IOI2014 中国国家集训队第一次作业

ACM/ICPC World Finals 试题泛做表格

姓名：束欣凯（SHUXK97）

试题编号	名称	题目大意	算法讨论	时空复杂度
2013 A	Self-Assembly	有52种标号和N种四边有标号的方块。标号匹配的边可以拼在一起。问是否可以用它们拼出无限大的结构。方块允许旋转和翻转。$N \leq 40000$。	由于允许旋转和翻转，只要这些方块能够拼出无限序列就一定能拼出无限大的结构。这时肯定形成了环。 N个方块找环显然会超时，但是标号只有52种。所以将标号建图，对于每一个方块，将连入该方块和连出该方块的标号建边，用 Floyd 算法找环即可。	时间： $O(N+52^3)$ 空间： $O(52^2)$
2013 B	Hey, Better Bettor	给你一种赌博方法：赌一局1块钱，你有p%的概率赢，可以在任意时刻结束。如果结束时你亏钱，可以返还亏损的x%。问最佳策略下的期望获利。 $x < 100$，$p < 50$，x和p最多只包含两位小数。	仔细想一想可以发现，真正有用的信息只有当前赢了或输了多少钱。 我们的策略就是设定a和b，当输了a元或赢了b元以后停止赌博。 设f(i)表示当前获利i元时的期望获利，通过计算可以得出： $f(i)=\frac{(\propto^{a}-1)(a\lambda+b)}{\propto^{a+b}-1}-a\lambda$ $\left(\propto=\frac{1-p}{p},\lambda=1-x\right)$ 然后发现a和b都满足三分性质，三分即可。 实际操作中有一个三分上界的问题，我设置的是使$\propto^{r}>10^{300}$的最小的r。$\propto$的若干次方可以借此预处理出来。 注意$p=0$时答案为0。	时间： $O(\log^2 r)$ 空间： $O(r)$
2013 C	Surely You	一个图有N个点和M条	求出每辆车到1号点的最	时间：

	Congest	无向边。有C辆车同时出发，要到1号点。每辆车只会沿最短路走，一条边上不能有两辆车同时走过（但可以先后走过）。求最多可以满足的车的数量。 $N \le 25000$，$M \le 50000$，$C \le 1000$。	短路长度D_i。可以发现D值不同的两辆车永远不会同时走过同一条边。所以只需要按照D值相同的车分组考虑。 D值相同的车如果到达同一条边一定是同时到的，所以这道题变成了最短路图中边容量为1的最大流问题。但是用SAP会超时，只有Dinic才能过。	$O(N^2MC)$ 空间： $O(M + C)$
2013 D	Factors	$f(n)$表示n的质因子分解的排列方案数。给定K，求满足$f(N) = K$的最小的N。 $K \le 2^{63}$，$N \le 2^{63}$，数据组数$T \le 1000$。	满足$f(N) = K$的最小的N一定是最小的几个质数的乘积，而且它们的指数单调不增。预处理出这些最小的N（一共只有39912个），然后回答时直接查找即可。	时间： $O(39912 + T)$ 空间： $O(39912)$
2013 E	Harvard	有b个内存库，每个内存库大小为s。0号内存库可以直接访问，其余内存库访问前必须将BSR指向该内存库。 现有一个程序（含有循环语句），需要使用若干个变量，将每个变量放到某个内存库的某个位置，使得总操作次数最小。 $b \le 13$，$s \le 13$，变量数$V \le \min(b * s, 13)$，程序长度$L \le 1000$，程序访问变量的总次数$N \le 10^{12}$。	易知唯一影响总操作次数的就是 BSR 的转换次数。 先枚举变量的分组（不要考虑存在哪个内存库），使得任意两组合并以后大小会超过s。 然后枚举在0号内存库的一组，计算出其余组之间相互转换的次数即可。	时间： $O(N/A)$ 空间： $O(V^2L)$
2013 F	Low Power	将2NK个数分成N组。每组2K个数再分成大小为K的两组，其能量为这两组的最小值之差。要求最小化每组能量的最大值。 $2NK \le 1000000$。	二分答案转为判定。 判定时将数字从小到大排序，可知两组的最小值一定相邻。贪心选择靠前的组，因为越靠前越有利于后面选择的$2(K-1)$个数。对于选择的每个组，判断后面的数是否够用即可。	时间： $O(NK\log 10^9)$ 空间： $O(NK)$
2013 H	Матрёш	有N个俄罗斯套娃共若	这道题一看就知道是 DP	时间：

