

“Binary Cat” Club 解题报告

长沙市雅礼中学 袁宇韬

1 题目大意

给定一个操作序列，每次可以加入一个元素，删除一个元素，判断当前元素个数为一个给定的值。你需要插入尽可能少的操作，使得每次加入元素时该元素不存在，每次删除元素时该元素存在，且每次判断元素个数时元素个数恰好为给定的值。

题目来源：<http://acm.sgu.ru/problem.php?problem=395>

2 算法描述

为了满足前两个条件，需要关于每个元素的操作中第一次为加入，且接下来加入元素和删除元素交替出现。需要在这个元素的操作序列中插入一些操作使得序列合法。如果在序列的相邻两个位置之间插入了至少三个操作，则由于加入和删除操作交替出现，一定有连续两个插入的操作依次为加入元素和删除元素。这样可以将这两次操作变为在另一个元素上的操作，方案仍然合法。因此可以假设在相邻两个位置之间最多插入两个操作。

对于同一个元素的相邻两个操作，如果这两个操作的类型相同，则一定要插入一个类型不同的操作。如果两个操作依次为加入和删除操作，则可以不插入操作，也可以依次插入一个删除操作和一个插入操作。如果两个操作依次为删除和加入操作，则一定不插入操作。

为了满足第三个条件，可以插入一些额外的操作使得元素个数符合条件。可以假设所有新加入的元素均不同，则对于每个元素可以插入一个加入操作和一个删除操作，或只插入一个加入操作。

这样可以用网络流解决。将所有判断元素个数的操作按顺序排列得到一条链，边的上下界相等，为需要的元素个数。对于同一个元素的相邻两个加入操作，可以新建一个点，向前一个加入操作对应的位置连上下界为 1 的边，表示必须选择加入，同时从两次操作之间的点向这个点连费用为 1 的边，表示需要选择一个位置插入一个删除操作。相邻两个删除操作同理。对于一个加入操作和一个删除操作，可以类似新建一个点，与两个操作对应的点分别连边，表示必须选择的操作，再与两次操作之间的点连费用为 1 的边，表示可以选择插入一对操作也可以不插入。

求出带上下界的最小费用流后，可以得到答案。