ACM/ICPC World Finals 试题泛做

江苏省常州高级中学 -徐子涵

January 25, 2014

编号	名称	题目大意	算法分析	时/空复杂度
2013 A	Self-Assembly	给出 $n(1 \le n \le 40000)$ 种正方形各无数个，且均可以任意旋转或翻转，正方形上必须根据棱上的字母进行匹配连接，判断他们是否能够在平面上形成无限长的连接。	正方形可以任意旋转或翻转，可以使每次拼接都转为向右或向下，所以只要出现一段首尾能够拼接的链就可以了。把棱抽象成点，可以把点数缩减到 m，之后四条棱向其他三条棱连边建图判断是否有环。	$O(m^3+n)$ / $O(m^2)$
2013 B	Hey, Better Bettor	在赌场里，你可以赌无限次。然而如果你的总资金减少了，你将有一次赎回损失的 x% 的机会。求你在这个赌场里的最大期望收益。	显而易见的策略是：你在赌到赢了 b 元或输了 a 元之时收手，如果输了立即赎回所有输的钱。在这种情况下，可以递推算得赢了 b 元和输了 a 元的期望概率。观察可以发现这个函数是关于 a 和 b 的单峰函数。运用三分法即可解决问题。	$O(logn)$,n 为三分范围。/$O(1)$
2013 D	Factors	给出一个整数 $n(1 \le n < 2^{63})$，用 $f(k)$ 表示 k 的质因子排列方案数，求最小的 $k(1 \le k < 2^{63})$ 使得 $f(k)=n$。	由于只要最小的 k，那么必然使最小的质数拥有最大的次数，以此类推。因此，只需要按照次数递减的顺序对答案进行搜索即可。可以发现实际的答案很小，最后用 map 进行答案的存储以便回答询问。	$O(n)/O(n)$,n 表示状态数
2013 F	Low Power	有 n 个可放 2 个芯片的机器，每个芯片可以放 k 个电池，芯片能量是 k 个电池能量的最小值。要求将给出的 $2nk(2 \le 2nk \le 10^6)$ 个电池放在这些芯片上，使得所有机器 2 个芯片能量差的最大值最小。	首先将所有个芯片按能量从小到大排序，二分答案。对于给定的芯片能量差的最小值，易证每组取的两份最小值一定是两个相邻的数，且应该尽可能取更小的一组。贪心检验即可。	$O(2nk(\log(2nk)+\log(10^9)))/log(/O(m)$

2013 H	Matryoshka	包含 1 一直到任意正整数的大小的套娃集被视为完整的，现在有排成一行的 $n(1 \le n \le 500)$ 个套娃，你可以合并两个相邻套娃集，花费的代价是拆开套娃的次数，求最少的使所有套娃集都完整的代价。	利用区间动态规划。合并每一段所需要的代价可以表示将其合并成两个组的代价和将这两个组合并起来的代价（即一边比另一边的最小值更小的值的个数，可以进行预处理）。之后进行简单的线性动态规划即可。	$O(n^3)/O(n^2)$
2012 B	Curvy Little Bottles	一个瓶子是由一条从瓶底到瓶口的 $n(0 \le n \le 10)$ 次多项式曲线绕 x 轴旋转一周构成，从瓶底起体积每增加个单位要做一个标记，但最多只做 8 个标记。求瓶子的体积及每个标记到瓶底的距离。	对原多项式的平方求积分可以获得瓶子下半的一部分的体积公式。由于体积单调增，对于每个标记的位置，二分位置判断体积和标记差量的关系即可。	$O(n^2 + n \log xhigh)/O(n)$
2012 C	Bus Tour	给出一个 $n(1 \le n \le 20)$ 个点 m 条边的简单无向连通图，从起点 1 到终点 n 再回到起点 1，要求来回均经过所有点，且去时经过的前 $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ 个点在回时也是经过的前 $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ 个点，求最短路。	用 $f(i,j)$ 表示从点 1 出发经过了二进制表示为 i 的点到点 j 的最短路，用 $g(i,j)$ 表示从点 n 出发经过了二进制表示为 i 的点到点 j 的最短路，在预处理两点间最短路的情况下可以很快完成转移，最后把两种状态拼接起来就可以得到合法方案	$O(\binom{n}{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} n^2 + 2^n n + n^3)/O(2^n n)$
2012 D	Fibonacci Words	斐波那契字符串 $f(n)$ 定义如下 $\begin{cases} 0 & n = 0 \\ 1 & n = 1 \\ f(n-1) + f(n-2) & n \ge 2 \end{cases}$ ，其中 $+$ 为字符串连接。给定一个串 $p(1 \le \lvert p \rvert \le 10^5)$ 和一个数 $n(1 \le n \le 100)$，求 p 在 $f(n)$ 中的出现次数。	可以发现 $\lvert f(25) \rvert > 10^5$，在这个范围长度内的串可以直接预处理后进行一遍 KMP 计算得来，对于之后的情况，$f(i)$ 中的出现次数等于 $f(i-2)$ 中出现次数 $+$ $f(i-1)$ 中出现次数 $+$ $f(i-2)$ 和 $f(i-1)$ 拼接处出现次数，可以用 KMP 算法得到分别在奇偶次拼接处的出现次数后，可以递推得到答案。	$O(n + \lvert p \rvert)/O(n + \lvert p \rvert)$

