

试题泛做

江苏省淮阴中学 张坤

1

试题编号	Codechef DEC 14
名称	Divide or die
题目大意	
给定一个 n (整数) 度数的角的三个顶点, 尺规作图将角 n 等分。只可以连接两个点画一条直线或是截取两点间长度并以某一点画圆。操作次数不能超过 1000。	
算法讨论	
尺规作图可以平分一个角。可以做出正三角形得到 60 度, 可以做出一个直角边比是 1:2 的直角三角形, 利用黄金比构造出底角 72 度的等腰三角形, 这样便有 3 度角, 和原来的角一起可以得到 1 度角。	
时空复杂度	时间: $O(n)$ 空间: $O(n)$

2

试题编号	Codechef DEC 14
名称	Course Selection
题目大意	
N 个课程需要在 M 个学期完成, 每个学期完成的得到学分不尽相同, 有 K 个条件: A_i 课程有要求先修课程 B_i , 求每个课程平均学分的最大值。 $n, m, K \leq 100$ 。	
算法讨论	
网络流模型: 将每门课每学期被损失的学分作为流量, 每学期每个课程向上一学期的该课程连一条容量为损失学分的边, 向先修课程连一条容量为 ∞ 的边, 跑网络流即可。	
时空复杂度	时间: $O(n^2m)$ 空间: $O(n^2)$

3

试题编号	Codechef APRIL 12
名称	Find a special connected block
题目大意	
一个 $n \times m$ 的格子, 每个格子有一个 -1 到 $n \times m$ 范围内的整数值, 以及代价。问一个权值和最小的四联通块满足联通块中没有权值为 -1 的格子且至少出现了 t 种不同的正权值。数据范围: $n, m \leq 15, t \leq 7$ 。	
算法讨论	
如果格子的权值范围固定, 可以转化为斯坦纳树问题, 枚举子集转移方程。对于 $n \times m$ 种权值, 我们随机一种 1 到 $n \times m$ 到的映射, 并对映射结束后的表格求解最优值, 那么得到的答案一定不会比原问题的最优解优且得到原问题的解的概率可以接受, 多次随机即可。	
时空复杂度	时间复杂度 $O(\text{玄学})$, 空间复杂度: $O(nm)$ 。

4

试题编号	Codechef APRIL 12
名称	Substrings on a Tree
题目大意	
n 个节点的树，每个节点有个小写字母。它包含所有从某个点到自己或后代最短路径上的字符串。求有多少不重复的字符串和第 K 大的不重复的字符串的大小。数据范围：n ≤ 250000, m ≤ 50000。	
算法讨论	
类比字符串建立后缀自动机的方式，每次从父节点插入一个字符。对其拓补后倒序递推，即可回答询问。	
时空复杂度	时间：O(n+K) 空间：O(n)，K 为一常数

5

试题编号	Codechef DEC 11
名称	Short II
题目大意	
询问质数 p 有多少对 a、b (a > p, b > p)，满足 (a - p)(b - p) ab。数据范围：p ≤ 10 ¹² 。	
算法讨论	
原问题等价于求 ab p(a+b+p) 的个数分情况讨论： 1. p a 且 p b，满足条件的 a 和 b 只有 5 对。2. p a 或 p b 为假，我们假定 a ≤ b，得 a ≤ 1 + √(p+1)，推出 b 的公式换元枚举即可。3. ab 有且仅有一个被 p 整除，这种条件的对数是上面的 2 倍，因为对于任意一个满足 2 条件的数对两个满足 3 条件的数对。	
时空复杂度	时间复杂度 O(√p)，空间复杂度 O(n)。

6

试题编号	Codechef MARCH 15
名称	Counting on a Tree
题目大意	
n 个点带边权的树，Q 次操作，每次修改一条边权。求路径上最大公约数为 1 的点对数。数据范围 n ≤ 10 ⁵ , Q ≤ 100, Z ≤ 10 ⁶ 。	
算法讨论	
利用 Mobius 反演，若 μ(x) ≠ 0，计算出公倍数是 x 及其倍数的点对数。每次操作先将不要改变的边并查集处理，然后除以要改变的边，复原。	
时空复杂度	时间：O(Z+Knlogn) 空间：O(Z)，K 为较大

