

Codechef FEB 13 Room Corner 解题报告

金策

September 25, 2015

1 题意简述

房间是一个边界水平或竖直的多边形。每个 90° 度内角处的内部格子都站着一个小朋友。每次相邻的两个小朋友可以交换位置，速度都是每秒一格。每次给出一对小朋友，询问他们两个发生相遇的最短时间。（其他细节请看题面）

数据规模与限制：询问次数 ≤ 10000 。地图大小 $\leq 2500 \times 2500$ 。每行里的房间内部格子只能形成一个连续段。

2 题目解答

这是一道大模拟题。难点在于预处理出地图的结构。

假如我们把相邻的小朋友连一条边，小朋友就可以沿着这些边进行移动和交换位置。可以看出，所有小朋友最后会连成一个环。我们只要弄出这个环，并求出环上每一条边的长度（也就是移动所需的路程），后面的问题就会比较好办。

2.1 如何预处理这个环

显然这个环是沿着房间的边界的。我们任取一个小朋友，让他沿着墙逆时针绕着房间走一整圈，那么就相当于把环给遍历了一遍。

具体怎么实现呢？注意到在逆时针行走的时候，墙壁总是位于我的右手边。于是只要不断向前直行，如果右边的格子变成空格了，就右转；如果前面被墙挡住了，就不断左转直到前方变为空格为止。

所以我们维护当前的坐标 (x, y) ，以及朝向 $d \in \{0, 1, 2, 3\}$ ，分别表示右，上，左，下。这样右转时 $d \leftarrow (d + 3) \bmod 4$ ，左转时 $d \leftarrow (d + 1) \bmod 4$ ，写起来会比较方便。

2.2 如何求出最短时间

举个例子，当 A 和 D 想要相遇，而相遇发生在相邻两点 B, C 之间（排列顺序为 A, B, C, D ），那么所需的最小时间为 $\max(AB, CD) + BC/2$ 。注意到如果设 BC 中点为 M ，上式即等价于 $\max(AM, MD)$ 。因此 M 越接近 AD 的中点 N 越好。

所以我们可以把环上每条边的中点按顺序存在数组里，对于每个询问 A, D ，用它们的中点 N 去数组里二分，寻找最近的点即可。

注意由于是个环，所以要考虑顺时针和逆时针两种情况。比较方便的写法是把环自复制一遍接在后面。

2.3 一些细节

在绕环的过程中可能重复经过一些小朋友（当地图只有一格宽时），不要把他们重复加进去。你需要注意一下他们到底属于地图的哪一侧，比如阶梯型的地图，

```
+-+
|A++
|BC++
++DE++
  ++FG|
    +--+
```

上图形成的环应该是 $A - B - D - F - G - E - C - A$ 。

还有，回到了起点小朋友所在的格子不代表这个环就结束了。还需要判一下朝向是否也回到了初始状态。

另外，起点小朋友的初始方向需要注意一下不要选错。

3 时空复杂度

处理整个地图是 $O(n^2)$ 的， n 是地图边长。

回答每次询问是 $O(\log m)$ 的， m 是小朋友的个数。

注意由于题目限制，每行最多只有两个角落格子，因此 $m = O(n)$ 。