

泛做题表

中山一中梁景涛

January 20, 2016

Contents

1	传统题	4
1.1	Across the River	4
1.2	Knight Moving	4
1.3	Annual Parade	4
1.4	Sereja and Arcs	5
1.5	Card Shuffle	5
1.6	Two Companies	5
1.7	Rectangle Query	5
1.8	Game of Numbers	6
1.9	The Street	6
1.10	Observing the Tree	6
1.11	Counting on a directed graph	7
1.12	Chef and Balanced Strings	7
1.13	Counting D-sets	7
1.14	A Game of Thrones	7
1.15	Counting The Important Pairs	8
1.16	Dynamic GCD	8
1.17	Evil Book	8
1.18	Count Special Matrices	9
1.19	Music and Lyrics	9
1.20	Prime Distance On Tree	9
1.21	Two k-Convex Polygons	10
1.22	Little Elephant and Colored Coins	10
1.23	Sine Partition Function	10
1.24	The Baking Business	11
1.25	Xor Queries	11
1.26	Ranka	11
1.27	Children Trips	12
1.28	Counting on a Tree	12
1.29	RIN	13
1.30	Arithmetic Progressions	13
1.31	Sereja and Subsegment Increasings	14
1.32	Find a special connected block	14
1.33	Trial of Doom	14
1.34	Trial of Doom	15
1.35	Room Corner	15
1.36	Little Elephant and Boxes	15
1.37	Chef and Churu	16
1.38	Chef and Churu	16
1.39	Short	16
1.40	Short II	17
1.41	Sereja and Order	17
1.42	Different Trips	17
1.43	Graph Challenge	18

1.44	FN	18
1.45	Find a Subsequence	18
1.46	Expected Maximum Matching	18
1.47	Count on a Treap	19
2	challenge题	19
2.1	Efficient Painting	19
2.2	Killing Gs	19
2.3	Maximum Sub-rectangle in Matrix	20
2.4	Similar Graphs	20

1 传统题

1.1 Across the River

简要题意	简要题解
河是一条无限长的宽度为W 的直线。河面上有N 个木桩，M 种可以用的木头圆盘，第k 个桩的坐标为(Xk,Yk)。第k中圆盘半径为Rk,每一块的价格为Ck。每一个圆盘的中心都必须为某一个木桩的位置。你只能在直线y = 0或直线y = W或圆盘上移动（相切的两者之间可以移动）。请问从直线y = 0到直线y = W修建一座可以走过去的桥最少的花费。	考虑最短路：用(i,j)表示当前在第i木桩上放了第j个圆盘，预处理出两两之间是否可达。但是点数是nm个的，这样做边数就是 $O(n^2m^2)$ ，我们对于每一个(i,j)处理出对于第k个木桩，最小的l使得(i,j)可到达(k,l)。那么按照这样连边，每个点(i,j)再连一条边到(i,j+1)表示“升级”，按照这样建图，边数就是 $O(n^2m)$ 的，可以接受。用dijuskra来实现最短路即可。
数据范围： $1 \leq N \leq 250$ $1 \leq M \leq 250$	时间复杂度: $O(nm \log(nm) + n^2m)$

1.2 Knight Moving

简要题意	简要题解
从(0,0)，移动至(X,Y)，有两个位移向量(Ax,Ay)，(Bx,By)。有K个障碍格。计算方案数。注意到达(X,Y)后可以继续走。	第一种情况：两个位移向量线性不相关。容斥原理处理障碍格子，计算相邻两个格子间的跳的方案数即可。2. 两个位移向量线性相关。如果没有环的话，拓扑排序后Dp计算，否则有无数方案。
数据范围： $K \leq 15$	时间复杂度: $O(2^K * K)$

1.3 Annual Parade

简要题意	简要题解
有向图，边有边权，组织一场游行，游行有若干路径组成，经过边要花费边权代价，如果有城市没有被经过花费C的代价，如果有游行最终没有回到出发点花费C的代价，对于Q个不同C的询问，求最小代价。	Floyd求最短路后，可看做若干游行互不相交，但可以有环出现，也就是每个点可以有一条出边，一条入边。这样相当于所有没有入边的点要贡献代价，也就是每多一条边，就少c的代价，当然也要付出路径代价。由于每次询问c不一样，用费用流预处理出k条边下的最小费用，对于每个c，二分出最佳的位置即可。
数据范围： $2 \leq N \leq 250$ $1 \leq M \leq 30000$ $1 \leq K \leq 10000$	时间复杂度: $O(maxflow(2 * N, N * N))$

