

# Norma 解题报告

绍兴市第一中学 任之洲

## 1 试题来源

Croatian Open Competition in Informatics 2014/2015 Round2

SPOJ NORMA2      BZOJ 3745

## 2 试题大意

给定一个正整数序列 $A$ ，求

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n (j-i+1) \min(A_i, A_{i+1}, \dots, A_j) \max(A_i, A_{i+1}, \dots, A_j)$$

答案对 $10^9$ 取模。

数据范围： $n \leq 500000$ ， $A_i \leq 10^8$ 。

## 3 算法介绍

可以对序列上的每个区间单独考虑，枚举区间右端点 $r$ ，对于每个 $i \leq r$ 维护

$$(r-i+1) \min(A_i, A_{i+1}, \dots, A_r) \max(A_i, A_{i+1}, \dots, A_r)$$

对于每个 $i$ 维护 $(r-i+1)$ 、 $\min(A_i, A_{i+1}, \dots, A_r)$ 、 $\max(A_i, A_{i+1}, \dots, A_r)$ 三个值，设为 $l_i$ 、 $\min_i$ 、 $\max_i$ 。当右端点 $r$ 右移时，这三个值都会改变。

考虑用线段树维护

$$\begin{aligned}
 ans &= \sum l_i \min_i \max_i \\
 sum &= \sum \min_i \max_i & MinL &= \sum l_i \min_i & MaxL &= \sum l_i \max_i \\
 Min &= \sum \min_i & Max &= \sum \max_i & L &= \sum l_i
 \end{aligned}$$

考虑把所有 $l_i$ 增加 $x$ ，维护这些标记

- $ans = ans + x \cdot sum$
- $MinL = MinL + x \cdot Min$
- $MaxL = MaxL + x \cdot Max$
- $L = L + \sum x$

当 $r$ 右移时， $\min_i$ 和 $\max_i$ 的改变范围会是一段区间，这个区间可以用单调栈来找。标记维护以修改 $\min_i = x$ 为例

- $ans = x \cdot MaxL$
- $sum = x \cdot Max$
- $MinL = x \cdot L$
- $Min = \sum x$

至此，所有信息都可以维护完成，只需要基本的线段树操作。

时间复杂度 $O(n \log n)$ ，空间复杂度 $O(n)$ 。