IOI2016中国国家集训队作业
解题报告

绍兴一中 洪华敦

Contents

Chapter 1

非challenge型试题

1.1 CLOWAY

【试题来源】

Codechef AUG challenge 2015

【试题大意】

给定T张点数为N的无向图，每次游戏大厨会选择三个数，L,R,K，进行K轮，一开始每个图都有个棋子随机在某个点上，每轮大厨选择$[L,R]$的一个非空子集，然后将上面的棋子都随机移动一步

求K轮之内所有棋子回到原点的方案数

数据范围：$T,K \le 50$，$Q \le 2*10^5$，$K \le 10^4$

【算法介绍】

首先，一个图G经过K步后回到原点的方案数是G^K的对角线之和，不如设这个为$tr[G^k]$

设$sp(A) = \{x|det(x*I-A)=0\}$

则有$tr[A^k] = \sum_{x\in sp(A)} x^k$

有$tr[A*B] = \{(a+1)*(b+1)-1|a\in sp(A), b\in sp(B)\}$

用二项式定理展开可以发现：

$tr[(A*B)^k] = \sum_{i=0}^{k} C_k^i * (-1)^{k-i} \sum_{a\in sp(A)}(a+1)^i \sum_{b\in sp(B)}(b+1)^i$

由于$tr[(A+I)^k] = \sum_{a\in sp(A)}(a+1)^k$

所以$tr[(A*B)^k] = \sum_{i=0}^{k} C_k^i * (-1)^{k-i} * tr[(A+I)^i] * tr[(B+I)^i]$

推广得$tr[(G_l..G_r)^k] = \sum_{i=0}^{k} C_k^i * (-1)^{k-i} * tr[(G_l+I)^i] * .. * tr[(G_r+I)^i]$

设$ans(l,r,k)$为刚好在第k步结束的方案数

$ans(l,r,k) = tr[(G_l..G_r)^k]$

如果我们知道每个点的$tr[(G+I)^k]$的话，可以用T^2遍FFT计算出ans

最后就是计算$tr[(G+I)^k]$的问题了，我们可以用插值求出矩阵的特征多项式，然后线性递推一下就好了

时间复杂度$O(T*N^4+TNK)$，空间复杂度$O(TK)$。

1.2 DISTNUM

【试题来源】

Codechef AUG challenge 2015

【试题大意】

给定一个数列A，有下面几个操作：

(1)给定l, r，设$S = A_l..A_r$，S是一个不可重集合，求$\sum_{1 \le i < j < k \le |S|} S_i S_j S_k$，对$10^9 + 7$取模

(2)单点修改

(3)删除一项

(4)插入一项

(5)询问$|S|$，$S = A_l...A_r$

数据范围：$n, Q \le 10^5$

【算法介绍】

那个S集合的贡献实际上是可以用元素的k次方和的线性组合来表示的，于是我们只要维护区间中不同元素的k次方和即可，$k \le 3$

我们插入的时候可以用set求出一个元素的贡献区间，一个下标x的贡献区间是，$r >= x, l > prex, l <= x$，也就是说这相当于一个单点加，矩阵求和，用树状数组套线段树即可

由于有动态插入删除，我们可以先预处理出所有可能的位置，到时候删除就是贡献清0，于是序列就静态了

由于这题卡常数，所以有个技巧，一开始把询问走一遍，对于没访问过的树状数组修改时就不动他了

时间复杂度$O(nlog^2n)$，空间复杂度$O(nlog^2n)$。

1.3 EASYEX

【试题来源】

Codechef JULY challenge 2015

【试题大意】

给定一个K面骰子，设摇出第i面的次数是a_i，求$\prod_{i=1}^{L} a_i^F$的期望

【算法介绍】

设$x_{i,j}$为是否在第j回合摇出第i面，这个数的值只可能是0或1

于是式子变成了$\prod_{i=1}^{L}(\sum_{j=1}^{N} x_{i,j})^F$

把他展开后，对答案的贡献变成了一堆x的乘积，每个x都是1，且第二维相同的x第一维必须相同，否则冲突了

于是先去重，设去重后还有d个变量，那么得到这个局面的概率是$\frac{1}{k^d}$，于是贡献也是$\frac{1}{k^d}$

于是我们可以DP一下，$w[i][j]$表示$(\sum_{p=1}^{N})^i$展开后去重后有j个变量的方案数

考虑无序，于是便有$w[i][j] = w[i-1][j-1] + w[i-1][j] * j$

然后设$dp[A][B]$表示$\prod_{i=1}^{A}(\sum_{j=1}^{N} x_{i,j})^F$有$B$个本质不同的变量的方案数，可以发现$dp$是$w$的卷积

于是直接倍增FFT即可

这题其实是错的，因为模数太小，找不到逆元

时间复杂度$O(F^2 + FLlogLlogFL)$，空间复杂度$O(F^2 + FL)$。

1.4 HAMILG

【试题来源】

Codechef JULY challenge 2015

【试题大意】

A和B在玩一个游戏，给一个无向图，一开始A把硬币放在某个顶点，接下来两个玩家轮流操作，B先操作，每次操作都把硬币通过一条边移到另一个点，不能移动到已经到过的点

不能操作的玩家输

问有哪些起点使得A必胜

【算法介绍】

求出这个图的最大匹配，如果起点一定在最大匹配中，则bob只要走当前点的匹配点即可，由于起点一定在最大起点中，所以不可能走到孤立点，所以A必输

于是问题就变成了求有多少点可能不在最大匹配中，由于是一般图的最大匹配，我们可以用带花树求解

时间复杂度$O(NM)$，空间复杂度$O(M)$。

1.5 CHEFBOOK

【试题来源】

Codechef JUNE challenge 2015

【试题大意】

给定n个点m条边的图，每条边有属性$L_{x,y}, S_{x,y}, T_{x,y}$

求n个非负整数P_i,Q_i

使得$\sum_{(x,y)\in G} L_{x,y} + P_x - Q_y$最大

需要满足限制$S_{x,y} \leq L_{x,y} + P_x - Q_y \leq T_{x,y}$

【算法介绍】

这很显然是一个线性规划问题

我们可以列出线性规划的式子，然后转对偶形，可以发现是可以用费用流做的

重点是如何输出方案

设原问题是：

最大化C^TP

满足约束$AP \leq B$,$0 \leq P$

则对偶问题是：

最小化B^Ty

满足约束$A^TY \leq C$,$0 \leq Y$

设$U = B - AP$，$V = C - A^TY$，则有$U^TY + V^TP = 0$

由于$A^TY = C$，所以$V = 0$，所以U^TY等于0

于是我们就可以根据Y求出U了，近而求出P

时间复杂度$O(costflow)$

1.6 CBAL

【试题来源】

Codechef MAY challenge 2015

【试题大意】

给定一个字符串，定义一个串是好的当且仅当他的长度是偶数且可以重排成回文串

给定一个大串S，每次询问L, R，询问$S[L..R]$的好子串的长度的k次之和

数据范围:$|S|, Q \leq 10^5$

【算法介绍】

由于都是小写字母，我们可以用把一个串的每个字母的奇偶性压成26位数

做一下前缀xor，问题就变成了选2个数使得他们相同，我们可以分块，预处理$f[i][j]$表示前i个字符与前j块的答案，询问时暴力即可

时间复杂度$O(n^{1.5})$，空间复杂度$O(n^{1.5})$。

1.7 GRAPHCNT

【试题来源】

Codechef MAY challenge 2015

【试题大意】

给定一个n个点，m条边的有向图，求点对(x, y)的数量，满足存在一条1到x的路径，且一条1到y的路径，满足除了在1号点以外都不相交

数据范围：$n, m \leq 10^5$

【算法介绍】

我们可以建出$dominator - tree$，即必经点树，在必经点树中一个点的祖先是1到x的必经点，两个点满足题目条件当且仅当它们的LCA是1，直接统计即可

至于怎么建树参见李煜东在WC2014的讲稿

时间复杂度$O(n * \alpha(n))$，空间复杂度$O(n)$。

1.8 BWGAME

【试题来源】

Codechef APR challenge 2015

【试题大意】

求一个01矩阵的行列式的奇偶性

其中每行的1都是连续的

数据范围：$1 \leq n \leq 10^5$

【算法介绍】

我们可以模拟高斯消元的过程

每次用一个set，$a[i]$存下开头为i的所有连续的1的末尾是啥，然后每次消到第i行时，拿出末尾最小的R，其他的都减去他，这样其他的开头都变成$R+1$了，直接set启发式合并即可

其实可以用线段树合并，复杂度比set优

时间复杂度$O(T*n*logn*logn)$，空间复杂度$O(T*n)$。

1.9 LPARTY

【试题来源】

Codechef APR challenge 2015

【试题大意】

给定一个有M个元素的集合，每个元素是一个长度为N的01串，求一个基集合，使得以基集合中的元素为子集的元素的集合恰好为给出的集合

你需要最小化基集合的总长度

数据范围：$1 \leq T \leq 120$,$N \leq 5$

【算法介绍】

显然$M \leq 2^N$，对于每个元素，我们用一个长度为M的01串记下这个元素是给定集合中那些元素的子集，于是就成了一个最小代价精确覆盖问题

最小代价覆盖问题是NP问题，是没有多项式解法的，于是我们只能采用搜索的方式解决，其中可以加一些优化，比如：

(1)将元素按长度排序再搜索

(2)用后缀和进行最优性剪枝

(3)用位运算进行可行性剪枝

其中我们甚至可以记忆化，然而记忆化需要map，这里有个技巧，先将值$hash$，然后扔到$hash$值对应的map中，由于元素少，map的查询插入速度回快很多

时间复杂度$O(3^N)$，空间复杂度$O(M)$。

1.10 TREECNT2

【试题来源】

Codechef MATCH challenge 2015

【试题大意】

给定一颗有n个点的树，每条边有边权，有Q次操作，每次修改一条边的边权，修改后询问有多少个点对满足路径gcd为1

$1 \le N \le 10^5$，$Q \le 100$

【算法介绍】

如果只有一次询问的话我们可以莫比乌斯反演，对于一个d计算他的答案，具体是边权是d的倍数的边全部连起来，用并查集计算联通点对数

当有修改时，我们可以把修改存下来，把修改的边放在操作的最后面，全部计算一遍答案，修改时只要并查集暴力退栈即可，显然每次询问最多退栈Q条边

时间复杂度$O(NQ)$，空间复杂度$O(N)$。

1.11 RNG

【试题来源】

Codechef MATCH challenge 2015

【试题大意】

有数列A

对于$i > k$，有$A_i = \sum_{j=1}^{k} A_{i-j} * C_j$

给定$A_1..A_k$，求A_n

答案对104857601取模

数据范围：

【算法介绍】

假设我们知道$A_n = \sum_{i=1}^{k} A_{n-k*2^p+k-i} * a_i$

现在我们要推到$p+1$

我们根据这个递推式展开，可以得到A_n关于$A_{n-k*2^{p+1}+2*k-1}..A_{n-k*2^{p+1}}$关系，一共是$2*k-1$项，我们要把它控制在$k$项，这很简单，只要把前$k$项根据题目的递推式翻到后$k$项即可