1.4 Sereja and Arcs

简要题意	简要题解
N个点，坐标分别为(1, 0), (2, 0), ..., (N, 0)。每个点有一个颜色。所有颜色相同的点对之间画圆弧。问有多少对不同颜色的圆弧相交。	设颜色i的圆弧点数为C[i]。设 $L = \sqrt{N}$ 。对于 $C[i] \leq L$ 的，两两之间的相交用树状数组处理。对于 $C[i] > L$ 的，每一种颜色都可以扫一遍线性处理与其他颜色的相交。
数据范围： $1 \leq N \leq 10^5$ $1 \leq A_i \leq 10^5$	时间复杂度: $O(N^{1.5} \log N)$

1.5 Card Shuffle

简要题意	简要题解
N张牌，Q次操作。每次：1.从顶端拿走A张牌。2.从堆顶端拿走B张牌。3.将第一步拿走的A张牌放回。4.从顶端拿走C张牌。5.将第二步拿起的B张牌一张一张放回。6.将剩下的C张牌放回。问最后牌的顺序。	直接用splay模拟即可。
数据范围： $1 \leq N, Q \leq 10^5$	时间复杂度: $O(Q \log N)$

1.6 Two Companies

简要题意	简要题解
一颗树N个节点。有A、B两种树链。分别有M1,M2条，带权值。现在要找一些树链，使得AB两种树链间互不相交，且权值最大。	首先判断两两是否相交。然后用最小割求最大权值即可。
数据范围： $1 \leq N \leq 10^5$ $1 \leq M1, M2 \leq 700$	时间复杂度: $O(M1M2 \log N + \maxflow(M1 + M2, M1 + M2))$

1.7 Rectangle Query

简要题意	简要题解
给你依次N个矩形，每次插入询问之前有多少和他有交集。	CDQ分治后变离线，排序后用树状数组即可计算有多少是不相交的，求补集即可。
数据范围： $1 \leq N \leq 10^5$	时间复杂度: $O(N \log^2 N)$

1.8 Game of Numbers

简要题意	简要题解
<p>两个长度为N的数组：A、B。两个二元组的集合S1,S2。每次操作选择两个数对(i,j),(p,q)，满足:(i,j)不在S1中，(p,q)不在S2中，$B_j > A_i, B_p < A_q, gcd(A_i, B_j) \neq 1, gcd(A_q, B_p) \neq 1, gcd(gcd(A_q, B_p), gcd(A_i, B_j)) \neq 1$。即可将(i,j),(p,q)分别加入到集合S1,S2中。求最多操作数。</p> <p>数据范围：$1 \leq N \leq 400$</p>	<p>找到所有这样的数对后，两两连边后做最大匹配就是答案，但这样做边数会很大。考虑到每个数只会有9个不同的质因数，分别向这些质因数连边后，求最大流即可。</p> <p>时间复杂度:$O(maxflow(N * N, N * N))$</p>

1.9 The Street

简要题意	简要题解
<p>维护两个长度为N的数组A、B。每次操作1.对A的一段区间加上一段等差序列。2.对B的一段区间插入一段等差序列，用最大值更新。3.给i，求$A_i + B_i$。</p> <p>数据范围：$1 \leq N \leq 10^5$</p>	<p>A的维护是经典的线段树维护。B的维护考虑对于一个区间插入一个等差序列。假设之前也有一段等差序列，那么这个区间有一半是可以完整代替的，另一半递归下去处理即可。时间复杂度$O(N \log^2 N)$空间复杂度$O(N \log N)$</p> <p>时间复杂度:$O(N \log^2 N)$</p>

1.10 Observing the Tree

简要题意	简要题解
<p>一棵树。三种操作：1.给数链上加一段等差序列。2.询问一段数链的和3.回到第k次插入后的状态。</p> <p>数据范围：$1 \leq N \leq 10^5$</p>	<p>用线段树+树剖即可维护上述操作，至于回到第k次，加可持久化即可。</p> <p>时间复杂度:$O(N \log^2 N)$</p>

1.11 Counting on a directed graph

简要题意	简要题解
给定一个N个点M条边的有向图。统计无序对(X,Y)的个数, (X,Y)满足存在一条从点1到点X的路径, 和一条从点1到点Y的路径, 且两条路径除了点1以外没有公共点。	求出多米内特树后, 求的就是lca为根的点对。
数据范围: $1 \leq N \leq 10^5$	时间复杂度: $O(N + M)$

1.12 Chef and Balanced Strings

简要题意	简要题解
给定一个字符串S。在线询问: 区间内有多少字符串满足每个字符出现的次数是偶数。	考虑分块。预处理F[i][j]表示区间[i,j*T]内的答案。G[i][j]表示区间[i*T,j]之间的答案。对于每个询问, 容斥完后, 剩下的部分只有O(N/T)个。取T为 \sqrt{N}
数据范围: $1 \leq N, Q \leq 10^5$	时间复杂度: $O(N\sqrt{N})$

