IOI2016 中国国家集训队第一次作业 泛做表格

赣州三中 赖金霖

非 challenge 题（70 道）：

1

试题编号	Codechef JULY 15
名称	A game on a graph(HAMILG)
题目大意	两人依次在无向图上移动硬币，硬币不能重复到达同一个点，无法操作的人输，求有多少个点后手必胜。 N≤2000，N-1≤M≤min(N(N-1)/2,300000)
算法讨论	一个点是后手必胜点的充要条件是它不在某个最大匹配上。我们先用带花树算法求出一个最大匹配，那么所有不在该匹配上的点都是后手必胜点。再分别从这些点出发跑一遍带花树算法，所有在队列里的点也满足条件。
时间复杂度	O(NM)，常数较小
空间复杂度	O(M+N)

2

试题编号	Codechef MAY 15
名称	Chef and Balanced Strings(CBAL)
题目大意	所有字母出现次数为偶数的串被称作平衡字符串，给定一个长度为 N 的字符串，Q 组询问给定 L、R、type，每组询问求 $\Sigma(\|T_{s,e}\|^{type})$，其中 L≤s＜e≤R，0≤type≤2，$T_{s,e}$表示母串中第 s 个字符到第 e 个字符形成的子串，且为平衡字符串。强制在线。 ΣN，ΣQ≤100000
算法讨论	由于字母只有 26 个，考虑每个字母用一个二进制位来表示，一个子串是平衡字符串等价于区间内所有数字异或和为 0。对数字进行前缀异或和操作，问题转化为区间内相同的数字下标之差的 type 次方之和。数字比较大，离散化后剩余的数字是 O(n)的。接下来考虑分块，可以预处理出 A0[i][j]、A1[i][j]、A2[i][j]表示第 i 块到第 j 块的答案，再预处理出每一块中每个数字出现的次数、下标之和、下标平方之和。处理询问时，在块中的部分直接统计，不在块中的部分利用预处理暴力计算就好了。
时间复杂度	O(Nsqrt(N))
空间复杂度	O(Nsqrt(N))

3

试题编号	Codechef MAY 15
名称	Counting on a directed graph(GRAPHCNT)
题目大意	给定一个 N 个点（从 1 到 N 标号）M 条边的有向图。统计无序对(X,Y)的个数，其中(X,Y)满足存在一条从点 1 到点 X 的路径，和一条从点 1 到点 Y 的路径，且两条路径除了点 1 以外没有公共点。 N≤100000，M≤500000
算法讨论	注意到如果 1 到 X 的路径和 1 到 Y 的所有路径都有 1 以外的交点，则从 1 出发，1 不是 X 和 Y 的最近必经点。于是处理出该图的 dominator tree，统计最近公共祖先是 1 的点对数目。
时间复杂度	O(M+N)
空间复杂度	O(M+N)

4

试题编号	Codechef APR 15
名称	Black-white Board Game(BWGAME)
题目大意	对 1~N 的所有满足 $L_i \leqslant A_i \leqslant R_i$ 的排列 A_1~A_N，比较逆序对为奇数的排列数目和逆序对为偶数的排列数目。 N≤100000
算法讨论	构造一个 N*N 的矩阵，其中第 i 行满足列编号∈[L_i,R_i]的为 1，其余为 0，那么答案可以按照该矩阵行列式的正负号来判定。使用消元法，从左到右依次考虑每一列，如果得到所有 L_i 在该列的行（不存在则行列式为 0），那么就可以用 R_i 最小的依次消去其他行，最后该列只有一个 1，就可以按该列展开之后继续求解行列式。找最小可以用堆，假设用[X,Y]进行消元，那么 L_i=X 的所有行 L_i 变成 Y+1，那么把 X 所在的堆合并到 Y+1 所在的堆就行了。
时间复杂度	O(NlogN)
空间复杂度	O(N)

5

试题编号	Codechef APR 15
名称	Little Party(LPARTY)
题目大意	M 个长度为 N 的字母串，每个字母串由前 N 个字母组成，区分大小写，求长度和最小的字母串集合，使得 M 个字母串都能找到一个在集合中的子序列，且其他长度为 N 的由前 N 个字母组成的字母串均不存在某个子序列在该集合中。 T≤120，N≤5，M≤1000
算法讨论	发现答案集合中的元素只有 3^N 种取值，将所有不合法的筛去。剩余合法的元素当中，比如说有 XC 和 Xc，那么保留 X 一定更优，就可以把 XC 和 Xc 除去。长度为 N 的字母串最多有 2^N 种可能，每个用一个二进制位表示，那么每个元素可以覆盖的字母串可以用一个整数表示。淘汰掉一些长度大覆盖少的元素，进行搜索，并做必要的剪枝和记忆化，就可以通过这题了。
时间复杂度	$O(T(M+6^N+9^N+time))$，time 是搜索复杂度，难以估计
空间复杂度	$O(6^N)$

6

试题编号	Codechef MAR 15
名称	Counting on a Tree(TREECNT2)
题目大意	给定一个包含 N 个节点的有标号有边权无根树，点从 1 开始标号。计算数对(S,T)个数，满足连接 S,T 两点的路径上，所有边权的最大公约数等于 1，S≠T。同时给定 Q 组询问，其中第 i 组询问形如 Ai,Ci，表示第 Ai 条边的权值修改为 Ci。对于每一组询问，输出改动后对应的答案。 边权，Ci≤Z=1000000，N≤100000，Q≤100
算法讨论	考虑初始时的答案，发现 ans=Σμ(x)f(x)，1≤x≤Z，f(x)表示考虑边权是 x 的倍数的边时森林中路径条数。现在考虑计算某一个 f(x)，Q 组询问对边的影响是 O(Q)的，可以先加入没有改变的边，再依次计算每组询问的 f(x)，这样每组询问最多加入 O(Q)条边，再拆掉 O(Q)条边。由于有拆边操作，并查集按秩合并。
时间复杂度	$O(Z+(N+Q^2)\mathrm{sqrt}(N)\log N)$，无视掉μ(x)=0 的之后常数较小
空间复杂度	O(Z+N)

7

试题编号	Codechef FEB 15
名称	Devu and Locks(DEVLOCK)
题目大意	求有多少 N 位十进制数是 P 的倍数且每位之和小于等于 M，允许前导 0，答案对 998244353 取模，需要对 M=0~MM 都输出答案。 N≤1000000000，P≤50 且 MM≤500 或者 P≤16 且 MM≤15000
算法讨论	可以预处理出 N 位数中，对 0 到 P-1，有多少个数位代表的 10 的幂与之同余。注意到最多有四种不同的数量：0、1、某个 t、t+1，那么构造函数 $f(x)=\Sigma x^i$（0≤i≤9），用 fft 计算 f(x)^t 和 f(x)^(t+1)，就可以对 0 到 P-1 分别得到一个数组 a[i][j]，表示与之同余的数位造成的影响 mod P 余 i，数字之和为 j 的方案数。那么只要把所有的 a 数组合并就可以了，注意到 a 数组的第二维也是可以做成多项式的，于是就可以直接 fft 合并了，此时可以预先计算每个多项式的 dft，降低复杂度。
时间复杂度	$O(MMlogMMlogn+P^3MM+P^2MMlogMM)$
空间复杂度	O(PMM)

8

试题编号	Codechef FEB 15
名称	Payton numbers(CUSTPRIM)
题目大意	定义三元组的乘法: def multiply((a1,b1,c1),(a2,b2,c2)): s=(a1a2+b1b2+c1c2)+(a1b2+b1a2)+(c1+c2) t=floor[s/2]+16(c1+c2)-c1c2 A=(t-2(a1b2+b1a2)-(a1c2+c1a2)+33(a1+a2)+(b1b2-a1a2)) B=(t-5(a1b2+b1a2)-(c1b2+b1c2)+33(b1+b2)+(2b1b2+4a1a2)) if s is even: return (A-540,B-540,24) else: return (A-533,B-533,11) 定义 zero:若 x*任何 y=0，则称 x 是 zero 定义单位元:若 x*任何 y=y，则称 x 是单位元 定义质数:若 x 不是 zero 且不能分解成两个非单位元的乘积，则称 x 是质数 给定一个三元组，问他是不是质数 T≤10000，c=11 或 24，-10000000≤a,b≤10000000
算法讨论	设ω=(1+sqrt(-11))/2，那么每个三元组有到域 Z[ω]的映射φ(a,b,c) = (33-2*a-c)+(b-c)*ω。于是只要判定在域 Z[ω]中 x+yω是否为质数。可以得出结论：如果 y=0，那么 x+yω为质数当且仅当 x 是质数且-11 在 mod x(abs(x)!=11)下没有二次剩余或 x=2；如果 y!=0，x+yω为质数当且仅当它的模是质数。然后就可以直接使用 miller_rabin 算法判定素数。
时间复杂度	O(T*t*loga)，t 为 miller_rabin 中随机的次数，取 t=20 就够了。
空间复杂度	O(1)

9

试题编号	Codechef JAN 2015
名称	Ranka(RANKA)
题目大意	在 9*9 的围棋棋盘中，求一个 N 步的围棋对局，满足每一步下完之后不与之前的任何一步状态相同。在满足条件的情况下，任何一方都可以放弃落子。 N≤10000
算法讨论	一个很简单的想法是让一方几乎填满整个棋盘，然后另一方提掉这些子，不断重复，但这样能构造的步数有限。有一种类似的但步数更多的构造法：让黑子绕棋盘一圈，然后用白子提掉所有黑子，再让黑子反方向绕圈，恰提掉所有白子后差之前的棋形只有一个黑子，那么先下一个白子再补上那个黑子，白子再次试图提掉所有黑子，只有一口气的时候黑子把白子提掉。如此重复下去，总步数接近 10000，最后几步可以手做出来。
时间复杂度	O(N)
空间复杂度	O(N)

