

IOI2015 中国国家集训队第一次作业

杭州第二中学 陈思禹

试题编号	名称	题目大意	算法讨论	时空复杂度
CF 235C	Cyclical Quest	询问若干个字 符串的循环同 构在母串中的 出现次数	对母串建立后缀自动 机进行匹配。注意对 于询问串要先用 KMP 求出其循环 节。	时间 $O(N)$ 空间 $O(N)$
CF 235E	Number Challenge	求 $i*j*k$ 的约数 个数和($i \leq a$, $j \leq b$, $k \leq c$)	将问题转化为 $\Sigma(a/i)*(b/j)*(c/k)$, 其 中 i,j,k 互质。于是可 以先枚举 i , 对于 j 和 k 用莫比乌斯反 演。	时间 $O(N^2 \log N)$ 空间 $O(N)$ (预处理 gcd 的话 $O(N^2)$)
CF 238D	Tape Programming	模拟一个指针 在一段子串上 运动的过程	容易发现区间的操作 序列相当于整体的操 作序列的一段。看 1 第一次出现以及 1 出 现后 $r+1$ 或 $l-1$ 第一 次出现的位置即可。	时间 $O(kN)$ 空间 $O(kN)$ 常数 k 取决于 操作序列长度
CF 238E	Meeting Her	公交车随机选 最短路径走。 问 a 到 b 最坏 情况最少几次 换乘	最坏情况下只有在一 辆公交车的最短路必 经站点才能上车。从 b 站点开始逆向 DP, 整个过程有点 类似 BFS。	时间 $O(N^4)$ 空间 $O(N^2)$
CF 240F	TorCoder	每次操作让一 个子串重排成 字典序最小的 回文串。输出 最终串	对于变成回文串后的 区间字母在前半后半 都是按序排列的。用 线段树区间赋值维护 即可。	时间 $O(26N \log N)$ 空间 $O(N)$
CF 241D	Numbers	1-N 的排列中 去掉一些数使 得剩余异或为 0 且写成一个字 符串被 p 整除	只要取小于等于 32 的数就可以组成所有 p 的倍数。对于不超 过 32 个数直接暴 力 DP 即可。	时间 $O(32^2 p)$ 空间 $O(32^2 p)$
CF 241E	Flights	把一些边的边 权改为 2 使得 1-N 所有路径 长度相同	差分约束系统。注意 先把无关的边忽略 掉。	时间 $O(kM)$ 空间 $O(N+M)$ k 最坏为 N

CF 241F	Race	询问按一定路径走 k 分钟后在哪儿	道路都是直的而且路口都在交叉处，模拟即可。	时间 $O(NM)$ (读入) 空间 $O(NM)$
CF 243C	Colorado Potato Beetle	在无限大的田地上画了 n 段连续的(横或竖)栅栏，问围住了多大面积	先按栅栏的 x,y 坐标离散化，染黑栅栏，然后从任意边界开始对外围染红，最后看还剩多少未被染红即可。	时间 $O(n^2)$ 空间 $O(n^2)$
CF 243D	Cubes	$N*N$ 的网格上摆着一些方块。询问多少个方块沿 v 方向不被挡住	以每个格点出发都可以画 $-v$ 方向的射线，每一个格子都会挡住一部分射线。而询问一个格子处能看到多高时，只要看通过它的射线中被挡住的最低高度即可。由于标号都是连续的，可用线段树。	时间、空间 $O(N^2 \log M)$ 其中 M 为射线总条数，不超过 10
CF 248E	Piglet's Birthday	N 个架子上原有一些装满的蜜罐。每次从架子 u 上随机取 k 罐吃完后放到架子 v 上，问全空的架子期望个数	$F[i][j]$ 表示 i 号架子有 j 罐蜜满的概率。每次修改暴力用组合数转移。答案即为所有 $F[i][0]$ 之和	时间 $O(500N)$ 空间 $O(100N)$
CF 249D	Donkey and Stars	每次只能从一颗星星走到一定视角范围内的星星。求最长路	先转换坐标系将视角转为直角，对星星排序后用一根扫描线+树状数组 DP 即可。	时间 $O(N \log N)$ 空间 $O(N)$
CF 249E	Endless Matrix	求一个类似蛇形矩阵上的一块子矩形和	用容斥原理转化为四个询问。将询问的长方形拆成一个正方形加剩余的一块长方形，用求和公式分别快速算出和即可。	时间单次询问 $O(1)$ 空间 $O(1)$