1.13 Counting D-sets

简要题意	简要题解
大厨喜欢分布在N维空间中的整点, 他想知道有多少点集, 满足其直径恰好等于D。点集的直径是点集中最远的一对点的切比雪夫距离。两组点集被认为是相等的, 如果两个点集之间可以相互平移得到。	考虑通过平移把坐标变成非负, 且每条坐标轴上都有点。然后就是统计有多少点集直径 $\leq D$, 于是乎每一维有D+1种选择, 同时要把那些坐标轴上没有点的情况减去, 用容斥原理即可。
数据范围: $N \leq 1000$	时间复杂度: $O(N * N)$

1.14 A Game of Thrones

简要题意	简要题解
一张连通的简单无向图, 求边对集, 使得删去这两条边后, 图不连通。	当且仅当有完美匹配时先手必输。否则先手选择的点若可以成为孤立点, 则先选这点先手必胜。从小到大枚举孤立点, 最大流判断即可。
数据范围: $N \leq 100000, M \leq 300000$	时间复杂度: $O(maxflow(N, M))$

1.15 Counting The Important Pairs

简要题意	简要题解
1.一开始，有N个数字写在一张纸上(可能有相同数字)。2.双方轮流。3.在第一轮中，布朗先选择一个纸上的数字，把它称做游戏的当前数字。4.之后从第二轮开始：我们称现在的当前数字为u。将u从纸上擦去。然后选择另一个纸上的数字v作为当前数字，v要满足与u刚好相差一个质因子。5.无法完成操作的人输。6.如果先手获胜输出第一步操作作用的最小数字。 数据范围： $N \leq 100000$	先求dfs树，除去割边的影响后，删去两条树边边图不连通当且仅当被相同的非树边覆盖，用随机64位整数id编号，用xor和作为hash值，计算即可。 时间复杂度: $O(N)$

1.16 Dynamic GCD

简要题意	简要题解
一棵树，节点带权，若干操作：1.求树链gcd。2.树链加上一个值。 数据范围： $N \leq 100000, M \leq 100000$	转化为序列上的问题，那么这是一个经典的问题。由于 $\gcd(a,b)=\gcd(a,a-b)$ ，所以只需要维护差值即可，每次数链加一个值时只会更改两处差值，于是树剖+线段树维护即可。线段树维护相邻差值。 时间复杂度: $O(M \log^2 N)$

1.17 Evil Book

简要题意	简要题解
有N个厨师。第i位厨师有Ci点烹饪力量和Mi点魔法力量。打败第i位厨师获得Mi点魔法力量，同时需要付出Ci点努力。消耗X点魔法力量，可以选择某个i并把第i位厨师的烹饪力量Ci和魔法力量Mi都除以3。问付出最少努力使得魔法值达到666。 数据范围： $N \leq 10$	考虑除以三的次数，由于又要保证最后M'i小于666，否则只需要直接用这个厨师即可，又要保证M'i大于浪费的魔法力量，所以最后选择的范围是有限制的，每个厨师的选择方案只有不大于四种情况，枚举所有情况后贪心判断即可。 时间复杂度: $O(4^N * N * \log N)$

1.18 Count Special Matrices

简要题意	简要题解
<p>A是一个N*N的整数矩阵。x行第y个元素记作$A_{x,y}$。这个矩阵如果满足以下条件就称它是特殊的：$\forall 1 \leq x \leq N, A_{x,x} = 0, \forall x < y, A_{x,y} = A_{y,x} > 0, \forall 1 \leq x, y, z \leq N, A_{x,y} \leq \max(A_{x,z}, A_{z,y}), \forall 1 \leq x < y \leq N, A_{x,y} \in \{1, 2, \dots, N-2\}, \forall k \in \{1, 2, \dots, N-2\}, \exists x, y \in \{1, 2, \dots, N\}, A_{x,y} = k$。输入N问有多少种特殊矩阵。</p> <p>数据范围：$1 \leq T \leq 10^5, 3 \leq N \leq 10^7$</p>	<p>暴力前几项，查得数列的通项公式：$F_n = \frac{N! * (N-1)!}{2^{N-1}} * (\frac{N}{2} - \frac{2}{3} - \frac{H_{N-1}}{3}), H_N = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \dots \frac{1}{N}$，预处理逆元、阶乘、H后。O(1)回答。</p> <p>时间复杂度：$O(N) - O(1)$</p>

