

《健忘》解题报告

厦门双十中学 汪文潇

1 试题来源

这题是我的原创题。

2 试题大意

给出两个长度为 2^n 的模4186183意义下的向量A和一个正整数k。

定义长度为 2^n 的模4186183意义下的向量之间的乘法如下：若 $C = A \times B$ ，则对于任意 $0 \leq i < 2^n$ ，有 $C_i = \sum_{j \oplus k = i} A_j \times B_k \bmod 4186183$ ，其中 \oplus 表示二进制下按位与的操作。

与之对应，定义次幂的操作，即 $A^k = \prod_{i=1}^k A$ 。

现在求有多少种不同的向量B使得 $B^k = A$ 。

$n \leq 18, k \leq 2^{30}$

3 算法介绍

先考虑如何快速计算乘法，即计算 $C = A \times B$ 。

此时一个经典的做法是FWT，即先将A和B分别进行一次变换，然后逐位相乘，将得到的结果进行一次逆变换，详情不在赘述。

接下来考虑如何计算次幂，即计算 A^k 。显然，一个向量A在经过一轮变换和一轮逆变换后一定是原向量。那么此时我们只需要将A进行一次变换，然后逐位求k次幂，最后进行一次逆变换即可。

那么这题的做法就很明显了，将给定的向量A进行逆变换，然后逐位计算方案数，最后累乘即可。

对于每一位，要解决形如 $a^k \equiv b \pmod{4186183}$ 的问题，这可以通过简单的计算或预处理得到。

实际上这题并不困难，但是对大部分人而言，需要一定知识基础。

时间复杂度 $O(n \times 2^n)$