

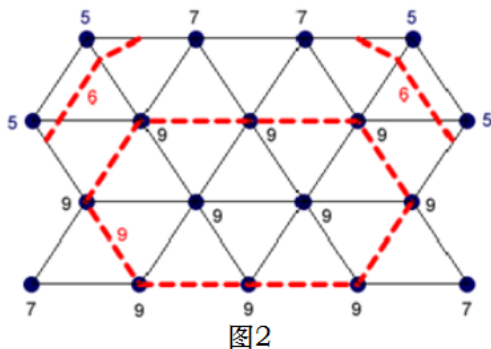
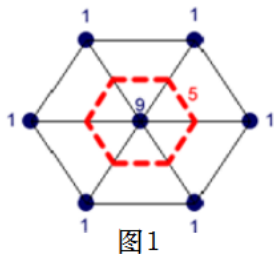
ACM/ICPC World Finals 2010

F - Contour Mapping 题解

湖南师大附中 胡泽聪

1 Description

有 n 排点，奇数排有 m 个点，偶数排有 $m + 1$ 个点。每个点有一个海拔高度。点与点之间的位置关系与连边如下图所示：



图中每个三角形都是等边三角形。

定义海拔为 h 的等高线如下：取出图中所有海拔为 h 的点，这些点分为很多个连通块，每个部分要么是孤立点，要么形成一条线段，要么形成一个多边形。取出形成的所有线段以及多边形的所有边，其并即为海拔为 h 的等高线。上图中红色虚线为等高线。

求这个地图中所有海拔为 h 的非负整数倍的等高线的长度之和。

$n, m \leq 100$, $1 \leq h \leq 1000$, 每个点。

2 Solution

等高线只有两种情况，一是在三角形内部，二是在三角形的某条边上。先考虑第一种情况。

我们可以分开处理每个三角形。一共有三种三角形：有一个、两个或者三个顶点的海拔相等的，分别称为一类、二类和三类三角形。这里不会有三类三角形。对于一类三角形，假设海拔分别为 a, b, c 且 $a < b < c$ ，在海拔 a 与 c 的点的连边上找到海拔为 b 的点，将三角形分成两个二类三角形。

现在只有二类三角形了。不难发现，在一个二类三角形内的所有等高线的长度呈等差数列。于是这部分可以用公式解决。注意不能把等高线三角形一边上的算进来。

剩下的就是等高线在三角形一边上的情况了。首先这条边的两个顶点海拔必须相同，而且都是 h 的非负整数倍。那么枚举每条边，如果这条边只在一个三角形上，那么它一定是边界，这条边上也就会有等高线。否则如果这条边所在的两个三角形中至少有一个是二类三角形，那么这条边上也有等高线。这样就能处理在三角形一边上的情况了。

两部分之和就是答案。坐标处理有些麻烦，需要细心。

3 Complexity

时间复杂度： $O(nm)$ 。

空间复杂度： $O(nm)$ 。