1.19 Music and Lyrics

简要题意	简要题解
<p>这题其实就是给定包含二十六个小写字母大写字母和数字，以及'-'的单词和句子，求每个单词在所有句子中的出现次数。</p> <p>数据范围：$1 \leq W \leq 500, 1 \leq P \leq 1000, P$表示每个要求出现频率的单词的长度。$1 \leq N \leq 100, 1 \leq S \leq 50000, S$表示每句歌词的长度。所有字符均为大写或小写英文字符或者数字或者'-'。</p>	<p>对单词建AC自动机，对每个歌词在自动机上走，建fail树，打上标记，统计答案。</p> <p>时间复杂度：$O(\sum P + \sum S)$</p>

1.20 Prime Distance On Tree

简要题意	简要题解
<p>给定一棵树。如果我们在树中等概率地选取两个不同的点，这两个点之间的距离是一个质数的概率是多少呢？</p> <p>数据范围：$1 \leq N \leq 10000$</p>	<p>对于每个质数P跑一次点分治，求有多少点之间的距离为P。</p> <p>时间复杂度：$O(N \log N P_{num})$</p>

1.21 Two k-Convex Polygons

简要题意	简要题解
给定n个棍子的长度和整数k, 求能否在其中选出2k个棍子拼成两个凸多边形。使得两个凸多边形都恰好有k跟棍子组成,且任意相邻的边都不共线。	先按长度从小到大排序。如果一直组不成凸多边形那么最长那条木棍的长度会指数上升。所以计算到当 $70 \leq n$ 时, 一定有解且用到的木棍长度一定是连续的两段。否则, 我们可得知这2k跟木棍一定是连续的一段, 那么枚举这个区间, 枚举分配方案, 判断合法否即可。
数据范围: $1 \leq N \leq 1000, 3 \leq k \leq 10$	时间复杂度: $O(L * C_{2k}^k + N)$

1.22 Little Elephant and Colored Coins

简要题意	简要题解
有N种类型的硬币, 第i种硬币价值 V_i , 颜色 C_i , 每种硬币都有无限个。用这些硬币恰好组成S美元, 最多能有多少种颜色。多组询问。	选一个硬币M出来, 那么其他硬币在没选M之前, 组成的数应该是 $S \bmod M$, 所以定义 $f[i][j][k]$, 表示前i个硬币, 组成的数 $\bmod M=j$, 用了k种颜色的情况下, 最小组成是多少。对于颜色相同的一起转移。转移时两次松弛即可。对于询问给出的S如果 $f[n][S \bmod M][c] \leq S$ 那么c可行。
数据范围: $1 \leq N \leq 30, 3 \leq V_i \leq 200000$	时间复杂度: $O(NCM + QC)$

1.23 Sine Partition Function

简要题意	简要题解
$f(M, N, X) = \sum_{k_1+k_2+\dots+k_m=N} \sin(k_1 X) \dots \sin(k_m X)$ 多组数组, 输入N,M,X,输出答案。	将 $\sin(Xk)$ 拆出来, 求出 $F(M,N,X)$ 的递推式, 矩阵乘法算出。
数据范围: $1 \leq M \leq 30, 1 \leq N \leq 1000000000(10^9), 0 \leq X \leq 6.28$	时间复杂度: $O(m^3 \log n)$

1.24 The Baking Business

简要题意	简要题解
<p>S个操作，操作格式如下：出售：I 产品编号[.大小编号]省编号[.城市编号[.地区编号]]性别,年龄,出售数量。询问：Q 产品编号[.大小编号]省编号[.城市编号[.地区编号]]性别,起始年龄[-结束年龄]这询问在该范围下的出售总数。如果可选部分缺失的话，那么它意味着询问在该限制下的所有出售总数。</p> <p>数据范围：有10种产品，每种都有3种不同的大小。有10个省份，每个省份可以被划分为20个城市，每个城市又可以被划分成5个地区。$S \leq 100000$</p>	<p>模拟题，建一颗树，每次插入或查询时在树上操作即可，注意细节和空间。</p> <p>时间复杂度:$O(S)$</p>

1.25 Xor Queries

简要题意	简要题解
<p>一些询问：类型0：在数组最后加入数字x。类型1：在区间L..R中找到数字y，最大化(x xor y)类型2：删除数组最后k个元素。类型3：在区间L..R中，统计小于等于x的元素个数。类型4：在区间L..R中，找到第k小的数。</p> <p>数据范围：$1 \leq M \leq 5 * 10^5$</p>	<p>对于类型1，可以用持久化trie解决。对于类型2，暴力操作。对于类型3，经典可持久化权值线段树解决对于类型4，同类型3。</p> <p>时间复杂度:$O(M \log N)$</p>

