

IOI2015中国国家集训队试题泛做 解题报告

大连市第二十四中学 于纪平

2015 年 1 月 26 日

目录

0 所有标签	6
1 D8738 Codeforces 263E Rhombus	7
2 D8739 Codeforces 301E Yaroslav and Arrangements	7
3 D8740 Codeforces 325D Reclamation	8
4 D8743 Codeforces 260E Dividing Kingdom	9
5 D8744 Codeforces 252E Piglet's Birthday	9
6 D8745 Codeforces 243C Colorado Potato Beetle	10
7 D8746 Codeforces 266D BerDonalds	10
8 D8750 Codeforces 266E More Queries to Array...	11
9 D8751 Codeforces 338D GCD Table	11
10 D8753 GCJ 2014 Final D Paradox Sort	12
11 D8755 Codeforces 331C The Great Julya Calendar	12
12 D8756 Codeforces 268D Wall Bars	13
13 D8757 Codeforces 286D Tourists	13
14 D8758 Codeforces 306D Levko and Sets	14

15 D8760 GCJ 2014 Final E Allergy Testing	14
16 D8761 Codeforces 325C Monsters and Diamonds	15
17 D8762 USACO Dec12 First!	15
18 D8763 Codeforces 323C Two permutations	16
19 D8765 Codeforces 254D Rats	16
20 D8767 Codeforces 283E Cow Tennis Tournament	17
21 D8768 Codeforces 339E Three Swaps	17
22 D8769 Codeforces 309D Tennis Rackets	18
23 D8770 Codeforces 249D Donkey and Stars	18
24 D8775 Codeforces 329D The Evil Temple and the Moving Rocks	19
25 D8778 Codeforces 269D Maximum Waterfall	19
26 D8779 USACO Open 09 Tower of Hay	20
27 D8780 GCJ 2011 Final C Program within a Program	20
28 D8783 Codeforces 293E Close Vertices	21
29 D8784 Codeforces 306C White, Black and White Again	21
30 D8786 GCJ 2009 Final A Year of More Code Jam	22
31 D8787 Codeforces 321D Ciel and Flipboard	22
32 D8788 USACO Dec10 Threatening Letter	23
33 D8789 GCJ 2009 Final C Doubly-sorted Grid	23
34 D8790 USACO Open 07 Connect	24
35 D8791 Codeforces 261E Maxim and Calculator	24

36 D8792 GCJ 2009 Final E Marbles	25
37 D8793 Codeforces 264D Colorful Stones	26
38 D8794 GCJ 2010 Final C Candy Store	26
39 D8795 Codeforces 342D Xenia and Dominoes	27
40 D8796 Codeforces 273E Dima and Game	27
41 D8797 Codeforces 335E Counting Skyscrapers	28
42 D8798 Codeforces 351D Jeff and Removing Periods	28
43 D8799 Codeforces 241B Friends	29
44 D8800 Codeforces 323B Tournament-graph	29
45 D8801 USACO Mar08 Land Acquisition	30
46 D8802 Codeforces 305E Playing with String	30
47 D8803 Codeforces 319D Have You Ever Heard About the Word?	31
48 D8804 Codeforces 277D Google Code Jam	31
49 D8805 Codeforces 314E Sereja and Squares	32
50 D8806 Codeforces 317C Balance	33
51 D8807 Codeforces 238D Tape Programming	33
52 D8808 Codeforces 303D Rotatable Number	34
53 D8809 Codeforces 235E Number Challenge	34
54 D8810 Codeforces 301C Yaroslav and Algorithm	35
55 D9157 Codeforces 294D Shaass and Painter Robot	35
56 D9159 Codeforces 240F Torcoder	36
57 D9161 Codeforces 332E Binary Key	36

58 D9162 Codeforces 293D Ksusha and Square	37
59 D9165 USACO 2013 Open Photo	37
60 D9166 Codeforces 338E Optimize!	38
61 D9167 USACO Dec07 Best Cow Line	38
62 D9170 Codeforces 249E Endless Matrix	39
63 D9173 Codeforces 285E Positions in Permutations	40
64 D9174 Codeforces 295D Greg and Caves	40
65 D9177 GCJ 2010 Final A Letter Stamper	41
66 D9179 Codeforces 257E Greedy Elevator	41
67 D9180 Codeforces 316E3 Summer Homework	42
68 D9182 Codeforces 297E Mystic Carvings	42
69 D9183 Codeforces 335F Buy One, Get One Free	43
70 D9185 USACO Mar12 Cows in a Skyscape	43
71 D9189 Codeforces 293B Distinct Paths	44
72 D9192 Codeforces 354D Transferring Pyramid	44
73 D9194 Codeforces 288E Polo the Penguin and Lucky Numbers	45
74 D9195 Codeforces 258D Little Elephant and Broken Sorting	45
75 D9198 Codeforces 335D Rectangle And Square	46
76 D9199 Codeforces 333C Lucky Tickets	46
77 D9201 Codeforces 309B Context Advertising	47
78 D9203 Codeforces 273D Dima and Figure	47
79 D9204 Codeforces 241F Race	48

80 D9205 Codeforces 311E Biologist	48
81 D9208 Codeforces 251D Two Sets	49
82 D9211 USACO Open 10 Triangle Counting	49
83 D9212 Codeforces 332D Theft of Blueprints	50
84 D9214 Codeforces 305D Olya and Graph	50
85 D9220 Codeforces 286E Ladies' Shop	51
86 D9221 Codeforces 341E Candies Game	51
87 D9222 Codeforces 346E Doodle Jump	52
88 D9224 Codeforces 325E The Red Button	52
89 D9225 Codeforces 309E Sheep	53
90 D9227 Codeforces 241E Flights	53
91 D9229 GCJ 2011 Final A Runs	54
92 D9230 USACO Mar09 Cleaning Up	54
93 D9231 Codeforces 316D PE lesson	55
94 D9233 Codeforces 241D Numbers	55
95 D9235 Codeforces 306D Polygon	56
96 D9238 Codeforces 253E Printer	56
97 D9278 Codeforces 267C Berland Traffic	57
98 D9279 Codeforces 261D Maxim and Increasing Subsequence	57
99 D9280 Codeforces 329E Evil	58
100D9293 Codeforces 235D Graph Game	58

0 所有标签

暴力: 8743、8745、8765。

倍增: 9201。

并查集: 8740。

博弈论: 8796、8802。

单调队列: 8779、9165。

动态规划: 8739、8744、8755、8756、8758、8761、8770、8778、8779、8789、8792、8795、8796、8801、8802、8804、8805、8809、9165、9173、9174、9177、9192、9194、9195、9203、9214、9229、9230、9231、9233、9279。

二分: 9225、9238。

二分图: 8792。

高斯消元: 9208、9278。

构造: 8775、8780、8800、8806、8810、9199、9221、9224、9235。

后缀数组: 8788。

环套树: 9293。

几何: 8769、8770、9162、9211、9235。

卡常数: 8769、8799、8805。

可持久化: 8743、8763。

快速傅立叶变换: 9220。

乱搞: 8746、8753、8791、8806、9182、9198、9212、9227、9280。

模拟: 8807、9157、9179、9204、9238。

期望: 8744、8786、8797、8804、9162、9195、9293。

前缀和: 8738。

扫描线: 8757、8767、8778、8783。

树分治: 8783。

树上动态规划: 8792。

数论: 8751、8758、9222、9224。

数位dp: 9194。

数学: 8760、8784、8794、8808、8809、9170、9280。

双暴力: 9189、9212、9233。

双指针: 8793。

搜索: 8765、8768、8787、9185、9189。

贪心: 8788、9161、9167、9183、9208、9225。

网络流: 9205、9278。

线段树: 8743、8750、8757、8763、8767、8783、8790、8798、8799、9159、9166、9179、9180。
斜率优化: 8801。
优先队列: 9238。
语文: 9204。
中国剩余定理: 8751。
状态压缩: 8789、8795。
字典树: 8762。
字符串: 8762、8788、8803。
组合数学: 9203、9229、9231。
最短路: 8761、9227。

1 D8738 Codeforces 263E Rhombus

1.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8738>

标签: 前缀和。

1.2 题目大意

给一个 $n \times m$ 的矩阵和 k , 求 $f(x, y) = \sum_i \sum_j a_{i,j} \max(0, k - |i - x| - |j - y|)$ 取到最大值的时候的任何一对 (x, y) 。

