

## 泛做表格

姓名：冯冠宇

试题编号	名称	题目大意	算法讨论	时空复杂度
1998A	Crystal clear	有 $n$ 个圆形材料互相相切，圆心构成一个网格，在其中画出一个简单多边形。一个圆形材料有效部分有两种，材料完全在多边形内部或多边形过圆形材料的圆心，后者有效面积为多边形内的扇形面积。求有效面积为多少。 $n \leq 25$ ，每个顶点坐标 $ P  \leq 250$ 。	首先枚举每个圆形材料，判断是否切过圆心，如果不是则判断是否和一条边相切，如果不是再判断是否在形内，分类讨论出每个圆形材料的有效面积，求和即可。判断一个点是否在多边形内可以做一条射线，保证不过顶点不与多边形的边平行，如果相交数是奇数就在内部，否则在外部。	时间： $O(nP^2)$ 空间： $O(nP^2)$
1998B	Flight Planning	问题要求规划飞机的飞行状态。每一次飞行都可以被分为 $k$ 个航段，要对每一航段选出最佳的飞行高度，以最小化航程中需要消耗的燃料。有一个线性函数表示风速，离开最佳高度会每小时消耗燃油增多，爬升高度会消耗一定燃油。问最少消耗燃油是多少。 $k \leq 100$	首先发现每段航线中间不可能改变高度，每段航线的高度只和上一段的高度相关，所以可以定义 DP 方程 $f[i][j]$ 表示完成第 $i$ 段时高度是 $j$ 的最少燃料是多少。于是可以写出如下方程： $f[i][j] = \min_{2e5 \leq k \leq 4e5} f[i-1][k] + w(i,j) + dt(k,j)$ 。其中 $w(i,j)$ 表示第 $i$ 段高度为 $j$ 时的代价， $dt(k,j)$ 表示从高度 $j$ 到高度 $k$ 的变化代价。	时间： $O(2000k^2)$ 空间： $O(2000k)$
1998C	Lead or Gold	有 $n$ 个药剂，每种药剂都有三种成分，每种成分占有一定比例。现在要用已有合成一些新的药剂，每种新药剂也有一个自己的成分比，老	首先这三种成分有一种可以用另外两种表示，因为这三个比例和等于 1。这样就可以把每种药剂转化为二维平面上的一个点了。可以证明，两种药剂可以合成	时间： $O(n \log n)$ 空间： $O(n)$

		<p>药剂有无限多，问能否合成这些药剂。</p> <p><math>n \leq 100</math></p>	<p>的新药剂一定在这两个点形成的线段上。这样这些原料可以合成的所有药剂就是由这些点组成的凸包内的所有点了。可以求一个凸包判断是否在凸包内，也可以规定如果在线段的一个方向那么就建有向边，DFS 求一个环，如果形成环则可行。</p>	
1998D	Page Selection by Keyword Matching	<p>解决一个简易的关键字搜索问题，给出一些网页定义以及一些查询，关键字不区分大小写，每个定义查询中关键字的权值按顺序从 8 递减，匹配的值是定义关键字权值乘查询中相同的关键字权值和，求出每次查询时匹配的值最大的 5 个网页。</p> <p><math>L \leq 20</math>，网页个数 <math>\leq 25</math></p>	<p>此题的范围及其小，可以通过暴力求解，也可以通过 Hash, Trie 树等方法加速，方法众多，注意先将所有关键字转换为小写或大写。</p>	<p>时间: <math>O(nL)</math></p> <p>空间: <math>O(L)</math></p>
1998E	Petri Net Simulation	<p>在一个有向图中，有一些点和一些变换，每个变换在一次变换中从所有入边抽走一个物品，然后给所有出边输入一个物品，如果无法抽走物品则无法变换。给出一个图，问模拟 T 次后的状态，如果无法变换则输出这个时间。</p> <p>令牌数不超过 10000，变迁输入的整数序列的总长度不超过 20000。</p>	<p>一个模拟题，具体方法是每次对每个变换检查是否可以变换，然后对每个变换进行一次操作。因为数据保证只有一个结果，所以任选一个可行变换进行操作就好了。</p>	<p>时间: <math>O(nT)</math></p> <p>空间: <math>O(n)</math></p>
1998G	Spatial Structures	<p>在 <math>n*n</math> 的一个网格中，某些块是白色的，某些块是黑色的。现在用一种树形结构来划分这个网格，做法如下，如果当前块不是纯色的，那</p>	<p>由于题目中保证是 2 的幂次，就保证了不会出现不完整块的情况。图转树直接暴力建树就可以了，然后对这个树做一遍 DFS，做一下进制转换即可。而序列转</p>	<p>时间: <math>O(n^2)</math></p> <p>空间: <math>O(n^2)</math></p>

		么就将这个块平分成 4 分，将分出来的点接在当前块所在点下。给出图形或树的路径序列，求出对应的路径序列或原图。 $ n  \leq 64$	图形的操作就有一些复杂，一开始建立一个点表示整个图形，然后每加入一个点，就对这个序列的非叶子点不停拆分，直到结束，这样就构造出了这棵树，然后对每个叶子节点所代表的纯色块进行染色输出就可以了。	
1999A	Bee Breeding	在一个由正六边形平铺形成的图形中，由最内部向外部不断旋转编号，蜜蜂可从相邻的两个方块之间通过，每次询问一个点对 $a, b$ ，查询这个点对间的最短距离是多少。 $a, b \leq 10000$	这个题有两种做法，一种是把 10000 个点间的边全部建起来，然后每次查询跑一遍最短路。还有一个办法，就是每次计算在第几层第几个位置，然后就可以发现其实路径只有两种情况，一种是到内层然后在内层通过，还有一种是横穿内部，直接比较大小就可以了。	时间: $O(1)$ 空间: $O(1)$
1999C	A Dicey Problem	有一个骰子在一个 $r \times c$ 的平面网格中通过不断翻转来移动，每个点要求这个骰子的底面与这个位置的数字相同，问从一个起点到一个终点的路径是什么。 $r, c \leq 10$	这个题只需要对每个点拆成 $6 \times 6$ 个点，表示底面是什么，面向的面是什么，然后进行一遍 BFS 就可以了。	时间: $O(rc)$ 空间: $O(rc)$
1999D	The Fortified Forest	在平面内有 $n$ 棵树木，每个树木有一个价值 $v$ ，表示可以做成围栏的长度，现在要砍伐一些树木，做成围栏，包围剩下的所有树木，求砍伐树木价值的最小值，如果相同要求砍伐个数最少。 $2 \leq n \leq 15$	这个题首先保证围栏是剩下所有树木组成的凸包。所以枚举砍掉哪些树木，然后对剩下所有的树木求一个凸包的周长，如果可以做成凸包，更新答案即可。	时间: $O(n \log n 2^n)$ 空间: $O(n)$
1999E	Trade on	有 $w$ 个工厂，每个工厂有 $b$ 个物品堆成一堆，	首先对每个工厂的物品价格求一个部分和，然后便可	时间: $O(bw)$

