

# 泛做表格

姓名：孙周易

## Contents

<b>1</b>	<b>1998B Flight Planning</b>	<b>12</b>
1.1	题目大意	12
1.2	算法讨论	12
1.3	时空复杂度	12
<b>2</b>	<b>1998D Page Selection by Keyword Matching</b>	<b>13</b>
2.1	题目大意	13
2.2	算法讨论	13
2.3	时空复杂度	13
<b>3</b>	<b>1998E Petri Net Simulation</b>	<b>14</b>
3.1	题目大意	14
3.2	算法讨论	14
3.3	时空复杂度	14
<b>4</b>	<b>1998G Spatial Structures</b>	<b>15</b>
4.1	题目大意	15
4.2	算法讨论	15
4.3	时空复杂度	15
<b>5</b>	<b>1999A Bee Breeding</b>	<b>16</b>
5.1	题目大意	16
5.2	算法讨论	16
5.3	时空复杂度	16
<b>6</b>	<b>1999C A Dicey Problem</b>	<b>17</b>
6.1	题目大意	17
6.2	算法讨论	17
6.3	时空复杂度	17
<b>7</b>	<b>1999D The Fortified Forest</b>	<b>18</b>
7.1	题目大意	18
7.2	算法讨论	18

7.3 时空复杂度	18
<b>8 1999E Trade on Verweggistan</b>	<b>19</b>
8.1 题目大意	19
8.2 算法讨论	19
8.3 时空复杂度	19
<b>9 1999H flooded!</b>	<b>20</b>
9.1 题目大意	20
9.2 算法讨论	20
9.3 时空复杂度	20
<b>10 2000A Abbott' s Revenge</b>	<b>21</b>
10.1 题目大意	21
10.2 算法讨论	21
10.3 时空复杂度	21
<b>11 2000B According to Bartjens</b>	<b>22</b>
11.1 题目大意	22
11.2 算法讨论	22
11.3 时空复杂度	22
<b>12 2000C Cutting Chains</b>	<b>23</b>
12.1 题目大意	23
12.2 算法讨论	23
12.3 时空复杂度	23
<b>13 2000E Internet Bandwidth</b>	<b>24</b>
13.1 题目大意	24
13.2 算法讨论	24
13.3 时空复杂度	24
<b>14 2000F Page Hopping</b>	<b>25</b>
14.1 题目大意	25
14.2 算法讨论	25
14.3 时空复杂度	25
<b>15 2001A Airport Configuration</b>	<b>26</b>
15.1 题目大意	26
15.2 算法讨论	26
15.3 时空复杂度	26

<b>16 2001B Say Cheese</b>	<b>27</b>
16.1 题目大意 . . . . .	27
16.2 算法讨论 . . . . .	27
16.3 时空复杂度 . . . . .	27
<b>17 2001E A Major Problem</b>	<b>28</b>
17.1 题目大意 . . . . .	28
17.2 算法讨论 . . . . .	28
17.3 时空复杂度 . . . . .	28
<b>18 2001H Professor Monotonic's Network</b>	<b>29</b>
18.1 题目大意 . . . . .	29
18.2 算法讨论 . . . . .	29
18.3 时空复杂度 . . . . .	29
<b>19 2002A Ballons in a Box</b>	<b>30</b>
19.1 题目大意 . . . . .	30
19.2 算法讨论 . . . . .	30
19.3 时空复杂度 . . . . .	30
<b>20 2002C Crossing th Desert</b>	<b>31</b>
20.1 题目大意 . . . . .	31
20.2 算法讨论 . . . . .	31
20.3 时空复杂度 . . . . .	31
<b>21 2002E Island Hopping</b>	<b>32</b>
21.1 题目大意 . . . . .	32
21.2 算法讨论 . . . . .	32
21.3 时空复杂度 . . . . .	32
<b>22 2002H Silly Sort</b>	<b>33</b>
22.1 题目大意 . . . . .	33
22.2 算法讨论 . . . . .	33
22.3 时空复杂度 . . . . .	33
<b>23 2003B Light Bulbs</b>	<b>34</b>
23.1 题目大意 . . . . .	34
23.2 算法讨论 . . . . .	34
23.3 时空复杂度 . . . . .	34

<b>24 2003D Eurodiffusion</b>	<b>35</b>
24.1 题目大意 . . . . .	35
24.2 算法讨论 . . . . .	35
24.3 时空复杂度 . . . . .	35
<b>25 2003H A Spy in the Metro</b>	<b>36</b>
25.1 题目大意 . . . . .	36
25.2 算法讨论 . . . . .	36
25.3 时空复杂度 . . . . .	36
<b>26 2003I The Solar System</b>	<b>37</b>
26.1 题目大意 . . . . .	37
26.2 算法讨论 . . . . .	37
26.3 时空复杂度 . . . . .	37
<b>27 2003J Toll</b>	<b>38</b>
27.1 题目大意 . . . . .	38
27.2 算法讨论 . . . . .	38
27.3 时空复杂度 . . . . .	38
<b>28 2004E Intersecting Dates</b>	<b>39</b>
28.1 题目大意 . . . . .	39
28.2 算法讨论 . . . . .	39
28.3 时空复杂度 . . . . .	39
<b>29 2004H Tree-Lined Streets</b>	<b>40</b>
29.1 题目大意 . . . . .	40
29.2 算法讨论 . . . . .	40
29.3 时空复杂度 . . . . .	40
<b>30 2004I Suspense!</b>	<b>41</b>
30.1 题目大意 . . . . .	41
30.2 算法讨论 . . . . .	41
30.3 时空复杂度 . . . . .	41
<b>31 2005C The Traveling Judges Problem</b>	<b>42</b>
31.1 题目大意 . . . . .	42
31.2 算法讨论 . . . . .	42
31.3 时空复杂度 . . . . .	42

<b>32 2005E Lots of Sunlight</b>	<b>43</b>
32.1 题目大意 . . . . .	43
32.2 算法讨论 . . . . .	43
32.3 时空复杂度 . . . . .	43
<b>33 2005G Tiling the Plane</b>	<b>44</b>
33.1 题目大意 . . . . .	44
33.2 算法讨论 . . . . .	44
33.3 时空复杂度 . . . . .	44
<b>34 2005H The Great Wall Game</b>	<b>45</b>
34.1 题目大意 . . . . .	45
34.2 算法讨论 . . . . .	45
34.3 时空复杂度 . . . . .	45
<b>35 2005I Workshops</b>	<b>46</b>
35.1 题目大意 . . . . .	46
35.2 算法讨论 . . . . .	46
35.3 时空复杂度 . . . . .	46
<b>36 2005J Zones</b>	<b>47</b>
36.1 题目大意 . . . . .	47
36.2 算法讨论 . . . . .	47
36.3 时空复杂度 . . . . .	47
<b>37 2006B Remember the A La Mode!</b>	<b>48</b>
37.1 题目大意 . . . . .	48
37.2 算法讨论 . . . . .	48
37.3 时空复杂度 . . . . .	48
<b>38 2006C Ars Longa</b>	<b>49</b>
38.1 题目大意 . . . . .	49
38.2 算法讨论 . . . . .	49
38.3 时空复杂度 . . . . .	49
<b>39 2006E Bit Compressor</b>	<b>50</b>
39.1 题目大意 . . . . .	50
39.2 算法讨论 . . . . .	50
39.3 时空复杂度 . . . . .	50

<b>40 2006G Pilgrimage</b>	<b>51</b>
40.1 题目大意 . . . . .	51
40.2 算法讨论 . . . . .	51
40.3 时空复杂度 . . . . .	51
<b>41 2006I Degrees of Separation</b>	<b>52</b>
41.1 题目大意 . . . . .	52
41.2 算法讨论 . . . . .	52
41.3 时空复杂度 . . . . .	52
<b>42 2006J Routing</b>	<b>53</b>
42.1 题目大意 . . . . .	53
42.2 算法讨论 . . . . .	53
42.3 时空复杂度 . . . . .	53
<b>43 2007A Consanguine Calculations</b>	<b>54</b>
43.1 题目大意 . . . . .	54
43.2 算法讨论 . . . . .	54
43.3 时空复杂度 . . . . .	54
<b>44 2007G Network</b>	<b>55</b>
44.1 题目大意 . . . . .	55
44.2 算法讨论 . . . . .	55
44.3 时空复杂度 . . . . .	55
<b>45 2007I Water Tanks</b>	<b>56</b>
45.1 题目大意 . . . . .	56
45.2 算法讨论 . . . . .	56
45.3 时空复杂度 . . . . .	56
<b>46 2007J Tunnels</b>	<b>57</b>
46.1 题目大意 . . . . .	57
46.2 算法讨论 . . . . .	57
46.3 时空复杂度 . . . . .	57
<b>47 2008A Air Conditioning Machinery</b>	<b>58</b>
47.1 题目大意 . . . . .	58
47.2 算法讨论 . . . . .	58
47.3 时空复杂度 . . . . .	58