这样我们就得到了一个$O(k^2 logn)$的算法，我们可以继续优化

我们可以发现展开递推式是可以FFT的，但是翻的时候不行，因为前k项的多项式翻的时候会影响自身的值

我们设$A(x)$是前k项没翻的值的生成函数，$B(x)$的第x^i项表示翻了前$i-1$项后这个格子的值

显然有$B*C+A=B$

可以解得$B = \frac{A}{1-C}$

用多项式求逆即可

求出B后就不需要考虑翻时对自身的影响了，直接FFT即可

时间复杂度$O(klognlogn)$，空间复杂度$O(k)$。

1.12 DEVLOCK

【试题来源】

Codechef FEB Challenge 2015

【试题大意】

求有多少每位之和小于M的N位十进制数，满足是P的倍数

允许前导0

数据范围：$M \le 15000$,$P \le 16$,$N \le 10^9$

【算法介绍】

对于每一位，我们可以算出这一位的基值$10^i\%P$，对于基值一样的位，我们合起来算，这样最多只要算P遍

由于基值相同，设基值为w，我们算出这些位的生成函数$f(x)$(其中x^i的系数表示每位之和为i的方案数)，然后每位之和乘上基值再对P取模就是对P的模

其中算生成函数$f(x)$可以用经典的倍增FFT，于是对于一个基值，我们就求出了$g[x][y]$—和为y，模P等于x的方案数

现在要合并这P个答案，我们可以这是一个两维卷积，其中第一维是循环的，我们可以求出第二维的点值表达形式，然后第一维暴力$O(P*P)$枚举，最后再DFT回去即可

时间复杂度$O(P^2*M*logM+P*M*logN+P^3*M)$，空间复杂度$O(P*M)$。

1.13 CUSTPRIM

【简要题意】

定义三元组(a, b, c)的乘法运算，其中$c = 11\ or\ c = 24$

def multiply((a1,b1,c1), (a2,b2,c2)):

s = (a1a2 + b1b2 + c1c2) + (a1b2 + b1a2) + (c1 + c2)

t = floor[s/2] + 16(c1 + c2) - c1c2

A = (t - 2(a1b2 + b1a2) - (a1c2 + c1a2) + 33(a1 + a2)+(b1b2 - a1a2))

B = (t - 5(a1b2 + b1a2) - (c1b2 + b1c2) + 33(b1 + b2)+(2b1b2 + 4a1a2))

if s is even:

return (A-540,B-540,24)

else:

return (A-533,B-533,11)

定义单位元A是对于任何B满足$A * B = B$的三元组

定义$zero\ A$是对于任何B满足$A * B = A$的三元组

定义一个三元组是素数当且仅当这个三元组不能表示成两个非零非单位元的三元组的乘积

给定一个三元组，求他是否是素数

【解题思路】

首先，作者题解中有一句话：

要发现这个结论非常难，说实话，我也不知道该如何从题面推到结论

令ω是满足方程$\omega^2 = \omega - 3$的解，$\omega = \frac{1+\sqrt{-11}}{2}$

有个结论，对于每个三元组(a, b, c)，有到域$Z[\omega]$映射$\phi(a, b, c) = (33 - 2 * a -$

$c) + (b - a) * \omega$

通过带入计算可以发现$\phi((a1, b1, c1) * (a2, b2, c2)) = \phi(a1, b1, c1) * \phi(a2, b2, c2)$

根据定义，显然有以下性质:

$\phi(a + b) = \phi(a) + \phi(b)$

$\phi(ab) = \phi(a)\phi(b)$

并且我们可以发现ϕ的逆运算：

当a是偶数时，令$a = 2k$，$\phi^{-1}(a + b\omega) = (11 - k, 11 - k + b, 11)$

当a是奇数时，令$a = 2k + 1$，$\phi^{-1}(a + b\omega) = (4 - k, 4 - k + b, 24)$

我们可以发现，(a, b, c)是素数当且仅当$\phi(a, b, c)$在域$Z[\omega]$下是素数

于是问题就转化成了判定域$Z[\omega]$下的数$a + b\omega$是否是素数

我们可以发现域$Z[\omega]$是一个欧几里得域，即对于值$a\ b$，必定存在$q\ r$，满足：

$a = qb + r$，$f(r) < f(b)\ or\ r = 0$

其中$f(r)$是距离函数，这里定义为复平面上一个点到原点的距离的平方，即$f(a + b\omega) = a^2 + ab + 3b^2$

证明如下：

首先证明一条定理：

对于域$Q[\omega]$中的每个元素x，必定存在一个域$Z[\omega]$中的值n使得$f(x - n) < 1$

证明如下：

我们称满足以上定理的x是$good$的，我们尝试证明$Q[\omega]$中的所有元素都是$good$的，我们可以发现以下几点性质：

(1)对于$m \in Z[\omega]$，如果$x \in Q[\omega]$是$good$的，那么$x - m$也是$good$的

(2)如果$x \in Q[\omega]$是$good$的，那么$-x$也是$good$的

这两条性质都很显然，就不证明了

令$a + b\omega$是$Q[\omega]$中的一个元素，我们可以发现$\lfloor a \rfloor + \lfloor b \rfloor\omega$是$Z[\omega]$中的一个元素

根据性质(1)，我们只需要证明$(a-\lfloor a\rfloor)+(b-\lfloor b\rfloor)\omega$是$good$的即可

问题转化成了证明一个元素$a+b\omega$是$good$的，其中$0\le a,b<1$

若$a+b>1$，我们可以套用性质(1)和性质(2)转化成证明$(1-a)+(1-b)\omega$是$good$的，于是这里只讨论$a+b\le 1$的

显然当对于$a+b\le 1$且$0\le a,b<1$的元素$a+b\omega$，有$f(a+b\omega)<1$

现在可以证明$Z[\omega]$是个欧几里得域了

对于元素a,b，根据上面的定理，存在q使得$f(a/b-q)<1$，令$r=a-qb$，于是有$f(r/b)<1$，于是$f(r)<f(b)$

由于是个欧几里得域，于是扩展欧几里得定理就适用了

定义共轭$(a+b\omega)'=(a+b-b\omega)$

有以下几个性质

(1)$x''=x$

(2)$(x+y)'=x'+y'$

(3)$(xy)'=x'y'$

(4)如果x是质数，那么x'也是质数

(5)如果$x|y$，那么$x'|y'$

(6)如果g是a和b的gcd，那么g'是a'和b'的gcd

(7)x是个整数，当且仅当$x=x'$

我们定义$Nx=xx'$

然后Nx有以下性质：

(1)$N(a+b\omega)=a^2+ab+3b^2$，也就是f函数

(2)$Nx\ge 0$

(3)$Nx=0$当且仅当$x=0$

(4)$Nx=N(x')$

(5)$x|Nx$

(6)如果$x|y$，那么$Nx|Ny$

(7)$N(xy) = Nx * Ny$

(8)$Nx = 1$当且仅当x是单位元

于是有以下定理：

若Nx是质数，那么x也是域$Z[\omega]$下的素数

根据上面的性质可以很容易证明这个定理，这里略过

如果x是域$Z[\omega]$的素数，那么Nx是素数或素数的平方

证明：

令$Nx = \Pi_{i=1}^{k} p_i$，由于$x|Nx$且x是素数，所以x是某些p_i的约数，所以$Nx|Np_i = p_i^2$，所以Nx可以是$1, p_i, p_i^2$

定理：

如果p是一个奇质数，且$abs(p) \neq 11$，则$p = xx'$，其中x与x'是域$Z[\omega]$的质数

证明：

令a等于模p域下的$\sqrt{-11}$，于是有$p|a^2 + 11$

令x是p与$a + 1 - 2\omega$的gcd，根据扩展欧几里得定理，这里存在元素A，B满足$x = Ap + B(a + 1 - 2\omega)$

根据共轭的性质，所以有x'是$(a+1-2\omega)'$和p'的gcd，显然$p' = p$，$(a+1-2\omega)' = (a - 1 + 2\omega)$。

所以有x'=$Ap + B(a - 1 + 2\omega)$

所以有：

$$xx' = (Ap + B(a + 1 - 2\omega))(Ap + B(a - 1 + 2\omega))$$

$$xx' = A^2p^2 + ABp(2a) + B^2(a^2 + 11)$$

$$xx' = p * (A^2p + AB(2a) + B^2\frac{a^2+11}{P})$$

所以$p|xx'$，且x与x'都不是单位元

令g是x与$a-1+w\omega$的gcd，根据扩展欧几里得定理，存在C，D使得$Cx+D(a-1+2\omega)=g$

由于$g|(a+1-2\omega)$，所以$g|(a+1-2\omega+a-1+2\omega)$，所以$g|2a$，又因为$g|p$，所以$g|1$

所以对于某个h有$gh=1$

$$Cx + D(a-1+2\omega) = g$$

$$Chx + Dh(a-1+2\omega) = gh = 1$$

$$Ch(xp) + Dhp(a-1+2\omega) = p$$

所以$x'|p$，所以$xx'|xp$，又因为$x|p$且$x'|a-1+2\omega$，所以$xx'|p(a-1+2\omega)$，所以$xx'|Ch(xp)+Dhp(a-1+2\omega)=p$

