Inverse Binomial Coefficient

题目大意：

求最小的 K，使得 C（2^N -1,K)=R (mod 2^N）.

N<=120.

关键字：

递推、高精度、组合数学

题解：

定义 fact2(a)=1*3*5*…..*X,X≤a 且 X 为满足条件的最大的奇数。

然后，我们有：

C（2^n -1,K)=fact2(2^n -1)/fact2(K)/fact2(2^n -1-K) *C(2^(n-1)-1,K/2). ①

通过这一个，我们可以知道所有的 C(2^N-1,K)都一定为奇数。

又有：

C(2^n -1,2K+X)=(-1)^(K+X) *C(2^(n-1)-1,K) (%2^n).

那么，可以推出：

C(2^n -1,2K)+C(2^n -1,2K+1)=2^n (%2^(n+1)).

那么，由这几点，我们可以得到一个求 K 的方法：

```
K=（R mod 4) div 2.
For i=3 to n
  Par=K mod 2
  If C(2^(j-1)-1,K)mod 2^j != R mod 2^j
        K=K xor 1
  K=K*2+Par
Return K
```

那么，现在的问题就是快速求 C(2^n -1，K)mod 2^m.

这时，可以利用①来弄。

那么，问题就是处理 fact2(a)了。

我们有 fact2(2u)=sgn*（fact2(2j)^b(r,j,u) ,1<=j<=r) (mod 2^(2r+1)).

Sgn 为 1 或-1，可以通过 mod 4 的值得到。

然后 b(r,j,u)=u/j*((u^2-i^2)/(j^2-i^2) ,1<=i<=r,i!=j)

然后，对逆元还有求 mod 的东西处理一下，并通过预处理，就可以快速求出 b(r,j,u).

接着，还有最后一个问题，快速求 a^b.

这个,我们先可以对 a 进行质因数分解,这样我们只需要预处理所有的质数就可以了(只有 29 个)。

然后对于 p^b 的求法。

我们可以使用分组的方法，将 b 表示为：Sigma（Ai*(2^H)^i)的形式，然后通过一些预处理，预处理出 power_p[i][Ai]的值即可，就可以以 O（N/H）的时间求解一次 p^b 了。取 H=15 效果比较好。

最后，再用上高精度，并通过适当的优化常数就可以通过此题了。

参考：

Codechef 题解：https://discuss.codechef.com/problems/INVBINCF