	Verweggistan	<p>每次只能从这堆的最上面那个开始购买，每个物品的进货价不一样，但卖出价却相同，问最多可以获得多大的利润，并按需要买多少货物升序输出方案。</p> <p><math>1 \leq w \leq 50, 0 \leq b \leq 20</math></p>	以得到购买多少个货物可以在这个工厂获得最大收益，如果只能赔钱就不会购买。然后对这些最优值按货物量 DFS，求得总的货物量，排序后输出就可以了。	空间：O(bw)
1999H	Flooded!	<p>有一块由 <math>n*m</math> 的网格图，每块面积相同，每一块都有自己的海拔。假定雨水不会流出边界，不会渗入地下，问当降雨量为 <math>v</math> 时，会有百分之多少被雨水覆盖。</p> <p><math>0 &lt; n, m &lt; 30</math></p>	按照格子的海拔从低到高贪心即可。做法如下：把每个格子的高度排序；以低格子到高格子的顺序填水，把水均匀的铺在当前的水面上，并不断更新当前水面面积，和剩余水量；若剩余水量为 0，输出当前水面高度和水面覆盖率。	时间：O(nmlognm) 空间：O(nm)
2000A	Abbott's Revenge	<p>在一个 <math>n*m</math> 的网格中，每个点有一些可以允许的通行方式，不同的进入方向会通向不同的相邻点，有一个起点和一个终点，问从起点到终点的最短路径是什么。</p> <p><math>n, m \leq 9</math></p>	对每个点拆成 4 个点，分别表示不同方向进入的点，然后向可行进入方向连边，之后用 SPFA 一个最短路，每个点再记录一条路径，最后输出就可以了。	时间：O(nm) 空间：O(nm)
2000B	According to Bartjens	<p>给出一个长度为 <math>n</math> 的去掉符号的算式，要求在数字间插入一些运算符，使得整个式子运算结果得 2000，要求数字没有前导零，0 不会写成多个 0，只用二元运算符，没有取负号，只用 +、-、*，不用 / 和括号。问有多少种添加方法。</p> <p><math>1 \leq n \leq 9</math></p>	由于最多只有 9 个字符，所以枚举在哪里放什么符号，然后形成一个符合条件的表达式。之后去计算这个表达式计算后是多少，因为长度很小，所以直接对加法递归就好了。	时间：O( $n^3$ ) 空间：O(n)
2000C	Cutting Chains	<p>现在有 <math>n</math> 个环，其中有一些环之间是相连的，</p>	因为 $n$ 最大才 15，可以用一个二进制数表示各个环	时间：O( $n^2^n$ )

		<p>现在要将这些环打开并连成一个串。要求最少打开几个环，可以将这些环连成一串。</p> <p><math>1 \leq n \leq 15</math></p>	<p>是否被打开，然后进行判断是否合法。合法条件有如下几个，剩下的珠子有没有超过 2 个分支或者形成环，剩下的链个数有没有超过打开个数-1，如果条件都符合，更新答案即可。</p>	<p>空间: <math>O(n)</math></p>
2000E	Internet Bandwidth	<p>有 <math>n</math> 个点，有 <math>m</math> 个无向边，每条边有一个流量上限，表示可以通过的最大流量，有一些询问，问从一个点到另一个点最多可以通过多大的流量。</p> <p><math>n \leq 100, m \leq 4950</math></p>	<p>一个裸的最大流问题，直接按原图建图。之后每次询问跑一遍最大流算法就可以了。</p>	<p>时间: <math>O(n^2m)</math></p> <p>空间: <math>O(n+m)</math></p>
2000F	Page Hopping	<p>在一个有向图中，有 <math>n</math> 个点，<math>m</math> 条边，每一条边有一个权值，表示通过这条边需要花费的代价，求这个图所有点对的平均最小代价。</p> <p><math>n \leq 100, m \leq 10000</math></p>	<p>这个题就是要求所有点对的最短路，然后范围很小，所以可以用 floyd 直接求得。</p>	<p>时间: <math>O(n^3)</math></p> <p>空间: <math>O(n^2)</math></p>
2001A	Airport Configuration	<p>有两排点，每排有 <math>n</math> 个，一排代表进站门，一排代表出站门，乘客必须平行于这两排点行走。定义客流量指数表示乘客数<math>\times</math>行走距离的和。现在给出相邻点的距离，以及从一个点到另一个点的客流量，有 <math>Q</math> 个不同的排列方案，按客流指数升序排列。</p>	<p>这个只需要先预处理出来每对点的距离，或者做一个部分和出来。然后对于每个不同的方案，暴力枚举点对直接乘上客流数量求和就可以了。</p>	<p>时间: <math>O(Qn^2)</math></p> <p>空间: <math>O(n^2)</math></p>

		$1 < n < 25, Q \leq 20$		
2001B	Say Cheese	<p>在一个三维世界里，有 <math>n</math> 个球形小泡，一个虫子可以在里面不耗时间的穿梭，虫子也可以与距离成正比的时间在小泡以外穿梭。现给定 <math>n</math> 个泡，以及一个起点和一个终点，问小虫从起点到终点的最短时间是多少。</p> <p><math>1 \leq n \leq 100</math></p>	<p>这个题首先把那 <math>n</math> 个小泡当作点，而起点和终点也可以当作半径为 0 的小泡处理。枚举两个小泡，他们之间需要消耗的时间球心为距离减去半径和。这样建图之后直接跑 SPFA 做最短路即可。注意松弛操作时的 <math>\epsilon</math> 问题。</p>	<p>时间: <math>O(n^2)</math></p> <p>空间: <math>O(n^2)</math></p>
2001G	Fixed Partition Memory Management	<p>有 <math>m</math> 个内存块，和 <math>n</math> 个程序。每个内存块有一个固定的大小，任何时刻内存块只能存储一个程序，并且必须将这个程序处理完毕才可以处理下一个程序。每个程序在不同大小的内存下运行有不同的时间。现在要求一个最优规划，使得每个程序从提交到处理完毕所用的平均时间最短。</p> <p><math>1 \leq m \leq 10, 1 \leq n \leq 50</math></p>	<p>这个题和 NOI 的美食节一样，也是构造一个分层图，第一层每个点代表这每个程序，第二层的每个点代表第几个内存块的倒数第几次运行程序，一个源和一个汇，分别和第一层和第二层的每个点连一条流量限制为 1 价格为 0 的边。然后两层之间的边的流量上限为 1，价格是对应在每个程序运行于这个内存块所用时间乘以他是倒数第几次运行之积。然后对这个图跑一个最小费用流，然后除以程序数算一个平均值即可。</p>	<p>时间: <math>O(mn^3)</math></p> <p>空间: <math>O(mn)</math></p>
2001H	Professor Monotonic's Network	<p>有 <math>n</math> 个输入，一个由 <math>k</math> 个大小比较器组成的有向无环图，要求验证是否一个排序网络，如果是输出排序所用时间，其中每个比较器的运行时间是互相不影响且永远相等的。</p> <p><math>1 \leq n \leq 12, 0 \leq k \leq 150</math></p>	<p>对于排序网络，有一个 0-1 原理(0-1 Principle)，大意如下：要验证一个排序网络是否可以对所有输入序列均进行排序，只需要测试所有的 01 序列即可以。简单证明如下：如果存在一个序列 <math>a_n</math>，通过排序网络排序后是 <math>b_n</math>，其中有 <math>b_i &gt; b_j (i &lt; j)</math>，则表明无法进行排序。现可以通过原 <math>a_n</math> 数列构造出 01 数列 <math>c_n</math>，使得排序网络依然无法排序，其中若 <math>a_k &lt; b_i</math> 则 <math>c_k = 0</math>，否则</p>	<p>时间: <math>O(k2^n)</math></p> <p>空间: <math>O(k)</math></p>

