

Counting Hexagons 解题报告

毛晗扬

首先容易想到枚举最大的一条边 M . 那么问题转化为了求 5 个单调不减的数, 使得和大于 M , 最大的数小于 M , 且相同数的个数小于 K .

通过这道题数据范围可以猜出用数位 DP 解决, 及从上到下枚举数列的第 i 位, 维护当前哪些数已经可以区分大小, 下面需要向上进位, 还有一些其他细节.

dp 方程可描述为:

$dp[i][s][c][p1][p2][p3]$ 表示当前枚举到第 $i(i \leq 10)$ 位, 从大到小两两间是否可能相等的二进制表示 $s(s < 2^4)$, 当前和是否已经小于 $S(0/1)$, 数列最大值是否小于 $M(0/1)$, 最小值是否每一位都是 $0(0/1)$

同样, 这里存在一些优化的可能. 例如数位 dp 时, 如果进制比较大, 我们将 dp 数组中小于 $num[i]$, 等于 $num[i]$, 大于 $num[i]$ 的状态一起讨论. 这道题也如此, 我们需要维护一下一些数组 (与之前不同, 这里为了简便, 我们设数列是单调不减的):

- $cnt1[a][b][c1][S][c2][T][z]$ 表示从期望下面进位 $c1$ 的状态 S 到期望下方进位 $c2$ 的状态 T , 序列最后一位是否为 0, 序列第一个数字 $=a$, 序列的和 $=b$ 的转移方案总数
- $cnt2[a][b][c1][S][c2][T][z]$ 表示从期望下面进位 $c1$ 的状态 S 到期望下方进位 $c2$ 的状态 T , 序列最后一位是否为 0, 序列第一个数字 $\leq a$, 序列的和 $=b$ 的转移方案总数
- $cnt3[a][b][c1][S][c2][T][z]$ 表示从期望下面进位 $c1$ 的状态 S 到期望下方进位 $c2$ 的状态 T , 序列最后一位是否为 0, 序列第一个数字 $=a$, 序列的和 $\leq b$ 的转移方案总数
- $cnt4[a][b][c1][S][c2][T][z]$ 表示从期望下面进位 $c1$ 的状态 S 到期望下方进位 $c2$ 的状态 T , 序列最后一位是否为 0, 序列第一个数字 $\leq a$, 序列的和 $\leq b$ 的转移方案总数

$cnt1, cnt2, cnt3, cnt4$ 数组同样可以有 dp 预处理得到. 具体来说

$cnt[i][S1][S2][v][s][z]$ 表示处理到第 i 个数, 初始压位 (相等关系) 为 $S1$, 当前压位为 $S2$, 当前选的数为 v , 和为 s , 第一个数是否非 0