7

试题编号	Codechef NOV 14
名称	Sereja and Order
题目大意	
有 n 个程序，每个程序 i 在第一台电脑上运行 A _i 秒，在第二台电脑上运行 B _i 秒，求最少总运行时间，输出一种方案。数据范围 n ≤ 10 ⁴	
算法讨论	

如果有一个程序的总运行时间大于 $\sum A_i$ 和 $\sum B_i$ ，则可以特殊处理。否则，多组打表发现运行时间应该为 $\max(\sum A_i, \sum B_i)$ 。随机化调整即可。	
时空复杂度	时间： $O(Tn)$ 空间： $O(n)$

8

试题编号	Codechef NOV 14
名称	Chef and Churu
题目大意	
有一个长度为 n 的序列，有 n 个函数吗，每个函数是一段连续区间的和。每次修改某个位置，求一段连续的函数的值。	
算法讨论	
将函数序列分块，每个序列保留该块内的数目。维护一个树状数组求非完整块内的值。	
时空复杂度	时间： $O(n\sqrt{n\log n})$ 空间： $O(n\sqrt{n})$

9

试题编号	Codechef FEB 12
名称	Find a Subsequence
题目大意	
在一个数组中找到 5 个数，其大小按顺序对应于给定一个 5 的排列。 $T \leq 20, n \leq 2000$ 。	
算法讨论	
离散化，预处理出前缀和和从最左端到第 i 个位置大于 j 最小的数，小于 j 最大的数，从右向左类似。枚举第二个数和第四个数，则第 1 个数或是第 5 个数中必有一个是 1，3，5 个数中最大的或最小的，贪心选择，剩下的第一个数或是第 5 个数也是贪心选择，然第三个数的选择空间尽量大。	
时空复杂度	时间： $O(n^2)$ 空间： $O(n^2)$

10

试题编号	Codechef MAY 12
名称	Selling Tickets
题目大意	
n 道菜肴， m 位顾客，每位顾客要求得到两道菜中至少一道。想要求出最多的人数，保证无论哪些顾客购买门票，所有到来的顾客都能感到高兴。 $1 \leq T \leq 15, 2 \leq n \leq 200, 0 \leq m \leq 500$ 。	
算法讨论	
可以得出子图边数一定是点数+1，子图一定包含是两个环的三种情况，可以用 BFS 记录非重复的最短路，次短路，第三短路，最后枚举合并环。	
时空复杂度	时间： $O(n^3)$ 空间： $O(n^2)$

11

试题编号	Codechef MAY 12
名称	Little Elephant and Boxes

题目大意	
有 n 个盒子，第 i 个盒子， $P_i/100$ 的概率能获得 V_i 美元， $(1 - P_i/100)$ 的概率能获得一个钻石。现在有 m 个物品，第 j 个物品需要 C_j 美元和 D_j 个钻石。总会买尽可能多的物品，请计算期望能够买到的物品个数。 $1 \leq T \leq 5, 2 \leq n \leq 30, 1 \leq m \leq 30$ 。	
算法讨论	
将盒子分成两部分，一部分预先计算出可以获得的各种结果，每一种包括钱数、钻石数、概率。动规处理出买 i 个物品，有 j 个钻石需要的最少钱数。对盒子的另一部分搜索出全部状态，暴力枚举最后的结果，在询问盒子另一部分满足条件的概率。	
时空复杂度	时间: $O(n \cdot 2^{2n/3} + n^3 \cdot 2^{n/3})$ 空间: $O(2^{2/3n})$

12

试题编号	Codechef JAN 13
名称	A New Door
题目大意	
求 $W \times H$ 的矩形内部， n 个圆重叠所形成的图形的弧长之和。 $1 \leq T \leq 1000, 1 \leq N \leq 1000$ ，在输入中 N 的和不超过 5000。	
算法讨论	
求出每个圆被其他圆所覆盖的弧度范围，单独处理和矩形四边的情况。	
时空复杂度	时间: $O(n^2)$ 空间: $O(n)$

13

试题编号	Codechef AUG 11
名称	Complex Spanning Tree
题目大意	
给出一个网格图，相邻点之间有边。每条边上有一个复数，求一颗生成树，使得边上复数之和的模最大。	
算法讨论	
枚举复数之和 (x, y) 的 x, y 正负性，设一个函数估计每个复数的贡献，直接求最大生成树，然后枚举删边，加边调整。	
时空复杂度	时间: $O(n^4)$ 空间: $O(n^2)$

