

Bus Tour

【试题来源】

ACM/ICPC World Finals 2012C

【简要题意】

给定一个 n 个点， m 条边的无向图，保证没有自环和重边，也保证连通性。 n 个点里 0 是出发点， $n-1$ 是终点，其它是关键点。要求从 0 出发，访问所有的关键点后到达 $n-1$ （经过一个点不一定要访问），然后从 $n-1$ 出发，访问所有的关键点后返回 0 ，要求两趟路里先拜访的 $\lfloor h/2 \rfloor$ （ h 为关键点个数）个关键点必须相同，求总长最小值。

【考察算法】

状压 DP

【题解】

$n \leq 20$ 的数据范围马上让人联想到状压。首先考虑怎么把经过和拜访两种操作区分开来。很简单，只要 floyd 一下求出任意两个点之间的最短路，然后我们就只要考虑拜访的路线就可以了。接着我们考虑 DP 的状态，用 $f[u][S][v]$ 表示以 u 为起点，拜访的状态为 S （二进制位 0 表示没拜访， 1 表示拜访），最后停留在 v 点的最少时间。每一个状态的转移：枚举下一个点，复杂度为 $O(n)$ 。最后是状态数，我们来看一下有哪些状态是有用的。第一趟的时间可以看做是以 0 为起点，经过状态为 S （满足经过了 $\lfloor h/2 \rfloor$ 个关键点），最后停留在 u 处的最短时间加上以 u 为起点，经过状态为 S' （满足经过了 $n-1$ ，剩下的关键点以及 u ），最后停留在 $n-1$ 处的最小值。由于是无向图，可以把

起点终点反一下，即看做以 $n-1$ 为起点，以 u 为终点。第二趟也类似。

我们发现，需要用到的只有以 0 和 $n-1$ 为起点的状态，状态数就是

$O(2^n \cdot n)$ ，总的复杂度就是 $O(2^n \cdot n^2)$ 。