

简要题意：

在一个二维笛卡尔坐标上给定 n 个点。你的任务是将从这 n 个点通过 $n-1$ 条边连接得到一棵树。并且你的得分将基于以下的条件：

令 u 为树上连接 v 的且离 v 最远点， $d(u,v)$ 为 u 到 v 的距离，那么 v 能释放出的圆的半径大小为 $d(u,v)$ ，在这个圆内的所有点都会受到 v 的影响，你的任务是使得受到影响最多的点受到的影响最少。并且构造出这棵树。

简要题解：

这是一个非常难的问题，即使你想得到近似最优的解，也是一个非常困难的问题，如果有兴趣的同学可以找相关论文进行学习。

具体可以看这里：http://link.springer.com/chapter/10.1007%2F11963271_2

比较正经的题解：

为了解决这个看似简单的问题，你可以通过尝试各种方法来构造这棵树，并且取其中得分最少的方案来输出。

一些构造方案的例子：

1：贪心，取每个点离它最近的点进行连边，我们尝试让每个点能够释放的圆的半径尽可能的少，这种方案在局部显然是最优的，较全局来说，也是比较优的。

2：直接做平面最小生成树。

当然，如果你想得到一些比较靠谱的解法。可以参考相关的论文。

比如这里：<http://www.disco.ethz.ch/publications/DIALM2005b.pdf>

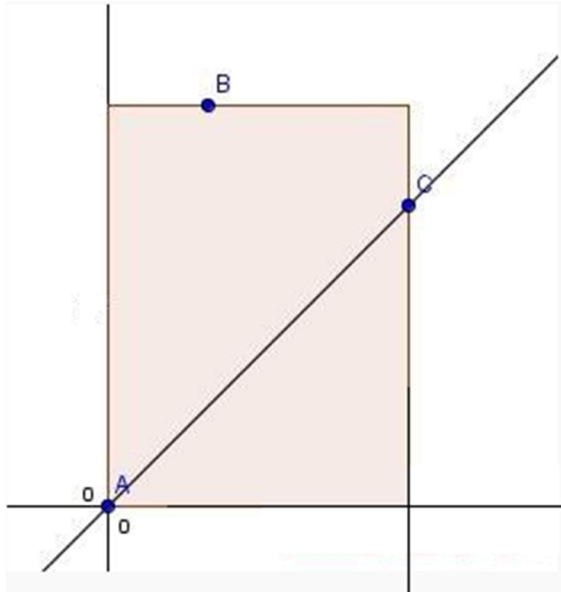
平面最小生成树解法：

众所周知的事实是，如果我们用比较平常的最小生成树解法，其复杂度为 $m \lg m + m \alpha(n)$ 。对于本题来说， $m=n^2$ ，其复杂度为 $n^2 \lg(n)$ ，这个复杂度其实是并不怎么理想的。

这里，我将介绍一种比较靠谱的做法。

我们可以得出一个结论，以一个点为远点建立直角坐标系，在每 45° 度内只会向距离该点最近的一个点连边。

这个结论证明如下：假如我们以点 A 为原点建系，考虑在 y 轴向右 45° 区域内的任意两点 $B(x_1, y_1)$ 和 $C(x_2, y_2)$ ，这里不妨假设 $|AB| \leq |AC|$ （这里距离为曼哈顿距离），如下图。



$|AB|=x_1+y_1, |AC|=x_2+y_2, |BC|=|x_1-x_2|+|y_1-y_2|$ 。而由于 B 和 C 都在 y 轴向右 45 度的区域内，有 $y-x>0$ 且 $x>0$ 。下面我们分情况讨论。

1. $x_1>x_2$ 且 $y_1>y_2$ 。这与 $|AB|\leq|AC|$ 矛盾。
2. $x_1\leq x_2$ 且 $y_1>y_2$ 。此时 $|BC|=x_2-x_1+y_1-y_2, |AC|-|BC|=x_2+y_2-x_2+x_1-y_1+y_2=x_1-y_1+2*y_2$ 。
由前面各种关系可得 $y_1>y_2>x_2>x_1$ 。假设 $|AC|<|BC|$ 即 $y_1>2*y_2+x_1$ ，那么 $|AB|=x_1+y_1>2*x_1+2*y_2, |AC|=x_2+y_2<2*y_2<|AB|$ 与前提矛盾，故 $|AC|\geq|BC|$ ；
3. $x_1>x_2$ 且 $y_1\leq y_2$ 。与 2 同理。
4. $x_1\leq x_2$ 且 $y_1\leq y_2$ 。此时显然有 $|AB|+|BC|=|AC|$ ，即有 $|AC|>|BC|$ 。

综上有 $|AC|\geq|BC|$ ，也即在这个区域内只需选择距离 A 最近的点向 A 连边。

这种连边方式可以保证边数是 $O(N)$ 的，那么如果能高效处理出这些边，就可以用 Kruskal 在 $O(N\log N)$ 的时间内解决问题。下面我们就考虑怎样高效处理边。

我们只需考虑在一块区域内的点，其他区域内的点可以通过坐标变换“移动”到这个区域内。为了方便处理，我们考虑在 y 轴向右 45 度的区域。在某个点 $A(x_0, y_0)$ 的这个区域内的点 $B(x_1, y_1)$ 满足 $x_1\geq x_0$ 且 $y_1-x_1\geq y_0-x_0$ 。这里对于边界我们只取一边，但是操作中两边都取也无所谓。那么 $|AB|=y_1-y_0+x_1-x_0=(x_1+y_1)-(x_0+y_0)$ 。在 A 的区域内距离 A 最近的点也即满足条件的点中 $x+y$ 最小的点。因此我们可以将所有点按 x 坐标排序，再按 $y-x$ 离散，用线段树或者树状数组维护大于当前点的 $y-x$ 的最小的 $x+y$ 对应的点。时间复杂度 $(n\lg n)$ 。

对于坐标变换，一个比较好处理的方法是第一次直接做；第二次沿直线 $y=x$ 翻转，即交换 x 和 y 坐标；第三次沿直线 $x=0$ 翻转，即将 x 坐标取相反数；第四次再沿直线 $y=x$ 翻转。注意只需要做 4 次，因为边是双向的。

至此，整个问题就可以在 $O(n\log n)$ 的复杂度内解决了。