1.26 Ranka

简要题意	简要题解
<p>构造题，构造N步围棋，不能有重复状态。</p> <p>数据范围：$N = 10000$</p>	<p>考虑到：棋盘满了就肯定会提子，而且放满一个棋盘要走$9*9*2=162$步，我们让放满时有$9*9$种不同的状态。最后$9*9*9*9*2=13122$步，可以解决本题。</p> <p>时间复杂度:$O(N)$</p>

1.27 Children Trips

简要题意	简要题解
一颗带权树，很多询问，每个询问给你起点、终点以及体力，请你计算需要花多少天。	分块，对于体力小于 \sqrt{N} 的，预处理答案，对于体力大于 \sqrt{N} 的，倍增地暴力跑。
数据范围： $N \leq 100000$	时间复杂度： $O(N * \sqrt{N} * \log N)$

1.28 Counting on a Tree

简要题意	简要题解
你的任务是计算有多少无序数对(S,T)，满足连接S,T两点的路径上，所有边权的最大公约数等于1。当然还有Q次修改边权操作。	对每个数，找到其所有质因数，由于边权的值有限制，计算可得不同质因数个数最多只有7个，也就是包含同一个边权的不同的可能只有 2^7 种。对于每一条边，建一个长度为 2^7 的数组，表示这条边下的子树中连接这条边的树链gcd值等于此下标的个数。这个数组很容易维护，对于每条边，枚举其每一个孩子即可。建好数组后，对于所有“兄弟”边，求这些树链两两之间的贡献，开一个大数组，把每条边的所有状态数值都放在数组里，枚举每一条边，再枚举其状态，用容斥原理求出有多少条边和他连接后的gcd值等于1。对于修改操作，由于次数很少，遍历整个树，看看跟这条边相连的树链的贡献即可。
数据范围： $N \leq 100000, Q \leq 100$	时间复杂度： $O(N * 2^7 + QN)$

1.29 RIN

简要题意	简要题解
N项课程，M个学期。一些课程有前置课程。相同的课程在不同的学期中有不同得分。求分数平均值的最大值。	首先要二分平均值，接着把所有分数减去此平均值，看看最高得分是否为正。回忆起一个经典的最小割模型，就是每个点可以有两种选择，然后不同的点不同的选择有不同的利益关系。这个经典模型现在拓展到，一个点可以有M+1种选择了（可以不选），然后有一些关系就是一个点的选择不能比另一个点的选择后。我们可以类似的构图，每个课程从源点连向第一个学期、第二个学期...第m个学期，再连到汇点。对于一个拓扑关系u,v表示u要在v之前上，那么连一条边从u的第i个学期到v的i个学期，流量为inf。由于拓扑关系是没有环的，把权值取负后，同时加上一个数使其变正，由于每个课程一定会割一条边，所以最后再减去这个加上的值是可以的。按这样建图求最小割判断其是否为正即可。
数据范围： $N, M \leq 100$	时间复杂度: $O(maxflow(N * M, N * N * M) \log 10^6)$

1.30 Arithmetic Progressions

简要题意	简要题解
给定N个整数A1,A2,...,AN, Dexter希望知道有多少种选择三个数的方法使得他们构成一个等差数列。	分块后，1.三个都在块内:枚举两个数，求得第三个数。2.两个块内，一个块外:也是枚举两个数，求得第三个数。3.一个块内，两个块外:这种情况只要求块内的是中间的情况即可，由于两个取两个数的和等于两倍块内的数。所以用FFT求两边多项式相乘，每一项对应系数即是该项有多少方案。然后再对应块内的数即可。
数据范围： $N \leq 100000$	时间复杂度: $O(N * \sqrt{N} * \log N)$

1.31 Sereja and Subsegment Increasing

简要题意	简要题解
一个包含 n 个整数的序列 A 。Sereja还有一个包含 n 个整数的序列 $B:B_1, B_2, \dots, B_n$ 。在一次操作中，Sereja可以选择两个下标 i 和 j ，然后把所有 A_i 到 A_j 之间的元素（包含），增加1之后模4。现在Sereja想知道，将 A 数组转换成 B ，至少要执行多少次操作。	用 A 减去 B 后，再相邻做差，也就是题目变成选两个数，左边+1，右边-1最后变成0，答案就是所有正值相加，也就是我们可以让左边加个4，右边减个4，最后使得正值相加和最小，明显-1，+1更新是不会更优的，贪心的让+2,+3减去就好了。
数据范围： $N \leq 100000$	时间复杂度: $O(N)$