因为$xx'|p$且$p|xx'$，所以$p=xx'$

定理：若p是奇质数且$abs(p)\neq 11$，且-11在$mod\,p$域下没有二次剩余，则p在$Z[\omega]$中是质数

证明：

若p在域$Z[\omega]$下不是质数，令$p=xy$，其中x与y都不是单位元，$Nx*Ny=Np=p^2$，由于x与y不是单位元，所以$Nx=Ny=p$

令$x=a+b\omega$

$$p = Nx$$

$$p = a^2 + ab + 3b^2$$

$$4p = 4a^2 + 4ab + 12b^2$$

$$4p = (2a+b)^2 + 11b^2$$

$$0 \equiv (2a+b)^2 + 11b^2 \ (mod\ p)$$

$$(2a+b)^2 \equiv -11b^2 \ (mod\ p)$$

$$[(2a+b)b^{-1}]^2 \equiv -11 \ (mod\ p)$$

所以$(2a+b)b^{-1}$是-11的二次剩余，注意这里b的逆元是显然存在的

定理：如果x是一个质数，且$Nx = p^2$，那么$x = p$或$x = -p$

证明：首先，如果p不能被表达成乘积的形式，那么$xx' = p^2$，则$x = p$或$x = -p$

否则设$p = yy'$，则$p^2 = y^2(y')^2$，那么x只能是$\pm y^2$或$\pm yy'$或$\pm(y')^2$，然而他们都不是质数，所以不成立

于是就得出结论：

(1)若x不是整数，那么x是质数当且仅当Nx是质数

(2)若x是整数，那么x是质数，当且仅当x是质数，且要么$abs(x) = 2$，要么$abs(x) \neq 11$且-11在模x域下没有二次剩余

于是直接上$miller\ rabin$即可

1.14 RANKA

【试题来源】

Codechef JAN challenge 2015

【试题大意】

构造一个N步的围棋操作序列，使得没有任何两个时刻局面是相同的，操作必须遵守围棋规则

棋盘大小是$S*S$，$S=9$

$N \leq 10000$

【算法介绍】

我们可以让先手在最后一个格子放子，然后后手一直放弃，然后先手从后往前放，放到只剩一个格子，最后后手放最后一个格子吃掉所有子，就到了一开始的局面，但是那个只有一个的子往前移了一格

这样我们可以构造出$2*S^4$的

时间复杂度$O(N)$，空间复杂度$O(1)$。

1.15 XRQRS

【试题来源】

Codechef JAN challenge 2015

【试题大意】

给定一个序列，有以下几个操作

(1)往末尾加一个数

(2)给定L, R, x，从$A_L..A_R$中选一个y使得$x\ xor\ y$最大

(3)删除最后k个数

(4)给定L, R, x，询问区间$[L, R]$中有多少数小于等于x

(5)询问区间第k大

数据范围：$Q \leq 10^5$

【算法介绍】

尾删数和尾加数可以用可持久化实现，剩下的就是字典树的经典应用

时间复杂度$O(Qlogn)$，空间复杂度$O(Qlogn)$。

1.16 RIN

【试题来源】

Codechef DEC challenge 2014

【试题大意】

有n门课，$x[i][j]$表示第i学期上第j门课的收益

有若干限制，限制$A[i]$必须在$A[j]$前完成

求最大收益

【算法介绍】

考虑最小割，对于每门课新建m个结点，连成一条长为m的链，第j条边的流量是第j学期学掉的收益

然后考虑限制，只要在链上连斜着的边即可，参考$HNOI2013$切糕

时间复杂度$O(costflow)$，空间复杂度$O(nm)$。

1.17 FNCS

【试题来源】

Codechef SEPT challenge 2015

【试题大意】

有一个长度为n的序列A，有m个函数，每个函数有两个参数L, R，一个函数的值是他的L, R的区间和

现在要求你支持单点修改和询问第$L..R$个函数的值的和

数据范围：$N, M, Q \leq 10^5$

【算法介绍】

把m个函数分块，对于每个块求出序列每个值对这个块的和的贡献，修改时暴力算对块的贡献，至于预项可以直接用树状数组计算前缀和

时间复杂度$O(n * \sqrt{nlogn})$，空间复杂度$O(n * \sqrt{nlogn})$。

1.18 SEAORD

【试题来源】

Codechef SEPT challenge 2014

【试题大意】

你有n个程序，第i个程序在第一台电脑上跑$A[i]$秒，第二台电脑上跑$B[i]$秒，一台电脑不能同时运行两个程序，一个程序也不能同时在两台电脑上运行，现在要求每个程序在每台电脑上都跑一遍，求最少用多少时间

数据范围：$1 \le n \le 10^4$

【算法介绍】

玄学题

答案的下界显然是$max(\sum A, \sum B, A_i + B_i)$，且答案一定是这个下界

如果答案是取在$A_i + B_i$的话，可以直接模拟搞出答案

否则可以发现最优解的方案一定很多，可以随机一个运行的顺序然后模拟，多模拟几次答案就出来了

时间复杂度$O(n*\text{玄学})$，空间复杂度$O(n)$。

1.19 TRIPS

【试题来源】

Codechef OCT challenge 2014

【试题大意】

给定一颗树，树的边权都是1或者2，有Q个询问，每个询问x, y, d，一个人从点x到点y，每天走的长度最多为d，每天走完后必须在结点休息，求最少走几天

数据范围：$n, q \le 10^5$

【算法介绍】

首先我们可以把(x, y)拆成(x, c)和(y, c)两个询问，其中c是$LCA(x, y)$

如果$d > S$的话，我们直接暴力，复杂度是$O(\frac{Qnlogn}{S})$

对于所有$d \le S$，我们预处理出每个点往上走d到的点，然后倍增，复杂度是$O(Snlogn)$

显然S取$\sqrt{n}$时复杂度优，具体根据常数可以调整

时间复杂度$O(n\sqrt{n}logn)$，空间复杂度$O(nlogn)$。

1.20 BTREE

【试题来源】

Codechef OCT challenge 2014

【试题大意】

有一个n个点的树，每条边的长度为1，每次询问是：有k个保安，第i个保安在结点d_i，可以保护距离所在点不超过r_i的点，求有多少点至少有一个保安保护

数据范围：$n, Q \le 5*10^4$，$\sum k \le 5*10^5$

【算法介绍】

考虑$k=1$的情况，我们可以用点分树在$O(logn)$的时间里求出答案

对于多个点，会有重复覆盖的情况，我们先建出虚树，对于树上相邻的两个点，设这条边长度为T，如果其中一个点的半径R超过了T，我们用$R-T$更新另一个点的半径

然后对于每条边，如果两个端点的圆有交，求出某个点使得两个圆剩余的部分一样，由于上面更新过了，所以这个点在这条边上，为了避免不在端点上，一开始可以在每条边中加一个结点

然后可以证明，答案就是所有点的贡献减去这种中间点的贡献，中间点的半径就是端点剩余的部分，点分即可

时间复杂度$O(klogn)$，空间复杂度$O(nlogn)$。

1.21 QRECT

【试题来源】

Codechef SEPT challenge 2014

【试题大意】

有3种操作：插入一个矩形，删除一个矩形，询问有多少矩形与给定矩形有交

数据范围：$Q \leq 10^5$

【算法介绍】

考虑没交的条件，我们可以使用容斥定理，算出在矩形上下左右侧的矩阵个数，再减去端点在左上，右下，左下，右上的矩形的个数

前者是一个简单的树状数组，后者相当于二维数点，可以用经典的CDQ分治实现

时间复杂度$O(Qlognlogn)$，空间复杂度$O(Q)$。

1.22 FIBTREE

【试题来源】

Codechef SEPT challenge 2014

【试题大意】

给定一颗树，每个点有点权，有下面几种操作

(1)$A\ x\ y$：提出从x到y的路径，第i个点加F_i

(2)$QS\ x\ y$，询问以x为根，y的子树的权值和

(3)$QC\ x\ y$，询问x到y的链的权值和

(4)$R\ x$，回到第x个操作

答案对10^9+9取模

数据范围：$n, Q \le 10^5$

【算法介绍】

我们可以用树链剖分加dfs序的方法把链和子树的问题转化为序列上的问题

然后有$F_n = \frac{(1+\sqrt{5})^n-(1-\sqrt{5})^n}{\sqrt{5}}$

可以拆成两个等比数列，然后就变成了区间加等比数列，这是个经典问题

至于第四个操作只要把线段树可持久化就好了

时间复杂度$O(nlognlogn)$，空间复杂度$O(nlognlogn)$。

1.23 SIGFIB

【试题来源】

Codechef AUG challenge 2014

【试题大意】

给定n, m

求$\sum_{x+y+z=n} 6*x*y*z*F_x*F_y*F_z$的和对$m$取模

数据范围：$n \le 10^18, m \le 10^5$

【算法介绍】

首先我们知道$f(x)$的生成函数是$\frac{x}{1-x-x^2}$

可以用类似的方法推出$g(x)$的生成函数，然后发现$g(x)^3$的分母部分是一个12项的多项式

当一个函数的生成函数形如$\frac{h(x)}{t(x)}$时，我们可以认为$h(x)$是函数的初值，$t(x)$是线性递推式

于是用$O(12^2 logn)$的递推即可，然而会卡常数，可以预处理m比较小时的循环节，就可以卡过去了

时间复杂度$O(T*144*logn)$，空间复杂度$O(1)$。

1.24 PUSHFLOW

【试题来源】

Codechef AUG challenge 2014

【试题大意】

给定一张n个点m条边的图，每个点都最多只在一个简单环内，要求支持边权修改和询问两点间最大流

数据范围：$n, m, q \leq 10^5$

【算法介绍】

这是一个类仙人掌的数据结构

首先最大流可以转化成最小割，而最小割有两个方案：割一条非环边，或者割两条同一个环不同侧的边

对于每个环，我们找出边权最小的边，把他断开，然后把这个环的边权全部加上这个值，这样就变成询问路径最小值了

修改只要对于每个环维护一个堆，再支持$link$，cut即可，可以用动态树实现

时间复杂度$O(qlogn)$，空间复杂度$O(n)$。

1.25 GNUM

【试题来源】

Codechef JULY challenge 2014

【试题大意】

你有两个长度为n的数组A，B

对于两个二元组(i,j)，(p,q)，如果满足$B_j > A_i$，$B_p < A_q$，$GCD(A_i,B_j) \neq 1$，$GCD(A_q,B_p) \neq 1$，则他们匹配