			ck=1, 可以发现排序后形成数列 $d_n$ 依然会有逆序对 $d_i, d_j$ 出现。这样便可以验证, 然后 DFS 求个最长路径就可以算出时间了。	
2002A	Balloons in a Box	<p>在一个三维空间里, 有 <math>n</math> 个气球, 他们的位置已经固定了, 每次充气一只气球会使他膨胀, 直到碰到另外一个气球或者碰到边界。要求选择一些气球并规定他们的膨胀顺序, 使得空间内剩余的空间尽量小。</p> <p><math>1 \leq n \leq 6</math></p>	<p>因为只有 6 个气球, 所以直接爆搜顺序, 是 <math>6!</math> 的复杂度。至于是否抛弃的问题, 可以一直做, 直到产生冲突停止, 这样一定可以得到所有的情况。每个气球膨胀到多大只与其他所有的已经存在的物体的距离的最小值。这样就可以算出来每个球体都有多大了。剩余空间也就可得。</p>	<p>时间: <math>O(n!n)</math></p> <p>空间: <math>O(n)</math></p>
2002B	Undecodable Codes	<p>有 <math>m</math> 个 01 字符串, 每个最多 <math>L</math> 长, 可以任意拼接在一起, 现在要构造一个串, 使得有大于等于 1 种构造方式可以由这些字符串拼接而成, 要求长度最短并且字典序最小, 输出这个串。</p> <p><math>1 \leq m \leq 20, L \leq 20</math></p>	<p>长度最短, 我们可以考虑最短路的方法。首先刻画点, 相同的部分是没有意义的, 所以我们可以定义点为第几个串伸长出来了几个字符, 之所以只有这些状态是有用的, 是因为伸长的串一定是交替变化或不变的, 不会连续两次使得伸长的后面再接另一个串, 所以这样做点数只有 <math>n \times L</math> 个。对于边的话, 只需要枚举两个点, 判断之间重叠部分是不是相等就可以了。然后在松弛操作中注意字典序的判断即可。</p>	<p>时间: <math>O(m^2 L^2)</math></p> <p>空间: <math>O(m^2 L^2)</math></p>
2002E	Island Hopping	<p>在平面中有 <math>n</math> 个点, 每个点中有一些居民居住在其中, 现在要铺设电缆, 使得每个点都与 1 号点相连或间接相连, 电缆铺设速度是与长度成正比的, 并且每条线路都同时开始。现在想要最小化每个居民所等待的平均时间, 问这个</p>	<p>这个题容易知道实际上是要求一个最小生成树, 那么先枚举点对, 计算出距离之后排序, 做 <i>kruskal</i> 算法。然后在并查集中维护几个信息, 当前集子的居民数, 当前集子的最长边长度。这样每次合并两个集子的时候只需要对总时间加上这次合并的增加时间数, 然后</p>	<p>时间: <math>O(n^2 \log n)</math></p> <p>空间: <math>O(n^2)</math></p>

		<p>平均时间是多少。</p> <p><math>n \leq 50</math></p>	合并这两个集子并且维护信息就可以了。	
2002H	Silly Sort	<p>一个长度为 <math>n</math> 的需要升序排序的序列。在排序过程中，可以交换两个数的位置。每次交换需要一个代价，代价是被交换的两个数的和。要求计算把这个序列按升序排序的最小代价。</p> <p><math>n \leq 1000</math></p>	<p>这是一个经典题，首先把这个序列排序，得到每个数应该在的位置。那么通过不断的寻找当前数应该在的位置就可以得到一些置换环，并且每个置换环独立。对于每个置换环只有两种不同的情况进行考虑，第一种是每次交换用最小的去交换每一个数，还有另外一种情况，就是先和整体数列的最小值去交换，然后用那个最小值交换每一个数，再把置换环中的最小值换回来，两种情况选一个最小值就可以了。</p>	<p>时间: <math>O(n \log n)</math></p> <p>空间: <math>O(n)</math></p>
2003A	Building Bridges	<p>在 <math>r \times c</math> 的平面网格中有一些点，有建筑物，一些建筑物是相连当且仅当两个建筑物有公共点（也就是共边或对角相连），现在要在网格的边上建立一些道路，使得不相连的建筑物块连接起来，道路要求只能是直线，不可以转弯。问道路最短是多少，如果不能建立还有多少个独立的地图块。</p> <p><math>1 \leq r, c \leq 50</math></p>	<p>因为这个题是要把不同的地图块连在一起，所以先 BFS 地图，把地图分成独立的多个联通块。然后枚举每个点，向 4 个方向查找离它最近的建筑物，如果不同块就建边。因为如果跨过一个建筑，那么答案一定不是最优的。然后对这个图做一个最小生成树，判断是不是合并成了一个联通块，并且记录一下答案就好了。</p>	<p>时间: <math>O(rc \log rc)</math></p> <p>空间: <math>O(rc)</math></p>
2003B	Light Bulbs	<p>在一条直线上有一些灯，一开始处在打开或者关闭态，有一些开关，分别控制着左中右三个灯泡，如果是边界的值控制两个。现在有一个初始状态，要转变成最终状态，问这个十进制</p>	<p>这种改变灯的问题不论控制几个电灯其实做法都是一样的，只要控制了第一个，那么后面的情况都是固定的。原因如下：如果控制了第一个开关，其实就控制了最左侧的那个电灯的状态，而他右边的那个开关</p>	<p>时间: <math>O(L)</math></p> <p>空间: <math>O(L)</math></p>



		<p>数（长度 <math>L</math>）表示在最小代价下，需要转换的开关的状态。</p> <p><math>L \leq 100</math></p>	<p>的情况已经由于第一个灯泡的状态而固定住，这样就固定住了后面所有的情况。所以只有两种情况，分情况讨论，然后做一个高精度进制转换就好了。</p>	
2003H	A Spy in the Metro	<p>有 <math>m</math> 列火车，从首发站和终止站发车出来，驶向相反的方向，两个相邻站之间的用时是固定的，共有 <math>n</math> 个站。现在有一个会面时间 <math>T</math>，在终点会面，要求在这段时间内在站台的时间尽量少，换乘火车不需要时间。问是不是可以在规定时间内到达终点，并且最短的等候时间是多少。</p> <p><math>2 \leq n \leq 50, 0 \leq T \leq 200, 1 \leq m \leq 50</math></p>	<p>这个题范围很小，考虑将每个点拆成 <math>T</math> 个点，也就是说构建出 <math>T</math> 个层，每层只和后面的层连边，这样就形成了一个有向无环图，于是便可以 DP。 <math>f[i][j]</math> 表示第 <math>i</math> 层，在第 <math>j</math> 个点的最短等候时间，可以选择位置不动向后推一层或者通过坐车跳到另外一层。</p>	<p>时间： <math>O(Tnm)</math></p> <p>空间： <math>O(Tn)</math></p>
2003J	Toll	<p>货物在一个无向图中运输，有 <math>n</math> 个点，需要经过一些城镇和村庄。进入每个城镇或村庄，需要交税。离开城镇或村庄不需要交税。进入村庄需要交纳 1 件货物。进入城镇每携带 20 件货物需要交纳 1 件货物。给定需要运送到的货物数 <math>p</math>，问最少需要准备多少货物才能够运送到。</p> <p><math>0 &lt; p \leq 1000, n \leq 52</math></p>	<p>这个题是一个非常简单的最短路问题，只不过不要把不同权值的边都建出来，每次用一条边松弛的时候，通过当前的权值来计算需要增加的货物数就好了。关于这个增加的权值数，可以通过二分来寻找，也可以通过那个差的 <math>\Delta</math> 不停的增加直到超过减少的量就可以了。</p>	<p>时间： <math>O(n+p)</math></p> <p>空间： <math>O(n+p)</math></p>
2004E	Intersecting Dates	<p>在 1700 中到 2100 年中，有一些日期是已经访问过的，现在有 <math>n</math> 个查询，如果以前已经访问过这天，则不需要再一次访问，每个询问查询</p>	<p>这个题最关键的东西就是处理日期了，有几种不同的写法，暴力的写法是先处理出来每年多少天等等，然后直接日期转成第多少天，直接暴力染色，然后再枚</p>	<p>时间： <math>O(n \log n)</math></p> <p>空间： <math>O(n)</math></p>

