ACM/ICPC World Finals 2013 E Harvard 解题报告

——武汉二中 黄斐

1. 题目简述

有一台计算机拥有 b 块不同的内存区域,每块能储存 s 个变量。有一段程序,操作有 2 种,循环指令和访问变量指令。如果访问的变量在 1 号内存区域中则需要一条指令,不在 1 号内存区域中则需要操作 BSR 表明区域位置(除非 BSR 已经是想要的值),然后再访问(两条指令)。给定程序、内存块数、内存大小,求出一个变量到内存位置的映射,使得程序需要运行的指令数最少。其中 b、s、变量个数≤13,程序长度不超过 1000,答案在 long long 范围内。时间限制 10s。

2. 解题思路

首先设变量个数为 n,程序长度为 l。

因为每次访问变量始终都要使用 1 条指令,所以这题实际上是要求切换 BSR 的次数,也就是相邻 2 次访问变量(忽略在 1 号内存块上的变量)不在同一内存块上的最小值。

变量个数非常少,考虑搜索搜出每一个变量的位置,然后代入更新答案。

复杂度为 s^n*I,显然裸做是会超时的,从两个方面考虑优化。

搜索剪枝:这道题不能搜一部分,算出可能的最小解,使用最优化剪枝,所以需要根据题目特点进行剪枝。剪枝 1,1 号内存如果能填满,则一定会填满(否则将任意在其他内存块的变量移到 1 号内存块,答案不会更差)。剪枝 2,使用率最小的 2 块内存区域和一定小于 s(否则将这 2 块合为 1 块,答案不会更差)。这样剪枝以后最坏情况下需要更新答案的次数将近 300W 次。

减少每次验算的复杂度:如果每次都要带入程序重算的话,每次验算的复杂度为 O(I),不能接受。观察可以发现答案只和每 2 个变量相邻的次数有关系,也就是我们可以开出一个数组 t[i][j]记录 i 号变量和 j 号变量相邻的次数,这样每次搜完后都可以再 O(n^2)的复杂度内更新答案。但是注意到一点,计算相邻次数的时候要忽略在 1 号内存块上的变量,也就是说我们必须要在把第 1 块内存块上的变量搜完才能计算这个数组。预处理的复杂度为 O(I*n^2),也可以优化到 O(I),由于不是算法瓶颈所以没有优化。

重新整理思路,就是说首先搜谁在 1 号内存块,预处理 t 数组,然后搜剩下的元素,然后更新答案。这样的复杂度大约是 C(n,s)*I*n^2+300W*n^2≤10E,足够能通过此题。

3. 感想

这道题在比赛的时候做出来的队很少,但是其实不是这题很难,而是复杂度难以估计,只有写后试试才能知道计算次数,不能保证是否可以通过。