CF 251D	Two Sets	将 N 个数分两组使得两组异或 x_1+x_2 最大且 x_1 尽量小	对于所有数的异或 x 若某一位为 0, 则为了最大化 x_1+x_2 , x_1 这一位应尽量为 1。最后为了最小化 x_1 尽量使得 x_1 的其它位为 0。判断是否合法用高斯消元。	时间 $O(NL^2)$ 可用 bitset 空间 $O(NL)$ L 为最长二进制长度
CF 253E	Printer	打印机执行优先级最高的任务。任务 m 优先级未知但已知其执行完的时间 T 。求出其优先级	先除去任务 m , 求出 $t[m]$ (送来的时间)- T 这一段时间有多少空余时间。据此可判断其优先级范围。	时间 $O(N\log N)$ 空间 $O(N)$
CF 256D	Liars and Serge	每个人都回答有多少人说真话。问有多少种情况有 k 个人显然说谎	$f[i][j][k]$ 表示处理到序列的第 j 位, 序列内的数在 $1-i$ 中, 且有 k 个人明显说谎的方案数。若序列里有 p 个 i , $p \neq i$ 时这 p 个人是明显说谎的。	时间 $O(N^4)$ 空间 $O(N^3)$ 需打表 $O(1)$ 回答询问
CF 257E	Greedy Elevator	模拟一个按一定规则运动的电梯将每个人送到指定楼层的时间	其实只要知道 p_{up} 和 p_{down} 下一次改变的時刻即可。由于每个人只会上、下电梯一次, 总改变次数是线性的。	时间 $O(N\log N)$ 空间 $O(N)$
CF 258D	Little Elephant and Broken Sorting	对一个排列每次有 $1/2$ 的概率交换两个数。问期望逆序对数	$p[i][j]$ 表示某次交换后 i 位置的数比 j 位置的数大的概率, 交换的时候转移易得。最后将所有满足 $i < j$ 的 $p[i][j]$ 加起来即可	时间 $O(N^2)$ 空间 $O(N^2)$
CF 260E	Dividing Kingdom	画一个井字使分得九块里的点数为给定的数	暴力所有排列, 先初步确定四根线的位置, 然后可以离线用数据结构快速判断每一格中点的个数是否符合要求。	时间 $O((9!+N)\log N)$ 空间 $O(9!+N)$

CF 261D	Maxim and Increasing Subsequence	求一个数不超过 $\max b$ 长为 n 的序列重复 t 次后的最长上升子序列	有效的 t 的最大值为 $\min(\max b, n)$ 。 $f[j]$ 表示以不超过 j 的数结尾的最长上升子序列长度。每个 $f[j]$ 最多更新 $\min(n, \max b)$ 次	时间 $O((n+\max b) \cdot \min(n, \max b))$ 空间 $O(n+\max b)$
CF 261E	Maxim and Calculator	计算器存一个二元组 (a, b) 初始 $(1, 0)$ ，可以让 b 加 1 或 $a=a \cdot b$ 。问 p 次操作后 a 可能是 $[l, r]$ 中哪些数	$f[i][x]$ 表示乘不超过 i 的数达到数 x 最少要乘的次数。对于最大质因子不超过 p 的数 x ， $f[i][x] = \min(f[i-1][x], f[i][x/i] + 1 \mid x \bmod i = 0)$ 。若 $f[i][x] + i \leq p$ 且 $x \in [l, r]$ ，则 x 满足要求。	时间 $O(pM)$ 其中 M 为 r 以内最大质因子不超过 p 的数的个数，最多在 10^6 数量级 空间 $O(M)$ (滚动数组)
CF 263E	Rhombus	求 $n \cdot m$ 表格一个对角线长 $2k+1$ 的斜正方形中带权数字和的最大值	可以将权值分解为 k 个斜正方形，各个正方形的和用前缀和 $O(1)$ 预处理。暴力常数较小可过。	时间 $O(nmk)$ 空间 $O(nm)$
CF 264E	Roadside Trees	n 个位置可种树，树每次操作会生长 1。1. 种一棵高 h 的树；2. 删去第 x 棵树。询问最长上升子序列	$f[i]$ 表示以 i 开头的最长上升子序列。显然只有最近 10 次操作的树会比新种的树低，因此暴力修改它们的 f ；删除也只会影响前 10 棵树，暴力重算 f 即可。	时间 $O(10n \log n)$ 空间 $O(n)$ ($h, x \leq 10$)
CF 266D	BerDonalds	求图上一个点使得所有点到其最大距离最小	若该点选取在长 w 的边 (u, v) 上和 u 距离 x 处。显然我们只要按 $d[i][u]$ 排序枚举通过 u 到达的点中 $d[i][u]$ 最大的 $= A$ ，对 $d[i][u] > A$ 的点求出 $d[i][v]$ 的最大值 B 。那么只需求出 $d = \min\{A+x, B+w-x\}$ 即可。按 $d[i][u]$ 的排序可以预处理。	时间 $O(nm)$ 空间 $O(n^2)$

