

Course Selection解题报告

宁波市镇海中学 邹逍遥

1 试题来源

Codechef December Challenge 2014

<http://www.codechef.com/DEC14/problems/RIN>

2 试题大意

你要为 n 个数 a_i 各确定一个介于 $1 \sim m$ 之间的数，给出第 i 个数为 j 的收益 $f(i, j)$ ，若 $f(i, j) = -1$ 则表示不能选择。

再给出 k 个限制，每个限制形如 $a_x < a_y (x \neq y)$ 。求最大收益。

3 数据范围

$$1 \leq m, n \leq 100$$

$$0 \leq k \leq 100$$

$$-1 \leq f(i, j) \leq 100$$

保证至少存在一组解

4 算法介绍

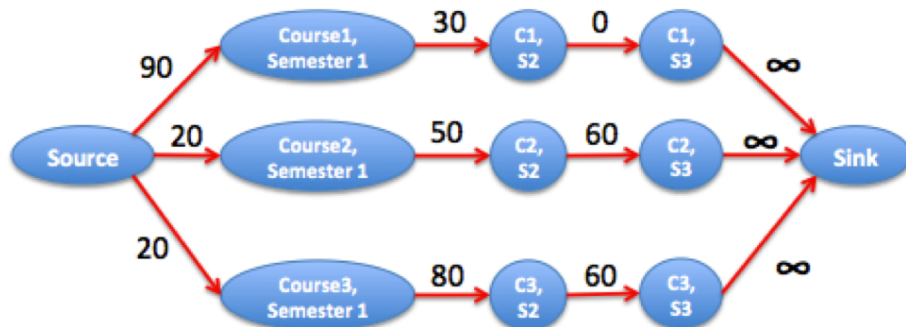
这题每种情况有收益，有限制条件，很像一个最小割的题目。

题面要求的是最大化，所以不能很好地转化为最小割。

但是注意到由于题目给出了 $f(i, j)$ 的上界，所以可以把收益 $f(i, j)$ 转变成固定的100收益和造成的 $100 - f(i, j)$ 点亏损。

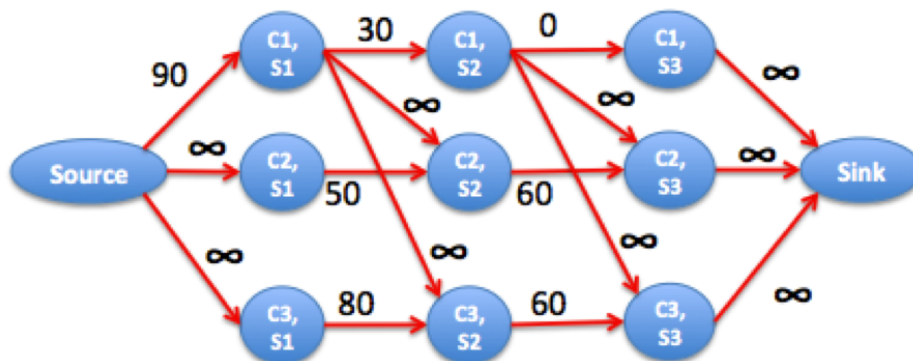
由于需要保证每个位置只能有一个值，即每个点的取值建出来的割边在最小割中只能出现一个，所以需要将同一个点建出来的边串联起来。

那么考虑一种最小割模型：对于 n 个位置各建出 m 个点，并将它们连成一条线，割掉点 (i, j) 的入边代表选择 $a_i = j$ ，所以权值就是 $100 - f(i, j)$ （当 $f(i, j) = -1$ 时连无穷大的边表示不能被割掉）。



容易看出这样建出来的模型每一行最小割中只会被割掉一条边，满足题设。

那么考虑如何加入限制：即 i 在第 k 条边割掉， j 割掉的位置不能小于等于 k 。那么可以对于这样的每一组 i, j 都加上 m 条无穷大的边，分别从 (i, k) 连向 $(j, k + 1)$ 。当然还要禁止 j 变量为1，所以要从源向第一个点连无穷大的边。



如图所示：那么假如第 i 个变量为 p ，那么所有必须在 i 后面的点都会受到限制，不能割 p 以前的点。

最后跑一遍最小割即可解决。