

String Query 题解

题目大意：

维护一个串，要求支持在串最前面、最中间以及最后面的插入删除操作，并询问一个字符串 S 在串中出现次数。

操作次数 ≤ 150000 ,

S 的总长度 ≤ 1500000 .

关键字：

后缀平衡树、重量平衡树

题解：

我们先考虑一个简化后的问题：

维护一个数据结构，允许在字符串最前面插入字母，并维护任意两个后缀之间的相对关系。

这个实际上就是要维护动态后缀数组。

而在最前面插入字母，就是插入一个新的后缀而已，我们只需要能维护任意两个后缀之间的相对关系，剩下的就是普通的平衡树插入。

而要维护任意两个后缀之间的相对关系，我们可以给每一个后缀一个 tag ，使得满足后缀排名越前 tag 越小就好了。我们只需要维护一个 $treap$ ，可以保证深度以及子树大小为 $O(\log N)$ 级别，那么每棵子树的 tag 都可以用一个区间表示 $[l, r]$ ，然后子树的根 tag 取 $mid = (l + r) / 2$ ，然后左子树就是 $[l, mid]$ ，右子树就是 $[mid, r]$ ，仍然可以保证精度，这样就可以解决了。

那么回到原题。

我们维护一个数据结构 $SL = L + R$ ， L, R 都为棵后缀平衡树。这样的话，我们就可以维护最前面与最后面的动态插入删除了，当 L 或 R 为空时，把整个串均分即可，均摊仍是 $O(\log N)$ 。

而至于要维护中间插入删除的话，我们再维护一个数据结构 $G = SL + SR$ 。保证 SL 最后面一个一定是中间即可，即对于每次插入删除动态维护一下即可。

对于询问，在串内就直接在平衡树中处理，在串间，就取出来做 kmp 匹配即可，由于取出的最长长度是 $2 * |S| - 2$ ，因此仍是 $O(|S|)$ 级别的。

最后复杂度为 $O((N + |S|) \log N)$ 。

适当优化常数可通过此题。

当然，也可以选择通过倍增而使得复杂度为 $O(N \log^2 N)$ 。

参考：

陈立杰 2013 年集训队论文《重量平衡树和后缀平衡树在信息学奥赛中的应用》

Codechef 上的题解 <https://discuss.codechef.com/problems/STRQUERY>