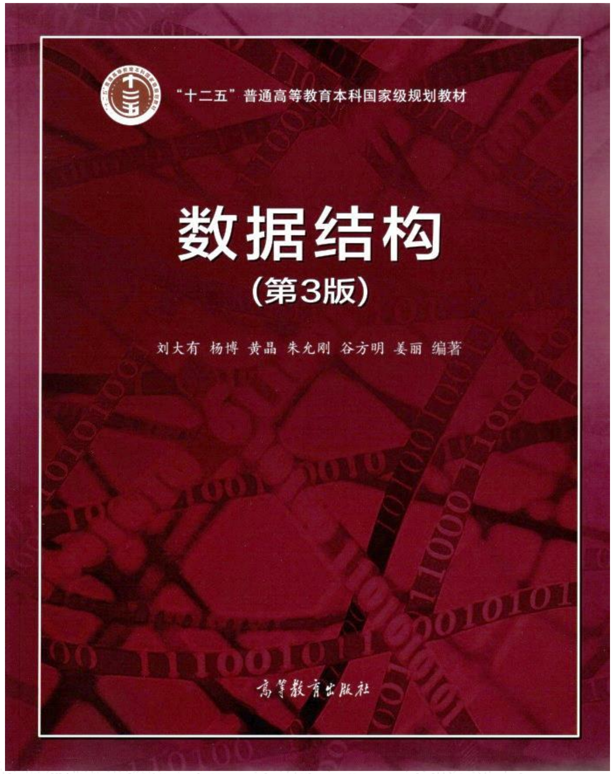
# 堆排序

- 锦标赛排序
- 堆的概念及基本操作
- 堆排序算法
- 堆与优先级队列




数据之法
结构之美
算法之道



zhuyungang@jlu.edu.cn


楼天城
清华大学博士
2次获ACM/ICPC全球总决赛金牌亚军
2次获Google全球编程挑战赛冠军
2次获Facebook骇客杯世界编程大赛季军
2次获百度之星程序设计大赛冠军
小马智行创始人兼CTO
身价75亿元人民币（胡润财富榜）

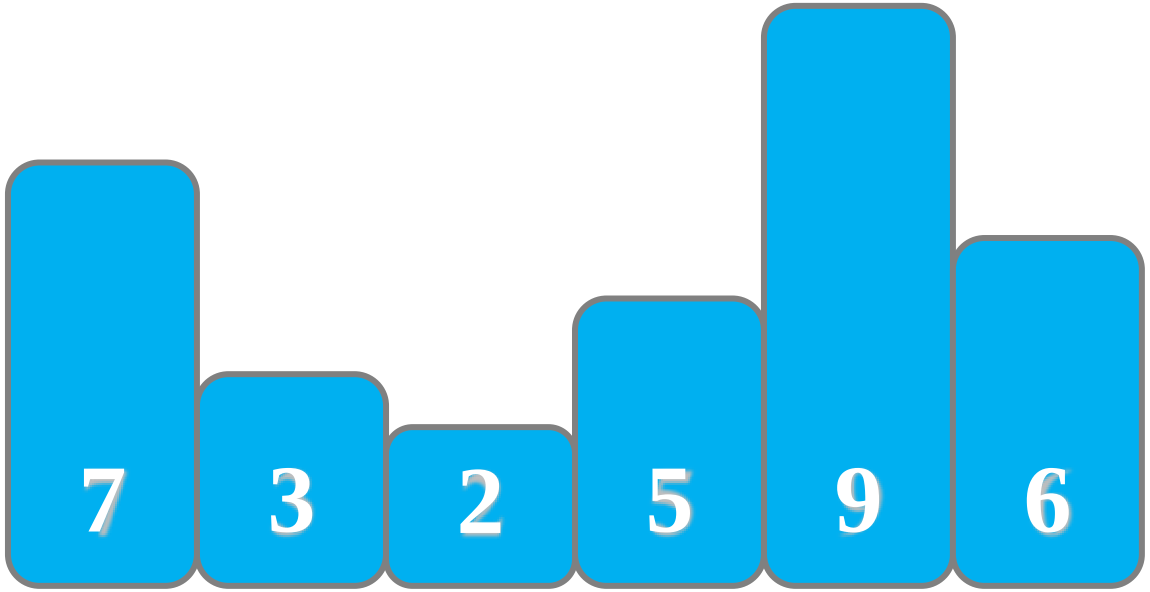
第一名可能会让你望尘莫及，直到最后也没办法追上。在此之前，要有一个正确的心态，不能自暴自弃，更不能妄自菲薄。然后要很实实在在的努力，每次必须做的事要做好，先把距离咬住再说。

人生发展是个积累的过程，基本上99%的成功都是通过日日夜夜的积累完成的。努力是你唯一能依赖的东西。

# 动机

A

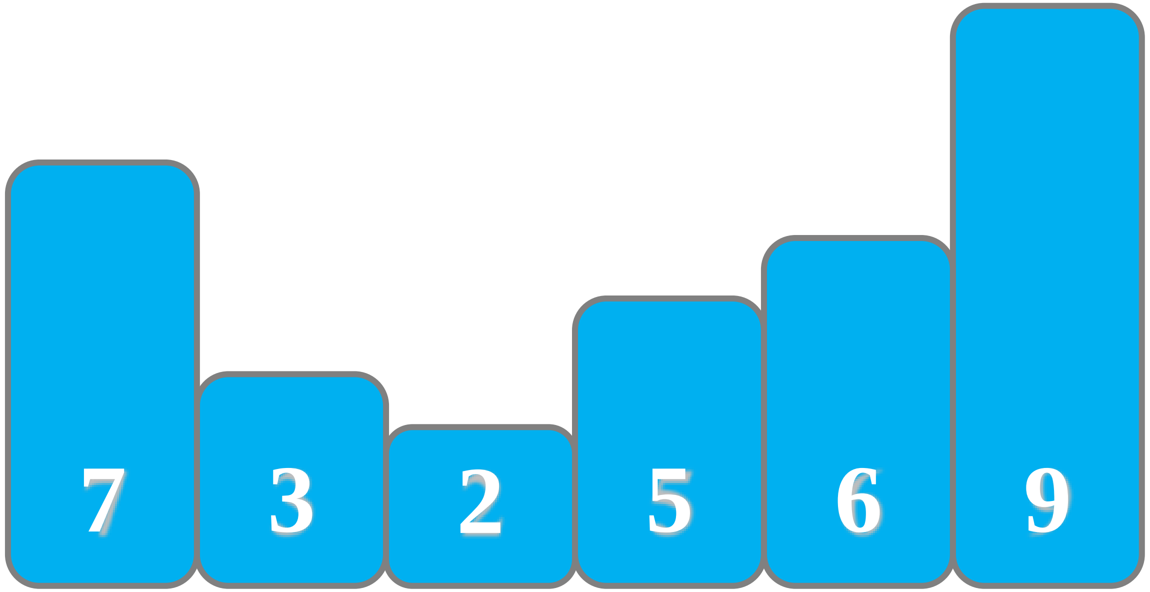
- 直接选择排序低效原因：每次找最大元素需花费O($n$)时间，涉及大量重复比较。

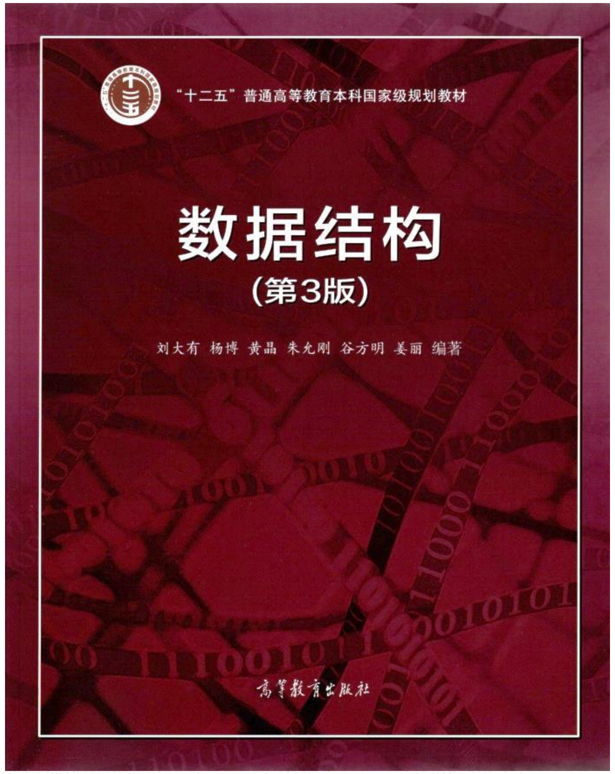


# 动机

A

- 直接选择排序低效原因：每次找最大元素需花费O(*n*)时间，涉及大量重复比较。
- 能否借助树形结构，减少元素的重复比较次数。






# 堆排序

- 锦标赛排序
- 堆的概念及基本操作
- 堆排序算法
- 堆与优先级队列

数据之法
结构之美
算法之道

Last updated on 2023.11

zhuyungang@jlu.edu.cn

# 锦标赛排序

B

利用**胜者树**保存了前面比较的结果，下一次选取最大元素时直接利用前面比较的结果，从而大幅减少关键词比较次数。

# 胜者树

| | |
|---|---|
| **荷兰** | **3** |
| 美国 | 1 |

| | |
|---|---|
| **阿根廷** | **2** |
| 澳大利亚 | 1 |

| | |
|---|---|
| 日本 | 1 (1) |
| **克罗地亚（点）** | **1 (3)** |

| | |
|---|---|
| **巴西** | **4** |
| 韩国 | 1 |

| | |
|---|---|
| **英格兰** | **3** |
| 塞内加尔 | 0 |

| | |
|---|---|
| **法国** | **3** |
| 波兰 | 1 |

| | |
|---|---|
| **摩洛哥（点）** | **0 (3)** |
| 西班牙 | 0 (0) |

| | |
|---|---|
| **葡萄牙** | **6** |
| 瑞士 | 1 |

| | |
|---|---|
| 荷兰 | 2 (3) |
| **阿根廷（点）** | **2 (4)** |

| | |
|---|---|
| **克罗地亚（点）** | **1 (4)** |
| 巴西 | 1 (2) |

| | |
|---|---|
| 英格兰 | 1 |
| **法国** | **2** |

| | |
|---|---|
| **摩洛哥** | **1** |
| 葡萄牙 | 0 |

| | |
|---|---|
| **阿根廷** | **3** |
| 克罗地亚 | 0 |

| | |
|---|---|
| **法国** | **2** |
| 摩洛哥 | 0 |

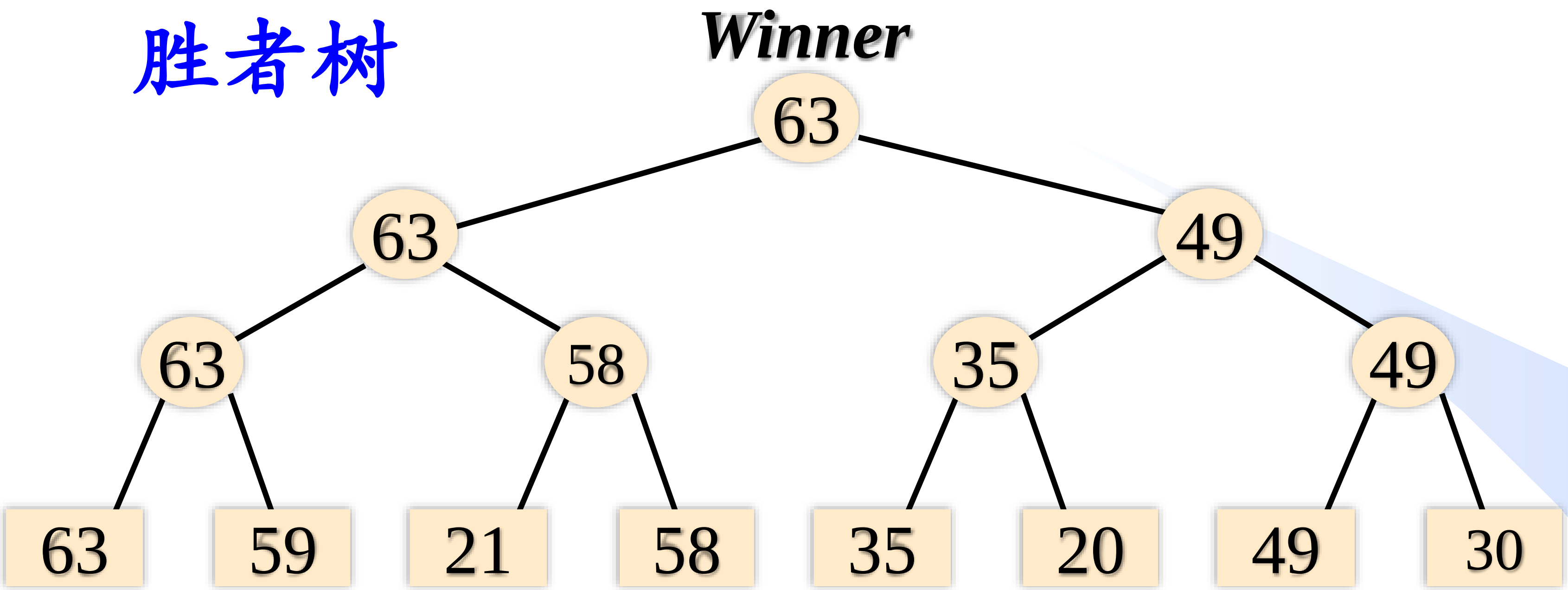
| | |
|---|---|
| **阿根廷（点）** | **3 (4)** |
| 法国 | 3 (2) |

FIFA WORLD CUP Qatar2022

# 锦标赛排序

B

## 胜者树



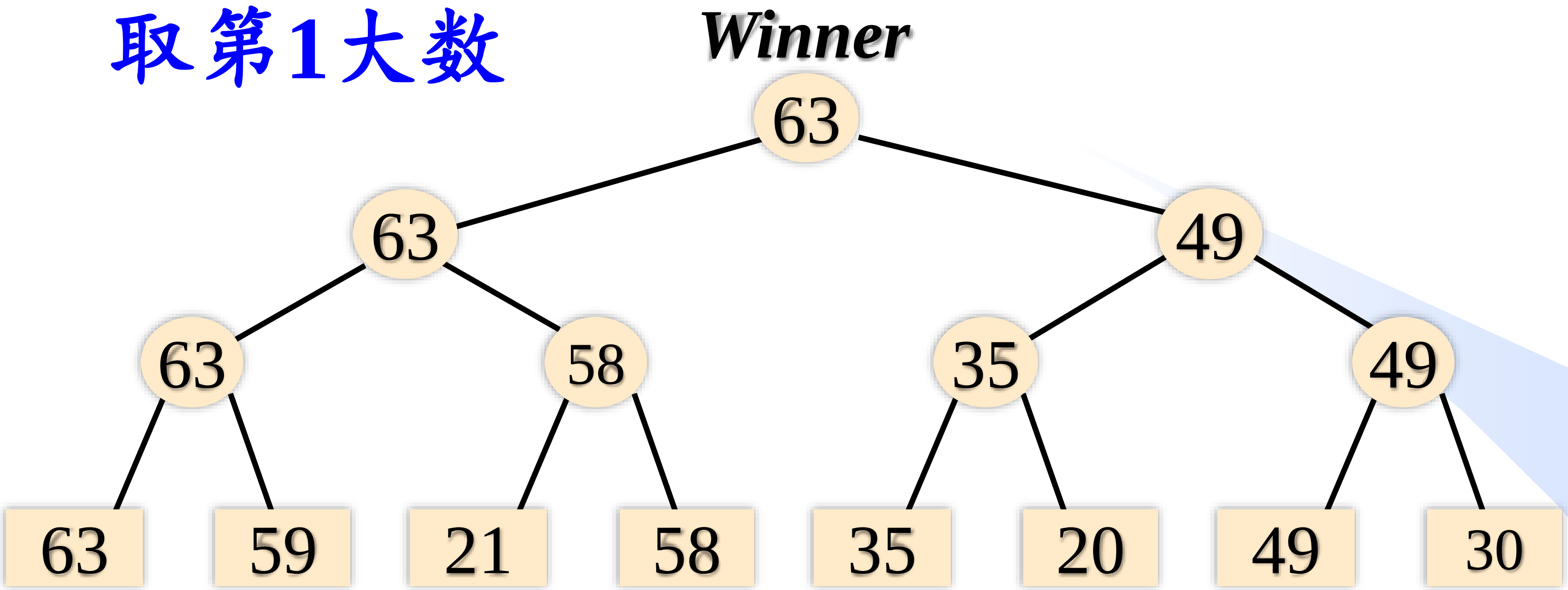

满二叉树：

- 叶结点：存放待排序元素的关键词；
- 非叶结点：存放关键词两两比较的结果；即父结点的关键词是子结点的关键词的最大值
- $n$ 非 2 的 幂时，叶结点补足到满足$2^k$，$2^{k-1} < n \le 2^k$

# 锦标赛排序

B

## 取第1大数

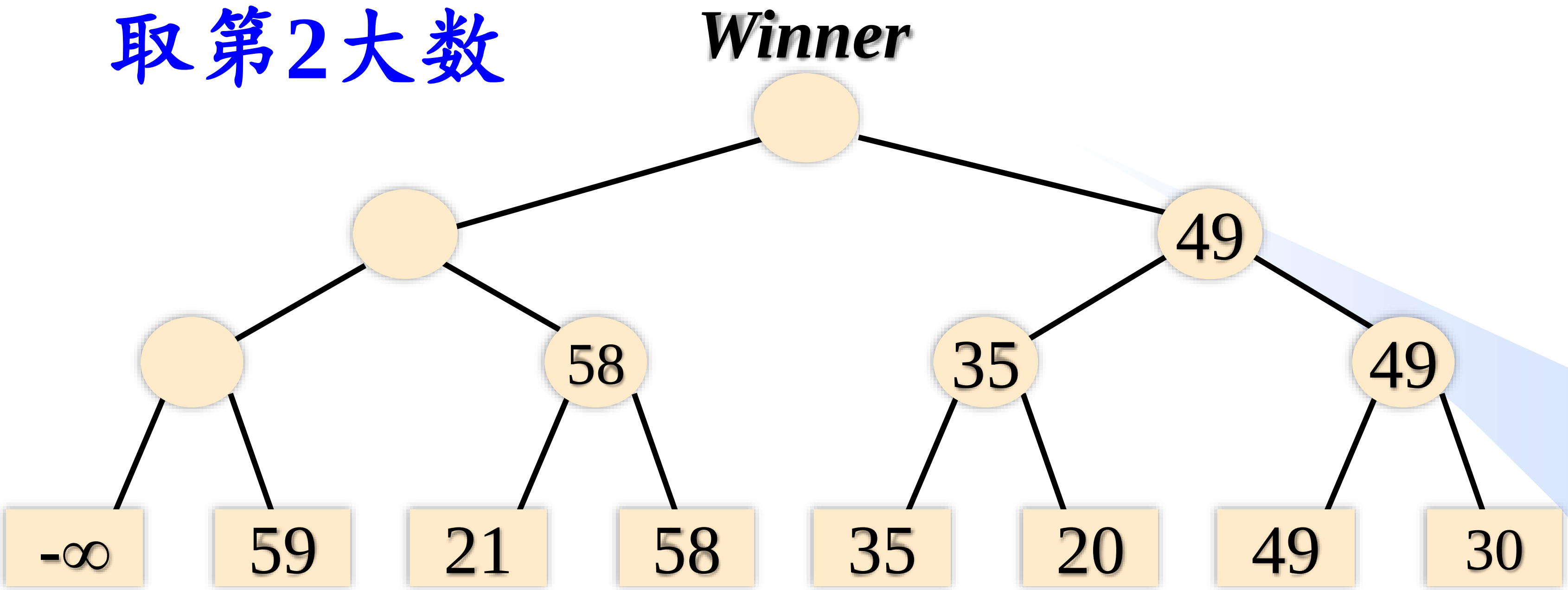



- 最大关键词上升到根
- 关键词比较次数O($n$)

# 锦标赛排序

B

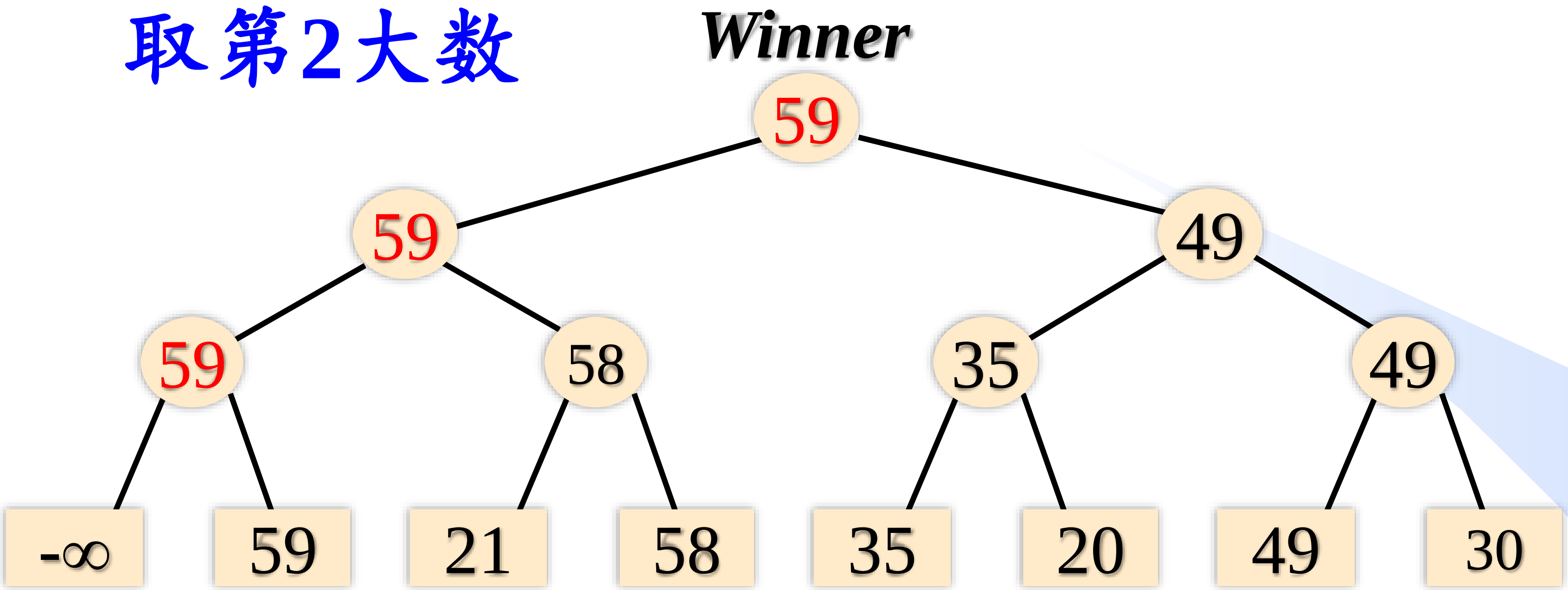
## 取第2大数



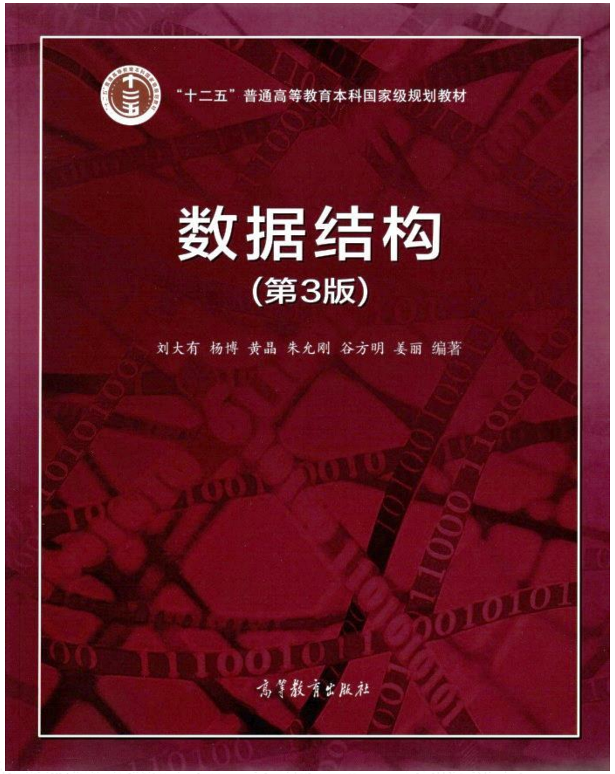
# 锦标赛排序

B

## 取第2大数




- 将剩余记录调整为新的胜者树，得到第2大元素
- 关键词比较次数O(log*n*)
- 总时间复杂度O(*n*) + O(log*n*)+…+ O(log*n*)= O(*n*log*n*)
- 对于*n*个待排序记录，锦标赛算法至少需要2*n*-1个结点来存放胜者树，故这是一个拿空间换时间的算法。




# 堆排序

- 锦标赛排序
- 堆的概念及基本操作
- 堆排序算法
- 堆与优先级队列

数据之法
结构之美
算法之道

Last updated on 2023.11

zhuyungang@jlu.edu.cn

# 动机

# 堆

➢ **由J.W.J. Williams、Robert Floyd提出。**

ALGORITHM 232
HEAPSORT
J. W. J. Williams (Recd 1 Oct. 1963 and, revised, 15 Feb. 1964)
Elliott Bros. (London) Ltd., Borehamwood, Herts, England

**comment** The following procedures are related to *TREESORT* [R. W. Floyd, Alg. 113, *Comm. ACM 5* (Aug. 1962), 434, and A. F. Kaupe, Jr., Alg. 143 and 144, *Comm. ACM 5* (Dec. 1962), 604] but avoid the use of pointers and so preserve storage space. All the procedures operate on single word items, stored as elements 1 to $n$ of the array $A$. The elements are normally so arranged that $A[i] \leqq A[j]$ for $2 \leqq j \leqq n$, $i = j \div 2$. Such an arrange-

ALGORITHM 245
TREESORT 3 [M1]
Robert W. Floyd (Recd. 22 June 1964 and 17 Aug. 1964)
Computer Associates, Inc., Wakefield, Mass.