	κ a	干套拆散了排成一列。一套俄罗斯套娃是依次嵌套的大小1~M的M个。 你要将这些套娃恢复原样。一步操作是指拆开一个套娃，然后再合上。问最少要多少步才能恢复原样。 $N \le 500$。	题。 设$f[i,j]$表示将$i \sim j$的套娃合成一个所需的时间，则$f[i,j] = \min\{f[i,k] + f[k+1,j] + 合并步数\}$。 合并步数的计算是$O(N)$的，所以总复杂度达到$O(N^4)$。 但是可以发现，合并时不需拆开的套娃就是最小的前k个，所以在最小的套娃两边，合并步数是单调的，所以时间复杂度可以降为$O(N^3 \log N)$。 求出$f[i,j]$以后剩下来的就是一个$O(N^2)$的 DP 了。	$O(N^3 \log N)$ 空间： $O(N^2)$
2013 I	Pirate Chest	将一个宝箱藏在$N * M$的水里。每个格子有一个水深，将宝箱放进水里以后水面会上升。 求底面不超过$a * b$的完全淹没于水中的最大的宝箱体积。	枚举宝箱的上下边的位置，就可以把问题变成一维的情况。 如果固定了水深的最小值，显然宝箱越长高度也会越高。那么以每个位置为最小值向左右延伸，因为单调性复杂度是$O(M)$的。于是就可以在时限内 AC 了。	时间： $O(N^2 M)$ 空间： $O(NM)$
2013 J	Pollution Solution	简单N边形与以原点为圆心的半圆求交的面积。 $N \le 100$。	以原点为中心将N边形分为N个三角形（面积带正负），求面积时将三角形与半圆求交，再相加。	时间： $O(N)$ 空间： $O(N)$
2012 B	Curvy Little Bottles	一个瓶子是由一条从$X = X_{low}$ 到 $X = X_{high}$的多项式曲线绕X轴旋转一周构成，求瓶子的体积。现在从瓶底开始每隔inc体积就画一个标记，求标记的位置。 多项式次数$N \le 100$，标记的数量$K \le 8$。	如果给定了X，那么用定积分可以轻松算出X以下部分的体积。 对于每个标记，二分位置即可。	时间： $O(N^2 K \log \Delta X)$ 空间： $O(N)$
2013 C	Bus Tour	在N个点的无向图中，求一条1~N和N~1的最短路，使得两条路径中前$\left[\frac{N}{2}\right]$个点的集合相	先求出两两之间的最短路，然后状压 DP。 设$f1[i,j]$表示从1到i，经过城市集合为j的最短路；$f2[i,j]$表示从i到N，经过	时间： $O(2^N N^2)$ 空间： $O(2^N N)$

		同。 $N \le 20$。	城市集合为j的最短路。 求出来以后合并结果即可。	
2012 D	Fibonacci Words	给定字符串数组F_i满足$F_0 = 0, F_1 = 1, F_i = F_{i-1} + F_{i-2}$。 给定N和一个字符串P，求P在$F_N$中出现的次数。 $\lvert P \rvert \le 10^5$，$N \le 100$，数据组数$T \le 30$。	一个字符串P在F_i中出现有三种情况： 1. 全部在F_{i-1}中； 2. 全部在F_{i-2}中； 3. 前一部分在F_{i-1}中，后一部分在F_{i-2}中。 预处理出F_i的前100000位和后100000位，然后在递推时将第三种情况用KMP处理。 有一个优化：若i＞17，F_i的前后100000位将以2为周期，于是后面就可以不用KMP重新计算了。	时间： $O(10^7 + 10^5 NT)$ 空间： $O(10^7)$
2012 E	Infiltration	给定一个N个点的竞赛题，求最小覆盖集。 $N \le 75$。	存在一种只要6个点的方法：每次选择出度最大的点，删去它和它指向的点。 所以先枚举1~5个点的情况，若没有再按照上述方法求。	时间： $O(N^5)$ 空间： $O(N^2)$
2012 K	Stacking Plates	有N堆上小下大排列的盘子，每堆有h_i个。可以将一堆盘子从上面拿几个分成两堆，也可以将一堆盘子堆在另一堆上面（仍要满足上小下大）。 问最少要多少步才能合并成一堆。 $N \le 50$，$h_i \le 50$，数据组数$T \le 400$。	显然应该先将N个堆分裂，然后再合并。 不同大小的盘子之间没有影响，所以我们只考虑相同大小的盘子。 设$f[i,j]$表示大小1~i的盘子，合并后最底下为第j堆时最少分成多少堆，现在考虑大小为i的盘子。那么分成的堆数只与i的第一个、最后一个和$i-1$的最后一个有关系。这样DP就可以了。 需要注意一些细节，并且加上一些计算上的优化以通过清澄上的数据。	时间： $O\left(NT\sum h_i\right)$ 空间： $O\left(N\sum h_i\right)$
2012 L	Takeover Wars	两个人各有N和M个数。一个人可以将自己手上的两个数合并，或者删除对方比自己最	首先只会删除对方最大的数。第一个人可以选择删除或者合并。之后的游戏是固定的：	时间： $O(N\log N)$ 空间： $O(N)$

