

# judges 解题报告

江苏省常州高级中学 徐毅

October 4, 2013

## 1 题目大意

给出一个  $n$  个点的无向图，第  $i$  条边的边权为  $d_i$ ，保证任意两点间最多只有一条边。给出  $p$  个特殊点，求每个点到点  $dest$  的一条路径，使得图中路径总长度（即各路径的公共部分只计算一次）最小，保证方案存在。若有多种方案，则要求经过的点数最少。若仍有多种方案，则要求经过的点升序排列后字典序最小。

## 2 数据规模和约定

30%  $1 \leq n \leq 8$ 。

100%  $1 \leq n \leq 20$ ,  $1 \leq p \leq 10$ ,  $1 \leq d_i \leq 100$ 。

## 3 30% 的算法

我们发现，最终形成的路径方案一定是一棵以点  $dest$  为根，以特殊点为叶子结点的树。

由此，我们可以枚举所有合法的树，通过枚举每个点的父亲来得到，树上边权和就是所求的路径总长度，取最小的即可。

时间复杂度为  $O(n^n + np)$ ，空间复杂度为  $O(n^2)$ 。

## 4 100% 的算法

由 30% 的算法得到的性质，我们进一步思考可以发现，如果已知树上有哪些点，只要对这些点求最小生成树就可以了。因此，我们可以先枚举点集，当然特殊点和  $dest$  必然属于点集，取最小生成树权值最小的即可。

虽然某个最小生成树在以  $dest$  为根时叶子结点并不一定都是特殊点，但此时一定出现了冗余点，去除冗余点的点集方案一定是更优方案，故最优方案不会被遗漏。

由于给出的可能是完全图，采用 Prim 算法来求最小生成树即可。

时间复杂度为  $O(2^n n^2 + np)$ ，空间复杂度为  $O(n^2)$ 。