求最大匹配

数据范围：$n \leq 400$

【算法介绍】

对于每对匹配的二元组连边，然后跑匈牙利算法，显然这个会超时

我们可以优化连边，(i,j)往$GCD(A_i,B_j)$的质因子连边，这样边就会少很多了

时间复杂度$O(flow)$，空间复杂度$O(n*n)$。

1.26 SEAEQ

【试题来源】

Codechef JULY challenge 2014

【试题大意】

A,B是两个长度为n的数组，设$F(A,B)$是满足$A[l..r]$和$B[l..r]$离散后相等且逆序对不超过E的(l,r)对数

求$F(A,B)$之和，A,B取尽所有可能的排列

对10^9+7取模

数据范围：$1 \le T \le 10000$，$1 \le n \le 500$，$1 \le E \le 10^6$

【算法介绍】

先dp出$f[i][j]$表示长度为i逆序对为j的排列个数，然后乘一些组合数计入答案就好了

时间复杂度$O(nE)$，空间复杂度$O(E)$。

1.27 TWOCOMP

【试题来源】

Codechef JUNE challenge 2014

【试题大意】

给定一颗n个点的树，给定两个路径集合A，B，要求从这两个中各选出一个子集，使得子集A中的路径与子集B中的路径不相交，选的路径权值和最大

数据范围：$|A|, |B| \leq 700, n \leq 10^5$

【算法介绍】

意义不明的题，直接建二分图跑匈牙利算法就好了

时间复杂度$O(flow)$，空间复杂度$O(|A|^2)$.

1.28 SEAARC

【试题来源】

Codechef JUNE challenge 2014

【试题大意】

有n个点，第i个点的坐标是$(i,0)$颜色是A_i，现在以每对颜色相同的点的连线段为圆的直径画颜色跟点相同的圆，问有多少不同颜色的圆弧相交

数据范围：$1 \le n \le 10^5$

【算法介绍】

考虑计算答案的补集，即不相交的不同色圆弧对数，可以分两种，相离和包含，相离的统计十分简单，关键是包含的

对于两对点(L_1,R_1)和(L_2,R_2)，满足$L_1 < L_2$和$R_2 < R_1$

设点数多于S的颜色为大色，其他为小色

对于所有色对小色的贡献，我们可以直接用二维数点统计，复杂度$O(nSlogn)$

对于大色对大色的贡献，我们可以枚举R_2，然后枚举(L_1,R_1)的颜色，然后用前缀和统计下

时间复杂度$O(n\sqrt{nlogn})$，空间复杂度$O(n)$。

1.29 ANUDTQ

【试题来源】

Codechef MAY challenge 2014

【试题大意】

你需要实现：子树加，子树删除，子树求和，新建叶子这些操作

数据范围：$Q \leq 10^5$

【算法介绍】

我们可以用$splay$维护dfs序，由于有了dfs序所以所有子树操作都变成了区间操作，然后新建叶子就是在他父亲的右括号前面加上一对空括号

时间复杂度$O(Qlogn)$，空间复杂度$O(Q)$。

1.30 SEINC

【试题来源】

Codechef MAY challenge 2014

【试题大意】

给定数组A，B，你每次可以选择A中一段区间把他们+1后对4取模，问最少操作几次得到B

数据范围：$1 \le n \le 10^5$

【算法介绍】

先把数列差分，题目就变成了选一个数+1，然后可以选择一个数−1

如果不考虑模意义，那么答案就是$\sum_{i=1}^{n} max(0, A_i)$

于是问题就变成了可以选择一个数+4，另一个数−4，最小化正数之和

显然一个数如果是$[-1, 1]$的数，怎么改都不会变优，对于剩下的数可以贪心，优先搞2或3即可

时间复杂度$O(n)$，空间复杂度$O(n)$。

1.31 GERALD07

【试题来源】

Codechef MARCH challenge 2015

【试题大意】

给定一个n个点m条边无向图，有Q次询问，每次询问只用$[L, R]$的边有多少联通块

数据范围：$n, m, Q \le 10^5$

【算法介绍】

考虑离线，从尾往头加边

如果在时刻x加了这条边之后，联通块变少，则$[x, T]$贡献了答案1

否则，删除掉编号最大的边，把这条边加上

贡献就是$[x, max - 1]$答案1

相当于就是给之前的贡献续了一些

用线段树或者树状数组维护区间加即可

时间复杂度$O(nlogn)$，空间复杂度$O(n)$。

1.32 STREETTA

【试题来源】

Codechef MARCH challenge 2015

【试题大意】

有n个商店，商店有两个属性a, b，你可以区间对第一个属性取等差数列max，或者区间给第二个属性加等差数列，或者单点询问$a+b$的值

数据范围：$1 \le n \le 10^9$，$1 \le Q \le 3*10^5$

【算法介绍】

由于是单点询问，于是建两颗线段树，标记永久化就好了，意义不明

时间复杂度$O(Qlogn)$，空间复杂度$O(n)$。

1.33 DAGCH

【试题来源】

Codechef FEB challenge 2014

【试题大意】

给定一个点的标号是dfs序的有向图，定义一个点x是另一个点y的$superior$ $vertex$，当且仅当$x < y$且x可以只经过编号大于y的点到达y，定义一个点的$superior$ $vertex$是他编号最小的$superior$ $vertex$，有Q个询问，每次询问一个点x是多少点的$superior$ $vertex$.

数据范围：$n, Q \le 10^5$,$Q \le 2 * 10^5$

【算法介绍】

根据$DominatorTree$中的半必经点的定义，$superior$ $vertex$就是半必经点，于是用经典做法求出半必经点即可

时间复杂度$O(n * \alpha(n))$，空间复杂度$O(n)$。

1.34 COT5

【试题来源】

Codechef FEB challenge 2015

【试题大意】

你需要维护一颗$treap$，支持以下操作：

1.插入一个关键字为k，权值为w的点

2.删除一个点

3.询问两点间路径和

数据范围：$Q \leq 2 * 10^5$

【算法介绍】

将关键字排序后，显然lca就是两点间权值最小的，那么我们尝试算路径长度

可以发现，到根的路径长度就是左右两个方向上升序列的长度之和，这个可以用线段树维护

时间复杂度$O(nlognlogn)$，空间复杂度$O(n)$。

1.35 CNTDSETS

【试题来源】

Codechef JAN challenge 2014

【试题大意】

求N维空间中，切尔雪夫距离直径为D的本质不同的点集有几种

两个点集本质相同当且仅当它们可以通过平移重合

数据范围：$N \le 10^3$,$D \le 10^9$

【算法介绍】

这题的中文翻译有毒，硬是把切尔雪夫距离翻译成了曼哈顿距离

根据最小表示的思想，我们可以强制每一维肯定存在一个点使得这一维是0，所以坐标的范围变成了[0,D].

然后求方案数，这样能得到直径最多为D的方案数，再减下$D-1$的即可，那么问题就变成了如何算上面那个东西

根据容斥原理，我们设$ans[x]$为至少有x维不存在这维是0的点，然后答案就是$\sum_{i=0}^{n}(-1)^i * ans[i]$

那么$ans[i]$怎么算呢？很简单，就是$C_n^i * 2^{(D+1)^{n-i}+D^i}$，很容易理解，就是有$i$维只有[1,$D$]的选项了

时间复杂度$O(D * logN)$，空间复杂度$O(D)$。

1.36 TAPAIR

【试题来源】

Codechef JAN challenge 2014

【试题大意】

给定一张无向图，问选两条边使得删了他们后图仍然联通的方案数

$1 \leq n \leq 10^5$

【算法介绍】

首先我们可以dfs出一颗生成树

显然删两条非树边是无压力的

我们给每条非树边一个权值，然后树边的权值是跨越他的非树边的权值的xor

要删两条树边时，只要他们都跨了边，且不是同一条就可以，这样就是权值不同的边的个数

考虑一条边和一条非树边，显然也是只要他们权值不同就好了

时间复杂度$O(nlogn)$，空间复杂度$O(nlogn)$。

1.37 QTREE6

【试题来源】

Codechef DEC challenge 2013

【试题大意】

有一个n个结点的树，每个结点有颜色，有2种操作：

1.询问一个点有多少同色联通点，两个点同色联通当且仅当他们路径上的点颜色相同

2.单点颜色修改

数据范围：$1 \le n \le 10^5$，$1 \le Q \le 10^5$

【算法介绍】

对于每个点，维护当他是颜色x时，子树里满足的点的个数

那么答案就是最浅的同色祖先的值

考虑修改，相当于是一个链加，从父亲到最浅同色祖先的父亲加一个值

用树链剖分维护即可

时间复杂度$O(nlognlogn)$，空间复杂度$O(n)$。

1.38 REALSET

【试题来源】

Codechef DEC challenge 2013

【试题大意】

给定一个循环矩阵，问是否满秩

数据范围：$1 \le n \le 150000$

【算法介绍】

根据行列式的那套理论，令$f(x) = \sum_{i=0}^{n-1} a_i * x^i$

$rank(A) = n - degree(gcd(f(x), x^n - 1))$

我们只要判断$f(x)$是否是哪个分圆多项式的倍数即可

等价于枚举约数d，然后判断：$f(x) * \prod_{p|d,p\ is\ prime}(x^{\frac{d}{p}} - 1)$是否是$x^d - 1$的倍数即可