		<p>需要访问多少个不同的区间，不同的区间的定义是，两个区间间隔大于等于一天。</p> <p><math>n \leq 200</math></p>	<p>举年转换回去。还有一些复杂度低的方法，例如离散化，或者对查询离线处理，搞出每天的下一天上一天是什么就可以用 <math>\log n</math> 的时间处理了。</p>	
2004H	Tree-Lined Streets	<p>在平面上有 <math>n</math> 个道路，现在要在道路上种一些树，要求如下几个条件：在一条路上，每两棵树之间的距离至少为 50 米；树与它所在的大街上十字路口的距离应该不少于 25 米。问能种几棵树。</p> <p><math>n \leq 100</math></p>	<p>因为道路数很少，所以可以对每条道路单独考虑。枚举每条道路，然后找出与他所有相交道路的交点，然后对交点进行排序，模拟种树就好了。这个题重点是在交点的求解上面，尽量使用向量等方法避免精度问题。</p>	<p>时间: <math>O(n^2 \log n)</math></p> <p>空间: <math>O(n)</math></p>
2005E	Lots of Sunlight	<p>有 <math>n</math> 栋楼东西向排成一条直线，每栋楼之间间隔不一样，但保证每层楼和楼宽相同，有 <math>Q</math> 个查询，问某个房间从哪些时间到哪个时间保证太阳光不被其他楼挡住。</p> <p><math>1 \leq n &lt; 100</math></p>	<p>这个题数据范围不大，所以只需要用 <math>\text{atan2}</math> 暴力算角度就可以了，询问到某个房间时，枚举每栋楼，计算出每栋楼对这个房间的角度占用，然后左侧的取最大值，右侧的取最小值，然后对时间转换成要求的时间进制就好了。</p>	<p>时间: <math>O(Qn^2)</math></p> <p>空间: <math>O(n)</math></p>
2005G	Tiling the Plane	<p>对于一个多边形，如果可以通过它本身复制多次来不重不漏地覆盖一个无限的二维平面，我们就称这个多边形能铺满平面。给出一个所有的角均为直角的多边形，周长为 <math>n</math>，问是否可以只通过平移操作来铺满整个平面。</p> <p><math>n \leq 50</math></p>	<p>有如下一个性质：只有两种本质不同的铺满平面的情况：使用正四边形铺满平面（棋盘覆盖），或使用正六边形铺满平面（蜂巢覆盖）。一个多边形当且仅当满足以下两个条件中至少一个时可以铺满平面：</p> <p>1. 在多边形边界上顺次存在四个点 <math>A, B, C, D</math>（不一定是多边形的顶点），使得 <math>A</math> 到 <math>B</math> 的边界与 <math>D</math> 到 <math>C</math> 的边界重合，<math>B</math> 到 <math>C</math> 的边界与 <math>A</math> 到 <math>D</math> 的边界重合。这表明这个多边形可以用棋盘覆盖的方式铺满平面。</p>	<p>时间: <math>O(n^4)</math></p> <p>空间: <math>O(n)</math></p>

			<p>2. 在 多边形边界上顺次存在六个点 A,B,C,D,E,F (不一定要是多边形的顶点), 使得 A 到 B 的边界与 E 到 D 的边界重合, B 到 C 的边界与 F 到 E 的边界重合, C 到 D 的边界与 A 到 F 的边界重合。这表明这个多边形可以用蜂巢覆盖的方式铺满平面。</p> <p>通过上述性质, 我们只需要枚举这两种情况, 并枚举这几个点来判断是否边界重合就可以了。</p>	
2008A	Air Conditioning Machinery	<p>在一个三维空间内, 寻找一个起点面到一个终点的面的路径, 路径必须由一个他给定形状的管道连接构成, 管道可以进行旋转后相接, 问最少需要多少个管道才能完成任务, 如果不能 用 6 个完成, 输出无解。</p>	<p>这个题可以用爆搜完成, 每次有 8 种可能性, 最多只有 6 步, 所以最多只有 299952 种路径, 暴力就可以了。</p>	<p>时间: <math>O(8!xyz)</math> 空间: <math>O(xyz)</math></p>
2008B	Always an Integer	<p>给定自变量为 <math>n</math> 的多项式, 问当 <math>n</math> 取任意正整数时这个多项式的值是否恒为整数。</p> <p><math>1 \leq n \leq 100</math></p>	<p>有一个定理: 对于一个 <math>n</math> 次的多项式 <math>f(x)</math>, 只要验证 <math>f(1)</math> 到 <math>f(n+1)</math> 均为整数就可以。证明如下: 设一多项式函数 <math>f(x)</math>, 一辅助函数 <math>g(x) = f(x+1) - f(1)</math>。假设对于 <math>n</math> 次函数 <math>f(x)</math>, 有 <math>f(1) \sim f(n+1)</math> 均为整数, 任取正整数 <math>x</math>, 恒有 <math>f(x)</math> 为整数。 <math>f(1) \sim f(n+1)</math> 均为整数, 则 <math>g(1) \sim g(n)</math> 也为整数, 又因为 <math>f(x)</math> 恒为整数, <math>g(x)</math> 也恒为整数, 又由多项式展开可得 <math>g(x)</math> 的次数为 <math>n-1</math> 次, 假设条件成立。证毕。</p> <p>由以上定理, 只需要枚举 <math>x</math> 的取值进行计算验证就可以了。</p>	<p>时间: <math>O(n^2)</math> 空间: <math>O(n)</math></p>

2008F	Glenbow Museum	<p>在一个平面内，可以向右转或向左转形成一个直角，这样可以定义一个角度序列，表示从一个点开始，向右转多少度之后围成的封闭图形。多边形的边可以进行伸长或缩短。一个角度序列是满足的当且仅当存在一个长度分配，有一个点可以看到这个图形内部的所有点。问长度为 <math>L</math> 的角度序列中有多少种可行。</p> <p><math>1 \leq L \leq 1000</math></p>	<p>经过分析，这个问题可以转化为这个问题：有多少个长度为 <math>L</math> 的字符串，包含 <math>L/2+2</math> 个 <math>R</math> 和 <math>L/2-2</math> 个 <math>O</math>，保证 <math>O</math> 不在起始或结束位置，且 <math>O</math> 相互不相邻。这个问题显然可以通过一个 DP 来解决，<math>f[i][j][k]</math> 表示 <math>i</math> 个 <math>R</math>，<math>j</math> 个 <math>O</math>，最后一个为 <math>k</math> 的时候的方案数。当然也可以直接通过组合数公式来直接求解。</p>	<p>时间：<math>O(L^2)</math></p> <p>空间：<math>O(L^2)</math></p>
2008K	Steam Roller	<p>在一个 <math>n*m</math> 的网格中，每条边有一个权值，表示通过这条路需要的时间，如果进行转弯或者启动以及停止，消耗时间会翻倍，问最少需要多少时间，才能够从一个起点到另一个终点。</p> <p><math>1 \leq n, m \leq 20</math></p>	<p>首先一个点拆成 4 个点，表示从哪个方向进入这个点，然后每个点向另外的 3 个点连边，如果转弯则时间翻倍，起点及终点单独处理，然后跑 SPFA 或 Dijkstra 都可以</p>	<p>时间：<math>O(nm)</math></p> <p>空间：<math>O(nm)</math></p>
2009A	A Careful Approach	<p>有 <math>n</math> 架飞机，每个飞机有一个时间窗，表示必须在这个时间段内着陆，现在的任务是要求使得保证时间窗口的情况下让飞机间的间隔最短时间最长，求这个时间。</p> <p><math>2 \leq n \leq 8</math></p>	<p>最小值最大，直接想法是进行二分答案。然后对于每个时间，可以对所有的飞机做一个全排列，然后依次验证是否可以在规定时间内完成，这样就可以求出答案。</p>	<p>时间：<math>O(n! \log T)</math></p> <p>空间：<math>O(n)</math></p>
2009D	Conduit Packing	<p>有 4 个半径不超过 <math>R</math> 的圆，想要让他们被一个大圆完全包含在内部，求这个大圆的最小半径。</p> <p><math>0 &lt; R \leq 20000</math></p>	<p>二分答案，然后判定是否可行。因为不同的排列会有不同的结果，所以需要把这 4 个圆做一次全排列，然后进行判断。判断分为两种，一种是都在圆周上，可以通过角度判断，如果通过，还有一种情况，就是原</p>	<p>时间：<math>O(4! \log R)</math></p> <p>空间：<math>O(4)</math></p>