10

试题编号	Codechef JAN 15
名称	Xor Queries(XRQRS)
题目大意	给定一个初始时为空的整数序列(元素由 1 开始标号)以及 M 个询问： 类型 0：在数组最后加入数字 x。 类型 1：在区间 L..R 中找到数字 y，最大化(x xor y),xor 表示按位异或。 类型 2：删除数组最后 k 个元素。 类型 3：在区间 L..R 中，统计小于等于 x 的元素个数。 类型 4：在区间 L..R 中，找到第 k 小的数(第 k 个顺序统计量)。 M≤500000，x≤500000
算法讨论	如果没有操作 1，那么就可以直接用可持久化线段树。考虑操作 1 的非可持久化版本，发现 trie 树可以支持这样的操作，稍加分析就可以发现也可以支持操作 3 和 4，于是直接使用可持久化 trie 树，写法和可持久化线段树差不多。
时间复杂度	O(Mlogx)
空间复杂度	O(Mlogx)

11

试题编号	Codechef DEC 14
名称	Divide or die(DIVIDEN)
题目大意	给出一个二维平面内的角，满足度数为整数，设为 N，则请用尺规作图 N 等分它，并对每条 N 等分线上各给出一个点。 坐标绝对值≤1000，步数≤1000
算法讨论	用点乘算出 N，然后对 N 进行讨论，如果 N 是 3 的倍数那么必定无解，否则可以作出 3 度角，不断分 N 度角直到剩下 N%3 度角，于是得到 1 度角，问题就解决了。关键是如何作出 3 度角，发现 3=(36-30)/2，那么关键就是如何作出 36 度角。注意到 cos(36°)=(1+sqrt(5))/4，那么就可以尺规作出存在 36 度角的直角三角形。注意细节问题并且常数够小，就可以通过这题了。
时间复杂度	O(N)
空间复杂度	O(N)

12

试题编号	Codechef DEC 14
名称	Course Selection(RIN)
题目大意	N 个课程，M 个学期，K 组(A,B)表示课程 A 是课程 B 的前置课程，一个课程在不同的学期得分不同，求最大平均分，每门课最高分 100。 N、M、K≤100
算法讨论	假设每门课都得满分，那么要求的就是最小损失。如果没有限制，那么答案就取每门课的最小损失，这样是与最小割类似的。于是考虑建图，(i,j)表示第 i 个学期的第 j 门课，那么(i,j)往(i+1,j)连第 i 个学期学习课程 j 的损失;同时,A 是 B 的前置课程,表示 A 的割边要前于 B,那么每个(i,A)往(i+1,B)连流量无穷的的边就行了。
时间复杂度	O(maxflow(N*M,(N+K)*M))
空间复杂度	O((N+K)*M)

13

试题编号	Codechef NOV 14
名称	Chef and Churu(FNCS)
题目大意	给出 N 个数字和 N 个函数，第 i 个函数返回第 Li 个数字到第 Ri 个数字的和。现有 M 个操作，每个操作形如 k x y。若 k=1 则将第 x 个数字修改成 y；若 k=2 则询问第 x 个函数到第 y 个函数的函数值之和。 N，M≤100000，数字≤1000000000
算法讨论	对函数分块，sqrt(N)个函数一组，存储这些函数的函数值之和。每个函数可以变成 F(Ri)-F(Li-1),F(t)表示前 t 个数的和。每次修改会影响 t≥x 的 F(t)的值，那么每块函数再预处理出修改 x 影响的数量，就可以 O(1)修改某块的函数值之和。对于询问，整块的直接统计，剩下最多 O(sqrt(N))个函数。对 F(t)也进行分块，修改时更新 t≥x 的 F(t)的值，整块修改就打上标记。这样对于询问中剩下的 O(sqrt(N))个函数，都可以 O(1)回答。注意要用无符号 64 位整数类型。
时间复杂度	O((N+M)*sqrt(N))
空间复杂度	O(N*sqrt(N))

14

试题编号	Codechef NOV 14
名称	Sereja and Order(SEAORD)
题目大意	N 个程序，2 台电脑，每个程序需分别在两台电脑上跑，第 i 个程序在第一台电脑上运行时间为 Ai，在第二台电脑上运行时间为 Bi。同一个程序在两台电脑上跑的时间不能有交集。求最小总时间及一组方案。 ΣN≤200000，N≤10000，Ai、Bi≤100000,
算法讨论	最小总时间 time=max(max(Ai+Bi),ΣAi， Σbi)。如果 time=max(Ai+Bi)，那么设使 time 最大的程序为 k，依次在两台电脑上运行 k，其他程序填满剩下的空闲时间，由于ΣAi≤time，ΣBi≤time，一定是满足条件的；否则注意到方案数很多，多次随机两台电脑上运行程序的顺序，贪心尽量避免一个程序在两台电脑上的运行时间有交集，很快就可以出解。
时间复杂度	O(kN),k 为随机次数，无法构造出 k 较大的数据。
空间复杂度	O(N)

15

试题编号	Codechef OCT 14
名称	Children Trips(TRIPS)
题目大意	N 个点的树，树边权值为 1 或 2，M 组询问，每组询问给出起点、终点和步长，每天能走的边权和不超过步长，对每组询问求需要的天数。 N、M≤100000
算法讨论	经过大量随机，发现起点终点交换后答案不变。设一组询问的起点为 u，终点为 v，且假定 u 和 v 没有祖先和后代的关系，那么整个过程可以变为：从 u 出发，在 u 的祖先路径上行走，用整数天的时间，走到最远的点；用 1 天时间，跨过 u 和 v 的最近公共祖先；从 v 出发，在 v 的祖先路径上行走，走到第二步的终点。现在问题转化为求竖直路径上固定起点和终点需走的时间，这样的问题，通常进行离线 dfs，让树的问题变成链的问题。假设步长>k 的暴力计算，步长≤k 的用倍增计算，那么取 k=sqrt(M/logN)，可以使得回答所有询问的复杂度稳定在 O(Nsqrt(MlogN))。
时间复杂度	O(Nsqrt(MlogN)+MlogN)
空间复杂度	O(Nsqrt(MlogN))

16

试题编号	Codechef SEPT 14
名称	Rectangle Query(QRECT)
题目大意	二维平面内，支持以下操作：插入一个矩形；删除一个矩形；给定一个矩形，求有多少个矩形与它相交。最多 Q 条操作。 Q≤100000，1≤坐标≤1000000000
算法讨论	插入矩形视为插入一个权值为 1 的矩形，删除矩形视为插入一个权值为-1 的矩形。考虑 CDQ 分治，问题变成，插入一系列矩形，然后给定一系列矩形，询问相交矩形权值和。矩形求交比较困难，考虑用总矩形数减去不相交的权值和，实际需要减去四部分：横纵坐标其中之一严格小于或大于当前矩形的，再加上四部分：横纵坐标均严格小于或大于当前矩形的。这是树状数组的经典问题，把操作分解再排个序就行了。
时间复杂度	$O(Q\log^2 Q)$
空间复杂度	O(Q)

17

试题编号	Codechef SEPT 14
名称	Fibonacci Numbers on Tree(FIBTREE)
题目大意	N 个结点的树，初始结点权值均为 0，定义 F[k]为 fibonacci 数列第 k 项。M 个操作，每组操作形如（是其中之一）：将 x 到 y 路径上第 k 个结点的权值增加 F[k]；视 x 为根，询问以 y 结点为根的子树中所有结点的权值和；询问 x 到 y 路径上所有结点的权值和；将所有结点的权值还原到第 x 个操作后的状态。 N、M≤100000
算法讨论	可以推出 fibnacci 数列的通项，问题在模意义下，发现可以用其他整数代替 sqrt(5)和 1/2。于是问题转化为树上路径加上等比数列，并支持各种询问，这是经典问题，把树链剖分的线段树可持久化就行了。
时间复杂度	$O(M\log^2 N)$
空间复杂度	$O(M\log^2 N)$

18

试题编号	Codechef AUG 14
名称	Push the Flow!(PUSHFLOW)
题目大意	给定一棵 N 个点 M 条边的仙人掌，满足每个点最多在一个点双内。Q 组操作，支持：求以 S 为源点，T 为汇点的最大流；修改边权。 N≤100000，M、Q≤200000
算法讨论	仙人掌有根化后，将每个双连通分量视为一个点，其下方的点与它的连边权值为到仙人掌的顶点的最大流。然后对生成的树进行树链剖分，每个双连通分量各自维护一棵线段树。多注意细节就可以过这题了。
时间复杂度	$O(M+Q\log^2 N)$
空间复杂度	$O(M)$

19

试题编号	Codechef JULY 14
名称	Game of Numbers(GNUM)
题目大意	两个长度为 N 的数组 A_1~A_N 和 B_1~B_N。若 Ai<Bj，则定义(i,j)为一类数对，否则定义(i,j)为二类数对，数对权值为 gcd(Ai,Bj)。将所有数对抽象成二分图的顶点，如果某个一类数对和一个二类数对权值不互质，那么这两个点之间连边。求该图的最大匹配。 N≤400，Ai、Bi≤1000000000
算法讨论	显然直接建图复杂度是不能接受的，考虑增加代表质数的中间节点，每个一类数对往它权值的质因子连边，每个二类数对从它的质因子引边。这样建图跑网络流就可以通过了。
时间复杂度	设 M 为权值最大值，时间复杂度为 $O(N^2\log M+maxflow(N^2, N^2\log M))$
空间复杂度	$O(N^2\log M)$

20

试题编号	Codechef JULY 14
名称	Sereja and Equality(SEAEQ)
题目大意	定义两个长度均为 n 的数组 A、B 相似：对所有 1≤i≤n，数组 A 中比 Ai 小的数与数组 B 中比 Bi 小的数数量相同。对于 1~N 的两个排列 P1 和 P2，定义函数 F(P1,P2) 等于满足 P1[l...r] 相似于 P2[l...r](1≤l≤r≤n) 并且 P1[l...r]包含不超过 E 个逆序对的数对(l,r)的数目。对 P1,P2 取遍所有 n 个元素的排列，求 F(P1,P2)的总和。共 T 组询问。 T≤10000，N≤500
算法讨论	可以在 $O(N^3)$ 内用 dp 预处理一个数组 f[i][j]表示 1~i 的排列逆序对不超过 j 的方案数。然后对每组询问枚举区间长度 i=r-l+1，显然答案为 $\Sigma f[i][e]*(N-i+1)*C(N,i)^2*(N-i)!*(N-i)!$。后面的部分对于所有 N、i 都可以预处理出来。
时间复杂度	$O(N^3+TN)$
空间复杂度	$O(N^3)$

