

《文学》解题报告

佛山石中李子豪

1 试题来源

清华集训2015题目
可在BZOJ 3822找到。

2 试题大意

有 N 个半平面，每个半平面有一个权值，要求选出权值和最小的半平面覆盖给出的 p 个点。

$$N, p \leq 100$$

3 算法介绍

3.1 一些观察

如果半平面的并包含所有点，那么半平面的反面的交不包含任何一个点。
因此，我们可以尝试转换为半平面的交即凸包内不含任何一个点的问题。

3.2 算法

我们可以观察到，如果我们枚举凸包上的一个节点 p ，那么剩余所有的半平面，我们都可以把其作用视为去掉了一段节点，并且这段节点关于 p 的极角序是连续的，就是凸包上在这个半平面上的两个点关于 p 的极角序范围内。

从而，原问题可以转换为区间覆盖问题。

我们可以先预处理出各个区间段被覆盖的最小权值。这一步，可以枚举各个半平面，然后再对节点扫一遍求出各个覆盖的极大区间，更新其权值。

之后，再通过极大区间推回到更小区间得到 $w[i][j]$ 表示 i 到 j 的节点被一个半平面覆盖的最小权值。

然后再用 $dp[i]$ 表示极角序前 i 个节点被全部覆盖所需最小花费。通过 $dp[i] = \min_{j < i} (dp[j] + w[j+1][i])$ 转移方程可得到答案。

这个问题，可以通过 $O(N^2)$ 解决。

4 时空复杂度

空间复杂度 $O(N^2)$,时间复杂度 $O(N^4)$.

5 总结

通过等效问题的变换，寻求比较简单的解决方法。