<b>48 2008B Always an Integer</b>	<b>59</b>
48.1 题目大意 . . . . .	59
48.2 算法讨论 . . . . .	59
48.3 时空复杂度 . . . . .	59
<b>49 2008E Huffman Codes</b>	<b>60</b>
49.1 题目大意 . . . . .	60
49.2 算法讨论 . . . . .	60
49.3 时空复杂度 . . . . .	60
<b>50 2008F Glenbow Museum</b>	<b>61</b>
50.1 题目大意 . . . . .	61
50.2 算法讨论 . . . . .	61
50.3 时空复杂度 . . . . .	61
<b>51 2008G Net Loss</b>	<b>62</b>
51.1 题目大意 . . . . .	62
51.2 算法讨论 . . . . .	62
51.3 时空复杂度 . . . . .	62
<b>52 2008J The Sky is the Limit</b>	<b>63</b>
52.1 题目大意 . . . . .	63
52.2 算法讨论 . . . . .	63
52.3 时空复杂度 . . . . .	63
<b>53 2009A A Careful Approach</b>	<b>64</b>
53.1 题目大意 . . . . .	64
53.2 算法讨论 . . . . .	64
53.3 时空复杂度 . . . . .	64
<b>54 2009D Conduit Packing</b>	<b>65</b>
54.1 题目大意 . . . . .	65
54.2 算法讨论 . . . . .	65
54.3 时空复杂度 . . . . .	65
<b>55 2009F Deer-Proof Fence</b>	<b>66</b>
55.1 题目大意 . . . . .	66
55.2 算法讨论 . . . . .	66
55.3 时空复杂度 . . . . .	66

<b>56 2009H The Ministers' Major Mess</b>	<b>67</b>
56.1 题目大意 . . . . .	67
56.2 算法讨论 . . . . .	67
56.3 时空复杂度 . . . . .	67
<b>57 2009I Struts and Springs</b>	<b>68</b>
57.1 题目大意 . . . . .	68
57.2 算法讨论 . . . . .	68
57.3 时空复杂度 . . . . .	68
<b>58 2010B Barcodes</b>	<b>69</b>
58.1 题目大意 . . . . .	69
58.2 算法讨论 . . . . .	69
58.3 时空复杂度 . . . . .	69
<b>59 2010C Tracking Bio-bots</b>	<b>70</b>
59.1 题目大意 . . . . .	70
59.2 算法讨论 . . . . .	70
59.3 时空复杂度 . . . . .	70
<b>60 2010D Castles</b>	<b>71</b>
60.1 题目大意 . . . . .	71
60.2 算法讨论 . . . . .	71
60.3 时空复杂度 . . . . .	71
<b>61 2010G The Islands</b>	<b>72</b>
61.1 题目大意 . . . . .	72
61.2 算法讨论 . . . . .	72
61.3 时空复杂度 . . . . .	72
<b>62 2010I Robots on Ice</b>	<b>73</b>
62.1 题目大意 . . . . .	73
62.2 算法讨论 . . . . .	73
62.3 时空复杂度 . . . . .	73
<b>63 2010J Sharing Chocolate</b>	<b>74</b>
63.1 题目大意 . . . . .	74
63.2 算法讨论 . . . . .	74
63.3 时空复杂度 . . . . .	74



<b>64 2011A To Add or to Multiply</b>	<b>75</b>
64.1 题目大意 . . . . .	75
64.2 算法讨论 . . . . .	75
64.3 时空复杂度 . . . . .	75
<b>65 2011E Coffee Central</b>	<b>76</b>
65.1 题目大意 . . . . .	76
65.2 算法讨论 . . . . .	76
65.3 时空复杂度 . . . . .	76
<b>66 2011H Mining Your Own Business</b>	<b>77</b>
66.1 题目大意 . . . . .	77
66.2 算法讨论 . . . . .	77
66.3 时空复杂度 . . . . .	77
<b>67 2011I Mummy Madness</b>	<b>78</b>
67.1 题目大意 . . . . .	78
67.2 算法讨论 . . . . .	78
67.3 时空复杂度 . . . . .	78
<b>68 2011K Trash Removal</b>	<b>79</b>
68.1 题目大意 . . . . .	79
68.2 算法讨论 . . . . .	79
68.3 时空复杂度 . . . . .	79
<b>69 2012A Asteroid Rangers</b>	<b>80</b>
69.1 题目大意 . . . . .	80
69.2 算法讨论 . . . . .	80
69.3 时空复杂度 . . . . .	80
<b>70 2012B Curvy Little Bottles</b>	<b>81</b>
70.1 题目大意 . . . . .	81
70.2 算法讨论 . . . . .	81
70.3 时空复杂度 . . . . .	81
<b>71 2012C Bus Tour</b>	<b>82</b>
71.1 题目大意 . . . . .	82
71.2 算法讨论 . . . . .	82
71.3 时空复杂度 . . . . .	82

<b>72 2012E Infiltration</b>	<b>83</b>
72.1 题目大意 . . . . .	83
72.2 算法讨论 . . . . .	83
72.3 时空复杂度 . . . . .	83
<b>73 2012L Takeover Wars</b>	<b>84</b>
73.1 题目大意 . . . . .	84
73.2 算法讨论 . . . . .	84
73.3 时空复杂度 . . . . .	84
<b>74 2013A Self-Assembly</b>	<b>85</b>
74.1 题目大意 . . . . .	85
74.2 算法讨论 . . . . .	85
74.3 时空复杂度 . . . . .	85
<b>75 2013B Hey,Better Bettor</b>	<b>86</b>
75.1 题目大意 . . . . .	86
75.2 算法讨论 . . . . .	86
75.3 时空复杂度 . . . . .	86
<b>76 2013C Surely You Congest</b>	<b>87</b>
76.1 题目大意 . . . . .	87
76.2 算法讨论 . . . . .	87
76.3 时空复杂度 . . . . .	87
<b>77 2013D Factors</b>	<b>88</b>
77.1 题目大意 . . . . .	88
77.2 算法讨论 . . . . .	88
77.3 时空复杂度 . . . . .	88
<b>78 2013F Low Power</b>	<b>89</b>
78.1 题目大意 . . . . .	89
78.2 算法讨论 . . . . .	89
78.3 时空复杂度 . . . . .	89
<b>79 2013H Matryoshka</b>	<b>90</b>
79.1 题目大意 . . . . .	90
79.2 算法讨论 . . . . .	90
79.3 时空复杂度 . . . . .	90

---

<b>80 2013J Pollution Solution</b>	<b>91</b>
80.1 题目大意 . . . . .	91
80.2 算法讨论 . . . . .	91
80.3 时空复杂度 . . . . .	91

## 1 1998B Flight Planning

### 1.1 题目大意

已知飞机只能在20000英尺至40000英尺且大小为1000倍数的高度上飞行，并且给出在各个高度飞行时每小时所需的燃料以及上升某个高度所需燃料。

给出 $n$ 段路程以及每段路程在每个高度的风速，飞机在某段路程中必须以固定高度飞行，高度的变化可视为瞬间完成。

求飞机从起飞、按顺序飞完 $n$ 段路程并且降落所需的最少燃料。

$$n \leq 100$$

### 1.2 算法讨论

用 $f(i, h)$ 表示在高度 $h$ 飞完第 $i$ 段之后所需要的最小燃料。

枚举前一段中飞机飞行的高度进行转移。

### 1.3 时空复杂度

时间：  $O(n)$

空间：  $O(n)$

## 2 1998D Page Selection by Keyword Matching

### 2.1 题目大意

按顺序给出 $n$ 个网站的关键词和 $m$ 条搜索关键词，每条均不超过八个关键词。

假如某条搜索中的某个关键字位置为 $i$ ，这个关键字在某个网站中的位置是 $j$ ，那么这个关键字对它们之间的匹配度贡献为 $(9 - i) * (9 - j)$ 。

对于每条搜索，需要在之前的网站中找出与其匹配度最高的至多五个网站。

$$n \leq 25, m \leq 25$$

### 2.2 算法讨论

对于每条询问，直接与之前的网页暴力匹配关键字。

### 2.3 时空复杂度

时间：  $O(n * m)$

空间：  $O(n * m)$

### 3 1998E Petri Net Simulation

#### 3.1 题目大意

一个Petri网中包含 $P$ 个库所， $T$ 个变迁，并且有一些有向边用来相互连接，同时每个库所中有若干个令牌。

在某个时刻，假如一个变迁的所有输入库所都有令牌，那么这个变迁就是被允许的。如果有多个变迁同时被允许，那么这个时刻可能发生任意一个变迁，即它的所有输入库所减少一个令牌，输出库所增加一个令牌。假如没有一个变迁被允许，那么这个Petri网就死了。

给出 $F$ ，要求模拟 $F$ 次变迁的发生，输出最后每个库所的令牌数量，假如Petri网在过程中死了，输出它的死亡时刻。

$$P \leq 100, T \leq 100, F \leq 1000$$

#### 3.2 算法讨论

易知假如某个时刻有多个变迁同时被允许，那么执行任意一个对于结果都没有影响，所以可以直接按照题意模拟。

#### 3.3 时空复杂度

时间： $O(P * T * F)$

空间： $O(P * T)$

## 4 1998G Spatial Structures

### 4.1 题目大意

对于一张 $n * n (n = 2^k)$ 的黑白图片，我们可以将其转化为一棵四分树。

四分树上的每个节点代表图片中的一个矩形区域，我们把它均匀分成四份，左上、右上、左下、右下分别按顺序为当前节点的四个儿子。直到这块区域全部为白色或者全部为黑色，那么这个节点的颜色也为这块区域的颜色。