于是用多项式乘法模拟就好了

时间复杂度$O(nlogn)$，空间复杂度$O(nlogn)$。

1.39 MONOPLOY

【试题来源】

Codechef SEPT challenge 2013

【试题大意】

给定一颗根为1的有根树，一开始，每个点被一个不同的帮会控制

每次会有一个全新的帮会控制x到根路径的所有点

定义一个点的值为这个点到根路径上有几种帮会

每次可以询问x的子树的值的和

数据范围：$1 \leq N, Q \leq 10^5$

【算法介绍】

可以发现新帮会的过程就是LCT中的$access$，用LCT模拟即可

时间复杂度$O(Qlogn)$，空间复杂度$O(n)$。

1.40 QPOINT

【试题来源】

Codechef SEPT challenge 2013

【试题大意】

给定一些互不相交的简单多边形，每次询问一个点在哪个多边形内

数据范围：$1 \leq N, Q \leq 10^5$

【算法介绍】

以x轴构造线段树，每条线段用左闭右开的形式加到线段树里

现在用射线法，一个点往上射出一条线，如果经过了偶数条线，则不在任何多边形里，否则只要找到射上去的第一条线，这个线所属的多边形就是他的所在地

当然，竖直的线还有在顶点的情况还是要特判的

实现只要用线段树套有序表即可

时间复杂度$O(nlognlogn)$，空间复杂度$O(nlogn)$。

1.41 FN

【试题来源】

Codechef OCT Challenge 2013

【试题大意】

求一个最小的n使得斐波那契数列第n项模P等于C

数据范围：$T \leq 100$,$11 \leq P \leq 2*10^9$,P的个位数是1或9，P是质数

【算法介绍】

首先根据斐波那契数列的通项公式:

$$F_n = \frac{(\frac{1+\sqrt{5}}{2})^n - (\frac{1-\sqrt{5}}{2})^n}{\sqrt{5}}$$

根据二次互反律，在题目中给定的P模域下，5一定有二次剩余

于是我们可以先求出$\sqrt{5}$在模P域下的值w，将C变成$w*C$，这样式子的分母就没了

设a=$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$，则原式变成:

$$F_n * \sqrt{5} = a^n - \frac{1}{(-a)^n}$$

化简后得:

$$F_n * \sqrt{5} * a^n = (a^n)^2 \pm 1$$

这是一个关于a^n的一元二次方程，我们可以分类讨论n的奇偶性后，用$BSGS$算法开根，求出a^n

得到a^n的值后，再用$BSGS$求出n就好了

时间复杂度$O(T*\sqrt(n))$，空间复杂度$O(\sqrt(n))$。

1.42 DEG3MAXT

【试题来源】

Codechef OCT challenge 2013

【试题大意】

给定一个图，求每个点度数小于等于3的最大生成树的权值和和方案数

满足任何点双的大小小于10

数据范围：$1 \le N \le 100$

【算法介绍】

对每个点双状压DP，然后用树形DP合并即可

时间复杂度$O(n * 9^8)$，空间复杂度$O(n * 9^8)$。

1.43 TWOROADS

【试题来源】

Codechef SEPT challenge 2013

【试题大意】

给定一堆点，现在你要选2条直线，满足每个点到直线的最近点的平方和最小

数据范围：$1 \leq n \leq 100$

【算法介绍】

让我们算搞出这两条直线的夹角的角平分线，首先他们不然是垂直的，于是有4个区域，如果我们可以确定每条直线控制的点，

可以发现其中一条角平分线必然经过了2个点，另一条经过了第三个点，于是就可以枚举这三个点做一遍就好了

时间复杂度$O(n^3logn)$，空间复杂度$O(n)$。

1.44 LYRC

【试题来源】

Codechef AUG challenge 2013

【试题大意】

求一个字符串在一堆字符串里的出现次数

【算法介绍】

直接AC自动机即可

时间复杂度$O(n * a)$，空间复杂度$O(n * a)$。

1.45 PRIMEDST

【试题来源】

Codechef AUG challenge 2013

【试题大意】

给定一颗边长均为1的树，求质数长度的路径个数

数据范围：$1 \leq n \leq 50000$

【算法介绍】

先点分，然后用FFT统计答案即可

时间复杂度$O(nlognlogn)$，空间复杂度$O(n)$。

1.46 TKCONVEX

【试题来源】

Codechef JUNE challenge 2013

【试题大意】

给定n根木棍，用它组成2个凸k边形

数据范围：$2k \leq n \leq 1000$，$1 \leq k \leq 10$

【算法介绍】

可以组成k凸多边形的充分必要条件是剩下的木棍的长度和大于最长的木棍

于是枚举这$2k$根木棍，显然排序后这$2k$根木棍是连续一段

然后爆搜即可

时间复杂度$O(C_{2k}^{k} * n)$，空间复杂度$O(n)$。

1.47 SPMATRIX

【试题来源】

Codechef JUNE challenge 2013

【试题大意】

一个$n*n$的矩阵是特殊的，当且仅当满足下面几个条件：

1.$A[x][x]=0$

2.$A[x][y]=A[y][x]>0(x\neq y)$

3.$A[x][y]<=max(A[x][z],A[z][y])$

3.$1<=A[x][y]<=n-2(x\neq y)$

4.$1..n-2$的每一个数都出现了

求有几种矩阵是特殊的，答案对10^9+7取模

数据范围：$1\leq n\leq 10^7$

【算法介绍】

$OEIS$一发可以发现答案是$\frac{n!(n-1)!}{3*2^{n-1}}(\frac{3n}{2}-2-\sum_{i=1}^{n-1}\frac{1}{i})$

直接做就行

时间复杂度$O()$，空间复杂度$O()$。

1.48 QTREE

【试题来源】

Codechef MAY challenge 2013

【试题大意】

给定一颗环套外向树，每个点有点权，支持2个操作：

(1).两点间最短路径点权取反

(2).两点间最短路径的最大子段和

数据范围：$1 \le n, Q \le 10^5$

【算法介绍】

我们可以拿掉一条边，这个问题就变成树了

这是一道经典题，直接树链剖分+线段树即可

时间复杂度$O(nlognlogn)$，空间复杂度$O(n)$。

1.49 LECOINS

【试题来源】

Codechef MAR challenge 2013

【试题大意】

有n种硬币，每种硬币有无限个，有2个属性：面值和颜色

有Q次询问，每次询问恰好构成面值S最多用几种颜色

数据范围：$1 \le n \le 30$，$1 \le V, Q \le 2 * 10^5$，$1 \le S \le 10^{18}$

【算法介绍】

取面值最小的硬币，$f[i][j][k]$表示考虑前i个硬币，用了j种颜色，价值对最小面值取模答案是k需要的最小价值

DP转移即可

时间复杂度$O(n^2V)$，空间复杂度$O(nV)$。

1.50 CHANGE

【试题来源】

Codechef MAR challenge 2013

【试题大意】

有n种硬币，每种硬币面值为D，其中硬币面值两两互质，求组成C的方案数，对10^9+7取模

数据范围：$1 \le n \le 50$，$1 \le D \le 500$，$1 \le C \le 10^{100}$

【算法介绍】

将答案写成生成函数的形式：

$f(x) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{1-x^{D_i}}$

$f(x) = \frac{1}{(1-x)^n} * \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\sum_{j=0}^{D_i-1} x^j}$

$f(x) = \frac{A(x)}{(1-x)^n} + \sum_{i=1}^{n} \frac{B_i(x)}{\sum_{j=0}^{D_i-1} x^j}$

我们可以将复数带入，求出$B(x)$，然后就是求$A(x)$了

先用背包求出C较小的值，然后减去后面项的贡献，就可以得到$A(x)$的点值了

然后用拉格朗日插值求出$A(x)$即可

时间复杂度$O(n^2d)$，空间复杂度$O(nd)$。

1.51 ROC

【试题来源】

Codechef FEB challenge 2013

【试题大意】

给定一个$n*m$的网格图（读入方法十分鬼畜，具体请看题面）
每个角落都有一个小朋友，小朋友每次移动时必须贴着墙走
游戏开始后，每对相邻的小朋友都可以交换位置（向对方移动）
有T次询问，每次询问两个小朋友最坏要多少时间才能交换位置
数据范围：$1 \le T \le 10^4$，$n, m \le 2500$

【算法介绍】

我们可以先遍历一遍图，得到一个小朋友组成的环
我们可以二分这两个小朋友碰头的地方在哪里，然后用前缀和算一下即可
时间复杂度$O(nm + Tlogn)$，空间复杂度$O(nm)$。

1.52 QUERY

【试题来源】

Codechef FEB challenge 2013

【试题大意】

给定一颗树，要求路径加等差数列，路径求和，回到某个时刻

数据范围：$1 \le n, m \le 10^5$

【算法介绍】

意义不明，直接树剖+可持久化线段树即可

时间复杂度$O(mlognlogn)$，空间复杂度$O(n)$。

1.53 ANDOOR

【试题来源】

Codechef JAN challenge 2013

【试题大意】

给定n个圆和一个矩形，求这n个圆的并在矩形范围内的周长之和

数据范围：$n \le 1000$

【算法介绍】

对于每个圆算下不被其他圆覆盖且在矩形内的圆弧长度即可

时间复杂度$O(n^2logn)$，空间复杂度$O(n)$。

1.54 CUCUMBER

【试题来源】

Codechef JAN challenge 2013

【试题大意】

给定B个$n*n$的矩阵A_i，对于每个数对(a,b)，定义矩阵$B_{i,j} = \sum_{k=1}^{n} A_{a,i,k} * A_{b,j,k}$，一个排列$P$是好的当且仅当至少存在一个$i$满足$B_{i,p_i}$是奇数

