

Robot 解题报告

杭州第二中学 陈思禹

1 试题来源

2015年集训队互测

2 试题大意

一条数轴上初始有 n ($n \leq 10^5$) 个速度为0的点，接下来会进行 m 个操作，分为两种：（保证时刻 T 递增）

①在时刻 T 修改某个点的速度；（修改数 $C \leq 10^5$ ）

②询问时刻 T 离原点最远的点的距离。（询问数 $Q \leq 5 \times 10^5$ ）

3 分析

以时间 t 为 x 轴，点的位置为 y 轴，那么每个点 i 都有一条对应的折线，修改该点速度相当于增加一个拐点。至于询问就相当于询问 $x = T$ 上各折线 y 坐标的最大和最小值，绝对值比较一下即可得到答案。

然而所有折线又可以看作若干条线段，于是问题变为：给出 C 条线段，询问 $x = T$ 处的 y 坐标最大、最小值。这个也是可以用线段树解决的。以下以最大值为例。

对 x 轴建线段树，对于线段树的每一个节点 o 多存一个变量表示该节点对应的区间 $[l, r]$ 上最优的线段 $best_o$ 。设坐标范围为 v ，插入一条线段时按线段树将线段分为 $\log v$ 段，然后每一段都递归更新对应节点即下方节点的 $best$ ，具体方法如下：若在 l 处当前插入线段 a 的值大于 $best_o$ 的值则先交换一下。若它们的交点在 $\frac{l+r}{2}$ 的右边，则说明当前插入线段在区间 $[l, r]$ 上最优， $best_o = x$ ，然后在 o 的右子节点递归的插入原来的 $best_o$ 即可；否则插入线段不够优，在 o 的左

子节点继续递归插入 x 。这样插入的复杂度也是 $O(\log v)$ 的。单次修改时间复杂度 $O(\log^2 v)$ 。

查询时只需将包含 T 的所有区间的所有 $best$ 取最优即可。单次询问复杂度 $O(\log v)$ 。

总时间复杂度 $O(C\log^2 v + Q\log v)$ 。虽然这不是最优做法但是也可以通过。