14

试题编号	Codechef AUG 11
名称	Shortest Circuit Evaluation
题目大意	
给定长度不超过 30000 的布尔型表达式，可以在不改变该表达式结果的情况下交换 and 和 or 前后的变量顺序，交换后的表达式使得在短路计算下期望计算次数最小。	
算法讨论	
将表达式按计算级别构成一颗表达式树，自底向上计算每个结点正确的概率和期望计算的次数，and 之间和 or 之间按某种顺序排序合并。	

时空复杂度	时间: $O(n \log n)$ 空间: $O(n)$
-------	------------------------------

15

试题编号	Codechef AUG 11
名称	Something About Divisors
题目大意	
对于给定的正整数 B 和 X, 求满足条件的正整数 N 的个数: 要求对于 N, 至少存在一个数 D ($N < D \leq B$) 能整除 $N \times X$ 。	
算法讨论	
<p>本题的关键是去除重复计算。</p> <p>令正整数 $K = \frac{N \times X}{D}$, 因为 $\begin{cases} N < D \leq B \\ D \mid N \times X \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K < X \\ N \leq \frac{B \times K}{X} \\ K \mid N \times X \end{cases}$。显然 N 会被不同的 K</p> <p>重复计算, 所以我们需要统计的是对于 K 满足 $K \mid N \times X$ 但不存在 $J \mid N \times X (K < J < X)$ 的 N 的个数 $S(K)$, 即 K 是最大的能整除 $N \times X$ 的 N 的个数, 答案为 $\sum_{K=1}^{X-1} S(K)$。</p> <p>下面我们要在确定 B 和 X, 当前枚举 K 的情况下求 $S(K)$。</p> <p>$\because K \mid N \times X \Leftrightarrow \frac{K}{\text{Gcd}(K, X)} \mid N$, 记 $C[K] = \frac{K}{\text{Gcd}(K, X)}$, 令</p> <p>$N = C[K] \times M, M \in \mathbb{N}^*$。</p> <p>$K \mid N \times X \Leftrightarrow \frac{K}{\text{Gcd}(K, X)} \mid N \Leftrightarrow C[K] \mid N \Leftrightarrow N = C[K] \times M, M \in \mathbb{N}^*$。</p> <p>$\therefore K \mid N \times X \Leftrightarrow N = C[K] \times M, M \in \mathbb{N}^*$。</p> <p>$\therefore N \leq \frac{B \times K}{X} \Leftrightarrow M \leq \frac{B \times K}{X \times C[K]}$, 记 $\frac{B \times K}{X \times C[K]}$ 为 Limit。</p> <p>$\therefore \begin{cases} K \mid N \times X \\ J \mid N \times X \Leftrightarrow \begin{cases} J \mid C[K] \times M \times X \\ M \in \mathbb{N}^* \\ K < J < X \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{J}{\text{Gcd}(J, C[K] \times X)} \mid M \\ M \in \mathbb{N}^* \\ K < J < X \end{cases} \end{cases}$, 记 $D[J] = \frac{J}{\text{Gcd}(J, C[K] \times X)}$</p>	

$$\therefore \begin{cases} K | N \times X \\ J | N \times X \\ K < J < X \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D[J] | M \\ K < J < X \end{cases}$$

现在我们可以把对 N 的统计转换成对 M 的统计:

$$S(K) = Limit - |\{N | \begin{cases} K | N \times X \\ \text{存在 } J > K, J | N \times X \\ N \leq \frac{B \times K}{X} \end{cases}\}| = Limit - |\{M | \begin{cases} \text{存在 } J > K, D[J] | M \\ M \leq Limit \end{cases}\}|$$

$$S(K) = Limit - |B_{K+1} \cup B_{K+2} \cup \dots B_{X-1}|, B_J = \{M | M \in N^*, M \leq Limit, D[J] | M\}$$