2012 E	Infiltration	给出一个 $n(1 \le n \le 75)$ 个点的竞赛图，每控制一个点会控制其所有出边指向的点。求需要主动控制最少点数就能控制所有点的方案。	由于竞赛图的性质，所有点的出度和为边数 $\frac{n(n-1)}{2}$。根据鸽巢原理，至少有一个点的出度为 $\frac{n-1}{2}$。如果每次贪心地取出度最大的点主动控制，再删去所有已被控制的点，那么显然最多只要主动控制 6 个点。如果有不超过 5 的更优答案可以进行搜索，搜索量可以接受。	$O(\sum_{k=1}^{5}\binom{n}{k})/O(n^2)$
2012 K	Stacking Plates	有 $n(1 \le n \le 50)$ 堆盘子，第 i 堆有 $h_i(1 \le h_i \le 50)$ 个盘子按大小顺序叠放。一次可以移动一叠盘子最上方的一些盘子，求将这些盘子合并成一堆的最小操作数。	令 $m = \sum_{i=1}^{n} h_i$。要使操作数最少，也就是尽可能拆成较少的连续部分。考虑最后合并的结果，可以看到如果在最终结果中连续，那么就不需要拆分这堆盘子。进行一遍简单的 DP 即可	$O(mn)/O(m)$
2012 L	Takeover Wars	X 公司有 $n(1 \le n \le 10^5)$ 个子公司，Y 公司有 $m(1 \le m \le 10^5)$ 个子公司，每个子公司都有一定价值。公司轮流行动，每次可以合并两个子公司形成价值为原来两个的和的公司或消去对方的一个市场价值比本方某子公司小的子公司，先无子公司者败。判断先手方 X 是否有必胜策略。	显而易见的，只有两种操作是有意义的：合并自己的两个最大的公司，和用自己最大的公司吞并对方最大的公司。如果对方上回合消去了自己最大的公司，那么这时候的策略只有可能是合并自己最大的两个公司以防止被消去；如果对方上回合的操作是合并，那么根据是否能够吞并最大的公司，策略应该是消去对方最大的公司使对方在失去一个公司的同时需要再花一回合合并公司，或者合并最大的两个公司使自己的最大的公司不会被消去。所以，除了第一回合每回合的策略只有可能有一种。只需要枚举第一回合的策略即可。	$O(m\log m + n\log n)/O(m+n)$
2011 C	Ancient Messages	给出一幅 $n \times m(1 \le n,m \le 200)$ 的黑白图像，按字典序输出图像中出现的如题中图所示的六种象形文字，拓扑结构等价即可。	易知各种文字内部洞的数量不同，直接检查每个文字内部连通块数即可。	$O(mn)/O(mn)$

2011 D	Chips Challenge	$N*N$ 芯片上有一些插槽, 可以安放组件。有些地方必须安放了组件，有些地方不能安放组件，每行每列的组件数必须相同，任何行/列的组件总数不能多于芯片上组件总数的 A/B。请求出在满足以上四个条件的情况下, 最多还能再安放多少组件。	考虑只有前两个条件的情况, 对于必须安放组件的位置, 可以设置一个极 (被称为 INF), 使得其永远被优先选择。这样, 只要判断 -费用/INF。加入第三个条件之后, 只需要将首尾相连接, 把有源汇的最小费用可行流。加入第四个条件之后。枚举答案, 对于每个答案, 限定每行/列的流量即可。整合而来, 将每行/列拆成 3 个点 u1 u2 u3。对于可以安放组件的位置 (i,j), 连接 i1->i2, 费用 -1, 流量 1。对于必须安放组件的位置 (i,j), 费用 INF, 流量 1。之后连接 u2->u3, 费用 0, 流量为枚举的答案; 连接 u3->u1, 费用 0, 流量为 INF。这里如果省略一组点的话, 可能会产生与反向流量混淆产生的一些错误。使用消圈算法可以解决最小费用可行环流问题, 但是执行效率较低。	$O(mn)/O(mn)$
2011 E	Coffee Central	给出一个 $m \times n(1 \leq m, n \leq 1000)$ 的网格，其中有 $p(0 \leq p \leq 5 \times 10^5)$ 个点是咖啡馆。有 $q(1 \leq q \leq 20)$ 组询问 $d(1 \leq d \leq 10^6)$ 哪个点曼哈顿距离 d 以内的咖啡馆最多。	由于询问数和坐标范围较小的原因，可以直接枚举定点，旋转 45 度用部分和判断。实际实现中可以采取坐标转化为 (x - y, x + y) 的方法。	$O(mnq)/O(mn)$
2011 H	Mining Your Own Business	给出一个 $n(1 \leq n \leq 50000)$ 条边且简单无向连通图，要在其中设一些特殊点，使得删掉图中任意一点后每个连通块里至少有一个特殊点。求至少要设特殊点的个数和在此前提下设特殊点的方案数。	求该图的割顶，若不存在，任意放两个节点即可。否则，将由割顶分割的连通块中，只与一个割顶相连的，每个连通块中各放一个即可。	$O(n)/O(n)$
2011 I	Mummy Madness	在沙漠里有 $n(1 \leq n \leq 10^5)$ 个木乃伊（坐标绝对值不超过 $c = 10^6$）追着人跑，每一时刻人先走木乃伊再走（8 个方向，可以不走）。求最长经过多长时间会被抓住或判断永远不会被抓住。	二分答案，判断人所能跑出的范围是否完全被木乃伊所能跑出的范围覆盖即可，使用线段树可以解决问题。	$O(n \log n \log c)/O(n)$

