

CodeChef JULY11 YALOP 解题报告

宁波市镇海蛟川书院周诚驰

October 6,2015

1 题目大意

约翰尼进入了一个大房间，这个房间被划分成了 $n * m$ 个方格，有 k 个方格是红色，其余都为蓝色。现在约翰尼在 $(1, 1)$ ，出口在 (n, m) ，他需要到达终点并使得所有方格都是蓝色的。约翰尼可以移动到八个相邻的方格上，每当他离开一个方格，那么这个方格和它周围的四个方格会改变颜色。现在给出房间的颜色情况，约翰尼想知道他是否能离开这个房间。

数据规模： $1 \leq t \leq 50$, $1 \leq n, m \leq 10^9$, $\min(n, m) < 40$, $0 \leq k \leq \min(m * n, 10000)$, $1 \leq x \leq n$, $1 \leq y \leq m$

2 算法讨论

一个方格经过奇数次才有效，那么可以用 $[0, 1]$ 来表示这个方格是否有效，所有方格组成的二进制数可以看成这种移动路径的状态。如果任意一种移动状态都是可以得到的，那么具体的移动方式就不需要再考虑，只需要知道是否存在一种二进制状态使得所有方格都变成蓝色。

下面证明任意一种移动状态都是可行的。

考虑一个 $2 * 2$ 的方格组，由于移动的连通方式是八连通，这 4 个方格是两两可达的，可以用长为 4 的二进制数来表示方格状态。

操作一：在不改变方格状态的情况下，从当前方格移动到任意一个方格。

以从第一个方格移动到第二个方格为例，粗体表示当前所在方格。

0000

1000

1010

0010

0000

操作二：改变当前所在方格的颜色。

这个在操作一的基础上很方便，以第一个方格为例。

0000

1000

1000

有上述两种操作，对于 2×2 的方格组，可以将这个方格组转化成任意一种状态并移动到任意一个方格上。考虑一个 $n \times m (\min(n, m) > 1)$ 的方格组，可以把它划分成一些 2×2 的方格组，运用上述两种操作就可以将 $n \times m$ 的方格组转化成任意一种状态并移动到任意一个格子上。最后会讨论 $\min(n, m) = 1$ 的特殊情况。

2.1

考虑 $\min(n, m) > 1, n \leq m$ 的情况。对于 (x, y) 这个方格，如果它是红色的，那么可以操作 $(x - 1, y)$ 来使它变成蓝色。这样每个方格都代表了第一列方格的状态，这可以用递推来计算，在同一行中会出现循环，可以通过循环节来计算 y 比较大的情况。红色方格的异或值就是需要达到的状态，变量就是最后一列的状态。这可以通过线性基或是高斯消元来解决。

2.2

考虑 $n = 1, n \leq m$ 的情况，先不考虑往回走，那么只能从 $(1, 1)$ 走到 $(1, m)$ 。往回走和返回的步数和一定是偶数，计算出步数判断是否为偶数就可以了。

3 时空复杂度

时间复杂度： $O(k + \min(n, m) * Len)$ ， Len 表示循环节大小。