

SEINC解题报告

镇海中学黄致焕

2015 年 11 月 4 日

1 题目大意

给定两个长度为 n 的数列 a, b ，一次操作可以将数列 a 中一个区间中的元素，增加1之后模4。

问最少操作几次可以将数列 a 转变成数列 b 。

数据范围 $n \leq 100000$ ，数据组数 $T \leq 10$

2 题目分析

由于从数列 a 变换到数列 b ，我们可以将两个数列相减得到数列 c ，表示所有操作需要改变的地方。

如果操作时只有增加1而没有取模，那么这题的答案便是

$$\sum_{i=1}^n c_i - c_{i-1} (c_i > c_{i-1})$$

证明可以参考noip2013“积木大赛”一题。

由于题目有取模，所以我们可以给任意一项增加4或者减少4，只要满足每一项都大于0即可。

所以我们可以定义 d 数组 $d_i = c_i - c_{i-1}$ ，之后通过修改 d 数组的值来优化答案。

3 问题转化

由于 c 数组中的每一项都必须非负，所以 d 数组的前缀和必须非负。

每次我们可以将d数组中的一项增加4或者减少4，之后求d数组中的所有正项和。

通过简单的观察、试验，我们可以发现：

对于非负项，如果我们给他增加4，最多只能再给一项减少4，这显然不会更优。

对于非正项，如果我们给他减少4，答案并不会改变，显然也不会更优。

因为d数组中有加有减较为麻烦，所以我们可以先将所有项都加到非负，之后只考虑减少。

根据d数组中每一项的值，我们可以求出给它减少4对答案的贡献。

所以问题就转化成了，在第i项之前有 $d_i/4$ 项可以选择，已知每一项的贡献，要求最大化贡献。

4 具体解法

经过转化之后，这个问题变成了一个经典的问题。

而这个经典问题的解法便是将贡献排序之后从大到小贪心。

贪心算法的正确性可以使用拟阵简单证明。

由于权值只有3、2、1三种，所以可以不用排序，扫三次即可。

5 分析

这道题的关键点在于将复杂的题目简化成一个常见的简单题目，之后使用贪心在 $O(n)$ 的时空复杂度下完成了。