$n, m \leq 1000$ 。保证有解。

1.3 简要做法

前缀和搞一搞就行了要搞各种横着竖着斜着矩形之类的前缀和。为了减小编程复杂度可以把坐标系旋转4次, 不容易写错但是烧时间烧空间。

2 D8739 Codeforces 301E Yaroslav and Arrangements

2.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8739>

标签: 动态规划。

2.2 题目大意

称数列 a 为良好的，当它满足： $|a_i - a_{i+1}| = |a_r - a_1| = 1$ ； a_1 是最小值。

称数列 b 是优秀的，当它满足：元素不下降、元素个数不超过 r 、每个元素不超过 m ，通过重排元素可以得到至少1个至多 k 个不同的良好数列。

给出 n, m, k ，求优秀数列的个数。

$n, m, k \leq 100$ 。

2.3 简要做法

动态规划套动态规划？在dp优秀数列的时候把良好数列的dp值作为状态加进去，填数顺序也按照判断良好序列的转移顺序来搞就可以了。

虽然时间上是五次方的但是由于把方案数放到了状态，不为0的状态实际上很少，剪掉就可以了。

3 D8740 Codeforces 325D Reclamation

3.1 简要介绍

题目链接：<http://tsinsen.com/D8740>

标签：并查集。

3.2 题目大意

给圆柱体侧面（一开始全是海）分成 $n \times m$ 个矩形，和 q 次操作，每次可以把一块海变成陆地，但是如果南海和北海不连通就撤销。问最后有多少次操作成功了。

$n, m \leq 3000, q \leq 300000$ 。

3.3 简要做法

把 $n \times m$ 沿着循环处再复制一圈得到 $n \times 2m$ ，然后只要陆地不成环，南海和北海就是连通的。

于是就是一个很简单的并查集问题了。

4 D8743 Codeforces 260E Dividing Kingdom

4.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8743>

标签: 可持久化、线段树、暴力。

4.2 题目大意

平面上 n 个点, 现在让你画两条竖线两条横线把平面分割成9份, 要求每一份中点的数量是给出的一个长度为9的序列的排列。

$n \leq 100000$ 。

4.3 简要做法

先 $9!$ 枚举每一份具体有几个点, 然后判断这个方案是否合法。问题会转化为: 给一个点, 问这个点的左下角有多少个点。我比较懒, 所以直接写了可持久化线段树。

5 D8744 Codeforces 252E Piglet's Birthday

5.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8744>

标签: 期望、动态规划。

5.2 题目大意

有 n 个架子, 每个架子都有若干满的罐子。有 q 次操作, 每次选择第 u 个架子, 随机清空 k 个罐子, 然后把它们放到架子 v 上。

问所有操作结束后所有罐子都是空的架子的期望个数。

$n, q \leq 10^5$, 每个罐子数不超过100。

5.3 简要做法

每次记录第 i 个架子有 j 个满的罐子的概率。根据每次操作模拟就可以了。

6 D8745 Codeforces 243C Colorado Potato Beetle

6.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8745>

标签: 暴力。

6.2 题目大意

一个人在无穷大平面上走了 n 条线段, 问圈住的总面积。

$n \leq 1000$ 。

6.3 简要做法

直接离散化后floodfill就好了。

7 D8746 Codeforces 266D BerDonalds

7.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8746>

标签: 乱搞。

7.2 题目大意

给定一个无向带权联通图, 求图的直径。

$n \leq 200$ 。

7.3 简要做法

先跑出两两间最短路, 然后枚举中心在哪条边上。推出数学公式后只需要为某个分段函数计算最大值就可以了。时间复杂度是三次方级别的。

8 D8750 Codeforces 266E More Queries to Array...

8.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8750>

标签: 线段树。

8.2 题目大意

给序列, 支持区间赋值和询问一个区间的 $\sum_i a_i i^k \bmod 10^9 + 7$, 其中 $k \leq 5$ 。
 $n, m \leq 100000$ 。

8.3 简要做法

直接线段树维护5个答案就行了, 然后两个区间可以合并。

9 D8751 Codeforces 338D GCD Table

9.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8751>

标签: 数论、中国剩余定理。

9.2 题目大意

一个 $n \times m$ 的表格, 第 i 行第 j 列的数是 $\gcd(i, j)$ 。现在给出一个序列, 问是否在表格中出现过。

$n, m \leq 10^{12}, k \leq 10000$ 。

9.3 简要做法

首先放宽条件只要求是公约数, 发现这个可以用中国剩余定理求出许多解, 然后从最小的开始代入检验即可。

10 D8753 GCJ 2014 Final D Paradox Sort

10.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8753>

标签: 乱搞。

10.2 题目大意

有 n 个物品, 现在有 n 个物品的比较关系。对于一个 n 个物品的排列, 先拿着第一个物品, 对于以后的每个物品, 都检查是否比当前的物品更好。现在求一个字典序最小的排列使得最后拿到某个指定的物品, 或指出不可能。

$n \leq 100$, 数据不超过100组。

10.3 简要做法

对于每一步都枚举每一个选项看看是否可能有解。枚举出来以后的判定可以用bitset压位乱搞。

11 D8755 Codeforces 331C The Great Julya Calendar

11.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8755>

标签: 动态规划。

11.2 题目大意

有一个数 $0 \leq n \leq 10^{18}$, 每次可以把这个数减去 a , 其中 a 是个数字且在这个数中出现, 问最少的把它减到0的步数。

11.3 简要做法

首先一个显然的结论是, 每次都选择最大的 a 减。设 $dp(x, m)$ 表示把数 x 减到小于0, 而且在 x 之前的最大数位是 m 的最少步数和剩余的数(0到-9之间)。有用的状态很少, $dp(n, 0)$ 就是答案。

12 D8756 Codeforces 268D Wall Bars

12.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8756>

标签: 动态规划。

12.2 题目大意

要修建一个高度为 n 的每一层可以朝向四个方向之一的梯子, 要求存在从0爬到 $n+1$, 且每步不超过 h 的方案, 问修建方案数 $\text{mod } 10^9 + 9$ 。

$n \leq 1000, h \leq 30$ 。

12.3 简要做法

$dp[i][a][x][y][z]$ 表示当前修到第 n 层, 是否能从0爬到 n , 剩下三个方向修了 xyz , 加常数优化就能过了。

13 D8757 Codeforces 286D Tourists

13.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8757>

标签: 扫描线、线段树。

13.2 题目大意

坐标系中 y 轴正方向会在某些时刻出现某些墙(线段), 也会有某些时刻会有两个游客从 $(-1, 0)$ 和 $(1, 0)$ 同时向北以单位速度走动。给出所有这些信息, 问每对游客互相能看见的时间。

数据范围都是10万。

13.3 简要做法

把一维动态问题变成二维静态问题, 就转化为了: 给出一堆平行于坐标轴的矩形和一堆倾斜 45° 的射线, 问每个射线不在矩形里的部分的总长度。

两部分都可以扫描线解决。

14 D8758 Codeforces 306D Levko and Sets

14.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8758>

标签: 数论、动态规划。

14.2 题目大意

给出两个序列 A 和 B 。现在生成 n 个集合, 方法为: 一开始只有一个1, 每次找出一个集合的元素 c , 将所有的 $cA_i^{B_j} \bmod p$ 加入集合, 直到无法加入任何元素。

现在问 n 个集合的并的大小。

$n \leq 10^4, m \leq 10^5, p$ 为质数。

14.3 简要做法

容易发现 B 的单独元素是没有意义的, 我们只需要知道它们的最大公约数。

然后就容易求出这些集合。求并的大小可以在dp上用容斥原理就可以了。

15 D8760 GCJ 2014 Final E Allergy Testing

15.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8760>

标签: 数学。

15.2 题目大意

要在 n 种食物中找到唯一让人过敏的, 每次可以取一个子集做实验, A 天之后可以知道是否过敏, 不过如果过敏了需要等 B 天。问最坏情况下最少多少天能找出过敏食物。