对于一个黑色节点，我们把从根到它路径上每次选择的儿子编号倒着写成一个五进制数，作为这个黑色节点的编号。

给出一张大小为 $n * n$ 的图片，求它的黑色节点编号序列；或者给出 $n$ 以及该图的黑色节点编号序列，输出原图。

$$n \leq 64$$

### 4.2 算法讨论

两个操作均可以根据题意直接递归模拟。

### 4.3 时空复杂度

时间： $O(n^2)$

空间： $O(n^2)$

## 5 1999A Bee Breeding

### 5.1 题目大意

在一个螺旋形顺序标号的六边形网格图中求给定两点间的距离。  
编号范围 $T$ 不大于10000。

### 5.2 算法讨论

按层次处理出点之间的相连关系，对于每组询问BFS即可。

### 5.3 时空复杂度

时间：  $O(T)$

空间：  $O(T)$



## 6 1999C A Dickey Problem

### 6.1 题目大意

给出一张 $R * C$ 的骰子地图，地图的每个位置都有一个数字，1到6表示骰子移动到这个位置之前必须是这个数字朝上，-1表示没有限制，0表示不可到达。

给出一个骰子的初始位置和状态，求一条回到起点的路径或者输出不存在。

$R, C \leq 10$

### 6.2 算法讨论

设 $(x, y)$ 为骰子所在的位置， $T$ 为骰子朝上面的数字， $F$ 为骰子朝前面的数字，我们就可以用 $(x, y, T, F)$ 来表示一个状态。

预处理出骰子在某个状态 $(T, F)$ 时往各个方向转时状态的变化再BFS即可。

### 6.3 时空复杂度

时间： $O(R * C)$

空间： $O(R * C)$

## 7 1999D The Fortified Forest

### 7.1 题目大意

平面上有 $n$ 棵树，每棵树各自都具有一个特定的价值，并且每棵树被砍倒之后都能做成某个长度的栅栏。

现在要求一个树的集合，使得砍倒它们以后做成的栅栏能够围住剩下的树，并最小化它们的价值和。

$$n \leq 15$$

### 7.2 算法讨论

枚举被砍树的集合，对于剩下的树求凸包周长判断即可。

### 7.3 时空复杂度

时间： $O(2^n * n * \log n)$

空间： $O(n)$

## 8 1999E Trade on Verweggistan

### 8.1 题目大意

有 $w$ 堆货物，每堆货物至多有 $b$ 个货物，只能从堆顶开始从上往下取货物，每个货物有一个价值。

求取货物获得的最大收益，以及获得最大收益时可能取得的货物数量。

$w \leq 50, b \leq 20$

### 8.2 算法讨论

用 $f(i)$ 表示取了 $i$ 个货物时的最大收益。按顺序枚举货物堆，枚举在某堆中取的货物个数进行DP。

### 8.3 时空复杂度

时间：  $O(w^2 * b^2)$

空间：  $O(w * b)$

## 9 1999H flooded!

### 9.1 题目大意

一副 $n * m$ 大小的地图上每一块的面积为100，并已知它们各自的高度。

给出当地的总积水量，求积水的高度以及有多少块地被淹没。

$n \leq 30, m \leq 30$

### 9.2 算法讨论

把所有的高度从小到大排序之后按顺序枚举水淹到哪里，通过解方程判断合法性。

### 9.3 时空复杂度

时间： $O(n * m * \log n)$

空间： $O(n * m)$

## 10 2000A Abbott' s Revenge

### 10.1 题目大意

箭头迷宫是指假如从某个方向进入了某个路口，则需要根据箭头的指示选择继续向右向左或向前的迷宫。

给出一个 $9 * 9$ 的箭头迷宫，以及出发时的方向，求给定的起点到终点的一条最短路径或者输出无解。

### 10.2 算法讨论

用 $(x, y, \text{dir})$ 表示在 $(x, y)$ 这个路口，方向为 $\text{dir}$ 的状态，BFS即可。

### 10.3 时空复杂度

时间：  $O(1)$

空间：  $O(1)$

## 11 2000B According to Bartjens

### 11.1 题目大意

给出一个长度为 $n$ 的数字串，要在之中添加加号、乘号和减号，并使得所有数字没有前导零无取负，而且式子的结果等于2000。

判断无解或者按字典序输出所有方案。

$$n \leq 9$$

### 11.2 算法讨论

枚举每一个数字前的符号，判断式子的合法性并计算即可。

### 11.3 时空复杂度

时间：  $O(3^n * n)$

空间：  $O(n)$

## 12 2000C Cutting Chains

### 12.1 题目大意

在一个 $n$ 个点的无向图中，可以选择若干个点，断开它们原有的边，并连接到一些新的点。  
求最少选择多少个点可以使原图变为一条链。

$$n \leq 15$$

### 12.2 算法讨论

枚举每一点是否被选，然后判断剩下的点是否构成若干条链，以及被选的点能否把这些链连起来。

### 12.3 时空复杂度

时间： $O(2^n * n)$

空间： $O(n)$

## 13 2000E Internet Bandwidth

### 13.1 题目大意

在一个无向图中求两点间最大流。

$n \leq 100, m \leq n * (n - 1) / 2$ , 所有的容量  $\leq 1000$

### 13.2 算法讨论

用sap便可解决。

### 13.3 时空复杂度

时间:  $O(n^2 * m)$

空间:  $O(m)$



## 14 2000F Page Hopping

### 14.1 题目大意

定义有向图的平均距离为任意两点间最短路长度之和除以可达点对数目。

求一个 $n$ 个点的有向图的平均距离。

$n \leq 100$

### 14.2 算法讨论

使用Floyd算法即可。

### 14.3 时空复杂度

时间:  $O(n^3)$

空间:  $O(n^2)$

## 15 2001A Airport Configuration

### 15.1 题目大意

机场中有 $n$ 个出口与 $n$ 个入口，每对出入口之间有一定的客流量。

给出 $m$ 组出入口安排，每组安排为一个出口序列和一个入口序列。一组安排的客流指数为将每对出入口之间的客流量与他们在两个序列中位置之差的绝对值相乘之后求和的结果。

将所有安排按客流指数排序后输出。

$$n \leq 25, m \leq 20$$

### 15.2 算法讨论

直接按照题意模拟。

### 15.3 时空复杂度

时间：  $O(n^2 * m)$

空间：  $O(n^2)$

## 16 2001B Say Cheese

### 16.1 题目大意

一块奶酪中有 $n$ 个球形气泡，在气泡内移动不需要时间，在气泡外每秒可以移动0.1单位距离。问某一点移动到另一点的最短时间。

$$n \leq 100$$

### 16.2 算法讨论

把起点终点看成半径为0的气泡，求出所有气泡间的距离，再用Dijkstra解决。

### 16.3 时空复杂度

时间：  $O(n^2)$

空间：  $O(n^2)$

## 17 2001E A Major Problem

### 17.1 题目大意

定义大调音阶为由特定调号开始，由连续的“全音-全音-半音-全音-全音-全音-半音”构成的音符序列。并且需要满足A到G每个字母恰好出现一次以及不允许同时出现升调或降调记号。

给出两个调号，判断对应的大调是否合法。若合法，再给出若干个音符，依次判断是否在第一个调号对应的大调中出现，若出现，输出第二个大调中对应位置的音符。

### 17.2 算法讨论

对于每个调号，直接枚举出大调音阶中的音符并判断合法性。

对于询问音符，直接枚举音阶中的音符并判断就可以解决。

### 17.3 时空复杂度

时间：  $O(1)$

空间：  $O(1)$

## 18 2001H Professor Monotonic's Network

### 18.1 题目大意

判断一个有 $n$ 个输入和输出端口以及 $m$ 个比较器的比较网络是否为排序网络，并且输出并行工作下它运行所需的单位时间。

### 18.2 算法讨论

根据0-1原则，只需要检查 $2^n$ 种01序列即可判断其是否为排序网络。  
运行时间则可以根据拓扑序计算。

### 18.3 时空复杂度

时间： $O(2^n * m)$

空间： $O(n + m)$

## 19 2002A Ballons in a Box

### 19.1 题目大意

一个长方体中有 $n$ 个点可以用来放置会膨胀的圆形气球，正在膨胀的气球碰到长方体或者是之前放置的气球便会停止膨胀。

可以以任意顺序放置，也可以不在某一个点放置，求最后长方体没被气球占据的体积最小是多少。

$$n \leq 6$$

### 19.2 算法讨论

$O(n!)$ 枚举气球放置的顺序并计算。

### 19.3 时空复杂度

时间：  $O(n!)$

空间：  $O(n!)$

## 20 2002C Crossing the Desert

### 20.1 题目大意

你需要徒步穿越二维平面上的沙漠。在沙漠中每行走一单位距离就要消耗一单位食物和水。食物和水的单位和有携带的最大值。在起点处可以购买数量至多为一百万的整数份食物，水可以在绿洲和起点处无限量地收集。

给出包括起点和终点在内的 $n$ 个坐标，除起点和终点外其他的坐标表示绿洲，求要从起点走到终点最少所需购买的食物数量。

$$n \leq 20$$

### 20.2 算法讨论

除了最后到达终点的一次行走之外，其他的行走都可以看成是搬运食物。设 $f(x)$ 表示从 $x$ 到达终点所需的最少食物，把 $x$ 到 $y$ 的边权看成是从 $y$ 到 $x$ 搬运 $f(x)$ 份食物所需要额外消耗的食物量，则问题就变成了最短路，可以用Dijkstra 解决。