2011 J	Pyramids	$\sum_{i=1}^{p} i^2$ 个石块组成底座大小为 $p(p \geq 2)$ 的高金字塔，$\sum_{i=1}^{p} (2i-1)^2$ 个石块组成底座大小为 $2p-1(p \geq 2)$ 的矮金字塔，$\sum_{i=1}^{p} (2i)^2$ 个石块组成底座大小为 $2p(p \geq 2)$ 的矮金字塔。现在有 $n(1 \leq n \leq 10^6)$ 个石块，求用完所有石块堆成最少个互不相同的金字塔的字典序最大的方案。	使用类似背包问题的动态规划求解这个问题，使用整数类型压位存储建造金字塔的方案。	$O(mn)/O(mn)$
2011 K	Trash Removal	二维空间内给出一个 $n(1 \leq n \leq 100)$ 个点的多边形，要使其通过一竖直管道，求管道的最窄宽度。	显而易见地，这个多边形能被容纳在管道里当且仅当这个多边形的凸包能被容纳在管道里。对原多边形的凸包上的每一点求其离其最远的一条边的距离即可。	$O(n^2)/O(n)$
2010 B	Barcodes	给出一个使用 Code-11 编码的条形码的扫描数据，读取的区域宽度可能跟实际的宽度有 5% 的误差。请将其解码。	首先粗略划分宽窄区域，用各自区域最大值和最小值的算出作为区域基准长度的区间。如果两个区间没有交集，则 Bad Code。之后模拟题目所说的解码过程即可。	$O(n)/O(n)$
2010 C	Tracking Bio-bots	在一个 $m \times n(1 \leq m, n \leq 10^6)$ 的网格里有 $w(0 \leq w \leq 1000)$ 堵横向的墙，从一个格子出发只能向右或向上走（不能碰到墙）。求不能到达右上角的格子数。	离散化坐标后进行一遍递推即可。	$O(w^2)/O(w^2)$
2010 D	Castles	给出一棵 $n(1 \leq n \leq 100)$ 个点的无根树，可以带士兵从任意一个点出发，遍历所有的点，且每条边在每个方向上只能经过一次。当第一次走到某个点时，当前士兵数必须满足该点的最低要求，且会损耗一些士兵和留下一些士兵。求一开始要带的最少士兵数。	驻守和死去的士兵均无法战斗，被视为一类。对于两个相邻的节点 i 和 j，若 $a[i]-(w[i]+b[i]) > a[j]-(w[j]+b[j])$，则在给定士兵数如果可以先占领 j 再占领 i（需要 $max(a[j],(w[j]+b[j])+a[i])$ 名士兵）的话，必定可以先占领 i 再占领 j（需要 $max(a[i],(w[i]+b[i])+a[j])$ 名士兵）。枚举起点进行树形动态规划即可。如果使用归并排序，时间复杂度可以降低到 $O(n^2)$。	$O(n^2 \log n)/O(n)$

2010 G	The Islands	给出 $n(1 \le n \le 100)$ 个点的坐标（x 坐标单调增）和两个特殊点，要求从点 1 向东经过一些点（包括一个特殊点）到点 n，再从点 n 向西经过剩下的点（包括另一个特殊点）。求最短路径并输出方案。	由于点的 x 坐标单调增，我们只要依次考虑每个点加入哪条路径，很容易想到使用动态规划来解决这个问题。令 $f(i, j, 1/0, 1/0)$ 表示第一条路径到点 i，第二条路径到点 j，第一条路径是否已经过特殊点，第二条路径是否已经过特殊点的答案。	$O(n^2)/O(n^2)$
2010 I	Robots on Ice	在一个 $m \times n(1 \le m, n \le 8)$ 的网格图上，求从 $(0,0)$ 出发到 $(0,1)$ 结束并且在 $\lfloor \frac{imn}{4} \rfloor$ 步到达 $(r_i, c_i)(1 \le i \le 3)$ 的路径的条数。	数据范围较小可以考虑搜索。注意两个剪枝：如果即使直线前去也无法准时到达下一个登记点应该直接退出，遇到只能左转或右转的情况应该直接退出。	$O(3^{mn})/O(mn)$
2010 J	Sharing Chocolate	给出一个长 $x(1 \le x \le 100)$ 宽 $y(1 \le y \le 100)$ 的巧克力，每次可以沿行或列的分割线将其割开。判断能否把它分成大小指定的 $n(1 \le n \le 15)$ 块。	使用状态压缩动态规划。用 f(x, S) 表示当前巧克力一边长为 x，需要划分成的的巧克力集合二进制表示为 S。	$O(3^n + s)/O(2^n + s)$
2009 A	A Careful Approach	有 $n(2 \le n \le 8)$ 架飞机，第 i 架飞机的着陆时间区间为 $[a_i, b_i](0 \le a_i \le b_i \le 1440)$。求飞机着陆的最小间隔的最大值。	二分答案，枚举航班到达的顺序，验证即可。	$O(2^n n \log c)/O(2^n)$
2009 B	Struts and Springs	给定由 ni 个输入,ng 个逻辑门,no 个输出组成的逻辑电路, 其中有至多一个门坏掉了, 坏掉的方式可能是该门只输出 0、只输出 1 或总与正确的输出相反。现给定 nt 个输入以及它们对应的输出, 你要确定这些输出是否都是正确的以及是那些门坏了。	枚举坏掉的门的状态，对所有门进行拓扑排序之后计算电路结果检验。	$O(ng^2nt)/O(nt(ni + no))$