数据范围都是 10^9 级别的。

15.3 简要做法

先二分答案, 问题转化为已知天数问最多能分辨出多少种食物。

在最坏情况下应该是之前有若干个 B 天的实验，只有最后一次是 A 天。枚举每个 B 天实验之一，这部分能分辨的食物数就是一个组合数。加在一起就行了。

16 D8761 Codeforces 325C Monsters and Diamonds

16.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8761>

标签: 最短路、动态规划。

16.2 题目大意

有 n 个东西和 m 个变换规则，每个规则是把一个东西变成一堆东西或钻石，问从每个东西开始能得到的最小最大的钻石数。

数据范围都是 10^5 。

16.3 简要做法

先解决最小: 这可以用类似Dijkstra的最短路来做。然后删掉无法计算的东西和规则，再用记忆化搜索来算最大的。

17 D8762 USACO Dec12 First!

17.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8762>

标签: 字符串、字典树。

17.2 题目大意

给 n 个小写字母字符串，找出所有的字符串，使得存在一种方法打乱26个字母的顺序，能够让这个字符串是所有字符串字典序最小的。

$n \leq 30000$ ，所有字符串总长度不超过300000。

17.3 简要做法

把所有单词放到字典树里，遍历每个单词，如果它要字典序最小，它的所有前缀（除了它本身）必须都不是单词，而且会得到若干个形如 $x > y$ 的关系，在这个图上看看有没有环就行了。

18 D8763 Codeforces 323C Two permutations

18.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8763>

标签: 可持久化、线段树。

18.2 题目大意

给两个 n 的排列和 m 次询问，每次问有多少个数在第一个排列中的位置是 $[l1, r1]$ ，在第二个排列中的位置是 $[l2, r2]$ ，必须在线。

$n, m \leq 10^6$ 。

18.3 简要做法

把排列看成置换，然后对两个排列应用第一个排列的逆置换，然后问题就变成了：静态求区间在某个权值区间的数的个数，可以可持久化线段树前缀和解决。

19 D8765 Codeforces 254D Rats

19.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8765>

标签: 暴力、搜索。

19.2 题目大意

给出一个 $n \times m$ 的地图，图中有障碍物、空格和老鼠（也是空格）。现在有两个炸弹，每个炸弹可以扩散到 d 的四连通距离（不能穿墙），问能否炸死所有老鼠，输出方案。

$n, m \leq 1000, 1 \leq d \leq 8$ 。

19.3 简要做法

任取一个老鼠，在它周围暴力枚举第一个炸弹的位置，然后在剩下的老鼠中任取一个老鼠，暴力枚举第二个炸弹的位置，判断是否炸掉了所有老鼠即可。

20 D8767 Codeforces 283E Cow Tennis Tournament

20.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8767>

标签: 扫描线、线段树。

20.2 题目大意

有 n 个牛，每个牛有一个水平等级，等级高的一定战胜等级低的。现在进行单循环赛。有 m 次操作，每次给出 a, b 使得双方水平区间均在 $[a, b]$ 的比赛的结果取反。问有多少个3元组满足: a 赢了 b , b 赢了 c , c 赢了 a 。

$n, m \leq 100000$ 。

20.3 简要做法

符合题意的三元组个数=总三元组个数-有一个赢了其余两个的三元组。后者可以枚举赢者，那么答案就是每个 $C(\text{牛赢的牛的数量}, 2)$ 。每个操作相对于对分数矩阵的一个正方形取反。可以用扫描线线段树处理。

21 D8768 Codeforces 339E Three Swaps

21.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8768>

标签: 搜索。

21.2 题目大意

给长度为 n 的1到 n 的数组，每次可以翻转一个子串，现在给出操作后的数组，找一个不超过3步的操作序列，保证有解。

$$n \leq 1000$$

21.3 简要做法

注意每次操作最多会最多增加两段，可以用这个来剪枝，然后就能过了。

22 D8769 Codeforces 309D Tennis Rackets

22.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8769>

标签: 几何、卡常数。

22.2 题目大意

一个正三角形的框，每条边上均匀分布着 n 个钉子，问能构造出多少个钝角三角形。

$n \leq 32000$ ，时间限制3秒。

22.3 简要做法

显然我们可以设计一个平方级的算法，就是两边上枚举快速确定第三边的可行区间。卡常数就可以过了。

23 D8770 Codeforces 249D Donkey and Stars

23.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8770>

标签: 几何、动态规划。

23.2 题目大意

在第一象限有若干个点，给出一个极角区间，从原点开始走，每次只能在区间内的方向走，问最长链。

点数和坐标范围不超过100000。

23.3 简要做法

可以把坐标系通过射影变换，使得极角区间变为0到90度，然后做最长不下降子序列就可以了。

24 D8775 Codeforces 329D The Evil Temple and the Moving Rocks

24.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8775>

标签: 构造。

24.2 题目大意

需要你建造 $2n \times 2n$ 的地图，每个格子可以是空地或者一个石头，每个石头有一个方向。你还要选一个石头激活它，这个石头会沿着它的方向一直走直到撞墙或撞石头，如果是石头那么新石头会被激活，如果它走了就会发出响声。构造一个地图，使得响声至少为 $n^3 - n^2$ 。

$n \leq 300$ 。

24.3 简要做法

第一行是 n 个 $>$ ，然后来一些 $>.$ ，最后来一个 v 。

第二行是一个 \wedge ，然后来一些 $<.$ ，最后来 n 个 $>$ 。

无限重复就可以了。

25 D8778 Codeforces 269D Maximum Waterfall

25.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8778>

标签: 扫描线、动态规划。

25.2 题目大意

给出若干水平线段，两条线段之间可以有水流，条件是横坐标有公共部分

且水流中间不跨越其他线段。一个瀑布定义为从顶端到底端的线段序列，水流量为两两间水流量的最小值，求最大的瀑布宽度。

数据范围是10万。

25.3 简要做法

从下到上扫描维护当前可见线段然后做一个显然的dp就可以了。

26 D8779 USACO Open 09 Tower of Hay

26.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8779>

标签: 动态规划、单调队列。

26.2 题目大意

长度为 n 的序列，分成尽可能多的块，使得从左到右每一块内所有数总和单调不增。

$n \leq 100000$ 。

26.3 简要做法

首先直接贪心是错的，平方级的动态规划是显然的。然后发现可以搞一个队列就可以过了。

27 D8780 GCJ 2011 Final C Program within a Program

27.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8780>

标签: 构造。

27.2 题目大意

输入 n ，输出一个图灵机程序，它能恰好把指针向右移 n 格。要求状态转移数不超过30。

$n \leq 5000$ 。

27.3 简要做法

这个题比较有意思……把 n 变成二进制记在当前的纸带上，每次把这个二进制数减一顺便向右移一位就行了。这个算法还是比较好实现的。

28 D8783 Codeforces 293E Close Vertices

28.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8783>

标签: 树分治、扫描线、线段树。

28.2 题目大意

n 个点的树，有边权，问多少不同点对满足经过边数不超过 L 且最短路不超过 W 。

$n \leq 100000$ 。

28.3 简要做法

考虑点分治，每次找经过一棵树的中心的符合题意的路径条数。这可以找出所有点的 $(dist, depth)$ ，然后发现求的是矩形区域的点数，可以扫描线+树状数组来搞。

29 D8784 Codeforces 306C White, Black and White Again

29.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8784>

标签: 数学。

29.2 题目大意

有 n 天，会发生 w 个不同的好事和 b 个不同的坏事，已知分布是前若干天好事，中间若干天坏事，然后若干天好事，问方案数模 $10^9 + 9$ 。

所有数据不超过4000。

29.3 简要做法

最基本的组合数学知识，枚举坏事的天数然后用插板法。

30 D8786 GCJ 2009 Final A Year of More Code Jam

30.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8786>

标签: 期望。

30.2 题目大意

有 n 天和 T 个比赛，每个比赛分为若干天进行，总持续时间不超过10000。问 $E(\sum_i a_i^2)$ ，其中 a_i 表示第 i 天进行的比赛数的平方。

$n \leq 10^9, T \leq 50$ 。

30.3 简要做法

首先算期望可以每一天分开算然后加起来。每一天的期望十分好算。 n 很大的情况下，可以证明从10000天以后的每一天的期望都是一样的，直接乘起来就行了。

31 D8787 Codeforces 321D Ciel and Flipboard

31.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8787>

标签: 搜索。

31.2 题目大意

给出 $n \times n$ 的矩阵，其中 n 是奇数。令 $x = (n+1)/2$ ，每次可以让一个 $x \times x$ 的矩阵的每个数乘上 -1 。问最后能达到的最大数字和。

