Moving Pebbles 解题报告

绍兴市第一中学 任之洲

1 试题来源

SPOJ PEBBMOV

2 试题大意

有n堆石子，第i堆共A_i颗石子，两个人开始博弈。

规则为每次从一堆中扔掉至少一个石子，然后将这堆中剩下的石子取出任意个（可以是0个）分配到别的任意堆中（可以是好几堆），不能操作的人为负。

数据范围：$n \leq 10^5$，A_i可能是高精度数。

3 算法介绍

首先可以构造一种简单的先手必败态：

- n是偶数。
- $A_1 = A_2, A_3 = A_4, A_5 = A_6, ..., A_{n-1} = A_n$。

对于这种局面，先手无论怎样操作，后手只要一样操作就可以了。

接下来可以证明对于剩下的所有情况，先手都有必胜策略。设$A_{i-1} \leq A_i$，分奇偶两种情况讨论。

对于n是奇数的情况，一定满足

$$\sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} A_{2i} - A_{2i-1} < A_n$$

对于这种情况，可以直接把A_n分解，构造出先手必败态。

对于n是偶数，且不是必败态的情况，一定可以找到一个k满足$A_{2k} \neq A_{2k-1}$。

取这个k为最小的k，则一定满足

$$\sum_{i=k}^{\frac{n}{2}-1} A_{2i+1} - A_{2i} < A_n - A_{2k-1}$$

可以直接通过分解A_n把A_n变成A_{2k-1}，从而把当前局面转化为先手必败态。

经过以上分析得到结论：必败态只有一开始构造的那一种可能。排序后判断即可。

不考虑高精度的时间、空间开销，时间复杂度$O(n \log n)$，空间复杂度$O(n)$。