			题中的第三种，可以通过 $1\sim 2\sim 3$ 的圆心角+ $1\sim 3$ 的圆心角相加来判断是否越界。	
2009F	Deer-Proof Fence	<p>给出二维平面上的 <math>n</math> 个点，用一个或多个封闭的图形将其保护，要求图形的边上的任意一点与要保护点的最近距离大于等于 <math>R</math>，求所有图形的周长和。</p> <p><math>0 &lt; n \leq 9</math></p>	<p>发现如果选出 <math>K</math> 个点用一个图形包裹，<math>K</math> 点的凸包周长必定无法省掉，且不存在任意更优解，考虑距离 <math>R</math> 的限制，凸包上的边可以向外平移，周长不变，转角处使用圆弧相连，可以得到任意 <math>K</math> 点的最优解，通过简单的几何证明可得圆弧总角度等于凸多边形外角和，等于 <math>360^\circ</math>，恰为以 <math>R</math> 为半径的圆的周长。任意 <math>K</math> 个点间的答案可以通过凸包求得，使用状压 DP，首先预处理出选出任意点的最短答案 <math>p(G)</math>，<math>G</math> 为任意点集，然后使用状压 DP 合并。</p>	<p>时间： <math>O(2^n \log n)</math></p> <p>空间： <math>O(n)</math></p>
2009H	The Ministers' Major Mess	<p>有 <math>m</math> 个大臣，<math>n</math> 个提案，每个人有 <math>1\sim 4</math> 个看法，对某个提案选择通过或者不通过。现在要求对每个大臣满足他的大于一半的看法，问是否有可行解。</p> <p><math>1 \leq n \leq 100, 1 \leq m \leq 500</math></p>	<p>一开始看上去没什么想法，仔细分析后发现是一个很不错的题目。将这 4 种情况分两种情况考虑，<math>1\sim 2</math> 种看法的大臣必须完全满足。<math>3\sim 4</math> 种看法的大臣最多只能有一种不被满足。所以可以对这个限制 2-sat 建图，把每种提案拆成两个点。注意，<math>1\sim 2</math> 种的也一定要建入图中。然后可以从每个点开始，枚举是否通过，然后搜索是否出现了冲突，这样就可以给每个点定性了。</p>	<p>时间： <math>O(n+m^2)</math></p> <p>空间： <math>O(n)</math></p>
2009I	Struts and Springs	<p>有 <math>n</math> 个窗户，每个窗户不会重叠，只会嵌套，如果一个窗户在另一个窗户内部，会有 4 个连接处，可以是杆或弹簧，<math>m</math> 个操作，每次改变</p>	<p>首先按照窗户的位置，做一个拓扑排序，这样便可以把一个问题直接划归成一个子问题，问题只剩下如何对一个窗户进行变形。对于几个窗户并排的情况，我</p>	<p>时间： <math>O(mn^2)</math></p> <p>空间： <math>O(n)</math></p>

		<p>最外面窗户的大小，问内部的窗户会怎样变化。</p> <p><math>1 \leq n, m \leq 500</math></p>	<p>们只需要先考虑杆不变，将剩余量计算下来，然后对这个距离直接除以弹簧数，然后对弹簧进行变形就可以了。</p>	
2010A	APL Lives!	<p>要求完成一个编译器，每个变量代表一个 <math>1 \sim 3</math> 维矩阵，支持一些操作以及表达式计算。（操作太多不进行描述了。）</p>	<p>按照题目描述进行模拟就好了，可以使用逆波兰式或者表达式树来做。</p>	<p>时间: <math>O(10^8)</math></p> <p>空间: <math>O(n)</math></p>
2010B	Barcodes	<p>给定 <math>n</math> 个编码，是长度为 5 的 01 串，与数字和 '-' 对应，用 0 隔开。包含一个开始和结束符。0 代表窄区间，1 代表宽区间，宽区间的长度是窄区间的两倍。最后两个编码 C 和 K 用来验证。要求验证是否正确并且解码。</p> <p><math>n \leq 150</math></p>	<p>先正着做一遍判断是否无解，倒过来再重复做一遍，两个选择一个最符合要求的结果就好了。而实际上最关键的是这个 1 是 0 的两倍如何区分的事情，我的做法是这样的，枚举一个基准点，然后将它放缩 5%，去和所有其他的数进行判断。</p>	<p>时间: <math>O(n^2)</math></p> <p>空间: <math>O(n)</math></p>
2010C	Tracking Bio-bots	<p>在一个 <math>n \times m</math> 的网格中，有 <math>w</math> 个水平的墙，小车只允许向右或者向上，现在要到达 <math>(n, m)</math> 这个点，想知道有多少个起点是无法到达目的地的。</p> <p><math>1 \leq m, n \leq 10^6, 0 \leq w \leq 1000</math></p>	<p>看到数据范围，先进行离散化，然后只需要从终点开始 BFS，离散化后的每个位置记录一下面积就好了。</p>	<p>时间: <math>O(w^2)</math></p> <p>空间: <math>O(w^2)</math></p>
2010D	Castles	<p>一棵树有 <math>n</math> 个点，要占领每个节点，可以派军队从任意点出发占领所有点。每个点需要 <math>a</math> 人攻占，然后消耗 <math>b</math> 人把守。问最少需要的人数。</p> <p><math>1 \leq n \leq 100</math></p>	<p>首先枚举根。然后进行一个树形 Dp，得到每个节点需要多少人以及需要留下多少人，然后就是合并的了。这里有一个顺序问题，考虑 <math>i, j</math> 两个人，<math>i</math> 必须在 <math>j</math> 之前，则一定有 <math>left-bi &gt; a_j</math> 和 <math>left-bj &lt; a_i</math>，通过整理得 <math>a_i - b_i &gt; a_j - b_j</math>，按照这个顺序排序就可以了。</p>	<p>时间: <math>O(n^2 \log n)</math></p> <p>空间: <math>O(n)</math></p>

2010E	Channel	<p>在一个 <math>r \times c</math> 的图中要求建立一条从左上角到右下角的河流，需要保证河流不通过石头，不自交，不相邻流过，问最长路径是多少。</p> <p><math>2 \leq r \leq 20, 2 \leq c \leq 9</math></p>	<p>这个题是一个连通性问题，考虑进行状态压缩 <math>Dp</math>。发现只需要记录上一层的选择状态就好了，本层选择时注意判断是否冲突就可以了，状态最好再记录一个可行解，这样方便打方案。</p>	<p>时间: <math>O(r^{2^c})</math></p> <p>空间: <math>O(r^{2^c})</math></p>
2010F	Contour Mapping	<p>有一个由 <math>s \times p</math> 个等边三角形平行排列组成的图形，每个点有一个海拔高度 <math>h</math>，要求在上面画等高线，每条线海拔高度差为定值，求等高线的长度和。</p> <p><math>2 \leq s \leq 100, 1 \leq p \leq 100, 1 \leq h \leq 1000</math></p>	<p>对每个三角形进行判断，如果和等高线平行，则在整个平台最外侧画一个圈，如果有相交，则使用等比数列进行求和，这样就可以求出来整个图形的等高线了。要注意各种边界以及向里凹的图形。</p>	<p>时间: <math>O(sph)</math></p> <p>空间: <math>O(sp)</math></p>
2010G	The Islands	<p>给出平面上的 <math>n</math> 个点，要求从最左侧点出发，到最右侧点停止，再返回最左侧点，两条路径不能再点处相交。有两个关键点，需要在两条路径中分别访问，问最短路径。</p> <p><math>4 \leq n \leq 100</math></p>	<p>两条不相交路径，于是可以 <math>Dp</math>，定义状态 <math>f[i][j]</math> 为第一条路径到 <math>i</math>，第二条路径到 <math>j</math> 的最短路径长度和，因为要通过两个关键点，于是再定义一维 <math>k</math>，表示第一个关键点被一号路径覆盖还是被二号路径覆盖，于是做一个 3 维 <math>Dp</math>，最后再从最后的状态向前 DFS 打印状态就好了。</p>	<p>时间: <math>O(n^2)</math></p> <p>空间: <math>O(n^2)</math></p>
2010H	Rain	<p>在一个由三角形构成的世界里，保证顶点数为 <math>n</math>，没有垂直的三角形，除了边界的三角形，每条边都被 2 个三角形共享，如果一个三角形内部有点，则一定是被三角剖分的。每个点有一个海拔高度。有无限多的水从天而降，问有多少个湖，并输出高度。</p>	<p>这个题首先做三角剖分，对每个点的边做极角排序，从一条边出发，一直向右转，直到转回这条边，或者说使得角度大于 <math>180</math> 度，这样便可以把每个三角形剖分出来。然后对这个剖分出来的图建对偶图，可以构建出一些无向边。对这个图只需要对每条边切的两个点的高度的最小值进行排序，然后不断的做并查集。</p>	<p>时间: <math>O(n^2)</math></p> <p>空间: <math>O(n^2)</math></p>