$n \leq 33$ 。

31.3 简要做法

枚举第 x 行的第1列到第 x 列的翻转状态，然后依次检查从1到 x 的每一列，共有四种情况互相制约，贪心选择最大的方案就可以了。

32 D8788 USACO Dec10 Threatening Letter

32.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8788>

标签: 字符串、贪心、后缀数组。

32.2 题目大意

给出串 s, t ，现在要构造串 t ，每次可以找 s 的一个子串粘贴到当前串的末尾，问最少操作次数。

$|s|, |t| \leq 50000$ 。

32.3 简要做法

显然要每次取尽可能长的可构造的子串，这个可以二分答案后用后缀数组完成。

33 D8789 GCJ 2009 Final C Doubly-sorted Grid

33.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8789>

标签: 状态压缩、动态规划。

33.2 题目大意

给 $n \times m$ 的格子，每个格子有小写英文字母，还有一些是空着的，现在要你往里填字母，要求每行从左到右不下降，每列从上到下不下降（杨氏矩阵类似物），问方案数。

$n, m \leq 10$ 。

33.3 简要做法

很显然的状态压缩动态规划……记录当前已经写完的区域的边界和当前的字母和当前的行数就够了。第一维可以发现状态数最多是 $C(20, 10) = 180000$ 多，经过预处理可以做到 $O(1)$ 转移。

34 D8790 USACO Open 07 Connect

34.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8790>

标签: 线段树。

34.2 题目大意

$r \times c$ 的网格图，每次可以增加边，减少边，或是询问两点是否存在 $[c1, c2]$ 内可达的路径。

$r \leq 2, c \leq 15000$ 。

34.3 简要做法

bzoj1018弱化版……改一改就行了……

具体做法就是线段树维护当前区间四个端点间两两的连通性，显然两个区间可以通过手推公式或暴力来合并。

35 D8791 Codeforces 261E Maxim and Calculator

35.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8791>

标签: 乱搞。

35.2 题目大意

有一个计算器，有两个变量 $a = 1, b = 0$ ，每次可以 $b++$ 或者 $a* = b$ 。问进行 p 次操作后能得到多少个 $[l, r]$ 之间的数。

$l \leq r \leq 10^9, 1 \leq p \leq 100$ 。

35.3 简要做法

显然最后搞出的数的每个质因子不会超过100。这样的数大概300万个多一些。我们枚举做几次加法，然后动态维护需要的乘法次数就行了。维护这个可以two pointer搞一搞。复杂度就是 100×300 万的样子。

36 D8792 GCJ 2009 Final E Marbles

36.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8792>

标签: 二分图、树上动态规划、动态规划。

36.2 题目大意

给 $2n$ 个数的序列，保证1到 n 每个数都出现了2次。现在要用线给连起来，要求只能用横线和竖线，并且线之间不能触碰相交，也不能穿过 x 轴。问是否有解，如果有解，还要计算最上与最下的线的高度差的最小值。

$n \leq 500$ ，数据不超过50组。

36.3 简要做法

这 $2n$ 的序列可以转化成 n 个区间。对于每个区间，我们需要决定它是放在上面还是下面。

两个区间的关系可能是：没有交集，互相包含，和普通的相交三个情况。显然，如果两个区间相交（指不包含的相交），那么它们不能在 x 轴的同侧。

于是把每个区间看成图的顶点，按照这个排斥关系连边，看这个图是不是二分图就行了。不是二分图就无解。

对于两个连通块 A 和 B ，如果 A 中的任何一个区间 a 被 B 中的某个区间 B 包含，那么 A 中的所有区间都会被 B 包含。所以不难得出，对于两个连通块 A 和 B ，要么 A 和 B 完全没有公共部分，要么有一个被另一个完全包含（即某一个的所有区间都被另一个的某个区间包含）。这样，所有连通块就按照包含关系，形成了一个以这个连通块为根的有根树。

然后做树 dp 。设 $dp[A][i]$ 表示：只考虑连通块 A 的子树中的区间，要求向上的高度不超过 i ，这时的向下的高度的最小值。

转移是显然的。

37 D8793 Codeforces 264D Colorful Stones

37.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8793>

标签: 双指针。

37.2 题目大意

给两个RGB字符串, 两个人分别站在两串的开头, 每次你可以喊RGB中的一个, 然后两个人如果发现脚下是所喊的这个字符就向前走一步。问一共有多少个状态是可达的。

串长不超过 10^6 。

37.3 简要做法

设 $prefix[i][x]$ 表示第 i 个串的前 x 个字符的前缀, 那么 (x, y) 是可达的, 当且仅当: $prefix[1][x + 1]$ 不是 $prefix[2][y]$ 的子序列, 并且 $prefix[2][y + 1]$ 不是 $prefix[1][x]$ 的子序列, 并且不满足: $a[x] = b[y - 1]$ 并且 $a[x - 1] = b[y]$ 。

分析出来这一点以后, 如果无视后面的不满足条件, 那么可达状态就可以枚举左端点two pointers搞右端点。加上后面的条件乱搞就行了。

38 D8794 GCJ 2010 Final C Candy Store

38.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8794>

标签: 数学。

38.2 题目大意

k 个顾客, 每个顾客要若干个(最多 C 个)糖果, 问你需要之前至少打包多少箱糖果, 使得无论如何都可以满足每个顾客的要求。

$k \leq 1000, C \leq 10^{12}$ 。

38.3 简要做法

while 总糖果数小于 $k * C$ do 打一包 $\text{floor}(\text{当前总糖果数}/k)+1$ 的糖果

具体的证明可以看GCJ的题解……精妙的语言实在是很难用我现在的水平表达的……

39 D8795 Codeforces 342D Xenia and Dominoes

39.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8795>

标签: 状态压缩、动态规划。

39.2 题目大意

给一个 $3 \times n$ 的网格, 有的地方有障碍, 还有一个特殊障碍, 要求用 1×2 骨牌覆盖, 且至少有一个骨牌能滑到特殊障碍处, 问方案数 $\text{mod } 10^9 + 7$ 。

39.3 简要做法

直接做状态压缩动态规划就可以了。 $dp[i][j][S][a]$ 表示当前格子 (i, j) , 下一行已被覆盖的集合为 S , a 表示是否满足了特殊状态要求。

40 D8796 Codeforces 273E Dima and Game

40.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8796>

标签: 博弈论、动态规划。

40.2 题目大意

在一个长度为 n 的整数对序列上定义游戏, 双方轮流操作, 轮到自己时要选一对数 (l, r) 满足 $r - l > 2$, 然后将 (l, r) 替换为 $(l + (r - l)/3, l + 2(r - l)/3)$ 或 $(l, r - (r - l)/3)$, 其中所有除法均为整数除法。不能操作的玩家输。现在给出 p 要求所有的 $1 \leq l < r \leq p$, 问有多少先手必胜的序列, 模 $10^9 + 7$ 。

40.3 简要做法

显然每个数对只与 $r - l$ 有关，且SG函数值不会超过2。可以归纳证明SG函数的段数是 $O(\log p)$ 级别的。

算出SG函数之后，就是扫一遍 dp 了。

41 D8797 Codeforces 335E Counting Skyscrapers

41.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8797>

标签: 期望。

41.2 题目大意

随机跳表估计长度的方法……问正推和反推估算的期望……(囧，这个题面真的没法简化表达了)

41.3 简要做法

应该是最神的一道题之类了……

题解的结论是，正推的话期望就是估计值，反推的话需要推出数学式子然后直接带入就可以了。

42 D8798 Codeforces 351D Jeff and Removing Periods

42.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8798>

标签: 线段树。

42.2 题目大意

对于一个序列，每次可以找一个成等差数列的下标且这些元素都相同的删掉然后重排剩下元素。定义一个序列的美好度是删光元素的最少操作次数。给

一个序列，每次询问一个连续子序列的美好度。

$n, q \leq 100000$ 。

42.3 简要做法

首先一个序列的美好度就是这个序列中数的种类数，并且如果不存在任何一种数使得它在这个区间出现的位置恰好是等差数列那么还要+1。据说莫队在清橙会超时，所以这题直接离线树状数组做就行了……

