Toll

试题来源：

ACM/ICPC World Finals 2003 J

题目大意：

给定一张无向图，节点分为 AB 两类，A 类节点标小写字母，B 类节点标大写字母。给定起点和终点，要求从起点开始向终点运输货物，沿边进入 A 类节点需要缴纳 1 件货物，进入 B 类节点需要缴纳$\left\lceil \frac{W}{20} \right\rceil$件货物（W 为当前货物总量），现在需要运输 P 件货物到终点，求从起点开始最少需多少货物。边数≥0，1≤P≤1000。

考察算法：

最短路。

题解：

逆向考虑整个运输过程，定义 f[i]为从点 i 开始向终点运输货物，到终点需要有 P 件货物，则在点 i 时最少需要货物的数量。定义 W(x,y)表示进入节点 x 缴纳货物后至少剩余 y 件货物，则进入节点 x 前最少需要有几件货物，当 x 为 A 类节点时 W(x,y)=y+1，当 x 为 B 类节点时 W(x,y)=y+$\left\lceil \frac{y}{19} \right\rceil$。

我们可以得到转移 f[i]=min{W(j,f[j])}(点 j 与点 i 有边直接相连)。我们考虑用类似最短路的松弛方法，将运输的终点作为整个最短路算法的起点，逆向更新 f[i]。对于所有的 f[i]>0 显然有 W(i,f[i])-f[i]>0，所有边权都为正权，图的点数≤52，我们采用任何一种最短路算法均可在规定时间内算出 f 数组，最后 f[S]即为答案。