21

试题编号	Codechef JUNE 14
名称	Two Companies(TWOCOMP)
题目大意	N 个结点的树，M1 条 1 类路径，M2 条 2 类路径，每种路径各有权值。求 1 类路径集的一个子集 S 和 2 类路径集的一个子集 T，满足 S 中路径均不与 T 中任何一条相交，且路径权值和最大，求最大权值和。 N≤100000，M1、M2≤700
算法讨论	考虑建图，从源点往 1 类路径连边，边权为路径权值和；从 2 类路径往汇点连边，边权为路径权值和；如果 1 类路径和 2 类路径之间有交，则从 1 类路径往 2 类路径连边权无限大的边。这是经典问题，最大权值和为所有权值和减去最小割。关键是判定两条路径是否相交。注意到两条路径相交的充要条件是某条路径的最近公共祖先在另一条路径上，那么直接求出每条路径的最近公共祖先，再枚举两条路径时可以 O(1)计算。
时间复杂度	O(NlogN+(M1+M2)logN+M1M2+maxflow(M1+M2,M1M2))
空间复杂度	O(NlogN+M1M2)

22

试题编号	Codechef JUNE 14
名称	Sereja and Arcs(SEAARC)
题目大意	数轴上有 N 个点，分别在(1,0)~(N,0)，每个点有一个颜色。如果两个点颜色相同，则将以这两个点连线为直径在第一象限作半圆。求不同颜色圆弧相交的次数。 N≤100000
算法讨论	直接统计比较麻烦，考虑用圆弧对数 S 减去不相交的圆弧对数 S1，再减去相同颜色的圆弧相交次数 S2。S 和 S2 比较好统计，S1 有两种情况：AABB 型和 ABBA 型，前者也很好统计，重点是后者。分类讨论：如果 A 颜色的数量≥k，那么对每种 A，从左往右扫，把当前点当做右边的 B，加上一些预处理和前缀和优化就可以统计出来了；如果 A 颜色的数量＜k 且 B 颜色的数量≥k，对每种 B，从左往右扫，把当前的点当做右边的 A，思路和上一种类型类似；如果 A、B 颜色的数量均＜k，那么产生的圆弧数量最多是 O(k^2*N/k)=O(Nk)的，注意到两条圆弧(a,b)和(c,d)不相交当且仅当二维平面内某个在另一个的左上角，于是排好序用树状数组统计就行了。当 k=sqrt(N/logN)时，复杂度最小。
时间复杂度	O(Nsqrt(NlogN))
空间复杂度	O(Nsqrt(N/logN))

23

试题编号	Codechef MAY 14
名称	Sereja and Subsegment Increasings(SEINC)
题目大意	有一个长度为 N 的整数序列 A_1~A_N 和一个长度相同的整数序列 B_1~B_N，序列元素取值范围为[0,4)。现在每次操作可以使得 A 序列的一个区间在模 4 意义下加一，求从序列 A 变成序列 B 最少需要的操作数。 N≤100000
算法讨论	将 A 数组与 B 数组在模意义下作差得到 C 数组，题目等价于将全 0 数组变成 C 数组的操作数。再将 C 数组相邻两项之间作差得到 D 数组，题目等价于从全 0 数组出发，某个数+1，其后某个数-1（也可以没有），使得变成 D 数组的操作数。如果不在模意义下，显然操作数是Σmax(Di,0)，在模意义下可以使得 C 数组一个区间的数+4，反映到 D 数组中即是某个数+4，其后某个数-4，我们是要最小化Σmax(Di,0)，假设 Di+=4，Dj-=4，当且仅当(Di,Dj)为(-3,2)、（-2,3）或(-3,3)时有意义。那么我们可以扫一遍 D 数组，记录之前-3 和-2 的数量，贪心计算就可以了。
时间复杂度	O(N)
空间复杂度	O(N)

24

试题编号	Codechef APR 14
名称	Chef and Tree Game(GERALD08)
题目大意	N 个结点的有根树，每条树边是黑色或白色。两人在树上依次进行游戏，一人只能砍去黑边，一人只能砍去白边，当边被砍去时其子树将被删去。不能砍边的人输，求两人分别先手时谁将获胜。T 组数据。 T≤1000，ΣN≤100000
算法讨论	这个游戏与超现实数有关，只要计算给定树的超现实数，就可以得出答案了：如果为 0，则谁后手谁赢；如果大于 0，则一方必胜；如果＜0 另一方必胜。一棵树代表的超现实数为其子树（包括连边）代表的超现实数相加；一棵树上方加一条边，其超现实数将根据加边的颜色变化：若为一种颜色，超现实数变成$(x+a)/2^{a-1}$，a 为使得 x+a＞1 的最小正整数；若为另一种颜色，超现实数变成$(x-a)/2^{a-1}$，a 为使得 x-a＜-1 的最小正整数。由于树可能很深，最后的超现实数可能要用高精度存储，高精度数用 splay 来维护（每个点表示一个二进制位）就可以用启发式合并实现加法，在均摊 O(logN)内实现加减法和除法。
时间复杂度	$O(N\log^2 N)$
空间复杂度	O(N)

25

试题编号	Codechef MAR 14
名称	Chef and Graph Queries(GERALD07)
题目大意	给出一个 N 个点 M 条边的无向图，Q 组询问，每组询问求保留下标在[L,R]内的边时无向图的连通块数目。T 组数据。 T≤1000， ΣN、ΣM、ΣQ≤200000
算法讨论	可以直接使用莫队算法来计算，并查集按秩合并就可以支持撤销了，注意常数。当然本题用动态树+树状数组是经典做法，不过代码较长。
时间复杂度	O(MlogM+Nsqrt(M)logN)
空间复杂度	O(M+N+Q)

26

试题编号	Codechef MAR 14
名称	The Street(STREETTA)
题目大意	N 个商店，初始商店没有纪念品，税费为 0。M 组操作，每组操作形如：给出 u、v、a、b，对[u,v]内的商店，第 i 个新增一种价格为 b+ia 的商品；给出 u、v、a、b，对[u,v]内的商店，第 i 个税费增加 b+ia；查询在 i 号店买一件商品的最大费用。 N≤1000000000，M≤300000
算法讨论	第二种操作是经典问题，可以直接使用线段树维护。对第一种操作，尝试更新一个线段树结点的最大值：如果一个商品价格严格大于另一个，则舍掉小的，否则求出两者交点，如果交点在左子树范围内，则将左边的商品下传给左子树；如果交点在右子树范围内，将右边的商品下传给右子树。对第三种操作，直接在线段树上 dfs 就好了。由于 N 较大，采用实时开点线段树。注意到第二种操作中下传过程中最多新建 1 个线段树结点，所以单次空间复杂度是 O(logN)的。
时间复杂度	$O(M\log^2 N)$
空间复杂度	O(MlogN)

27

试题编号	Codechef FEB 14
名称	Graph Challenge(DAGCH)
题目大意	给出一个 N 个点 M 条边的有向图，保证每个点编号为其 dfs 序编号。称 x 是 y 的 superior vertex，当且仅当存在一条路径 x、v_1、v_2、...、v_m、y，使得 v_i>y，且 x 编号最小。求每个点被多少个点视为 superior vertex。T 组数据。 N≤100000，M≤200000
算法讨论	一眼就能发现 x 是 y 的 superior vertex 当且仅当 x 是 y 的半必经点。于是直接套用 dominator tree 算法，就可以很快算出答案了。
时间复杂度	O(M+Nα(N))
空间复杂度	O(M+N)

28

试题编号	Codechef FEB 14
名称	Count on a Treap(COT5)
题目大意	维护一个大根堆 treap，支持：插入一个关键字为 k、权值为 w 的点；删除一个关键字为 k 的点；求两个点在 treap 上的距离。共 N 个操作。 N≤200000
算法讨论	离线处理并离散化，那么关键字范围为[1,N]，以此来建线段树，那么就可以支持插入和删除了。求两个点在 treap 上的距离，可以先求出两个点的最近公共祖先，方法是求出两个点确定区间的权值最大值，取得最大值的点一定是这两个点的最近公共祖先，问题转化为求一个点的深度。注意到一个点的深度为其往右扫，权值最大值变化的次数，加上往左扫，权值最大值变化的次数。那么每个线段树结点维护区间内最大值变化的次数和区间最大值，就可以 O(logN)内统计一个线段树结点所在区间以某个数为初始最大值时最大值变化次数了。而每组询问涉及到 O(logN)个线段树结点，可以 dfs 出来，在主程序循环处理。
时间复杂度	$O(N\log^2 N)$
空间复杂度	O(N)

29

试题编号	Codechef JAN 14
名称	Counting D-sets(CNTDSETS)
题目大意	统计 N 维点集数量，满足点集中两点的切比雪夫距离最大值恰等于 D。两个点的切比雪夫距离是每一维坐标之差的最大值。如果两个点集可以通过平移重合，那么认为这两个点集是同一个点集。T 组数据。 T≤10，N≤1000，D≤1000000000，答案对 P=1000000007 取模
算法讨论	设两点间切比雪夫距离的最大值小于等于 x 的点集数量为 A_x，那么答案为 A_D-A_{D-1}，我们只需考虑如何计算 A_x。要使得能统计不互相重合的点集数目，我们可以假定点集中每一维的最小值均为 1。我们可以很容易地计算出对每个 i，不超过 i 维的最小值为 1 的点集数目，接下来只要容斥一下就好了。计算时需要使用费马小定理。
时间复杂度	$O(N^2+TN\log N\log P)$
空间复杂度	$O(N^2)$