43 D8799 Codeforces 241B Friends

43.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8799>

标签: 线段树、卡常数。

43.2 题目大意

有 N 个自然数，要从里面选出 M 个无序数对，数对间两两不同，使得所有数对的异或之和最大。只输出最大值。

$N \leq 50000$ ，每个数不超过 10^9 。

43.3 简要做法

二分选出的最小的数，然后问题转化为了：问有多少对数的异或大于某个数？这个可以线段树搞。

算出最小数以后，问题变成，找出所有大于等于这个数的所有的异或的和，这个在线段树每个节点记每一位的情况就可以了。

44 D8800 Codeforces 323B Tournament-graph

44.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8800>

标签: 构造。

44.2 题目大意

构造一个 n 个点的竞赛图，使得任意一对不同节点的最短距离不超过2。
 $n \leq 1000$ 。

44.3 简要做法

3和6手算/暴搜，4无解， n 的情况就是 $n - 2$ 的情况，加上 $(1\ n - 2) - >$
 $(n - 1) - > n - > (1\ n - 2)$ 。

45 D8801 USACO Mar08 Land Acquisition

45.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8801>
标签: 动态规划、斜率优化。

45.2 题目大意

有 n 个东西，每个东西有 a 和 b 两个权值，每次可以选一堆东西，花费 $max a \times$
 $max b$ 买下它们，问最小总花费。
 $n \leq 50000$ 。

45.3 简要做法

首先如果 $x.a > y.a$ 并且 $x.b > y.b$ 那么就无视 y 。删掉以后列出dp方程发现可以斜率优化，然后就结束了。

46 D8802 Codeforces 305E Playing with String

46.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8802>
标签: 博弈论、动态规划。

46.2 题目大意

给一个字符串 s ，每次每个人可以在一个字符串中找一个位置，使得它左右两边的字符相同，然后删掉这个字符，把字符串分割成两个。问先手是否必胜及给出策略。

$$|s| \leq 5000。$$

46.3 简要做法

首先如果一个字符串除了开头结尾以外都是回文中心那么可以暴力算SG函数。在原问题中先枚举第一步操作，然后剩下的位置中，每个非回文中心都把游戏分割成了两个独立的游戏，分开算就行了。

47 D8803 Codeforces 319D Have You Ever Heard About the Word?

47.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8803>

标签: 字符串。

47.2 题目大意

给一个字符串，串长不超过50000，每次把里面的形如asdfasdf的串变成asdf，问最后的串是什么。

47.3 简要做法

如果 i 和 $i + l$ 的 $lcp + lcs \geq l$ ，那么 i 就有长度为 l 的asdf类似物。

哈希一下就可以了。

48 D8804 Codeforces 277D Google Code Jam

48.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8804>

标签: 动态规划、期望。

48.2 题目大意

有 n 个题和 T 的时间，每个题有easy和hard（easy做完了才能做hard），给出每个部分的用时和分数。easy每次提交必然通过，hard有 p 的概率fst。求最高期望得分和此时的期望罚时（最后一次正确提交的时间）。

$$n \leq 1000, T \leq 1560.$$

48.3 简要做法

第一问可以直接做背包，对于每个题可以不做，做easy，做easy+hard。

考虑一个最优安排顺序一定是先用任何顺序做easy，然后用某个顺序做hard。把hard的式子写出来然后考虑交换第 i 个做的题和第 $i+1$ 个做的题不能达到最优，发现是偏序关系，排序之后dp就行了。

49 D8805 Codeforces 314E Sereja and Squares

49.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8805>

标签: 动态规划、卡常数。

49.2 题目大意

坐标轴上有 n 个点。现在将所有点两两配对，给每一对点中坐标较小的标上小写字母，较大的标上大写字母，字母不会是x。

如果给每一对点都看作对角顶点画正方形，而这些正方形不相交也不接触，那么这种配对方法是好的。

现在有一个好的配对方法，但是有一些小写字母和全部大写字母看不清了（以问号代替），问存在多少种可能，使得还原回去的点上标的字母符合某个好的配对方法。答案mod 2^{32} 。

$$n \leq 100000. \text{时间限制 } 4s.$$

49.3 简要做法

所有的字母都是一样的。把小写字母看成左括号，大写字母看成右括号。

考虑dp。设 $dp[i][j]$ 表示前 i 个字符的括号序列中，左括号比右括号多 j 个的方案，转移是显然的，卡常数就可以过了。

50 D8806 Codeforces 317C Balance

50.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8806>

标签: 构造、乱搞。

50.2 题目大意

给出一个无向图, 每个点有一个容积为 v 的容器, 给出当前容量和目标容量, 要在 $2n^2$ 步内完成输水方案。

50.3 简要做法

每次任取一个缺水容器和多水容器, 尽可能多地传输水资源就可以了。注意安排顺序使得中间不要超过容积就可以了。

51 D8807 Codeforces 238D Tape Programming

51.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8807>

标签: 模拟。

51.2 题目大意

有一个由数字和 $<>$ 组成的串, 一开始指针指在第一位, 方向向右。每次, 如果当前位置是数字就输出数字, 并将数字减一 (如果是0则删除), 如果是箭头, 就改变方向, 并且如果新的方向上也是箭头, 那么删除这部分。指针指到串外时程序结束。

现在每次询问给出一个区间, 问把这段区间看成单独程序后, 每个数字输出的次数。

数据范围都是10万。

51.3 简要做法

可以证明一个区间的程序的输出一定是整个程序输出的子串。

只需要从头模拟一遍, 记录到达每个位置的时间, 记录前缀和就可以了。

52 D8808 Codeforces 303D Rotatable Number

52.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8808>

标签: 数学。

52.2 题目大意

给 n 和 x , 要找 $1 < b < x$ 的最大 b , 使得存在 b 进制的类似142857的数。

$n \leq 5000000, x \leq 10^9$ 。

52.3 简要做法

见维基百科……需要 $n+1$ 是质数, 并且 b 是 $n+1$ 的原根。

53 D8809 Codeforces 235E Number Challenge

53.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8809>

标签: 数学、动态规划。

53.2 题目大意

给出 a, b, c , 计算 $\sum_{i \leq a} \sum_{j \leq b} \sum_{k \leq c} d(ijk)$, 其中 $d(x)$ 表示 x 的约数个数。答案模 2^{30} 。

$a, b, c, \leq 2000$ 。

53.3 简要做法

用 $dp[a][b][c][i]$ 表示答案, 其中 i 表示前 i 个质数。转移的时候可以枚举 x, y, z , 通过 $dp[a/x^{p_i}][b/y^{p_i}][c/z^{p_i}][i-1]$ 转移过来, 其中 p_i 表示第 i 个质数。

54 D8810 Codeforces 301C Yaroslav and Algorithm

54.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D8810>

标签: 构造。

54.2 题目大意

有一种奇怪的语言, 你可以用这个语言写一些奇怪的算法。这个算法接受一个字符串 a 作为输入。

每条命令格式如下:

$s_i >> w_i$, 其中 s_i 和 w_i 是长度不超过7的字符串(每个字符是数字或问号), 含义为: 如果 s_i 在 a 中出现过, 则将 s_i 在 a 中第一次出现的位置替换为 w_i 。

$s_i <> w_i$, 含义同上, 但是执行完操作后中止算法。

执行命令的规则如下: 每次从上到下遍历每条命令, 找到第一条可以产生效果的命令, 执行之, 然后再从头找新的命令。如果没有可执行的指令, 算法结束。结束时的串就作为输出。

现在给出 n 个正整数, 每个数不超过 10^{25} , 让你用这个语言写一个算法, 要求这个算法对于每个给出的数作为输入, 都能输出它+1的值。命令条数不超过50, 对于每个输入算法的执行步数不超过200。

