Short 解题报告

毛晗扬

题意：给定 n,l, 求 $n<a<l$,$n<b<l$,$(a-n)(b-n)|ab-n$
为了叙述方便, 我们令 c=a-n,d=b-n, 原题改为
原式可改为求 c,d 使得 $cd|(c+n)(d+n)-n$ 且 $1 \le c,d < l-n$

$$kcd = cd + cn + dn + n^2 - n \tag{1}$$
$$(kc-c-n)d = cn + n^2 - n \tag{2}$$
$$d = \frac{cn+n^2-n}{kc-c-n} \tag{3}$$

由于 n 的范围很小, 所以我们可以简单的枚举 n. 然后倘若我们枚举了 c 的值, 那么我们可以算出 $cn+n^2-n$, 枚举其约数, 判断之.

但是 c 的值是比较大的. 我们可以不失正确性的设 c<d, 那么可以证明的是 $c \le n*3$

具体细节如下

$$c \le \frac{cn+n^2-n}{kc-c-n} \tag{4}$$

由式 (3) 可得 $kc-c-n \ge 1$

$$kc^2 - c^2 - cn \le cn + n^2 - n \tag{5}$$
$$(k-1)c^2 - 2nc - n^2 + n \le 0 \tag{6}$$

$$c \in \frac{2n-\sqrt{4n^2+4*(k-1)*(n^2-n)}}{2(k-1)}, \frac{2n+\sqrt{4n^2+4*(k-1)*(n^2-n)}}{2(k-1)}] \tag{7}$$
$$\tag{8}$$

$$c \le \frac{2n+\sqrt{(4k-3)n^2-n*(4k-4)}}{2k-2} \tag{9}$$

当 k=2 时

$$c \le (2n+\sqrt{5n^2-4n})/2 \tag{10}$$

于是 c 只需要枚举到 $2.12n$ 即可

最后, 当 c 较大时, 算出来的 k 值较小, 所以对于 c 大于 4000 的数据, 我们将枚举因数改为枚举 k