

Gerald and Path解题报告

雅礼中学 毛啸

1 试题来源

Codeforces Round #313 (Div. 1) Problem E

<http://codeforces.com/contest/559/problem/E>

2 试题大意

一条线段上有 n 个灯，每个灯有一个位置，位置两两不同，每个灯有一个照射距离，每个灯只能往右照或者往左照，求最大化被照到的区域的总长度。

3 数据范围

$n \leq 100$ 。

4 算法简介

我们考虑一个问题：给定每盏灯的照射方式，怎么求长度。

这是一个经典问题，做法的第一步就是排序。

我们继续考虑排序，这道题里面排序完以后有一个情况非常讨厌：区间包含情况，怎么处理呢。

陈启峰学长在之前的集训队论文中提到过一个很好的思路：约制与放宽。

放宽：对于每盏灯，我们新建一种方案——既不向左照也不向右照，这样答案肯定不会变。

约制：对于一盏灯，如果它选择了往左照或者往右照，但是这个区域被另外一盏灯的照射区域完全覆盖，那么这个方案不合法。

这样就没有了区间包含情况，我们考虑DP。

继续考虑我们给定每盏灯的照射方式且满足上述条件，怎么求长度，如果我们按区间右端点排序，我们要记录上一个区间的位置以及当前区间是哪一个。

所以我们对于本题，我们先按照所有灯往右能照到的最远处排序，我们DP的状态也要设两个：考虑到了哪一盏灯以及前一个区间(是哪一个灯往哪一边)。

我们考虑枚举下一个区间(是哪一个灯往哪一边)：

如果下一个区间往左，那么首先根约制条件它不能覆盖前一个区间，其次所有在它覆盖范围内的灯都不能往左照：如果往左照能照到的最远点比当前区间左端点要更靠左边，那么当前枚举的区间的就不是下一个区间，如果没有比当前区间左端点要更靠左边，那么违背了约制条件，因此第一种情况我们直接枚举下一个区间是哪一个，然后把它覆盖了的灯全部确定方向，然后接下来要考虑的灯就是我们当前枚举的灯右边的第一盏灯。

如果下一个区间往右，那么很好办，直接考虑它右边下一盏灯即可。

由于记录了前一个区间所以答案很好更新。

进一步的我们只要记录前一个区间的右端点，然后左端点当做负无穷，因为如果我们枚举区间往左的时候覆盖了前一个区间，那么一定会导致记录的答案比该方案的实际答案小，所以不会有什么关系。

如果在第一种转移“把它覆盖了的灯全部确定方向”的时候直接暴力则时间复杂度为 $O(n^4)$ ，很容易加上一定的优化使得时间复杂度做到 $O(n^3)$ ，但是两种时间复杂度都可以通过本题。