$n \leq 100$ 。

54.3 简要做法

直接无视这些正整数构造通用算法。

先在串的开头插入两个问号, 然后逐渐将这两个问号移到串尾, 并修改成一个问号, 作为“+1”标志。然后每一位依次处理就行了。

55 D9157 Codeforces 294D Shaass and Painter Robot

55.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9157>

标签：模拟。

55.2 题目大意

一个矩形棋盘，机器人一开始在某个边上，方向是斜着的，问如果遵循反射定律往前走，走多少步的时候能把棋盘涂成黑白相间的？

数据范围是10万。

55.3 简要做法

直接模拟一遍就行了。根据光路可逆原理复杂度是能保证的。

56 D9159 Codeforces 240F Torcoder

56.1 简要介绍

题目链接：<http://tsinsen.com/D9159>

标签：线段树。

56.2 题目大意

给字符串，每次可以将一个子序列重排成字典序最小的回文串（若不可能则不操作），问字符串最后是什么。

数据范围是10万。

56.3 简要做法

开26个线段树维护一下每个字母，剩下的做法是显然的。

57 D9161 Codeforces 332E Binary Key

57.1 简要介绍

题目链接：<http://tsinsen.com/D9161>

标签：贪心。

57.2 题目大意

给出字符串 s 和 p ，求一个字典序最小的长度为 k 的二进制串 q ，使得如果把 s 和 q 复制无穷多份，并按 q 中1的位置提取出 s 的字符， p 能够是提取出的串的前缀。

$$|s| \leq 200, |p| \leq 10^6, k \leq 2000。$$

57.3 简要做法

枚举 q 中1的个数，然后要构造一个位置，也就是转化为了一个显然的贪心问题。

58 D9162 Codeforces 293D Ksusha and Square

58.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9162>

标签: 几何、期望。

58.2 题目大意

给一个凸多边形，问随机选择其中的两个整点为对角线画正方形的期望面积。

$$n \leq 10^5, \text{坐标范围} 10^6。$$

58.3 简要做法

几何算出每一竖条的高度……然后把期望的式子拆开就会发现很好算了。

59 D9165 USACO 2013 Open Photo

59.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9165>

标签: 动态规划、单调队列。

59.2 题目大意

有 n 头奶牛排成一行。小明拍了 m 张照片，照片 i 包含了从 a_i 到 b_i 的奶牛，每张照片中恰有一头奶牛有斑点。问至多有多少头奶牛有斑点。

$$n \leq 200000, m \leq 100000。$$

59.3 简要做法

用 $dp[i]$ 表示前 i 个位置至多有多少斑点。写出转移方程后容易发现可以用单调队列优化。

60 D9166 Codeforces 338E Optimize!

60.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9166>

标签: 线段树。

60.2 题目大意

给出长度为 n 的序列 a 和长度为 m 的序列 b ，问 a 有多少个长度为 m 连续子序列 c ，使得 c 与 b 能找到某种匹配，使得匹配的每对数的和都大于等于 h 。

$$n, m \leq 150000。$$

60.3 简要做法

从左往右检查每一个连续子序列是否符合条件。这个可以用线段树维护每个元素比 b 的多少元素大来完成。扫一遍就可以了。

61 D9167 USACO Dec07 Best Cow Line

61.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9167>

标签: 贪心。

61.2 题目大意

给一个序列，每次可以取出头或尾，问字典序最小的取出的序列。
序列长度不超过30000。

61.3 简要做法

显然每次比较序列正反字典序，取小的一边就可以了。

62 D9170 Codeforces 249E Endless Matrix

62.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9170>
标签: 数学。

62.2 题目大意

给出这样的一个矩阵:

```
1 2 5 10 17 26
4 3 6 11 18 27
9 8 7 12 19 28
16 15 14 13 20 29
25 24 23 22 21 30
36 35 34 33 32 31
```

问部分和。数据组数不超过10000，坐标不超过 10^9 ，若超过10位则只输出后十位。

62.3 简要做法

运用基本的数列求和公式推导即可。注意取模时不要爆unsigned long long。

63 D9173 Codeforces 285E Positions in Permutations

63.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9173>

标签: 动态规划。

63.2 题目大意

给出 n 和 k , 问有多少个 n 的排列 P , 使得恰好有 k 个 i 满足 $|P_i - i| = 1$, 答案模 $10^9 + 7$ 。

$k \leq n \leq 1000$ 。

63.3 简要做法

按照从小到大的顺序dp就可以了, 需要再开一维额外记录之前两个数的配对情况。

64 D9174 Codeforces 295D Greg and Caves

64.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9174>

标签: 动态规划。

64.2 题目大意

求在 $n \times m$ 的矩形上有多少种方法显示出一个宽度为1像素的凸的洞, 对 $10^9 + 7$ 取模。

$n, m \leq 2000$ 。

64.3 简要做法

只需要从两边dp, 在中间乘起来就可以了。写出dp方程以后可以很显然地用前缀和优化。

65 D9177 GCJ 2010 Final A Letter Stamper

65.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9177>

标签: 动态规划。

65.2 题目大意

用栈打印一个三进制串, 每次可以压栈、弹栈、打印栈顶, 最初栈是空的, 要求最后也要是空的, 问最小操作步数。

串长不超过2000。

65.3 简要做法

显然栈里不会出现“XX”这样连续两个相同的数字。而且也可以证明可以不使用“XYX”这样的形式也一定能达到最优解。所以任何时候栈一定是“XYZXYZXY”这样的形式。

这样就可以做一个显然的平方级别的dp了。

66 D9179 Codeforces 257E Greedy Elevator

66.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9179>

标签: 模拟、线段树。

66.2 题目大意

给出电梯载人的策略(每秒按照某种权值决定向上走还是向下走), 问每个人能在什么时候到达目的地。

数据范围是10万。

66.3 简要做法

直接按照题意模拟。算权值需要线段树优化。

67 D9180 Codeforces 316E3 Summer Homework

67.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9180>

标签: 线段树。

67.2 题目大意

给一个长度为 n 的序列和 m 个操作, 每次可以改一个元素的值, 区间加一个数, 或是给区间 $[l, r]$, 询问 $\sum a_i \times fib_i$, 其中 a_i 表示当前区间的第 i 个数, 答案模 10^9 。

$n, m \leq 200000$ 。

67.3 简要做法

开线段树, 对于每个区间维护答案和 $\sum a_i \times fib_{i+1}$ 。预处理出斐波那契数列递推矩阵及其前缀和就可以在 $O(1)$ 的时间合并和打标记。

68 D9182 Codeforces 297E Mystic Carvings

68.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9182>

标签: 乱搞。

68.2 题目大意

给出圆的 n 条弦, 问有多少个弦的三元组满足三条弦两两交叉或形成“回”的形状。

$n \leq 100000$ 。

68.3 简要做法

不妨统计反面, 即统计“三、H、XD”这三种情况。这些情况都是排序扫一下乱搞就可以了。

69 D9183 Codeforces 335F Buy One, Get One Free

69.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9183>

标签: 贪心。

69.2 题目大意

有 n 个商品, 给出每个商品的价格。每次买一个商品可以顺便带走价格小于它的另一个商品。问全部买下的最小代价。

$n \leq 500000$ 。

69.3 简要做法

这道题是万般无奈之下照题解和标程写的……

贪心的大概方法就是在最简单的贪心基础上, 推出数学式子观察条件, 然后允许反悔退流……

70 D9185 USACO Mar12 Cows in a Skyscape

70.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9185>

标签: 搜索。

70.2 题目大意

n 个物品, 放到 W 的背包里, 问需要的背包个数。

$n \leq 18$ 。

70.3 简要做法

数据范围很小, 直接搜索加剪枝就可以通过了。

71 D9189 Codeforces 293B Distinct Paths

71.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9189>

标签: 搜索、双暴力。

71.2 题目大意

一个 $n \times m$ 的矩形, 每个格子要涂上 k 个颜色的一种, 要求从左上角到右下角的只能向下或向右走的路径都必须经过不同颜色的块。问方案数对 $10^9 + 7$ 取模。

$n, m \leq 1000, k \leq 10$ 。

71.3 简要做法

显然在 $n + m$ 都比较大的时候是不可能存在方案的。对于较小的情况直接暴搜剪枝就可以了。

72 D9192 Codeforces 354D Transferring Pyramid

72.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9192>

标签: 动态规划。

72.2 题目大意

给出一个金字塔, 每次可以支持单点修改和子金字塔修改。现在有一个 n 行的金字塔, 有 k 个格子需要被修改。需要重新求一个最短的修改序列, 使得与原来的序列等价。可以修改不必修改的部分。