数对(a,b)是好的当且仅当好的排列有奇数个，询问有几个好数对

数据范围：$n \le 60$，$B \le 8000$

【算法介绍】

令矩阵$C_{i,j} = (B_{i,j}+1)\%2$

于是B是好的当且仅当$det(C)$是奇数

我们可以在A的后面补上全是1的$n+1$列，于是$C = AA^T$

考虑$det(C)$，根据线性代数那套理论，设$A_{a,i}$表示第a个矩阵删除第i列的矩阵

$det(C) = \sum_{i=1}^{n+1} det(A_{a,i}) + det(A_{b,i})$

只要求出$det(A_{a,i})$即可，于是可以对A消元，再利用线性代数的一些理论求出所有$det(A_{a,i})$

时间复杂度$O(n^2B+B^2)$，空间复杂度$O(n^2B)$。

1.55 DIFTRIP

【试题来源】

Codechef DEC challenge 2012

【试题大意】

给定一颗树，每个结点的字母是他的度数

求有多少不同的竖直链

数据范围：$1 \le n \le 10^5$

【算法介绍】

直接上SAM就好了

时间复杂度$O(n)$，空间复杂度$O(n)$。

1.56 QPOLYSUM

【试题来源】

Codechef DEC challenge 2012

【试题大意】

给定一个D次多项式$P(x)$的前$(D+1)$项%M的值，给定Q,n，求$\sum_{i=0}^{n} Q^i * P(i)\%M$的值

数据范围：$1 \le M \le 10^18$，$1 \le n \le 10^{10^5}$，$1 \le D \le 2*10^4$

M不能被2至$D+14$中的任意一个数整除

【算法介绍】

令$G(n)=\sum_{i=0}^{n-1} Q^i * P(i)$

用数学归纳法可以得到$G(n)=Q^nF(n)-F(0)$，其中$F(x)$是一个D次多项式

推导可得$F(n+1)=\frac{F(n)+P(n)}{Q}$，我们可以根据递推式把$F(x)$表示成关于$F(0)$的一次函数

由于$F(x)$是$d+1$次多项式，所以有$\sum_{i=0}^{d+1}(-1)^iC_{d+1}^iF(i) = 0$，于是可以解出$F(0)$

然后就可以算出$F(n)$了

模数有些奇怪，做些处理就好了

时间复杂度$O(D+logn)$，空间复杂度$O(D)$。

1.57 COUNTARI

【试题来源】

Codechef NOV challenge 2012

【试题大意】

给定一个长度为n的数组A_i，求有多少个三元组$(i,j,k)(i<j<k)$，满足$A_i+A_k=2*A_j$

数据范围：$n\le 10^5$，$1\le A_i\le 3*10^4$

【算法介绍】

先分块，考虑至少有两个在同一块内，直接枚举即可

考虑都在不同块内，枚举中间块，跑FFT即可

时间复杂度$O(n\sqrt{nlogn})$，空间复杂度$O(n)$。

1.58 MARTARTS

【试题来源】

Codechef NOV challenge 2012

【试题大意】

给定一个n个点的完全二分图，边有两个权值：$A_{i,j}$，$B_{i,j}$

令匹配边A的总和为H，B的总和为G

对手的目标是最大化$G-H$，其次最大化G，他会在知道了匹配方案后去掉一条匹配边

任务是找一个匹配，最大化$H-G$，其次最大化H

数据范围：$1 \le n \le 100$

【算法介绍】

枚举哪条边被删，一边加边一边跑KM即可

当然你还需要一些优化，比如从后往前做就可以最优性剪枝了

时间复杂度$O(n^4)$，空间复杂度$O(n^2)$。

1.59 MAXCIR

【试题来源】

Codechef OCT challenge 2012

【试题大意】

给一个三角形A, B, C和n个向量(X_i, Y_i)

你可以选至多k个向量加给A，请最大化ABC的面积

数据范围：$1 \leq n \leq 500$

【算法介绍】

设A的最终坐标是(X, Y)，答案显然是焦点是(B, C)的椭圆

我们可以发现，一定存在一个(u, v)，满足$uX + vY$越大，答案越大

对于每两个相邻的向量，求出使得他们贡献相同的u, v，再计算答案即可

这样复杂度就是$O(n^3 logn)$了，我们可以把要$check$的(u, v)排序，这样每次计算时就不用重新排序了

时间复杂度$O(n^2 logn)$，空间复杂度$O(n^2)$。

1.60 KNGHTMOV

【试题来源】

Codechef SEPT challenge 2012

【试题大意】

给定k个障碍，与两个向量，求从原点出发不经过障碍每次加这两个向量到达终点的方案数

数据范围：$1 \le K \le 15$

【算法介绍】

可以先特判掉无解的无穷解的情况，若两个向量共线，则转成一维情况，否则二维里每个点的坐标都可以表示成以这两个向量为基向量的坐标

于是k^2容斥即可

时间复杂度$O(k^2)$，空间复杂度$O(k)$。

1.61 PARADE

【试题来源】

Codechef SEPT challenge 2012

【试题大意】

给定一个n个点m条带权边的图

每次可以从一个点出发走到一个点，如果终点起点不同则要花费C的代价，同时你要花费路径长度的代价

最后如果有任何一个城市没被访问过，你也要花费C的代价

每次C会改变，每次改变后你需要求经过所有城市的代价

数据范围：$n \leq 250$，$m \leq 3 * 10^4$，$Q \leq 10^4$

【算法介绍】

为了方便询问，我们需要计算经过x个城市的最小代价

于是建立一个二分图，每条边的费用是边的权即可，当$u- > v$被流通后，表示u后面是v，这样当流量为x时，费用就是经过x个城市的代价

时间复杂度$O(costflow)$，空间复杂度$O(n^2)$。

1.62 MAGIC

【试题来源】

Codechef AUG challenge 2012

【试题大意】

给定一张n个点m条边的简单无向图，有两个人在博弈，最开始两个人在1号点和2号点，每次一个人操作以下步骤：

(1).先沿着边移动任意步，如果移动完后两人在同一个点，则当前选手胜

(2).加入一条没出现过的边，无法加入则另一个人胜

(3).传送至任意点

一个人只有P次传送的机会

求谁必胜

数据范围：$1 \leq n \leq 7777$

【算法介绍】

显然胜负只跟p是否大于1，奇数联通块个数，偶数联通块个数，n, m的奇偶性有关

讨论一下$O(1)$判断即可

时间复杂度$O(n+m)$，空间复杂度$O(n+m)$。

1.63 GTHRONES

【试题来源】

Codechef AUG challenge 2012

【试题大意】

给定一个序列，有n种数，每个数是u_i，出现了c_i次

现在两个人博弈，一个人选的数必须要和上个数只相差一个质因子

求先手必胜的最大能选的数是哪个

数据范围：$n \le 500$，$u_i \le 10^{18}$，$c_i \le 10^9$

【算法介绍】

根据质因子个数建二分图，用退流判断解就好了

时间复杂度$O(n^2logn + maxflow)$，空间复杂度$O(n^2)$。

1.64 DGCD

【试题来源】

Codechef JULY challenge 2012

【试题大意】

给定一颗树，要求支持链加和求链gcd

数据范围：$N, Q \leq 10^5$

【算法介绍】

由于是gcd，所以可以差分，于是链加变成了单点修改，然后用树链剖分搞一下就好了

时间复杂度$O(Qlognlogn)$，空间复杂度$O(n)$。

1.65 COOLNUM

【试题来源】

Codechef JUN challenge 2012

【试题大意】

一个数A有k位，从中选出不同的三位，他们的和为S，这个数的数位和是K，如果$(K-S)^S$是A的倍数，则A是$cool\,number$

给定一个n，求n在$cool\,number$中的前驱后继

数据范围：$1 \le n \le 10^{1000}$，$T \le 10^5$

【算法介绍】

把这种数分成两种，一种是最多只有3个非0位，显然这个是$cool\,number$

第二种，可以算出位数最多是77位，于是我们要预处理出所有的这种$cool\,number$，可以枚举$(K-S)^{27}$的不超过10^{77}的约数，然后发现数量很少

可能还会超时，所以可以打表缩小范围

时间复杂度$O(init+Tlogn)$，空间复杂度$O(logn)$。

1.66 MATCH

【试题来源】

Codechef JUNE challenge 2012

【试题大意】

给定一个$n*m$的二分图，每条边有概率出现，求最大匹配期望

数据范围：$n \le 5$，$m \le 100$

【算法介绍】

根据$Hall$定理，我们只要把2^n个集合所有的点集大小记下来即可

经过最小表示后有效状态十分少，直接DP就好了

时间复杂度$O(state*m)$，空间复杂度$O(state*m)$，

1.67 LEBOXES

【试题来源】

Codechef MAY challenge 2012

【试题大意】

有n个盒子，第i个盒子有P_i的概率有V_i块钱，否则是个钻石，打开所有盒子后你去买东西，第i个需要D_i钻石和C_i块钱，求期望最多买到多少东西

数据范围：$n, m \le 30$，$V, C \le 10^7$

【算法介绍】

用折半搜索求出所有情况

定义$f[i][j]$表示买i个物品，用j个钻石，最少用多少钱

直接统计即可

时间复杂度$O(2^{\frac{n}{2}})$，空间复杂度$O(2^{\frac{n}{2}})$。

1.68 TICKETS

【试题来源】

Codechef MAY challenge 12

【试题大意】

有n道菜m个人，这些人中有一部分要来参加晚餐，晚餐时每道菜要分配给一个人，第i个人只要吃到第a_i道菜或者b_i道菜就会很开心，求最大的x使得任何x个人来都能全部开心