CF 266E	More Queries to Array...	数列区间赋值以及 $[l,r]$ 区间求 $a_i(i-l+1)^k$ 的和	用线段树维护。合并区间信息的时候可以利用展开和整体代换的方法快速计算。	时间 $O(kN\log N)$ 空间 $O(kN)$
CF 267C	Berland Traffic	求一种最大流方案使流量平衡且把流量看作边权的话是一个层次图（不妨设 i 到 1 的距离为 $d[i]$ ）	列出流量平衡方程，对于 n 号点暂设最终流出的流量为 1 ，用高斯消元解出层次图的 d 数组。如果无解那么最大流量为 0 ，否则对于每条边 (u,v) 流量上限 c 计算出 $c/ d[v]-d[u] $ 的最小值即为最大流量。	时间 $O(n^3)$ 空间 $O(n^2)$
CF 269D	Maximum Waterfall	上下底之间有一些平台，问最大能有多宽的瀑布经过若干平台落下，且相邻两平台间不能有其它平台	从下到上插入平台并 DP。插入一个平台时，被这个平台包含的下方平台可以转移到当前平台然后被删去，只有两个位于边缘的平台会有部分露出来。整个过程可以用一棵二叉查找树。	时间 $O(N\log N)$ 空间 $O(N)$
CF 273D	Dima and Figure	求 $n*m$ 的方格内符合要求的图形的个数	符合要求的图形是一个类似凸四边形的形状，可以分行进行 DP，需要优化转移至 $O(1)$ 。	时间 $O(nm^2)$ 空间 $O(nm^2)$
CF 273E	Dima and Game	两个人对于 n 个区间按一定规则进行博弈。问有多少种初始状态使得先手必胜。	长度相同的区间其实是等价的。可以先预处理出 $sg[i]$ （长度为 i 的区间的 sg 值，只有 $0,1,2$ 三种）从而得到 sg 值为 $0,1,2$ 的区间分别有多少个，然后进行 DP 即可。	时间 $O(N)$ 空间 $O(N)$ （可先打表找 $sg[i]$ 的规律）
CF 274C	The Last Hole!	以给定点为圆心的圆半径逐渐增大时是否会出现洞以及最后一个洞消失的时间	一个洞最后肯定是缩成一个点，形成洞的圆的圆心到这一点距离相同。可证明只需考虑锐角三角形和矩形的情况。	时间 $O(N^4)$ 空间 $O(N)$ （预处理距离的话 $O(N^2)$ ）

CF 274E	Mirror Room	网格中有一束光线从某点出发，遇到障碍会反射。问会经过多少格子	可以通过黑白染色发现同种颜色的格子不可能既从左上到右下又从左下到右上。而且一个循环中至多反射 $O(n+m+k)$ 次，快速找出每次在哪里反射模拟一遍循环过程即可。	时间 $O(N \log k)$ 空间 $O(N)$ 其中 $N=n+m+k$
CF 280D	k-Maximum Subsequence Sum	数列单点修改+区间询问最多 k 段最大子段和	询问只需找区间最大子段和再取反，重复 k 次或最大和已小于 0 时即得答案。用线段树快速支持操作。	时间 $O((kq+n+m) \log n)$ 空间 $O(n)$ q 为询问数
CF 283E	Cow Tennis Tournament	每个奶牛有能力值 s_i 。原本是能力值高的奶牛赢。但 FJ 每次会反转能力值在 $[a,b]$ 中的比赛结果。问最后三元环的个数	求出一头奶牛战胜另两头的对数即可。也就是要求出度。先按 s 排序，考虑 $n*n$ 的表格表示各场比赛是否被反转，每次反转相当于反转一个子矩形。这样只要用一根扫描线+线段树从上到下扫一遍即可。	时间 $O((n+m) \log n)$ 空间 $O(n+m)$
CF 285E	Positions in Permutations	定义排列中好位置为 $ p[i]-i =1$ 的位置。问恰有 k 个好位置的 n 位排列数	$f[i][j][0..1][0..1]$ 表示前 i 位有 j 个位置是好的，且 $i,i+1$ 是否已被使用。转移很容易推出。但这样只能求出至少有 k 个位置是好的方案数，最后需要再容斥一下。	时间 $O(n^2)$ 空间 $O(n^2)$
CF 286D	Tourists	每对旅客 q 时刻从 $(-1,0)$ 和 $(1,0)$ 出发向 y 轴正方向前进。 y 轴上在 t_i 时刻 $[l_i, r_i]$ 区间会出现墙，共 m 堵。问每对旅客会看不到彼此多久。	容易发现每个墙只对一定时间以后出发的人有阻挡作用且刚开始时阻挡时间是 $k=1$ 的一次函数之后变为常数。所以先对墙去重，然后变成一个类似分段函数的问题按 q 从小到大依次回答询问即可。	时间 $O(m \log m)$ 空间 $O(m)$

CF 286E	Ladies' Shop	对于给定容量的 n 个背包选出一些，使得选出的背包能组成的所有 m 以内的大小就是这 n 个背包的大小	只要是大小可以被别的背包表示出的就可以删去。且易知可以被 2 个背包表示出。我们可以定义多项式 P ，其中若大小为 k 的背包存在 x^k 系数为 1 否则为 0，这样 P^2 系数不为 0 的项即为可表示出的。	时间 $O(m \log m)$ 空间 $O(m)$
CF 293B	Distinct Paths	给 $n*m$ 的网格（可能有些已经染色）染 k 种颜色，使得从左上到右下每条最短路径都不经过相同的颜色	$n+m-1 \leq k$ 。我们可以让所有路径中编号大的颜色出现在编号小的后面，这样可以大大减小情况数，最后乘上一个排列数即可。注意算排列数的时候不能计入那些本来已染的颜色。	时间 $O(nmM)$ 空间 $O(nm)$ 其中 M 为编号大的颜色后出现的情况数，最多在 10^6 级别
CF 293D	Ksusha and Square	在一个给定凸多边形内任选两整点，问其期望距离的平方（坐标绝对值 $\leq 10^6$ ）	x 和 y 可以分开处理。处理 x 时，对于每一个 x 找到凸多边形的 y_{\max} 和 y_{\min} ，然后推出数学公式并用扫描线求出答案。	时间 $O(10^6)$ 空间 $O(10^6)$
CF 293E	Close Vertices	求树上路径边权和不超过 w 且边数不超过 1 的点对数	点分治。在合并的时候排序后用树状数组即可。	时间 $O(n \log^2 n)$ 空间 $O(n)$
CF 294D	Shaass and Painter Robot	在网格中一个机器人从某边界出发只会沿对角线走并染黑格子，遇到边界反弹。问多久能把整个网格黑白染色	只要边界上的格子全部访问过即可。所以我们只要考虑边界上的 $n+m-2$ 个格子。由于边界上每个格子最多被不重复地访问 2 次，直接暴力即可。	时间 $O(n+m)$ 空间 $O(n+m)$