$n, k \leq 10^5$ 。

72.3 简要做法

当修改的部分非常接近顶端的时候, 可以直接进行单点修改。

修改以后，记录哪些已经被改过了，然后对于剩下的部分容易进行动态规划解决。

73 D9194 Codeforces 288E Polo the Penguin and Lucky Numbers

73.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9194>

标签: 动态规划、数位dp。

73.2 题目大意

定义一个数是幸运的，当且仅当它在十进制下只包含4和7。现在给出幸运数 l 和 r ，它们的长度相等，问它们之间的幸运数的相邻两两乘积之和对 10^9+7 取模的值。

$$l < r \leq 10^{100000}。$$

73.3 简要做法

这可以用 r 的答案减去 l 的答案得到结果。对于每个数字，要求从1到它的答案。在推出数学公式后容易列出数位dp式子求解。

74 D9195 Codeforces 258D Little Elephant and Broken Sorting

74.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9195>

标签: 动态规划、期望。

74.2 题目大意

给出一个长度为 n 的排列，和 m 次操作，每次操作以一半概率交换某两个元素，问最后序列的逆序数的期望。

$$n, m \leq 1000。$$

74.3 简要做法

用 $dp[i][j]$ 表示当前第 i 个元素比第 j 个元素大的概率，每次操作可以 $O(n)$ 直接维护。最后统计所有 $i < j$ 的 $dp[i][j]$ 之和就行了。

75 D9198 Codeforces 335D Rectangle And Square

75.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9198>

标签: 乱搞。

75.2 题目大意

有 n 个不重叠的矩形，问是否有若干个矩形严丝合缝地拼成了一个正方形。

$n \leq 100000$, 坐标范围3000。

75.3 简要做法

枚举正方形的左上角和边长，更新答案。

时间看起来是三次方的？可以证明不会出现这样的数据。

76 D9199 Codeforces 333C Lucky Tickets

76.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9199>

标签: 构造。

76.2 题目大意

给出 k 和 m ，要找出 m 个可以有前导零的8位数，使得在这8个数字间任意添加运算符和括号能够得到结果为 k 的表达式。

$0 \leq k \leq 10000, m \leq 300000$ 。

76.3 简要做法

暴力枚举前四位，算出这四位能够组合成的所有数，然后用后四位凑成结果为 k 的，发现答案很多，就可以AC了。

77 D9201 Codeforces 309B Context Advertising

77.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9201>

标签: 倍增。

77.2 题目大意

给 n 个单词, 要求选出连续的一段, 使得能把它放在 $r \times c$ 的字符矩阵当中, 且一个单词不能分在两行, 两个单词之间必须有空格。找一个方案使得选了最多的单词。

$$n, rc \leq 10^6。$$

77.3 简要做法

Two pointers之类的扫扫每个单词开始写 c 个字最多能写到哪, 然后在这上面倍增, 找一个最优方案就行了。

当然后一半也可以类似树上two pointers搞一搞。

78 D9203 Codeforces 273D Dima and Figure

78.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9203>

标签: 动态规划、组合数学。

78.2 题目大意

$n \times m$ 的长方形纸片, 要把每个格子染成白色或黑色, 要求: 至少有一个黑色格子; 所有黑色格子连通, 并且最短路恰好为曼哈顿距离。问符合条件的图案个数 $\text{mod } 10^9 + 7$ 。

$$n, m \leq 150。$$

78.3 简要做法

用 $dp[i][j][k]$ 表示当前行数为 i , 当前左边有连续 j 个白色块, 右边有连续 k 个白色块的方案数。细节部分需要分四种情况讨论, 并且要用前缀和优化。

79 D9204 Codeforces 241F Race

79.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9204>

标签: 模拟、语文。

79.2 题目大意

有一个人在 $m \times n$ 的网格里走啊走, 网格里有障碍物、道路和交叉口。给出他经过的交叉口顺序, 再给出某个时刻, 问这个人这个时候的位置。

79.3 简要做法

直接模拟就行了, 不用求最短路什么的。

80 D9205 Codeforces 311E Biologist

80.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9205>

标签: 网络流。

80.2 题目大意

有 n 个动物, 要给每个动物分配一个性别给出每个动物每个性别的代价。有 m 个关系, 每个关系给出了一些动物, 如果这些动物的性别相同就会得到若干收益。求最大收益。

$n \leq 10000, m \leq 2000$ 。

80.3 简要做法

等价于求最少亏损。这是非常经典的最小割模型。给每个动物建一个顶点, 根据题目中的收益关系和最小割的意义建图跑最大流算法即可。

81 D9208 Codeforces 251D Two Sets

81.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9208>

标签: 高斯消元、贪心。

81.2 题目大意

给一个 n 个自然数的集合,要把它划分成两部分,使得两部分的异或和的代数和最大,在此基础上第一部分的异或和最小。输出方案。

$n \leq 100000$ 。

81.3 简要做法

每一位分开考虑。如果这一位存在的数有偶数个,必然给两个集合各分配一个1;如果是奇数个,那么给集合1分配0,集合2分配1。这样可以得到一个异或方程组,消元解之即可。

82 D9211 USACO Open 10 Triangle Counting

82.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9211>

标签: 几何。

82.2 题目大意

给平面上 n 个点,问能组成多少个包含原点的三角形。

$n \leq 100000$ 。

82.3 简要做法

考虑计算反面,即能组成多少个不包含原点的三角形,这要求三个极角分布在某个 180° 以内。极角排序后扫一遍就可以了。

83 D9212 Codeforces 332D Theft of Blueprints

83.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9212>

标签: 双暴力、乱搞。

83.2 题目大意

给出一个 n 个点的无向图, 满足: 对于任意 k 个点的子集, 总存在恰好一个点, 使得这个点与这 k 个点都有边相连。现在定义一个 k 子集的权为这个点与这 k 个点的边权之和。问所有 k 子集的权值的期望。

$n \leq 2000$ 。

83.3 简要做法

可以证明, 当 $k \geq 3$ 时, 只有 $k + 1$ 个点的完全图符合这个条件。

当 $k = 1$ 或 $k = 2$ 时, 算法也是非常好设计的。

84 D9214 Codeforces 305D Olya and Graph

84.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9214>

标签: 动态规划。

84.2 题目大意

有 n 个点 m 条边的DAG, 问有多少种方案添加若干条有向边, 使得: 从每个点出发都能到达编号比它大的点, 并且对于点 $i < j$, 如果 $j - i \leq k$, 那么从 i 到 j 的最短距离为 $j - i$, 否则最短距离为 $j - i$ 或 $j - i - k$ 。答案模 $10^9 + 7$ 。

$n \leq 10^6, m \leq 10^5, k \leq 10^6$ 。

84.3 简要做法

首先检查原图是否符合这个性质, 不符合直接输出0。

当存在答案的时候, 我们可以从左向右扫一遍, 每次可以给答案加上2的若干次幂。

85 D9220 Codeforces 286E Ladies' Shop

85.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9220>

标签: 快速傅立叶变换。

85.2 题目大意

有 n 个背包, 给出它们各自的容量, 现在要构造 k 种物品, 使得对于每个背包, 存在某种放物品的方案把它填满, 并且任意一种总重不超过 m 的选物品的方案都有一种背包, 在这个前提下 k 要尽量小。求一种方案。

$n, m \leq 10^6$ 。

85.3 简要做法

构造一个多项式 P , 如果有背包的容量为 i , 那么 P_i 为1, 否则为0。并且 $P_0 = 0$ 。计算 $Q = P^2$, 如果在 Q 中有不为0的项而不存在这种背包那么就无解。否则, 所需的物品重量就是所有系数为2的项的下标。

86 D9221 Codeforces 341E Candies Game

86.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9221>

标签: 构造。

86.2 题目大意

给一个长度为 n 的自然数数组, 每次可以选择 i 和 j , 满足 $a_i \leq a_j$, 执行操作 $a_j - = a_i, a_i + = a_i$ 。现在要找一个方案, 使得最后数组恰好有两个数非零。或输出无解。

$n \leq 1000$, 所有数的和不超过 10^6 , 操作步数不能超过 10^6 。

86.3 简要做法

如果本来就不超过一个元素非零, 那么无解。

否则，每次任选三个非零元素，对其进行若干次操作，使得其中一个变为零，直到满足题目要求。

每次不妨设当前操作的三个元素为 $a < b < c$ ，那么可以类似辗转相除法的原理，把最小的数从 a 变成 $b \bmod a$ ，而倍增需要的数可以从 c 里面取得。

87 D9222 Codeforces 346E Doodle Jump

87.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9222>

标签: 数论。

87.2 题目大意

有 n 个横梁，第 i 个的高度是 $a_i \bmod p$ ，问这些横梁的最大高度差是否超过了 h 。保证 a 和 p 互质。

$a, n, p, h \leq 10^9$ 。

87.3 简要做法

对于特殊情况 ($an < p$, p 是 a 的倍数等) 可以直接特判掉。对于一般情况，我们可以把它递归转化为 $a' = a * (p/a + 1) \bmod p, p' = a$ 的情况。递归计算可以保证复杂度是对数级别的。