		$n \leq 52$	一旦围成一个环形便检查是否已经被计算过, 如果没有便形成了一个湖, 输出即可。	
2010J	Sharing Chocolate	<p>给一个 <math>x*y</math> 的矩阵, 然后用切割的办法, 每次必须一刀或横或竖切成两块分成 <math>n</math> 块, 面积分别为 <math>n</math> 个小伙伴的要求面积。</p> <p><math>1 \leq n \leq 15, 1 \leq x, y \leq 100</math></p>	这个题需要进行记忆化搜索, 状态是当前矩形的长宽, 还有要切出矩形的状态, 然后用 <code>map</code> 存下来, 每次枚举切刀的位置, 记忆化搜索下去就可以了。	<p>时间: <math>O(XY2^n)</math></p> <p>空间: <math>O(XY2^n)</math></p>
2011A	To Add or to Multiply	一种处理器, 只能处理加上一个数 $A$ 和乘一个数 $M$ 。给出一个区间, 问如何操作使得该区间的所有数处理之后都落在另一个给定区间内。要求操作数最短并且字典序最小。	乘法次数是 $\log n$ 级别的, 进行枚举。这样可以写成 $y = xM^i + pT$ , 于是可以通过二分得出 $T$ 的范围。关于如何最小, 可以对 $T$ 进行数位 DP, 找出在这个区间内的 $M$ 进制数, 要求每位和最小, 然后再去写成字符串的形式, 进行字典序验证, 这样下来就保证了结果最优。	<p>时 间 : <math>O(n \log^2 n + L \log n)</math></p> <p>空间: <math>O(L + n)</math></p>
2012B	Affine Mess	在平面上的 3 个点, 可以旋转平移缩放, 问是否有, 是否多解, 可以转换到另外的 3 个点。	首先枚举点间的对应关系, 枚举旋转方式 (分析可得只有 40 种的样子), 然后便是平移和缩放。只需要解一个线性方程组就可以了	<p>时间: <math>O(n!)</math></p> <p>空间: <math>O(1)</math></p>
2011C	Ancient Messages	<p>给出了 6 种图形, 要求在 <math>H*W</math> 的大图形中识别出来每个图形是哪种。可以放缩, 但不能重叠。</p> <p><math>0 &lt; H \leq 200, 0 &lt; W \leq 50</math></p>	发现每种图形的洞洞数量都不一样, 这样只需要 BFS 找出来洞就好了。	<p>时间: <math>O(HW)</math></p> <p>空间: <math>O(HW)</math></p>
2011D	Chips Challenge	<p>一个 <math>n \times n</math> 的正方形, 要求尽可能多的放置物品。</p> <p>要求如下: 某些插槽不能用, 某些插槽已经放</p>	这是一个经典的二分图模型, 行一列点, 列一列点, 每个位置做边连边, 固定好的价值定为一个的大数, 未	<p>时间: <math>O(n^5)</math></p> <p>空间: <math>O(n^2)</math></p>



		<p>置过物品，第 <math>i</math> 行和第 <math>i</math> 列物品数要求相同，每行除以每列不能超过总件数的 <math>A/B</math>。问最多还能放多少。</p> <p><math>1 \leq n \leq 40</math></p>	<p>固定的为一个小数。枚举每行最多放多少，对应列向行连一条上限为枚举值的边，使得行列个数相等，对这个图跑最大费用流（实际上是递归的 SPFA 消圈算法）便可以得出结果。最后只要验证最后一个限制，也就可以用枚举的每行上限和总答案判断即可。</p>	
2011E	Coffee Central	<p>在一个 <math>dx \times dy</math> 的地图上，有 <math>n</math> 个点，要求选出一个点，使得距离小于该点的曼哈顿距离小于 <math>r</math> 的点的个数最多，问选择哪个。</p> <p><math>0 \leq n \leq 500000, 1 \leq dx, dy \leq 1000</math></p>	<p>曼哈顿距离，首先将这个图的轴旋转 45 度。这个题可以枚举选择点的位置，然后通过一个二维前缀和，做容斥便可以 <math>O(1)</math> 得到个数，选择最优即可。</p>	<p>时间: <math>O(dx \times dy)</math></p> <p>空间: <math>O(dx \times dy)</math></p>
2011F	Machine Works	<p>有 <math>n</math> 天，在第 <math>D_i</math> 天可以用 <math>P_i</math> 的价格买入每天收益为 <math>G_i</math> 的机器 <math>i</math>，然后可以获得 <math>R_i (R_i &lt; P_i)</math> 的价格卖掉。</p> <p>第一天有 <math>K</math> 元，问 <math>D</math> 天的最大收益。</p> <p><math>n \leq 10^5</math></p>	<p>这个题首先对物品按照 <math>D_i</math> 排序，然后可以写出转移方程：</p> $f(i) = \max_{1 \leq j \leq i} f(j) - P_j + R_j + (D_i - D_j) \times G_j$ <p>，有两种方法，一种是使用平衡树维护凸壳，而更简单的做法是对时间分治，用单调队列便可以维护最大值。</p>	<p>时间: <math>O(n \log n)</math></p> <p>空间: <math>O(n)</math></p>
2011G	magicsticks	<p>有 <math>n</math> 个木棍，首尾相接，不可以拆分，每个连接处可以任意旋转，问这些木棍如何拼接，可以构成最大面积的图形。</p> <p><math>3 \leq n \leq 500</math></p>	<p>这个题首先要解决的问题是如何将 <math>n</math> 个木棍首尾相接围成一个最大的图形，这个有一个猜想，这些顶点共圆时面积最大，经验证也是正确的，于是只需要二分圆的半径，便可以通过角度求出图形的面积。然后发现这个题会出现多个多边形的唯一原因是，有一个特别长的木棍，使得角度出现钝角，这样会导致无解</p>	<p>时间: <math>O(n^2 \log n)</math></p> <p>空间: <math>O(n)</math></p>