2009 I	Struts and Springs	平面上有 $n(1 \le n \le 500)$ 个窗户，窗户均与坐标轴平行，且任意两个窗户之间都是包含关系。每个窗户被另一个窗户直接包含，且通过水平三个装置和垂直三个装置固定于其上。给出最外面窗户的 $m(1 \le m \le 500)$ 次大小变化，求出每次变化后每个窗户的位置和大小（弹簧会等比例缩放且保证为整数）。	能够包含一个窗户的最小窗户就是直接包含它的窗户，由此我们可以建出一棵包含关系树并求出其 BFS 序，以得到我们改变窗户的顺序。之后安装顺序比例缩放即可。	$O(n(m+n))/O(n)$
2008 A	Air Conditioning Machinery	有 $n = 6$ 根相同长度为 4 的 L 型管道，要在长宽高均不超过 $c = 20$ 的长方体空间内接通入口和出口，求最少需要的根数或判断 n 根无法实现。	由于根据当前接入方向，我们要么接 2 块的一端，要么接 3 块的一端，接上去后可以旋转 4 个方向，故共有 8 种接法，因此我们直接 DFS 就可以了。	$O(8^n + c^3)/O(c^3)$
2008 B	Always an Integer	给出一个多项式，判断这个表达式的值是否恒为整数。	需要证明这个多项式的值是否恒为整数，只需要对于连续 n + 1 个整数参数恒为整数即可。将 0 n 依次带入检验即可。	$O(n^2)/O(n)$
2008 E	Huffman Codes	给定 n 个字符的 Huffman 编码, 编码时两个节点合并时, 要求字频小的作为左孩子, 求这 n 个字符可能的词频分布	由于 huffman 树每次合并权值最小的节点，显然，同一层中节点的权值从左向右不降且某层节点的最大权值一定小于上层节点最小权值。枚举即可。	$O(50^n)/O(n)$
2008 F	Glenbow Museum	一个合法的直角多边形内角序列由 R(90°) 和 O(270°) 组成，要求多边形内至少有一点能看到多边形内任意一点。求长度为 $l(1 \le l \le 1000)$ 的合法角序列个数。	需要满足内部某一个点内可以看到所有的位置等价于满足所有的 O 两两不相邻（首尾相接）。这样，我们可以通过以 RRRR 开始，不断用 ROR 代替 R 的方式来构造这个字串。对于字符串的末尾是否是 O 进行分类，接下来的问题可以转化为插入若干个 O 的方案数的问题，最后只需要计算 C(L/2+2, 4) + C(L/2+1, 4) 的值即可。另外，这道题也可以使用动态规划解决。	$O(1)/O(1)$
2008 I	Password Suspects	求长度为 $n(1 \le n \le 25)$ 的包含全部 $m(0 \le m \le 10)$ 个长度不超过 $l = 10$ 的子串的字符串个数，若不超过 42 个按字典序输出方案。	以给定的字串建立 AC 自动机，在上面进行 DP。对于输出方案的情况，记录每个状态是否能到达重点，进行一次搜索即可。	$O(2^m lmn)/O(2^m lmn)$

2007 A	Consanguine Calculations	一个人的血型是 ABO 血型系统和 Rh 血型系统的组合。给出父亲、母亲、孩子中两者的血型，判断第三者可能的血型。	一道比较复杂的模拟题。为了简化过程，可以考虑先手算出父母 ABO 血型对应的可能孩子 ABO 血型，然后让程序来进行判断。注意 Rh 血型的判断。	$O(1)/O(1)$
2007 G	Network	有 $n(1 \leq n \leq 5)$ 条信息，$m(1 \leq m \leq 1000)$ 个信息包，每个信息的信息包必须按照先后顺序连续通过，不能立即通过的先存储在缓冲区中。给出每个信息包在原信息中的位置及其大小以及所有信息包到达的顺序，求缓冲区大小的最小值。	因为这道题的数据范围较小，我们可以枚举信息通过的顺序，接下来就是模拟信息包通过的过程了。	$O(mn!)/O(m+n)$
2007 J	Tunnels	给出一个 $n(1 \leq n \leq 50)$ 个点 $m(1 \leq m \leq 1000)$ 条边的无向图，间谍从点 1 出发，你可以在他走的过程中（到达某点时）删掉一些边使得他不能到达点 0。求需要删掉的最少边数。	令 $f(i)$ 表示从点 i 出发不能到达点 0 需要删掉的最少边数，则 $f(i) = \min_{j=1}^{n} f(j) + cost(i,j)$，其中 $cost(i,j)$ 表示删掉所有 $k(f(k) \leq f(j))$ 的点以后点 i 到点 0 的最小割。为了确定转移顺序，我们使用 Dijkstra 算法来实现动态规划。	$O(mn^4)/O(m+n)$
2006 B	Remember the A La Mode!	给出 $n(1 \leq n \leq 50)$ 种饼片和 $m(1 \leq m \leq 50)$ 种冰淇淋的数量（不超过 100）及两两搭配的收益，两类食物总量相等。求两两搭配的最小（大）总收益。	设每类食物总量为 c。将源点向每种饼片连容量为数量费用为 0 的边，将每种冰淇淋向汇点连容量为数量费用为 0 的边，在饼片与冰淇淋之间连容量为正无穷费用为搭配收益的边，求最小（大）费用最大流即可。	$O(cmn(m+n))/O(mn)$
2006 D	Bipartite Numbers	我们把由 n 个 a 和 m 个 b 连接而成的数叫做二段数, 其中 n, m, a > 0, b 0, a b。现给定正整数 x, 求最小的比 x 大的二段数 y, 使得 y 是 x 的倍数。	预处理诸如若干个 1 及 10 的幂次对这个数取模的值分别为 a(i) 和 b(i)，则可以用 a(m) * b(n) * s + a(m) * t 来表示一个二段数。由于原数的范围不大，可以考虑枚举的方法，实践中经过一系列剪枝应该可以较快地找到答案。	$O(x)/O(x)$
2006 E	Bit Compressor	压缩算法如下: 将二进制数据中每一段连续的 k 个 1 替换成 k 的二进制表示。现给定压缩后的串, 问是否存在一个长度为 l,1 的个数为 c 的原串。	枚举解压方法即可，注意一些剪枝	$O(2^{n/2})/O(n)$