1.32 Find a special connected block

简要题意	简要题解
一个 $N*M$ 的矩阵，每个格子上填着从-1到 $N*M$ 中的一个数。找到一个联通块(只能通过上下左右四个方向连接)，至少要包含 K 个不同的正数，且不能有-1。每一个格子有代价，求最小代价和。	如果颜色数只有 K 种，那么可以用斯坦纳树算法解决，那么每次随机选 K 种颜色作为可能的答案颜色，其他颜色随机一个 $[1, K]$ 的颜色，再做斯坦纳树，重复多次即可把正确率提到很高。
数据范围： $N, M \leq 15, K \leq 7$	时间复杂度: $O(3^k NM * Times)$

1.33 Trial of Doom

简要题意	简要题解
$n*m$ 个格子，每个格子可以是蓝色或红色。现在在 $(1,1)$ ，出口在 (n,m) ，需要到达终点并使得所有格子都是蓝色的。约翰尼可以移动到八个相邻的格子上，每当他离开一个格子，那么这个格子和它周围的四个格子会改变颜色。	对于 $\min(n, m) > 1$ 的情况，可以到达任意一个格子，也可以任意操作一个格子，所以只要判断不存在合法方案就可以了。先把所有红色转移到第一列，再用最后一列操作，高斯消元判断是否有解。对于 $\min(n, m) = 1$ 的，操作次数跟 m 异奇偶，所以求出操作次数的奇偶性判断即可。
数据范围： $1 \leq n, m \leq 10^9, \min(n, m) \leq 40$	时间复杂度: $O(\min(n, m)^3)$

1.34 Trial of Doom

简要题意	简要题解
<p>$n*m$个格子，每个格子可以是蓝色或红色。现在在(1,1)，出口在(n,m)，需要到达终点并使得所有格子都是蓝色的。约翰尼可以移动到八个相邻的格子上，每当他离开一个格子，那么这个格子和它周围的四个格子会改变颜色。</p> <p>数据范围：$1 \leq n, m \leq 10^9, \min(n, m) \leq 40$</p>	<p>对于$\min(n, m) > 1$的情况，可以到达任意一个格子，也可以任意操作一个格子，所以只要判断是否存在合法方案就可以了。先把所有红色转移到第一列，再用最后一列操作，高斯消元判断是否有解。对于$\min(n, m) = 1$的，操作次数跟m异奇偶，所以求出操作次数的奇偶性判断即可。</p> <p>时间复杂度:$O(\min(n, m)^3)$</p>

1.35 Room Corner

简要题意	简要题解
<p>给你一个边都水平或竖直的多边形图，每个90度内角都有一个小孩，每次可以讲相邻两个小孩交换位置，操作可以同时进行。Q次询问每次询问两个小孩对调位置需要的时间。</p> <p>数据范围：$1 \leq n, m \leq 2500, Q \leq 10000$</p>	<p>先预处理多边形形成一个环，注意细节。然后，问题变成了一个图论问题，每次询问，二分相遇点，我们希望二分的相遇点离每次询问两个点之间的中点越近越好。</p> <p>时间复杂度:$O(n * m + Q * \log N)$</p>

1.36 Little Elephant and Boxes

简要题意	简要题解
<p>有n个盒子，打开第i个盒子，他有$\frac{P_i}{100}$的概率获得V_i美元的钱有$(1 - \frac{P_i}{100})$的概率获得一个钻石。m个物品，第j个物品需要花费恰好C_j美元的钱和D_j个钻石。当获得了一定量的钱和钻石后，买尽可能多的物品。每个物品只能购买一次。当打开所有的盒子后，期望能够买到的物品个数是多少？</p> <p>数据范围：$1 \leq n \leq 30$</p>	<p>由于$n_i=30$，让人想到meet in middle的算法，由于金钱很大，但钻石和物品数都是有限的，所有考虑先预处理一个$Dp[i][j]$表示用i个钻石买j个物品最少的钱数。然后对盒子分开两边枚举，对于一边处理他每种钻石数的钱数和概率，再枚举另外一边，对于一种情况，枚举左边的钻石数和物品数量可以得知想买这么多东西的金钱范围，不能多也不能少，累加概率即可。</p> <p>时间复杂度:$O(2^{(n/2)} * \log N)$</p>

1.37 Chef and Churu

简要题意	简要题解
大厨有一个含N个数字的数组A，元素标号1到N，同时他也有N个函数，也标号1到N。第i个函数会返回数组中标号L[i]和R[i]之间的元素的和。大厨会对Churu进行一下两种询问:1 x y 将数组的第x个元素修改为y。2 m n 询问标号在m和n之间的函数的值的和。	考虑分块，对于序列A设置一个前缀和数组H，对其分块，对于函数也分块，每次修改，对H后面的块打标记，多出来的暴力标记，这样每次询问单函数就是O(1)的，同时对于每个函数块打标记。对于每个询问，每个块已经求出来了，其他的暴力求就可以了。
数据范围: $1 \leq n \leq 10^5$	时间复杂度: $O(N\sqrt{N})$