30

试题编号	Codechef JAN 14
名称	Counting The Important Pairs(TAPAIR)
题目大意	给出一个 N 个点 M 条边的无向图，现可以删除两条边。求删除两条边使得图不强连通的方案数。 N≤100000，M≤300000
算法讨论	首先得出这张图的一个生成树，易知必然要删除生成树上的某条边，我们可以先统计好生成树上桥造成的影响。对非桥树边，必然要删除它和一个唯一的横跨它的边或者被横跨的边和它相同的树边。我们给每一个非树边一个随机数，它横跨的所有边的权值异或上这个随机数，那么如果两条边上的权值相同，删掉这两条边就有很大的概率使得图不强连通。由于非树边一定是垂直的，非树边对树边的异或只需要在两个端点记上标记。
时间复杂度	O(N+M)
空间复杂度	O(N+M)

31

试题编号	Codechef DEC 13
名称	Query on a tree VI(QTREE6)
题目大意	给定一个 N 个点的树，每个点的颜色为黑色或者白色，初始时均为黑色。维护一个数据结构，支持：反转一个点的颜色；查询与一个点连通的点的数目。两个点连通当且仅当两点之间路径上点的颜色均相同。M 个操作。 N≤100000，M≤100000
算法讨论	对每个点维护这样的信息：假设当前点为某个颜色，其子树中与之连通的点的数目。同时我们也可以用倍增+树链剖分找到一个点祖先中最远的与之颜色相同的点。那么对反转操作，只需用树链剖分更新一条链的值。对查询操作，找到这个连通块的最近公共祖先就变成单点查询的简单问题了。
时间复杂度	O(N+MlogNlogN)
空间复杂度	O(NlogN+M)

32

试题编号	Codechef DEC 13
名称	Petya and Sequence(REALSET)
题目大意	给定一个长度为 N 的序列 A_0~A_{N-1}，问是否存在一个长度为 N 的序列 B_0~B_{N-1}，满足对所有 0≤j＜N，有 $\Sigma A_iB_{(i+j)\%N}=0$ (0≤i＜N)。T 组数据。 N≤30000，T≤100，ΣN≤150000
算法讨论	题目等价于判断矩阵 $X(X_{ij}=A_{(i+j)\%N})$ 是否满秩。构造函数 $f(x)=\Sigma A_ix^i$ (0≤i＜N)，那么如果 $gcd(f(x),x^N-1)$ 是 0 次多项式，就有该矩阵满秩。使用分圆多项式对 x^N-1 进行分解，由于分圆多项式不可约，只需要对 $d\|N$ 判断 $\Phi_d(x)\|f(x)$ 是否成立。注意到 $\Phi_d(x)\|f(x)$ 等价于 $(x^d-1)\|f(x)\Sigma(x^{d/p}-1)$，其中 p 为 d 的质因子。发现有 $f(x)\%(x^d-1)=\Sigma A_ix^{i\%d}$ (0≤i＜N)，那么就很容易计算 $f(x)\Sigma(x^{d/p}-1)\%(x^d-1)$ 了。
时间复杂度	$O(N^{7/4})$，实际远远达不到这个上界。
空间复杂度	O(N)

33

试题编号	Codechef NOV 13
名称	Gangsters of Treeland(MONOPLOY)
题目大意	给出一个 N 个点的有根树，初始时每个点一种颜色。Q 组操作形如：将一个点到根的路径上的所有点置为一种新颜色；查询一个点子树中所有点到根路径权值的平均值（如果一条边两端点颜色不同，则权值为 1，否则为 0）。 N≤100000，Q≤100000
算法讨论	注意到第一种操作和 link-cut tree 类似，我们可以直接用 lct 维护点的颜色关系。合并两棵 splay 时，下方的点到根的距离均-1；断开一棵 splay 时，下方的点到根的距离均+1。距离操作可以用线段树来维护。
时间复杂度	O(N+QlogNlogN)
空间复杂度	O(N)

34

试题编号	Codechef OCT 13
名称	Fibonacci Number(FN)
题目大意	设 F_i 为 fibonacci 数列第 i 项，给出素数 P 和整数 C，求最小的 i 使得 F_i 与 C 在模 P 下同余。T 组数据。 T≤100，11≤P≤2000000000，5 是模 P 的二次剩余
算法讨论	得出 fibonacci 数列的通项公式后用 5 在模 P 下的平方根来代替 sqrt(5)，用 2 的逆元来代替 1/2，则通项公式形如 $F_i=AM^i+B(-1/M)^i$，通过解二次同余方程，问题可以转化为 DM^i 与 E 在模 P 下同余，那么直接用 Baby-step Giant-step 算法就行了。算 5 在模 P 下的平方根可以用 Tonelli-Shanks 算法。
时间复杂度	O(Tsqrt(P))
空间复杂度	O(sqrt(P))

35

试题编号	Codechef SEPT 13
名称	Two Roads(TWOROADS)
题目大意	平面上给出 N 个点，在平面上画两条直线，对每个点求其到最近的直线的距离，求这个距离和的最小值。 N≤100
算法讨论	注意到两条直线的角平分线把平面分成四个部分，对角的部分计算距离使用同一条直线。假设我们知道了答案的对角线，经过旋转和平移，一定能使得一条对角线无限逼近两个点，另一条对角线无限逼近一个点，而两个区域内的点集不变。于是我们可以枚举第一条对角线经过的两个点，旋转一下坐标轴，排序后从左往右扫，维护两个对角区域的 Σx、Σy、Σx^2、Σy^2、Σxy、$\Sigma 1$，两个区域各自求一条使得答案最小的直线，就可以计算出答案了。
时间复杂度	$O(N^3 \log N)$
空间复杂度	O(N)

36

试题编号	Codechef AUG 13
名称	Music & Lyrics(LYRC)
题目大意	W 个单词，N 句歌词，求每个单词在所有歌词中出现的次数。 W≤500，N≤100，单词长度≤1000，歌词长度≤50000
算法讨论	这是 AC 自动机的经典问题。先用单词建出自动机，拿所有歌词在上面跑。最后对每个单词求走失配边能走到的最近的单词，建出树来 dp。由于单词能重复出现，并且字符集比较大，非常需要注意细节。
时间复杂度	与输入复杂度同阶
空间复杂度	与输入复杂度同阶

37

试题编号	Codechef AUG 13
名称	Prime Distance On Tree(PRIMEDST)
题目大意	给定一棵 N 个点的树，求随机选择两个端点，使得两个端点的距离为质数的概率。 N≤50000
算法讨论	可以先预处理出 N 以内的素数表，那么我们只需要对每个 i 统计距离为 i 的点对数目。这是经典问题，采用树分治+fft 即可。但是还需要优化常数，注意到将子树距离和用 fft 合并的时候，若先合并深度深的子树，会使得常数非常大，那么我们按照深度从小到大合并子树就好了。
时间复杂度	O(NlogNlogN)
空间复杂度	O(N)

38

试题编号	Codechef JULY 13
名称	Across the River(RIVPILE)
题目大意	平面内给出 N 个点，有 M 种圆形盘子，给出半径和价格，可以在点上放盘子（以点为圆心）。人只能在盘子上走，求最小价格，使得能放盘子满足从 y=0 到 y=W 有至少一条路。T 组数据。 N≤250，M≤250，T≤10
算法讨论	淘汰掉半径比某个其他盘子小且价格更高的所有盘子后，所有盘子的半径和价格均递增。用(i,j)表示第 i 个点放第 j 个盘子，我们可以建图跑最短路，但是边数太多了，注意到，对两个点 u、v，每个(u,i)只需要往一个(v,j)连边，该 j 满足采用(u,i)与(v,j)后能从 u 走到 v，且 j 最小。然后对于每个(x,i)，往(x,i+1)连长度为 $W_{i+1}-W_i$ 的边，可以发现这样的图与暴力建的图等价，直接跑最短路就好了。
时间复杂度	$O(T(N^2M(logN+logM)))$
空间复杂度	$O(N^2M)$

39

试题编号	Codechef JUNE 13
名称	Two k-Convex Polygons(TKCONVEX)
题目大意	有 N 根长度为整数的棍子，并给出 k，求是否存在其中 2k 个棍子，满足可以摆出 2 个由 k 根棍子组成的凸多边形。 N≤1000，k≤10，棍子长≤1000000000
算法讨论	将棍子按长度从小到大排序，注意到如果有答案，一定能经过调整使得这 2k 根棍子满足：每个多边形的 k 根棍子各自相邻或者这 2k 根棍子长度相邻。第一种情况直接暴力计算就好了，对第二种情况，从小到大暴力枚举相邻的 2k 根棍子，再暴力分成两个部分，分别判断就能很快出解了。
时间复杂度	O(NC(2k,k))，由于棍子长有限，当 N 较大时一定有解且出现的较前
空间复杂度	O(N)

40

试题编号	Codechef JUNE 13
名称	Count Special Matrices(SPMATRIX)
题目大意	N 行 N 列的矩阵 A[1~N][1~N]，称它是特殊的当且仅当满足以下所有条件：A[x][x]=0(1≤x≤N);A[x][y]=A[y][x]>0(1≤x<y≤N);A[x][y]∈[0,N-2]∩Z;对 i∈[0,N-2]∩Z，一定存在(x,y)，使得 A[x][y]=i。先给出 N，统计特殊矩阵的数目。T 组数据。 N≤10000000，T≤100000
算法讨论	发现答案为 $N!*(N-1)!/2^{(N-1)}*(N/2-2/3-(1+1/2+1/3+...+1/(N-1))/3)$，经过递推，我们可以预处理出 i!和 i!(1+1/2+1/3+...+1/i)，对每组数据直接使用这些预处理来计算就好了。
时间复杂度	O(N+TlogN)
空间复杂度	O(N)