**procedure** *TREESORT* 3 $(M, n)$;
**value** $n$; **array** $M$; **integer** $n$;
**comment** *TREESORT* 3 is a major revision of *TREESORT* [R. W. Floyd, Alg. 113, *Comm. ACM 5* (Aug. 1962), 434] suggested by *HEAPSORT* [J. W. J. Williams, Alg. 232, *Comm. ACM 7* (June 1964), 347] from which it differs in being an in-place sort. It is shorter and probably faster, requiring fewer comparisons and only one division. It sorts the array $M[1{:}n]$, requiring no more than $2 \times (2 \uparrow p-2) \times (p-1)$, or approximately $2 \times n \times (\log_2(n)-1)$ comparisons and half as many exchanges in the worst case to sort $n = 2 \uparrow p - 1$ items. The algorithm is


[1] **J. W. J. Williams**. Heapsort, *Communications of the ACM*, 7(6):378-348, 1964.
[2] **Robert W. Floyd**. Treesort 3, *Communications of the ACM*, 7(12):701, 1964.

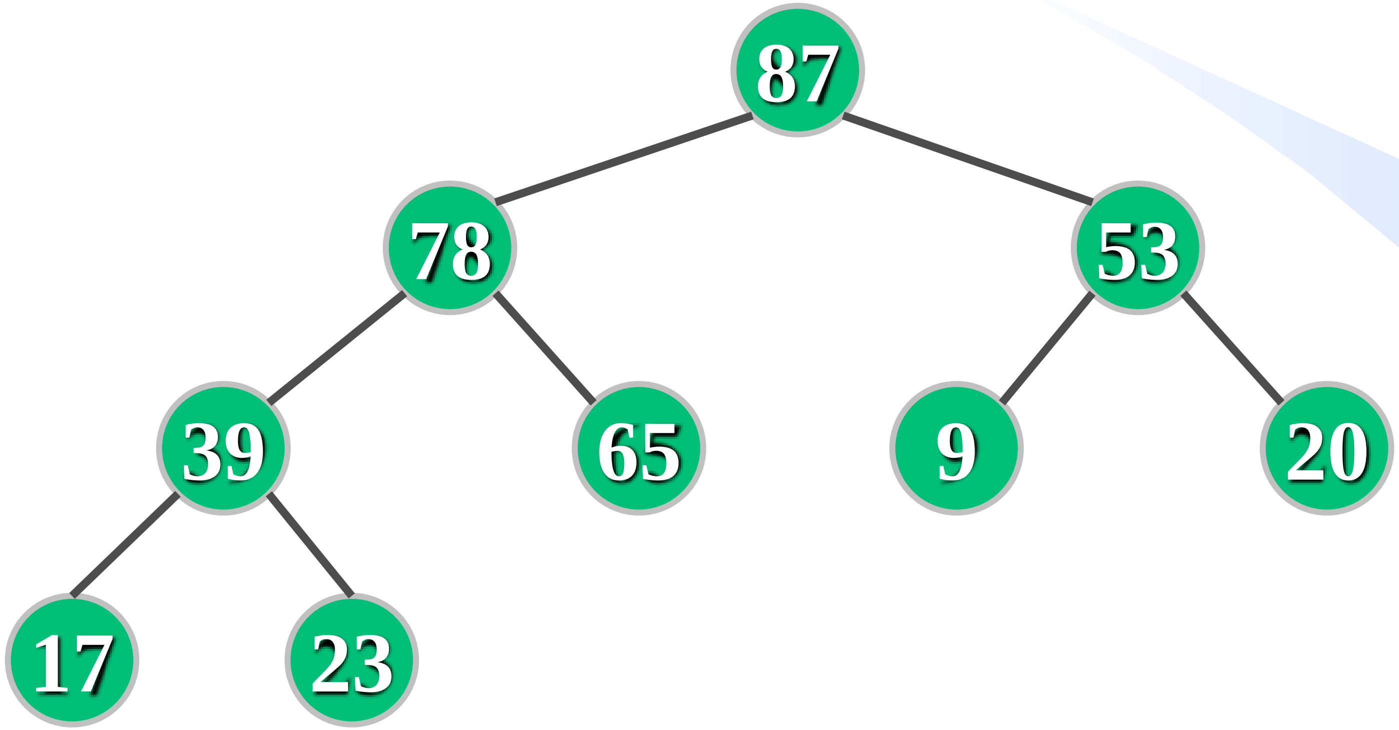
Coca-Cola
Coca-Cola
Estrella Damm
movistar
LA VANGUARDIA
Coca-Cola
Coca-Cola
Estrella Damm
SEREM
Estrella Damm
BASF
movistar
Estrella Damm
3
3
Estrella Damm
REPSOL
Estrella Damm
movistar
Estrella Damm
WE WANT TO VOTE!
Estrella Damm
Estrella Damm
TARRAGONA
T'ESPERA
TOTS
A PLAÇA DE NOU

# 堆（Heap）

A

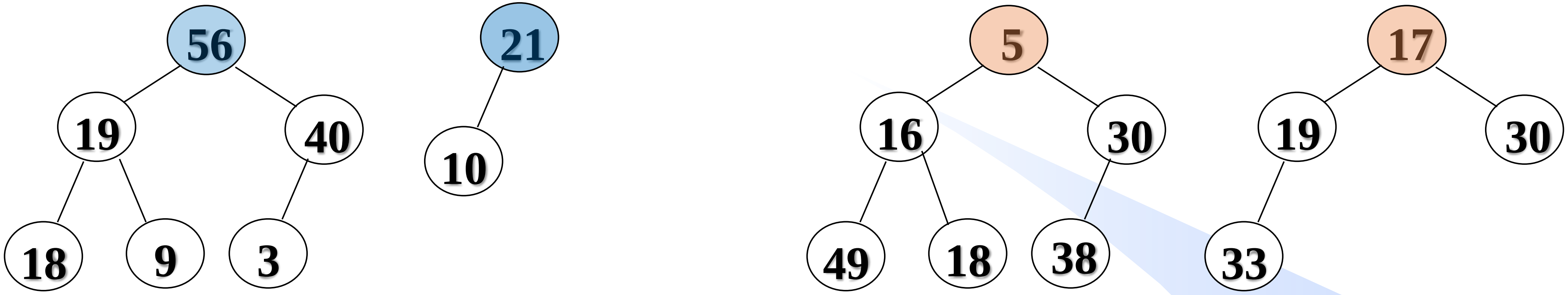
- 最大堆（大根堆）：一棵完全二叉树，其中任意结点的关键词大于等于它的两个孩子的关键词。
  - ✓ 结构性：完全二叉树。
  - ✓ 堆序性：任意结点的关键词大于等于其孩子的关键词。
- 最小堆（小根堆）：一棵完全二叉树，其中任意结点的关键词小于等于它的两个孩子的关键词。
- 堆的优势：最大堆中根结点的关键词最大，最小堆中根结点的关键词最小。

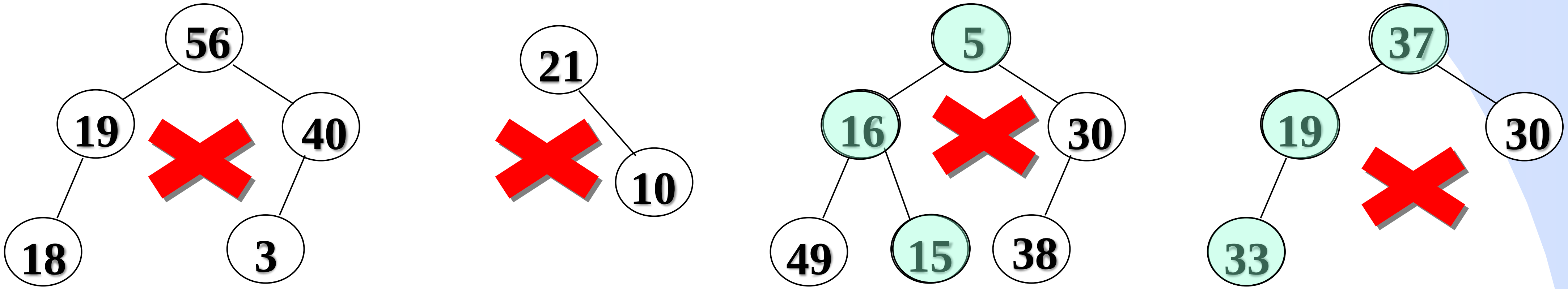
# 最大堆



A

最大堆 最小堆




不满足结构性

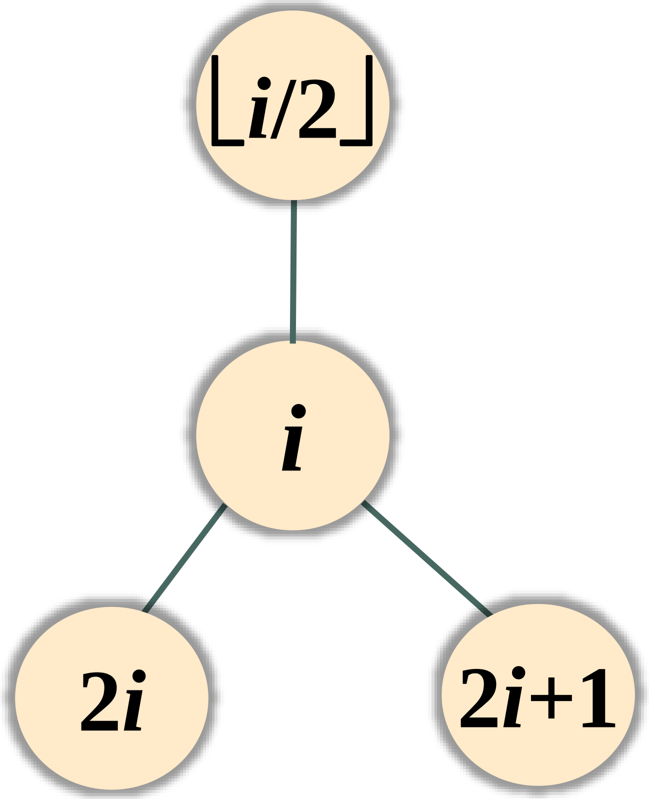
不是堆

不满足堆序性

# 回顾： 完全二叉树的顺序存储

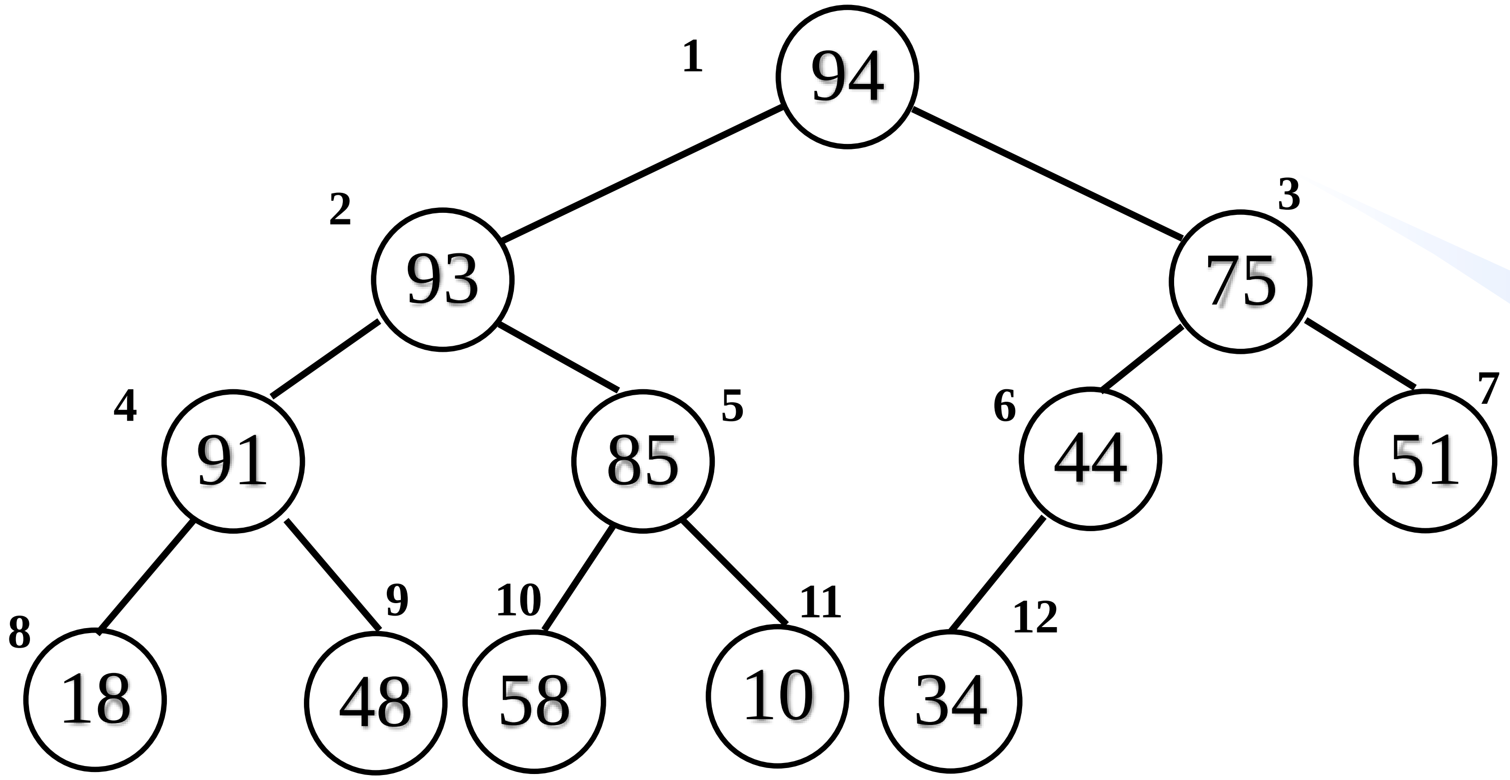
A

$R$[1]存储二叉树的根结点。结点$R$[$i$]的左孩子（若有的话）存放在$R$[2$i$]处，而$R$[$i$]的右孩子（若有的话）存放在$R$[2$i$+1]处。$R$[$i$]的父结点是$R$[$i$/2]。



# 堆的顺序存储

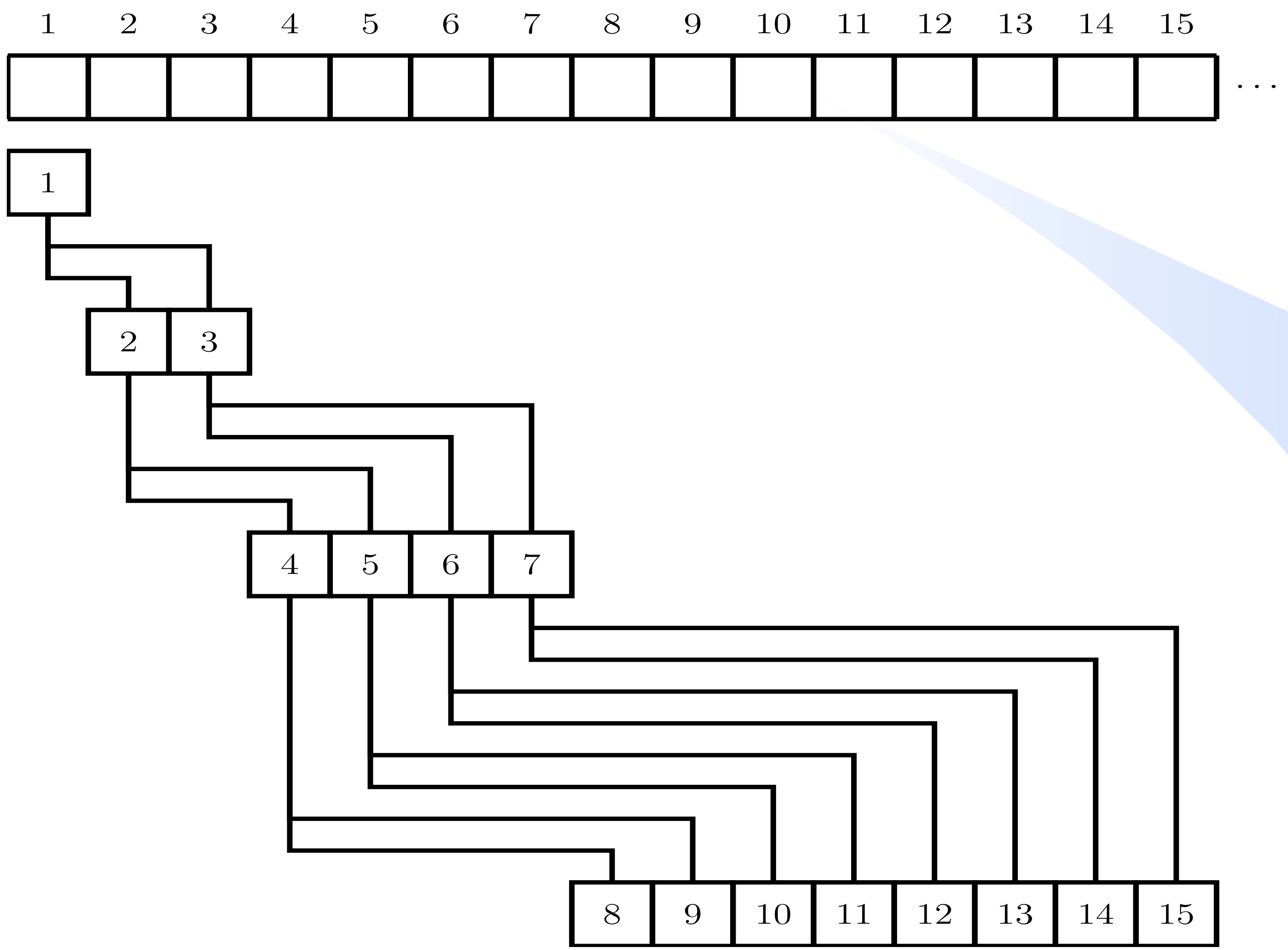





*R*[1]存储根结点。结点*R*[*i*]的左孩子（若有的话）存放在*R*[2*i*]处，*R*[*i*]的右孩子（若有的话）存放在*R*[2*i*+1]处。*R*[*i*] 的父结点为*R*[*i*/2]。

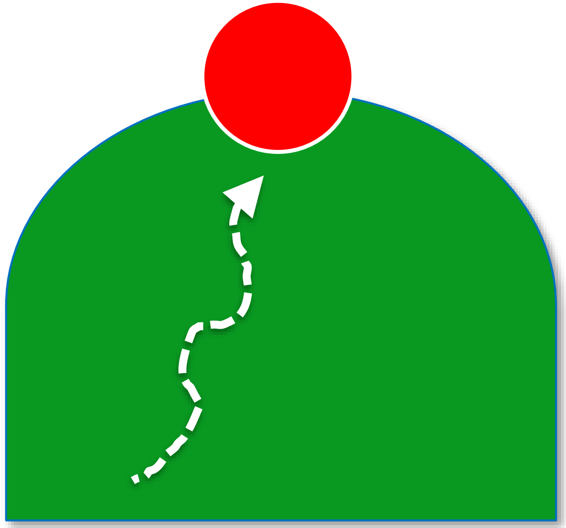
| *i* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| R[*i*] | 94 | 93 | 75 | 91 | 85 | 44 | 51 | 18 | 48 | 58 | 10 | 34 |

