ANUDTQ解题报告

镇海中学黄致焕 2015年11月4日

1 题目大意

给定一棵n个节点的有根树,m个操作或询问。 有4种不同的操作或询问

- 1、为一个节点添加一个儿子节点;
- 2、将一个子树中所有点权增加一个值;
- 3、删除一个子树的点;
- 4、询问一个子树中的点权和;

数据范围 $n, m \leq 100000$

2 题目分析

有加删点的树上问题,我们一般用经典的动态树(link-cut-tree)解决。 但是本题包含子树修改和询问,所以LCT并不能解决。 观察题目,我们发现他是有根树,可以利用这个性质。

3 括号序列

在解决静态树问题的时候,维护子树信息我们常常使用dfs序来解决。 在有根树上,一个子树就对应该树的dfs序上的一个区间。

由于题目要求修改,修改后子树所对应的区间会发生变化,再对应时会有些麻烦。

因此,我们使用和dfs序类似的——括号序列来解决这个问题。

括号序列即在dfs时,访问和离开一个点时都记录的序列。

显然的,括号序列上以一个点为根的子树所对应的区间一定是这个点的左右括号中间的那一段。

这样我们可以很方便的将子树对应到区间上,只要在修改的时候维护括号 序列即可。

4 具体解法

首先预处理出这棵树的括号序列。

之后维护每个操作:

操作1:新建一对括号对应这个节点,并将其插入点key的左括号右侧。

操作2:即在括号序列上的区间修改。

操作3:我们只要把括号序列上对应该子树的一段删除即可。

操作4:即括号序列上的区间求和。

以上4个操作显然可以使用平衡树维护。

由于括号序列上一个点会被算两次,所以输出答案的时候要将答案除以2。

5 总结

这道题的关键点在于将维护有根树的问题转化成了序列维护问题。

之后用平衡树来维护,使得这题在 $O(n\log n)$ 的时间和O(n)的空间下解决了。

本题解法巧妙,不失为一道好题。