## **Solution**

## 题目大意:

有一棵树,边长为单位长度。每个询问给出m个警卫,每个警卫j在点 $a_i$ 并保护与点 $a_i$ 距离不超过 $r_i$ 的点,求有多少个点受到保护。

关键字: 树的分治、虚树、可持久化线段树

## 题解:

每次询问,我们先对警卫的保护范围 $r_j$ 进行松弛操作。建出虚树,对于虚树的每一条边上的点,只可能是由边两端的警卫进行保护(因为进行了松弛操作)。

对于一条边(u,v) (v为靠近根节点的那一端),能轻易求出一个中间节点w (或者由于奇偶性有两个点,我们暂且只讨论一个),使得 $r_u$  – dist(u,w) =  $r_v$  – dist(w,v) 。设w' 为w 的父亲,可以发现,此时这条边上u 到w 的节点(还包括原树上的细枝末叶,你们懂的)归u 管,w' 到v 的节点(也包括细枝末叶)归v 管。

设F[i][j]为原树中离点i距离不超过j的节点数,设G[i][j]为原树以i为根的子树中离点i距离不超过j的节点数。

w'到v这一段受v保护的节点数 =  $G[v][r_v] - F[w][r_v - dist(w,v)]$ u到w这一段受u保护的节点数 =

 $F[u][r_u] - G[u][r_u] - F[w][r_u - dist(u, w)] + G[w][r_u - dist(u, w)]$ 

PS: 上面的公式有些细节没处理好,需要大家再仔细思考。

把虚树上的每条边都按照上面的方法算一遍就 ok。至与求F[i][j]可以用点分治,求G[i][j]可以用可持久化线段树。

时间复杂度:  $O(n*\log_2^n)$