# 堆的顺序存储

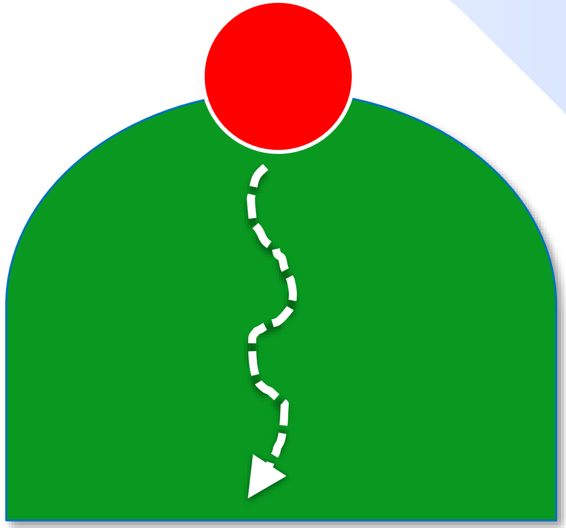


# 堆的两个基本操作

上浮操作



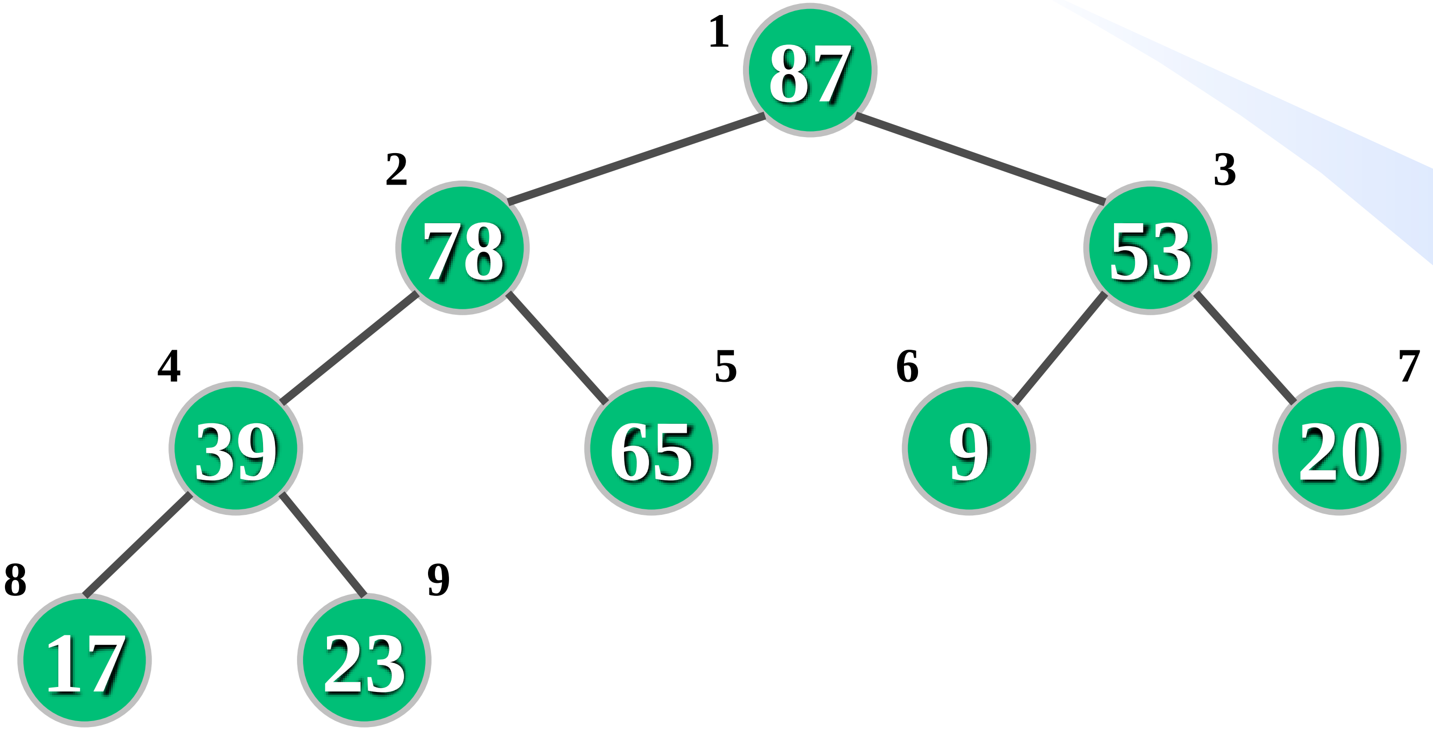
下沉操作



# 堆的上浮操作

A

当大根堆的元素值R[*i*]变大时，该结点**可能会**上浮；

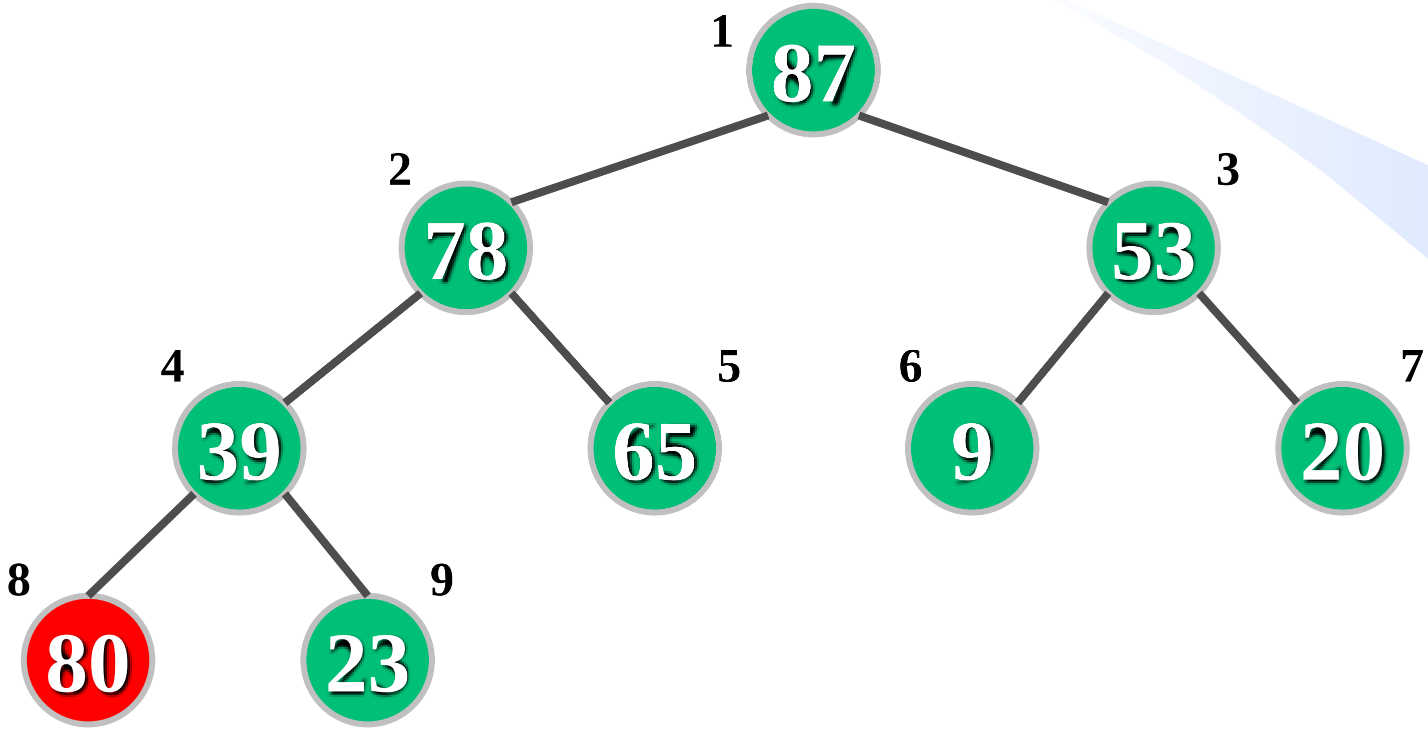



将R[8]修改为80

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 87 | 78 | 53 | 39 | 65 | 9 | 20 | 17 | 23 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

# 堆的上浮操作

当大根堆的元素值R[*i*]变大时，该结点**可能会**上浮；



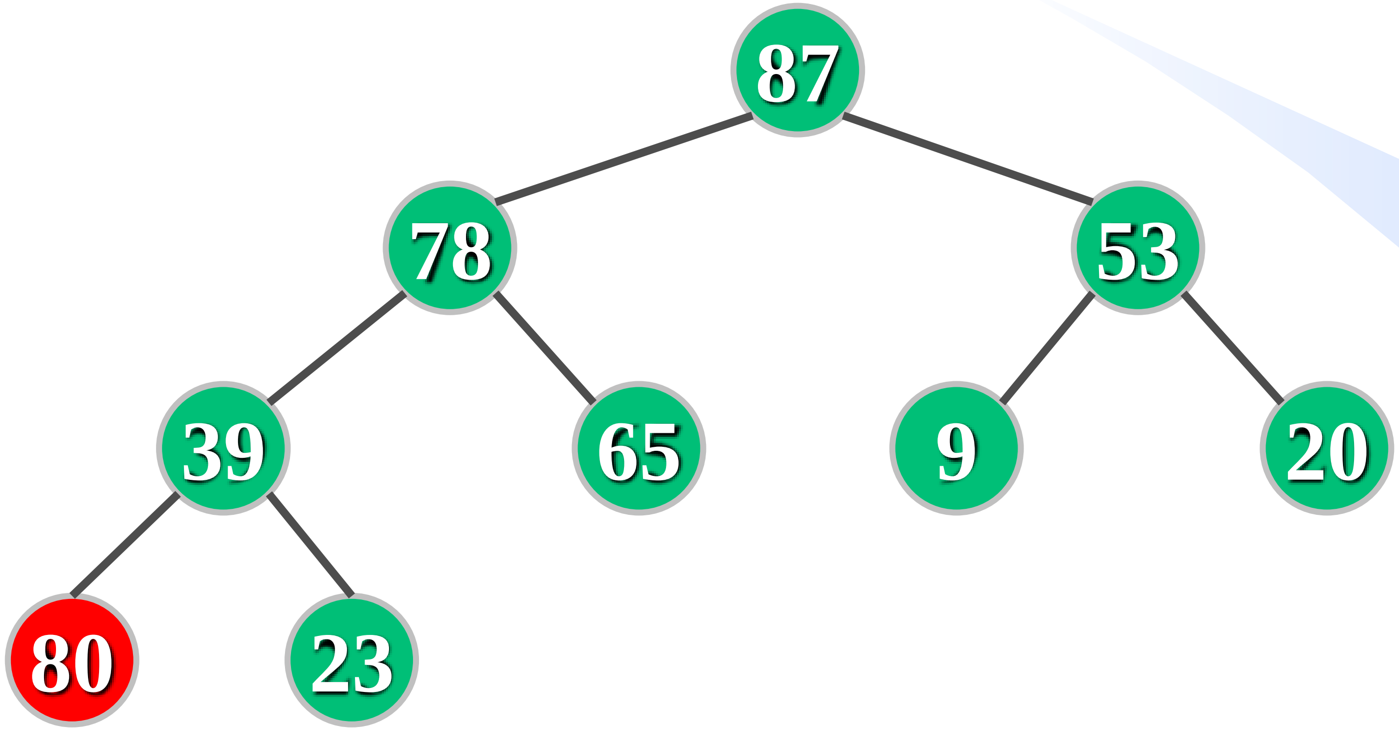

将R[8]修改为80

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 87 | 78 | 53 | 39 | 65 | 9 | 20 | 80 | 23 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

# 堆的上浮操作

A

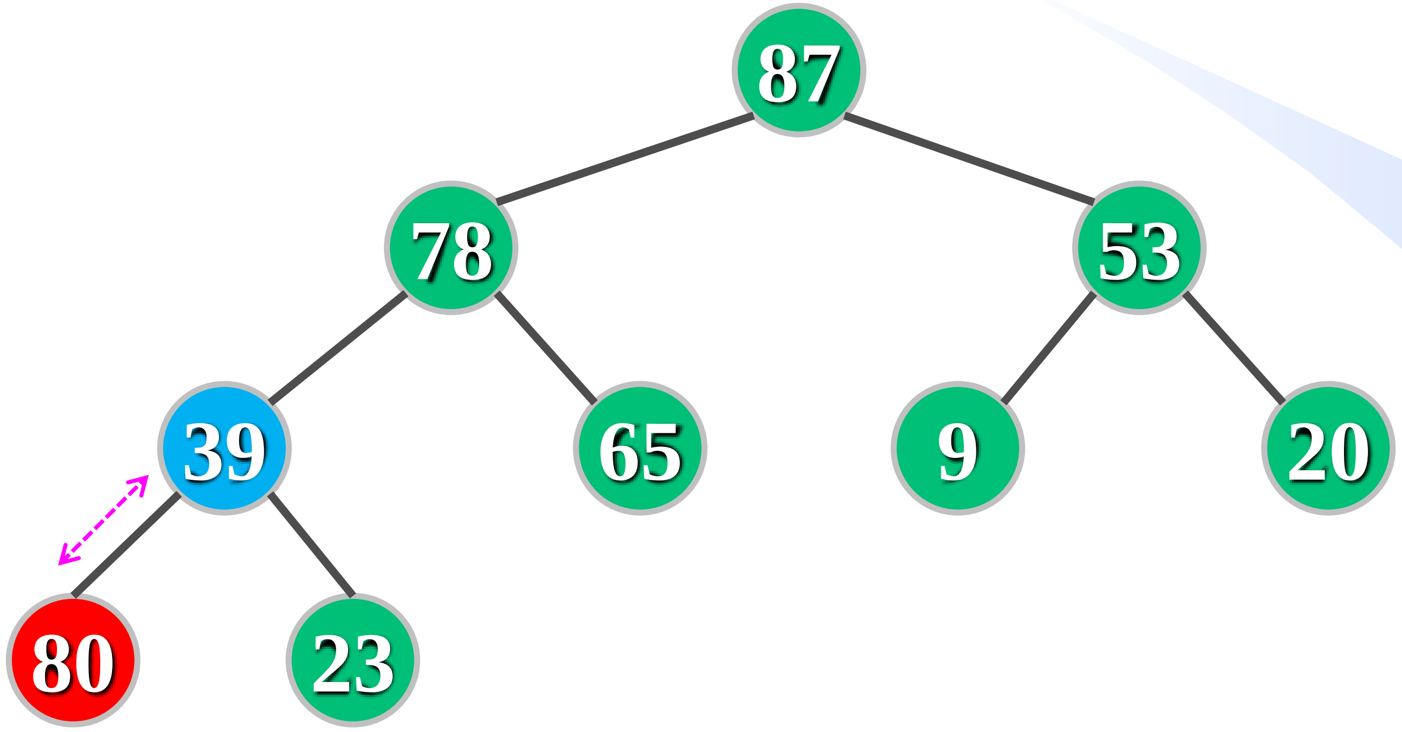
当大根堆的元素值R[*i*]变大时，该结点可能会上浮；



# 堆的上浮操作

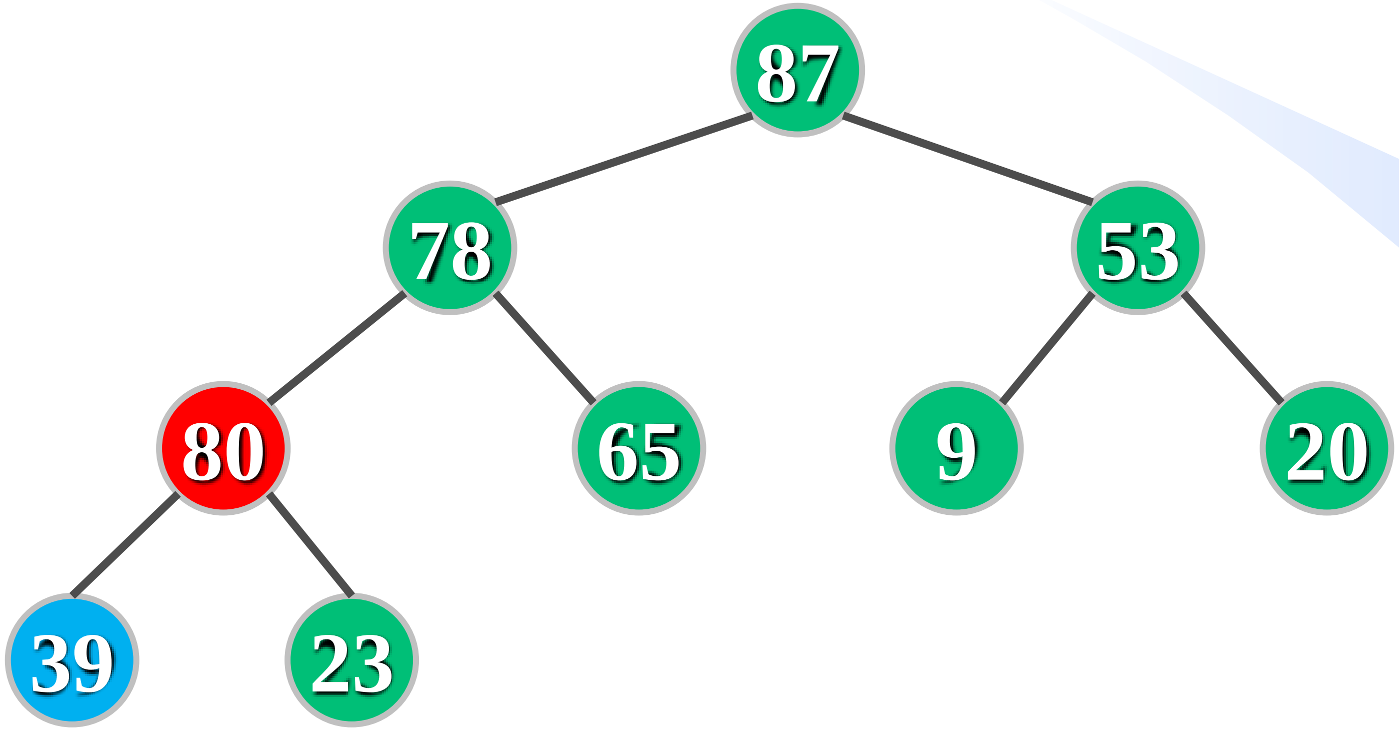
A

当大根堆的元素值R[*i*]变大时，该结点**可能会**上浮；



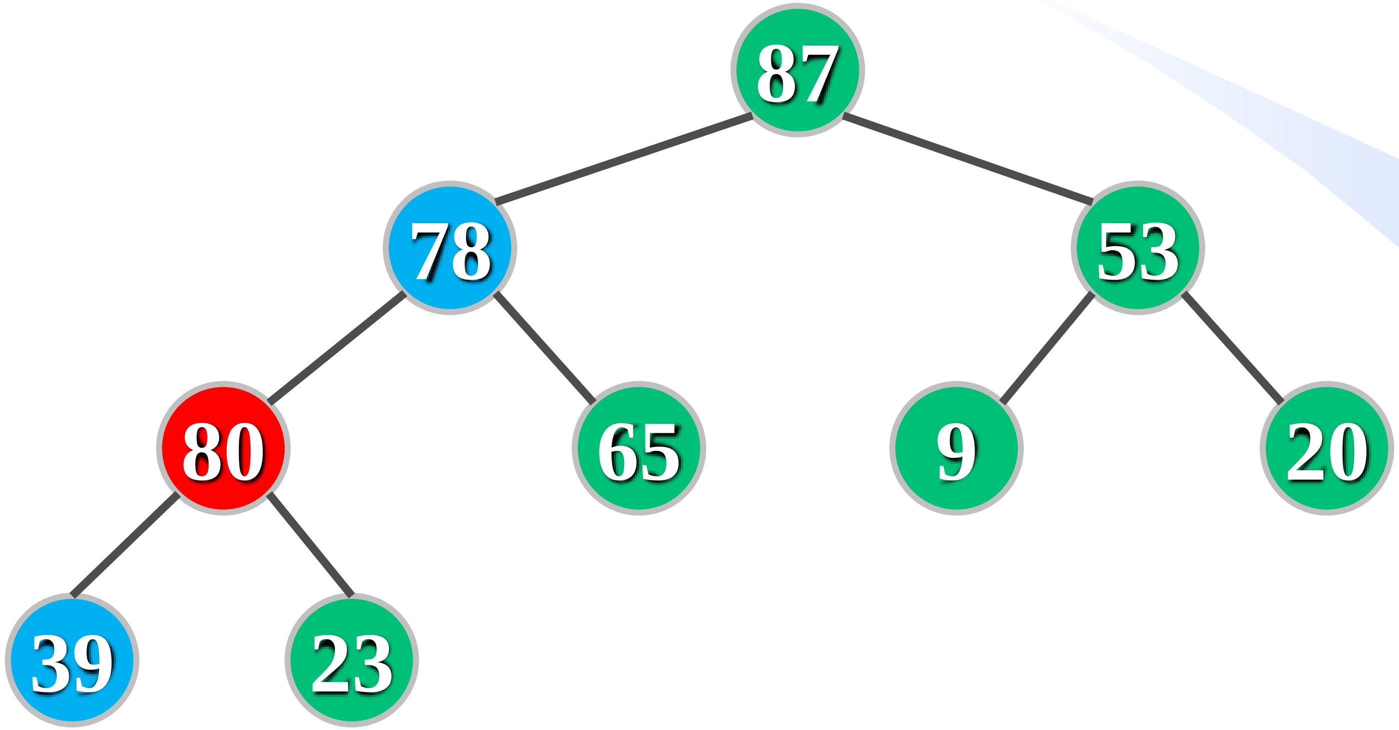
# 堆的上浮操作

当大根堆的元素值R[*i*]变大时，该结点**可能会**上浮；



# 堆的上浮操作

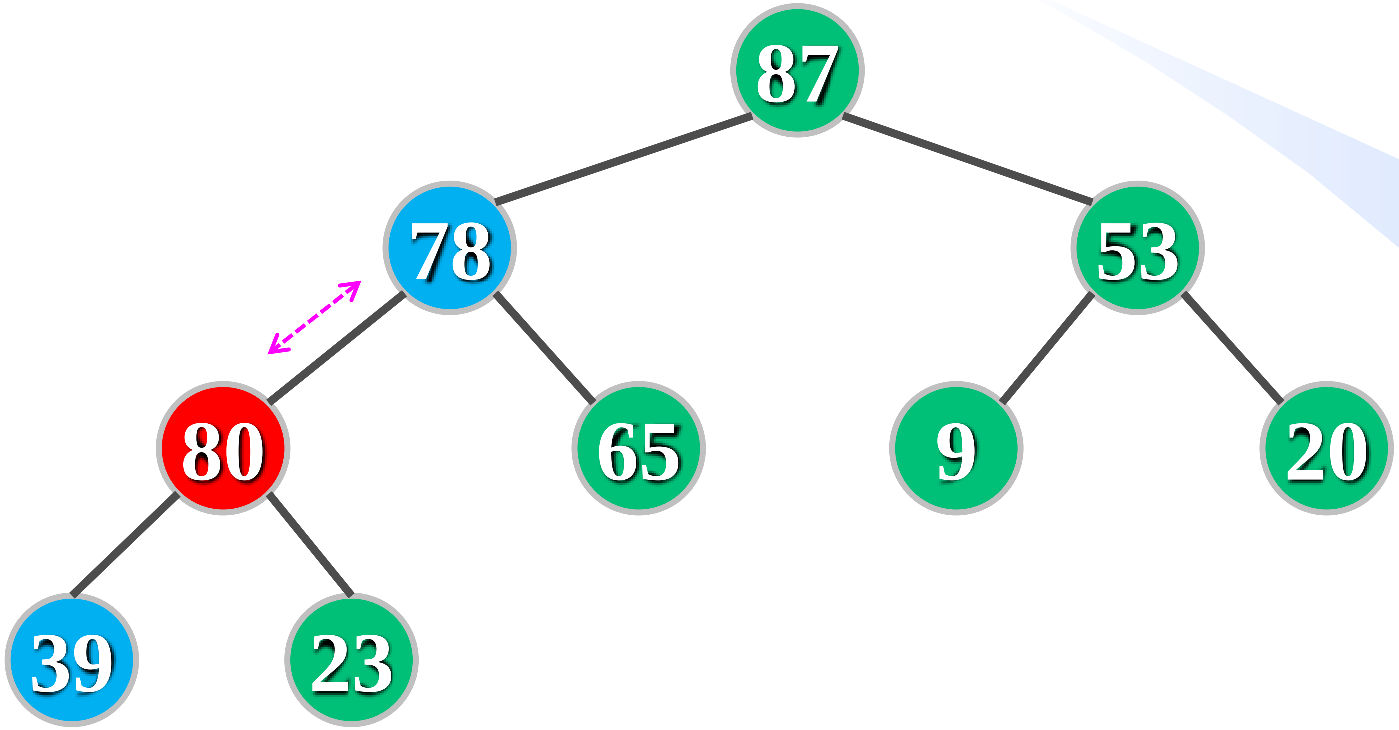
当大根堆的元素值R[*i*]变大时，该结点可能会上浮；



# 堆的上浮操作

A

当大根堆的元素值R[*i*]变大时，该结点可能会上浮；

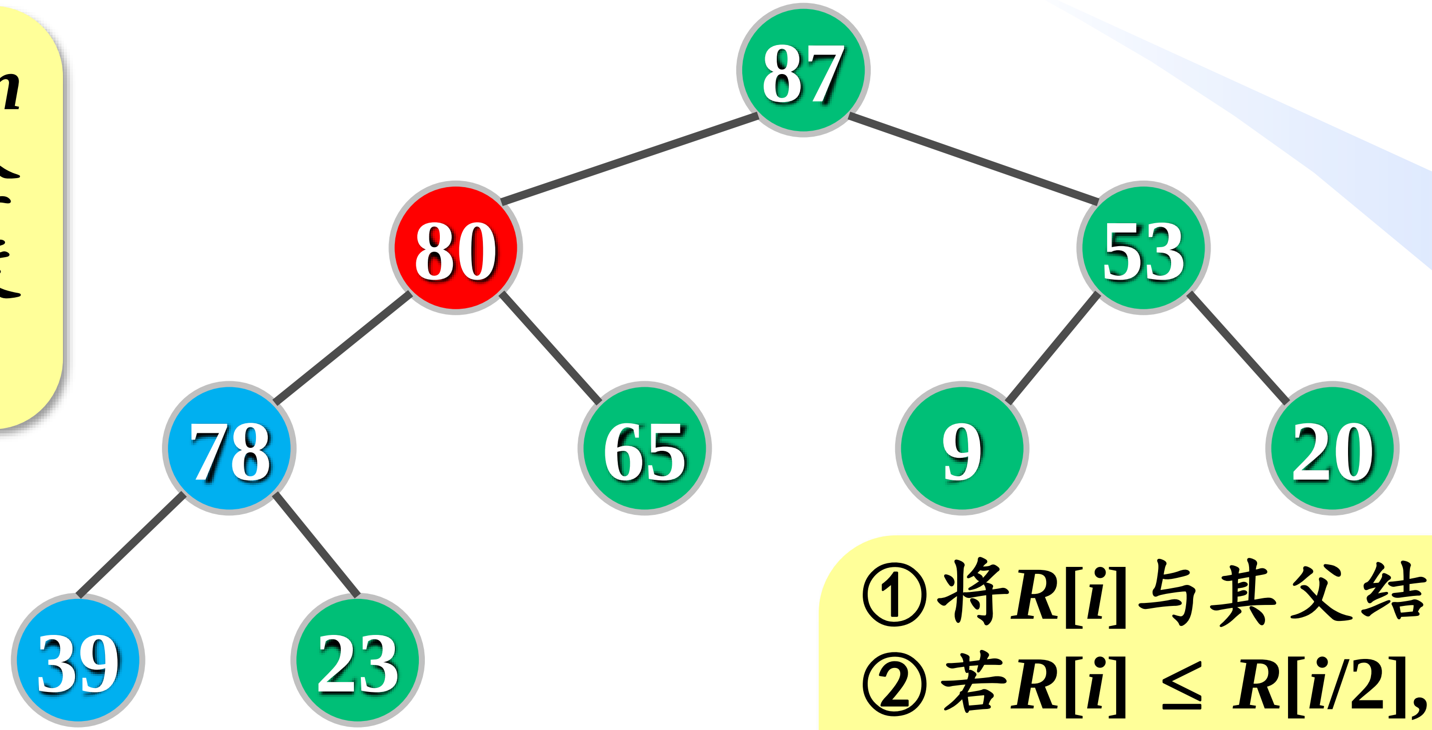


A

# 堆的上浮操作

当大根堆的元素值R[*i*]变大时，该结点**可能会**上浮；

**回顾：** 具有$n$个结点的完全二叉树的高度是$\lfloor \log_2 n \rfloor$.




时间复杂度
取决于树的高度
$O(\log n)$

①将$R[i]$与其父结点$R[i/2]$比较；
②若$R[i] \le R[i/2]$，则已满足堆序性，算法结束；
③否则交换$R[i]$和$R[i/2]$，令$i$指向其父亲$i \leftarrow i/2$，执行①。