			或者面积变小，于是删只能删最长的边，所以每次如果出现钝角，删掉最大的再递归便可以。	
2011H	Mining Your Own Business	在 $n$ 条边组成的一个无向图中，选出一些点，使得破坏任意一点，所有其他点都可以到选出的点中。问最少选出几个点，有多少种方法。 $n \leq 50000$	破坏一个点的话，先求点双联通分量，这样就会有如下几种情况：一个连通块不与任何割点相连，那么需要选出两个点；与一个割点相连，那么需要选出一个点；否则不需要建点。统计方案数只需要做乘法原理便可以了。	时间： $O(n)$ 空间： $O(n)$
2011I	Mummy Madness	在地图上有 $n$ 个木乃伊和一个逃跑者。逃跑者和木乃伊轮流行动，可以选择不动和向 8 个方向行动，问最多可以存活几个回合。 $n \leq 10^5$	先对这个网格离散化。然后二分答案，发现只要木乃伊可以跑到位置组成的正方形不能把人可以到达的位置的正方形完全覆盖，那么这个人就可以活下去。所以用线段树作一个面积并+面积交就可以了	时间： $O(n \log n)$ 空间： $O(n)$
2011J	Pyramids	有 $n$ 个石块，要求做金字塔，有两种格式，一种是每次边长减 1，另一种是边长减 2，有如下几个要求：所有石块都必须用上；金字塔数要尽可能少；所有金字塔两两不同；金字塔至少包含两层；最大的金字塔要尽可能石块数多，次大的金字塔要尽可能大，以此类推。求出最好的方案。 $n \leq 10^6$	这个题首先预处理出来金字塔的高度和石块个数，并且按照石块个数排序。最直接的想法是做一个 01 背包，最后检查是不是可以做满，然后逆推打状态。而 tsinsen 上不幸被卡空间。考虑优化这个事情，通过打表和不断的调整，发现这个问题的答案不会很多，实际上是 $\log n$ 级别的，而最多的答案不会超过 6。所以可以进行迭代加深搜索，也可以用 Meet-in-the-middle 来做。	时间： $O(kn)$ 空间： $O(kn)$
2011K	Trash Removal	给一个二维的 $n$ 边形，问最少需要多大的管道使得它可以通过。 $3 \leq n \leq 100$	这个题是一个经典问题，只需要对这个多边形求一个凸包，坐旋转卡壳即可。方法是选出一条边，找出最远的点，然后边向凸包的一个方向移动，那个点只会	时间： $O(n \log n)$ 空间： $O(n)$

			不动或向那个方向移动，这样便可以求出每条边对应的最远距离，然后选择最小就可以了。	
2012A	Asteroid Rangers	给出 $n$ 个小行星的坐标，以及他们的运动速度。问最小生成树需要改变几次边。 $n \leq 50$	首先预处理每个行星间的初始距离构建边，并得到初始的最小生成树。然后枚举每条边，看 $i$ 边被 $j$ 边替换的时间，并对时间排序。这样只需要对每个事件进行判断是否需要改变，并对加入这条变后形成的这个环进行替换即可。	时间: $O(n^5)$ 空间: $O(n^4)$
2012B	Curvy Little Bottles	给一个以 $n$ 次多项式绕 $x$ 轴围成的瓶子。问体积多大。并要求按照某等体积划分刻度线，问能否划分，输出划分的方案。 $0 \leq n \leq 10$	首先对一个多项式围成的瓶子求体积，也就是对这个函数做一个数值积分，多项式数值积分可以线性求出。关于第二问可以通过二分每个刻度线的位置来求出，也可以通过牛顿迭代来求出位置。	时间: $O(n \log n)$ 空间: $O(n)$
2012C	Bus Tour	在一个的无向图中，有一个起点，一个终点，还有 $n-2$ 个中间点有乘客。需要寻找一条回路，使得从起点到终点时先上车的 $n/2$ 个游客先下车。允许经过中间点但不放下乘客，问最短总距离。 $3 \leq n \leq 10$	因为数据范围很小，可以进行状压 $Dp$ 。记录到了哪里，带着哪些乘客，从哪里出发的长度最小值。然后枚举选择了哪些作为前 $n/2$ 计算答案就可以了	时间: $O(2^n n^2)$ 空间: $O(2^n n)$
2012D	Fibonacci Words	对字符串做类似于斐波那契数列的递推，定义 $f(n) = f(n-1) + f(n-2)$ ，+号相当于连接字符串。给出一个长为 $L$ 的模式串，问这个模式串在 $f(n)$ 中出现了多少次。 $n \leq 20, L \leq 100$	考虑最后这个查询，事实上是查询 $f(n-1)$ 和 $f(n-2)$ 中独立的模式串数加上合并起来中间位置的模式串数，因为可以递归下去，所以每个串只需要记录前 $L$ 个和后 $L$ 个，中间匹配通过 $KMP$ 记录。还需要加一个优化，应该先预处理出所有的 $f(i)$ ，否则会被卡常数。	时间: $O(nL)$ 空间: $O(nL)$

2012E	Infiltration	<p>一个 <math>n</math> 个点的图满足如果 <math>A</math> 不指向 <math>B</math> 那么一定 <math>B</math> 指向 <math>A</math>，选出最少的点，使得选出的所有点发出的点以及这些点覆盖了整个图。</p> <p><math>n \leq 75</math></p>	<p>通过分析知道，如果将所有的点平均分配，可以获得最大的答案，为 <math>\log n</math> 级别。所以可以枚举答案加上爆搜求解。</p>	<p>时间: <math>O(n^2)</math></p> <p>空间: <math>O(n)</math></p>
2012G	Minimum Cost Flow	<p>有 <math>n</math> 个房子，房子有孔和 <math>m</math> 个可用管道。现在可以用两个房子距离的代价用管道连起来，也可以用 0.5 的代价将洞补满。有一个源一个汇，可以给源任意高的水，使得汇充满且不漏水。问至少需要多少代价来建造管道和堵上洞。</p> <p><math>2 \leq n \leq 400, m \leq 50000</math></p>	<p>首先枚举源的水位是多少，得到可能充水的房子是哪些，搜索得到连通块。每个连通块一定是堵死使得不进水，或者可以通过，有一个入口和一个出口。只需要找出连通块之间的边做最短路就可以了。</p>	<p>时间: <math>O(nm)</math></p> <p>空间: <math>O(n+m)</math></p>
2012I	A Safe Bet	<p>在网格中某些位置有 <math>n</math> 个镜子，镜子保证一定是 45 度放置的，给出一个起点一个终点。问能否从起点射入光照向终点，如果不能，是否可以通过增加一个镜子来实现。</p> <p><math>n \leq 400000</math></p>	<p>第一问可以通过离散化后处理最靠近每个镜子的 4 个方向的镜子来判断，这个可以通过树状数组来实现。</p> <p>对于第二问，我们可以发现一个镜子实际上是可以使一条光线转向的，而添加一个镜子实质上是将两条光线的交点连接在了一起。所以可以通过从起点和终点分别作第一问，直到相交即为所求，这个也可以用树状数组实现。</p>	<p>时间: <math>O(n \log n)</math></p> <p>空间: <math>O(n \log n)</math></p>
2012K	Stacking Plates	<p><math>n</math> 个单调栈，栈中元素从小到大，最多有 <math>h</math> 个。在一次操作中，可以将栈从中间分开，或者将一个栈拼到另一个栈上，要求必须满足单调性要求。求将这 <math>n</math> 个栈合并的最小操作次数。</p>	<p>想法是将 <math>n</math> 个栈分裂并且拼接到一起，如果可以确定每个元素属于哪个栈，那么栈数就是相邻不同数+1。这个问题可以做 DP 解决，<math>f[i][j]</math> 表示大小是 <math>i</math> 的元素，最后一个元素是 <math>j</math> 栈的最小答案是多少，这样只需要对每</p>	<p>时间: <math>O(hn^3)</math></p> <p>空间: <math>O(hn^2)</math></p>

