

Curvy Little Bottles

试题来源:

ACM/ICPC World Finals 2012 B

题目大意:

给定一个 N 次多项式曲线和 x_{low} 及 x_{high} , 求 x_{low} 到 x_{high} 间的曲线绕 x 轴旋转一周所构成的柱体体积是多少, 给定定值增量 inc , 每隔 inc 体积做一次标记, 只标记从 x_{low} 开始 (不含 x_{low}) 的前 8 个标记, 问每个标记距离 x_{low} 的距离是多少。

考察算法:

积分 二分

题解:

曲线 $y=f(x)$, 直线 $x=a$, $x=b$ 及 x 轴围成图形, 绕 x 轴旋转一周所构成的旋转体体积 V_{ab} 为:

$$V_{ab} = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

暴力计算函数 $f^2(x)$ 的各项系数, 然后通过定积分求得旋转体的体积。确定曲线 $y=g(x)$ 、直线 $x=l$ 与 x 轴, 右侧直线 $x=r$ 随着 r 的增加, 曲线 $y=g(x)$ 、直线 $x=l$ 、 $x=r$ 与 x 轴围成图形绕 x 轴旋转所得的旋转体的体积单调递增, 所以可以采用二分求得每个标记的位置, 计算出标记到 low 的距离。

计算函数 $f^2(x)$ 的复杂度为 $O(N^2)$, 每次定积分求旋转体体积的复杂度为 $O(N)$, 所以最后的复杂度为 $O(N^2 + N \log M)$ 。