

《回忆树》解题报告

厦门双十中学 汪文潇

1 试题来源

这题是我的原创题。

试题可见：<http://www.lydsy.com/JudgeOnline/problem.php?id=4231>

2 试题大意

给定 n 个点 $n-1$ 条边的无向连通图，点标号为 $1 \sim n$ ，每条边上有一个字符。

有 m 次询问，每次询问给定2个点 u 、 v 和一个非空字符串 s ，问从 u 到 v 的简单路径上的所有边按照到 u 的距离从小到大的顺序排列后，边上的字符依次拼接形成的字符串中给定的串 s 出现了多少次。

$n \leq 100000$ ， $m \leq 100000$ ，询问串总长 $L \leq 300000$ ，时间限制 1s，内存限制256MB。

3 算法介绍

不难发现，原图是一棵树。考虑先将原问题简化为链上的问题。

解决此类问题在链上的情况，是一个极经典的问题，可以通过各种字符串相关的数据结构和算法解决，这里我们不妨以AC自动机为例。

对于链的情况，我们可以先将这条链一正一反形成的两个字符串和所有的询问串建成一棵字典树（这样其就包含了正反两个字符串的所有前缀），并对其建立AC自动机。此时，字典树内某个串 x 是另一个串 y 的后缀，当且在AC自动机的fail树上， x 对应的节点在 y 的子树内。

询问时相当于求在某段有向链上，有多少个点在询问点的子树内。

然后，我们可以通过对fail树求出dfs括号序列，来简单地表示子树关系，询问相应变成求在某段有向链上，有多少个点的权值在给定区间内。

使用可持久化线段树等方法可以轻松解决询问。

扩展到树的情况，对于一次询问 u 、 v ，设 u 和 v 的最近公共祖先为 t ，那么可以将对答案的贡献分成三类，即完全包含于字符串 $u \rightarrow t$ 、完全包含于字符串 $t \rightarrow v$ 和跨越位置 t 。

利用AC自动机进行的转化很容易扩展到树上，因而使用可持久化线段树等算法仍然能很方便地统计前两类对答案的贡献。

考虑第三类情况，对于一个长度为length的询问串，不难发现跨越位置t后可能的匹配位置不超过length-1，对于这些位置暴力匹配即可。

最后的时间复杂度为 $O(n \log n + L)$