CF 295D	Greg and Caves	$n*m$ 的格子中每格或白或黑。任意区间 $[L,R]$ 每行两个黑点，其余行无黑点且 $[L,R]$ 黑点间距离先增大后减小。问方案数	$F[i][j]$ 表示有黑点的第 i 行黑点距离 j 且距离不减的方案数，所要求图形可以正倒两个拼起来。用前缀和等简单计算一下即可得到答案。	时间 $O(nm)$ 空间 $O(nm)$
CF 301E	Yaroslav and Arrangements	数列 a 若相邻元素之间相差不超过 1 且 a_1 最小即为良好的。数列 b 若不降、长度 $\leq n$ 、 $b_i \leq m$ 且能排列出的良好数列数 $\in [1,k]$ 即为优秀的。问优秀数列数	若 a 中去掉 a_1 且只写出上升的部分则最多包含 $n/2$ 个数且不含与 a_1 相等的数。 $f[i][k][j][t]$ 表示当前 b 数列共 j 个数，末尾为 i 有 k 个且可排成的良好数列种数为 t 的方案数。容易注意到当加入 x 个 $i+1$ 的时候良好数列种数要乘以 $C(j+x-1, x)$ 。	时间 $O(n^4k)$ 常数很小 空间 $O(n^3k)$
CF 303D	Rotatable Number	求小于 x 最大的 b 使得 b 进制中有 n 位的类似 142857 的循环数	p 为质数不整除 b 且 $b^i \bmod p \neq 1$ ($0 < i < p-1$)，则 $(b^{p-1}-1)/p$ 就是一个 $(p-1)$ 位的可旋转数。于是我们先判断 $n+1$ 是否是质数。然后暴力从 $x-1$ 向下枚举 b 并判断是否符合要求即可。	时间 $O(k \log x)$ 空间 $O(\log x)$ 其中 k 为需要暴力枚举的次数，取决于 x 与答案的差
CF 303E	Random Ranking	给定每个人的分数区间，问每个人各个排名的概率	按给出的区间将分数分段，各个人都枚举一遍其得分在哪个区间用 DP 计算概率。	时间 $O(n^5)$ 常数较小 空间 $O(n^2)$
CF 305D	Olya and Graph	一个有向图，边 (u,v) 满足 $u < v$ 且 u 到 v ($v > u$) 的最短路为 $v-u$ 或 $v-u-k$ 。求加边方案数。	加的边只可能是 $i \rightarrow i+1$ 或 $i \rightarrow i+k+1$ 。第一种边必须加满。且易发现所有第二种边的出发点必须在一个长度为 $k+1$ 的区间内。我们可以枚举这个区间的左端点来统计方案数。	时间 $O(n)$ 空间 $O(n)$

CF 305E	Playing with String	两人轮流从字符串中任选一个 $s[i-1]=s[i+1]$ 的位置切开，问是否先手必胜	s 可以分成若干段连续的每个都满足 $s[i-1]=s[i+1]$ 的区间。这些区间的 sg 值只与长度有关。预处理后异或起来即为整个 s 的 sg 值。	时间 $O(n^2)$ 空间 $O(n)$
CF 306B	Optimizer	给定 m 个区间赋值操作，问最多删去多少个使得效果不变	对区间按左端点排序，维护一个栈。设当前处理 i ，栈顶为 j ，栈顶下一个为 k ，若 $r_i \leq r_j$ ，舍弃 i ； $r_k > l_i - 1$ 并且 $r_j \leq r_i$ 时，舍弃 j 。	时间 $O(m)$ 空间 $O(m)$
CF 306C	White, Black and White Again	w 件好事 b 件坏事。 n 天必须先全好中间全坏最后全好，问方案数	枚举一下有多少天发生坏事，简单地用排列组合数推一下方案数即可。	时间 $O(n \log P)$ 空间 $O(n)$ (预处理阶乘) 其中 P 为模数
CF 306D	Polygon	求一个边长各不相同但各内角相同的 n 边形	从原点开始前 $n-2$ 条边第 i 条边的边长为 $L+0.01i$ (L 较大)。第 $n-1$ 条边回到 x 轴即可。	时间 $O(n)$ 空间 $O(1)$
CF 309B	Context Advertising	每行只能写 c 个字母，问 r 行最多能写下一段 n 单词文本中几个连续的单词	先用两指针的方法求出从每个单词开始一行能写多少，然后倍增到 r 行即可。	时间 $O(n \log r)$ 空间 $O(n \log r)$
CF 309D	Tennis Rackets	求三顶点在正三角形三边一定范围内的钝角三角形个数	用枚举锐角顶点，另一个钝角顶点一定在一个范围内，可以 $O(1)$ 求出。	时间 $O(N^2)$ 卡常数可过 空间 $O(1)$