数据范围：$n \le 200$，$m \le 500$

【算法介绍】

问题可以转化成给一张n个点，问边数比点数恰好多一的联通子图的点数最少是多少，可以发现这样的图只有2种：

1.两点间三条路径，bfs即可

2.两个环中间一条边，枚举一个度数为3的点即可

时间复杂度$O(n^2m)$，空间复杂度$O(n+m)$。

1.69 TSUBSTR

【试题来源】

Codechef APR challenge 2012

【试题大意】

给定一个n个点的树，每个结点有一个小写字母，每次询问第K小的直链字符串

数据范围：$n \le 2.5 * 10^5$，$Q \le 5 * 10^4$

【算法介绍】

建出SAM然后求出长度后dfs即可

时间复杂度$O(mlogn)$，空间复杂度$O(n)$。

1.70 CONNECT

【试题来源】

Codechef APR challenge 2012

【试题大意】

给定一个$n*m$的矩阵，每个格子的数在$[-1,n*m]$，然后给你一个大小相同的权值矩阵

你需要选一个联通块，使得至少有k个不同的数且没有-1，要求权值和最大

数据范围：$1 \le n,m \le 15$，$k \le 7$

【算法介绍】

随机把颜色归并成k个颜色，然后跑斯坦纳树即可

随机次数一定要多，最好跑到要T为之

时间复杂度$O(?)$，空间复杂度$O(nm2^k)$。

1.71 EVILBOOK

【试题来源】

Codechef MAR challenge 2012

【试题大意】

有n个人，打败第i个需要付出c_i的代价，打败他后可以获得d_i的魔法值，最开始魔法值为0

你可以对人使用魔法，使得他的c_i，d_i除3，用一次要X点，可以用无数次

你要使你的魔法值大于等于666，问最少付出多少代价

数据范围：$1 \le T \le 5$，$1 \le n \le 10$,$10 \le X \le 666$

【算法介绍】

首先如果打完这个怪你魔法不增加的话肯定不会打，设这个怪对他用了i次魔法，有

$Xi \le \frac{d}{3^i}$，可以得到i的上界

然后你肯定要把他魔法值除到666以下，毕竟多的魔法值没用

于是你得到了i的下界

然后又可以发现，每次用魔法的次数单调不减，于是就可以搜索了，加点剪枝就好了

时间复杂度$O(T * 4^n)$，空间复杂度$O(n)$。

1.72 CIELQUAK

【试题来源】

Codechef MAR challenge 2012

【试题大意】

有一个$R * C$的网格图，每条边有p的概率坏掉，求左上角与右下角联通的概率

数据范围：$1 \leq T \leq 50$,$n \leq 8$，$m \leq 10^{18}$

【算法介绍】

可以发现，当m较大时，m每次加一答案乘的系数差不多一样，于是用插头DP暴力跑几项，然后乘系数即可

时间复杂度$O(T * n * S * 60)$，空间复杂度$O(n * 60 * S)$。

1.73 FINDSEQ

【试题来源】

Codechef FEB challenge 2012

【试题大意】

给定一个长度为n的序列A，和一个长度为5的序列B，求A的一个长度为5的子序列，使得离散后和B一样

数据范围：$n \le 2000$

【算法介绍】

枚举第二个和第四个，剩下三个贪心即可，用数组前缀和优化

时间复杂度$O(n^2)$，空间复杂度$O(n^2)$。

1.74 FLYDIST

【试题来源】

Codechef FEB challenge 2012

【试题大意】

给定一个n个点m条边的带权无向图，每条边的边权为w_i，让你修改边权使得每条边的边权等于端点间的最短路，你需要满足修改的幅度最小

数据范围：$n \le 10$，$m \le 45$，$w \le 20$

【算法介绍】

可以类似$floyd$一般列出方程，然后用单纯形解即可

时间复杂度$O(?)$，空间复杂度$O(n^3)$。

1.75 CARDSHUF

【试题来源】

Codechef JAN challenge 2012

【试题大意】

给定一个序列，要求区间合并，区间反转操作

数据范围：$n \le 10^5$

【算法介绍】

$splay$模拟即可

时间复杂度$O(nlogn)$，空间复杂度$O(n)$。

1.76 MISINT2

【试题来源】

Codechef JAN challenge 2012

【试题大意】

求长度在$[L, R]$之内，满足所有偶数位取出来和奇数位取出来相接等于原串的小写字母串的个数

数据范围：$T \leq 5$，$L \leq R \leq 10^{18}$，$R - L \leq 5 * 10^4$

【算法介绍】

显然只需要考虑长度为偶数的情况

定义置换环个数为$G(x)$

那么答案显然就是$\sum_{i=L}^{R} 26^{G(i)}$

我们有$G(x) = \sum_{p|(x+1), p\neq 1} \frac{\phi(p)}{ord(p)}$

计算ord只要分解质因数即可

要用一些特殊技巧才能卡过去

时间复杂度$O(\sqrt(R)\log(R)\log(R))$，空间复杂度$O(\sqrt{R})$。

1.77 SHORT2

【试题来源】

Codechef DEC challenge 2011

【试题大意】

给定质数p，问有多少对a,b，满足$ab|(a-p)(b-p)$

数据范围：$p \le 10^{12}$

【算法介绍】

转化一下，原问题变成了$ab|p(a+b+p)$的对数，有三种情况：

1.ab都被p整除，答案可以手算

2.ab都不被p整除，设$a < b$，有$a < 1+\sqrt{p+1}$，解一下方程发现$b = \frac{a+p}{ak-1}$，令$d = ak-1$，可以发现d的上界很小，大概是$\sqrt{p+1}$的级别，枚举即可

3.其他情况，可以由第二个情况一一映射

时间复杂度$O(\sqrt{p})$，空间复杂度$O(1)$。

1.78 HYPER

【试题来源】

Codechef DEC challenge 2011

【试题大意】

定义三超图，他的每条边连着三个点

定义三超树，去掉任意一条边都不联通则叫三超树

求点数为n的三超树的数量

数据范围：$n \le 17$

【算法介绍】

由于范围小，我们可以打表，现在思考如何写暴力

我们把一颗三超树分成若干个点双联通分量，对于一条边，必定有一个点只和这条边有关，这个可以反证法证明

于是dfs出点双联通分量的方案数，然后暴力合并成三超树即可

大概跑个5min表就出来了

时间复杂度$O(T)$，空间复杂度$O(1)$。

1.79 LUCKYDAY

【试题来源】

Codechef NOV challenge 2011

【试题大意】

给定一个二项的递推数列f，对P取模

给定C，有Q次询问，每次询问L, R，问有多少个$[L, R]$中的x满足，$f_x = C$

数据范围：$Q \leq 2 * 10^4$，$p \leq 10007$且p是个质数，$L, R \leq 10^{18}$

【算法介绍】

首先循环节肯定是小于p^2的，于是我们设$S = \sqrt{p}$

每隔p个的矩阵我们存到$hash$表里，然后寻找时枚举C后面那项的值，往前推S步即可

循环节也可以用这个方法求

于是暴力算一下就好啦

时间复杂度$O(p\sqrt{p})$，空间复杂度$O(p\sqrt{p})$。

1.80 DOMNOCUT

【试题来源】

Codechef NOV challenge 2011

【试题大意】

给定n, m，让你用$1 * 2$的带颜色方块填满它，必须满足没有颜色相同的方块相邻

你需要满足颜色最少，同时，你需要满足割最少，割的定义是一条直线，不穿越任何方块

数据范围：$n \leq 500$，$m \leq 500$

【算法介绍】

构出$5 * 6$的格子，可以发现答案都是可以一点点扩展上去的

同样的，对于双偶的问题，先构造$6 * 8$的，然后扩展上去

时间复杂度$O(n * m)$，空间复杂度$O(n * m)$。

1.81 BAKE

【试题来源】

Codechef OCT challenge 2011

【试题大意】

给定一堆产品的信息，每次询问某个信息的产品有几个

数据范围：$n \leq 100$

【算法介绍】

开数组模拟

时间复杂度$O(n)$，空间复杂度$O(n^6)$。

1.82 PARSIN

【试题来源】

Codechef OCT challenge 2011

【试题大意】

给定n, m, K，求$\sum_k \prod_{i=1}^{m} sin(k_i K)$，其中$k_i$为非负整数，且$k$的和等于$n$

数据范围：$1 \leq m \leq 50$，$1 \leq n \leq 10^9$

【算法介绍】

利用和差角公式拆开，然后发现是可以矩阵乘法优化的，直接矩乘就好了

时间复杂度$O(m^3logn)$，空间复杂度$O(m^2)$。

1.83 SHORT

【试题来源】

Codechef SEP challenge 2011

【试题大意】

给定n，k，求满足$n < a, b < k$的数对(a, b)使得$(a-n)(b-n)|ab-n$

数据范围：$0 \leq n \leq 10^5$，$n < k < 10^{18}$

【算法介绍】

不妨假设$b \leq a$，可以得到$b = n + \frac{n(a-n)}{p(a-n)-a}$，可以枚举所有可能的$a$，再枚举$n(a-n)$的所有约数$d$，这样可以求得$p = \frac{d+a}{a-n}$和$b$，然后就可以计算答案了

可以发现a的范围和n是一个级别的

至于枚举约数，dfs就好了，当a比较大时，不需要枚举d，可以枚举其他的元素来节省时间

时间复杂度$O(n*?)$，空间复杂度$O(nlogn)$。

1.84 CNTHEX

【试题来源】

Codechef SEP challenge 2011

【试题大意】

现在你长度为1到N的棍子各有k根，你需要选6根木棍拼成面积为正数的六边形，最长的至少为L，其他的不能超过X，你可以认为长度相同的木棍本质一样

数据范围：$L \leq 5$，$1 \leq X < L \leq N \leq 10^9$，$N - L \leq 100$

【算法介绍】

枚举最长的长度，然后数位DP即可，用最小表示法优化下就能过了

时间复杂度$O((N-L)logN * Bell_5)$，空间复杂度$O((N-L)logN * Bell_5)$。

1.85 SHORTCIR

【试题来源】

Codechef AUG challenge 2011

【试题大意】

给定一个有and, or, not的布尔表达式，你需要安排运算的顺序，使得期望比较次数最少

每个变量会有一定的概率是$true$，每个变量只出现一次

数据范围：$1 \le N \le 30000$

【算法介绍】

我们可以建出表达式运算树，然后树形DP一下，转移就是根据当前运算是and还是or，贪心决定儿子的运算顺序

时间复杂度$O(nlogn)$，空间复杂度$O(n)$。

1.86 DIVISORS

【试题来源】

Codechef AUG challenge 11

【试题大意】

给定B, X，求满足条件的H的个数：

至少存在一个$D(N < D \leq B)$，满足$D|N * X$

数据范围：$X \leq 60$，$B \leq 10^12$

【算法介绍】

令$i = \frac{NX}{D}$，为了不重复计算，我们规定贡献在最小的i上

对于i，我们可以枚举j然后计算

因为$i|NX$，所以令$A_i = \frac{i}{gcd(i,X)}$，则$N = A_i p$，因为有$N < \frac{B_i}{X}$，所以有$p \leq \frac{B_i}{XA_i}$，记这个上界为P