		大值小的一个数。两个人轮流操作，问第一个人能否获胜。 $N,M \leq 10\text{^}5$。	如果最大值被删掉，则只能合并；否则如果能删掉对方最大的就删，不如就合并。 这样的策略就可以了。	
2011 A	To Add or to Multiply	一个处理器有两种操作：将数字乘m或加a。你需要写一个最短的程序使得处理器读入任意一个p~q之间的数字并处理之后得到的数字一定在r~s之间。 输入的所有数均为小于等于10^9的正整数，数据组数$T \leq 15$。	易知一个数i进行操作以后得到的数一定是$m^k i + b$。 枚举k，对于每一个k找出b的范围[u,v]，然后在其中找出加法次数最小的b（同时保证字典序）： 若 $\left\lceil\frac{u}{m^k}\right\rceil \leq \left\lfloor\frac{v}{m^k}\right\rfloor$ ，则 $b = m^k\left\lceil\frac{u}{m^k}\right\rceil$； 否则若$\left\lceil\frac{u}{m^{k-1}}\right\rceil \leq \left\lfloor\frac{v}{m^{k-1}}\right\rfloor$，则$b = m^{k-1}\left\lceil\frac{u}{m^{k-1}}\right\rceil$…… 因为A比M的字典序小，当程序长度相同时应该优先选取k较小的方案。	时间： $O(T\log^2 10^9)$ 空间： $O(1)$
2011 C	Ancient Messages	给定6种古老文字，你需要从一个$H \times W$的16进制表示的黑白图像中找到它们。 $H \leq 200$，$W \leq 50$。	由于这6种文字的内部空洞数量不同，于是只要用Floodfill就可以了。	时间： $O(HW)$ 空间： $O(HW)$
2011 E	Coffee Central	在$X * Y$的方格中有N个咖啡馆，Q个人愿意为喝咖啡走不超过R_i的曼哈顿距离。求在什么位置出发可以到最多的咖啡馆。 $X,Y \leq 1000$，$N \leq 500000$，$Q \leq 20$。	将坐标轴转45°就可以将曼哈顿距离转为横纵距离的最大值，然后这个问题可以用前缀和搞定。	时间： $O(XYQ)$ 空间： $O(XY + N)$
2011 G	Magic Sticks	有连续的N条线段，你可以选择若干段围成若干个多边形，使得总面积最大。 $N \leq 500$。	这个问题主要在于求多边形面积。 有一个定理说圆内接多边形边面积最大，所以要求这个圆的半径，于是二分半径。 有一个大问题需要考虑，就是最长边的圆心角是	时间： $O(N^3\log 10^9)$ 空间： $O(N)$