41

试题编号	Codechef MAY 13
名称	Queries on tree again!(QTREE)
题目大意	给出 N 个点 N 条边的无向连通图，边有边权，Q 组操作，每组形如：将两点之间的最短路上所有边边权乘上-1；找到两点之间最短路上的一些连续的边，使得它们的权值和最小。 N≤100000，Q≤100000
算法讨论	可以先 dfs 出环，环用一个线段树维护，对环上长出的每棵树用树链剖分维护。本题的考点主要是代码能力，分类讨论不漏，注意细节就可以了。
时间复杂度	O(N+QlogNlogN)
空间复杂度	O(N)

42

试题编号	Codechef MAR 13
名称	Little Elephant and Colored Coins(LECOINS)
题目大意	有 N 种硬币，第 i 种价格为 V_i 美元、颜色为 C_i，每种硬币都有无数个。Q 组询问，每组询问给出一个正整数 S，求用这些硬币恰构成 S 美元，最多有多少种不同的颜色。 N≤30，V_i≤200000，Q≤200000
算法讨论	假定硬币颜色互不相同，可以求出这样一个数组 dp[i][j]表示用 i 种硬币，使得价格模 V_1（即第一种硬币的价格）余 j，能构成的最少的美元数，这样对每组询问,从大到小枚举颜色数目就好了。构造 dp 数组本来需要使用 dijkstra 算法跑最短路，但是由于转移的环都是单环，就可以拿出环来，从值最小的开始更新，从而避免了最短路算法所带的 log。然而本题硬币颜色可以相同，这就增加了不少的细节问题，不过大体上还是没有变化。
时间复杂度	$O(NV_1+QV_1)$
空间复杂度	$O(NV_1)$

43

试题编号	Codechef FEB 12
名称	Observing the Tree(QUERY)
题目大意	N 个点的树，每个点初始权值为 0。M 组操作形如：给出 A、B、X、Y，对 A 到 B 路径上的点，第 i 个权值加上 A+B(i-1)；给出 A、B，求 A 到 B 路径上的点权值之和；回到第 X 次修改操作之后。 N≤100000，M≤100000
算法讨论	本题相当于 FIBTREE 这题的简化版，直接采用树链剖分+可持久化线段树就可以了。
时间复杂度	O(N+MlogNlogN)
空间复杂度	O(N+MlogNlogN)

44

试题编号	Codechef JAN 13
名称	A New Door(ANDOOR)
题目大意	二维平面上，0≤x≤W，0＜y≤H 的区域内，有 N 个圆，求这些圆的并在区域内的周长长度。T 组数据。 N≤1000，T≤1000，ΣN≤5000
算法讨论	先假定区域无限大，那么只要求出圆的并的周长长度。我们枚举一个圆，其他圆会“消去”这个圆周长的一部分，可以采用求交+排序来计算一个圆剩余的周长长度，如果限制了区域，就把圆与区域边界的交点加进去就好了。
时间复杂度	$O(N^2\log N)$
空间复杂度	$O(N^2)$

45

试题编号	Codechef DEC 12
名称	Different Trips(DIFTRIP)
题目大意	给出 N 个点的树，1 号点为根，两个点度数相同则认为相似。求不同的垂直路径条数，两条垂直路径相同当且仅当其长度相同且经过的点对应相似。 N≤100000
算法讨论	如果是序列，那么使用后缀数组并求出相邻两个后缀的最长公共前缀，就可以计算了。在树上也可以用后缀数组，只是需要存下倍增过程中的每一个次序数组，以便求最长公共前缀时计算。
时间复杂度	O(NlogN)
空间复杂度	O(NlogN)

46

试题编号	Codechef OCT 12
名称	Arithmetic Progressions(CONTARI)
题目大意	给出 N 个整数 A_1~A_N，求有多少对(i,j,k)，满足 $2A_j=A_i+A_k$。 N≤100000，数字≤M=30000
算法讨论	把每 k 个数分成一组，枚举 j，组外产生的(i,k)用 fft 统计，组内暴力统计。当 k=sqrt(MlogM)时，复杂度最低。
时间复杂度	O(Nsqrt(MlogM))
空间复杂度	O(N+M)

47

试题编号	Codechef SEPT 12
名称	Knight Moving(KNGHTMOV)
题目大意	在无穷大的棋盘上，初始在(0,0)有一个骑士，他每一步能以(Ax,Ay)或(Bx,By)为速度向量移动一次，棋盘上有 K 个坏点，求他移动到(X,Y)的方案数，无解输出-1。T 组数据。 T≤5，K≤15，其余数字绝对值≤d=500
算法讨论	如果(Ax,Ay)和(Bx,By)线性无关，那么可以枚举经过的坏点计算方案数，最后容斥一下就可以了。否则可以建图，若图中有环或骑士可能运动到坐标范围外，那么一定无解，若有解，跑一遍拓扑排序答案就出来了。由于边界情况很多，本题需要考虑很多特殊情况。
时间复杂度	$O(T(K2^K\log K+d))$
空间复杂度	$O(K+d^2)$

48

试题编号	Codechef SEPT 12
名称	Annual Parade(PARADE)
题目大意	N 座城市 M 条有向道路，每条路径有一个费用。现举办 K 次游行，每次游行可以请一些英雄参加并给每个英雄设定一个路线。每次游行总费用如下：若一条道路有 x 个英雄经过，则需要花费 x*该边的费用；若一个城市没有英雄经过，则需要花费 C 的费用；若一个英雄起点和终点不同，则需要花费 C 的费用。对每次游行，设定一个费用 C，求每次游行的最小费用。 N≤250，M≤30000，K≤10000
算法讨论	注意到最优方案具有以下特征：没有两个英雄起点相同或者终点相同；可以把一个英雄拆成若干个首尾相接的英雄，并且每个英雄都走在最短路上；在满足上一个条件的情况下，每多一个英雄，则省去 C 的费用。于是可以先用 floyed 求出任意两点之间最短路，然后建图，每座城市拆成两个点分别表示以之为起点和以之为终点，城市之间连边费用为最短路长度；从源点往起点连流量 1 费用 0 的边；从终点往汇点连边。跑一遍费用流，注意到每次增广相当于多加一个英雄，可以把每次增广的费用记下，由于费用递增，所以 K 组询问均可以在记下的费用数组中二分。
时间复杂度	$O(N^3+K\log N)$
空间复杂度	$O(N^3)$

49

试题编号	Codechef AUG 12
名称	A Game of Thrones(GTHRONES)
题目大意	有 N 个数字写在一张纸上，每个数字出现一定次数。两个人进行游戏，一开始一个人选择一个数字，然后将它擦去，另一人选择一个与之恰好只差一个质因子的数，将它擦去，如此循环下去，不能选数的人输，求谁赢了，若初始选数人赢，则需输出他能选的最小的数。 N≤500，数字≤M=1000000000000000000
算法讨论	可以建二分图，那么如果存在不在最大匹配中的点，必然初始选数的人赢。由于每个数可能出现多次，那么跑网络流就行了。求能选的最小的数，那么就可以从小到大枚举数，退一个流限制一格容量，看最大流是否改变。连边的时候大质数用 miller-rabin 判断，小质数直接查表。
时间复杂度	$O(N^2T\log M+\mathrm{maxflow}(N,N^2)+N^3)$，T 为 miller-rabin 随机次数，取 T=10。
空间复杂度	$O(N^2)$

50

试题编号	Codechef JULY 12
名称	Dynamic GCD(DGCD)
题目大意	给出一个 N 个结点的树，每个结点有一个数值，有 Q 组操作形如：查询从 u 到 v 的路径上所有数字的最大公约数；将从 u 到 v 的路径上的点的数字均加上 d。 N、Q≤50000
算法讨论	在区间上，这样的问题可以直接用线段树做，每个结点维护区间最小值及其他数减去最小值后的最大公约数即可。在树上，加上树链剖分就可以了，可以建多棵线段树减小常数。
时间复杂度	O(N+QlogNlogN)
空间复杂度	O(N)

51

试题编号	Codechef JUNE 12
名称	Cool Numbers(COOLNUM)
题目大意	一个数有 k 位，每个数位上的数字分别为 X_1、X_2、...、X_k，若其存在 1~3 位数字(这些数字和为 s)，满足$(\Sigma x_i-s)^s$是原数的倍数，那么称这个数叫做 cool number。T 组数据，每组数据给出 N，求不超过 N 的最大的 cool number 和比 N 大的最小的 cool number。 T≤100000，N≤10^{1000}，Σfloor($\log_{10}$N)≤4000000
算法讨论	如果数字只有 1~3 位不为 0，那么显然这个数字是 cool number。否则可以枚举Σx_i-s，那么该数一定是它的倍数，将其分解质因数后 dfs 计算，经过实践，最多枚举到 325，且这样的 cool number 不超过 40000 个，那么加在程序的预处理部分就可以了，排好序方便处理。处理询问时，对第一种 cool number 可以贪心处理，对第二种则在那 40000 个里面二分。
时间复杂度	O(预处理+NlogM)，预处理速度很快，M 为第二种 cool number 个数。
空间复杂度	O(预处理+读入)

52

试题编号	Codechef JUNE 12
名称	Expected Maximum Matching(MATCH)
题目大意	给出一个二分图，左侧有 N 个点，右侧有 M 个点，左边第 i 个点和右边第 j 个点相连的概率为 f[i][j]，求该图的匹配数的期望值。 N≤5，M≤100
算法讨论	根据霍尔定理，一个二分图有大小为 k 的匹配，当且仅当左侧任意 k 个点至少与右侧 k 个点相邻。由于左侧的点数少，可以枚举左侧的子集，将每个集合是否满足霍尔定理当做二进制位存储，然后枚举右侧的点进行 dp。实践发现集合的有效状态很少，可以先用 bfs 预处理出来，并且可以预处理出转移关系，然后就很简单了。
时间复杂度	$O(M2^{2^N})$，实际常数很小
空间复杂度	与时间复杂度相同

