

简要题意

你有 n 门课程，每个课程有 m 个时刻可以学习，每个时刻学习可以获得不同的分数，存在一些时刻不能学习。

有些课程存在前置课程，即只有当完成前置课程之后，才能学习该课程。

要求每个课程挑出一个时刻来进行学习，使得最终分数总和最大。

题目保证存在解。

简要题解

本题可以通过构造最大流-最小割模型，将每门课程分数先最大化，再减去一些不得不删的分数，即可得到答案。

具体的题解

首先我们来观察假如没有前置课程，我们该如何来做这道题目。

我们换一个思路，将《得到的分数最大化》变为《每门课的最高分数减去不得不删去的分数的最小化》，通过这一转化，我们可以构造出一个简单的网络流模型。

我们分 4 步。

1: 将每门课分裂成 m 个时刻，即 (i,j) 表示第 i 门课的第 j 个时刻，令 $\text{grade}(i,j)$ 表示第 i 门课在第 j 个时刻的分数。

2: 创建一个源点，将源点连向所有 $(i,1)$ ，流量为 $100 - \text{grade}(i,1)$ 的边。

3: 对于每门课的第 $1 \sim m-1$ 个时刻 (i,j) 向 $(i,j+1)$ 连一条流量为 $100 - \text{grade}(i,j+1)$ 的边。

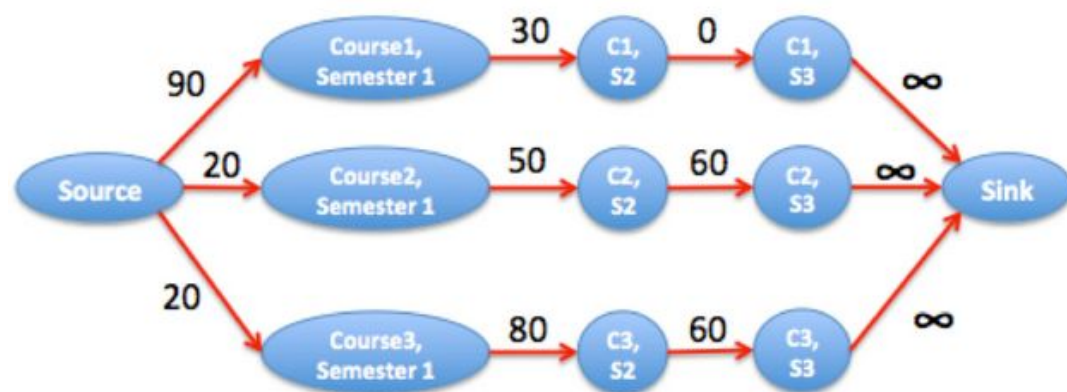
4: 创建一个汇点，将所有 (i,m) 连向该汇点，流量为无穷大。

值得注意的是，如果第 i 门学科在第 j 个时刻无法学习，则由上一时刻连向这一时刻为无穷大。

举一个例子

$n=3, m=3$, 无前置课程

```
3 3
10 70 100
80 50 40
80 20 40
```



经过一次最大流-最小割操作，我们可以得到最大流为 40，而总学分 $300 - 40 = 260$ 。即为该问

题的最优解。

那么为什么这么构图是对的？

我们考虑割去一条由 (i,j) 连向 $(i,j+1)$ 的边(这里若 j 为 0 ，视为源点)，那么就相当于，第 i 门学科选择了第 $j+1$ 个课程，而这门课程没有达到满分 100 分，所以我要删去这条边对应的流量。

而最小割，恰恰满足了，使得源点到汇点不联通时最小的割集。

因此显而易见，这样做是正确的。

接下来我们考虑，如果有前置学科，该如何来做。

我们假设学科 2 的前置学科是 1 。

那么该怎么处理呢。

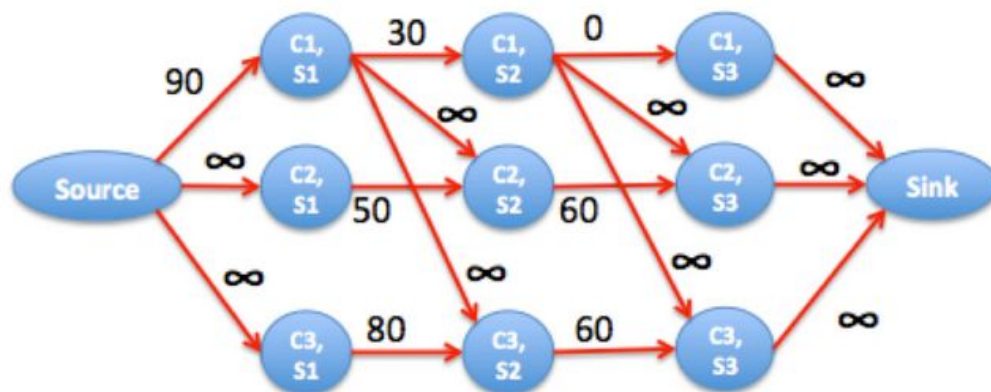
首先，学科 2 无法在时刻 1 完成(这是显然的)。那么我们可以将源点连向 $(2,1)$ 的边的流量设为无穷大。

还有一点是，若学科 1 在时刻 j 完成，学科 2 则必须在 j 之后完成。

那么我们可以将 $(1,j-1)$ 连向 $(2,j)$ ，这是什么意思呢？假如我学科 1 割了 $(1,j-1)-(1,j)$ 这条边，如果学科 2 割的是 $(1,i-1)-(1,i)$ 这一条边，且 $i \leq j$ ，那么我们可以通过一种方法，使得从源点经过 $(1,j-1)$ 流向 $(2,j)$ 再流向汇点，因此这是不满足要求的。

处理完了这两种情况，再在上面的图中添加对应的边就完成了。

还是上面那个例子，假如 1 为 2 和 3 的前置课程，那么构出来的图为：

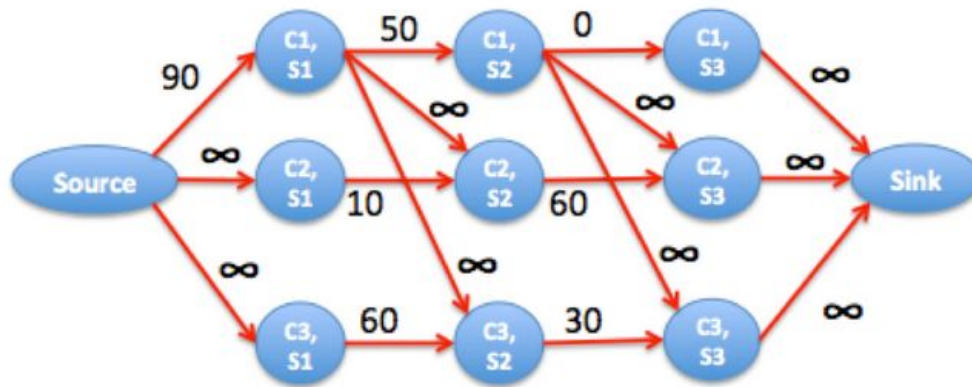


再举一个有前置课程的例子。

$n=3, m=3$, 存在两个前置课程， 1 为 2 和 3 的前置课程。

```
3 3 2
10 50 100
80 90 40
80 40 70
1 2
1 3
```

那么我们构出来的图为



在这个图上跑最大流-最小割，将总分数(300)减去该值，即是相应的答案了。