

Fault Tolerance 题解

题目大意：

有 N 个变量，以及 M 个异或方程，要求删除尽量小的方程，使得不能解出 N 个变量的唯一解。

$$50 \leq N \leq 200,$$

$$2 * N \leq M \leq 1000.$$

关键字：

随机化、线性关系

题解：

首先，我们先考虑一个基本问题：

M 个异或方程，要怎么判断是否存在 N 个变量的唯一解。

第一种经典的方法，是直接用高斯消元解出最大无关行向量组，如果这组基的大小 $< N$ ，那么就没有唯一解，否则大小等于 N ，即有唯一解。

第二种方法，就是查看存不存在一列可以被其他列线性表出的，如果有，那么没有唯一解，否则就有唯一解。

这里，从第二种方法入手，比较方便。

首先，最容易想到的方法是随机选择一列，然后随机选择其他列的一个集合，然后将这一列异或选出的列，再统计 1 的个数即可，因为这里只要把 1 所在的行删掉，就可以线性表出了。关于这种方法，我是直接随机选择了 $N/4$ 列为初始，然后再随机找其他列来异或，初始分数只有 4.88，不算优秀。

然后，我们可以由上面的方法得到一个优化之后的，因为我们对于找集合的话，实际上集合个数有很多，我们可以枚举的却很少，可能不够优。

因此，我们实际上可以更新为随机选择一列，然后再随机选择该列上的一个 1，然后把其他在该 1 所在行上有 1 的列进行异或找最优值，不断地重复操作。这样之后，每一列就不是初始的列，而是一些列的异或之后得到的结果了。

这个的话，操作 50000 次左右可以达到 3.77.

然后，上面的方法，都需要用到压位以便于快速统计一列上的 1 的个数。

参考：

Codechef 题解：<https://discuss.codechef.com/problems/FAULT>