		$n, h \leq 50$	个状态枚举这个数的第一个所在的栈就可以了。	
2012L	Takeover Wars	<p>有两家公司，每个公司有一些子公司，总共有 <math>n</math> 个子公司，两家公司轮流操作，一种是合并自己的两家公司，另一种是收购对方一个比自己最大子公司小的公司，问先手是否必胜。</p> <p><math>1 \leq n \leq 10^5</math></p>	<p>首先考虑，合并一定是最大的两个合并，并且如果选择吃掉对方的某个公司，那么一定吃掉可以吃的最大的；如果不可以吃掉对方最大的，那么如果选择吃掉较小的，则永远无法吃掉对方最大的，所以只能合并；如果可以吃掉对方最大的，但是合并后仍然可以吃掉对方最大的，那合并也无坏处，否则一定要吃掉最大的，否则自己将会失去主动权。于是得到这个题的策略：如果最大的比对方的小，或者合并后依然比对方合并后大，那么合并，否则选择吃掉对方最大的。直接排序模拟即可。</p>	<p>时间： <math>O(n \log n)</math></p> <p>空间： <math>O(n)</math></p>
2013A	Self-Assembly	<p>给定 <math>n</math> 个正方形，每边上有一个字母和一个符号，只有相同字母符号相反的正方形可以相连，问是否可以连成无限大的图形。</p> <p><math>n \leq 40000</math></p>	<p>将每种字母和符号的组合看成点，将正方形看成边，这样对这个图做一次 Tarjan 就可以算出是否有环，如果有环就代表着可以连成无限大的图形。</p>	<p>时间： <math>O(n)</math></p> <p>空间： <math>O(n)</math></p>
2013B	Hey, Better Bettor	<p>对于一个胜率为 <math>p\%</math> 的赌局中添加一个选项，可以在中途退出，返还损失金额的 <math>x\%</math>，问最大期望收益。</p>	<p>最优策略应当为收益小于 <math>a</math> 时退出，大于 <math>b</math> 时退出，否则继续赌博。设 <math>f(x)</math> 为当前收益为 <math>x</math> 时的最大期望，有线性递推式： <math>f(i) = pf(i+1) + (1-p)f(i-1)</math>，同时又有两个边界点 <math>f(a)</math> 和 <math>f(b)</math> 已知，本题目标就是求 <math>f(0)</math>。要想求得 <math>f(0)</math>，只需要确定 <math>a</math> 和 <math>b</math> 的值便可以通过特征根方程来得出 <math>f(x)</math>，进而求得 <math>f(0)</math>。通过打表等方法可以发现，当 <math>a</math> 确定时答案关于 <math>b</math> 单峰，并且对于每个 <math>a</math></p>	<p>时间： <math>O(\log^2 N)</math></p> <p>空间： <math>O(1)</math></p>

			来讲 <b>b</b> 最佳时, 答案关于 <b>a</b> 依然是单峰函数。所以只需要进行两个三分就可以。三分上界 <b>N</b> 可通过对要求目标函数的底取对数计算。	
2013C	Surely You Congest	<p>给定一个 <math>n</math> 个点 <math>m</math> 条边的无向图, 有一个目标点, <math>c</math> 个人要同时向目标点沿着最短路开车。如果有 multiple 个人同时同向通过一条道路, 则出现堵塞。问最多多少人可以在不出现堵塞的情况下到达目标点。</p> <p><math>1 \leq n \leq 25000, m \leq 50000, 1 \leq c \leq 1000</math></p>	首先做一遍对短路, 生成一个最短路图, 在这个图中考虑产生堵塞的情况。有可能产生堵塞的情况一定是到达目标时间相同的人, 因为不同时间到达的人不会在任意时刻堵塞, 否则到达时间一定相同。所以按照时间分组, 这个问题就是标准的最大流问题了, 只需要将每个最大流的结果求和即是最终结果。	<p>时间: <math>O(cn^2m)</math></p> <p>空间: <math>O(m)</math></p>
2013D	Factors	<p>定义 <math>f(k)</math> 为对 <math>k</math> 做质因数分解后有多少种组合的方法。问题是给定 <math>f(k)=n</math>, 问满足条件的最小的 <math>k</math> 是多少。</p> <p><math>n &lt; 2^{63}</math></p>	首先发现, 尽量使用最小的质因数会使 $k$ 更小。所以最多只有前 16 个质因数有意义, 并且指数单调递减。对这 16 个质因数进行爆搜, 就可以算出最小的 $k$ 了。	<p>时间: <math>O(16!)</math></p> <p>空间: <math>O(1)</math></p>
2013E	Harvard	<p>有 <math>b</math> 个内存库, 每个内存库大小为 <math>s</math>, 如果查询 0 号内存库的内容则需要 1 次, 否则需要将那个内存库存到寄存器中再访问, 需要 2 次。给定一个长度为 <math>n</math> 的操作序列, 问怎么分配内存可以使得操作数最少。</p> <p><math>1 \leq b, s \leq 13, 1 \leq n \leq 10^6</math></p>	数据范围很小, 考虑搜索。首先枚举 0 号内存库中的元素。统计出不在 0 号内存库中的相邻变量 $i, j$ 的数目。通过枚举每个元素所在内存库的编号, 如果不同, 则需要多处理预处理好的值。选出最好的结果即可	<p>时间: <math>O(b!)</math></p> <p>空间: <math>O(bs)</math></p>
2013F	Low Power	<p>有 <math>n</math> 个机器, 每个机器有 2 个芯片, 每个芯片可以放 <math>k</math> 个电池。每个芯片能量是 <math>k</math> 个电池的能量的最小值。</p>	要求最大值最小, 首先二分答案。对于电池的电量首先排序, 每个机器的两个芯片的最小值一定是在排序后的序列中相邻的。每次检查只需要从大到小进行贪	<p>时间: <math>O(n \log n)</math></p> <p>空间: <math>O(n \log n)</math></p>

		<p>现在有 <math>2nk</math> 个电池，已知它们的能量，求所有机器的两个芯片能量之差的最大值最小。</p> <p><math>2nk \leq 10^6</math></p>	<p>心，如果满足二分的值，并且比他大的剩余个数大于 <math>2k-2</math>，就可以选择。</p>	
2013H	М а т р ё ш к а	<p>有 <math>n</math> 个拆开的套娃，想让他们组合成几个完整的套娃，要求只能相邻的进行合并，每次打开合并一个套娃需要 1 次操作，问最少次数是多少。</p> <p><math>1 \leq n \leq 500</math></p>	<p>首先预处理 <math>g(i,j)</math> 为将 <math>i</math> 到 <math>j</math> 合并成一个套娃的最小代价。枚举 <math>i</math> 和 <math>j</math>，可以通过基数排序加上两个单调队列将每次计算复杂度均摊为 <math>O(n)</math>。然后进行一个一维 DP，如果可以合并成一个完整的套娃则可以转移。</p>	<p>时间: <math>O(n^3)</math></p> <p>空间: <math>O(n^2)</math></p>
2013I	Pirate Chest	<p>对一个 <math>n*m</math> 的地图，给出每个位置的水深，希望做一个尽量大体积的盒子，使之完全沉入水中，盒子的底面边长有限制，最大分别不能超过 <math>a</math> 和 <math>b</math>，盒子的高没有限制。问最大体积多少。</p> <p><math>1 \leq a, b, m, n \leq 500</math></p>	<p>首先发现当确定盒子底面的一边长和最小深度时，可以保证另一边越长则体积越大。于是我们枚举一边的长度和起始位置，另一维的问题可以通过一个单调队列解决，而最小水深问题也可以通过单调队列预处理得到。</p>	<p>时间: <math>O(an^2)</math></p> <p>空间: <math>O(n^2)</math></p>
2013J	Pollution Solution	<p>给出一个半圆，和一个 <math>n</math> 个顶点的简单多边形，问交的面积是多少。</p> <p><math>n \leq 100</math></p>	<p>有两种做法，一种是多项式时间的，对每个点和每条边与圆弧的交点向圆心连线，极角排序后相邻的一块的有效有向面积一定是一个弧形或者是一个三角形，可以直接计算。另一种做法更为简单，直接暴力做数值积分就可以，本题可以通过。</p>	<p>时间: <math>O(n \log n)</math></p> <p>空间: <math>O(n)</math></p>
2013K	Up a Tree	<p>给出一棵 <math>n</math> 个点的树的 3 种遍历程序，只是有调用错误，也就是说 6 个调用有可能调用到了别的子程序内，问字典序正确且字典序最小的</p>	<p>一道爆搜题，首先枚举 6 种调用分别是什么，然后对三个不同的序列以及调整后的正确的序列还有当前节点用 map 进行记忆化搜索，选择字典序最小的就</p>	<p>时间: <math>O(n!)</math></p> <p>空间: <math>O(n!)</math></p>

		一种输出是什么。 $n \leq 26$	好了。	
--	--	-------------------------	-----	--