1.38 Chef and Churu

简要题意	简要题解
大厨有一个含N个数字的数组A，元素标号1到N，同时他也有N个函数，也标号1到N。第i个函数会返回数组中标号L[i]和R[i]之间的元素的和。大厨会对Churu进行一下两种询问:1 x y 将数组的第x个元素修改为y。2 m n 询问标号在m和n之间的函数的值的和。	考虑分块，对于序列A设置一个前缀和数组H，对其分块，对于函数也分块，每次修改，对H后面的块打标记，多出来的暴力标记，这样每次询问单函数就是O(1)的，同时对于每个函数块打标记。对于每个询问，每个块已经求出来了，其他的暴力求就可以了。
数据范围: $1 \leq n \leq 10^5$	时间复杂度: $O(N\sqrt{N})$

1.39 Short

简要题意	简要题解
给你两个数n, k, 你需要找出所有的数对(a,b), 满足 $n < a < k, n < b < k$, 并且ab-n可以被(a-n)(b-n)整除	设出一个k, 然后由 $k \geq 2a \leq b$ 求出a的取值是O(n)的所以可以枚举a, 再枚举约数, 然而约数会到后面变得很大, 然而k由于 $a \leq b$ 所以a越大k的取值会越来越小, 所以到某个阈值可以改为枚举k。
数据范围: $1 \leq n \leq 10^5, k \leq 10^{18}$	时间复杂度: $O(N\sqrt{N})$

1.40 Short II

简要题意	简要题解
给定 p (一个质数), 问有多少对 $a, b (a > p, b > p)$ 满足 ab 被 $(a-p)(b-p)$ 整除。	设 $a' = a-p, b' = b-p$ 分三种情况讨论, 第一种 a 和 b 都是 p 的倍数, 第二种是都不是, 第三种是其中一个是, 第一种有且仅有五种情况, 第二种可以通过枚举 b , 枚举 $ka-1$, 由于 $b*(ka-1)=p+a$, 而且 a 的范围只有 $O(\sqrt{P})$ 所以 b 和 $ka-1$ 都可以值枚举到 $O(\sqrt{P})$ 剩下的可以通过不等式求出只有 $O(1)$ 个解。第三种情况是第二种情况的2倍。
数据范围: $1 \leq p \leq 10^{12}$	时间复杂度: $O(\sqrt{p})$

1.41 Sereja and Order

简要题意	简要题解
Sereja有 N 个程序, 每个程序都需要在两台电脑上分别运行。第 i 个程序需要在第一台电脑上运行 $A[i]$ 秒, 在第二台电脑上运行 $B[i]$ 秒。一台电脑不能同时运行两个程序, 一个程序也不能同时在两台电脑上运行。Sereja需要用最少的时间完成所有程序在两台电脑上运行的任务, 请你帮帮他。	我们知道答案的下限是 $\text{Max}(\text{sum}(A[i]), \text{sum}(B[i]), \text{Max}(A[i]+B[i]))$, 而且我们是可以取到这个下界的, 而且会有很多种情况都可以到达下界, 如果下界是 $A[i]+B[i]$ 那么暴力塞就可以了, 如果不是, 就每次随机一个运行的顺序, 贪心他的最小时间看看能不能到达下界。时间复杂度 (nT)
数据范围: $1 \leq n \leq 10000$	时间复杂度: $O(n)$

1.42 Different Trips

简要题意	简要题解
一棵树, 其中1是根结点。假如两个城市的度数相同, 则他们被认为是相似的。大厨会选择一些路径进行旅游: 首先大厨确定城市 A , 然后在 A 到根的路径上确定一个城市 B , 然后城市 A 到 B 就是一条可行的路径。两条路径被认为是相似的当且仅当他们的长度相同且按顺序一一对应的城市都相似。大厨想知道有多少种不相似的可行的路径。	题目相当于给出一个trie问有多少个不同的字串, 直接建后缀自动机即可。
数据范围: $1 \leq n \leq 100000$	时间复杂度: $O(n)$

1.43 Graph Challenge

简要题意	简要题解
给一个有向图且1可以到达所有点，问有多少个点被别人当做必经点。	直接套多米内特树的算法就可以了。
数据范围: $1 \leq n \leq 100000$	时间复杂度: $O(n)$

1.44 FN

简要题意	简要题解
你的任务很简单，给定一个素数P，和非负整数C，找到最小的非负整数n，满足 $F_n = C \pmod{P}$ ($P \pmod{10}$ 是完全平方数)	首先将 F_n 的通项公式写出来，我们发现5是P的二次剩余，于是题目变成了一个解二次方程、离散对数的问题。套用二次剩余的算法和BSGS即可。
数据范围: $1 \leq p \leq 2 * 10^9$	时间复杂度: $O(n)$

