

《cntdsets》解题报告

一、题目大意

求N维空间中，切比雪夫距离意义下，有多少个本质不同的点集直径等于D。
两个点集本质相同当且仅当它们可以通过互相平移得到。

$N \leq 1000$, $D \leq 10^9$, $\text{cases} \leq 10$

二、初步分析

直径恰好为D的难以计算，所以我们将其转化为直径不超过D的。

用直径不超过D的数目减去直径不超过D-1的数目即得到答案。

既然直径不超过D又能平移，不禁让我们想到将每维坐标限制在 $[0, D]$ 的范围内。

三、精确计数

然而，这样并不能完全避免重复计数。

让我们类比环排列计数，我们人为地在环上固定一个“起点”。

同样，本题中，每个维度都可以集体加一个数，减一个数。

所以我们规定每个维度至少有一个0，就可以避免重复计数。

四、具体算法

然而“至少有一个0”导致计数困难。

正难则反，不妨考虑使用容斥原理，转化成“某些维度一定没有0”，乘上容斥系数后求和即可。

即 $\sum_{k=0}^n (-1)^k * C(N, k) * 2^{(D^k * (D+1)^{(N-k)})}$

使用快速幂计算，预处理组合数。

时间复杂度 $O(N^2 + TN \log \text{MOD})$

空间复杂度 $O(N^2)$