

Bestcoder Round20 解题报告

浙江省余姚中学 张浩威

1 摘要

这是我在bestcoder上最早出的一套题目，在这里分享一下出题的过程，试题可以在http://bestcoder.hdu.edu.cn/contests/contest_show.php?cid=552找到。

2 1001

2.1 题目大意

有 n 个人，每个人将投票给一个人，求最终谁得到的票数最多，若票数相同，输出编号较小的人的编号。共有 T 组数据。

2.2 数据范围

$$1 \leq T \leq 50, 1 \leq n \leq 100.$$

2.3 解析

利用数组边读入边累计每个人的票数，最终枚举每个人并更新答案就可以了。

本题是为了照顾刚入门的同学，让其能在bestcoder的比赛中得到分数而设计的。

3 1002

3.1 题目大意

在X轴上有n条线段，每条线段形如 X_i 至 Y_i ，令A为被线段覆盖最多的点的位置，求A被覆盖了多少条线段。共有T组数据。

3.2 数据范围

$$1 \leq T \leq 10, 1 \leq n \leq 10^5, 1 \leq X_i \leq Y_i \leq 10^9.$$

3.3 解析

考虑最暴力的做法，我们将所有线段所覆盖的点在数组中表示出来，最后进行线扫描找最优解。这个复杂度是 $O(10^9 * n)$ 的。

我们现在要优化这个做法。

注意到每条线段是可以离散化的，复杂度可以降为 $O(n^2)$ 。

事实上我们不需要通过枚举在数组中表示，而是可以直接用两个端点来表示，最终进行前缀和操作就能实现原来的操作了。

具体的可以令 $f[X_i] += 1, f[Y_i + 1] -= 1$ ，最终令所有 $f[i] += f[i - 1]$ 。这样f就表示每个点被线段覆盖的次数了，求最大值即可。

另外本题是可以通过two point来解决的，这个题目是有普及组难度的，需要有一定基础的同学才做的出来。

4 1003

4.1 题目大意

有n个人，每个人手里有两种类型的魔法球，并且每个魔法球有其质量，设为 A_i 和 B_i 。最多可以进行m次操作，每次操作可以将一个人手里的两个魔法球交换，即 $\text{swap}(A_i, B_i)$ 。最终要使A的最长上升子序列最大。共有T组数据。

4.2 数据范围

$$1 \leq T \leq 5, 1 \leq n, m \leq 1000, 1 \leq A_i, B_i \leq 10^9.$$

4.3 解析

考虑经典的最长上升子序列问题。

令 $dp[i]$ 表示以 i 这个数字结尾的最长上升子序列是多少。

对于枚举到位置 x ，且 $a_x=i$ ，有 $dp[i]=\max\{dp[j]+1\}(1 \leq j \leq i-1)$ ，其中枚举状态时可以通过树状数组来加速，时间复杂度为 $O(n\log_2 n)$ 。

那么对于这个题目，我们可以令 $dp[i][j]$ 表示当前使用了 i 次操作，且以 j 这个数字结尾的最长上升子序列是多少，转移与经典题类似，维护 m 棵数状数组就可以解决了。

该题的难度上升至提高组难度，考察了经典题与数据结构的综合应用，但对于实力较高的选手仍是“一眼题”。

5 1004

5.1 题目大意

在一个三维平面内，维护两种操作。1：在一个三维坐标上加入一个点；2：查询一个三维空间内有多少点。共有 T 组数据。

5.2 数据范围

$1 \leq \text{操作次数} \leq 50000, 1 \leq T \leq 5$ 。

5.3 解析

我们可以通过 cdq 分治来解决这个问题，即损失一个 $\log_2 n$ 的复杂度将在线问题转换为离线问题。

按第一维进行排序， (x_1, y_1, z_1) 至 (x_2, y_2, z_2) 的点的个数可以表示为 $(0, y_1, z_1)$ 至 (x_2, y_2, z_2) 的点的个数减去 $(0, y_1, z_1)$ 至 (x_1-1, y_2, z_2) 的点的个数。

将第二维离散化，按第二维建立权值线段树，再按第三维建立平衡树(即树套树)，每次查询只需在线段树中对应的 $\log_2 n$ 个区间的平衡树中查找相应的点的个数就可以了。

时间复杂度为 $n\log_2^3 n$ ，空间复杂度为 $n\lg n$ 。另外这题也可以用 cdq 分治套 cdq 分治套线段树（树状数组）来写。

对于 n 维问题通过分治后可以转化为 $n-1$ 维的问题。
本题考查的是选手对于数据结构的应用能力。

6 得分情况

共508人通过1001,194人通过1002,53人通过1003,4人通过1004。

7 总结

这套题目就区分度而言是十分不错的。
不足之处是对于高水平选手来说每道题目的思维复杂度都较为简单，有待改进。