# 堆的上浮操作

A

```
void ShiftUp(int R[], int n, int i){
    //堆元素R[i]上浮, 数组R[ ]存储堆, n为堆包含的元素个数
    while(i>1 && R[i]>R[i/2]){    //R[i]比父亲大
        swap(R[i], R[i/2]);       //交换R[i]和父亲
        i/=2;                     //结点i继续上浮
    }
}
```

也称为Swim或PercolateUp

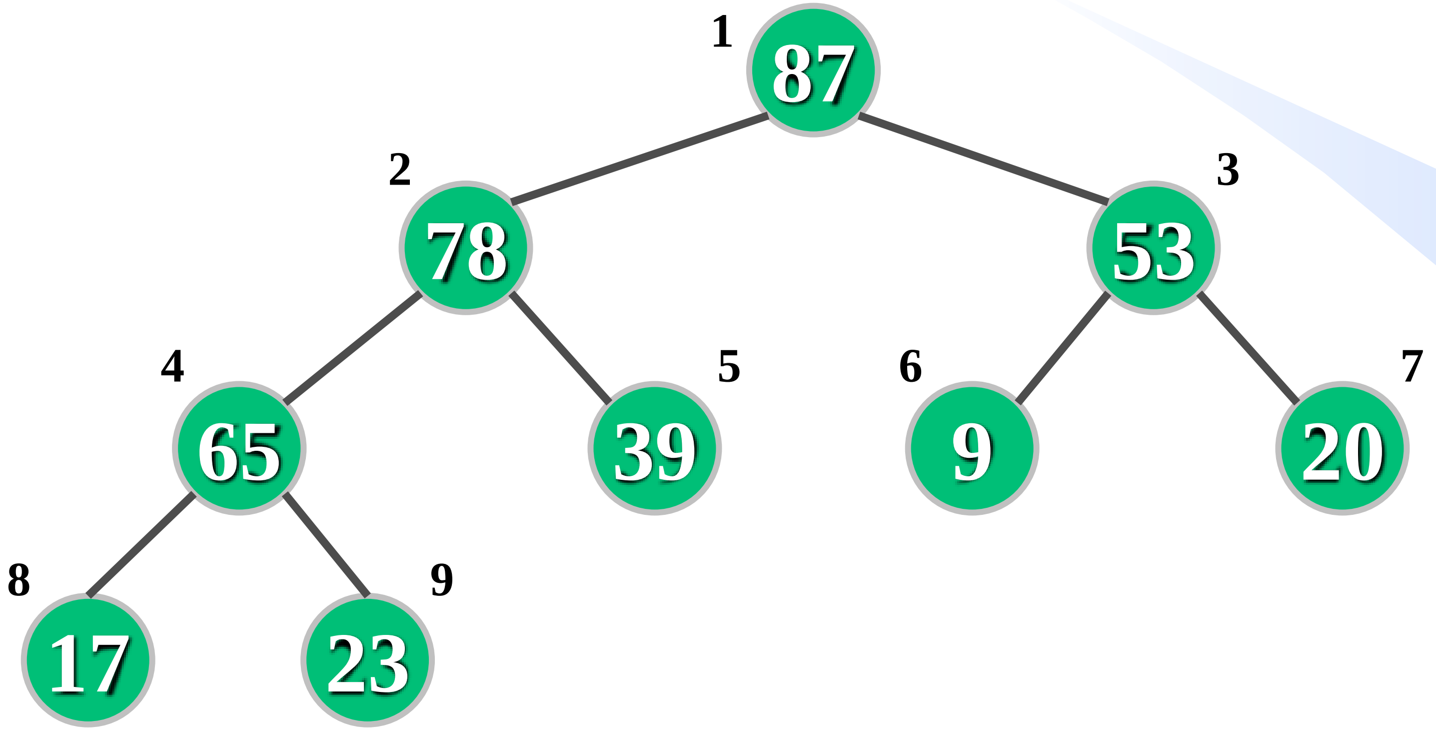
时间复杂度
O(log*n*)

①将*R*[*i*]与其父结点*R*[*i*/2]比较;
②若*R*[*i*] ≤ *R*[*i*/2], 则已满足堆序性, 算法结束;
③否则交换*R*[*i*]和*R*[*i*/2], 令*i*指向其父亲*i*←*i*/2, 执行①。

A

# 堆的下沉操作

当大根堆的元素值R[*i*]变小时，该结点**可能会**下沉；



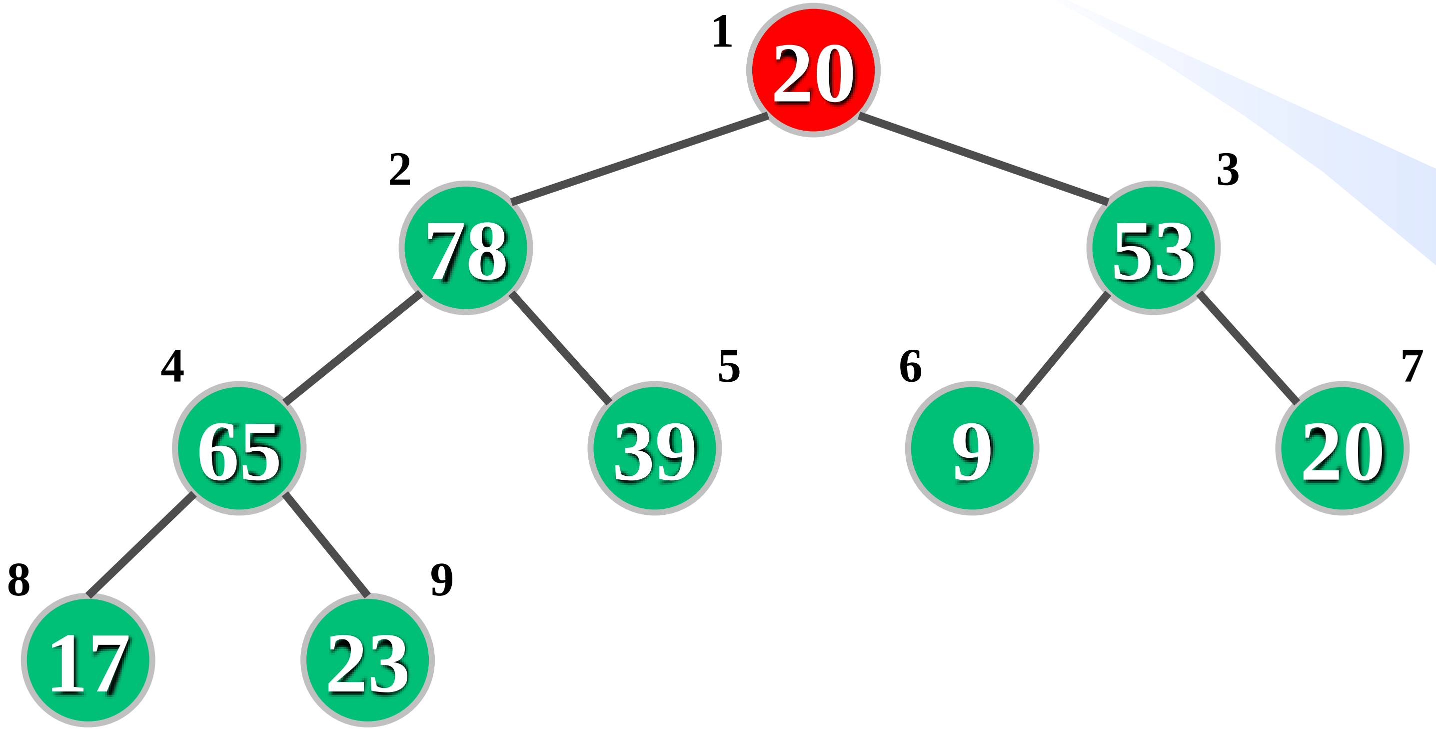

将R[1]修改为20

| 87 | 78 | 53 | 65 | 39 | 9 | 20 | 17 | 23 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

# 堆的下沉操作

A

当大根堆的元素值R[*i*]变小时，该结点可能会下沉；



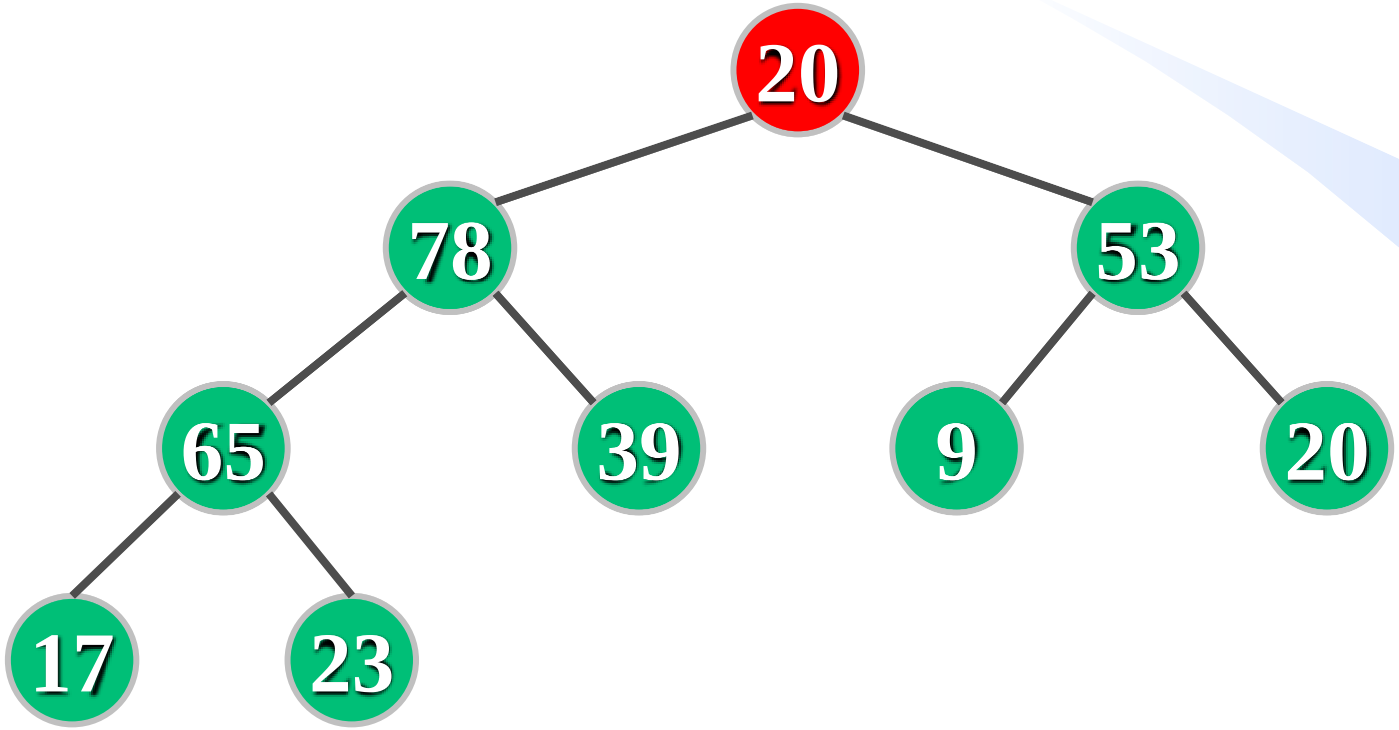

将R[1]修改为20

| 20 | 78 | 53 | 65 | 39 | 9 | 20 | 17 | 23 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