CF 311C	Fetch the Treasure	h 个格子 n 个有宝藏。一个人初始有技能 k。每次操作增加技能 x 或修改宝藏价值或询问用技能能到达的格子的最大价值。技能增加 ≤ 20 次	定义 $D[i]$ 表示最小的能到达的除以 k 余 i 的格子。可以按 $D[i](D[1]=1, k=1$ 时需特判) 建图, 增加技能就新增一些边, 求最短路即可。另外能到达的宝藏格子都加入一个二叉堆即可。	时间 $O(400k \log k + n \log n)$ 空间 $O(n+20k)$
CF 311E	Biologist	生物学家可以花钱让狗变性。每个富豪看到自己指定的狗为指定性别时会给钱。问最大获利	最小割。与源点相连的点最终性别为 0, 与汇点相连的点最终性别为 1。狗向源或汇连边, 富豪与自己要求的狗以及源或汇连边。	时间 $O(\text{flow}(n+m))$ 空间 $O(n+km)$ 其中 flow 表示网络流时间, k 表示指定的狗的最大数量
CF 314E	Sereja and Squares	以大小写字母替代括号, 询问有多少种方案填满一个字符串为一个合法的括号序列	DP。 $f[i][j]$ 表示前 i 位中有 j 个小写字母还未被匹配的方案数。转移易推知。	时间 $O(n^2)$ 空间 $O(n)$ (滚动数组)
CF 316D	PE Lesson	有 n 个人, 每个人有一个球。a 人可以抛一次, b 人可以抛两次。问抛球情况总数。	$f(a,b)=I(a)(a+b)!/a!$, 其中 $I(n)$ 是只有 n 个 1 的方案数, 递推式为 $I(n)=I(n-1)+(n-1)I(n-2)$ 。	时间 $O(n)$ 空间 $O(1)$ (滚动数组)
CF 316E	Summer Homework	数列区间修改、区间加、区间询问 $\sum f[x-l]*a[x]$ 其中 $l \leq x \leq r$, f 为斐波那契数列	线段树, 若 $f[k][i][j]=\sum f[x-i+k]a[x] i \leq x \leq j$, 则对于线段树中一个区间 $[l,r]$, 只需维护下 $f[0][l][r]$ 和 $f[1][l][r]$ 即可用矩阵算出所有 $f[k][l][r]$ 。	时间 $O(m \log n)$ 空间 $O(n)$

CF 319E	Ping-Pong	插入一个线段、询问线段 a 能否到达线段 b。(线段 x 到线段 y 有边的条件是线段 x 至少有一个端点在线段 y 内)	如果两个线段相交就双向连边，在并查集中合并。如果两个线段包含只能单向到达。每次只要判断新加线段左右端点是否被原来线段包含即可。可用节点上带 vector 的线段树实现。	时间 $O(n \log n)$ 空间 $O(n \log n)$
CF 321D	Ciel and Flipboard	$n \times n$ 的棋盘， $x=(n+1)/2$ ，每次可以取反 $x \times x$ 的一块，问可得到的最大和	定义一个 01 数组 $F[i][j]$ 表示 i 行 j 列是否被翻过。 $F[i][j] \text{ xor } F[i][x] \text{ xor } F[i][j+x]=0$, $F[j][i] \text{ xor } F[x][i] \text{ xor } F[j+x][i]=0$ 。因此我们可以枚举 $F[1][x]-F[x][x]$ ，然后贪心求出其它列的 F。	时间 $O(n^2 2^x)$ 空间 $O(n^2)$
CF 323B	Tournament-graph	将无向完全图定向使得任意 $u \rightarrow v$ 距离不超过 2	直接构造。 $n=4$ 无解。 $i \rightarrow i+1 (n > 1)$ ，其余边 $j-i$ 为偶数时 $i \rightarrow j$ 否则 $j \rightarrow i$ 。	时间 $O(n^2)$ 空间 $O(n^2)$
CF 325E	The Red Button	i 号点只能走向 $2i$ 或 $2i+1$ 号点 (模 N)，求哈密顿回路	N 是奇数肯定无解。我们把 $2i$ 和 $2i+1$ 号点分为一组，这样原来每个点向两个点连边转化为一个组向另一个组连边。每个组连出两条边，每个组的入边也恰为两条，求欧拉回路即可。	时间 $O(N)$ 空间 $O(N)$
CF 331C	The Great Julya Calendar	对于一个正整数 n 每次可以减去其一位的数值，问减至 0 的最少步数	$f[\text{maxd}][x]$ 表示一个数前 maxd 位确定，后面为 x 时将后面几位减到 <0 的最少减少步数。大部分情况下 x 除最后一位外都是 9，状态数很少。	时间 $O(10L)$ 空间 $O(10L)$ L 为 n 的位数

