

SEAVEC 题解

长春吉大附中实验学校 吴一凡

November 10, 2015

1 题目大意

考虑两个 k 维向量 A, B ，我们说 $A \leq B$ 当且仅当 A 的每一维均 $\leq B$ 。
现在给出 n 个 k 维向量 A_1, A_2, \dots, A_n 以及一个 k 维向量 B ，我们要选出一些 $1 \leq x_1 < x_2 < \dots < x_m \leq n$ ，使得：

$$\left(\sum_{i=1}^m A_{x_i}\right) \leq B$$

同时，我们需要最大化：

$$\frac{m}{\sum_{j=1}^k (B[j] - \sum_{i=1}^m A_{x_i}[j])}$$

数据范围： $nk \leq 10^5$ ，所有的数字是非负整数且 $\leq 10^9$ 。

2 算法讨论

2.1 算法 1

对于 $n \leq 10$ ，我们可以暴力枚举向量集合的所有子集取最优解。
时间复杂度 $O(2^n nk)$ 。

2.2 算法 2

我们随机 p 个向量的排列，并利用单调性 $O(nm)$ 预处理出以每个向量开头最多能向下选择多少个向量，并在这种情况下更新最优解。
时间复杂度 $O(nmp)$ 。

2.3 算法 3

将所有向量贪心的按照每一维数字之和从小到大排序，然后直接从前往后贪心选择加入当前集合。

考虑利用模拟退火算法最优化集合的解。

我们每次随机选择当前集合中的一个向量 x ，再选择集合外的一个向量 y ，如果用 y 替换 x 合法，且更优的话则替换；否则以一个指数级衰减的概率接受这次替换。

最后我们再利用贪心的爬山算法尝试对于向量进行若干次替换，这次不接受较差的解。

这样的话就能找到不错的解了。