# 堆的下沉操作

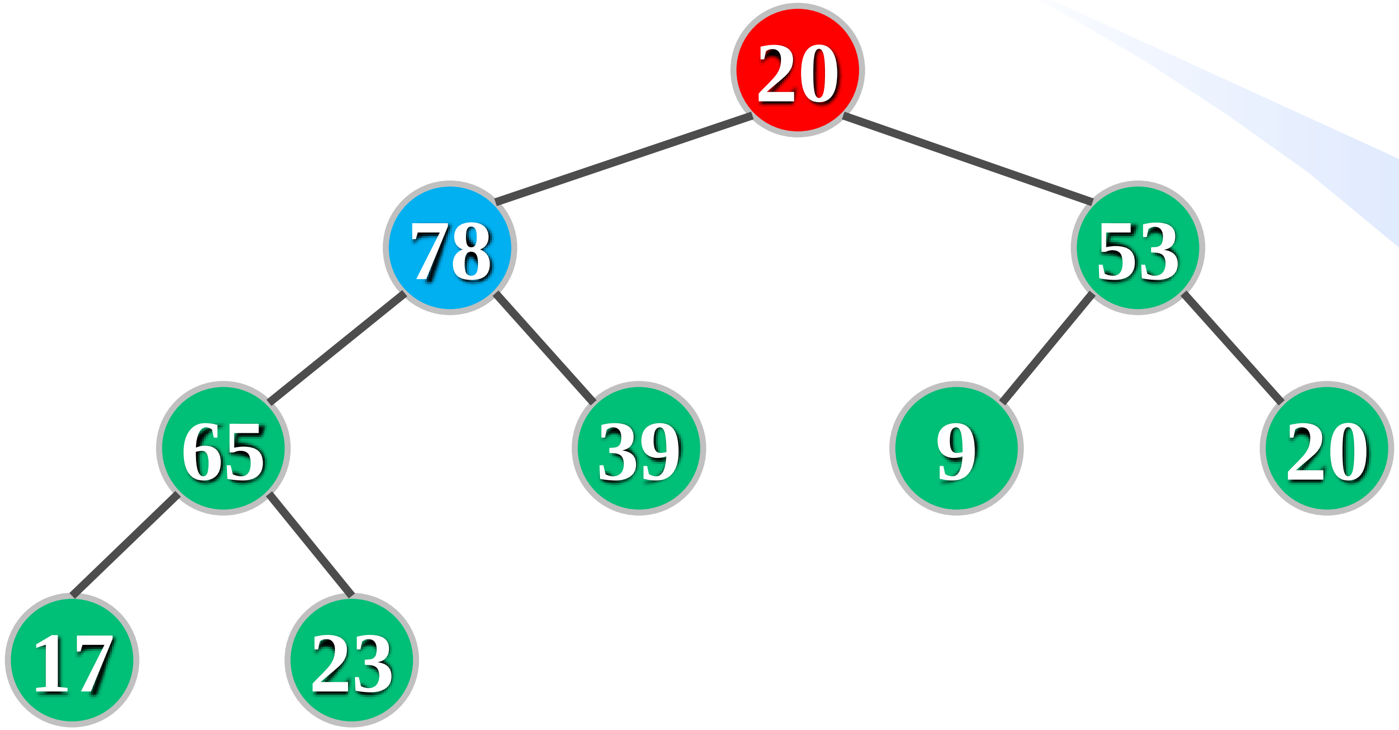
A

当大根堆的元素值R[*i*]变小时，该结点可能会下沉；



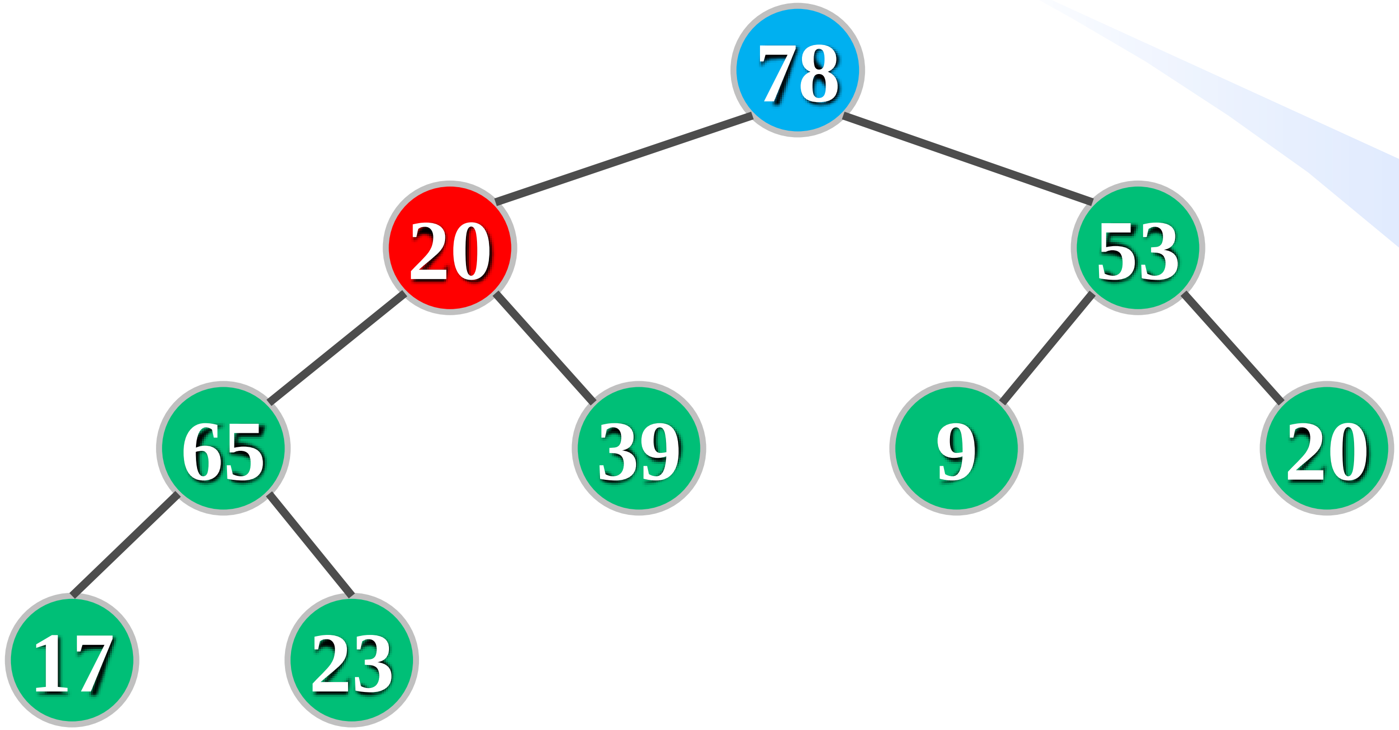
# 堆的下沉操作

当大根堆的元素值R[*i*]变小时，该结点可能会下沉；



# 堆的下沉操作

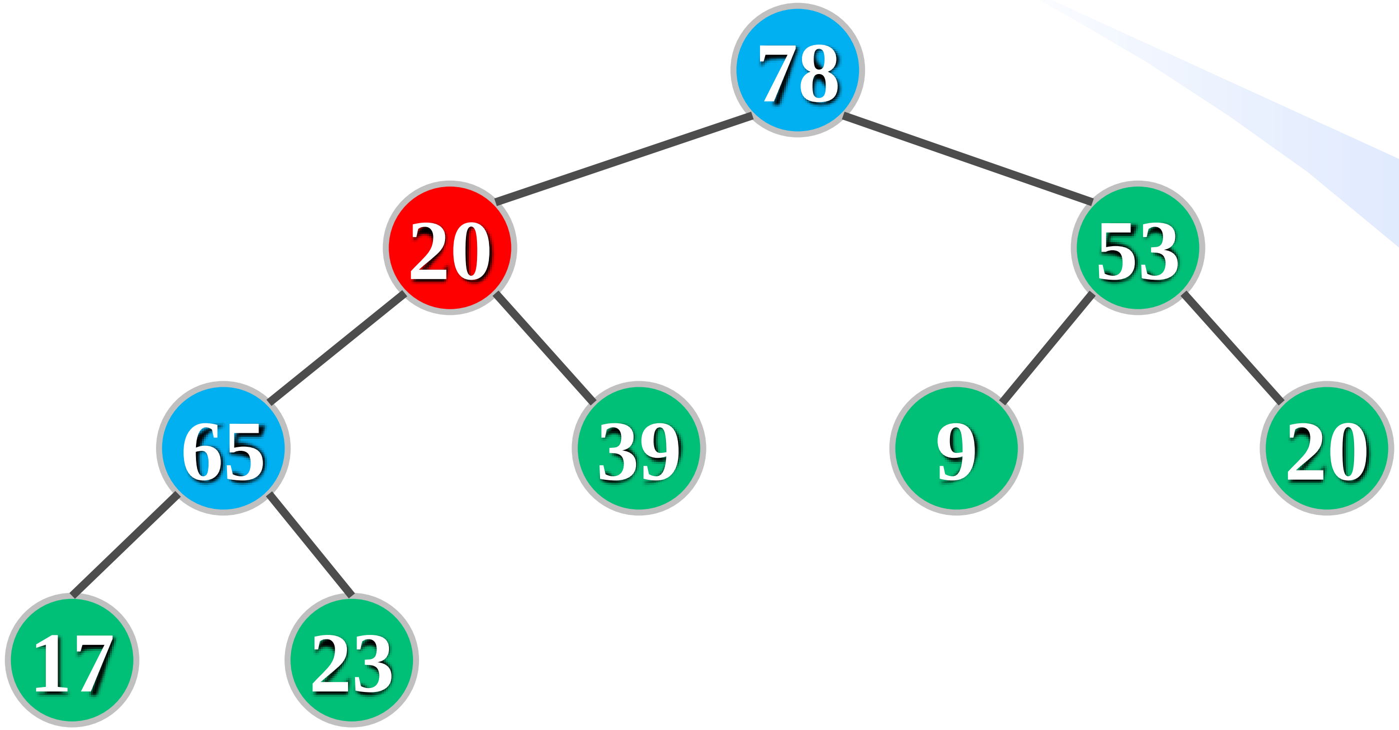
当大根堆的元素值R[*i*]变小时，该结点**可能会**下沉；



# 堆的下沉操作

A

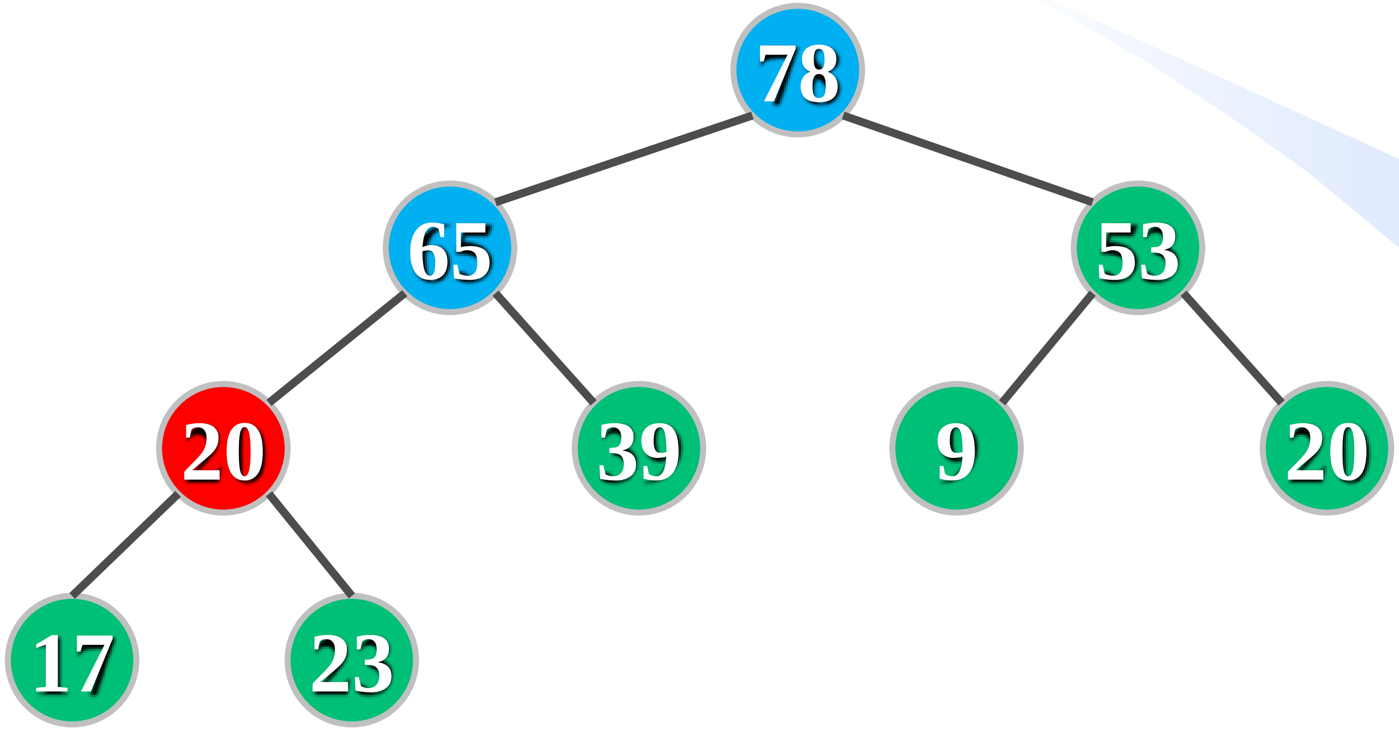
当大根堆的元素值R[*i*]变小时，该结点可能会下沉；



# 堆的下沉操作

A

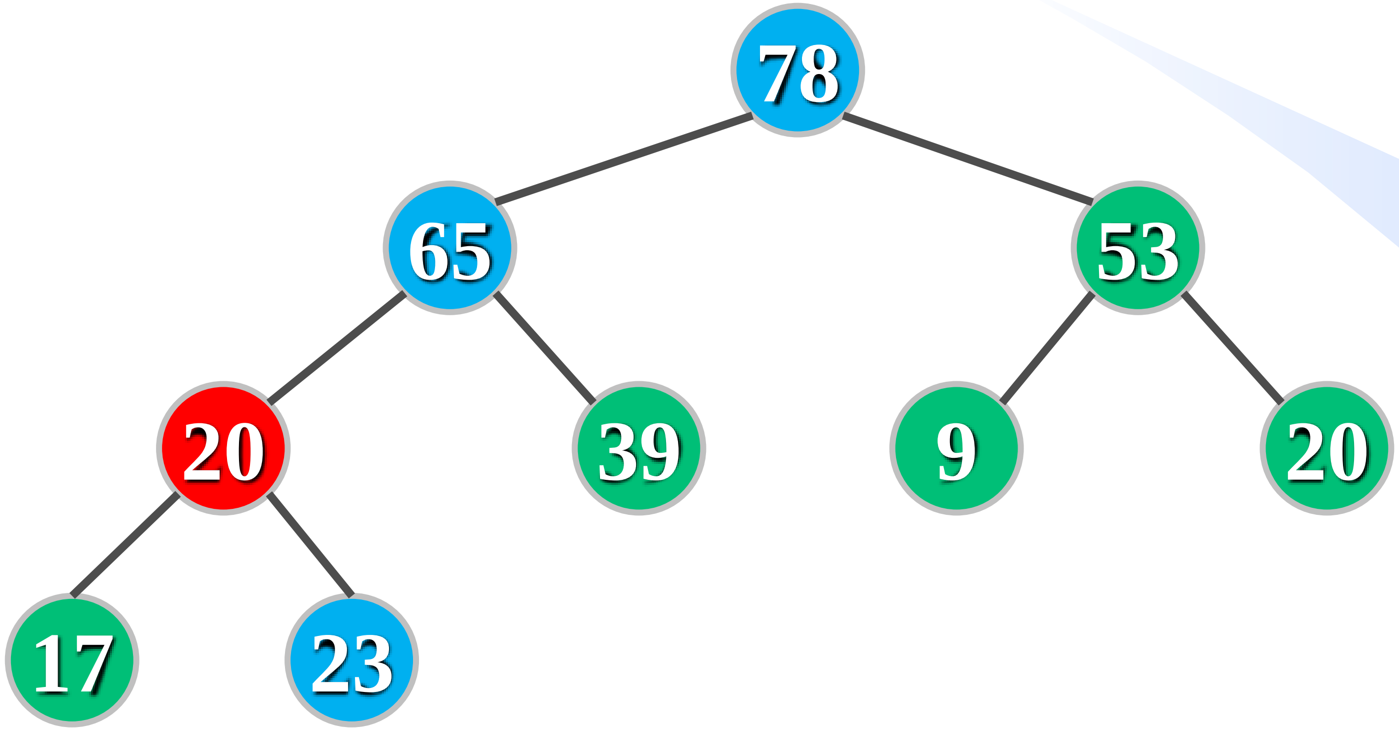
当大根堆的元素值R[*i*]变小时，该结点**可能会**下沉；



# 堆的下沉操作

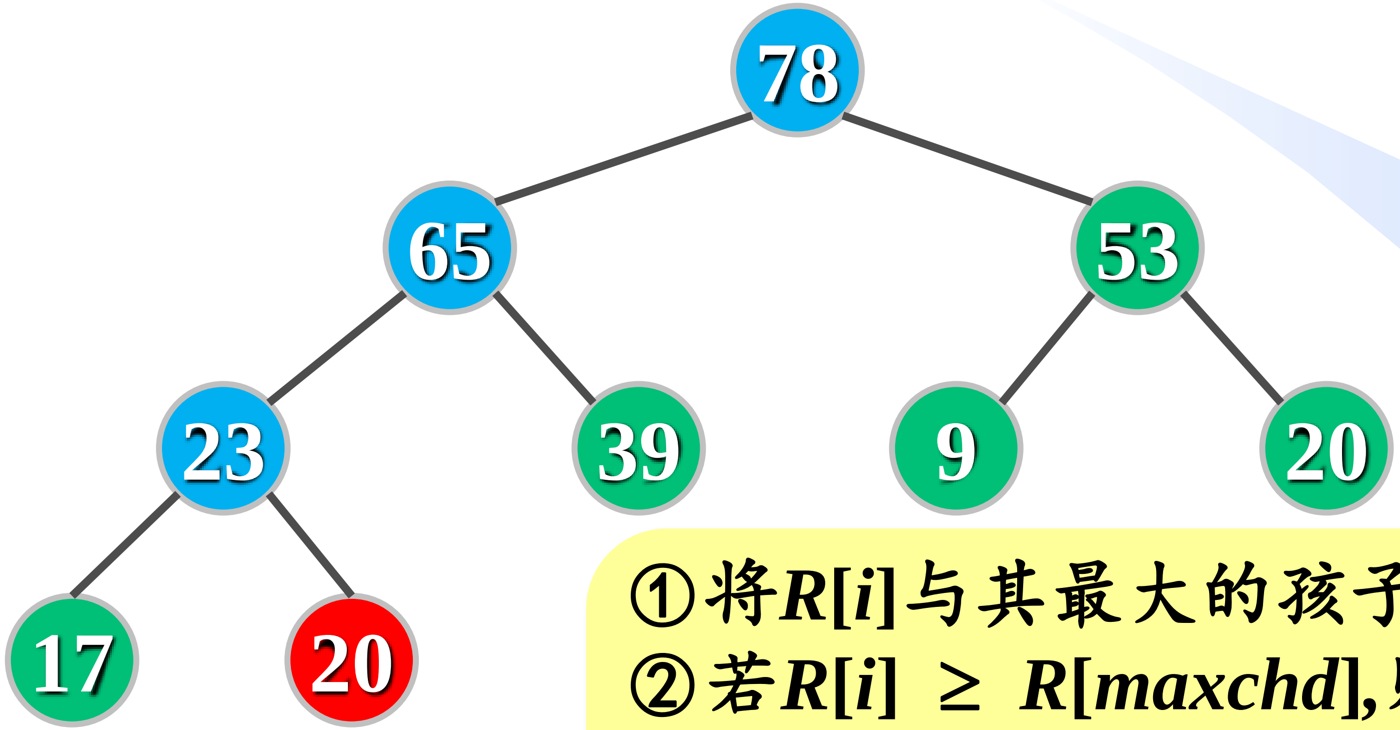
A

当大根堆的元素值R[*i*]变小时，该结点**可能会**下沉；



# 堆的下沉操作

当大根堆的元素值R[*i*]变小时，该结点**可能会**下沉；




①将*R*[*i*]与其最大的孩子*R*[*maxchd*]比较；

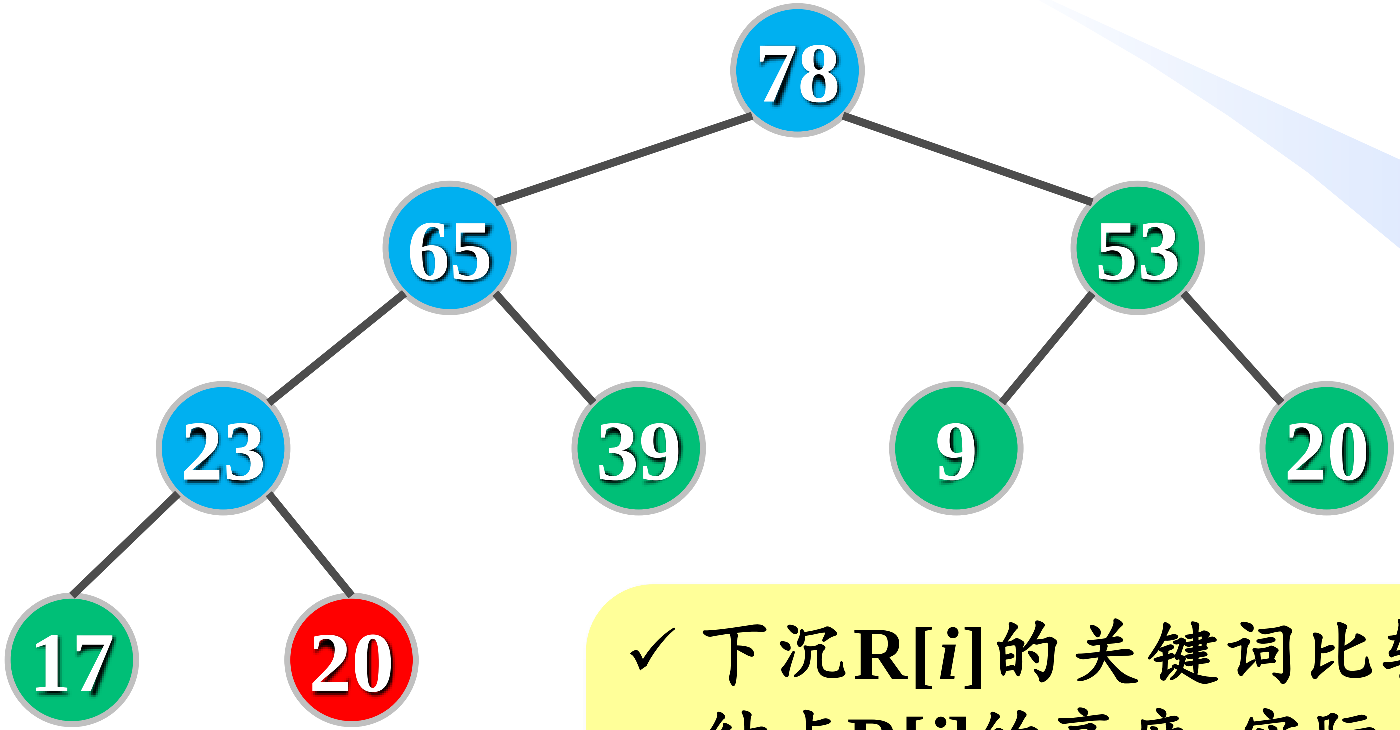
②若*R*[*i*] ≥ *R*[*maxchd*],则已满足堆序性，算法结束；

③否则交换*R*[*i*]和*R*[*maxchd*]，令*i*←*maxchd*，返回①

# 堆的下沉操作

A

当大根堆的元素值R[*i*]变小时，该结点可能会下沉；




- ✓ 下沉R[*i*]的关键词比较次数：取决于结点R[*i*]的高度, 实际是高度×2;
- ✓ 每个非叶结点对应2次关键词比较;
- ✓ 时间复杂度O(log*n*)

# 堆的下沉操作

A

```
void ShiftDown(int R[], int n, int i) {
    //堆元素R[i]下沉, 数组R[ ]存储堆, n为堆包含的元素个数
    int maxchd;              // maxchd为R[i]的最大孩子的下标
    while(i <= n/2){     //i最多下行至最后一个非叶结点
        if((2*i+1<=n) && (R[2*i]<R[2*i+1]))
            maxchd = 2*i+1;
        else maxchd = 2*i;      // R[maxchd]为R[i]的最大孩子
        if(R[maxchd] <= R[i]) return;
        swap(R[maxchd],R[i]); // R[i]的最大孩子比R[i]大
        i = maxchd;              // 结点i继续下沉
    }
}
```

若i有右孩子

i的右孩子比左孩子大

也称为Sink或PercolateDown

时间复杂度 $O(\log n)$

# 初始建堆

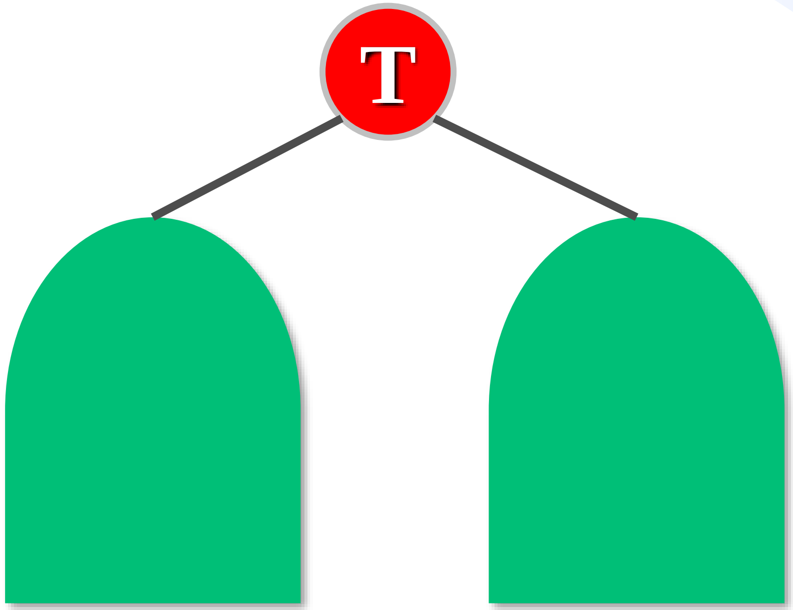
自顶向下

递归思路

① 建立T的左子堆

② 建立T的右子堆

③ 结点T下沉。



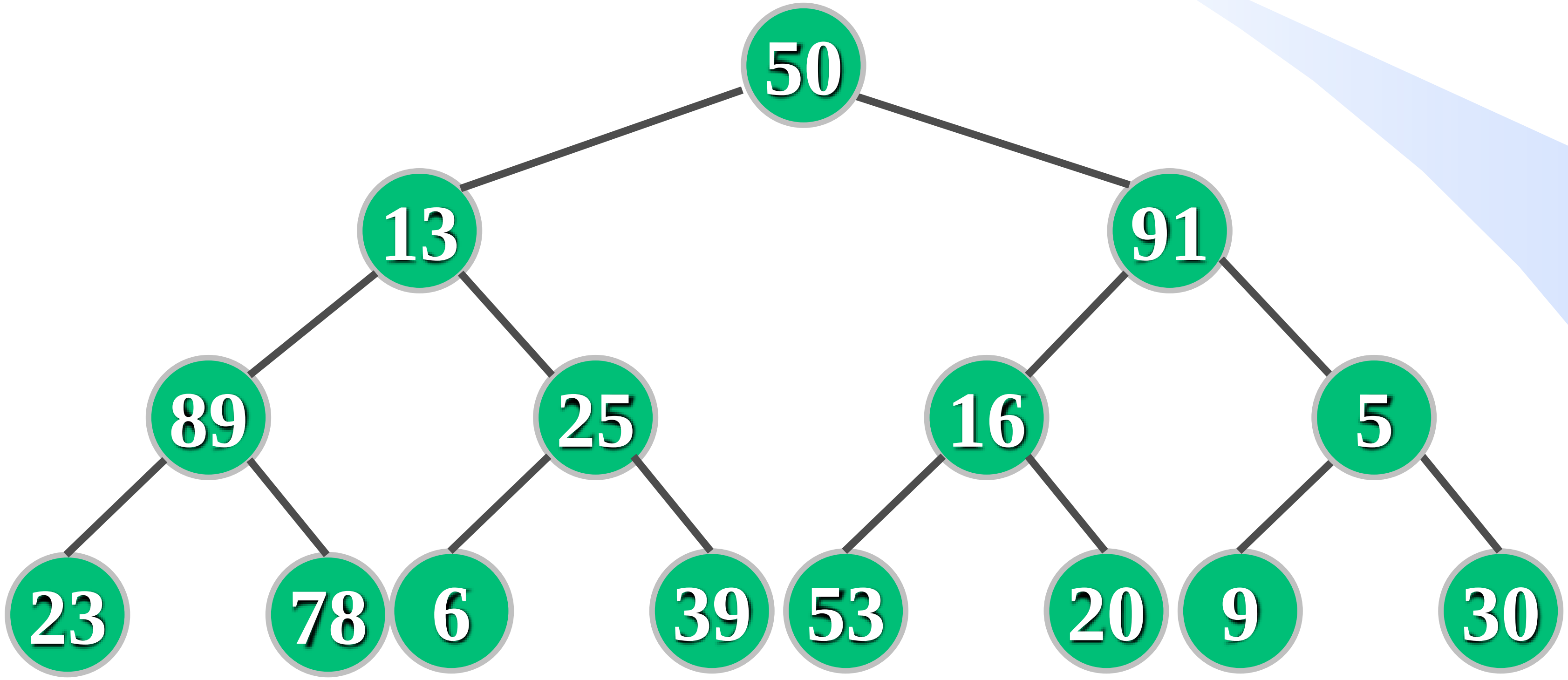

自底向上

动态规划思路

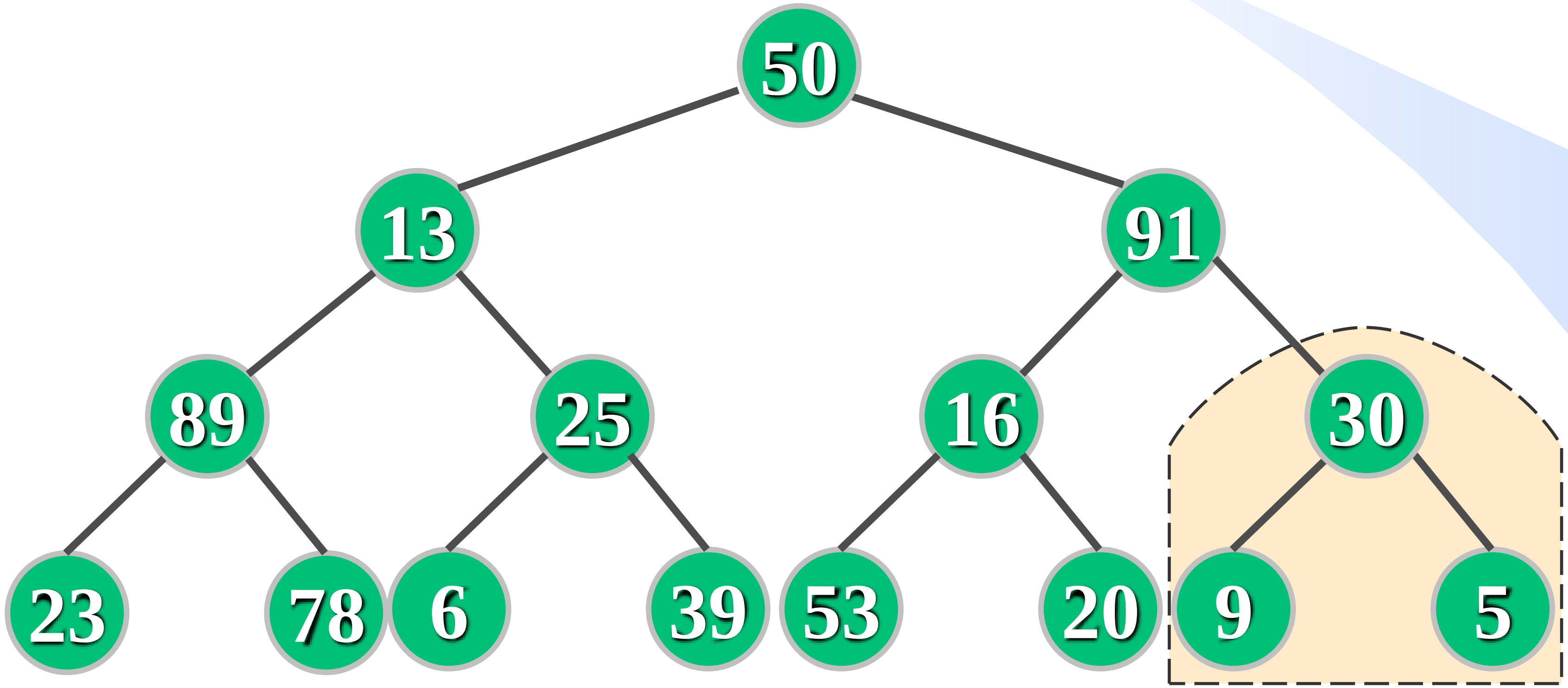
从最后一个非叶结点开始，依次建立以$\lfloor n/2 \rfloor$, $\lfloor n/2 \rfloor$-1,…, 1为根的堆。