### 20.3 时空复杂度

时间：  $O(n^2)$

空间：  $O(n^2)$

## 21 2002E Island Hopping

### 21.1 题目大意

平面上有 $n$ 个小岛，每个小岛上有若干居民。

所有小岛两两之间同时开始建造电缆。

求所有居民与第一个小岛联通的平均时间。

$n \leq 50$

### 21.2 算法讨论

每个小岛与第一个小岛联通的时间一定是该图最小生成树上到第一个小岛最长边的长度。

因此用Prim算法就可以解决。

### 21.3 时空复杂度

时间:  $O(n^2)$

空间:  $O(n^2)$



## 22 2002H Silly Sort

### 22.1 题目大意

要求通过每次交换任意两个数的方式将 $n$ 个不同的数升序排序，每次代价为交换的两数之和。  
求最小代价。

$$n \leq 1000$$

### 22.2 算法讨论

容易知道对于一个环一定是用环中最小的数字或者是环外最小的数字来使之有序。  
所以直接模拟即可。

### 22.3 时空复杂度

时间：  $O(n)$

空间：  $O(n)$

## 23 2003B Light Bulbs

### 23.1 题目大意

有 $n$ 个灯泡和 $n$ 个开关，第 $i$ 个开关控制第 $i-1, i, i+1$ 个灯泡，特别的，首尾两个开关各自只控制两个灯泡。

把灯泡的初始和最终亮灭状态用二进制压缩后给出，求一个可以把灯泡从初始状态变为最终状态的开关操作序列，要求操作次数最少，同时也要保证用二进制压缩后数字大小尽可能小，或者输出无解。

数字长度 $L$  不超过100。

### 23.2 算法讨论

枚举第一个开关的状态，那么对于之后的第 $i$ 个开关，假如第 $i-1$ 个灯泡状态不符，则需要打开这个开关。

需要高精度的运算。

### 23.3 时空复杂度

时间： $O(L^2)$

空间： $O(L)$

## 24 2003D Eurodiffusion

### 24.1 题目大意

平面上有 $n$ 个顶点坐标均小于等于 $m$ 且为非负整数的矩形，分别代表 $n$ 个国家，其中的整点代表城市。

每种国家都有属于自己的硬币，初始时刻每个城市都有所属国家的1000000个硬币。

每一时刻每个城市都会把自己拥有的每种硬币除以1000下取整的值分别送给四周的城市。

求每个国家所有城市拥有过所有硬币的时刻。

$$n \leq 20, m \leq 10$$

### 24.2 算法讨论

直接根据题意模拟即可。

### 24.3 时空复杂度

时间：  $O(ans * n * m^2)$

空间：  $O(n * m^2)$

## 25 2003H A Spy in the Metro

### 25.1 题目大意

一条地铁线中有 $n$ 个地铁站，在 $i$ 和 $i + 1$ 两个相邻地铁站之间往返的时间都是 $t_i$ 。

有 $m_1$ 班列车从1号站开往 $n$ 号站， $m_2$ 班列车从 $n$ 号站开往1号站，并给出每班列车的发车时间。

现在要在0时刻从1号站出发， $T$ 时刻抵达 $n$ 号站，求中途在站台等待的最少时间。

$T \leq 200, n \leq 50, m_1 \leq 50, m_2 \leq 50$

### 25.2 算法讨论

用 $f(i, j)$ 表示第 $i$ 时刻在 $j$ 号站台上时，之前在站台等待的最少时间。预处理出第 $i$ 时刻在 $j$ 号站台可以转移到哪些状态，直接DP即可。

### 25.3 时空复杂度

时间： $O(T * (n + m_1 + m_2))$

空间： $O(T * (n + m_1 + m_2))$

## 26 2003I The Solar System

### 26.1 题目大意

给出开普勒三定律，太阳系中某个行星的轨道半长轴、半短轴和运行周期以及另一个行星的半长轴与半短轴。

假设0时刻后者在轨道 $x$ 坐标最大处。

求 $t$ 时间后第二个行星的位置。

### 26.2 算法讨论

由开普勒第三定律 $(\frac{t_1}{t_2})^2 = (\frac{a_1}{a_2})^3$ 可知第二颗行星的运行周期。

把 $t$ 转换到一个运行周期内的对应时间，那么此时从起始位置开始与恒星连线扫过面积与椭圆面积比即为 $t$ 与周期长度之比。

所以我们可以二分此时的 $x$ 坐标，通过放缩求出面积比较。

### 26.3 时空复杂度

时间：  $O(\log eps^{-1})$

空间：  $O(1)$

## 27 2003J Toll

### 27.1 题目大意

在一个 $n$ 个点 $m$ 条边的无向图中，要从 $S$ 出发运送数量为 $p$ 的货物到 $T$ 。

经过某些城市时要缴纳数量为1的过路费，而另一些则需要 $\lfloor \frac{\text{当前货物量}-1}{20} \rfloor + 1$ 。

求一开始至少要携带多少货物。

$n = 52, m \leq 1000, p \leq 1000$

### 27.2 算法讨论

二分一开始携带的货物数量，然后用 $f(x)$ 表示到达 $x$ 时携带的最大货物数量，使用SPFA 更新即可。

### 27.3 时空复杂度

时间：  $O(n * m * \log p)$

空间：  $O(m)$

## 28 2004E Intersecting Dates

### 28.1 题目大意

我们拥有1700至2100年间 $n$ 个时间段的股票数据，现在想查询这若干年间 $m$ 个时间段的股票数据。

问还需要知道哪些时间段的数据。

$$n \leq 100, m \leq 100$$

### 28.2 算法讨论

对于这若干年间的 $T$ 天，倘若某天的数据已经拥有，则用并查集将这一段合并到结尾的一天上。

对于询问做同样处理。

那么只需要再循环一遍就可以求得所需查询的区间。

### 28.3 时空复杂度

时间：  $O(T)$

空间：  $O(T)$

## 29 2004H Tree-Lined Streets

### 29.1 题目大意

给出 $n$ 条线段，要在这些线段上放置点。一条线段上任意两点距离至少为50，任意一个点到它所在线段与其他线段的任意一个交点的距离至少为25。

保证任意两个交点或端点的距离都不会是25的倍数。求最多可以放置多少点。

$n \leq 100$

### 29.2 算法讨论

对于所有线段两两求交点。

如果一条线段不包含交点，直接统计答案，否则将它上面的交点和端点排序后，按每段是否包含端点分类统计答案。

### 29.3 时空复杂度

时间： $O(n^3 \log n)$

空间： $O(n)$



## 30 2004I Suspense!

### 30.1 题目大意

我们要在两幢距离为 $d$ ，层数分别为 $n$ 和 $m$ 的公寓之间建造一座水平的缆桥。

公寓的每层楼之中可能有猫或鸟或什么都没有。

假如一只猫在高度 $h$ ，猫可以跳到的范围是 $(h-3, h+0.5)$ 。

如果某只猫能通过桥进入一只鸟所在的窗台，则称它能够抓到鸟。

已知每层楼的高度为3米，窗户高度为1.5米，每层楼的窗户离地面1米。

要求桥缆两端连接两幢楼最高的两个窗户底端，最低处比桥面恰好高1米，且任何一只猫都不能抓到鸟。

求桥缆可能的最大长度。

$$n \leq 25, m \leq 25$$

### 30.2 算法讨论

分析可知若某个窗台高度为 $H$ ，则可能作为桥面的高度只有 $H-0.5, H, H+0.5$ 。

找到最低的合法高度之后，问题就变成了求过 $(0, 0), (x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 三点的抛物线在这段上的长度。

其中 $y_1$ 与 $y_2$ 已知， $x_1 < 0, x_2 > 0$ 。

设抛物线为 $y = ax^2$ ，可以解得 $a = \left( \frac{\sqrt{y_1} + \sqrt{y_2}}{d} \right)^2$ 。

由 $\int \sqrt{1 + 4a^2x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{4a^2x^2 + 1} + \frac{1}{4a} \ln(2ax + \sqrt{4a^2x^2 + 1})$  即可求得抛物线长度。

### 30.3 时空复杂度

时间： $O(n)$

空间： $O(n + m)$

## 31 2005C The Traveling Judges Problem

### 31.1 题目大意

在一个 $n$ 个点无重边的带权联通无向图中，给出一个终点和若干起点。

求一棵权值最小的生成树使得所有起点能到达终点。

$n \leq 20$

### 31.2 算法讨论

枚举最后在生成树中的点并求出生成树判断即可。

### 31.3 时空复杂度

时间： $O(2^n * n^2)$

空间： $O(n^2)$

## 32 2005E Lots of Sunlight

### 32.1 题目大意

已知某日上海5:37日出, 18:17日落。现有 $n$ 幢楼房由东向西依次排列, 相邻两幢楼房会间隔给定的距离, 第 $i$ 幢楼房有 $m_i$ 层, 每层有一个高 $h$ 宽 $w$  的房间。

