

丢失的题面 解题报告

大连市第二十四中学 于纪平

1 题目大意

传统题，不给出题面，只给出10组输入输出数据。

时间限制1秒，内存限制128M，没有Special Judge。

2 分数估计

这道题目虽然以传统题的形式评测，其本质却是需要对每组输入输出数据分别分析，应该称之为非传统题。

在这道题上花费的时间越多，得到的分数就会越多，平均每10分钟应该就能得到10分。

3 测试点1,2,3

这三个测试点的共同点是，输入文件只有一个整数，输出文件是一个二进制或三进制串。这些测试点的共同方法是观察输出串的长度和含有各数字的比例。

3.1 测试点1

输入是22，输出是长度为 2^{22} 的二进制串，其中0和1各占一半。

从头开始读容易发现明显的规律，从而得出输出串的构造方式：初始串是"0"，每次把串取反接在尾部。

观察到这一点就可以通过这个测试点了。

3.2 测试点2

输入是33，输出是长度为3524578的二进制串，其中0和1的比例大约是黄金分割比。

同时注意到3524578是第33个斐波那契数，可知这是斐波那契字符串：初始串是"0"，每次扫一遍串，把"0"变成"1"，把"1"变成"01"。

观察到这一点就可以通过这个测试点了。

3.3 测试点3

输入是12，输出是长度为531452的三进制串，三种数出现的次数大致相同，但是0稍微多一些。

注意到 $531452 = 3^{12} + 11$ ，经观察发现输出串包含了所有的长度为12的三进制串作为子串且是字典序最小的。

按照这个规则暴搜+剪枝就可以通过了。

4 测试点4,5,6

这三个测试点的共同点是，输入文件和输出文件的格式相同，都是第一行一个数 n ，接下来 n 行每行一个数。其中测试点4和5的输入输出文件还具有对称性。

大部分的数看起来很随机而且分布在某个数以内，很可能是模某个数的运算。根据测试点5的输入和输出文件的第3行可知模数是104857601。

而 $104857601 = 25 \times 2^{22} + 1$ ，这几个测试点很可能与FFT有关。

4.1 测试点4

给出一个多项式，要给它平方。

我们可以套用经典的多项式乘法计算。

4.2 测试点5

给出一个多项式，要给它开方。

我们可以套用经典的多项式开方计算。

4.3 测试点6

给出一个多项式，要给它开立方。

.....

4.4 我不会FFT

注意到测试点4的输出实际上是 $(x+1)^{262144}$ ，直接算组合数就可以了。

测试点5的输出实际上是 $(x-1)^{131072}$ ，也是算组合数。

测试点6的输入和输出看起来非常随机，但是我们可以猜测输出文件是 $(ax+b)^{177147}$ 。

根据第一项和最后一项，可列方程

$$a^{177147} \equiv 22131490, b^{177147} \equiv 43392819 \pmod{104857601}$$

暴力解得

$$a = 233333333, b = 33333333$$

这个答案一看就很靠谱，代入验证成立。

这样就可以骗过测试点4,5,6了。

5 测试点7,8,9

这三个测试点的共同点是，输入输出格式非常像图上的数据结构题，其中测试点7没有边权，测试点8是一棵树。

5.1 测试点7

点数和边数都是 10^5 ，没有边权，看起来非常随机。每个询问的答案只可能是0或 $+\infty$ 。

观察发现，如果两个点连通，答案就是0，否则答案是 $+\infty$ 。用并查集或Floodfill就可以做了。

5.2 测试点8

是 10^5 个点的随机生成的树，边上带权，权也是随机生成的。每个询问的答案看起来都比较大。

观察发现，答案就是两点间树上路径边权最大值。由于数据随机所以可以不用高级数据结构维护。

5.3 测试点9

格式与测试点8相同，但不是树而是一般的图。答案看起来也没有那么大，而且出现了不连通的情况。

询问的依然是路径问题，但是不连通时答案是 $+\infty$ ，可知求的是某个量的最小值。结合测试点8分析可知求的是两点间路径边权最大值的最小值。

将所有边从小到大排序后依次加入按秩合并不路径压缩的并查集，对于每次询问二分答案在并查集中查询即可。

（当然，也可以用一些小的技巧去掉二分，不过这道题不卡时间，所以怎么做都可以）

6 测试点10

测试点10要求程序能输出自己。这个任务在完成前9个测试点的基础上是很难的。

但是由于题目的评测方式是传统评测方式，所以直接无视输入输出文件里面奇怪的英文，把输出文件原样打出来就可以了。