

# Hyper Almost Permutative String 解题报告

长沙市雅礼中学 袁宇韬

## 1 题目大意

定义一个长度为  $n$  的字符串为排列串，当且仅当这个字符串包含了前  $n$  个字母。给定两个长度为  $n$  的排列串，求出最短的串包含这两个串，且每个长度为  $n+1$  的子串可以去掉一个字符变为排列串。

题目来源: <http://acm.sgu.ru/problem.php?problem=268>

## 2 算法描述

显然给出的两个串一定分别为求出的串的前缀和后缀，否则可以去掉一些字符仍然满足条件。这样可以枚举两个串的前后顺序。

考虑答案串的一个长度为  $n+2$  的子串，其中前  $n+1$  个字符中有  $n$  个位置确定为不同的字符。由于后  $n+1$  个字符要满足条件，则要么第一个字符与最后一个字符相同，要么第一个字符在前  $n+1$  个字符中出现了两次。无论是哪种情况，后  $n+1$  个字符中有  $n$  个字符已经确定，可以继续推理。

考虑从作为答案前缀的输入串开始，每次找到下一个选择第二种情况的位置。一开始前  $n$  个字符为确定的排列串，接下来一个字符可以任意选择。如果在这一步之前连续有  $m$  步选择第一种情况，则接下来  $m$  个字符与前  $m$  个字符相同，而可以任意选择的字符应该选择为第  $m+1$  个字符。这样相当于将排列串的前  $m$  个字符和后  $n-m-1$  个字符交换。

将可以任意选择的位置用特殊字符表示，则可以将一个排列串和之后的特殊字符进行循环变换。这样之前的操作相当于在这个串中将特殊字符和后面的第  $m$  个字符交换。目标条件为这个串与给出的另一个串加上特殊字符的串循环同构。

枚举两个串循环同构时的相对位置。这样相当于要将一个串中的每个字符按照上面的方式移动到另一个串中的对应位置。注意到所有非特殊字符只能向左移动，而将一个字符向左移动  $m$  位需要  $m$  的代价，可以求出每个字符需要的代价。这样可以在  $O(n)$  时间内求出一个相对位置的答案，总时间复杂度为  $O(n^2)$ 。

注意到将一个串循环移动一位后，每个字符的移动代价会在模  $n + 1$  意义下增加 1。由于循环移动的步数不超过  $n$ ，只要求出在循环移动  $i$  位后有多少字符的移动代价在不取模时至少有  $n + 1$ ，就可以求出循环移动  $i$  为的答案。

这样可以在  $O(n)$  时间求出答案串的长度，但由于这个长度为  $O(n^2)$  的，时间复杂度仍然为  $O(n^2)$ 。