我们可以用容斥原理统计，并且将对 N 的统计转化成对 m 的统计。

时空复杂度	时间: 0 (玄学)
-------	------------

16

试题编号	Codechef MAY 14
名称	Dynamic Trees and Queries
题目大意	
给出一棵树, 每个节点有权值, 有四种操作: 1、给某个点加入一个儿子结点; 2、给某棵子树全加上一个值; 3、把某棵子树全部删去; 4、对某棵子树权值求和	
算法讨论	
因为子树加用 LCT 比较难处理, 所以可以考虑转化为单点操作。用 Splay 维护 DFS 序即可。	
时空复杂度	时间: $O(n \log n)$ 空间: $O(n)$

17

试题编号	Codechef MAY 14
名称	Sereja and Subsegment Increasings
题目大意	
给定长度为 n 的序列 A, B , 每一次选择两个下标 i 和 j , 把所有 A_i 到 A_j 之间的元素, 增加 1 之后模 4。求最少操作次数将 A 数组转换为 B 。数据范围 $n \leq 10^5$ 。	
算法讨论	
令 $C_i = (B_i - A_i + 4) \% 4$, $D_i = (C_i - C_{i-1} + 4) \% 4$, 则 D 表示第 i 位置与第 $i-1$ 位置的差且该高度不断增加。可将某些 D_i 减去 4 但保证 D_1 到 D_i 的和非负, 答案为 $\sum \max(0, D_i)$ 。选取 D_i 减 4 的位置可以贪心, 可以证明将 3 减 4 比 2 减 4 优, 2 减 4 比 1 减 4 优, 先减去后面的 D_i 不亏。	
时空复杂度	时间: $O(n)$ 空间: $O(n)$

18

试题编号	Codechef NOV 12
名称	Arithmetic Progressions
题目大意	
一个长度为 n 的数组 A , 求满足 $1 \leq i < j < k \leq N$ 并且 $A_j - A_i = A_k - A_j$ 的 (i, j, k) 的数目。数据范围: $n \leq 100000, A_i \leq 30000$ 。	
算法讨论	
对序列分块, 对于 i, j, k 均在同一块或者 i, j 在同一块或者 j, k 在同一块暴力枚举求解。对于 i, j, k 均不在同一块的枚举 j 块的编号+FFT 统计。	
时空复杂度	时间: $O(n \sqrt{n \log n})$ 空间: $O(n)$

19

试题编号	Codechef JAN 15
名称	Ranka
题目大意	

在 9*9 的棋盘上，两人分别按照围棋规则填黑白棋子，可以不填，但每个人不同时候局面不能一样，要求给出一个 10000 步的合法步骤。

算法讨论

现将黑棋子不断摆满棋盘，每次从右下角加一个白棋子提出黑棋子，当白棋子摆满棋盘时，用黑棋子从右下角提出白棋子。

时空复杂度 时间: $O(n)$ 空间: $O(n)$

20

试题编号 Codechef JAN 15

名称 Xor Queries

题目大意

一个序列，可在末尾加减。求一段区间中的和 x 异或值最大的数，比 x 小的数，第 k 小的数。

算法讨论

裸的可持久化线段树操作。

时空复杂度 时间: $O(n \log n)$ 空间: $O(n \log n)$

21

试题编号 Codechef OCT 14

名称 Children Trips

题目大意

n 个点的树，树上边值为 1 或 2。Q 组询问，每次询问从 u 走到 v 他需要多少天。每天最多走 p ，并在结点终止。数据范围: $n, Q \leq 10^5$ 。

算法讨论

对于 $p > \sqrt{n}$ 的询问之间暴力处理，每次跳的 p 最远的点，每步可用 $\log n$ 时间倍增求的。对于 $p \leq \sqrt{n}$ 的询问枚举 p 先预处理每个点走 2^i 到达那个点，也可 $\log n$ 求的，注意边界。

时空复杂度 时间: $O(n\sqrt{n} \log n)$ 空间: $O(n \log n)$

22

试题编号 Codechef OCT 11

名称 The Baking Business

题目大意

n 个出售或者询问的操作，每一个订单表示为 I 产品编号[大小编号] 省编号[城市编号[地区编号]] 性别 年龄 出售数，或者 Q 产品编号[大小编号] 省编号[城市编号[地区编号]] 性别 起始年龄[结束年龄]，询问该限制下的出售总数。有 10 种产品，3 种大小，10 个省份，20 个城市，5 个地区， $n \leq 100000$ 。