# 初始建堆

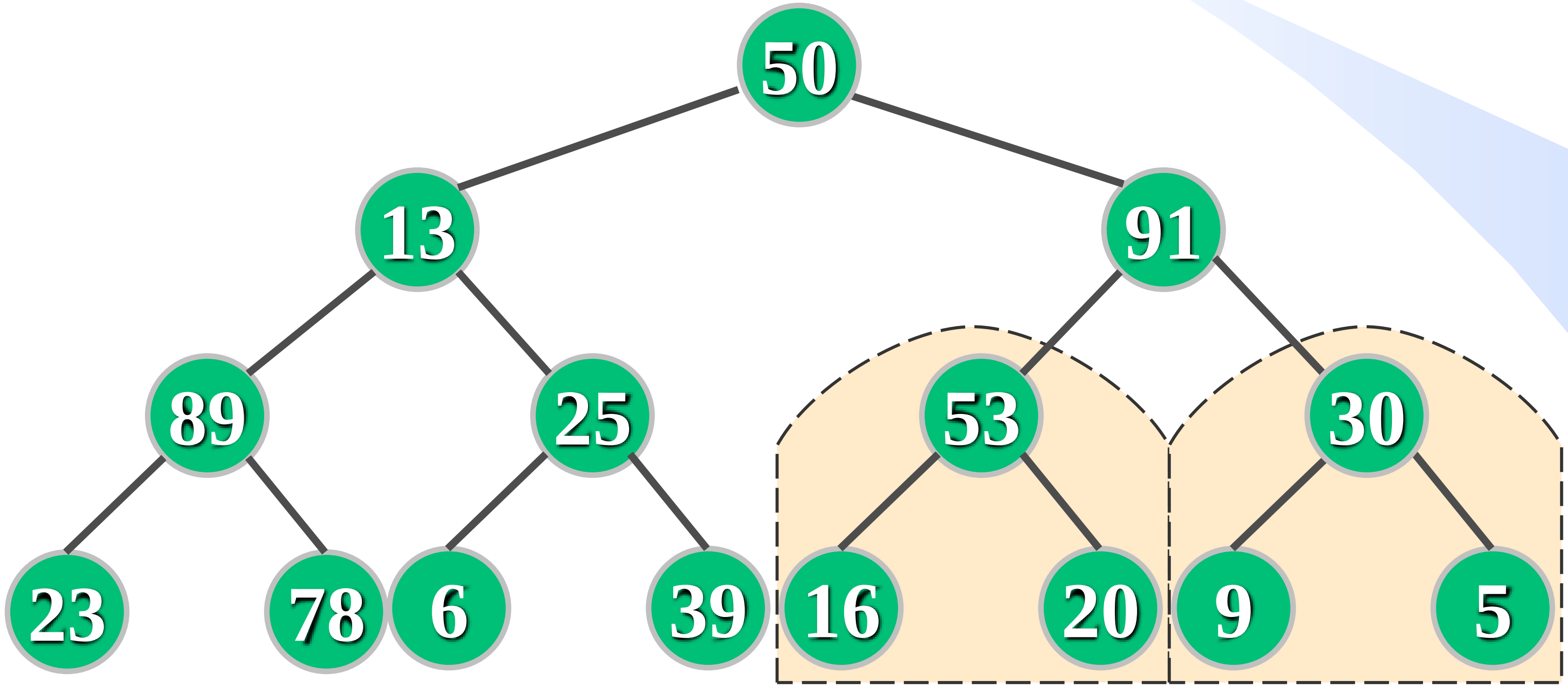
A



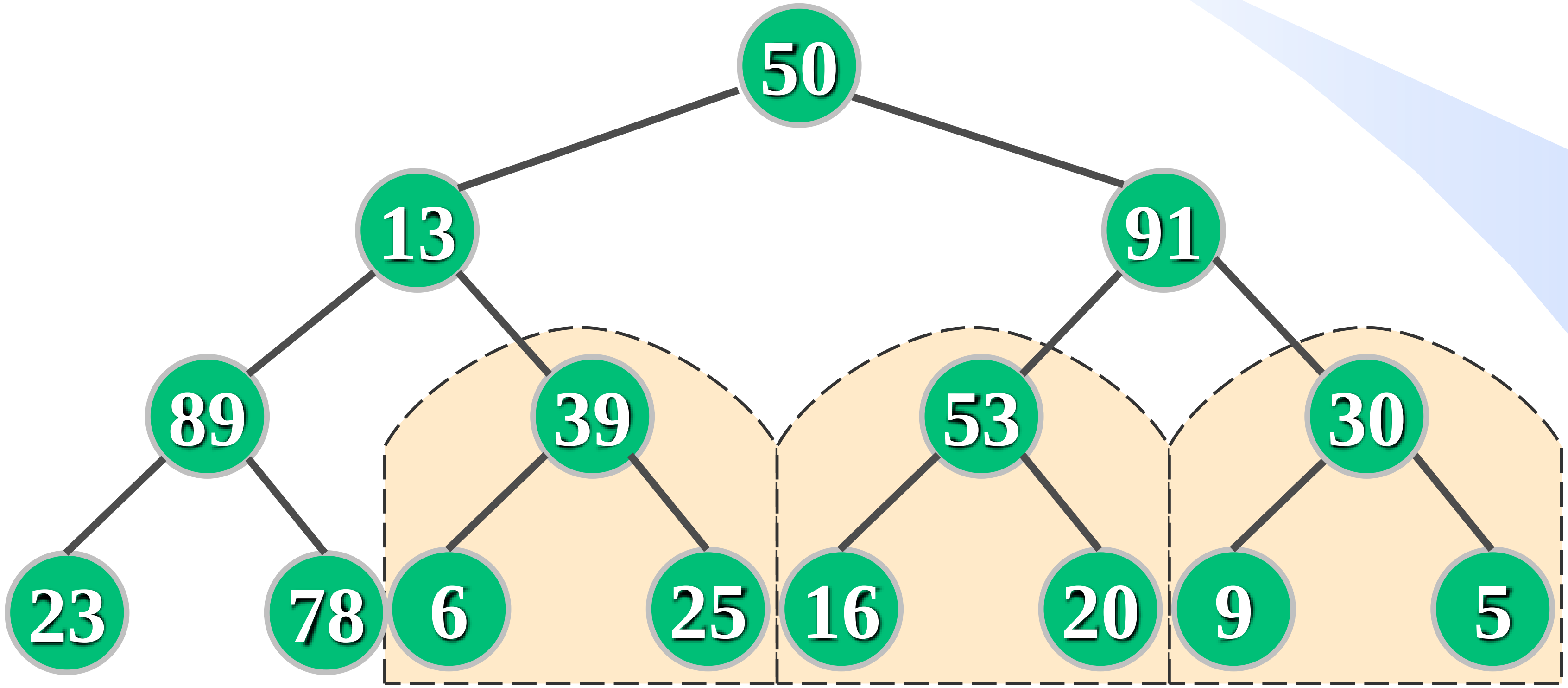
# 初始建堆



# 初始建堆

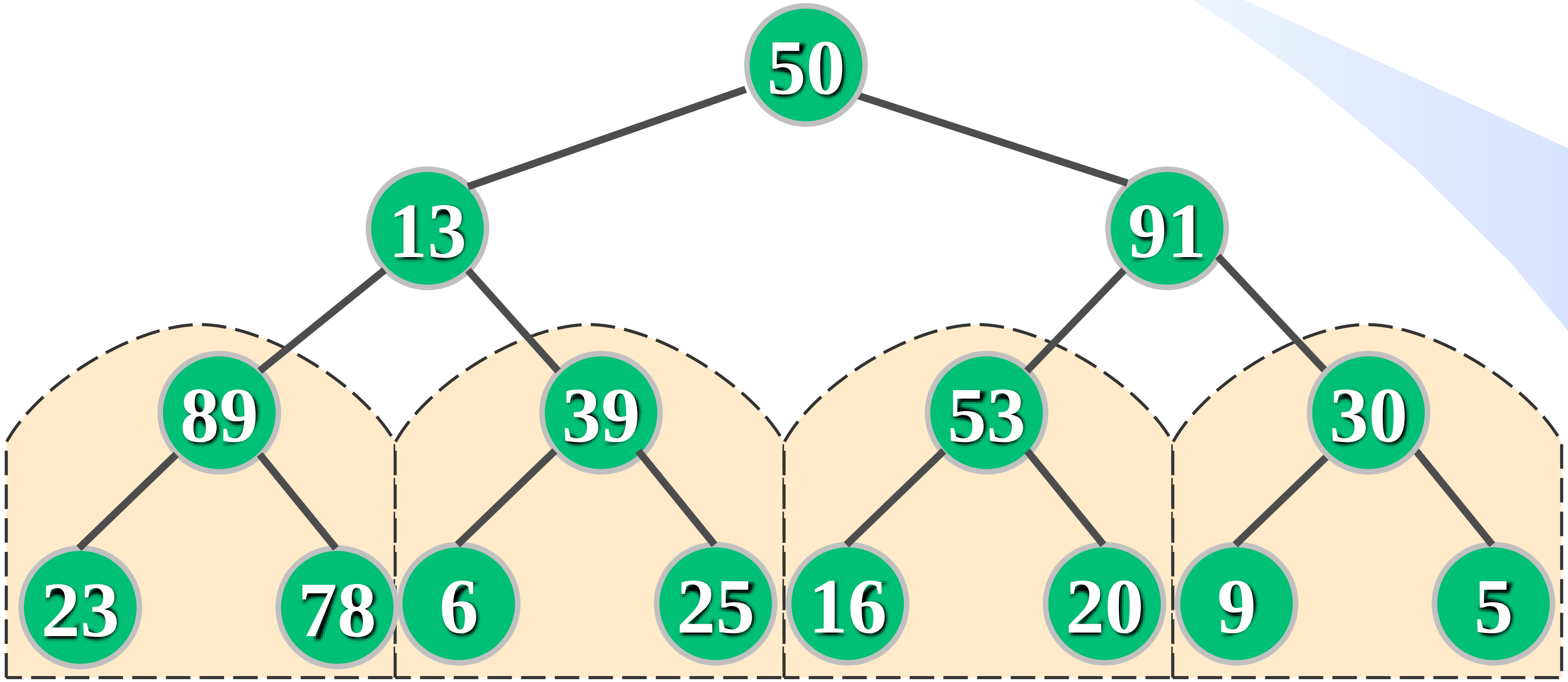


# 初始建堆



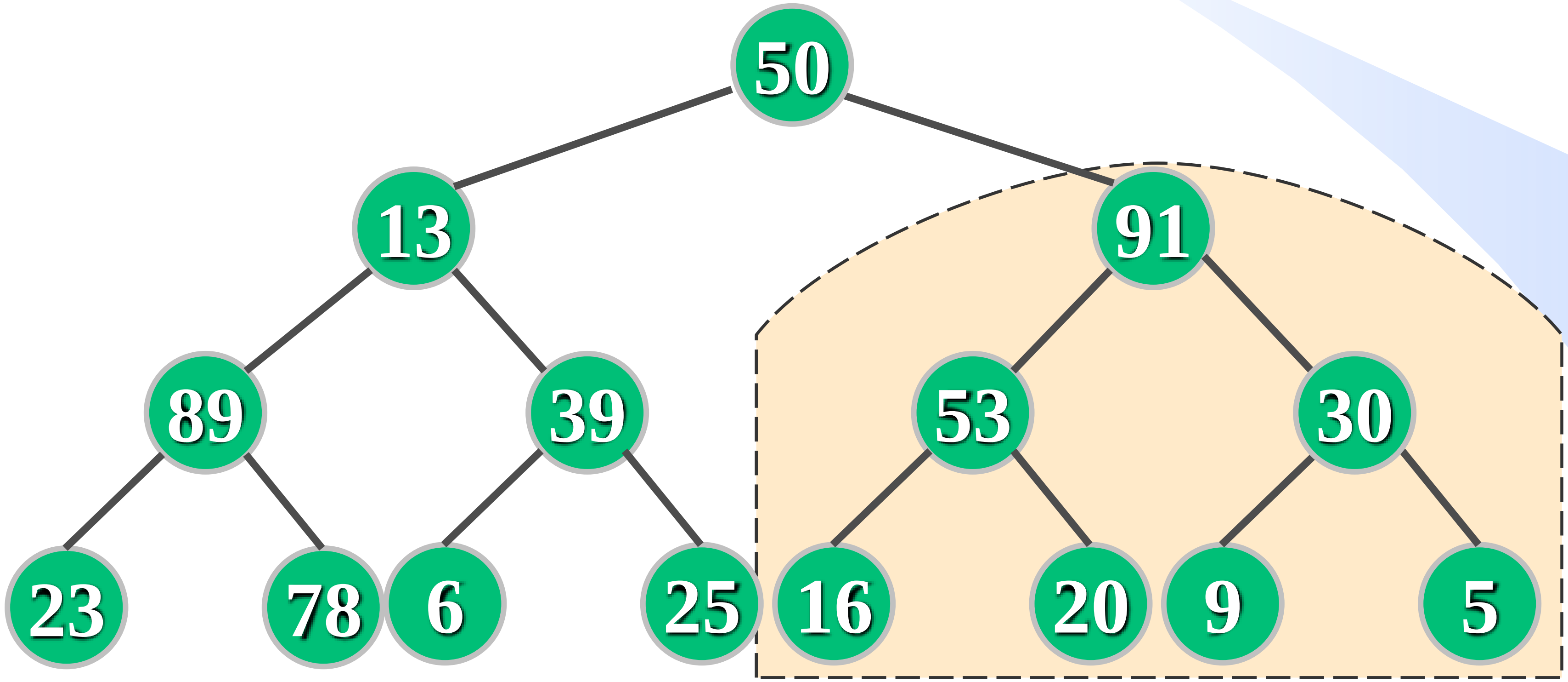
# 初始建堆

A



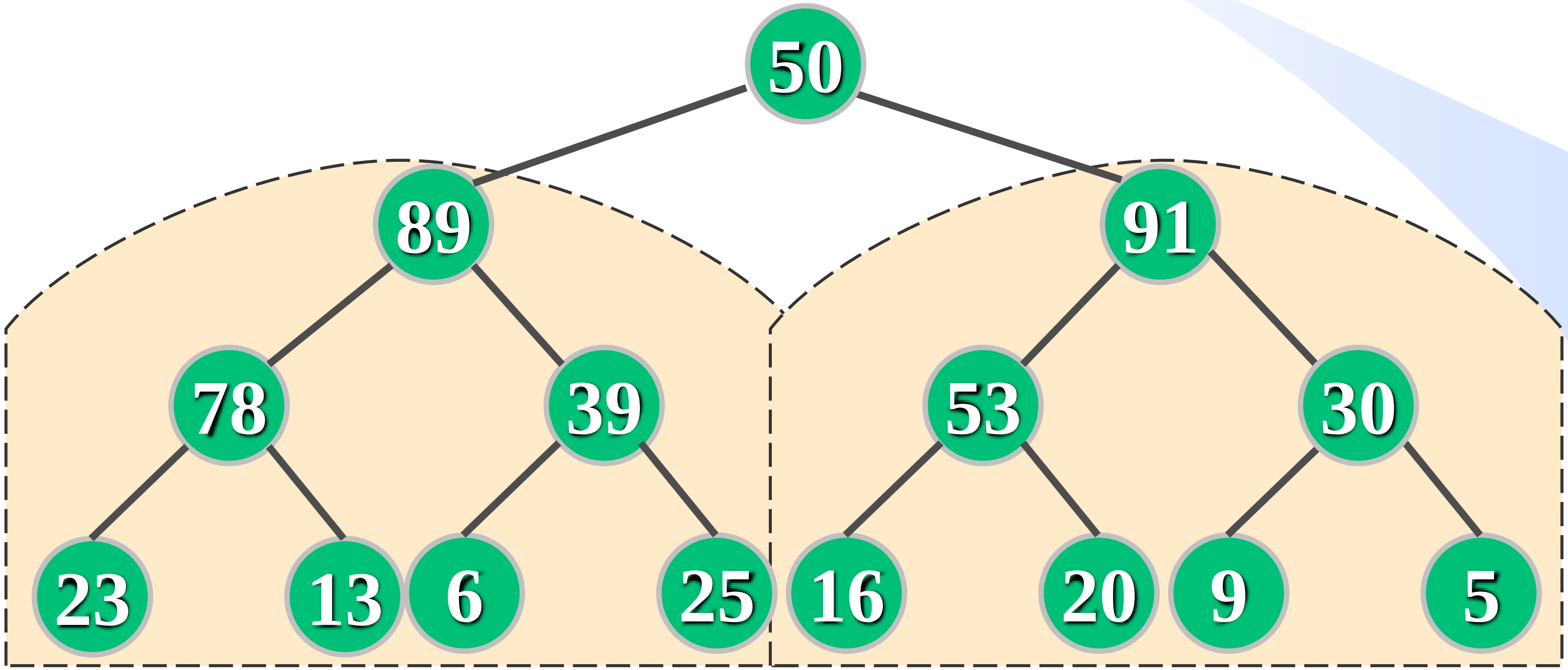
# 初始建堆

A



# 初始建堆

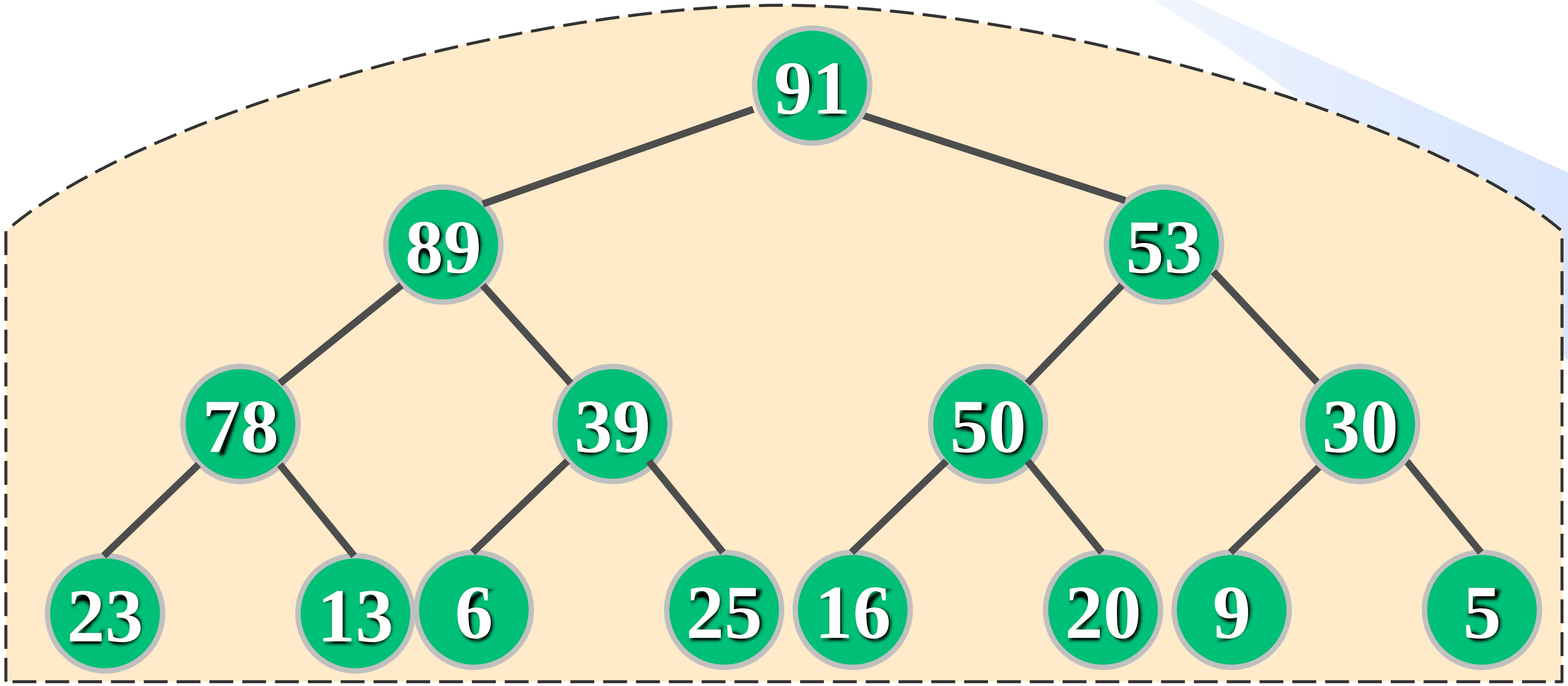
A



# 初始建堆

A

从最后一个非叶结点开始，依次下沉结点$\lfloor n/2 \rfloor$, $\lfloor n/2 \rfloor$-1, …, 1。



# 初始建堆算法

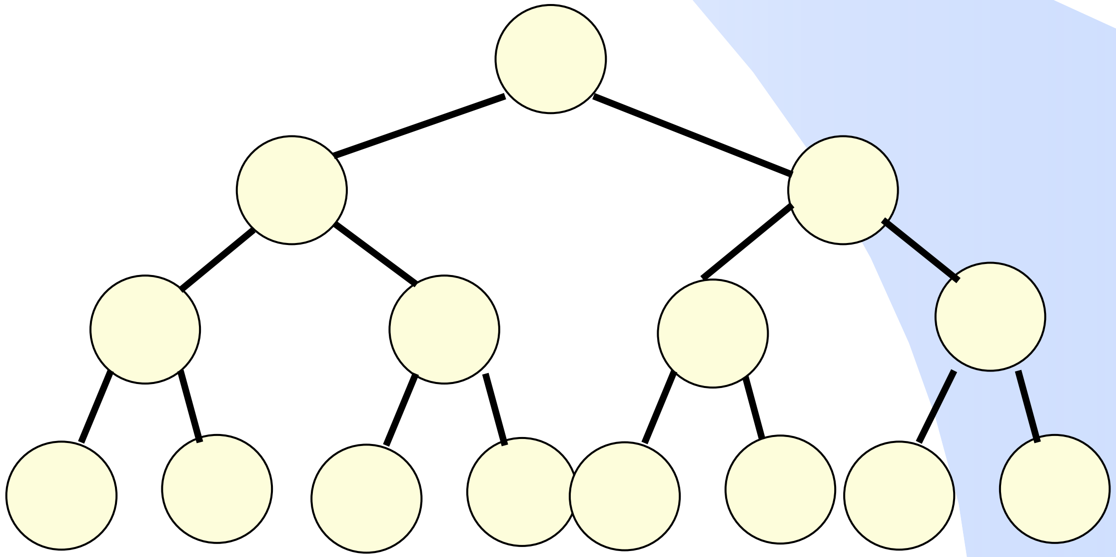
A

从最后一个非叶结点开始，依次下沉结点$\lfloor n/2 \rfloor$, $\lfloor n/2 \rfloor$-1, …, 1。

```
void BuildHeap(int R[],int n){
   for(int i=n/2; i>=1; i--)
      ShiftDown(R,n,i); //建立以i为根的堆，即下沉i
}
```

**Floyd建堆算法**
**自底向上建堆**

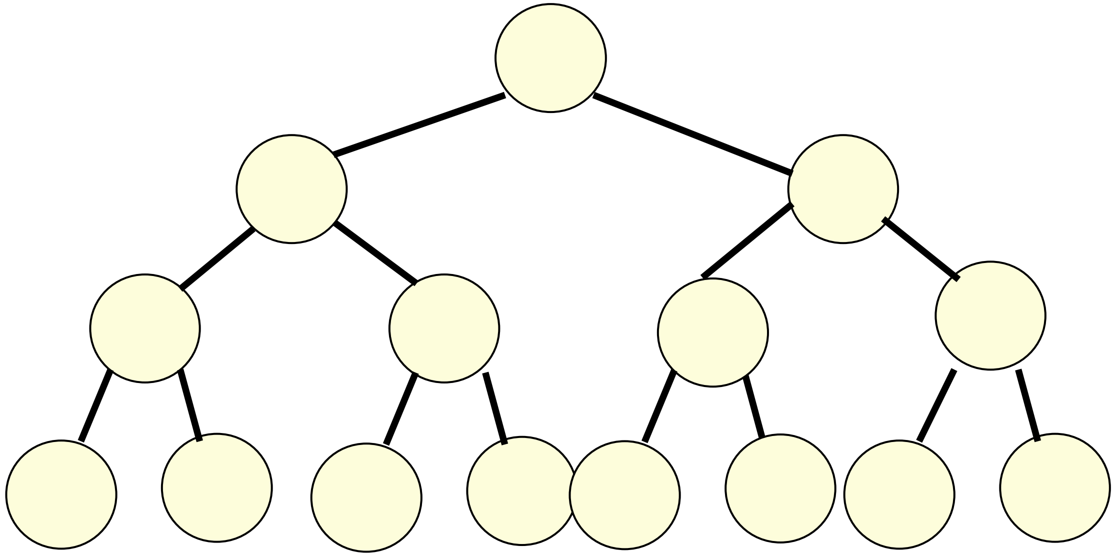
**最坏时间复杂度**
**O(*nlogn*)?**



# 初始建堆算法的时间复杂度

B

- 下沉*R*[*i*]的关键词比较次数取决于*R*[*i*]的高度。
- 建堆算法是下沉了每个非叶结点，故总时间取决于各结点的高度之和。



# 初始建堆算法的时间复杂度

B

$$T = \frac{n}{4} + 2\cdot\frac{n}{8} + 3\cdot\frac{n}{16} + 4\cdot\frac{n}{32} + \cdots$$

$$2T = \frac{n}{2} + 2\cdot\frac{n}{4} + 3\cdot\frac{n}{8} + 4\cdot\frac{n}{16} + \cdots$$