定义一个房间被太阳直射的时间是该房间的东侧外墙开始被完全照射的时间到西侧外墙结束被完全照射的时间。

有 $q$ 个询问, 每次询问一个房间在当天被直射的时间段。

$n \leq 100, q \leq 1000$

### 32.2 算法讨论

对于第 $x$ 幢第 $y$ 层, 只需要在前 $x-1$ 幢楼中找到楼顶和它所能形成的最大夹角即可知道这个房间开始被直射的时间。结束被直射的时间同理。

### 32.3 时空复杂度

时间:  $O(n * q)$

空间:  $O(n)$

## 33 2005G Tiling the Plane

### 33.1 题目大意

给出棋盘覆盖和蜂巢覆盖的定义，通过“NESW”序列表示线段方向的方式表示一个直角多边形，判断它能否通过平移不重不漏地铺满整个平面。

直角多边形边长 $L \leq 50$

### 33.2 算法讨论

首先通过枚举划分位置将原序列分为等长的两段，并将其中的某一段的方向全部置反。

再枚举一个（棋盘覆盖）和两个（蜂巢覆盖）划分点，用hash判断划分出来的若干对小段中，是否全部一一对应倒序。假如是则满足合法。

### 33.3 时空复杂度

时间： $O(L^3)$

空间： $O(L)$

## 34 2005H The Great Wall Game

### 34.1 题目大意

在一个 $n * n$ 的棋盘上，有 $n$ 个棋子。每次可以将一个棋子移动到周围的空格上。

求把这 $n$ 个棋子移成一条线（一行、一列或两条对角线）所需的最少移动次数。

$n \leq 15$

### 34.2 算法讨论

枚举 $2 * n + 2$ 种目标状态，初始状态的某个棋子要移到目标状态某个位置所需的步数即为它们的曼哈顿距离。

所以对于每种目标状态，做一次最优匹配就可以知道所需移动次数。

### 34.3 时空复杂度

时间： $O(n^4)$

空间： $O(n^2)$

## 35 2005I Workshops

### 35.1 题目大意

有 $w$ 个会议，每个会议都有持续时长和与会人数。有 $r$ 个房间，每个房间都有可以使用的时长和可以容纳的人数上限。

只有会议人数和时长均不超过房间的时长会议才能在这个房间中召开，且一个房间只能召开一次会议。

要求在最小化不能召开的会议数量的同时最小化不能召开会议的人数。

$$w \leq 1000, r \leq 1000$$

### 35.2 算法讨论

将房间按时间从小到大排序，按照顺序，每次选择人数最多的可以容纳在当前房间里的会议。

可以证明这样的贪心策略是正确的。

### 35.3 时空复杂度

时间：  $O(w * r)$

空间：  $O(w + r)$

## 36 2005J Zones

### 36.1 题目大意

有 $n$ 个信号服务塔，每个服务塔覆盖了一定数量的客户。同时有 $m$ 个公共服务区，每个公共服务区当中都是若干个服务塔的信号重叠区域，当中也会服务一定数量的客户。

给定 $k$ ，要求选出 $k$ 个服务塔，使得被服务到的客户数量最多。

$$n \leq 20, m \leq 10$$

### 36.2 算法讨论

暴力枚举服务塔的选取情况，将每个服务塔的覆盖的客户加起来。

对于每个重叠区域，若当前选取情况与其有交集，则减去重复的部分即可。

### 36.3 时空复杂度

时间： $O(2^n * m)$

空间： $O(2^n)$

## 37 2006B Remember the A La Mode!

### 37.1 题目大意

有 $n$ 种饼干和 $m$ 种冰激凌，每种食物都有各自的数目。

任意两种饼干和冰激凌之间假如可以搭配，则可以得到给定大小的利润。

求在所用食物都被用完情况下利润可能的最大值和最小值。

$$n \leq 50, m \leq 50$$

### 37.2 算法讨论

从源点向每种饼干连容量为其数目，没有费用的边。

从每种冰激凌向汇点连容量为其数目，没有费用的边。

每种饼干向可以搭配的每种冰激凌连容量无限，费用为利润的边。

分别做最大费用最大流与最小费用最大流。

### 37.3 时空复杂度

时间： $O(n^2 * m)$

空间： $O(n * m)$



## 38 2006C Ars Longa

### 38.1 题目大意

判断一个由 $n$ 个重量为1的球形关节和 $m$ 根轻杆组成的雕像是否静止，若静止，判断其是否稳定。地面上的球形关节视为被固定。

$$n \leq 100, m \leq 100$$

### 38.2 算法讨论

对于每一个没有被固定在地面上的球形关节，在 $xyz$ 三个方向上对其列力的平衡方程，未知数为杆的受力情况。

若方程组无解，则雕像不静止，否则对于每个球形关节施加一个大小和方向都随机的力，并且再次列出方程组，若有解则雕像稳定。

### 38.3 时空复杂度

时间： $O(n^2 * m)$

空间： $O(n * m)$

## 39 2006E Bit Compressor

### 39.1 题目大意

有一种二进制串解压方法是将连续的 $n$ 个1 替换为 $n$ 的二进制表示，当然这只会发生在能使原串更短时。

现在给出一个长度不超过40的压缩后的串以及原串中1的个数，判断合法的原串是否存在以及唯一存在。

### 39.2 算法讨论

由于串的长度很小，我们不妨对于每个由1 开始的位置尝试解压。

假如某一段全是1且长度不超过2则可能为原串中的内容，假如某一段以0结尾并且这一段的二进制表示大于2则可能为压缩后的内容。

使用搜索进行尝试便可解决。

### 39.3 时空复杂度

时间：  $O(1)$

空间：  $O(1)$

## 40 2006G Pilgrimage

### 40.1 题目大意

一组队伍在朝圣的途中，会有人员的进出或者金钱的支付。  
并且满足每次支付的金钱一定是人数的倍数以及队伍人数始终不少于一个。  
给出 $n$ 个事件，求开始时可能的人数。  
 $n \leq 50$ ，每次支付的金钱数目 $T$ 不大于2000，每次人数变动数目不超过20

### 40.2 算法讨论

可以知道第一次人员变动之前和最后一次人员变动之后的支付操作都是无意义的。  
假如所有的人员变动之间无支付操作，则开始时可能的人数为无穷个，只需要出下界  
将连续的支付操作合并成一个之后，枚举其中的一个支付金额的约数并检查即可。

### 40.3 时空复杂度

时间： $O(n^2 * \sqrt{T})$

空间： $O(n)$

## 41 2006I Degrees of Separation

### 41.1 题目大意

求一个 $n$ 个点的无向图任意两点间最短路的最大值或指出其不连通。

$n \leq 50$

### 41.2 算法讨论

Floyd即可。

### 41.3 时空复杂度

时间:  $O(n^3)$

空间:  $O(n^2)$

## 42 2006J Routing

### 42.1 题目大意

在一个 $n$ 个点 $m$ 条边的有向图中，求一条从1到2再回到1的路径，使得路上经过的点最少。

$n \leq 100, m \leq 1000$

### 42.2 算法讨论

用 $f(i, j)$ 表示从1到 $i$ 以及从 $j$ 到1两条路径一共经过的最少点数， $g(i, j)$ 表示 $i$ 到 $j$ 的最短路。

我们使用SPFA来更新 $f$ 。

假如当前状态为 $f(i, j)$ ，那么可以转移到：

$$\begin{cases} f(j, i) (i \text{ 到 } j \text{ 存在路径}) \\ f(i, k) (k \text{ 到 } j \text{ 存在路径}) \\ f(k, j) (i \text{ 到 } k \text{ 存在路径}) \end{cases}$$

那么最后 $f(2, 2)$ 即为所求。

### 42.3 时空复杂度

时间： $O(n^3 * m)$

空间： $O(n^2)$

## 43 2007A Consanguine Calculations

### 43.1 题目大意

给出父母和孩子中两人的 $ABO$ 血型 and  $Rh$ 血型，求剩下一人所有可能的血型组合。

### 43.2 算法讨论

枚举每个人未知的基因并判断合法性。

### 43.3 时空复杂度

时间：  $O(1)$

空间：  $O(1)$

## 44 2007G Network

### 44.1 题目大意

有 $n$ 条信息，他们被打乱成了 $m$ 个信息包，每个信息包代表某条信息中的连续一段。  
现在要将这 $m$ 个信息包按顺序通过一个缓冲区，缓冲区中的信息包可以随时被输出。  
要求最后输出当中同一条信息的信息包必须按顺序并且连续。  
求缓冲区的最小大小。