88 D9224 Codeforces 325E The Red Button

88.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9224>

标签: 数论、构造。

88.2 题目大意

给一个有向图，顶点从0到 $n-1$ 编号，点 i 向 $2i \bmod n$ 和 $(2i+1) \bmod n$ 连边。求一个哈密顿环。

$2 \leq n \leq 10^5$ 。

88.3 简要做法

奇数无解偶数有解。对于有解的情况倒着构造：每次试图从 i 回推到 $(i + n)/2$ ，不行则推到 $i/2$ 。

89 D9225 Codeforces 309E Sheep

89.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9225>

标签: 二分、贪心。

89.2 题目大意

给 n 个区间，要求将这些区间排序，使得有交集的区间的最大距离最小，输出方案。

$n \leq 2000$ 。

89.3 简要做法

首先二分答案。

二分出答案以后，判定可以转化为一个非常显然的 $O(n^2)$ 级别的用到前缀和的贪心。

90 D9227 Codeforces 241E Flights

90.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9227>

标签: 最短路、乱搞。

90.2 题目大意

给出一个 n 点 m 边的DAG，边权均为1，现在要把一些边权改为2，使得从1到 n 的所有路径长度都相等。输出方案。

$n \leq 1000, m \leq 5000$ 。

90.3 简要做法

对于每条从 s 到 t 的边，每次用 $dist[s] + 2$ 松弛 t ，同时用 $dist[t] - 1$ 松弛 s ，如果在若干步之内能执行完毕就说明得到了一个合法方案，否则无解。步数可以设为 $2m$ 的级别就可以保证正确性了。

91 D9229 GCJ 2011 Final A Runs

91.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9229>

标签: 动态规划、组合数学。

91.2 题目大意

给一个字符串，问它有多少种排列使得与原来字符串的极大连续相同子串数相同，对1000003取模。

串长不超过450000，极大连续相同子串数不超过100。

91.3 简要做法

预处理出阶乘的前缀积及其逆元，设 $dp[i][j]$ 表示当前处理到了第 i 个字母，极大连续子串数为 j 个的方案数。每次需要枚举这次产生的新的极大连续相同子串，所以每次转移是 $O(n^2)$ 的。

92 D9230 USACO Mar09 Cleaning Up

92.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9230>

标签: 动态规划。

92.2 题目大意

给出长度为 n 的数组，要将其划分成若干连续部分，总代价为每个部分的不同元素的个数的平方之和，问最小代价。

$n \leq 40000$ 。

92.3 简要做法

显然不会有任何一部分有超过 \sqrt{n} 个不同的数。设 $dp[i]$ 表示前 i 位的子数组的答案，那么只需要枚举最后一部分的不同的数的数量即可。为了从不同的数的个数确定位置，我们可以用 \sqrt{n} 个two pointers来维护。

93 D9231 Codeforces 316D PE lesson

93.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9231>

标签: 组合数学、动态规划。

93.2 题目大意

有 n 个人，每个人拿了一个不同的球，每次要让两个人交换球。第 i 个人最多能交换 a_i 次，问最后的不同持球方式数 $\text{mod } 10^9 + 7$ 。

$$n \leq 10^6, a_i \leq 2。$$

93.3 简要做法

不妨把所有 $a_i = 1$ 的人排在前面，答案不变。设 $dp[i]$ 表示前 i 个人的答案，对于 $a_i = 1$ ，有 $dp[i] = (dp[i - 1] + (i - 1)dp[i - 2])$ ，对于 $a_i = 2$ ，有 $dp[i] = idp[i - 1]$ 。

94 D9233 Codeforces 241D Numbers

94.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9233>

标签: 动态规划、双暴力。

94.2 题目大意

给一个1到 n 的排列，求一个非空子序列，使得这个序列的异或和为0，且连写后得到的大整数是 p 的倍数。

$$n, p \leq 50000。$$

94.3 简要做法

如果 $n \leq 31$ ，显然可以通过 $O(n^2p)$ 的动态规划来解决这个问题。

如果 $n > 31$ ，考虑只用1到31这些数共能构造出 $2^{31} - 1$ 个子序列，几乎一定能保证存在符合题意的子序列。所以这种情况下直接无视较大的数字就可以了。

95 D9235 Codeforces 306D Polygon

95.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9235>

标签: 几何、构造。

95.2 题目大意

给 n ，构造一个凸 n 边形，要求每个角角度都相同，每条边长度都不相同。

$3 \leq n \leq 100$ 。

95.3 简要做法

显然 $n = 3, 4$ 时无解。

对于一般的情况，我们只需先画一个正 n 边形，然后把每条边都平行微调一小段距离就可以了。

96 D9238 Codeforces 253E Printer

96.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9238>

标签: 二分、优先队列、模拟。

96.2 题目大意

有一个绝对按照优先级工作的打印机，给出 n 个打印任务，给出其起始时刻、页数和优先级（优先级两两不同）。有一个优先级是未知的，但是知道它的完成时间，求一个合法的优先级。

$n \leq 50000$ 。

96.3 简要做法

这个问题显然是可二分的。二分答案以后的判定性问题可以通过模拟解决。直接模拟会超时，加上优先队列优化就可以了。

97 D9278 Codeforces 267C Berland Traffic

97.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9278>

标签: 网络流、高斯消元。

97.2 题目大意

给出一个 n 点 m 边的无向流网络，每条边有容量限制。要求除了源汇以外的点流量平衡，且对于任意两点 x 和 y ， x 到 y 的所有路径的流量之和都是一定的，在此基础上要求总流量尽可能大，输出方案。

$n \leq 100, m \leq 5000$ 。

97.3 简要做法

对于一个点 i ，令它的势能为 E_i ，那么从 a 到 b 的边的流量就是 $E_a - E_b$ 。根据流量平衡可以列出 $n - 2$ 个方程，不妨设 $E_S = 1, E_T = 0$ ，利用高斯消元可以解出一个合法解。

这个合法解不一定满足边的流量限制，所以按比例缩放就可以了。

98 D9279 Codeforces 261D Maxim and Increasing Subsequence

98.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9279>

标签: 动态规划。

98.2 题目大意

给长度为 n 的序列，问这个序列重复 t 次后的LIS。

$n, \max a \leq 100000, n \times \max a \leq 20000000, t \leq 10^9$ 。

98.3 简要做法

首先 t 如果大于 n 和 $maxa$ 的任何一个就让 t 变小。然后 $dp[i][j]$ 表示重复后序列的前 i 位中，以 j 结尾的LIS长度。用滚动数组树状数组整体转移后发现是 $n \times maxa \times \log maxa$ 的，其实不用树状数组，直接维护 dp 数组的前缀最大值数组就行了，均摊分析后复杂度是 $n \times maxa$ 级别的。

99 D9280 Codeforces 329E Evil

99.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9280>

标签: 数学、乱搞。

99.2 题目大意

给平面上 n 个点，求最长曼哈顿哈密顿环的长度。

$n \leq 10^5$ 。

99.3 简要做法

首先找到这些点在 x 轴和 y 轴方向的中点，这将坐标平面分成了4个区域。然后推出数学式子进行乱搞就可以了。

100 D9293 Codeforces 235D Graph Game

100.1 简要介绍

题目链接: <http://tsinsen.com/D9293>

标签: 环套树、期望。

100.2 题目大意

给出 n 个点的环套树，定义一个变量 $cost$ ，定义一个算法 $solve(T)$ 如下：（其中 T 是一个图）

首先令 $cost$ 增加 T 的点数，然后随机选择 T 的一个点 x ，将 x 删除，然后递归对 T 剩下的连通块调用 $solve$ 。

求 $cost$ 的期望。 $n \leq 3000$ 。

100.3 简要做法

令事件 (A, B) 表示：当删除点 A 时， A 与 B 连通。那么每当有这样一个事件发生，对答案的贡献就是1。

可以证明，如果 A 和 B 的路径上有 x 个点，这个事件的概率就是 $1/x$ 。

如果 A 到 B 有两条路径，那么共有三种点：同时在两条路径上的点数 x ，只在第一条路径上的点数 y ，同时在两条路径上的点数 z ，答案就是 $1/(x+y+1) + 1/(x+z+1) - 1/(x+y+z+1)$ 。