

【题目大意】

给定一个 N 个结点、 M 条边的无向图。共 Q 个询问，每次询问只考虑编号在 l 到 r 之间的边时，图中的连通块数。

【解题报告】

此题可使用 Link-Cut Tree 或分块来解决。均为离线算法。

一、Link-Cut Tree

按照 r 关键字对询问排序。使用 LCT 来维护由编号 $1 \sim r$ 的边形成的最大生成树（若边数不足，则为生成森林）。其中，每条边的权值设为其编号。这样当我们发现新加入的边在同一个连通块内时，我们就可以将它们俩路径上编号最小的边删除，并用新边来替换。这需要 $O(\log n)$ 的时间。

对于询问 $[l, r]$ ，我们查询当前 LCT 上权值大于等于 l 的边的数目，并设为 C 。这可以利用其它数据结构来完成，例如线段树或树状数组。这也需要 $O(\log n)$ 的时间来做一次维护。对于本题而言，要输出的结果恰为 $N - C$ （由生成森林的性质保证）。

这个算法的正确性可以通过 Kruskal 算法来证明。通过贪心，保证当前的生成森林尽可能包含编号较大的边。那么当加入边的编号随询问 r 的增大而增大时，相当于由编号 r 的边到编号 1 的边倒序做了一遍 Kruskal，显然编号较小的边不会影响编号较大的边的结果。

总复杂度： $O((Q + M)\log n)$

二、分块

首先，我们对输入做如下处理：

- 1、将 $1 \sim M$ 条边划分为 \sqrt{M} 块，每块含有 \sqrt{M} 条边。
- 2、把询问按照其 l 关键字分到所在的块。
- 3、对于每块中的询问，按照 r 关键字递增排序。

现在，我们考虑同一块中的询问：

- 1、遍历询问，使用并查集来维护从下一个块的第一条边到当前询问的第 r 条边的连通性。

- 2、对于在当前询问的第 1 条边到当前块的最后一条边之间的边（最多 \sqrt{M} 条边，因为起始边均在当前块内），暴力合并到 1 的并查集中。

- 3、在暴力合并之后，我们需要恢复我们之前维护的并查集。因为这里最多有 \sqrt{M} 次合并操作，我们可以记录下来我们改变的地方（不路径压缩最多 \sqrt{M} 处）并恢复之。

因此，我们可以在 $O((Q + M)\sqrt{M})$ 的时间内解决这个问题。