CF 331D	Escaping on Beaveractor	$b*b$ 的地图上有若干箭头，到了箭头上就会沿箭头的方向走。给定若干初始位置问 t 时刻到达哪里	先模拟出如果到了一个箭头上之后的运动（可能会有环）。然后看给出的初始运动最先到达哪个箭头即可。代码较长。	时间 $O(n \log n)$ 空间 $O(n)$
CF 332D	Theft of Blueprints	n 个点的图，每个 k 点子点集恰好都有一个点向它们都连边，问这些边权的期望和	$k \leq 2$ 暴力枚举每个点的出边任选 k 条的期望权值即可； $k > 2$ 时可以证明该图一定是一个 $k+1$ 个点的完全图，易算得期望。	时间 $O(n^2)$ 空间 $O(n^2)$
CF 333C	Lucky Tickets	给定 k 和 m ，求 m 个中间添加 $+-*()$ 后能算得 k 的 8 位数字	先考虑四位能凑出的数。可以暴力证明平均一张四位能凑出 60 个左右的数，设 x 是其中之一。只需把这四位放在前面， $ k-x $ 放在后面即约有 600000 种。	时间 $O(M \log M)$ (去重) 空间 $O(M)$ M 表示能构造出的总数
CF 335D	Rectangles and Square	给定 n 个边平行于坐标轴的矩形。问是否有一个子集恰好拼成一个正方形	先枚举正方形的一个顶点（一定是原长方形的一个顶点），然后枚举正方形边长，判断正方形是否被完全覆盖以及四条边是否没有长方形穿过	时间 $O(na)$ 空间 $O(a^2+n)$ a 为坐标范围
CF 338D	GCD Table	一张 $n*m$ 的 GCD 表，问长为 k 的数列 a 是否在某一行中出现	可以证明，如果出现一定出现在第 $i = \text{LCM}(a[1], a[2], \dots, a[k])$ 行。如果在第 j 列出现，那么 $j = -x \pmod{a[x+1]}$ 。用扩展欧几里得算法解，最后再验证一遍即可。	时间 $O(k \log n)$ 空间 $O(k)$

CF 338E	Optimize!	问是否能将长 len 的 b 数组匹配至长 n 的 a 数组中的一段使得每位相加 $\geq h$	对 b 排序后第 i 个数至少要 a 中某一段的 i 个数能够匹配才行。因此建一棵线段树快速维护 b 中每一个数能和多少个 a 中的数匹配，支持后缀 ± 1 、询问最小值。	时间 $O(n \log len)$ 空间 $O(n + len)$
CF 339E	Three Swaps	将排列至多三段反转使得变成按顺序的	易知反转时肯定至少和左右边界一边恰好接上。于是每次翻转选取能接上的爆搜即可通过。	时间 $O(kn^2)$ 空间 $O(n)$ k 为一不大的常数
CF 341E	Candies Game	第 i 个箱子有 a_i 糖果。每次操作从 j 中取 a_i 放入 i 中 ($a_i \leq a_j$)。如何操作使只有两个箱子有糖果	对于任何三个非 0 的箱子总可以通过一些操作使得其中一个变为 0。具体做法有点类似辗转相除。每次我们随便取三个箱子处理即可。	时间 $O(n \log^2 n)$ 空间 $O(n)$
CF 342D	Xenia and Dominoes	$3 \times n$ 的表格每个多米诺覆盖 1×2 。要求除了 X 和 O 全部覆盖且能向 O 移动一步	直接用记忆化搜索状压 DP, $f[i][j][k=0..7][x=0..1]$ 表示到 i 列 j 行覆盖情况为 k 是否已经可移动(x)的方案数。	时间 $O(48n)$ 空间 $O(48n)$
CF 346E	Doodle Jump	n 个平台，第 i 个高度为 $a_i \bmod p$ 。问相邻两个的最大高度差	对于给定的 a 和 p ，每 p/a 次都会循环，只是平移了 $a - p \bmod a$ 。我们于是把这个问题转化为了 $a' = a - p \bmod a$ ， $p = a$ 且平台数 n 减小了的一个子问题。	时间 $O(t \log n)$ 空间 $O(1)$ t 为数据组数
CF 348E	Pilgrims	树 n 个点 m 个有修道院。摧毁一个点使得尽量多的修道院到不了离其最远的修道院	只要摧毁所有最远的点的 LCA 到该修道院路径上的任意一个点即可让他不开心。在树上对这条路径打一个 $+1$ 的标记，最后 DFS 一遍即可	时间 $O(n \log n)$ 空间 $O(n \log n)$

CF 351D	Jeff and Removing Periods	询问区间出现多少种元素及区间是否有一个元素出现位置为等差数列	可以直接 \sqrt{n} 分块暴力，或求出每个数上一次出现的位置及非等差数列出现的位置，用线段树。	时间 $O(n\sqrt{n})$ 或 $O(n\log n)$ 空间 $O(n)$
CF 354D	Transferring Pyramid	边长 n 的正三角形中有 k 个点需要赋值。每次可以选择一个正三角形（代价为面积+2）或单点赋值（代价 3）。问最小代价	$f[i][j]$ 表示右下角边长 i 的正三角形缺少其左下角边长 j 的正三角形后的图形中的点覆盖所需代价。赋值三角形时大小不超过 $\sqrt{6k}$ ，所以 j 这一维可以不超过 $\sqrt{6k}$ 。	时间 $O(n\sqrt{k})$ 空间 $O(n\sqrt{k})$
CF 356E	Xenia and String Problem	问字符串中至多改动一位后最大美丽值（定义为所有 Gray 子串长度的平方和）	对于每一个位置预处理出以其为中心不改动的最长 Gray 串长度、改动一位可以增加的最大美丽值及修改方案。最后枚举一下修改的方案即可。	时间 $O(n\log n+26n)$ 空间 $O(26n)$
CF 360D	Levko and Sets	第 i 个集合元素 $\prod a_i^{b_j} \bmod p$ 。求 n 个集合的并的大小	对于一个集合设其大小为 d ，则某原根的 $(p-1)/d$ 的倍数次方都可以得到。这样的话只要暴力容斥所有 $(p-1)$ 的约数即可。	时间 $O(n(\log p+k))$ 空间 $O(n+k)$ k 为 $p-1$ 的约数个数
CF 360E	Levko and Game	n 个点 m 条固定边权的边和 k 条边权在一定范围内的边。两个人分别从 s_1 、 s_2 出发要到 f 。问能否修改边权使得第一个人先到	$state[i]$ 表示第 i 个点的状态， $dis[i]$ 表示先到的那个人的最快到达时间。可以用类似最短路的转移。对于一条边，如果起点可先到，那么应该选取最小的边权，；否则选取最大的。	时间 $O(\alpha m+k)$ 空间 $O(n+m+k)$ α 为 SPFA 的常数