53

试题编号	Codechef MAY 12
名称	Little Elephant and Boxes(LEBOXES)
题目大意	有 N 个盒子，第 i 个盒子有 Pi/100 的概率得到 Vi 的钱，有(1-Pi/100)的概率得到一个钻石。现有 M 个物品，第 i 个花费 Ci 的钱和 Di 个钻石。打开所有盒子后，会尽量买最多的物品。求期望买到的物品数量。T 组数据。 N≤30，M≤30，T≤5
算法讨论	可以 dp 出一个数组 f[i][j][k]表示对前 i 个物品，j 个钻石买 k 个物品至少要花的钱，那么我们就可以得到 j 个钻石买 k 个物品的得钱范围。然后前 x 个盒子进行 dfs 枚举可能情况，钻石数相同的对钱排序。对后 N-x 个盒子再进行 dfs 枚举可能情况，再枚举买到物品和前一部分钻石数，就可以二分出答案了。经实践，当 x=12 时，耗时最低。
时间复杂度	$O(M^2N+x2^x+Mx^22^{N-x})$
空间复杂度	$O(M^2N+x2^x)$

54

试题编号	Codechef MAY 12
名称	Selling Tickets(TICKETS)
题目大意	N 个点 M 条边的图，求最大的 k，满足任意 k 条边的子图，每条边都能和一个端点唯一配对。T 组数据。 T≤15，N≤200，M≤500
算法讨论	一个图，每条边能和一个端点唯一配对的充要条件是，其没有边数比点数多的连通块，可以用归纳法证明。本题可以转化为，求最小的边数比点数多的子图，更进一步的，求最小的边数比点数多 1 的连通块。这样的连通块有两种可能：两个点之间有三条不重合的路径；两个环之间有一条路径（或只有一个公共点）。对第一种情况，枚举起点 s 和终点 t，不让 t 入队，找到与 t 相邻的离 s 最近的三个点计算。对第二种情况，枚举路径上的一个点求最短路，成环的一定是有一条横跨边，那么对每条横跨边求一次最近公共祖先，找出最小的两个环即可。无需考虑路径有交，因为有交意味着有更小的子图满足条件，所以我们一定能算到最小值。
时间复杂度	$O(TN^2M)$
空间复杂度	O(N+M)

55

试题编号	Codechef APR 12
名称	Substrings on a Tree(TSUBSTR)
题目大意	N 个结点的树，每个结点有一个小写字母，只考虑从祖先到后代的路径组成的字符串，求有多少个本质不同的字符串。同时给出 Q 组询问，每组询问给出字母间的大小关系，求第 k 小的子串。 N≤250000，Q≤50000，输出不超过 800KB
算法讨论	仿照字符串建后缀自动机的方法，可以直接建出树的后缀自动机。第一个问题直接写个记忆化搜索，这样回答第二个问题就只需要从出发点开始 dfs 贪心了。
时间复杂度	O(26N+Q+输出)
空间复杂度	O(26N)

56

试题编号	Codechef APR 12
名称	Find a special connected block(CONNECT)
题目大意	N*M 的格子，每个格子有一个颜色和一个价值，求至少包含 K 种颜色的连通块，满足价值和最小。 N、M≤15，K≤7
算法讨论	颜色数较少时，可以直接使用斯坦纳树的算法来做。当颜色数较多时，我们可以对每种颜色，随机映射到 1~K 内，再求斯坦纳树，这样会有 $K!/K^K$ 的概率求出正解，多次随机，就有很大概率求出最优解了。
时间复杂度	$O(TNM3^K)$，T 为随机次数，取 T=350 就够了。
空间复杂度	$O(N^2M^2+NM2^K)$

57

试题编号	Codechef MAR 12
名称	Evil Book(EVILBOOK)
题目大意	有 N 个物品，获得第 i 个物品，需要付出 Ci 的努力，能得到 Mi 的魔法，可以使用 X 的魔法，将某个物品的 Ci 和 Mi 同时变成原来的 1/3（对同一个物品可以多次使用），求得到至少 666 的魔法所需的最少的努力。T 组数据。 T≤5，N≤10。
算法讨论	由于 N 很小，本题主要思路是搜索，枚举使用的物品，按照性价比对后继状态排序，再加上一些剪枝和卡时，调整一下估价方式，就可以通过这题了。
时间复杂度	O(T*搜索复杂度)
空间复杂度	O(N)

58

试题编号	Codechef FEB 12
名称	Find a Subsequence(FINDSEQ)
题目大意	给出长度为 N 的数组 A，求一个长度为 5 的子序列，满足第 i 个数是这 5 个数中第 Bi 小的。T 组数据。 T≤20，N≤1000
算法讨论	离散化后，枚举子序列第 2 个和第 4 个数字，这样其他三位数字的范围就确定下来了，根据和第 3 个数字的关系贪心选取第 1 个数字和第 5 个数字，可以进一步确定第 3 个数字的范围。可以预处理出一个数组 f[i][j]表示前 i 个数字中排名小于等于 j 的数字数量，这样就可以直接判断是否有解了。确定有解之后，根据之前确定的数字范围暴力找就能找到答案。
时间复杂度	$O(TN^2)$
空间复杂度	$O(N^2)$

59

试题编号	Codechef JAN 12
名称	Card Shuffle(CARDSHUF)
题目大意	对初始为 1~N 的序列，M 组操作，每次取出一个区间内的数，翻转之后插入到某个位置，求出最终序列。 N≤100000，M≤100000
算法讨论	直接拿 splay 打上翻转标记就好了。
时间复杂度	O(MlogN)
空间复杂度	O(N)

60

试题编号	Codechef JAN 12
名称	Misinterpretation 2(MISINT2)
题目大意	求长度在[L,R]内的小写字母串数量，满足取出偶数位字母接在所有奇数位字母之前后与原串完全相同。T 组数据。 T≤5，D=R-L≤50000,1≤L≤R≤10000000000
算法讨论	长度为奇数的字符串相当于一个长度为偶数的字符串在后面加上一个字母，于是只用考虑长度为偶数的。设长度为 x，这样的字符串需满足第 i 个字母和第 i*2%(x+1)个字母相同。这样组成的置换环数 G(x)=Σphi(i)/ord(i)，(i|(x+1)且 i!=1，phi()是欧拉函数，ord(i)表示 2 模 i 的阶)，答案为 $26^{G(x)}$。于是可以枚举 x，并枚举它的因子，求出 G(x)，具体只需要一遍 dfs，并且注意到对 gcd(x,y)=1,ord(xy)=lcm(ord(x),ord(y))。为了方便质因数分解等细节，需要预处理出素数表，并把 ord(p^q)求出来(p 为质数)。由于本题较劣的解和最优解速度较为接近，所以需要特别注意卡常数。
时间复杂度	O($R^{3/4}$/$\log^2$R+sqrt(R)$\log^2$R+TD(sqrt(R)/logR+$\log^2$R))，实际常数很小。
空间复杂度	O(sqrt(R)logR)

61

试题编号	Codechef DEC 11
名称	Short II(SHORT2)
题目大意	给定素数 p，求有多少对(a,b)满足(a-p)(b-p)|ab。T 组数据。 T≤5，p≤1000000000000
算法讨论	题目等价于统计(a,b)满足 ab|p(a+b+p)。有三种情况：若 p|gcd(a,b)，那么可以证明只有 5 组(a,b)；若 p!|a 且 p!|b,不妨设 a＜b,则有 a＜1+sqrt(p+1)，此时 b=(a+p)/(ak-1)，设 d=ak-1，只要一些简单的数论知识，就可以通过枚举 b 和枚举 d 来统计 a 的数量；若 p|a 且 p!|b，那么我们可以证明，每组这样的(a,b)可以反推出第二种情况中的一组(x,y)，而每个第二种情况的(x,y)，均可以得到两组满足条件的第三种情况的(a,b)。那么这题就可以解决了。
时间复杂度	O(Tsqrt(P))
空间复杂度	O(1)

62

试题编号	Codechef NOV 11
名称	Lucky Days(LUCKYDAY)
题目大意	定义数列，S[1]=A，S[2]=B，对 i≥3，S[i]=(X*S[i-1]+Y*S[i-2]+Z)%P，若 S[i]=C，那么称第 i 天为 luckyday，Q 组询问，每组询问给出 L,R，求第 L 天到第 R 天之间有多少个 luckyday。T 组数据。 T≤2，P≤10007，Q≤20000
算法讨论	转移矩阵无逆矩阵当且仅当 Y=0,此时问题很容易解决。否则可以用 baby-step giant-step 算法求出转移矩阵的周期，并且对 0≤i＜P，求出向量(i,C,1)的首次出现位置，此时的 baby-step giant-step 算法的块长取 $P^{1.5}$ 复杂度最低。将首次出现位置前缀和处理后，这样对所有询问，只要两次二分就能求出数量了。
时间复杂度	$O(T(P^{1.5}+Q\log P))$
空间复杂度	O(P)

63

试题编号	Codechef OCT 11
名称	The Baking Business(BAKE)
题目大意	N 组操作，每组操作形如：对于一次交易，给出商品的编号、大小、省、市、地区、购买者性别、年龄、出售数量(部分信息可缺省)；给出编号、大小、省、市、地区、够买者年龄、年龄范围(部分信息可缺省)，求满足条件的卖出的商品数量。 N≤100000，年龄从 1 到 M=90
算法讨论	可以开一个七维数组记录答案，最后一维使用树状数组。本题难点主要是处理输入数据。
时间复杂度	O(NlogM)
空间复杂度	O(M)

64

试题编号	Codechef OCT 11
名称	Sine Partition Function(PARSIN)
题目大意	给出 N、M、X，求 $\Sigma \sin(k_1X)\sin(k_2X)...\sin(k_MX)$ (Σk_i=N)。T 组数据。 T≤10，M≤30，N≤1000000000
算法讨论	设 f[i][j]表示 i=M 且 j=N 时的答案，根据一些基本公式，可以推出 f[i][j]=sin(X)f[i-1][j-1]+2cos(X)f[i][j-1]-f[i][j-2]。那么只要使用矩阵乘法优化递推就可以了。
时间复杂度	$O(TM^3\log N)$
空间复杂度	$O(M^3)$