因为$j|A_i X p$，所以令$B_j = \frac{j}{gcd(A_i X, j)}$。我们可以用容斥算解

问题就变成了选一堆数，算出他们的LCM，然后用P除他算到答案里，搜索即可

时间复杂度$O(?)$，空间复杂度$O(?)$。

1.87 BB

【试题来源】

Codechef JULY challenge 2011

【试题大意】

有一个长度为n的01序列，它任意长度为m的连续子序列中，都有k个1，求满足条件的01序列中1最少的有几种

数据范围：$1 \leq k \leq m \leq 50$，$m \leq n \leq 10^9$

【算法介绍】

可以将问题转化为计算杨氏矩阵的个数，直接套用公式就可以了

时间复杂度$O(mk)$，空间复杂度$O(1)$。

1.88 YALOP

【试题来源】

Codechef JULY challenge 2011

【试题大意】

给定一个$n * m$的网格图，格子要么是蓝色要么是红色，有k个红格子，你可以在网格图里走，每当你离开一个格子，这个格子和他四周的格子颜色都会改变，现在求判断是否存在一条由左下角到右上角的路径，使得所有格子变成蓝色

数据范围：$1 \leq n, m \leq 10^9$，$min(n, m) \leq 40$，$k \leq 10000$

【算法介绍】

这是一个经典问题，我们可以列出方程然后高斯消元解决，然而这题范围有点大

仔细观察题目性质，我们可以把每个变量往前推，于是每个变量都能用前两列表示，然后把最后一列高斯消元即可

至于如何用最后一列表示前两列，可以发现递推是有周期的，暴力即可

时间复杂度$O(nLen)$，空间复杂度$O(Len)$。

1.89 CLONES

【试题来源】

Codechef JUNE challenge 2011

【试题大意】

定义一个映射$f(x_1...x_n)$，他的值是0或1，可以发现一共有2^{2^n}种映射

定义以下几种特殊类型的映射：

Z:满足$f(0...0)=0$

P:满足$f(1...1)=1$

D:满足$f(x_1..x_n)=not\ f(not\ x_1...not\ x_n)$

A:满足如果$f(x_1..c..x_n)=f(x_1..d..x_n)$，则$f(y_1..c..y_n)=f(y_1..d..y_n)$

给定关于Z,P,D,A的集合表达式，求最后的集合的大小

数据范围：$1\le n\le 1000$

【算法介绍】

对于所有映射，可以划分到2^4个集合里

可以用一个2^{16}的数字表示集合里的数有哪些基础集合

基础集合的大小我们可以手算或者打表

时间复杂度$O(len)$，空间复杂度$O(len)$。

1.90 MINESREV

【试题来源】

Codechef JUNE challenge 2011

【试题大意】

给定一个$R*C$的扫雷棋盘，其中雷的位置已经表明，最开始所有的方块都是打开的，你需要关闭所有的方块。你可以通过一次点击来关闭一个方块（可以关闭含雷的方块）。在你关闭(x,y) 后，在正常的扫雷游戏中可能和(x,y)同时被打开的格子都会被关闭。现在要你求出至少点击多少次，可以关闭所有的方块

数据范围：$R,C \leq 50$

【算法介绍】

显然每个雷要花费1的时间打开，剩下的格子有2种，和雷相邻的和不和雷相邻的，所以如果我关闭了第一类格子，和他相邻的第二类的联通块就会关闭

可以发现第一类格子最多和两个第二类格子联通，于是在这两个联通块中连一条边，跑一般图最大匹配，即带花树算法即可

时间复杂度$O(R^2C^2)$，空间复杂度$O(RC)$。

Chapter 2

challenge型试题

2.1 CHPUZZLE

【试题来源】

Codechef FEB challenge 2015

【试题大意】

给一堆拼图，可以平移，求拼出最大面积

数据范围：$n, m \leq 1000$

【算法介绍】

我们可以把拼图按大小排序，然后贪心放

之后就是如何找位置的问题了，我们可以把每个空块的左上角放到一个set里，然后每次贪心选

如果这个左上角没用的话，有一定概率删掉他

时间复杂度$O(nm * k)$，空间复杂度$O(nm)$。

2.2 KALKI

【试题来源】

Codechef DEC challenge 2014

【试题大意】

给定平面上n个点，你需要求一个最小生成树，使得C_i的最大值最小

C_i的定义是：对于每个点，设在生成树中与他相邻的距离最远的是R，那么以该点为圆心，半径R以内的点的C_i加一

数据范围：$1 \le n \le 400$

【算法介绍】

显然我们可以发现，当R越小，则C_i越小

我们可以尝试直接把边按距离排序跑最小生成树，但是还要加点优化

首先是要随机扰动几次，优化答案，然后再和另一种贪心取最优解

另一种就是算这个圆内有几个点了

时间复杂度$O(n^2)$，空间复杂度$O(n^2)$。

2.3 DELNMS

【试题来源】

Codechef AUG challenge 2013

【试题大意】

给定一个长度为n的数组，你每次可以删除一些相同的，下标为等差数列的元素，然后下标重新排列

求步数最少的删完的方案

数据范围：$1 \leq n \leq 10^5$

【算法介绍】

我采取的策略是，先将数组的元素按出现次数排序，取出现次数最多的

然后将剩下的一个个删掉，删完后这个最多的一定是连成一排的，直接删掉即可

为了实现方便，可以倒着来，每次删末尾的

时间复杂度$O(n)$，空间复杂度$O(n)$。

2.4 CHAORNOT

【试题来源】

Codechef JUNE challenge 2013

【试题大意】

给定一个序列，求找出一个尽量大的子序列，使得没有3个数组成等差数列

数据范围：$1 \le N \le 10^5$

【算法介绍】

我们可以用尝试的方法去选，将序列从小到大排序，能选就选，期间用数组模拟

这样可能会得到不优秀的解，于是我们可以用随机扰动来优化答案

然后再使用卡时的方法就可以得到较为优秀的答案了

时间复杂度$O(n^2)$，空间复杂度$O(n)$。

2.5 MAXRECT

【试题来源】

Codechef OCT challenge 2012

【试题大意】

给定一个$n*m$的矩阵，求子矩阵使得权值和最大

数据范围：$1 \leq n, m \leq 300$

【算法介绍】

这显然是NP问题，我们可以选择爬山的方法

先确定一个初始解，我是选择一个权值较大的格子

每次计算新选一行一列或者去掉一行一列的贡献，选择贡献最大的，去实现它，有一定概率不实现

这题数据十分苛刻，你还要每次随机选初始解做多次才行，我是卡了时的

时间复杂度$O(Tnm)$，空间复杂度$O(nm)$。

2.6 SIMNIM

【试题来源】

Codechef SEP challenge 2012

【试题大意】

给n个数，将他们分成尽量多的集合，满足每个集合的xor值都是0

数据范围：$1 \le n \le 1000$

【算法介绍】

我们可以先将序列随机排列，然后每次选一定的数构成一个集合，知道没法选为之

至于选的过程，可以用高斯消元维护线性基来做

时间复杂度$O(n^2)$，空间复杂度$O(n)$。

2.7 CLOSEST

【试题来源】

Codechef JUNE challenge 2012

【试题大意】

求三维空间中每个点的最近点

数据范围：$1 \le n \le 50000$

【算法介绍】

这是一道可以求出标准答案的$challenge$，我们直接用$kd-tree$跑即可

然而会TLE，所以每层划分维度选方差最小的那一维

时间复杂度$O(n^{\frac{5}{3}})$，空间复杂度$O(n)$。

2.8 SIMGRAPH

【试题来源】

Codechef APR challenge 2012

【试题大意】

给定两张点数一样的图，你需要给他们重标号，使得公共边的数量最多

数据范围：$N \leq 75$

【算法介绍】

我们可以每次找出一对交换后有正数贡献的然后交换他们

当然负数贡献也可能是最优解里的，所以我们有一定概率接受他

具体实现就是进行Cas轮，每轮把每对点算过去，按上面的扩展

时间复杂度$O(Cas * n^3)$，空间复杂度$O(n^2)$。

2.9 STEPAVG

【试题来源】

Codechef NOV challenge 2011

【试题大意】

考虑以下方法求出一些数的迭代平均数：每次选两个数求平均数然后放回去

请求出一个合并顺序使得最后的数尽量接近K

数据范围：$n = 1000$

【算法介绍】

我们可以直接搜索，每次选择两个数合并，然后对剩下的数估价，选估价最好的搜下去

至于如何估价，可以假定每次都是和上次的结果合并，答案就是一个系数都是2的幂次的线性组合，可以贪心

这样可以得到较优秀的解

时间复杂度$O(n^n)$，空间复杂度$O(n)$。

2.10 LAND

【试题来源】

Codechef OCT challenge 2011

【试题大意】

给定一个$n*m$的格子，有些已经有数字，你需要给剩余的填上数字使得相邻的高度差尽量小

数据范围：$n,m \le 100$

【算法介绍】

每次给一个格子一直增高或增低，直到解不再变优为之，这样虽然解已经够优但还是不够好

首先可以在估价上做文章，对于固定的格子估价系数要大一些

然后一开始初始解的选择，可以全部选25

然后卡卡时间就好了，顺便每次随机扰动一下

时间复杂度$O(nmC)$，空间复杂度$O(nm)$。