$$n \leq 5, m \leq 1000$$

### 44.2 算法讨论

枚举最后得到的信息的顺序，对于每种顺序模拟缓冲区的操作即可。

### 44.3 时空复杂度

时间:  $O(n! * m)$

空间:  $O(m)$

## 45 2007I Water Tanks

### 45.1 题目大意

有 $n$ 个底面积均为1的圆柱形容器，之间通过容积可以忽略不计且与底面平行的细管连接。

其中除第1个容器上方开放外，其他容器皆为封闭，而且细管的高度递增。

现在缓慢往第一个容器中倒水，已知倒水的过程中满足：

开放的空气中气压为一个大气压。

水不能被压缩，空气能被压缩。

封闭空间中如果体积缩小，气压与体积满足 $P_1V_1 = P_2V_2$ 。

一单位高度的水柱产生的压力为0.097 个大气压。

相连的水在同一高度的压强是相等的。

求能倒入容器内水的总体积。

$n \leq 10$

### 45.2 算法讨论

由于所有的细管之间高度递增，所以我们可以从第一个容器开始往后逐个计算。

对于第 $i$ 个容器的计算，可以分为三个阶段：

- 高度在左右两细管之间。
- 高度与较高细管持平。
- 高度超过左右两细管。

对于第一和第二个阶段，若可以实现平衡，则直接可以结束。

对于第三个阶段，由于此时已与外界隔离，所以也容易计算。

### 45.3 时空复杂度

时间： $O(n)$

空间： $O(n)$



## 46 2007J Tunnels

### 46.1 题目大意

在一张 $n$ 个点 $m$ 条边的无向图中，一个间谍要从1号点出发逃到0号点。

你可以通过摧毁一些边的方式来阻止他。

求最坏情况下最少要删几条边才能使间谍无法抵达 $n$ 号点。

$n \leq 50, m \leq 1000$

### 46.2 算法讨论

我们用 $f(i)$ 表示从第 $i$ 个点出发，无法达到0 所需要摧毁的最少边数。

设 $\text{mincut}(i)$ 为当前 $i$ 到0的最小割值。那么每次我们找到当前图中所剩余的点当中 $f$ 值最小的一个点 $u$ ，将 $f$ 值等于 $f(u)$ 的点从图中删除之后，对仍在图中的点 $i$ 用 $f(u) + \text{mincut}(i)$ 更新答案。最后 $f(1)$ 即为所求。

可以用类似于最短路的想法证明其正确性。

### 46.3 时空复杂度

时间：  $O(n^4 * m)$

空间：  $O(n * m)$

## 47 2008A Air Conditioning Machinery

### 47.1 题目大意

在一个由单位正方形组成的 $x * y * z$ 的长方体中有一个入口和一个出口。

现在给出一个恰好由4个单位正方体组成且有两个口的弯管，要求用最少的弯管数连接出口和入口，且弯管不能超出制定空间。如果不可能用6个弯管完成，输出无解。

### 47.2 算法讨论

任何时刻弯管最多只有八种接法，所以总的可能数不会超过 $\sum_{x=1}^6 8^x = 299592$ ，可以直接搜索。

### 47.3 时空复杂度

时间： $O(1)$

空间： $O(1)$

## 48 2008B Always an Integer

### 48.1 题目大意

给出一个自变量为 $n$ ，最高指数为 $m$ 的整数多项式。

判断当 $n$ 取所有正整数时，该多项式是否始终是给定整数 $D$ 的倍数。

$m \leq 100$

### 48.2 算法讨论

若 $f(n)$ 为 $D$ 的倍数，则 $f'(n) = f(n) - f(n-1)$ 同样也是 $D$ 的倍数。

不断差分可知只需将从1到 $m+1$ 的所有整数带入 $n$ 计算即可。

### 48.3 时空复杂度

时间：  $O(m^2)$

空间：  $O(m)$

## 49 2008E Huffman Codes

### 49.1 题目大意

一篇文章中有 $n$ 个字母，现在要把它们按出现的概率大小建出一个哈夫曼树。

这棵哈夫曼树在合并时，总是把总和较小的节点放在左子树。

现在已知每个字母出现的百分比一定是整数，并且给出每个字母的哈夫曼编码，求有多少种合法的可能性。

$$n \leq 20$$

### 49.2 算法讨论

由于 $n$ 比较小，所以可以考虑用搜索来解决。

在搜索的过程中，每次将当前数值最大的节点分解，分解出的两个数均不能大于前面分解出的最小数字。

加上这个剪枝之后即可通过本题。

### 49.3 时空复杂度

时间： $O(1)$

空间： $O(1)$

## 50 2008F Glenbow Museum

### 50.1 题目大意

我们用 $R$ （表示内角为 $90^\circ$ ） $O$ （表示内角为 $270^\circ$ ）序列来描述一个直角多边形。

如果一个多边形中存在一点可以看到整个多边形，称它为可接受的。

描述了一个能够被接受的多边形的序列为合法序列。

求长度为 $L$ 的合法序列数量。

$$L \leq 1000$$

### 50.2 算法讨论

当 $L = 2$ 或 $L$ 为奇数时合法序列不存在。

合法序列中， $R$ 的个数一定比 $O$ 多四个，并且不存在连续的 $O$ 。因此可以得到答案为 $\binom{\frac{L}{2}+2}{4} + \binom{\frac{L}{2}+1}{4}$ 。

### 50.3 时空复杂度

时间： $O(1)$

空间： $O(1)$

## 51 2008G Net Loss

### 51.1 题目大意

给出一个 $n$ 次的多项式 $p(x)$ 和一个实数 $c$ 。

求两个一次函数 $g(x)$ 和 $f(x)$ ，最小化 $\int_{-1}^c (g(x) - p(x))^2 dx + \int_c^1 (g(x) - p(x))^2 dx$ 。