G CJ 2014 Final D	Paradox Sort	给定一个竞赛图。对一个排列，如果当前点到排列下一个有边就走向下一个点，否则不动。求能最后能到 A 点的字典序最小的排列。	判断一个序列是否合法可以 DFS。字典序最小可以逐位枚举判断是否合法。	时间 $O(Tn^4)$ 空间 $O(n^2)$ T 取决于数据组数
USACO DEC12	First!	问字典的字母顺序重新排列后哪些串可能变成字典序最小的	先枚举每一个串，然后对于每一个位看需要比哪些字母小，用 Trie 即可。然后看是否有环。	时间 $O(L+26^2n)$ 空间 $O(L)$ 其中 L 为字符串总长度
USACO OPEN09	Tower of Hay	n 块稻草第 i 块宽 w_i 。问按顺序从低到高建塔，塔每层宽度递减，问最高高度	$f[i]$ 为 i..n 最底层的最小宽度。容易发现 $s[i-1] \leq s[j-1]-f[j]$ 时 j 才是有效的决策。用递减的单调队列来维护 $s[j-1]-f[j]$ 即可。	时间 $O(n)$ 空间 $O(n)$
USACO DEC10	Threatening Letter	有无数个字符串 S，需要剪贴出 T，问最少次数	对 S 建后缀自动机，然后读取 T，每次剪贴尽量长的一段即可。	时间 $O(N+M)$ 空间 $O(N)$
USACO MAR08	Land Acquisition	一次购买土地的花费是最大宽*最大长。问最小全部花费	排序可以得到一个 b 单调不增，a 单调增的序列。然后直接用斜率优化 DP 即可。	时间 $O(N\log N)$ 空间 $O(N)$
USACO OPEN13	Photo	N 个奶牛排队。每张照片 [L,R] 中只有一头奶牛有斑点。问最多有几头奶牛有斑点	$F[x]$ 表示 x 处有奶牛的话右边最多有几头奶牛。对 $L \leq x$ 的区间设 R 最大值为 A，对 $L > x$ 的区间设 R 最小值为 B，则 $F[x] = \max\{F[i] A < i \leq B\} + 1$ 。用单调队列维护即可。	时间 $O(N\log N)$ 空间 $O(N)$

USACO DEC07	Best Cow Line	长 n 的字符串 每次去掉头或 尾的一个字 符。求出最小 字典序的删除 序列	观察发现对于 $a-b$ 的 一段，如果该段字 符串字典序小于其逆序 字符串，则选择第一 个字符，否则选择最 后一个字符。用后缀 数组快速比较。	时间 $O(n \log n)$ 空间 $O(n)$
USACO JAN09	Safe Travel	问以 1 为根的 最短路树上删 掉任意 $u \rightarrow v$ 的 边后 1 到 v 的 最短路	每次删掉的是一条树 边，只能通过走一条 非树边来补偿。每一 条非树边使最短路 的增大值都可以预处理 出，且这条非树边 (u, v) 对 $u-v$ 路径上的 点时都是有效的。用 树链剖分打个标记， 最后取最小值即可。	时间 $O(n \log^2 n)$ 空间 $O(n)$
USACO MAR12	Cows in a Skyscraper	最少几个容量 为 w 的背包可 装下所有 n 个 物品	对于每一个状态我们 可以贪心地选择一个 把背包装的最满的子 集贪心地转移。	时间 $O(n 2^n)$ (预处理) 空间 $O(2^n)$
USACO DEC05	Cow Patterns	给定模式串和 母串，问母串 和模式串大小 关系相同的子 串的数量	将每一种编号分开考 虑，用一个取模过的 P 进制数表示其在连 续 K 个中出现的位 置。大小关系只要 $O(S)$ 扫一遍用贪心 的方法匹配即可。	时间 $O((K+N)S)$ 空间 $O(N+S)$
USACO JAN07	Cow Schul	每个试卷有 t_i 和 p_i 。问有哪 些 d ，使得 n 份 试卷中去掉某 d 份的得分比去 掉 d 份 t_i/p_i 最 小的试卷得分 G (即老师算出 的得分) 大。 得分为 $\sum t_i / \sum p_i$	设 $c[i] = t[i] - G p[i]$ ，其 实只要找到一份被除 去的试卷 (c 最大 的) 使得其 $c[i]$ 大于 未被除去的某份试卷 (c 最小的) 即可。 如果把 $c[i]$ 看作直线 方程，那么用平衡树 求出凸壳即可快速询 问最大最小值。	时间 $O(n \log n)$ 空间 $O(n)$
USACO MAR13	Hill Walk	山都是水平的 线段，向右走 到尽头就会下 落。模拟落到 地面前的过程	由于山不会相交，它 们一定有确定的上下 关系。用一个堆来维 护当前 x 坐标存在的 山即可。	时间 $O(n \log n)$ 空间 $O(n)$

