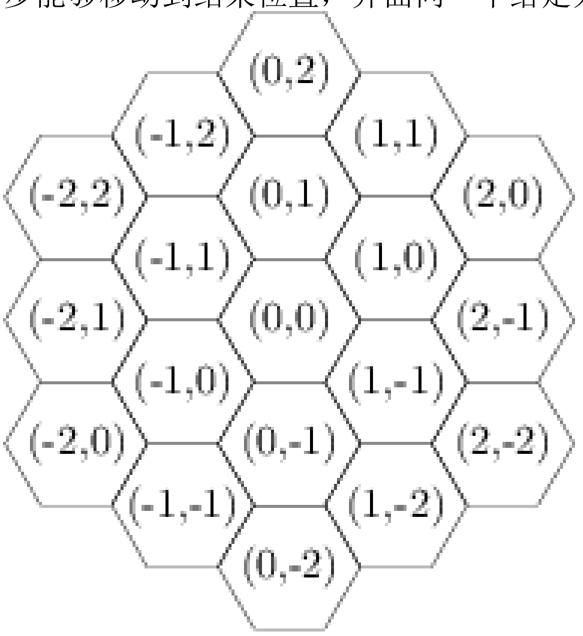
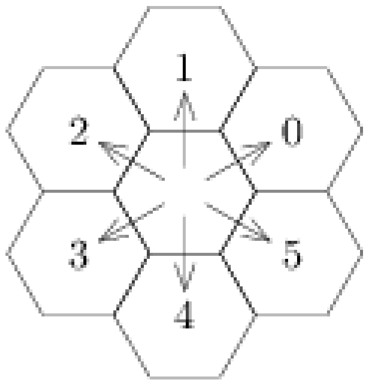
Hexagonal Walkaround 解题报告

长沙市雅礼中学 袁宇韬

1 题目大意

在一个六边形网格上给定一个初始位置和结束位置。你一开始在初始位置，面向六个方向中给定的一个。每次可以选择向前移动一步，或向左转 60 度后再向前移动一步。限制不能连续向同一个方向移动超过 b 步。问最少需要移动多少步能够移动到结束位置，并面向一个给定方向。





题目来源：http://acm.sgu.ru/problem.php?problem=419

2 算法描述

注意到除了初始的方向以外，每次改变方向后一定要按照这个方向移动至少一步。这样可以枚举第一步是否改变方向，然后每个方向可以移动 1 到 b 次。

枚举前几步中每个方向移动的步数，直到当前的方向和目标方向相同。这样每个方向经过的次数相同，每次经过需要选择这个方向中移动的步数。将 6 个方向中每个方向都移动 1 到 b 次称为一轮，则一定经过若干轮之后到达结束位置。

注意到在每个方向移动一次相当于不移动，可以将一轮中每个方向的限制变为 0 到 $b-1$ 步，且每一轮有额外的 6 的代价。可以将所有位置按照角度分为六个部分，由对称性只需要考虑在 0 和 1 两个方向之间，且更靠近 0 方向的点。

显然选择 3 或 4 方向是不优的，因为可以减少一步 3 或 4 方向和一步 0 或 1 方向，到达同样的位置。同样可以发现不会向 2 方向移动，因为可以减少一步 5 方向，或将 0 方向变为 1 方向到达同样的位置。

设向 0，1，5 方向走的步数为 a ，b ，c ，结束位置为 (x,y) ，则

$$a+c=x$$

$$b-c=y$$

需要的代价为

$$a+b+c+6\lceil\frac{\max(a,b,c)}{b-1}\rceil$$

代入 x ，y 得到

$$x+y+c+6\lceil\frac{\max(x-c,y+c,c)}{b-1}\rceil$$

由于 $y\geq 0$ ，得到

$$x+y+c+6\lceil\frac{\max(x-c,y+c)}{b-1}\rceil$$

显然将 c 增加到 $>\frac{x-y}{2}$ 之后是不优的，可以化简得到

$$x+y+c+6\lceil\frac{x-c}{b-1}\rceil$$

这样可以分为 $b-1<6$ 和 $b-1\geq 6$ 两种情况。显然当 $b-1<6$ 时应该选择 $c=0$ 或满足 $b-1\mid x-c$ 的尽可能大的 c 。当 $b-1\geq 6$ 时应该选择 $c=0$ 或满足 $b-1\mid x-c$ 的尽可能小的 c 。

时间复杂度为 $O(b^6)$ 。