

Expected Maximum Matching 题解

卢政荣

1. 题目大意

左边有 n 个点，右边有 m 个点，左边第 i 个点和右边第 j 个点之间有边的概率为 $f[i][j]$ 的这样的随机二分图的最大匹配数的期望值。 $n \leq 5, m \leq 100$

2. 算法讨论

2.1 暴力算法

枚举每种图的连边情况，计算出现的概率和二分图最大匹配数。复杂度 $O(2^m)$ ，明显不能通过所有数据。

2.2 利用 hall 定理

由于这是一个二分图匹配类的问题，我们很容易想到 hall 定理。根据 hall 定理，如果左边存在 k 个点和右边的大于等于 k 个点相邻，那么这个图一定存在一个大小为 k 的匹配。所以我们可以记录左边的每个点集是否满足条件然后每次枚举右边的点，进行一个状压 dp，但这样状态数为 2^n 个，很明显状态数过多了。但可以发现许多状态不可能存在，比如 $\{1, 2\}$ 如果满足条件，但 $\{1\}$ 和 $\{2\}$ 均不满足条件，这种状态就是不合法的。所以我们先用一个 bfs 预处理所有合法状态，发现合法状态只有不到 4000 个，然后进行状压 dp 就可以了。复杂度 $O(2^n * m * state)$ ，其中 $state$ 为状态数。