算法讨论

将其表示为 7 维的前缀和数组，暴力维护即可。

时空复杂度 时间: $O(n)$ 空间: $O(n)$

23

试题编号 Codechef OCT 11

名称	Sine Partition Function
题目大意	
求 m 个元素非负数组 A_i 的 $\sin(A_i X)$ 的总和, 要求 A_i 数组的和为 n 。 $1 \leq m \leq 30, 1 \leq n \leq 10^9$	
算法讨论	
令 $F[i, j]$ 为前 i 个数和为 j 的总和, 通过变换可得 $F[i, j] = F[i-1][j-1] \sin x + F[i][j-1] 2 \cos x - F[i][j-2]$ 。该式可用矩阵乘法计算优化。	
时空复杂度	时间: $O(m^3 \log n)$ 空间: $O(m^2)$

24

试题编号	Codechef AUG 13
名称	Music & Lyrics
题目大意	
给定 w 个字符串 P 和 n 个字符串 S , 询问每一个 P 串在所有 S 串中出现了多少次。数据范围: $1 \leq w \leq 500, 1 \leq P \leq 5000, 1 \leq n \leq 100, 1 \leq S \leq 50000$ 。	
算法讨论	
将 S 串建立 AC 自动机, 将 P 串扔进自动机匹配吗, 最后自底向上更新 fail 的值。	
时空复杂度	时间: $O(w P + n S)$ 空间: $O(w P + n S)$

25

试题编号	Codechef AUG 14
名称	Prime Distance On Tree
题目大意	
给定一棵 n 个节点的树, 现在在树上随机的选一条路径 (u, v) ($u < v$), 问路径长度是质数的概率是多少。数据范围: $n \leq 50000$ 。	
算法讨论	
可以直接统计出长度为 i 的路径有多少条。我们可以考虑对整棵树进行点分治, 每一次合并两个部分的时候, 先分别统计出两个部分长度为 i 的路径的长度是多少 (假设分别为 A_i 和 B_i), 统计即可。可以用 FFT 优化。	
时空复杂度	时间复杂度 $O(n \log^2 n)$, 空间复杂度 $O(n)$ 。

26

试题编号	Codechef JUNE 13
名称	Two k -Convex Polygons
题目大意	
给定 n 根长度给定的木棍, 问能否从中选出 $2k$ 根木棍使得它们可以拼成两个边数为 k 的凸多边形。(不能有两边相邻边平行) 数据范围 $1 \leq n \leq 1000, 1 \leq k \leq 10$, 木棍长度不超过 10^9 。	
算法讨论	

<p>一组木棍能拼成凸多边形的条件是最长边小于其它所有边的边长之和。如果只需要拼成一个凸多边形,那么最优的方案一定是把木棍按照长度排序后选取一个连续区间内的木棍。所以可以分情况讨论: 1. 两个凸多边形选取的木棍区间不想交,这一部分直接循环判定即可。2. 两个区间相交,这时选取的一定是一个长度为 $2k$ 的区间,其中假定长度最大的木棍属于第二个凸多边形,我们枚举那个多边形剩下的 $k - 1$ 条边的所有可能,然后直接判断。</p>	
时空复杂度	时间复杂度 $O(n^2 + K)$, 空间复杂度 $O(n)$ 。

27

试题编号	Codechef JULY 12
名称	Dynamic GCD
题目大意	
<p>给定一棵 n 个节点的带点权的树, 有 m 次操作: 1、询问两点之间路径上所有节点权值的最大公约数。2、给两点之间路径上所有点的权值加上一个值。数据范围: $n, m \leq 5 \times 10^4$。</p>	
算法讨论	
<p>首先对序列进行树链剖分然后求 DFS 序, 这样就转化为了序列问题。可以发现 $\gcd(a, b, c) = \gcd(a, b-a, c-b)$, 所以可以对序列差分, 分别维护每一个节点的值以及差分后的区间 gcd, 这可以用线段树非常容易地实现。</p>	
时空复杂度	时间复杂度 $O(m \log^3 n)$, 空间复杂度 $O(n)$ 。

28

试题编号	Codechef JAN 14
名称	Counting The Important Pairs
题目大意	
<p>一张 n 个点 m 条边连通的简单图, 求有少种方案, 使得删除两条边后图不联通。 $1 \leq N \leq 100000$, $1 \leq M \leq 300000$。</p>	
算法讨论	
<p>将图深搜遍历, 这样每条非树边都是指向祖先的。不合法的情况只有两种: 有一条边是桥, 或者横跨这两条边的非树边完全相同。给每个非树边一个随机值, 用 xor 判断是否相等。</p>	
时空复杂度	时间: $O(n)$ 空间: $O(n)$