$n \leq 10$ ，其他所有数字在 $-1$ 和 $1$ 之间。

### 51.2 算法讨论

易知所求式最小值关于两条直线交点 $y$ 坐标的函数单峰。

所以可以三分交点 $y$ 坐标，随后所求式即为独立的关于两条直线斜率的二次函数，容易求得最小值。

### 51.3 时空复杂度

时间： $O(\log \text{eps}^{-1})$

空间： $O(1)$

## 52 2008J The Sky is the Limit

### 52.1 题目大意

给出底边在同一直线上的 $n$ 个等腰三角形，求它们从上往下看轮廓线的长度。

$$n \leq 100$$

### 52.2 算法讨论

把所有的线段端点和线段之间的交点按 $x$ 轴排序，对于每一对相邻的点，找出他们划分出的区间中最高的一条线段依次累加即可。

### 52.3 时空复杂度

时间：  $O(n^3)$

空间：  $O(n)$

## 53 2009A A Careful Approach

### 53.1 题目大意

给出 $n$ 个区间，要求在每个区间内选出一个点，使得这些点之间最近的距离最远。

$n \leq 8$ ，剩余数字范围 $T$ 不超过1440

### 53.2 算法讨论

二分答案之后，按所选点顺序枚举区间先后并判断可行性。

### 53.3 时空复杂度

时间： $O(n! * \log T)$

空间： $O(n)$



## 54 2009D Conduit Packing

### 54.1 题目大意

要用一个大圆把四个直径至多为20000的圆包含起来，求大圆的最小直径。

### 54.2 算法讨论

二分大圆的直径。

易知最优情况一定包含每个小圆都与大圆相切。

所以判定时，首先枚举小圆圆心顺时针的位置，再依次计算小圆位置并判断合法性即可。

### 54.3 时空复杂度

时间： $O(1)$

空间： $O(1)$

## 55 2009F Deer-Proof Fence

### 55.1 题目大意

平面上有 $n$ 棵小树苗，现在要用若干个围栏把他们围起来，但是围栏离树苗至少要有 $m$ 米远。  
求最少需要多长的围栏。

$$n \leq 9$$

### 55.2 算法讨论

可知对于一组树苗，把它们围起来的围栏长度为它们的凸包周长和加上半径为 $m$ 的圆的周长。

所以只需要对所有分组情况求出答案再用DP合并就可以了。

### 55.3 时空复杂度

时间：  $O(3^n)$

空间：  $O(2^n)$

## 56 2009H The Ministers' Major Mess

### 56.1 题目大意

在一次会议中有 $n$ 个议案需要投票，有 $m$ 个大臣参加，每个大臣只会对至多 $k$ 个议案进行投票。

现在需要决定最后议案被通过的方案，使得每个大臣有大于一半的建议被满足。

假如大臣们的要求能够被满足，输出哪些议案只能被通过或者被否决，反之输出无解。

$n \leq 100, m \leq 500, k \leq 4$

### 56.2 算法讨论

可以注意到当某个大臣的投票数小于等于2 时他的投票必须全部被满足，否则也至多只有一个不被满足，此时原问题可以被转化为一个2-sat模型。

对于最后的结果我们可以枚举每个议案的方案，再用经典的判断2-sat是否有解的方法解决。

### 56.3 时空复杂度

时间：  $O(n * m)$

空间：  $O(n + m)$

## 57 2009I Struts and Springs

### 57.1 题目大意

平面中有 $n$ 个互不相交且边与坐标轴的矩形，同时最外面有一个长宽分别为 $w$ 与 $h$ 的大矩形。

每个矩形的相对两边之间以及与直接包含它的矩形每对边之间都有支杆或者弹簧相连。

支杆的长度不会变化，弹簧则会随着外部矩形的大小变化而按比例改变长度。

假如一个矩形的横竖某个方向上全是支杆，则最上面或者最右边的支杆会变为弹簧。

给出每个矩形的位置以及长宽，然后将最外面矩形的长宽改变 $m$ 次，求每次改变后每个矩形的位置以及长宽。

$$n \leq 500, m \leq 500$$

### 57.2 算法讨论

处理出所有矩形之间的嵌套关系之后直接按照题意模拟。

### 57.3 时空复杂度

时间： $O(n * m)$

空间： $O(n)$

## 58 2010B Barcodes

### 58.1 题目大意

Code-11编码是将数码，'-'号以及开始和结束符号编码为条形码的编码方式。

每个符号都被表示为长度为5的特定宽窄区域序列，同时每两个符号间用一个窄区域隔开。同时最后还会额外加上两个检验字符 $C$ 和 $K$ 。

给出所有符号的编码方式，以及两个检验字符的生成方式以及一个长度为 $n$ 的区域序列。

已知所有的宽区域大小恰为窄区域两倍，每个区域大小可能存在5%的误差，并且输入序列可能为逆序。

判断编码是否能被解码。若能被解码，判断检验字符是否正确。正确则输出原码。

$n \leq 50$ ，输入区域大小不大于250且为整数

### 58.2 算法讨论

我们可以先把最窄的区域看做是窄区域95%的大小，对所有的区域宽窄进行一次粗放的判定。

再将所有初步被认为是窄区域的大小求平均数，作为窄区域的真实大小检验其他区域。

若有区域大小不在合法范围内、 $n \neq 6k + 1$ 、存在不合法字符或者开始及结束符号位置不合法则认定不能解码。

接下来通过开始及结束符号判断序列是否反向，完成解码并判断检验字符即可。

### 58.3 时空复杂度

时间： $O(n)$

空间： $O(n)$

## 59 2010C Tracking Bio-bots

### 59.1 题目大意

在一张 $n * m$ 的地图中，有 $w$ 堵水平方向的墙不能通过。  
现在从 $(n, m)$ 出发只能往左或往下走，求多少点不可达。  
 $n \leq 1000000, m \leq 1000000, w \leq 1000$

### 59.2 算法讨论

按照墙两端的坐标把整张地图离散后直接BFS。

### 59.3 时空复杂度

时间：  $O(w^2)$

空间：  $O(w^2)$

## 60 2010D Castles

### 60.1 题目大意

有 $n$ 个城堡构成树形结构，对于第 $i$ 个城堡，占领它需要至少 $x_i$ 个士兵，占领之后会消耗 $y_i$ 个士兵。

士兵可以在被占领的城堡间移动，且在同一方向上最多经过同一条路一次。

任何城堡都可以作为第一个被占领的城堡，求最少需要多少士兵才能占领所有城堡。

$n \leq 100$

### 60.2 算法讨论

首先枚举最早占领的城堡。

用 $F(x)$ 表示占领 $x$ 为根的子树至少需要多少士兵， $G(x)$ 表示占领 $x$ 为根的子树会损失的士兵数目。

通过调整法可知，将子树按 $F(x) - G(x)$ 降序排序的顺序遍历可以得到最优结果。

### 60.3 时空复杂度

时间： $O(n^2)$

空间： $O(n)$

## 61 2010G The Islands

### 61.1 题目大意

给出平面上 $x$ 坐标互不相同的 $n$ 个点。

要求从横坐标最左边的点出发，横坐标递增走到最右边的点，再横坐标递减回到起点，同时恰好经过除起点外每个点一次。

有两个特殊点 $b1$ 与 $b2$ ，它们必须分别在来回两条路中被经过。

求最短路径及其长度。

$n \leq 100$

### 61.2 算法讨论

用 $f(i, j)$ 表示从起点出发，沿不同的两条路径恰好经过了从1到 $\max(i, j)$ 所有点，并且当前一条路径结束在 $i$ ，另一条结束在 $j$ 的最短长度。

由于必须经过所有点，所以两条路径中有一条下一步一定落在 $\max(j, i) + 1$ ，并且转移时要强制规定 $b1$ 和 $b2$ 分别不能出现在某一条路径上中。

转移时保存最优解的前继状态即可求得方案。

### 61.3 时空复杂度

时间： $O(n^2)$

空间： $O(n^2)$



## 62 2010I Robots on Ice

### 62.1 题目大意

在一张 $n * m$ 的方格图中，要求从 $(1, 1)$ 出发，经过所有点一次后到 $(1, 2)$ 结束，同时还要求在步 $\lfloor \frac{n*m*i}{4} \rfloor$ 步恰好经过给定的第 $i$ 个点（给定的点只有三个）。

求合法的路径数。

$$n \leq 8, m \leq 8$$

### 62.2 算法讨论

由于地图较小，所以可以直接搜索，只要加上以下几个剪枝即可通过本题：

- 当前位置与下一个关键点之间的曼哈顿距离不能超过要求到达时间与当前时间之差。
- 不能在要求时间之外经过关键点。
- 假如所走到的新点周围恰有两个相对的空格或是恰好有两个空格非相对但无其他空格与他俩直接相连，则必然无解。

### 62.3 时空复杂度

时间： $O(1)$

空间： $O(1)$

## 63 2010J Sharing Chocolate

### 63.1 题目大意

给出一块大小为 $x * y$ 的矩形，每次可以沿行或者列把它切开，得到的子矩形同样可以被切开。

判断它是否能被分成 $n$ 块特定面积的矩形。

$x \leq 100, y \leq 100, n \leq 15$

### 63.2 算法讨论

不妨用 $sta$ 压缩 $n$ 块小矩形的选择状态，若 $sta$ 的二进制第 $i$ 位为1表示第 $i$ 个小矩形被选， $s(sta)$ 表示对应的矩形面积之和。

用 $f(x, sta)$ 表示较短边长为 $x$ ，面积为 $Sp(sta)$ 的矩形能否得到 $sta$ 。

转移时只需要把 $sta$ 拆成两个集合，分别按在行上切开和在列上切开转移就行了。

### 63.3 时空复杂度

时间： $O(x * 3^n)$

空间： $O(3^n)$

## 64 2011A To Add or to Multiply

### 64.1 题目大意

在一种处理器的指令集中，“A”指令会将输入数字加上 $a$ ，“M”指令会将输入数字乘上 $m$ 。

现在给出正整数 $a, m, p, q, r, s$ ，要求设计一个最短的程序使得输入任何 $[l, r]$ 中的数时都会返回 $[p, q]$ 中的数。

如果最短的程序存在多个，则输出字典序最小的那一个。

所有输入的数字不大于 $10^9$

### 64.2 算法讨论

当 $m = 1$ 时，只能做加法，容易判断。

否则乘法的次数不会很多，可以直接枚举乘法的次数。

对于两次乘法操作之间加法操作的数目一定是越往前越大比较好。

### 64.3 时空复杂度

时间： $O(\log s)$

空间： $O(\log s)$

## 65 2011E Coffee Central

### 65.1 题目大意

在一个 $dx * dy$ 的方格状街道中有 $n$ 个咖啡馆。

有 $q$ 次询问，称曼哈顿距离不超过 $m$ 的两点为相互可达的，求可以达到最多咖啡馆的位置。

$n \leq 500000, dx \leq 1000, dy \leq 1000, q \leq 20, m \leq 1000000$

### 65.2 算法讨论

可以发现两个相邻格子的控制范围只相差至多四个斜率为1或-1的长条。

因此只需要按相邻顺序枚举格子并完成统计即可。

### 65.3 时空复杂度

时间： $O(q * dx * dy)$

空间： $O(dx * dy)$

## 66 2011H Mining Your Own Business

### 66.1 题目大意

在一个由 $m$ 条边（无重边无自环）连接的矿井中，求至少要建造多少个安全竖井才能使得无论哪个挖矿点坍塌，其他挖矿点的工人都能安全逃到地面，以及满足最少前提下的方案数。

$$n \leq 50000$$

### 66.2 算法讨论

若原图无割点，那么至少要选两个点，方案数为 $\binom{n}{2}$ （ $n$ 为顶点数）。

若原图存在割点，则所有只与一个割点相连的双联通分量中都至少要选一个点，方案数即为这些双联通分量的大小之积。

### 66.3 时空复杂度

时间： $O(m)$

空间： $O(m)$

## 67 2011I Mummy Madness

### 67.1 题目大意

你站在坐标的原点上，每一时刻可以选择往四周的八个方向移动，或者静止。

四周有 $n$ 个木乃伊，在你每移动一步之后，他们会朝着自己周围欧几里得距离离你最近的坐标移动，而且一个格子可以有多个木乃伊。

求你最多能移动几步才会被木乃伊抓住或者判断永远不会被抓。

$n \leq 100000$ ，坐标范围 $T \leq 1000000$

### 67.2 算法讨论

注意到可行的步数都是连续的，因此可以二分答案后转化为判定问题。

若当前答案下自己可以走到的所有位置不能被所有木乃伊可以走到的位置完全包含，则答案可行。

判定可以使用线段树解决。

假如可以走过最大的坐标范围那么永远也不会被抓住。

### 67.3 时空复杂度

时间： $O(n * \lg n * \lg T)$

空间： $O(n)$

## 68 2011K Trash Removal

### 68.1 题目大意

平面上有一个 $n$ 个点的多边形，可以任意旋转。

要使它通过一个管道，并且通过时不能旋转，求管道的最小宽度。

$n \leq 100$

### 68.2 算法讨论

可以发现最优解一定有至少两个点在管道同一条边上。

不妨枚举在同一边上两点，判断其他点是否在直线同侧，同时计算并更新答案

### 68.3 时空复杂度

时间：  $O(n^3)$

空间：  $O(n)$

## 69 2012A Asteroid Rangers

### 69.1 题目大意

空间中有 $n$ 个点沿直线运动。

给出它们0时刻的坐标以及速度方向，求最小生成树改变的次数。

$n \leq 50$

### 69.2 算法讨论

可以知道最小生成树改变当且仅当某一时刻一条树边与非树边的长度相等，下一瞬间非树边长度小于树边且树边恰好位于此时生成树中非树边连接的两点之间的路径上。

将所有边可能相等的时刻排序后，通过维护当前生成树的dfs序即可知道每一时刻是否满足替换要求，更新答案即可。

### 69.3 时空复杂度

时间： $O(n^4 * \log n)$

空间： $O(n^4)$



## 70 2012B Curvy Little Bottles

### 70.1 题目大意

假设瓶子是由一条从 $X = X_{\text{low}}$ 到 $X = X_{\text{high}}$ 的多项式曲线绕 $X$ 轴旋转一周构成，瓶底为 $X_{\text{low}}$ ，瓶口为 $X_{\text{high}}$ 。

