

IOI2014中国国家集训队作业1解题报告

杭州学军中学 孙周易

Contents

1	A Major Problem (ACM/ICPC World Finals 2001 F)	2
1.1	题目大意	2
1.2	关键字	2
1.3	算法讨论	2
1.4	时空复杂度	2
2	Ars Longa (ACM/ICPC World Finals 2006C)	3
2.1	题目大意	3
2.2	关键字	3
2.3	算法讨论	3
2.4	时空复杂度	3
3	Coffee Central (ACM/ICPC World Finals 2011 E)	4
3.1	题目大意	4
3.2	关键字	4
3.3	算法讨论	4
3.4	时空复杂度	4

1 A Major Problem (ACM/ICPC World Finals 2001 F)

1.1 题目大意

大调音阶是指从某个特定音符开始，按照“全音-全音-半音-全音-全音-全音-半音”的间隔排列而成的音符序列。同时一个合法的大调音阶需要满足以下两个条件：A 到G 所有的字母出现一遍，并且升调记号和降调记号不能同时出现。

题目将会给出两个大调的起始音符，你需要判断它们是否合法。如果合法，后面将会给出若干个字符，需要判断它们是否在前一个大调当中，若存在，输出后一个大调对应位置的音符。

1.2 关键字

模拟

1.3 算法讨论

我们把12个音符按顺序标号，同时记录下每个音符对应的字母，这样很容易就可以判断出某个调号对应的大调是否合法，顺便也可以知道大调中有哪些音符。于是对于每个询问的音符，直接循环一遍判断是否存在以及存在的位置即可。

需要注意的是由于题目默认*Bbb*这个音符不存在，所以*Fb* 大调不存在。

1.4 时空复杂度

时间： $O(1)$

空间： $O(1)$

2 Ars Longa (ACM/ICPC World Finals 2006C)

2.1 题目大意

给出一个空间中由若干重量为1的球形关节和重量可以忽略的轻杆连结而成的雕塑，地面上的球形关节被固定。需要判断雕像是否静止，假如静止，判断其是否稳定。

关节与轻杆数量 ≤ 100 。

2.2 关键字

物理，高斯消元

2.3 算法讨论

假如某条轻杆对某个球形关节施加了力 \vec{F} ，那么在与它夹角为 θ 的方向上，球形关节受到的分力大小为 $|\vec{F}| \cos \theta$ 。

所以不妨将每个轻杆的受力情况视为未知数，对于每个未固定在地面上的球形关节，对其在 xyz 三个方向上列力的平衡方程。然后在高斯消元的过程中判断方程是否有解。若方程有解，则雕像静止，反之则不静止。

判断其是否稳定时，只需要对每个关节上施加一个方向大小皆随机的微小力，再如法炮制即可。

2.4 时空复杂度

时间： $O(n^3)$

空间： $O(n^2)$

n 为球与轻杆的数量。

3 Coffee Central (ACM/ICPC World Finals 2011 E)

3.1 题目大意

在一个 $dx * dy$ 的方格状街道中有 n 个咖啡馆。

有 q 次询问，称曼哈顿距离不超过 m 的两点为相互可达的，求可以达到最多咖啡馆的位置。

$1 \leq n \leq 500000, 1 \leq dx \leq 1000, 1 \leq dy \leq 1000, 1 \leq q \leq 20, 1 \leq m \leq 1000000$

3.2 关键字

前缀和

3.3 算法讨论

首先可以有一个很朴素的想法：枚举出发点，然后暴力检查所有的咖啡馆是否在范围内。这样的时间复杂度是 $O(q * dx * dy * n)$ ，难以承受。

可以注意到某个点的可达范围必然是一个菱形，而且两个相邻点的可达范围至多只会相差四条斜率为1 或-1 的长条。所以对于两种斜率分别求出关于咖啡馆数目前缀和的数组，再按照相邻的顺序枚举格子并完成统计就可以了。

3.4 时空复杂度

时间： $O(q * dx * dy)$

空间： $O(dx * dy)$