			否超过180°。可以这样做：如果以最长边为直径，其它边圆心角之和小于360°，那么最长边的圆心角就超过180°；否则就没有超过。 还有一点，如果有一条边不用，那么一定是最长边，于是复杂度可以降一阶。	
2011 H	Mining Your Own Business	在N条边的连通图中设置最少的“安全点”，使得无论哪个点被切断，其它结点都与“安全点”连通。求最少要设置多少个“安全点”以及在满足最少的前提下有多少种方案。 $N \le 50000$，$T \le 20$。	如果割点被切断，图就会分成几个部分，这几个部分内都应该至少有一个“安全点”。 去除所有割点后，只与一个割点相连的连通块内必须设置一个，其它的点至少有两条路通向“安全点”，所以不需要设置。 那么需要求出只与一个割点相连的连通块的数量，方案数可以按照乘法原理求出来。 注意没有割点的情况。	时间： $O(NT)$ 空间： $O(N)$
2011 J	Pyramids	有N个石块堆两种特殊的金字塔，堆出的金字塔必须两两不同，问最少能堆几个。 N≤1000000。	金字塔的种类M最多也就三百多，而且大小差距特别大。于是用迭代加深搜索+剪枝，速度暴快（据说可以证明能堆出来的不会超过6个）。	时间： $O(M^6)$ 空间： $O(M)$
2011 K	Trash Removal	计算让一个给定的简单N边形物体通过的最小管道宽度。 $N \le 100$。	求出凸包以后旋转卡壳即可。	时间： $O(N)$ 空间： $O(N)$
2010 C	Tracking Bio-bots	在$N * M$的方格内有W个横着的宽度不超过1的墙。一个只能向左或下走的机器从(N,M)出发，不能到墙，问有多少位置无法到达。 $N,M \le 1000000$，$C \le 1000$。	离散化以后直接暴力即可。	时间： $O(C^2)$ 空间： $O(C^2)$
2010 D	Castles	你要攻占有N个城堡的树形地区。给定每个城	首先死亡和留守人数可以合并。	时间： $O(N^2 \log N)$

		堡攻占所需人数、死亡人数和攻下后所需的留守人数。 按照从根到叶子的顺序攻占每个城堡，问攻下整个地区所需的最少兵力。 $N \le 100$。	如果知道每个子树攻占所需的人数A_i和消耗的人数B_i，那么可以证明要按照$A_i - B_i$递减的顺序攻占。 枚举根，然后按照从叶子到根的顺序算出A_i和B_i的值，求出最小值即可。	空间： $O(N)$
2010 G	The Islands	给定N个横坐标互不相同的点，求从左到右的两条路，不重复地经过所有顶点，使总长度最小。有两个特殊点不能在同一条路上经过。 $N \le 100$。	本题显然是 DP。 $f(i,j)$表示第一条路走到i，第二条路走到j的最短长度。转移很简单。 在转移时同时记录决策，同时注意特殊点。	时间： $O(N^2T)$ 空间： $O(N^2)$
2010 I	Robots on Ice	在$N*M$的方格中，一个机器人从(0,0)出发，不重复地经过所以点最后到(0,1)结束。中途有三个限定通过时间的点，求方案数。 $N,M \le 8$，测试数据组数$T \le 10$。	爆搜+优化： 1. 限定时间优化：不能早到，最短距离也不能太远； 2. 度数优化，中途不能出现一个格子四周都走过了； 3. 连通性优化，不能有一步将左右连通性隔断。 然后就可以 AC 了。	时间： $O(N/A)$ 空间： $O(NM)$
2010 J	Sharing Chocolate	N个朋友要分$X*Y$的巧克力，每次可以将一个矩形从中间分块变成两个矩形。问能否满足要求。 $N \le 15$，$X,Y \le 100$，数据组数$T \le 10$。	记忆化搜索。 $f[i,j]$表示集合为i的朋友能否分配一边长为j的巧克力。转移时行列分别分两半即可。	时间： $O(2^N X^2)$ 空间： $O(2^N X)$
2009 A	A Careful Approach	有N架飞机，每一架只能在$[A_i,B_i]$降落，求最大的最小降落间隔。 $N \le 8$，$A_i,B_i \le 1440$，数据组数$T \le 20$。	枚举降落顺序，然后二分降落间隔，判断是否可行即可。	时间： $O(N!NTlog1440)$ 空间： $O(N)$
2009 D	Conduit Packing	有四个圆不重叠地放进一个大圆里，求大圆的最小半径。	二分大圆的半径，四个小圆在大圆中的情况不多（因为肯定要相切），只需枚举即可	时间： $O(Tlog10^9)$ 空间： $O(1)$
2009 E	Fare and Balanced	有 N 个点 M 条边的有向无环图。增加某些边的	求出1到每个点和每个点到N的最短路。	时间： $O(NTlogN)$