2006 G	Pilgrimage	给出旅行记录中的一个片段共 $n(1 \le n \le 50)$ 条，第 i 条可以是增加 k_i 个人（向增加的每个人收之前平摊到每个人的钱），减少 k_i 个人（给减少的每个人之前平摊到每个人的钱），向每个人收 k_i 元，支出 $k_i(1 \le k_i \le 2000)$ 元。要求分钱不出现分数，且整个旅途中至少一直有一个人，判断这段记录开始时可能的人数。	显而易见 COLLECT 操作没有意义。每两次人员变动之间所有的 PAY 操作必须要能够被人数所整除。由于每次人员变动时钱一定要能整除人数，各组 PAY 操作之间互相独立。这样每一组 PAY 操作可以确定一组初始人数的候选值。在实现中如果暴力扫描整个候选值数组可能会超时，需要离散化。	$O(kn)/O(kn)$
2006 I	Degrees of Separation	给出一个 $n(1 \le n \le 50)$ 个点的无向图，求任意两点间最短路的最大值或判断其不连通。	使用 Floyd 算法求任意两点间最短路即可。	$O(n^3)/O(n^2)$
2006 J	Routing	给出一个 $n(1 \le n \le 100)$ 个点 $m(1 \le m \le 1000)$ 条边的有向图，求从点 1 到点 2 再回到点 1 经过的最少点数。	可以发现，最终的路径中的重复节点可以表示成若干个块的形式，每个块内来程和返程的访问顺序相同。以 ans[i][j] 表示从 1 到 i，从 j 到 1 的路径中需要经过多少不重复的节点。显而易见的，对于重复点块的情况，可以表示成 ans[j][i] = ans[i][j] + dis[i][j] -1，对于不同的点可以直接转移。转移具有方向性，必须从路程短的答案转移到路程长的答案，在实现中可以使用类似 dijkstra 的算法来进行解决。	$O(mn+n^2)/O(mn+n^2)$
2005 C	The Traveling Judges Problem	给出一个 $n(1 \le n \le 20)$ 个点的无向图，保证任意两点间最多只有一条边。给出 $p(1 \le p \le 10)$ 个特殊点，求每个点到点 $dest$ 的一条路径，使得图中路径总长度最小，保证方案存在。	易知，总代价必定为一颗使所有起点和终点连通的树的边权总和。枚举中继节点，以此求出最小生成树，判断是否能够使所有的起点和终点连通即可。	$O(2^n n^2+np)/O(n^2)$

2005 E	Lots of Sunlight	有 $n(1 \leq n \leq 100)$ 栋排成一列的楼，每栋楼的层数、楼间距、每间公寓的宽度和高度（所有公寓相同）均是给定的，太阳从日出时间到日落时间以恒定角速度移动。给出 $q(1 \leq q \leq 1000)$ 组询问，每次询问一间公寓被太阳直射的开始时间和结束时间。	枚举可能遮挡它的房子进行判断即可。利用反三角函数将斜率转化成角度。	$O(nq)/O(n)$
2005 G	Tiling the Plane	给出一个 $n(1 \leq n \leq 50)$ 条边（逆时针）周长为 $l(1 \leq l \leq 50)$ 的直角多边形，判断其能否铺满整个平面。。	由于关键点不一定是顶点，我们首先把边都拆成长度为 1 的小段，这样多边形就变为了一个字母序列。以棋盘覆盖为例，我们枚举 A, B，那么 C 可以直接推得（因为至此必须为一半周长），接下来只要判断 A 逆时针与 E 顺时针的最长公共前缀（这个可以预处理得到）是否不小于 $\lvert AB\rvert$，B 逆时针与 A 顺时针的最长公共前缀是否不小于 $\lvert BC\rvert$ 即可。	$O(l^3)/O(l^2)$
2005 H	The Great Wall Game	给出 $n \times n(1 \leq n \leq 15)$ 棋盘上 n 个石子的位置，要求将它们移动到构成一行或一列或一条对角线。求最小总步数。	因为数据范围很小，使用费用流即可。	$O(n^5)/O(n^3)$
2005 I	Workshops	给出 $n(1 \leq n \leq 1000)$ 个专题讨论会的参加人数与持续时间和 $m(1 \leq m \leq 1000)$ 个房间的容纳人数与开放时间，每个房间只能安排给一个专题讨论会。求不能被安排到房间内的专题讨论会的最少个数和在此基础上的最少人数。	将会议和房间都按照开放式时间来排序。对于每一个房间，选择当前所能容纳的会议中人数最多的一个。这样，对于任何一个其他方案，如果房间内装的补习班不是贪心所求出的班级，由于贪心的顺序一定能保证用贪心所求的班级来替换一定是可行的且答案不会变劣。	$O(m\log m + (m+n)\log n)/O(m+n)$