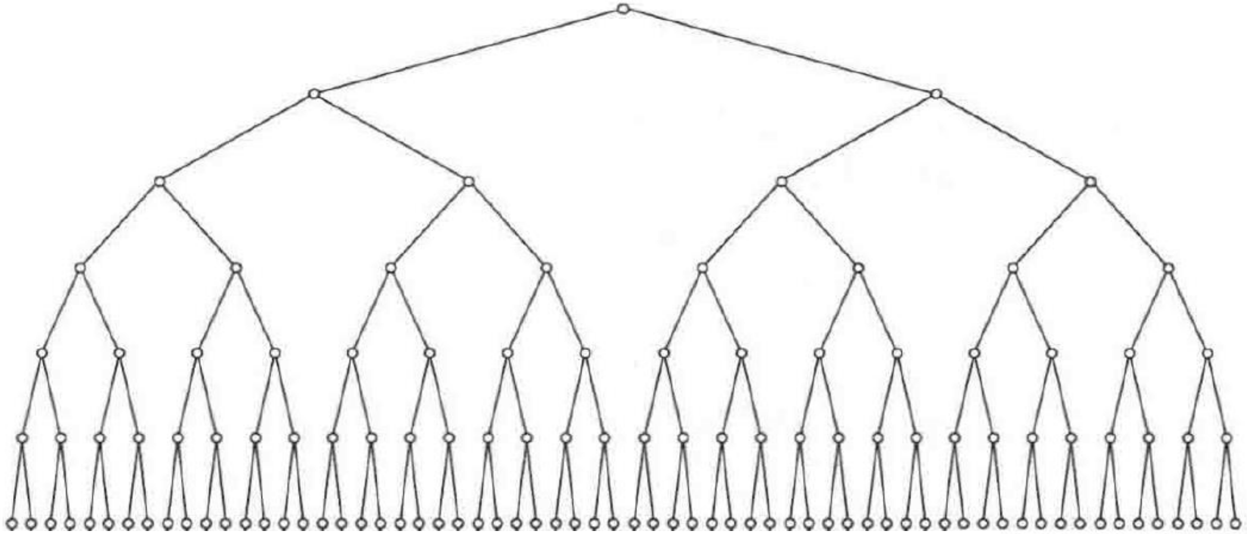
$$2T - T = \frac{n}{2} + \frac{n}{4} + \frac{n}{8} + \frac{n}{16} + \frac{n}{32} + \cdots$$

$$T = n(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \cdots)$$

$$= n\left(\frac{\frac{1}{2}\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^k\right)}{1-\frac{1}{2}}\right) = n\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^k\right) < n$$

**各结点的高度之和小于*n***

**算法最坏情况时间复杂度O(*n*)**



# 课下思考

B

若规定sum++为基本运算，以下选项中______能最精确的反映下面算法的时间复杂度。【吉林大学21级期末考试题】

```
void f(int n){
    int t=0, sum=0, i, j;
    for(i=n; i>1; i/=2) {
        t++;
        for(j=0; j<t*i; j++)
            sum++;
    }
}
```

A. $O(n^3)$　　B. $O(n\log n)$　　C. $O(n^2)$　　D. $O(n)$

# 课下思考

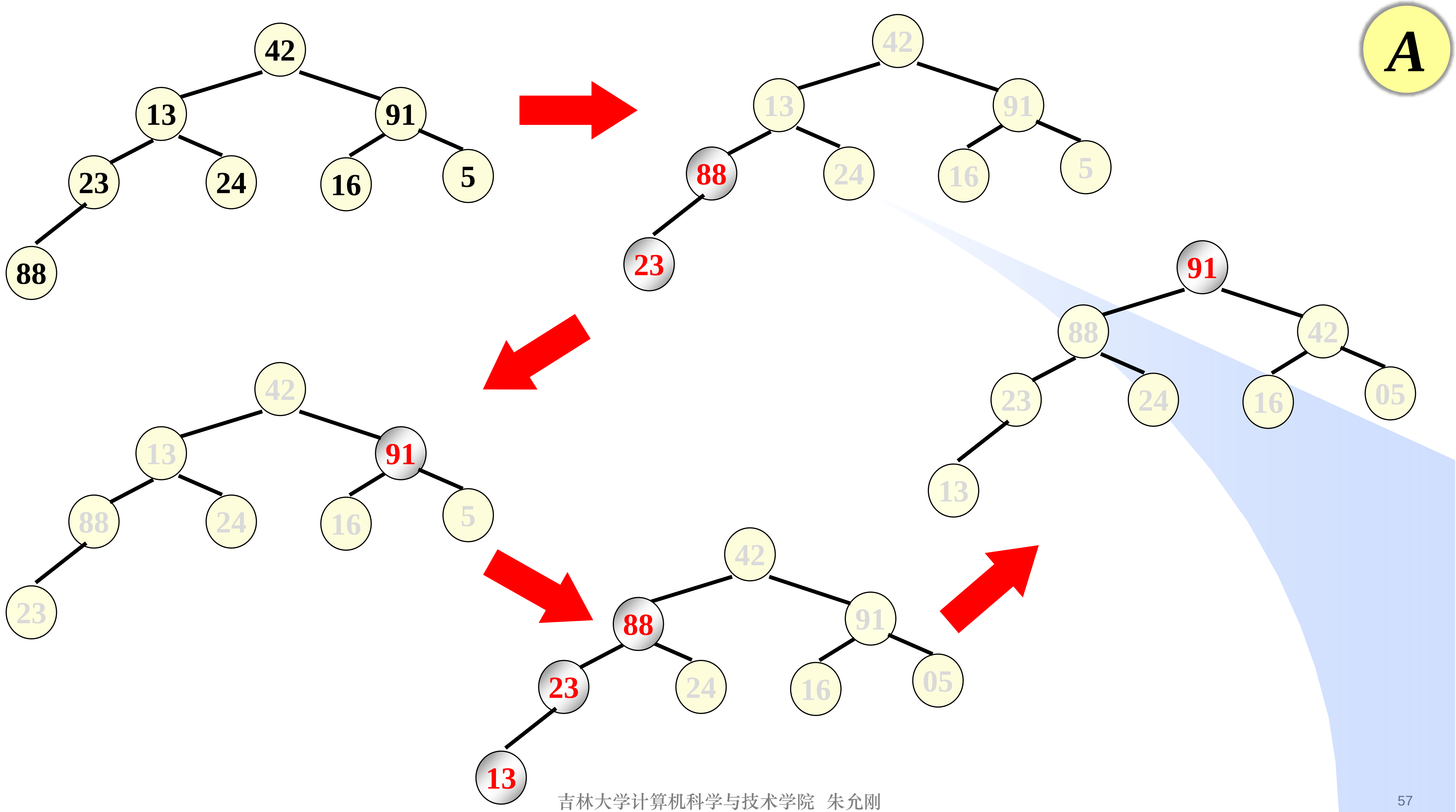
A

判断题：将$n$个元素建成一个堆，至少需要O($n$log$n$)时间。【清华大学考研题】

使用初始建堆算法，将数据序列( 42, 13, 91, 23, 24, 16, 5, 88 )建成的大根堆为_______。【吉林大学21级期末考试题】

A. 91, 42, 88, 16, 5, 23, 24, 13　　B. 91, 88, 42, 24, 23, 16, 5, 13

C. 91, 88, 42, 23, 24, 5, 16, 13　　D. 91, 88, 42, 23, 24, 16, 5, 13



# 课下思考

A

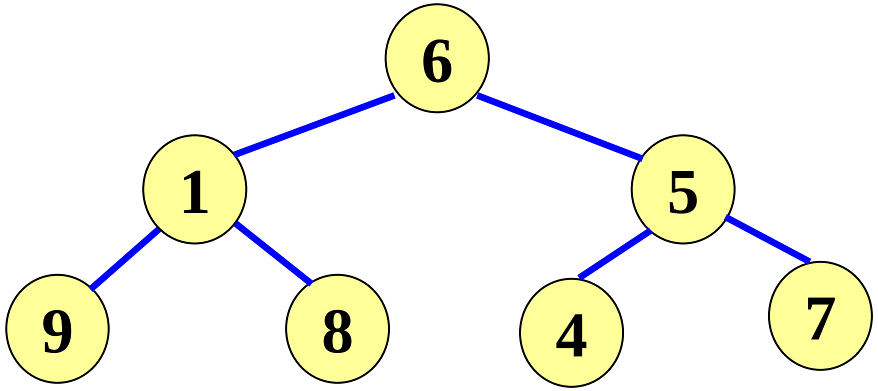
将数据序列 (6, 1, 5, 9, 8, 4, 7)建成大根堆，序列变化过程为______。【2018年考研题全国卷】

A. 6 1 7 9 8 4 5 → 6 9 7 1 8 4 5 → 9 6 7 1 8 4 5 → 9 8 7 1 6 4 5

B. 6 9 5 1 8 4 7 → 6 9 7 1 8 4 5 → 9 6 7 1 8 4 5 → 9 8 7 1 6 4 5

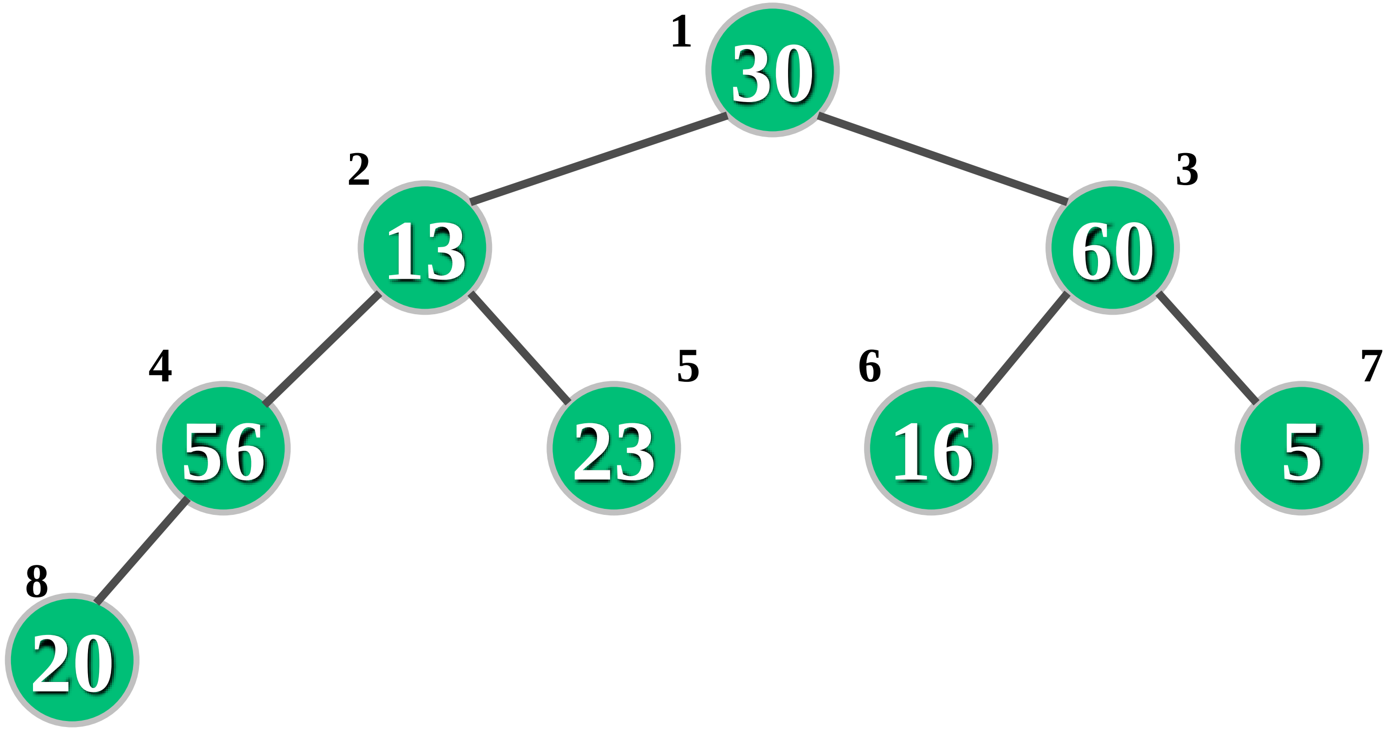
C. 6 9 5 1 8 4 7 → 9 6 5 1 8 4 7 → 9 6 7 1 8 4 5 → 9 8 7 1 6 4 5

D. 6 1 7 9 8 4 5 → 7 1 6 9 8 4 5 → 7 9 6 1 8 4 5 → 9 7 6 1 8 4 5



# 堆排序算法的思想

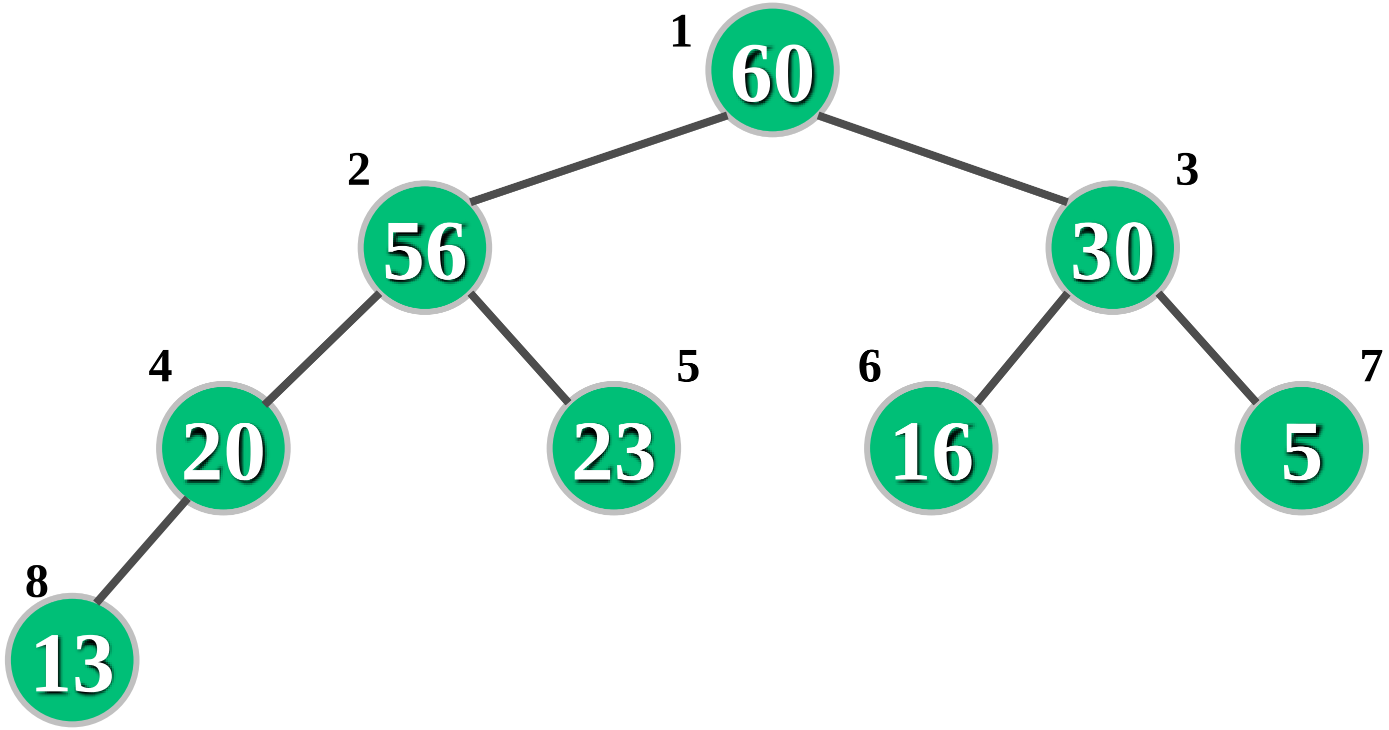
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 13 | 60 | 56 | 23 | 16 | 5 | 20 |




调用BuildHeap将数组*R*建为堆

# 堆排序算法的思想

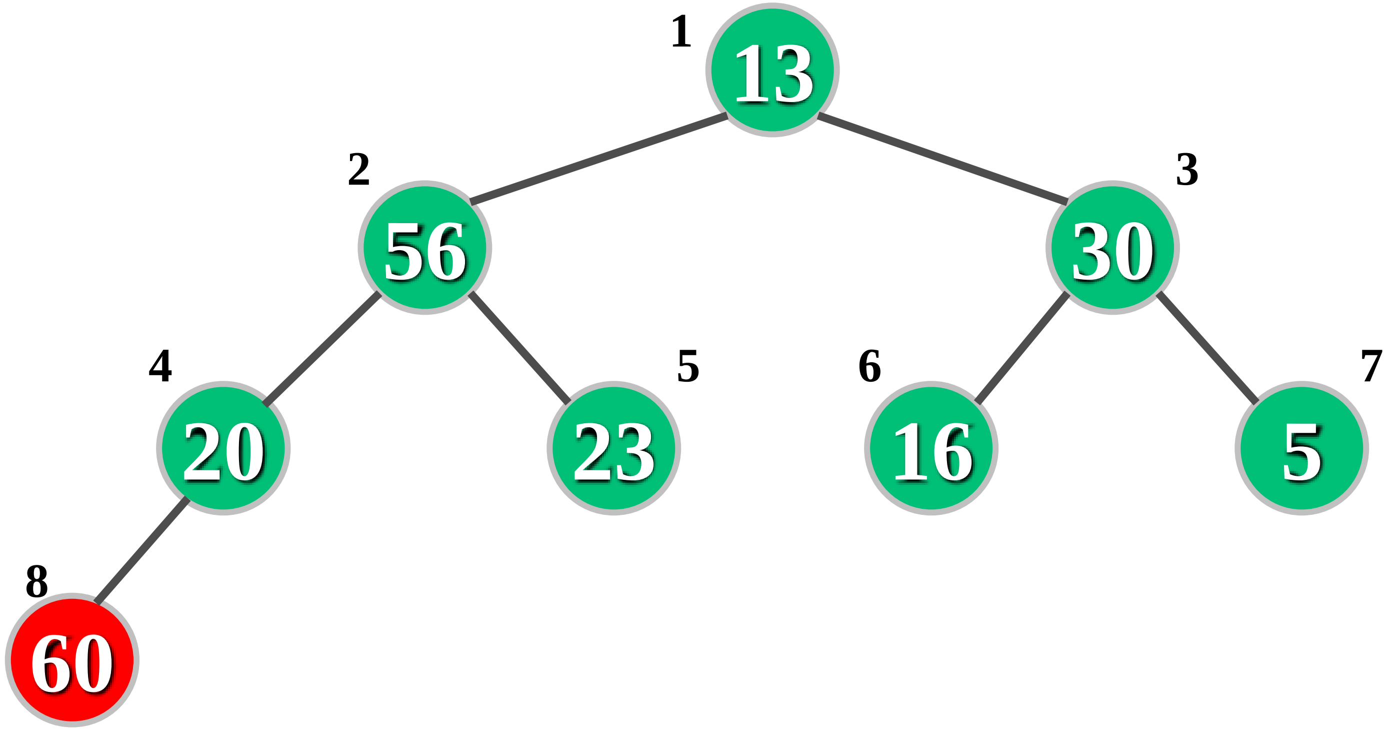
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 56 | 30 | 20 | 23 | 16 | 5 | 13 |




在前8个元素里找最大元素（即堆顶R[1]），与*R*[8]交换，使*R*[8]就位

# 堆排序算法的思想

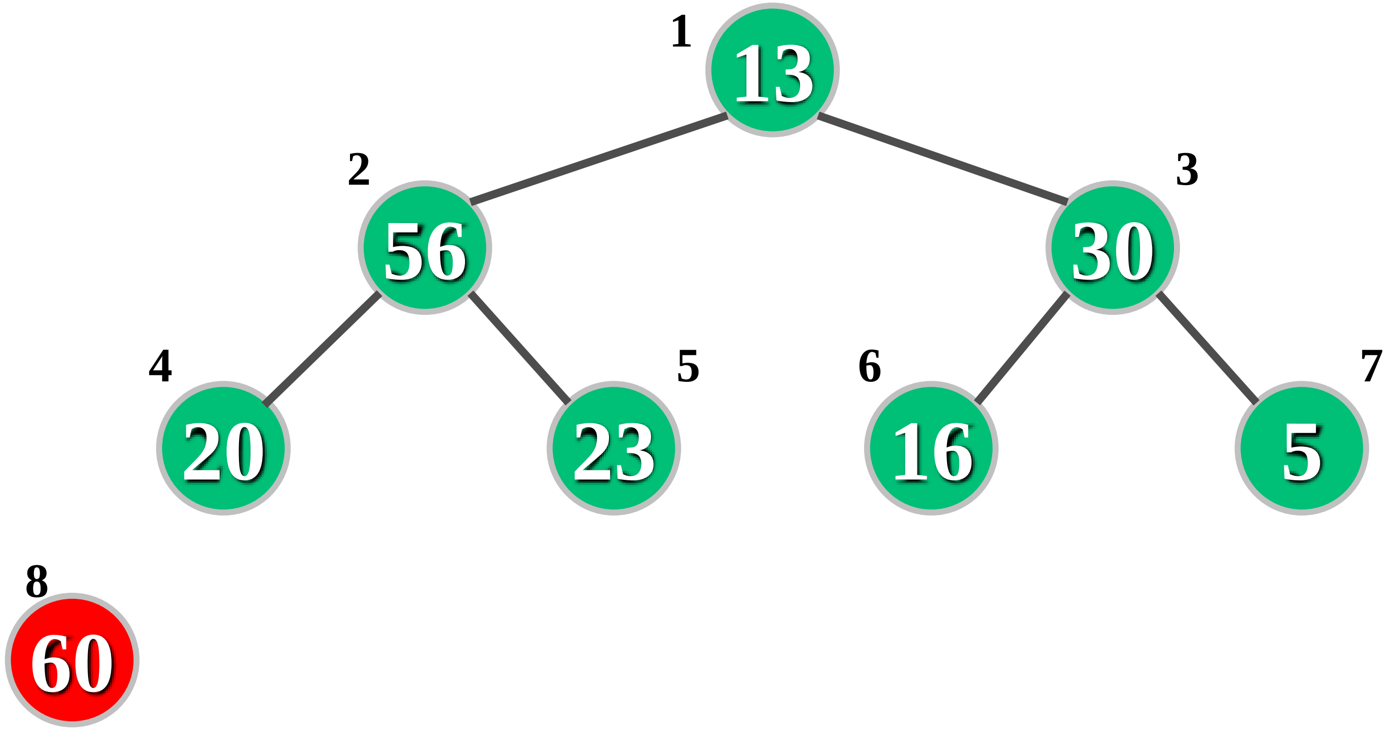
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 13 | 56 | 30 | 20 | 23 | 16 | 5 | 60 |