29

试题编号	Counting D-sets
名称	CNTDSETS
题目大意	
<p>对于 N 维空间中的整点, 求有多少点集, 满足最远的一对点的切比雪夫距离恰好等于 D。如果点集可以平移, 这认为是等价的。 $1 \leq N \leq 1000$, $1 \leq D \leq 10^9$。</p>	
算法讨论	
<p>可以把问题转化为求距离小于等于 D 的问题, 显然对于集合里的点对, 任何一维的座标最小值应该为零, 可以用总数减去不合法的方案。不合法的方案一定是有若干维最小值不为 0, 可以用容斥解决。</p>	

时空复杂度	时间: $O(n^2)$ 空间: $O(n^2)$
-------	---------------------------

30

试题编号	Codechef AUG 12
名称	Two Magicians
题目大意	
<p>给定一张 n 个点 m 条边的简单无向图，两个人博弈，最开始两个人分别在 1 号点和 2 号点。从第一个人开始轮流操作，每一个回合有以下三个步骤：1. 可以沿着现有的无向边移动任意步，如果这一步结束时两个人在同一个格子，则当前人胜。2. 加入一条连接两个节点现在还没有的无向边，如果无法加入则另一个人胜。3. 最开始每一个人有 P 次传送机会，他可以选择消耗一次并传送到任意一个节点。问谁必胜。</p>	
算法讨论	
<p>DP 求解，可以发现当前博弈的状态可以简化为：两人所在联通块大小的奇偶性，两人剩下的传送次数，奇数块的个数，偶数块的个数以及添加后不会影响连通性的边的条数。只需要枚举每一次操作后可能的状态转移即可。</p>	
时空复杂度	时间复杂度 $O(n \alpha n)$ ，空间复杂度 $O(n + m)$ 。

31

试题编号	Codechef JUNE 12
名称	Expected Maximum Matching
题目大意	
<p>按以下方式随机生成一个二分图：左边第 i 个点和右边第 j 个点之间有边的概率为 $f[i][j]$。求这样生成的二分图的最大匹配的期望值。</p>	
算法讨论	
<p>根据 Hall 定理，如果左边的集合 S 可以完全和右边匹配，那么每一个 S 的子集都至少与 S 个右边的点连接。考虑状压 DP，令 $F[i, K]$ 表示只考虑右边的前 i 个点，左边的所有点的每一个子集满足上述条件的情况为 K。因为一共只有 25 个子集，所以 K 可以用一个 unsigned int 来存储。预处理出所有可能的转移，直接 DP。</p>	
时空复杂度	时间复杂度 $O(mK)$ ，空间复杂度 $O(mK)$ ， K 为常数

32

试题编号	Codechef MAY 15
名称	Counting on a directed graph
题目大意	
<p>给定一张 n 个点 m 条边的有向图，一个点对是合法的当且仅当存在一条从 1 到 X 的路径，一条从 1 到 Y 的路径满足它们除了 1 号点以外没有任何公共点。统计合法的无序对的个数。数据范围 $n \leq 10^5, m \leq 5 \times 10^5$。</p>	
算法讨论	

<p>可以发现一个点对是合法的当且仅当从 1 出发，点 X 和点 Y 没有除了点 1 以外的公共必经点。所以我们可以以 1 为根求出这张有向图的 dominator tree，那么点 X 和点 Y 是合法的条件就转化为了它们的 LCA 是点 1。于是就可以对这一棵树 DFS 一遍求出每一个子树的大小，然后扫一遍点 1 的儿子得到答案。</p>	
时空复杂度	时间复杂度 $O(n)$ ，空间复杂度 $O(n)$ 。

33

试题编号	Codechef SEP 14
名称	Rectangle Query
题目大意	
<p>在平面，插入、删除一个矩形，或是询问一个矩形有多少矩形有公共点。数据范围 $Q \leq 10^5$。</p>	
算法讨论	
<p>可以转化为求有多少矩形不相交，则可能在矩形上下左右前后，运用容斥原理将上下左右的个数减去 4 个角的个数。上下左右可用四棵线段树维护，四个角可用四棵 K-Dtree 维护。</p>	
时空复杂度	时间： $O(n\sqrt{n})$ 空间： $O(n\log n)$