2005 J	Zones	要在计划的 $n(1 \leq n \leq 20)$ 座服务塔中选 p 座进行建造，每座服务塔能服务一定的人数。此外还有 $m(1 \leq m \leq 10)$ 个公共服务区，描述几座服务塔的公共服务人数。求服务人数最多且在此基础上字典序最小的建塔方案。	由于 n 的范围很小，可以采取枚举的方法解决问题。在遇到公用区间的问题的时候应当使用容斥原理扣除被覆盖次数倍 -1 的公用值。	$O(\binom{n}{p}mn)/O(mn)$
2004 E	Intersecting Dates	给出 $n(0 \leq n \leq 100)$ 个已有的日期区间和 $m(0 \leq m \leq 100)$ 个待查的日期区间，求所有待查的日期区间不在已有的日期区间里的部分。	简单的线段覆盖问题。实现上主要的难度在于日期和自 1700 年 1 月 1 日起的天数的转换，可以考虑一遍预处理日期对应的天数和天数对应的日期，之后直接 hash 即可。	$O(m+n+s)/O(s)$
2004 H	Tree-Lined Streets	给出 $n(1 \leq n \leq 100)$ 条线段，现要在线段上安排一些特殊点，同一条线段上的特殊点之间至少隔 50 的距离，特殊点到线段交点至少隔 25 的距离。求最多能安排的特殊点个数。	枚举每条道路之间的交点，然后对于每条道路上所有的交点排序后处理即可。注意减小精度误差。	$O(n^2 \log n)/O(n^2)$
2003 A	Building Bridges	给出一个 $n \times m$ 的正方形网格，8 连通的黑格为一个建筑，两个建筑可以沿格子的边直线相连，代价为边长。求使所有建筑连通的最小边数以及在此前提下的最小总代价。	使用 Flood Fill 来扫出每个建筑群的范围，之后枚举每个可能造桥的地方运行最小生成树算法即可。	$O((mn)^2)/O((mn)^2)$
2003 B	Light Bulbs	给出长度不超过 $l(1 \leq l \leq 100)$ 的两个整数，其转成二进制后分别表示灯泡的起始和目标亮暗情况，开关 i 控制灯泡 $i-1$（若存在）、灯泡 i 和灯泡 $i+1$（若存在），转换开关会使控制的灯泡亮暗取反。求需要转换开关个数最少时转成十进制后最小的转换方案。	枚举第一位是否被按下，在此状态下，如果第 x 位灯亮，则一定需要按下第 x+1 位；如果第 x 位灯不亮，则一定不能按下第 x+1 位。	$O(ln)/O(n)$
2003 F	Combining Images	给出两张图片的十六进制四分树编码（长度不超过 $l = 100$），求它们的交的十六进制四分树编码。	按照题意所说的方法进行模拟即可注意细节。	$O(l)/O(l)$

2003 H	A Spy in the Metro	地铁有 $n(1 \le n \le 50)$ 站，列车双向运行，在相邻站间所需的运行时间是给定的，列车停靠和人换乘都是瞬间完成。给出 $m1(1 \le m1 \le 50)$ 辆从首站出发的列车的发车时间和 $m2(1 \le m2 \le 50)$ 辆从末站出发的列车的发车时间，求时刻 0 从首站出发并于时刻 $t(0 \le t \le 200)$ 到达末站在车站等待的最少总时间或判断无法到达。	动态规划即可。	$O(n(m1+m2+t))/O(nt)$
2003 I	The Solar System	给定太阳系中某行星 A 的运行轨道信息 (半长轴、半短轴和周期), 以及另一颗行星 B 的运行轨道半长轴和半短轴, 求行星 B 从近日点开始, 经过给定的时间运行到的位置。	当行星在椭圆轨道上运行时，连接行星和太阳的线在相等的时间内扫过相等的面积。可以通过二分答案，在极坐标系上做积分算出椭圆扇形的面积来解决这个问题。注意这道题的精度限制很紧。	$O(1)/O(1)$
2003 J	Toll	给出一个 $n=52$ 个点的无向图，要将 $p(1 \le p \le 1000)$ 个货物从点 x 运到点 y，进入一个大写字母点需要付出 $\lceil \frac{cur}{20} \rceil$ 个货物的代价（cur 表示当前货物量），进入一个小写字母点需要付出 1 个货物的代价。求最少要带的货物量。	从终点开始倒推，使用类似于最短路的动态规划算法解决问题。	$O(n^2 \log p)/O(n^2)$
2002 A	Ballons in a Box	给出一个长方体盒子的顶点坐标和 $n(1 \le n \le 6)$ 个点，每个点若在盒子内且不在其他气球内即可放置气球，放置的过程为以该点为球心膨胀至触及盒子边缘或其他气球，摆放顺序任意。求气球占据的最大体积。	枚举顺序即可。注意你不能使用一个在盒子外面或者在一个之前已经放置好的气球里面的点。	$O(n!)/O(n)$