现在要从瓶底开始设置至多八个标记，要求每个标记之间的瓶子的体积都恰为给出的体积增量 $\text{Inc}$ 。

求瓶子的总体积以及所有标记的位置。

多项式的次数不大于10，坐标范围 $-100 \leq T \leq 100$

### 70.2 算法讨论

将多项式 $P$ 转化为 $\pi * P * P$ ，然后某一段的体积就是这个多项式在这一段上的定积分值。

那么对于每个标记，二分下一个标记的位置，计算体积大小并比较即可。

### 70.3 时空复杂度

时间： $O(n * \log T)$

空间： $O(n)$

## 71 2012C Bus Tour

### 71.1 题目大意

在一张 $n$ 个点的无向连通图中，要从一个起点访问完所有点之后到达终点，再从终点如此回到起点。

特别注意的是除起点外首先被访问到的 $\lfloor n/2 \rfloor$ 个节点在回来时也要被优先访问。

求最短路径长度。

$$n \leq 20$$

### 71.2 算法讨论

分别用 $f(sta, 1, i)$ 和 $f(sta, n, i)$ 表示从1或者 $n$ 出发经过的点集为 $sta$ ，结束在 $i$ 的最短路径长度。

求出 $f$ 再合并出答案即可。

### 71.3 时空复杂度

时间： $O(n^2 * 2^n)$

空间： $O(n * 2^n)$

## 72 2012E Infiltration

### 72.1 题目大意

给出一个 $n$ 个点的竞赛图。假如一个点被选取，那么称它以及所有与其出边相连的点被控制。  
求控制 $n$ 个点所需选取的最少点数。 $n \leq 75$

### 72.2 算法讨论

我们每次选点一定可以做到控制剩下的人当中至少一半，因此至多只需要选六个点。  
因此迭代加深搜索加上少许剪枝即可通过此题。

### 72.3 时空复杂度

时间： $O(n^6)$

空间： $O(n^2)$

## 73 2012L Takeover Wars

### 73.1 题目大意

在两家不同的公司中，分别有 $n$ 个和 $m$ 个不同的子公司，每个子公司都有自己的市场价值。

一次操作中，可以将自己的两个子公司合并，新的公司市场价值为原来的两者之和；也可以用一个子公司收购对方某个市场价值比自己小的子公司，收购后对方子公司消失。

两家公司轮流操作，当没有子公司时视为失败。

问有 $n$ 个子公司的公司是否先手必胜。

$n \leq 100000, m \leq 100000$

### 73.2 算法讨论

可以想见每次合并一定是合并自己两个最大的子公司，并且收购也一定是收购对方最大的子公司。

进一步我们可以知道两者的合并一定是同时进行，而当一个公司可以开始收购时他就获得了胜利。

所以只需要枚举第一步的决策，接下来判断即可。

### 73.3 时空复杂度

时间： $O(n * \log n)$

空间： $O(n)$

## 74 2013A Self-Assembly

### 74.1 题目大意

给出 $n$ 个正方形，四条边上可能标有大写字母和正负号或者00。

带有相同大写字母和相异正负号的两条边可以相贴合，写有00的边不能与任何边相贴合。正方形可以旋转、翻折。

问这 $n$ 个正方形能不能组成一个无限大的图案。

$$n \leq 40000$$

### 74.2 算法讨论

倘若能够组成一个无限大的图形，那么这些正方形一定能连成一个环。

注意到符号只有52种，不妨将这52种符号视为点。倘若一个正方形两条不同的边上符号标号分别为 $x$ 和 $y$ ，那么由 $x$ 向 $y$ 相对的符号连边。

假如最后的图中存在环，则可以组成无限大图案。

### 74.3 时空复杂度

时间： $O(n)$

空间： $O(n)$

## 75 2013B Hey,Better Bettor

### 75.1 题目大意

赌场里有一个项目：每次付出一块钱，有 $p\%$ 的概率能获得两块钱，否则则失去这块钱。

你可以在任意的时候赎回你亏损的 $x\%$ ，但是这样的行为只能进行一次。

给出 $x$ 和 $p$ ，求最优策略下的最大期望收益。

### 75.2 算法讨论

最优策略一定是在亏损了 $a$ 元之后选择赎回并结束或者在赚到了 $b$ 元之后结束。

设 $f(x)$ 为当前手上有 $x$ 元时的最大期望收益，则 $f(x) = p\% * f(x + 1) + (1 - p\%) * f(x - 1)$ 。

将 $f(-a)$ 与 $f(b)$ 带入可求得 $f(x)$ 通项。

设 $g(a, b)$ 为此时 $f(x)$ 最大值，求导可知 $g(a, b)$ 关于 $a$ 与 $b$ 均单峰，所以可以用两次三分求出最值。

值得注意的是当 $p = 0$ 时需要特判。

### 75.3 时空复杂度

时间： $O(\log \text{eps}^{-1})$

空间： $O(1)$

## 76 2013C Surely You Congest

### 76.1 题目大意

在一张 $n$ 个点 $m$ 条边的无向图中，有 $c$ 个人要从各自所在的城市同时出发，走向1号点。

假如某一时刻有两个人沿着相同的方向经过同一条边，那么这条边就会堵塞，也就是说这是不可行的。

现在要为一些人安排他们的路线，使得他们都沿最短路走到目的地的同时，还能有最多的人到达。

求最后到达目的地的最大人数。

$n \leq 25000, m \leq 50000, c \leq 10000$

### 76.2 算法讨论

由于都沿着各自的最短路走，因此从距离终点最短距离不同的点出发相互之间是不会造成影响的。

因此我们可以把所有的点按照距离1的最短路径长度分组，对于每一组，都在最短路图上求最大流。

由于时间限制有10秒，这样是可行的。

### 76.3 时空复杂度

时间： $O(c * n^2 * m)$

空间： $O(m)$

## 77 2013D Factors

### 77.1 题目大意

我们用 $f(k)$ 表示 $k$ 的质因子排列方案数。

给出正整数 $n$ ，求最小的 $k$ 使得 $f(k) = n$ 。

$$n \leq 2^{63}, k \leq 2^{63}$$

### 77.2 算法讨论

可以知道对于某一种方案，选择的一定是最小的若干个质数，并且它们的指数单调不升。

所以可以直接搜索所有方案，对于对应的询问更新答案即可。

### 77.3 时空复杂度

时间： $O(1)$

空间： $O(1)$



## 78 2013F Low Power

### 78.1 题目大意

有 $n$ 个机器，每个机器有2个芯片，每个芯片可以放 $k$ 个电池。

有 $2 * n * k$ 个电池，每个电池都有各自的能量值。每个机器的能量差是两个芯片上各自电池能量最小值之差。

求所有机器能量差的最大值最小是多少。

$$2 * n * k \leq 10^6, T \leq 10^9$$

### 78.2 算法讨论

将电池按能量值排序，那么会对某个机器的能量差产生贡献的两个电池必然相邻。

注意到选定的两个电池越靠后限制越大，因此二分答案后从后往前能选就选贪心判定可行性。

### 78.3 时空复杂度

时间： $O(n * \log T)$

空间： $O(n)$

## 79 2013H Matryoshka

### 79.1 题目大意

有 $n$ 个玩偶排成一排，每个上面都有一个整数。一个由玩偶完好的套娃集内，从1到其中最大的标号中所有的数字均恰好出现一次。

在组装时，必须遵守一下规则：只能把一个套娃或玩偶放入更大的玩偶中；只能把相邻的两个套娃组合在一起；已经被合并的玩偶不能再分拆。

求将 $n$ 个玩偶组装成一些完好的套娃所需的最小拆开操作的数量或者输出无解。

$n$ 和数字范围均不超过500。

### 79.2 算法讨论

我们用 $g(i, j)$ 表示把 $i$ 到 $j$ 的所有玩偶合并所需的最少操作次数。

只要知道这个区间中玩偶标号的最小值，就能用 $O(n)$ 的时间计算出不需要拆开的玩偶个数。

求出 $g$ 之后，就可以用DP求出答案。

### 79.3 时空复杂度

时间：  $O(n^3)$

空间：  $O(n^2)$

## 80 2013J Pollution Solution

### 80.1 题目大意

求一个 $n$ 个顶点的多边形和半圆的交集面积。

$$n \leq 100$$

### 80.2 算法讨论

由于顶点数较少并且要求精度不高，所以直接使用辛普森数值积分近似即可。

### 80.3 时空复杂度

时间:  $O(n * R * \text{eps}^{-1})$

空间:  $O(n)$