

# FINDSEQ解题报告

袁伟强

October 18, 2015

## 1 题目描述

给一个长度为 $N$ 的数组 $A$ 和一个12345的排列 $B$ 。求一个长度为5的 $A$ 的子序列，使得其中元素的相对顺序和 $B$ 一样。

即求一组 $i_0 < i_1 < i_2 < i_3 < i_4$ ，使得 $A_{i_k}$ 是这5个数中第 $B_k$ 小的。  
 $N \leq 1000$ 。

## 2 算法讨论

### 2.1 大致思路

由于我们只关心数的相对大小，所以先将 $A$ 离散化。

我们确定了一些位置后，可能会关心在某一区间中，是否存在数值在某一范围中的位置。只需通过预处理出二维前缀和，便可在 $O(1)$ 的时间内回答这一问题。

我们希望能够枚举尽量少的位置，然后通过一些贪心策略来判断是否有解。

### 2.2 朴素做法

首先，必然存在 $k \in \{2, 3, 4\}$ ，使得 $|B_0 - B_k| > 1$ 。

枚举除了0号位和 $k$ 号位的3个位置。根据这3个位置，我们可以确定0号位和 $k$ 号位的位置范围和数值范围，且它们是不交的。这意味着，如果确定了其中一个，另一个的位置范围和数值范围不会发生改变。

那么，我们只需分别对0号位和 $k$ 号位进行 $O(1)$ 的询问便可得到是否有解。

时间复杂度 $O(N^3)$ 。

### 2.3 满分做法

枚举 $i_1$ 和 $i_3$ ，这样剩下的数的位置范围就确定了，它们互不干扰。但是，它们的数值范围有所交集。

设 $S, M, L \in \{0, 2, 4\}$ ,  $b_S < b_M < b_L$ ，接下来，我们利用贪心的策略来确定 $i_S, i_L$ 。

我们希望 $A_{i_S}$ 尽量小， $A_{i_L}$ 尽量大，这样 $A_{i_M}$ 的范围就能够尽可能的大。

求位置和数值均在某一范围、数值最小/最大的数，可以通过二分得到。

如果不存在 $i_L, i_S$ 满足其数值范围，或确定 $i_L, i_S$ 后不存在 $i_M$ 满足其数值范围，那么对于枚举的 $i_1$ 和 $i_3$ 便不存在一组解。

如果有解，直接 $O(N)$ 确定 $i_S$ 和 $i_L$ ，再 $O(N)$ 确定 $i_M$ ，便可得到答案。

该算法的时间复杂度为 $O(N^2 \log N)$ ，事实上，我们还可以做进一步优化。

令 $pre\_min[i][j] = \min(a[k] | 1 \leq k \leq i, a[k] \geq j)$ ，可以通过 $O(N^2)$ 的预处理得到。类似的，我们可以预处理出前缀最大值、后缀最小值、后缀最大值。

同样，我们还是枚举 $i_1$ 和 $i_3$ 。 $S$ 和 $L$ 中，必然有一个是0或4，这样，我们便可以通过之前的预处理确定其中的一个。

确定了其中的一个后，我们发现，剩下的两个事实上是对称的。比如我们确定了 $i_S$ ，一方面，我们要让 $i_L$ 尽量大；但另一方面，我们也希望 $i_M$ 尽量小。这样无论哪一个是0或4，都可以 $O(1)$ 确定。问题便在 $O(N^2)$ 的时间内得到了解决。