

EDSTGRID 解题报告

福州一中 董克凡

Contents

1	题目大意	2
2	题解	2
3	复杂度分析	2

1 题目大意

有一个黑白棋盘，支持三种操作：

- 交换两个四相邻的格子，花费代价1
- 将一个白色格子染成黑色，花费代价 C_2
- 将一个黑色格子染成白色，花费代价 C_3

要求你用最少的代价将整个棋盘上的黑色格子变成一个4-联通块，保证棋盘随机，黑色格子出现概率为 p ， p 在 $[0.05, 0.1]$ 中均匀分布。 C_2 在 $[5, 20]$ 中均匀分布， C_3 在 $[20, 40]$ 中均匀分布。

2 题解

首先，注意到交换的代价明显较低。所以，应该尽量不进行后两种操作。

如果不进行后两种操作，只是移动黑色格子使其联通，那么很容易想到一个算法：首先选择一个中心点，然后重复以下过程：选择一个离这个中心点所在的4-联通块最近的点，将这个点移动到这个联通块边。若移动代价大于删除代价，那么就删除这个黑色节点就好了。

然而，这个算法的表现并不好，分析结果可以发现，由于黑色节点分布较为稀疏，所以该算法删除了大部分节点。针对这个数据的性质，就需要设计一种算法，使得最终的四连通块尽量“远”地分布在全部的棋盘上。

一个可行的方案是，我们不止选择一个“中心点”，而是选择多个中心分布在棋盘上，最后再把它们连接起来。如果实现地足够精细，可以得到不错的方案。

另一种思路是，我们注意到若最终图形确定，那么问题就变成了一个二分图匹配的模型。而最终形状可以由贪心构造或者调整法得到。不过由于匹配复杂度较高，这种方法并不能很好地实现。

3 复杂度分析

$$\mathcal{O}((p * n * m) * (n * m))$$