34

试题编号	Codechef MAR 14
名称	Chef and Graph Queries
题目大意	
<p>无向图 G 有 M 条边，Q 对询问。每个询问当仅保留编号 L_i, R_i 所在的边时，图 G 中有多少连通块。 $1 \leq N, M, Q \leq 200000$。</p>	
算法讨论	
<p>先用 Link-Cut Tree 求出每条边可替代的最早的边标号，然后线段树维护即可。</p>	
时空复杂度	时间： $O(n\log n)$ 空间： $O(n)$

35

试题编号	Codechef SEP 11
名称	Counting Hexagons
题目大意	
<p>现在你有 NK 根木棍，木棍长度为 1 到 N 且每种长度的木棍有 K 根。你需要选出六根木棍拼出一个面积为正的六边形。你选取的木棍需要满足：最长的木棍长度至少为 L，其它的木棍长度不能超过 X。求方案数对 1000000007 取模，两个方案是不同的当且仅当存在一个长度的木棍在两个方案中的选取个数不同。</p>	
算法讨论	

<p>因为 $N-L$ 很小，所以可以直接枚举最长的木棍的长度。拼出的六边形的面积为正当且仅当其他木棍的长度之和大于最长的木棍的长度。我们可以通过一个数位 dp 来得到答案，这五根木棍的大小情况为 d，这些木棍就后 a 位来说和 X 的大小关系为 e，转移就只需要枚举这 5 根木棍第 $a+1$ 位是 0 还是 1 即可。为了避免长度等于 0 的木棍出现，可以先把 X 减去 1，最长的木棍长度减去 1，即在最后给每一个其他的木棍长度增加。</p>	
时空复杂度	时间：0(玄学) 空间：0(玄学)

36

试题编号	Codechef SEP 11
名称	Short
题目大意	
<p>给你两个数 n, k，你需要找出所有的数对 (a, b)，满足 $n < a < k, n < b < k$，并且 $ab-n$ 可以被 $(a-n)(b-n)$ 整除。</p>	
算法讨论	
<p>使用两种方法枚举，一种枚举 a，一种枚举因数。每次估算两种方法的复杂度，选择较小的一种。</p>	
时空复杂度	时间：0(玄学) 空间：0(玄学)

37

试题编号	Codechef SEP 12
名称	Annual Parade
题目大意	
<p>N 个点，M 条边的带权有向图，寻找若干条路径或环，使权值和最小，每条路径和单独结点要付出 C 的代价。C 有 K 种情况。$1 \leq N \leq 250, 1 \leq M \leq 30000, 1 \leq K \leq 10000$。</p>	
算法讨论	
<p>将其转换为经典的网络流模型，将每个点拆成两个点，点之间连一条费用为权值的边，将每次增广产生的费用记录下来，若大于 C 则可用 C 的费用替代。</p>	
时空复杂度	时间： $O(n^3 \log n)$ 空间： $O(n^2)$

38

试题编号	Codechef JUN 14
名称	Two Companies
题目大意	
<p>一棵 n 个节点的树上有两个路径的集合，每条路径有一个满意度，从两个集合中各选若干条路径，是满意度之和最大，要求一个点不能同时出现在两个集合所选的路径中。数据范围：$n \leq 10^5, m1, m2 \leq 700$。</p>	
算法讨论	
<p>需要考虑的是要浪费最少的满意度值。从原点向第一个集合的路径 i 建流量为 C_i 的边，从第二个集合的路径 j 向汇点建流量为 j 的边。若两条路径相交则 i 向 j 建流量为无穷大的边，求网络流即可。</p>	
时空复杂度	时间： $O(A B \log n + \text{MaxFlow}(m1+m2, m1m2))$ 空间： $O(m1m2)$