		长度使得所有从1到N的路径长度相同，且没有一条路径上有两条被增加长度的边。要保证增加的总长度最小。 $N, M \leq 50000$，数据组数$T \leq 100$。	如果从1到一个点有两条长度不同的路径，从该点到N也有两条长度不同的路径则不存在。 现在可以将点划分成两个集合：从1到它的所有路径长度相同，从它到N的所有路径长度相同。那么必须且只须改变两个集合之间所连的边的权值即可。	空间： $O(N+M)$
2009 F	Deer-Proof Fence	有N棵树，现在要修建围栏围住这N棵树，且围栏离树的距离至少为R。 $N \leq 9$， 数据组数$T \leq 10$。	围住若干个点的最短围栏周长必然是将其凸包的周长+$2\pi R$，如果有两个围栏相交，要将两个集合合并显然更短。 枚举集合求出围栏周长，然后 DP 即可。	时间： $O(3^N T)$ 空间： $O(2^N)$
2009 H	The Ministers' Major Mess	M个大臣给N个议案投票。每个大臣给1~4个议案投票，最终决定必须有超过半数符合他的投票。 问哪些议案一定会被通过或否决，或者不存在可行的方案。 $N \leq 100$，$M \leq 500$。	如果大臣给1~2个议案投票，则必须全部满足；否则最多有一个不满足。然后我们就可以用 2-SAT 来解决。	时间： $O(N^2)$ 空间： $O(N)$
2009 J	Subway Timing	某个铁路线有N站，呈树形，每条边的通过时间以秒计。将通过时间以分钟计，通过向上或向下取整使得任意两点之间误差最大值最小。 $N \leq 100$。	可以证明误差最大值不会超过 120，然后二分误差最大值，判断能否满足。 对于每个结点i，记录子树i满足误差限制的所有情况下每个子结点到i的误差所在区间。然后从叶子结点向根节点递推。这样可以保证正确性，但是 TLE 且 MLE。 有一个很强的优化：如果两个区间互相包含，那么去掉大的区间。这样不同的区间最多就只剩 120 个了。	时间： $O(120N^2 T\log 120)$ 空间： $O(120N)$
2008 B	Always an	判断一个N次多项式在	只要对于$x = 0,1,\cdots,N$结	时间：

	Integer	x取整数时结果是否总是整数。 $N \le 100$。	果都是整数就可以了。 重点在于读取多项式时要细心判断多种特殊情况。	$O(N^2T)$ 空间： $O(N)$
2008 E	Huffman Codes	给定一棵N个结点的哈夫曼树，要求所有左结点的权值不大于右结点，所有权值均为正整数，总权值为 100。求满足以上条件的哈夫曼树总数。 $N \le 20$。	可以按照生成哈夫曼树的逆序过程，从根到叶子枚举它分给左右结点的权值。自然，它们要小于等于之前分配过的最小权值。 然后可以发现每次分配的必须是当前权值最大的结点（因为它一定是最后一步才合并的）。	时间： $O(N/A)$ 空间： $O(N+100)$
2008 F	Glenbow Museum	一个内角仅为$90°$和$270°$的多边形可以用内角序列表示（R 表示$90°$，O 表示$270°$）。 给定内角序列的长度L，求出满足要求的星形多边形（内部有一点可以看到整个多边形）的内角序列总数。 $L \le 1000$。	根据内角和，序列中有$\frac{L+4}{2}$个 R 和$\frac{L-4}{2}$个 O；然后根据星形多边形，不能有连续两个 O（包括头尾）。用组合数学很容易算出答案是$C_{R+1}^4 - C_{R-1}^4$。 $(R = \frac{L+4}{2})$	时间： $O(T)$ 空间： $O(1)$
2008 I	Password Suspects	已知长度为N的串的M个子串，求可能的N的数量。若不超过 42 则全部输出。 $N \le 25$，$M \le 10$，子串长度$L \le 10$。	将M个子串建立 AC 自动机，然后在 AC 自动机上 DP。 $f[i,j,k]$表示长度为i，走到自动机的结点j，已出现的子串为k的方案数。在 AC 自动机上转移。 输出方案时倒推。	时间： $O(26NML2^M)$ 空间： $O(NML2^M)$
2008 J	The Sky is the Limit	有N个重叠的山，求天际线的长度。 $N \le 100$。	求出所有交点，然后每一段取最高的线段。	时间： $O(N^3)$ 空间： $O(N^2)$
2008 K	Steam Roller	在$N * M$的网格中从$(R1, C1)$到$(R2, C2)$，每条边有时间。但是转向要减速，起步和刹车会使时间加倍。求最短时间。 $N, M \le 100$，数据组数$T \le 21$。	增加几维状态，(i, j, k, l)表示到了(i, j)，方向为k，刚刚走过的边是否加倍。 然后用最短路算法即可。	时间： $O(NM)$ 空间： $O(NM)$