2002 C	Crossing the Desert	给出 $n(1 \le n \le 20)$ 个点的坐标和携带单位上限，要从点 1 走到点 n，每走 1 单位要消耗 1 单位水和 1 单位食物，身上携带的水和食物总量不能超过上限。在点 1 可以购买食物，在所有点都可以储存食物和补充无限多的水。求最小要购买的食物量。	记录 f[x] 为从点 i 到达终点，需要在这个点存放食物的总量为多少。显而易见的，f[n]=0。如果 f[i]<f[j]，则 f[i] 可能可以更新 f[j] 但反之不能。所以，只要每次选择 f 值最小的节点更新其他节点。对于 j 到 i（用 f[i] 更新 f[j]），设距离 d。若 tot>=f[i]+2d,f[j]=f[i]+d。否则，除最后一次每次运输 tot-3d，次数 k=(f[i]-(c-2*d))/(c-3*d)，f[j]=f[i]+(k*2+1)*d。	$O(n^2)/O(n^2)$
2002 E	Island Hopping	给出 $n(1 \le n \le 50)$ 个点的坐标与权值，两点间连边代价为其距离，要求用最小总代价使所有点与点 1 连通。求此时每个点到点 1 路径上最长边乘点权的平均值。	我们首先用 Prim 算法求最小生成树，再在树上从点 1 出发 DFS 求得每个点到点 1 的最长边，计算答案即可。	$O(n^2)/O(n^2)$
2002 H	Silly Sort	给出一个长度为 $n(1 \le n \le 1000)$ 的序列，每个数都是不超过 1000 的正整数且互不相同，交换两个数的代价为它们的和。求最小总代价将其升序排序。	对于本来位置和排序后的位置可以得到若干个数字转动的环，对于每个环有两种不同的策略：利用里面最小的完成交换，或是将外面最小的交换进环内，完成交换。因为每个环各自独立，贪心即可。	$O(n \log n)/O(n)$
2001 A	Airport Configuration	给出 $n(1 \le n \le 25)$ 个城市的每个城市要去其他各个城市的人数和 $m(1 \le m \le 20)$ 种城市位置的方案，一个出发城市到一个目标城市距离为其位置差加 1，一种方案对应的客流指数为每个人要走的距离和。将方案按第一关键字客流指数第二关键字编号从小到大排序后输出。	按题意暴力计算每一种机场布局对应的客流指数，排序即可。	$O(mn^2 + m \log m)/O(m + n^2)$
2001 B	Say Cheese	给出 $n(0 \le n \le 100)$ 个球的球心和半径 r_i 以及起点与终点的坐标，在球内穿梭不需要时间，在球外穿梭需要的时间等于经过的距离。求起点到终点的最短时间。	将球之间的距离减去两球半径建图，之后用最短路算法解决。	$O(n^2)/O(n^2)$

2001 E	The Geoduck GUI	给出一个 $m\times n(1\le m,n\le 50)$ 的网格，$k(2\le k\le 10)$ 只象拔蚌通过每秒种横向或纵向移动一格来模拟不同的矢量（出界则移至相反的一边，若矢量线经过格子的角则先横着走再竖着走），其初始位置为矢量相对网格是向内的一角。所有象拔蚌会同时移动，若一只象拔蚌走进之前被自己或其他象拔蚌访问过的区域或两只象拔蚌同时走进同一个格子或试图交换位置均会停下。要求选出两只象拔蚌使得访问尽量多的格子且在此基础上时间尽量少。	枚举选择哪两只象拔蚌，模拟即可，用先跟哪条线相撞判断移动的方式。	$O(k^2mn)/O(k+mn)$
2001 F	A Major Problem	给出源曲调大调音阶的起始音符和目标曲调大调音阶的起始音符，判断这两个大调音阶是否存在。若存在，还将给出一些音符，若在源曲调大调音阶里出现，求目标曲调大调音阶对应位置的音符。	如果能够顺利地读懂题意的限制，将 15 个大调依次列出，模拟即可以完成。	$O(n)/O(n)$
2001 H	Professor Monotonic's Network	给出一个 $n(1\le n\le 12)$ 个比较值 $k(1\le k\le 150)$ 个比较器的比较网络，判断其是否为排序网络并求出完成所有比较所需的时间。	对于第一问，假设一个基准值，将其他的数字按照大于或小于基准值标号为 0 和 1，则需要满足是排序网络则必须要按照重标号的数组排序后的结果是有序的，枚举每个数字是 0 还是 1 即可检验。对于第二问，宽搜即可。	$O(2^n(n+k))/O(n+k)$
2000 A	Abbott's Revenge	给出一个 9×9 的箭头迷宫，对于每个格子，若从某个方向到达它，只能从它对这种方向规定的几种方向出去。求给定起点到给定终点的最短路径（起始方向给定）。	将一个点拆成四个点分别进行处理即可。注意细节。令总状态数 $s=9\times 9\times 4=324$。	$O(s)/O(s)$
2000 B	According to Bartjens	给出 $n(1\le n\le 9)$ 个数字，要求在其中插入加减乘号（至少要插一个），使得运算结果为 2000，且分出的数不能有前导零。按字典序输出所有合法方案。	枚举添加的符号进行检验，注意不能出现前导零，连续符号，无左值和右值的符号等情况。	$O(4^nn)/O(n)$