在前8个元素里找最大元素（即堆顶R[1]），与*R*[8]交换，使*R*[8]就位

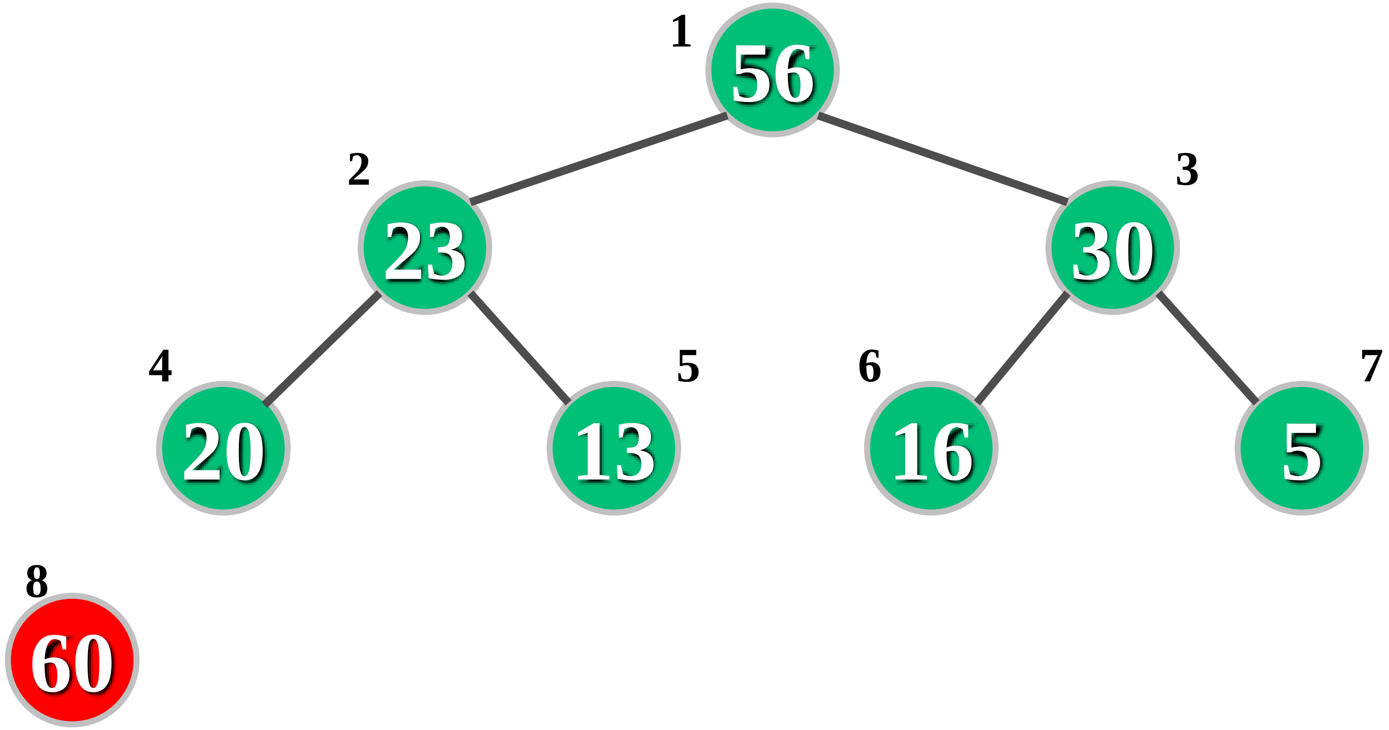
# 堆排序算法的思想

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 13 | 56 | 30 | 20 | 23 | 16 | 5 | 60 |



# 堆排序算法的思想

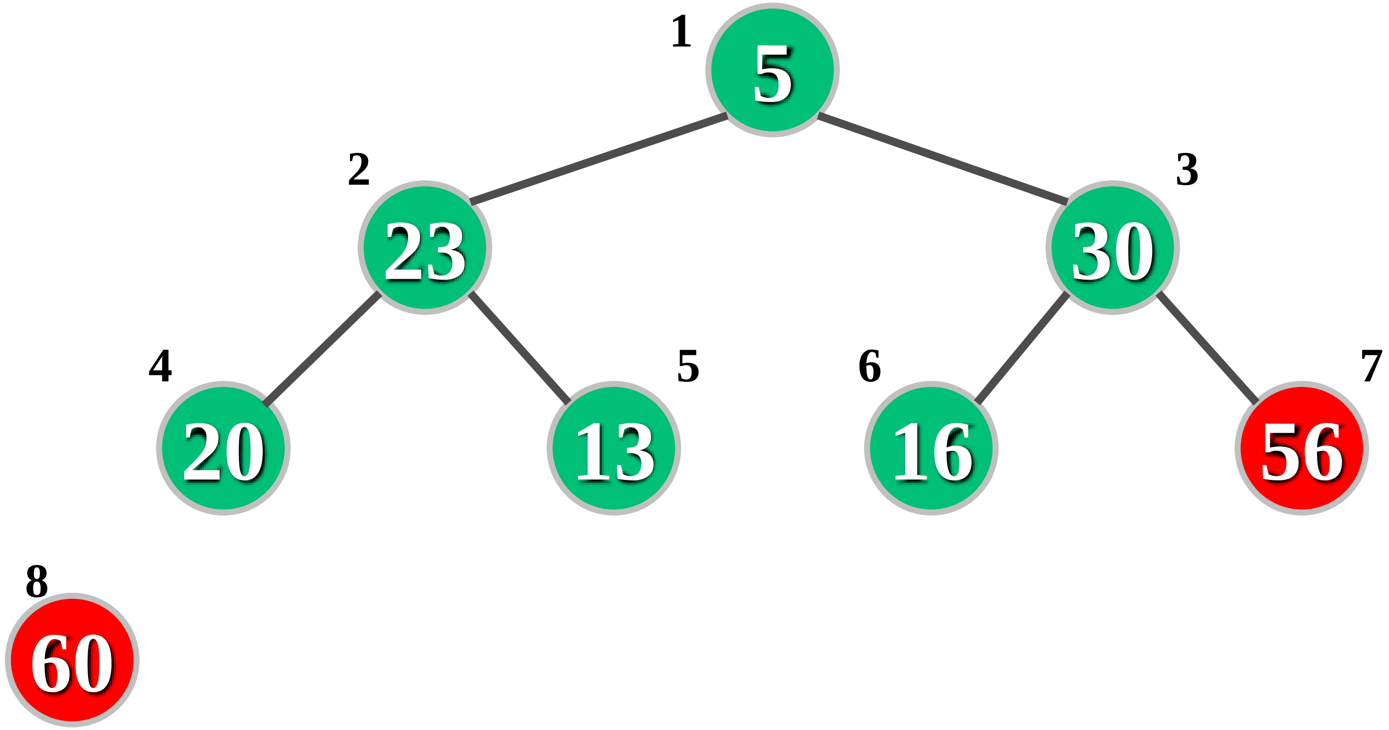
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 56 | 23 | 30 | 20 | 13 | 16 | 5 | 60 |




下沉根结点（堆顶R[1]）使前$R[1]...R[7]$重建为堆

# 堆排序算法的思想

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 23 | 30 | 20 | 13 | 16 | 56 | 60 |

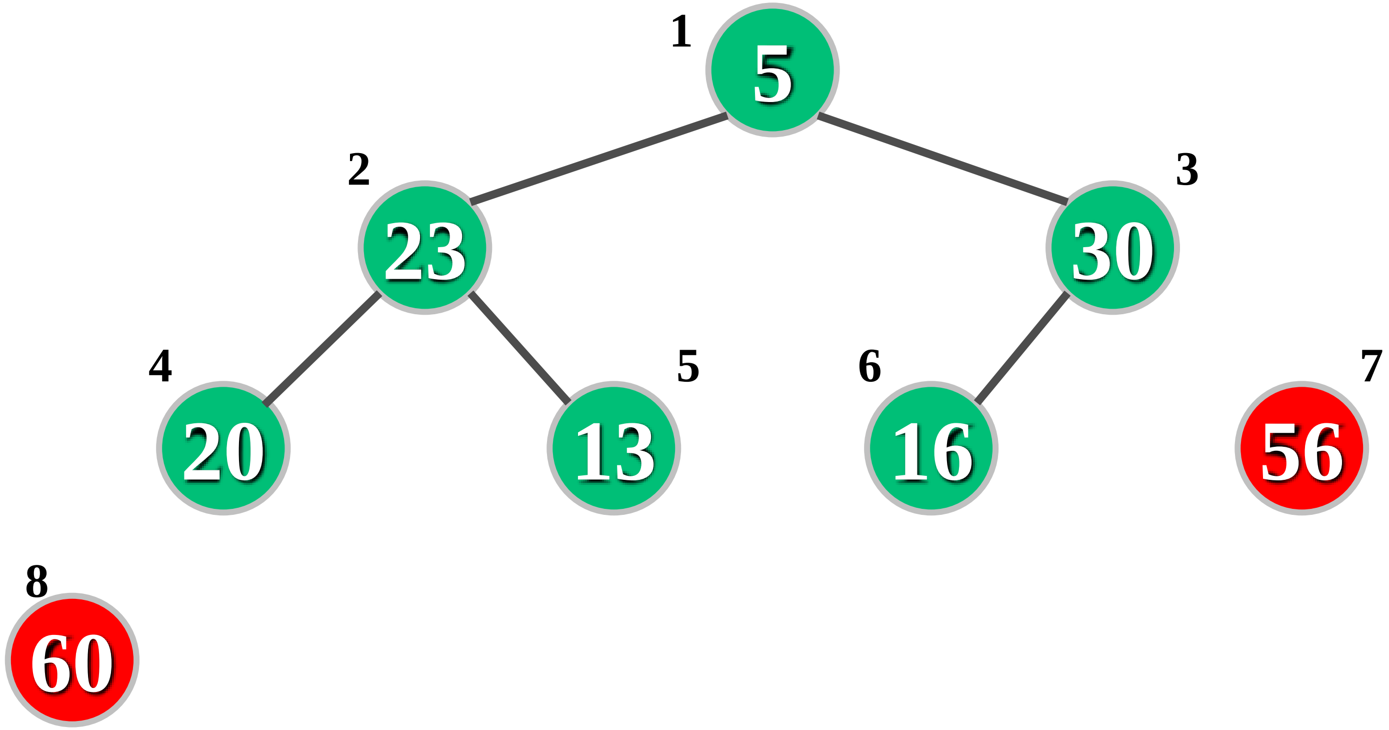



在前7个元素里找最大元素（即堆顶R[1]），与*R*[7]交换，使*R*[7]就位

A

# 堆排序算法的思想

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 23 | 30 | 20 | 13 | 16 | 56 | 60 |

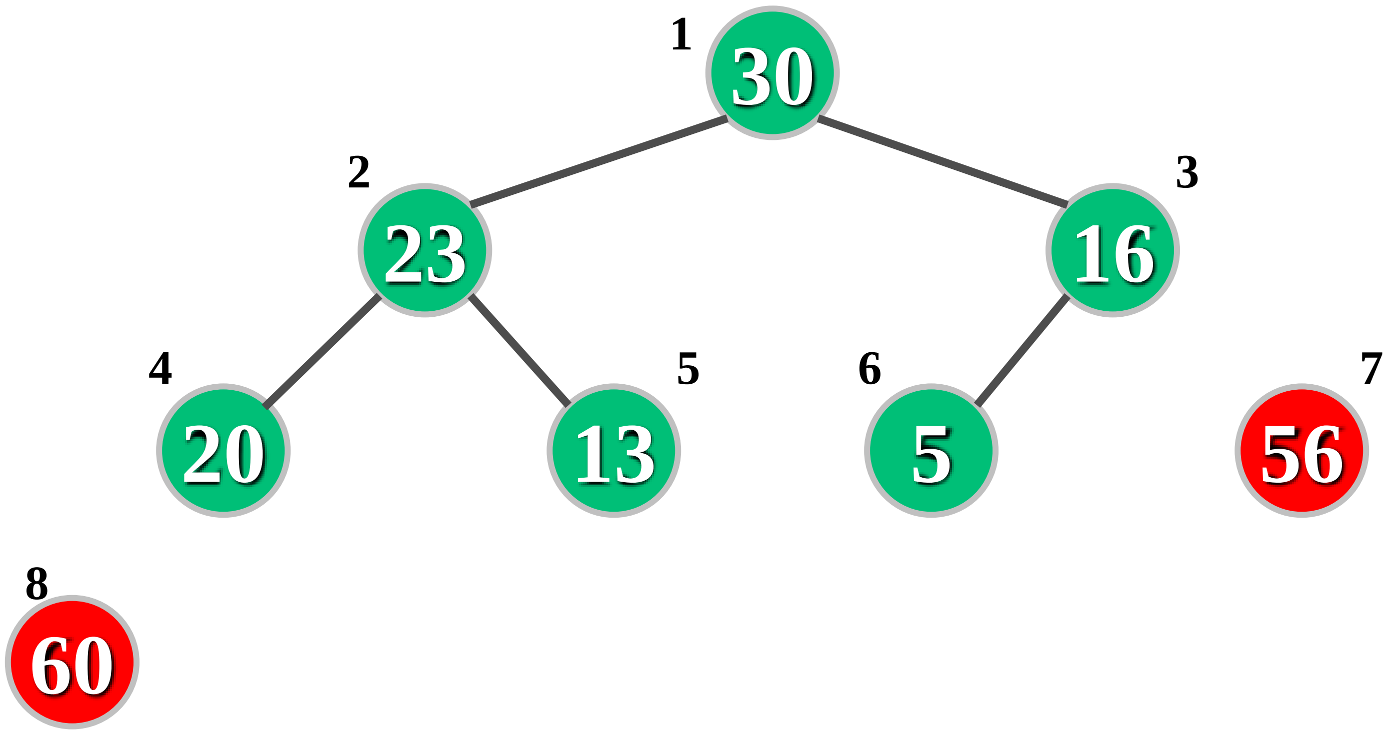



在前7个元素里找最大元素（即堆顶R[1]），与*R*[7]交换，使*R*[7]就位

A

# 堆排序算法的思想

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 23 | 16 | 20 | 13 | 5 | 56 | 60 |

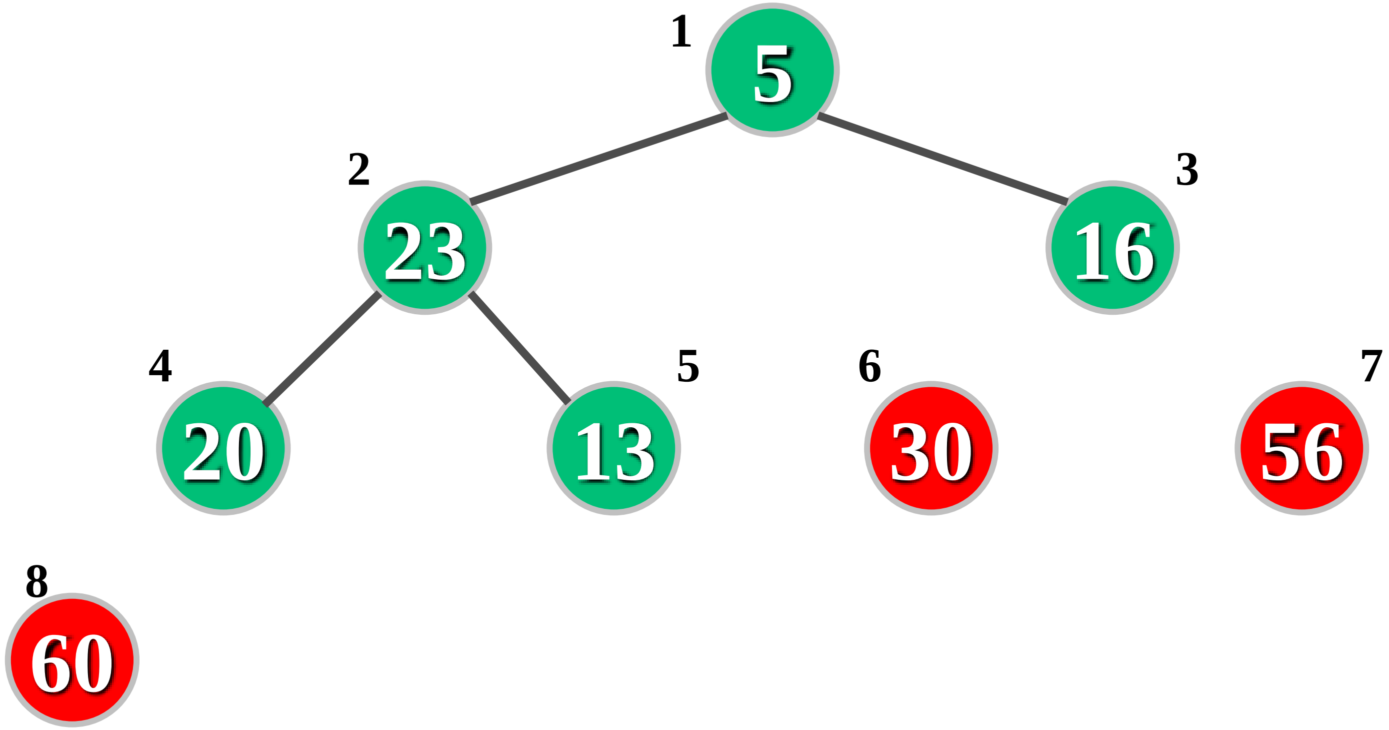



下沉根结点（堆顶 *R*[1]）使前*R*[1]…*R*[6]重建为堆

# 堆排序算法的思想

A

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 23 | 16 | 20 | 13 | 30 | 56 | 60 |




在前6个元素里找最大元素（即堆顶$R[1]$），与$R[6]$交换，使$R[6]$就位

# 堆排序算法的思想

A

① 将待排序数组*R*建成一个大根堆。

② 在前*n*个元素的堆里选最大元素*R*[1]，与*R*[*n*]交换使*R*[*n*]就位，下沉根结点*R*[1]使*R*[1]…*R*[*n*-1]重建为堆。

③ 在前*n*-1个元素的堆里选最大元素*R*[1]，与*R*[*n*-1]交换使*R*[*n*-1]就位，下沉根结点*R*[1]使*R*[1]…*R*[*n*-2]重建为堆。

④ 在前*n*-2个元素的堆里选最大元素*R*[1]，与*R*[*n*-2]交换使*R*[*n*-2]就位，下沉根结点*R*[1]使*R*[1]…*R*[*n*-3]重建为堆。

⑤ …….

上述操作反复进行，直到调整范围只剩下一个元素*R*[1]为止。此时, *R*[1]是*n*个元素中最小的，且数组*R*已按递增排列。

# 堆排序算法的粗略描述

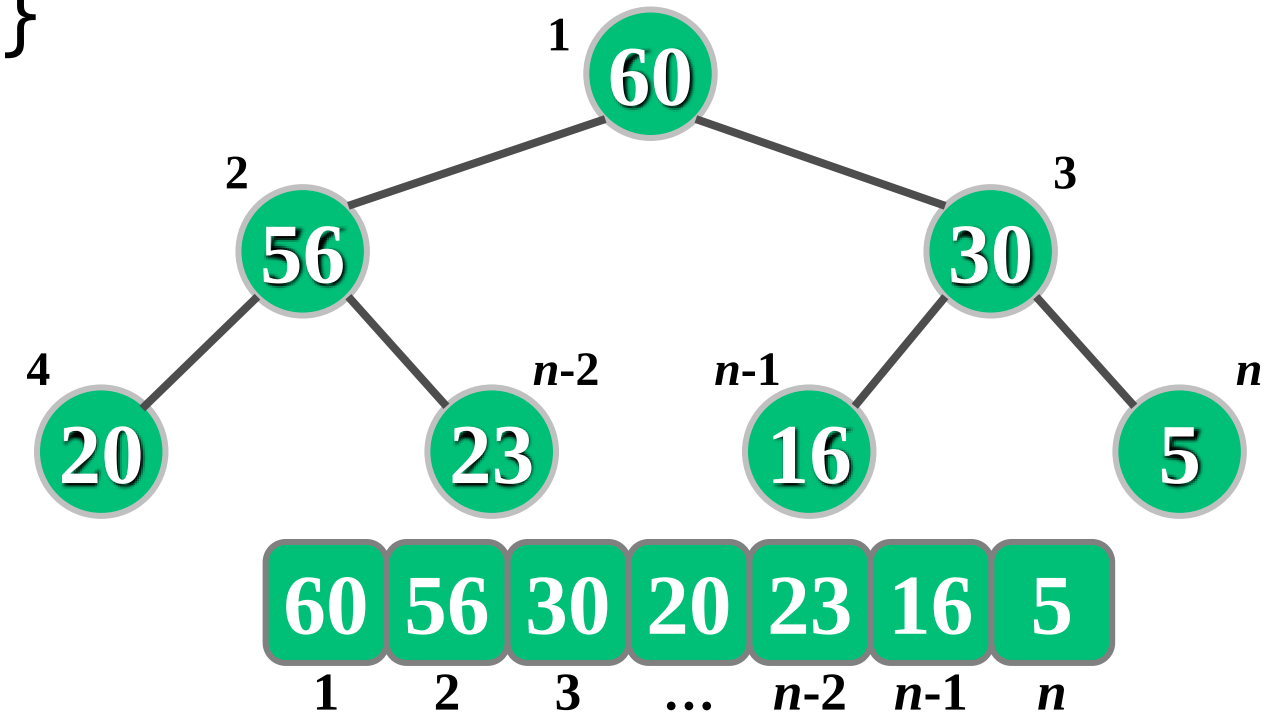
① 建立包含$R[1], R[2], \ldots, R[n]$的堆；

② `for(int i=n; i>1; i--){` //*i*标识当前处理的堆的右边界

$R[1] \leftrightarrow R[i]$;

下沉$R[1]$使$R[1]\ldots R[i\text{-}1]$重建为堆

`}`




虽然操作的是数组，但背后隐藏的灵魂是二叉树

# 堆排序算法

A

```
void HeapSort(int R[],int n){  //堆排序R[1]…R[n]
    BuildHeap(R, n);           //将R建为堆
    for(int i=n; i>1; i--){    //i为当前堆的堆尾
        swap(R[1], R[i]);      //前i个元素的最大者R[1]与R[i]交换
        ShiftDown(R,i-1,1);    //下沉R[1]使R[1]…R[i-1]重建为堆
    }
}
```

时间复杂度
O(*n*log*n*)

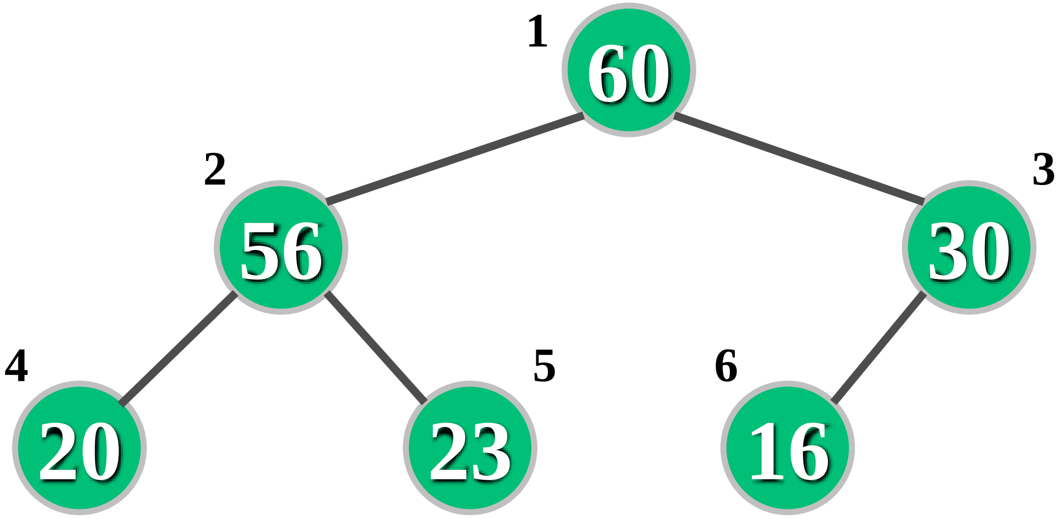
```
void swap(int &a, int &b){
    int temp = a;
    a = b;
    b = temp;
}
```

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | … | … | … | *n*-2 | *n*-1 | *n* |

A

# 堆排序算法的思想

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 56 | 30 | 20 | 23 | 16 | 5 | 13 |




在前8个元素里找最大元素（即堆顶R[1]），与*R*[8]交换，使*R*[8]就位