65

试题编号	Codechef SEPT 11
名称	Short(SHORT)
题目大意	给出 N、K，统计(a,b)的数量，满足 N＜a＜K，N＜b＜K，$(a-N)(b-N)\mid(ab-N)$。T 组数据。 T≤5，N≤100000，K≤1000000000000000000
算法讨论	当 N=0 时，答案为(K-1)*(K-1)，此时用高精度计算直接输出即可。设(ab-N)=p(a-N)(b-N)，整理得 b=N+N*(a-1)/(ap-Np-a)，不妨设 a＜b，那么可以得出至少有 a＜3.5N，那么我们枚举 a，再枚举 N*(a-1)的因子即可得出 b，当 a 很大的时候，显然会较慢，此时可以枚举 p，有 a/(a-N)+1≤p≤$(a*a-N)/(a-N)^2$，经实践，当 a＞N+X=N+6000 时改为枚举 p 最快。
时间复杂度	$O(T(X(\log N+\mathrm{sqrt}(N)/\log N)+N^3/X^2))$，其中 X=6000，加号后的式子常数很小
空间复杂度	O(N)

66

试题编号	Codechef SEPT 11
名称	Counting Hexagons(CNTHEX)
题目大意	统计六边形的个数，满足：边长均为整数；最长边范围为[L,N]；其他边范围为[1,X]；长度相同的边数不能超过 K。将边长排序后对应相同的两个六边形只算一次。 N≤1000000000，N-L≤100，X＜L
算法讨论	一个六边形合法当且仅当其最长边小于其他边之和，我们可以统计不合法的“六边形”个数，在总方案数中扣除即可。若其他边之和≤L，那么可以用一个数位 dp[i][j][k][l]表示考虑 L 的前 i 位，用 L 减去其他边的前 i 位之后剩余 j，其他边之间的大小关系压缩为为 k，l 表示是否已经≤L，预处理转移之后就可以计算了。若其他边之和∈(L,N]，那么可以枚举其他边之和，这样和上一种情况差不多。
时间复杂度	$O(2^{2a}a^2b^3+2^{2a}a^2b\log N+(N-L)2^{2a}a^2\log N)$，其中 a=5，b=10
空间复杂度	$O(2^{2a}b^3+2^a a\log N)$

67

试题编号	Codechef AUG 11
名称	Shortest Circuit Evaluation(SHORTCIR)
题目大意	给出一个仅由 not、and、or 和括号组成的表达式，每个变量有一定概率为真，每个变量仅出现一次，求一个考虑顺序，使得算出该表达式的答案的期望时间最小。T 组数据。 T≤50，变量数=N≤1000
算法讨论	可以建出二叉表达式树，进一步地，可以消去所有 not，再将相邻的符号相同的提到同一层，那么这样的表达式树从根到叶子 and、or 相间出现。设树上每个点的子树的期望时间为 Ei，为真的概率为 Pi，那么考虑当前节点，若当前节点为 or，那么按照 Ei/Pi 排序，可以使得当前点期望时间最小；若当前节点为 and，那么按照 Ei/(1-Pi)排序即可。
时间复杂度	O(TNlogN)
空间复杂度	O(N)

68

试题编号	Codechef JULY 11
名称	Billboards(BB)
题目大意	统计 N 位二进制串的个数，满足任意连续的 M 位中至少有 K 位为 1，且满足为 1 的位数最少。T 组数据，答案对 P 取模。 T≤300，N≤1000000000，K≤M≤500
算法讨论	若 N%M=0，可以把该串每 M 个分成一组，那么每组中至少有 K 位为 1，另外，每组中后 K 位均为 1 满足条件，所以位数最少的必要条件是每组中有 K 个 1。构造一个数组 a[i][j]表示第 i 组中第 j 个 1 的位置，发现 a 每行递增，每列不降，这是一个半标准杨氏矩阵，方案数为Π(M+i-j)/(N/M+K-i-j+1)，经整理和约分，实际要算的式子是 $O(M^2)$的。若 N%M>M-K，那么每组中最后 M-N%M 位均为 1 才能保证最小；若 N%M≤M-K，那么每组中前 N%M 为均为 0 才能保证最小，这样问题又转化为 N%M=0 的情况了。
时间复杂度	$O(TM^2logP)$
空间复杂度	O(1)

69

试题编号	Codechef JUNE 11
名称	Attack of the Clones(CLONES)
题目大意	称一个形为 f:A→B 的函数叫做布尔函数，其中 A 是所有长度为 N 且仅由 0 和 1 组成的数列的集合，B={0,1}，我们称 N 为布尔函数的项数。 称满足一些条件的布尔函数构成的集合称为 clone。 现在有四个特殊的 clone 如下： Z 是 0-保留值函数集合:满足 f(0,...,0)=0; P 是 1-保留值函数集合:满足 f(1,...,1)=1; D 是自对偶函数集合:满足!$f(x_1,...,x_N)=f(!x_1,...,!x_N)$; A 是仿射函数集合:满足如果 $f(a_1,...,c,...,a_N)=f(a_1,...,d,...,a_N)$ 则 $f(b_1,...,c,...,b_N)=f(b_1,...,d,...,b_N)$的函数，在这里 c 和 d 都在某个位置 i，并且这个对于任意 i,$a_1,...,a_N,b_1,...b_N$,c,d 都应成立。 现在我们有兴趣知道在上述几种集合的组合中有多少个 N 项函数。我们将给出一个集合运算表达式，需要输出在表达式答案中的集合数量。 N≤100，Q≤100
算法讨论	共有 2^4 种函数，每种函数属于某些集合，不属于某些集合，可以用容斥原理计算出每种函数的个数。可以用一个 16 位整数表示答案包括了哪些种类，就只需要处理表达式并进行计算，此时的∪变成了 or，∩变成了 and，\变成了 x-(x or y)，!变成了 xor 65535，最后把答案加起来输出。
时间复杂度	O(Qlen)，len 为表达式长度
空间复杂度	O(len)

70

试题编号	Codechef JUNE 11
名称	Minesweeper Reversed(MINESREV)
题目大意	R*C 的扫雷棋盘，给出雷的位置，所有格点均已打开。现可以点击某些格点，如果点击了某个格点，那么所有在正常扫雷游戏中能和它同时打开的格点均会关闭。求关闭所有格点所需的最少点击次数。T 组数据。 T≤50，R≤50，C≤50
算法讨论	定义一个格点的值为其周围(3*3)雷的数目，正常扫雷游戏中，相邻（8 连通）的值为 0 的格点能同时打开，值为 0 的格点周围一圈不为 0 的格点也会打开，这样的一块点是能同时关闭的，而不在某一块的格点一定要使用一次点击。注意到一个格点至多属于两个块，那么把块抽象为结点，有交的块之间连边，选择一条边能同时关闭两个块，选择的边不能有公共结点。这是一般图匹配问题，用带花树算法就可以了。由于是平面图，边数是 O(N)的。
时间复杂度	$O(TR^2C^2)$
空间复杂度	O(RC)

Challenge 题（11 道）：

71

试题编号	Codechef FEB 15
名称	Jigsaw Puzzle Solving(CHPUZZLE)
题目大意	W*H 的棋盘，被分成 K 个连通块，现给出这 K 个连通块，要求尽量填满这个棋盘，摆放连通块不能重合，得分为棋盘覆盖率。 W≤1000，H≤1000，K≤W*H/5
算法讨论	由于给出的连通块是从原棋盘分出的，我们可以找出最有可能属于最上方的一排和最左方的一列的连通块，这样的连通块特征是第一排或者第一列的格点出现率较高，选好最有可能在左上角的连通块，然后用其他连通块贪心地填第一排和第一列，即每次选取与上一个连通块契合度最高的连通块。对于剩下的空间，由于一开始的贪心十分高效，所以继续找契合度最高的连通块填下去，就能得到十分优秀的解。但这样还可能会出现一些空缺，最后再找到前 X 稀疏的区域，每个区域试填多余的连通块。经试验，X=3500 时能在 Codechef 上恰不超时，但在 tsinsen 上这一步超时了，只能舍弃。虽然复杂度高，但是加上足够的剪枝和优化，就能在时限内跑出来了。
时间复杂度	期望 $O(WH+HK^{(W-H)/(H+W)}+WK^{(H-W)/(W+H)}+HK^{(2W+H)/(W+H)}+WK^{(2H+W)/(W+H)}+XWH)$
空间复杂度	O(WH)

72

试题编号	Codechef JAN 15
名称	Sereja and Number Division 2(SEAND2)
题目大意	有一个整数 A，它的十进制表示中没有 0，另给出 N 个整数 B_1、B_2、...、B_N，将整数 A 各位重排，使得 $\Sigma(A\%B_i)$ 最小。T 组数据。 $T\leqslant100$，$N=100$，$B_i\leqslant1000000$，$A\leqslant10^{1000}$
算法讨论	本题主要思路是随机化，随机两个位置，看交换之后答案是否更小，若更小则交换，关键是如何减小复杂度和常数，使得计算次数增加。可以用一个数组 f[i][j]表示 $10^i\%B_j$ 的值，每次交换只会影响两位数字，用 f 数组就可以很快计算出交换后 $\Sigma(A\%B_i)$ 的值。
时间复杂度	O(T(NlogA+MN))，M 为随机次数，取 M=10000 即可
空间复杂度	O(NlogA)

73

试题编号	Codechef DEC 14
名称	Kali and Devtas(KALKI)
题目大意	给定二维欧氏平面内的 N 个点，求这些点的一个生成树，使得 Ci 的最大值最小。Ci 的定义是：对于每个点，设在生成树中与其相邻的点中最远的点的距离为 R，那么以该点为圆心，半径 R 以内的的点的 Ci 全部增加 1（包括自身）。T 组数据。 $T\leqslant100$，$N\leqslant400$
算法讨论	由于数据随机，很自然的想法是求一棵最小生成树，事实上这样做答案就很小了，但仍有可能有一些边很长且在点数较密的区域，大大增加了这些点的 Ci 值。考虑尽量减小 ΣCi，这样做有助于减小 max(Ci)，我们对每个点，只和与它互为前 k 接近的点连边，注意到若 k=x 时有生成树，则 k=x+1 时也有生成树。贪心选取 k 最小的时候的生成树，计算出来的答案会比直接最小生成树优。用二分答案+并查集，能在时限内出解。
时间复杂度	$O(TN^2\log^2N)$
空间复杂度	O(N2)