2000 C	Cutting Chains	给出 $n(1 \le n \le 15)$ 个环和一些环的相扣关系，将一个环打开然后关上算作一次操作。求最少操作次数使得环扣成一条链。	枚举被拆开的铁环，检验原图是否被拆成了若干条链，及拆开的铁环是否足以将其组装成一条链。注意可能出现重边	$O(2^n n^2)/O(n^2)$
2000 E	Internet Bandwidth	给出一个 $n(1 \le n \le 100)$ 个点 $m(1 \le m \le \frac{n(n-1)}{2})$ 条边的无向图，每条边有容量。求点 s 到点 t 的最大流。	两个方向分别建边求最大流。	$O(mn^2)/O(m+n)$
2000 F	Page Hopping	给出一个 $n(1 \le n \le 100)$ 个点的有向图，保证每个点都能到达其他点。求任意两点间的平均最短路。	因为数据范围较小，直接运行一遍 Floyd 算法即可。	$O(n^3)/O(n^2)$
2000 G	Queue and A	有 $n(1 \le n \le 20)$ 个主题的请求，第 i 个主题有请求数 $b_i(1 \le b_i \le 10000)$、第一个请求到达时间、每个请求的处理时间和相邻请求到达的间隔时间。有 $p(1 \le p \le 5)$ 个人来处理这些请求，第 i 个人有 $g_i(1 \le g_i \le n)$ 个可以处理的主题，主题列表按优先级从高到低的顺序给出。一个人空闲时会从自己的主题列表里按优先级从高到低选择一个已到达的请求开始处理，上次开始处理时间早的人优先选择，上次开始处理时间相同则编号小的人优先选择。求处理完所有请求的总时间。	令 $r = \sum_{i=1}^{n} b_i$，$q = \sum_{i=1}^{p} g_i$。对于第 i 个人，记录其当前开始处理时间 $last_i$ 和下次空闲时间 $free_i$。对于时刻 t，我们把满足 $free_i \le t$ 的空闲的人拿出来，按 $last_i$ 为第一关键字编号为第二关键字从小到大进行排序以得到空闲的人的选择顺序。第 i 个人选择时，按优先级从高到低访问其主题列表，找到一个已到达的请求，修改 $last_i$ 和 $free_i$，同时修改对应主题已处理的请求个数。为了减少模拟量，可以用一个优先队列来维护使用到的有效时刻，而不是逐个时刻模拟。	$O(r(p\log p + q + \log r) + q\log r)/O(r+q)$
1999 A	Bee Breeding	蜂巢图案如题中图所示，巢室顺时针编号。求给定的一对巢室 $a, b(1 \le a, b \le 10000)$ 之间的最短距离。	预处理 10000 内所有蜂巢格点的直角坐标系坐标（上下看作两格），之后以 max(0,Y 坐标差 -X 坐标差)/2+X 坐标差算出距离。	$O(c)/O(c)$
1999 C	A Dicey Problem	给出一个 $n \times m(1 \le n, m \le 10)$ 的地图和一个六面骰子的起点及其顶面和正面的数字，骰子可以向相邻的四个格子中写着其顶面数字或 -1 的格子滚动。求骰子从起点出发回到起点的最短路径，保证方案唯一。	用网格位置和骰子状态表示状态，进行宽度优先搜索即可。	$O(mn)/O(mn)$

1999 D	The Fortified Forest	给出 $n(1 \le n \le 15)$ 棵树的位置、价值及其砍倒后能做栅栏的长度，要求砍掉最小总价值的树使得其做成的栅栏足以把剩下的树围起来，并且要使砍掉的棵数最小。	枚举保存下来的树木，对这些树木做一遍凸包判断凸包的周长是否小于被砍下的树的总长。	$O(2^n n \log n)/O(n)$
1999 E	Trade on Verweggistan	有 $w(1 \le w \le 50)$ 堆物品，第 i 堆自上到下有 $b_i(0 \le b_i \le 20)$ 个成本分别为 $c_{i,j}$ 售价为 10 的物品，每堆物品只能自上到下依次买入。求最大利润及可能买入的物品个数。	令 $s = \sum_{i=1}^{w} b_i$。贪心处理每一堆的答案。对于答案相同的，由于各堆结果独立，可以用背包解决。	$O(s^2)/O(s)$
1999 H	Flooded!	给出一个 $m \times n(1 \le m, n \le 30)$ 的区域，每块有一个高度，高的块的积水会往低的块流。求给定总积水量对应的积水高度和积水块数。	枚举被淹没的最高格子的高度，进行检验即可。	$O(mn \log mn)/O(mn)$
1998 B	Flight Planning	飞机的实际速度为给定空速和关于飞行高度线性变化的风速的和，每小时消耗的燃料随着飞行高度与最佳高度差的绝对值的增加而增加，飞机的瞬间升高也需要升高高度对应的燃料，要求飞行高度均为整数且可行的飞行高度区间长度为 $l = 20$。给出连续 $n(1 \le n \le 100)$ 个航段的长度，求在每一航段的飞行高度使得消耗总燃料最少，消耗总燃料相同时要求飞行高度的字典序最小。	用动态规划来解决这个问题，倒过来转移即可保证字典序最小。	$O(l^2 n)/O(ln)$
1998 C	Lead or Gold	有 $n(1 \le n \le 100)$ 种由三种物质组成的混合物，第 i 种混合物的组成比例为 $a_i : b_i : c_i$。判断能否由这些混合物得到组成比例为 $a_0 : b_0 : c_0$ 的产物。	对于第 i 种混合物的组成比例，我们可以将其表示为平面上的点 $(\frac{a_i}{a_i+b_i+c_i}, \frac{b_i}{a_i+b_i+c_i})$。那么能被产生的混合物一定包含在所有点的凸包内。首先求出凸包，再判断点是否在凸包内即可。	$O(n \log n)/O(n)$

1998 D	Page Selection by Keyword Matching	每个网页和查询有不超过 $n=8$ 个长度不超过 $l=20$ 的英文关键字（不区分大小写），每个关键字的重量按出现次序从 n 开始依次减一，一个查询与一个网页的关系强度为匹配关键字在两者的重量积之和。穿插给出 $p(1 \leq p \leq 25)$ 个网页和 $q(1 \leq q \leq 5000)$ 个查询，对于每个查询求出在其之前出现的与其关系强度最高的 5 个网页的编号。	对每个单词进行 hash，之后暴力处理每个询问。	$O((n^2lp + p\log p)q)/O(nlp)$
1998 E	Petri Net Simulation	给出一个 $n(1 \leq n \leq 100)$ 个有初始非负权值的点的网络和 $m(1 \leq m \leq 100)$ 种变迁，每种变迁发生一次使该种变迁的输入列表里每个点权值减 1，输出列表里每个点权值加 1（重复出现加减多次），若会导致出现权值为负的点则该变迁不允许发生。判断能否完成 $t(1 <= t <= 1000)$ 次变迁并求出结束后每个点的权值，保证答案唯一。	直接按照题意模拟即可。	$O(mnt)/O(mn)$