试题编号	Codechef JUNE 14
名称	Sereja and Arcs
题目大意	
给定一个长度为 n 的序列 A , 对于每一对 (i, j) ($i < j$), 如果满足 $A_i = A_j$, 那么就在坐标系中画上一个颜色为 A_i 的以 $(i, 0)$, $(j, 0)$ 为直径的圆。问有多少对颜色不同的圆存在交点。数据范围: $n, A_i \leq 10^5$ 。	
算法讨论	
因为数对的关系只可能为 ABAB, AABB, ABBA 三种情况, 可以考虑用总数减去 AABB 和 ABBA 的数目来得到答案。其中 AABBB 很好得到, 只要求出右端点为 $1-i$ 的圆的个数以及左端点为 i 的圆的个数即可。对于 ABBA, 分两种情况考虑: 1. 两种颜色中有一种的数的个数大于 \sqrt{n} 。2. 两部分的个数都不多于 \sqrt{n} 。注意要扣除相同颜色的贡献。	
时空复杂度	时间复杂度 $O(n\sqrt{n}\log n)$, 空间复杂度 $O(n)$ 。

试题编号	Codechef JAN 12
名称	Card Shuffle
题目大意	
这叠牌按照价值排列, 我们需要重复步骤洗牌: 从牌顶拿走若干张牌, 将牌按原序放回, 将牌倒序放回。 $1 \leq N, M \leq 100\ 000$, $0 \leq A_i + B_i, C_i + B_i \leq N$ 。	
算法讨论	
用可持久化平衡树维护区间分离, 区间合并, 区间翻转的基本操作。	
时空复杂度	时间: $O(n \log n)$ 空间: $O(n)$

试题编号	Codechef JUL 14
名称	Sereja and Equality
题目大意	
定义两个数组相似为数组中的相对大小相似。函数 $F(P1, P2)$ 等于满足 $P1[1..r]$ 相似于 $P2[1..r]$ 且 $P1[1..r]$ 包含不超过 E 个逆序对的数对 $(1, r)$ 的数目。求对 $P1, P2$ 取遍所有 n 个元素的排列 $F(P1, P2)$ 的总和。	
算法讨论	
用递推求 $S[i, j]$ 表示 $1-i$ 排列并且逆序对不超过 j 的个数, 对于每个询问枚举长度暴力求解。	
时空复杂度	时间: $O(n^3 + Tn)$ 空间: $O(n^3)$

试题编号	Codechef JUL 14
名称	Game of Numbers
题目大意	

维护两个二元组的集合 S1, S2, 初始时集合均为空。每次操作选择两个新的数对 (i, j), (p, q), $B_j > A_i, B_p < A_q, \gcd(A_i, A_q, B_j, B_p) \neq 1$, 求最多添加的个数。	
算法讨论	
将每个数对看成两个点, 均向他公倍数的质因数连一条流量是 1 的边, 再分别与起点汇点相连, 网络流求解, 注意流量均为 1, 所以网络流增广时每个点每次搜一遍即可。	
时空复杂度	时间: $O(n^3)$ 空间: $O(n^2)$

44

试题编号	Codechef JAN 14
名称	Counting The Important Pairs
题目大意	
一张 n 个点 m 条边连通的简单图, 求有少种方案, 使得删除两条边后图不联通。 $1 \leq N \leq 100000, 1 \leq M \leq 300000$ 。	
算法讨论	
将图深搜遍历, 这样每条非树边都是指向祖先的。不合法的情况只有两种: 有一条边是桥, 或者横跨这两条边的非树边完全相同。给每个非树边一个随机值, 用 xor 判断是否相等。	
时空复杂度	时间: $O(n)$ 空间: $O(n)$

45

试题编号	Codechef SEP 12
名称	Knight Moving
题目大意	
一个棋盘, 有一个骑士在 (0, 0)。每一回合可以把骑士坐标变成 $(x+A_k, y+A_k)$ 或者 $(x+B_k, y+B_k)$ 。同时棋盘上有 K 个位置是障碍物。问有多少种方案把骑士移动到坐标 (X, Y), 对 1000000007 取模, 如果有无穷多种方案输出 -1。	
算法讨论	
如果向量 (A_k, A_k) 和 (B_k, B_k) 线性无关, 每种方案选择 A 和 B 向量的数量是固定的。如果向量 (A_k, A_k) 和 (B_k, B_k) 线性相关, 那么转化为了一维的问题, 可以发现和问题有关的坐标范围很小, 所以只要暴力找出转移方案 DP 即可。	
时空复杂度	时间: $O(\text{不确定})$ 空间: $O(n)$