74

试题编号	Codechef MAR 14
名称	Sereja and Sorting 2(SEASORT2)
题目大意	有一个长度为 N 的数组，每次可以选择一个区间翻转，目标为将数组排序。需要在尽量减少翻转次数的前提下，尽量减少翻转区间长度之和。 $N\leqslant10000$，大部分数据有较多重复数字。
算法讨论	若数据中的数字互不相同，那么并没有什么优秀的做法，只能每次找到最小的数字，翻转到目标位置。否则考虑最小的没有归位的数字，设有 X 个，这些数字均匀散布在数列中，若按位置一个一个翻回，区间长度之和是 O(XN)的，效率较低。可以从最右端开始，每次翻转合并最右端的两块点，当块比较长时翻转回原位，设每 S 个合并在一起往回翻，则长度之和是 $O(XN/S+S^2)$的，当 $S=(XN)^{1/3}$ 时最小，此时区间长度之和是 $O((XN)^{2/3})$的。
时间复杂度	$O(N^2)$
空间复杂度	O(N)

75

试题编号	Codechef NOV 13
名称	Sereja and Vectors(SEAVEC)
题目大意	有 N 个 K 维向量 v[1]、v[2]、...、v[N]，每个向量由 K 个数字($x_1, x_2, ..., x_k$)给出，从这些向量中取出一些向量，使得每一维的和均不超过给定的一个 K 维向量 A=($a_1, a_2, ..., a_k$)对应的维度。选出的向量越多，得分越高，同时，Σ(a_i-Σx_j)越小，得分越高。T 组数据。 T≤10，N*K≤100000
算法讨论	本题的各种做法都对数据有依赖性，难以找到一个通法。由于本题大部分数据为随机，我的做法对随机数据有较好的解答。本题相当于从 A 向量中扣除若干向量，对随机数据，只要保证每次操作之后最小的数字最大，就可以使得各维相对均匀，选出的向量较多，对每一维建立一个堆就能近似地做到，一个向量在一个堆中的权值为该堆对应的维的数字+各维数字平均值*x(x 取 0.3 时较优)。由于有些向量的某一维会十分大，可以提前舍弃掉某一维占 A 向量较多的向量。最后再进行随机调整，如果舍弃掉一个向量，选择一个向量可以保证合法且得分更高，那么就这样做。
时间复杂度	O(TNKlogN)
空间复杂度	O(NK)

76

试题编号	Codechef FEB 13
名称	Efficient Painting(EFFPAINT)
题目大意	给出一个 N*N 的棋盘，每个格子是白色或者黑色，现可以选择一个矩形区域，将它：1、全染成白色；2、全染成黑色；3、全部翻转颜色。求将全白棋盘变成给出棋盘所需的最小操作数。 10≤N≤50，数据随机生成
算法讨论	构成 N*N 的棋盘的线有(N+1)*(N+1)个交点，设黑色点权值为 1，白色点权值为 0，每个交点的权值为其四周格点权值的异或和。如果我们只考虑翻转操作，那么问题可以变成将当前棋盘状态变成全白所需的最小操作次数，全白时交点权值均为 0。选择一个区域翻转，交点权值会有什么变化呢？发现除了四角的权值异或上 1 之外，其他交点的权值均没有变化。现在问题清晰了，给出一个(N+1)*(N+1)的矩阵，每个数为 0 或 1，每次可以选择能组成矩形的四个点，让它们都异或上 1，求使得矩阵全变为 0 的最小操作数。这个问题可以使用贪心，对同一行的所有 1，两两之间配对，那么就得到 O(N^3)个(x, y_1, y_2)，每次找到(j_1, j_2)，使得(?, j_1, j_2)出现次数最多，其中任选两行，组成矩形，维护答案。若不存在四个角均为 1 的矩形，那么随机找一个三个角为 1 的矩形，异或上 1 后再回到上一步。反复做直到矩阵全变为 0 即可。
时间复杂度	O(N^4)
空间复杂度	O(N^3)

77

试题编号	Codechef NOV 12
名称	Many Left(MANYLEFT)
题目大意	N*N 的棋盘，某些格子有棋子，每次可以选择一个棋子，跳过一个相邻棋子到下一个格子(此格须为空格子)，然后拿走被跳过的棋子。一直进行下去直到不能做这样的操作，此时棋盘上剩下一些棋子。求一次操作过程，使得剩下的棋子数最多。 10≤N≤30，棋盘随机生成
算法讨论	对每个格子一个估价为与之相邻的能跳过或能被跳过的格子数，每次随机一个估价最高的格子，跳过相邻的一个格子。这样多次随机，在 tsinsen 上就能得较高分了，再多优化就可以得到 102 分，但是这个做法在 codechef 上得分较低。一个更优的方法是，只用横纵坐标之和为偶数或者为奇数的格点执行上面的随机直到无解，这样就要使用横纵坐标之和为另一种数的格点了，可以 dfs 找到能连续跳的次数最小的格点，贪心执行这一动作。这个做法在 codechef 上能得到更高分，但在 tsinsen 上最高只能做到 100 分。
时间复杂度	$O(TN^2)$,T 为随机次数，由于 dfs 限制了层数，复杂度视为常数
空间复杂度	$O(N^2)$

78

试题编号	Codechef OCT 12
名称	Maximum Sub-rectangle in Matrix(MAXRECT)
题目大意	给出一个 H×W 的整数矩阵 A，行标号 0～H-1，列标号 0～W-1，求一个子矩阵使其中元素之和尽可能大。这个子矩阵不要求是连续的，即求出一些行和一些列，选取这些行列相交处的元素，输出这些行列。 200≤H,W≤300
算法讨论	本题可以随机一些行，然后保留权值和为正的列，然后固定这些列，保留权值和为正的行，多次反复进行，答案会越来越大。在一般情况下，和为正数的行更有可能在最优解中，对每种这样的行保证 3/4 的可能选到，对其他行保证 1/4 的可能选到，得出的解就较优了。由于 H、W 不大，本题可以多次随机，取答案最大的那一次。
时间复杂度	O(TSHW)，T 为随机次数，S 为主要程序段反复进行次数，取 S=10
空间复杂度	O(HW)

79

试题编号	Codechef JAN 12
名称	Ambidextrous Chefs(AMBIDEX)
题目大意	M 个人，N 种工具，每个人使用两种工具，一个队伍需要满足每种工具至少有一个人使用，在组成尽量多队伍的情况下要求聘用的人最少。T 组数据。 T=10，N≤100，M≤2000，数据随机生成
算法讨论	将工具抽象为点，人抽象为边，边的两端点为人使用的工具，那么一个队伍是一个覆盖所有点的边集。为保证一个队伍人数尽量少，可以用带花树算法求出这个图的一个最大匹配，贪心选取匹配边，然后对不在匹配中的点，随机选择一个相邻的度数最大的点与之匹配。组好一个队伍后删去队伍中的边，反复进行这一过程直到某个点度数变为 0。若时间允许，可以多次随机。
时间复杂度	$O(TM^2)$，T 为随机次数，取 T=40
空间复杂度	O(N+M)

80

试题编号	Codechef JULY 11
名称	Large Kitchen(KITCHEN)
题目大意	给出一个 N*M 的全白方格图，你需要在某些方格中填入黑色，并满足如下条件：1.黑色方格是四连通的；2.不存在回路，即不存在这样的一组黑色方格 $X_1,X_2,X_3,...,X_t$，$t>3$，满足 $X_1=X_t$，且对于任意 k,$1\leqslant k<t$，X_k 和 X_{k+1} 相邻。需要尽量令黑色方格个数多。T 组数据。 T≤30，N≤100，M≤100
算法讨论	经过大量的手动找规律，发现以下四种方法的答案较优：1.从上到下、从左到右对所有格子一个一个试填，若形成环则不填；2.从左到右、从上到下一个一个试填，若形成环则不填；3.用黑色方格绕棋盘一圈，将(2,1)置为白色，在(x,y)∈{(a,b)|2≤a≤N-1 且 2≤b≤M-1}范围内用 1.中的方法填；4.用黑色方格绕棋盘一圈，将(2,1)置为白色，在(x,y)∈{(a,b)|2≤a≤N-1 且 2≤b≤M-1 且 a+b>4}范围内用 1.中的方法填。每种方法最后保留最大的连通块，判断是否成环可以使用并查集。这种方法其实十分优秀，在 codechef practice 场能得 1 分，在 codechef contest 场能拿到 0.995 分。
时间复杂度	$O(TNM\alpha(NM))$
空间复杂度	$O(NM)$

81

试题编号	Codechef JUNE 11
名称	Mushroom Cave(CAVE)
题目大意	N*M 的网格，某些格是障碍物某些格是火把。在一个火把熄灭前只能走 K 步，得到火把后将立刻点燃。求一种方案，从左上角走到右下角，尽可能多地经过不同的格子。T 组数据。 T≤10，N≤100，M≤100，K≤15，数据随机生成
算法讨论	将每个火把看成结点建图，能在 K 步内互相到达的火把连边（不能经过其他火把），由于火把是消耗品，答案一定是该图的一条简单路径。每次可以从终点开始 bfs，找和当前点相邻的离终点最远的点当下一目标。从当前点到下一目标的路径可以这样找：设没走过的点权值为 1，走过的点权值为 0，建一个层次图，用拓扑排序找一条经过点权和最大的路径，由于四个方向是有顺序的，这个方法能找到比较好的答案。每删除一个火把，需要暴力重建以火把为结点的图，不过只要若干遍 $O(K^2)$ 的 bfs 就行了。
时间复杂度	$O(T(NMK^2+X^2+XK^4))$，X 为火把数，最后一项由于数据随机实际很小
空间复杂度	$O(X^2+XK^3)$