

Make It Zero 2题解

姜晨耀

2015 年 11 月 9 日

1 题目大意

给定 $N * M$ 的矩阵 A 和矩阵 P ，每次选择一个 A 的子矩阵，对这个子矩阵加上一个值并模上 P 对应位置的值。比如给 A_{ij} 加 k 后 A_{ij} 变为 $(A_{ij} + k) \% P_{ij}$ 。现在请给出一个操作方案使得用尽量少的操作次数使得 A 所有元素变为 0。

2 题解

此题是开放性试题，所以只给出大体思路。

2.1 寻找合适的 k

假设我们已经得到选出一个子矩阵，如何找到一个合适的 k 使得尽量多的非 0 元素值变成 0？

对于每个元素变成 0 的条件为 $k = (P_{ij} - A_{ij}) \bmod P_{ij}$ ，那么对于整个子矩阵所有元素都满足条件，可以列成一个同余方程组，这样就可以利用中国剩余定理来判断是否有解。有解时可以直接给整个矩阵变成 0。

如果无解可以从右上角开始，不断把对应的新的同余方程合并入方程组，如果合并后会冲突无解，则直接不管这个元素，这样就可以得到一个答案。其实可以不按照固定顺序合并，按照随机顺序合并，多进行几次，然后得到一个较优的解。

2.2 全部转换成 0

有好几种思路可以做到把整个矩阵转换成 0，一种思路是每次对于某个未被转换的点作为矩阵的右上角，之后找到一个尽量大的可以一次转换为 0 的子矩阵，全部转换成 0。这样不断进行下去会得到一个还算可以的解。

另外一种思路是每次不一定把整个子矩阵转换成0，而是选择尽量多的把非0值转换成0的子矩阵。如果每次都找一个转换数量最多的子矩阵，非常耗时，显然随着时间的推移找到的子矩阵转换数量会越来越少。我们可以固定一些子矩阵的大小，随着迭代次数的增多子矩阵大小不断减小，而且如果一个子矩阵的转换数量超过某个阈值的话，可以直接确定选择这个子矩阵，阈值随着迭代次数增多也不断减小。