1.45 Find a Subsequence

简要题意	简要题解
给你一个长度为N的数组A[0],A[1],...,A[N-1]和一个字符串B，B是“12345”的排列。你需要找到一个长度为5的A的子序列，该子序列中的元素互不相等，并满足他们的相对大小和B一样。	N^2 枚举B2和B4对应的数，然后B1和B5的数分情况贪心，因为在边界，一定是取范围内最大或最小，对于B3，只要判断区间内是否有对应范围的数即可。所有这些都可以 n^2 预处理。
数据范围: $1 \leq n \leq 1000$	时间复杂度: $O(n^2)$

1.46 Expected Maximum Matching

简要题意	简要题解
以下方式随机生成一个二分图：左边第i个点和右边第j个点之间有边的概率为 $f[i][j]$ 。求这样生成的二分图的最大匹配的期望值。	考虑hall定理，因为 $n \leq 5$ 很小，考虑用一个无符号int表示所有子集是否满足有对应这么多的相邻点数。然而合法状态只有不到500种，可以通过bfs预处理出所有状态和转移，Dp一下就可以了。
数据范围: $1 \leq n \leq 5, m \leq 100$	时间复杂度: $O(500 * n * 2^n)$

1.47 Count on a Treap

简要题意	简要题解
<p>要求你维护一个大根堆Treap，要求支持：</p> <p>0 k w: 插入一个关键字为k，权值为w的点</p> <p>1 k: 删除一个关键字为k的点。</p> <p>2 ku kv: 返回关键字分别为ku和kv两个节点的距离</p> <p>保证任意时刻树中结点key和weight都是两两不同的。不会删除当前Treap中不存在的点</p> <p>数据范围: $1 \leq n \leq 10^5$</p>	<p>两点的lca是关键字区间内权值最大的点，一个点的深度是找到所有k使得k到此关键字的最大权值就是k这个点本身，这些都可以用线段树维护，维护的就是一段区间内有多少个点改变了当前最大值，维护区间最大、区间关键点个数即可在$O(\log^2)$内维护每个询问和修改</p> <p>时间复杂度:$O(N\log^2 N)$</p>

2 challenge题

2.1 Efficient Painting

简要题意	简要题解
<p>初始时全是白色的正方形。他每次可以画一个矩形，矩形的边长是整数，且边必须平行于坐标轴。他有三种方法画一个矩形：（1）White - 矩形内全涂成白色。（2）Black - 矩形内全涂成黑色。（3）Flip - 矩形内的白色变成黑色，黑色变成白色。</p> <p>数据范围: $10 \leq n \leq 50$</p>	<p>第一种方法：不用F操作，考虑倒过来来操作每次找一个最大的相同颜色的矩阵，把他设成最后一次操作，然后染上问号，问号即可以使任何颜色，然而这种方法居然表现的不尽如人意，最多只拿60</p> <p>时间复杂度:$O(n^4)$</p>

2.2 Killing Gs

简要题意	简要题解
<p>厨师打算用杀虫剂杀死所有的G。m种可用的杀虫剂，第j种杀虫剂的价格是Cj。使用第j种杀虫剂，第i只G将会有Pi,j</p> <p>数据范围: $50 \leq n \leq 200$ $50 \leq m \leq 200$</p>	<p>考虑模拟退火，每次温度为k，那么就将k个灭虫剂改变其状态，每个概率对十取对数，求出每个杀虫剂对每只还没死的虫的概率和，按性价比排序，贪心取直到满足条件，这样就可以了。</p> <p>时间复杂度:$O(Times * nm)$</p>

2.3 Maximum Sub-rectangle in Matrix

简要题意	简要题解
给出一个 $H \times W$ 的整数矩阵A，求一个子矩阵使其中元素之和尽可能大。这个子矩阵不要求是连续的，即求出一些行和一些列，选取这些行列相交处的元素，输出这些行列。	爬山算法，每次随机一个行或一个列，若更劣，一定的概率更新，否则直接代替，循环多次即可。
数据范围： $200 \leq H, W \leq 300$	时间复杂度: $O(Times * HW)$

2.4 Similar Graphs

简要题意	简要题解
定义两个图的相似值为当拥有相同一条边时，相似值累加。给两个图编号使得最后相似值尽量大。	爬山算法，每次随机两个点交换，若更劣，一定的概率更新，循环多次即可。
数据范围：N是30-75之间的随机数。	时间复杂度: $O(Times * HW)$