USACO OPEN13	Figure Eight	8 字形由两个矩形拼成，上矩形的下边界被下矩形的上边界包含，得分为面积乘积。求最大乘积	先对于一段确定的线段，求出向上、下最大能扩展的面积。然后枚举上矩形的下边界。DP 求出包含该上边界的最大下矩形面积，即可。	时间 $O(N^3)$ 空间 $O(N^2)$
USACO FEB14	Airplane Boarding	1 到 N 排队就坐，第 i 个人到自己的座位 s_i 就要停留 t_i 时间挡住后面的人。问全部就坐时间	定义(a,b)表示当前奶牛到 a 位置时要到 b 时刻才能通过。我们每处理掉一个奶牛 i，就加入(s[i],T)，其中 T 是 i 就坐的时间。且受影响的二元组 a 都要减 1。求 T 时询问 b-a 最大值即可。用 splay 维护。	时间 $O(N\log N)$ 空间 $O(N)$
USACO OPEN10	Triangle Counting	给定 n 个点。求以这些点为顶点的包含原点的三角形数	补集转化。一个三角形不包含原点当且仅当三个点都在一条过原点的直线的一边。对点排序，按极角序枚举这条直线，用一个队列维护即可。	时间 $O(n\log n)$ 空间 $O(n)$
G CJ 2013 Final C	X Marks the Spot	画一个 x 使得 4N 个点恰好均分至四个区域	若随便画一个 x 两个区域分别有 x 和 2N-x 的点的话，转过 90° 则刚好相反。而变化又是连续的（无三点共线），所以可以二分其倾斜角。	时间 $O(kN\log N)$ 空间 $O(N)$ 常数 k 取决于二分次数
USACO MAR10	StarCowraft	给定 n 个 $Ax+By+Cz \geq 0$ 的条件。询问 m 个类似不等式是否成立	给出其实是三维线性规划。我们不妨令 $z=1$ ，这样就转化为若干个二维的半平面。做一次半平面交，就可得到解的区域。询问暴力判断。	时间 $O(n\log n + nm)$ 空间 $O(n)$

USACO DEC08	Fence	问点数最多的凸包（不必包含其它点）	按极角序预处理 $first[i][j]$ 、 $next[i][j]$ 。 先枚举出发点 i 。 $f[j][k]$ 表示凸包当前最后是 j ，下一个点暂选 k 时还能扩展出的最多点数。若确定 k 是下一个点，用 $f[k][first[k][j]]+1$ 更新；若不选 k ，那用 $f[j][next[j][k]]$ 更新。	时间 $O(n^3)$ 空间 $O(n^2)$
GCJ 2011 Final A	Runs	定义字符串 run 的个数为极大连续同个字符的子串。问将给定字符串重排后 run 个数不变方案数	$f[i][j]$ 表示当前加入第 i 个字母，共有 j 个 run 的方案数。转移时枚举将第 i 个字母分成 k 段加入，其中有 x 段插入在原本一个 run 的中间。	时间 $O(26n^3)$ 空间 $O(26n+L)$ 其中 n 为 run 的个数， L 为字符串长度
USACO MAR09	Cleaning Up	n 头奶牛每头吃 m 种中的一种食物。每次放入食堂的奶牛若需 K 种食物则需 K^2 时间清扫。问所有奶牛按顺序就餐最少清扫时间	$f[i]$ 表示前 i 头奶牛最少需要的清理时间。由于 $f[i]$ 最大为 i ，其实只要连续一段奶牛吃超过 \sqrt{n} 种食物就肯定不可能作为一批放进去。这样的话对于 $f[i]$ 只有最多 \sqrt{n} 个状态转移到它了。	时间 $O(n\sqrt{n})$ 空间 $O(n)$
GCJ 2009 Final D	Wi-Fi Towers	T 组数据，最大权闭合子图	最小割	时间 $O(Tflow(n))$ 空间 $O(n^2)$
USACO JAN11	Bottleneck	一棵树。每个节点 u 初始有 $C[u]$ 奶牛，每个时刻最多向其父亲输送 $M[u]$ 奶牛。每次询问 t 时刻根节点的奶牛数	截至时刻 T 节点 u 向上输送的奶牛数是 $\min\{M[u]*T, C[u]+flowin[u]*T\}$ 。 到一定时刻 $M[u]$ 已没有用处，直接将 u 合并至其父亲。合并事件加入一个优先队列即可。	时间 $O(n\log n)$ 空间 $O(n)$

GCJ 2009 Final B	Min Perimeter	给定一些点， 问其中最小三 角形周长	采用分治的方法。将 点按 x 坐标分治。在 两边分别求出答案， 设为 a 。考虑三个点 分别在两部分中的情 况。这些点 x, y 坐标 之差均不超过 $a/2$ ， 这样的点对数是线性 的，暴力即可。	时间 $O(N\log N)$ 空间 $O(N)$
---------------------	------------------	--------------------------	--	------------------------------