2007 A	Consanguine Calculations	给定父母和孩子的 ABO 和 Rh 血型，有一个人不知道，问他可能的血型。 数据组数$T \le 10$。	稍微有一点生物学常识，血型的判断是非常容易的事情。处理一些细节即可。	时间： $O(T)$ 空间： $O(1)$
2007 B	Grand Prix	有N段二维的赛道，现在将赛道搬到倾角为θ的山上，需要保证赛道高度单调不降。问需要将赛道旋转多少度。 $N \le 10000$。	当$\theta \ne 0°$时，问题等价于 x 坐标不降。 将N个向量提出来，每个向量都计算它所需要的旋转角，然后取交集即可。需要注意一些细节。 注意当$\theta = 0°$时不需要转动。	时间： $O(NT)$ 空间： $O(N)$
2007 I	Water Tanks	有N个有高度的水管排成一排，除了第一个管子是开放的，其余都是封闭的。 相邻的两个管子之间有粗细不计但透水透气的连接管，连接管高度递增。 向 1 号管倒水，问在符合连通器原理和压强定律的情况下最多能道多少水。 $N \le 10$。	这是一道好的物理题，就是N值太小了。 如果一个水管中水的高度达到了它右侧的连接管，那么之后它就与左侧封闭。这样就很好计算了。 所以倒水就是这样一个过程：将 2 号管水位提到它左侧的连接管，将 2 号管水位提到它右侧的连接管，将 3 号管水位提到它左侧的连接管……直到压强使得 1 号管溢出。 在整个过程中只需要知道当前整个体系最低点的压强和每个水管被封闭时的压强（以方便后面计算水的高度）。 值得注意的是，在结束时水管中的水可能分为两部分（最后一个管子压强不够，高度达不到）。	时间： $O(N)$ 空间： $O(N)$
2007 J	Tunnels	有一个N个点M条边的无向图。一个人从1号点出发要到0号点。你要阻止这一行为。 你可以在他走到结点时炸掉一些边，最终使得他无法逃出。询问在最坏情况下最少要炸	初看这道题，觉得这就是一个简单的最小割，但是实际上不然。因为可以在对方决策后再炸毁边。 设f(i)表示从i号点出发在最坏情况下要炸毁多少条道路。那么炸毁道路时一定是将f值较大的炸	时间： $O(N^4MT)$ 空间： $O(M)$

		掉多少条边。 $N \le 50$，$M \le 1000$，数据组数$T \le 5$。	毁，迫使他走向f值较小的点。 那么可以通过类似于Dijkstra的迭代求解:将当前f值最小的点删掉，在剩下的所有点到0号点求最小割来更新。	
2006 A	Low Cost Air Travel	有N种机票，每张机票上有价格和一系列城市的航线，你可以从第一个城市出发完成一部分航线。 先有I条旅游路线，询问用N种机票依次访问完路线上所有城市的最少价钱。 $N, I \le 20$，机票和询问的城市数量$C \le 10$。	对于每个旅行，用(i,j)表示已经经过路线上的i个城市，现在在第j个城市。然后每张机票的每种使用方法作为它们之间的转移。 建完图以后用 SPFA 最短路即可。	时间： $O(N^2IC^2T)$ 空间： $O(NC)$
2006 B	Remember the A La Mode!	有P种饼片和I种冰淇淋，每种有若干个。给定每个饼片和冰淇淋结合在一起的收益，求出用完所有饼片和冰淇淋的利润范围。 $P, I \le 50$。	直接求最小费用最大流和最大费用最大流即可。	时间： $O(P^3I)$ 空间： $O(PI)$
2006 D	Bipartite Numbers	二段数就是可以分为两段，每一段数字都相同的数。求最小的大于N的是N的倍数的二段数。 $N \le 100000$,数据组数$T \le 200$。	很明显二段数可以表示成两个形如$aa\cdots a$和$bb\cdots b$的数的和或者差。设$f[i,j]$和$g[i,j]$表示模N为i的由j组成的最大和最小数。 然后在求出f和g值的同时就可以判断是否存在N的倍数了。最后注意二段数一定要大于N，所以需要特判。	时间： $O(90NT)$ 空间： $O(10N)$
2006 F	Building a Clock	给定一个固定转速的转轴和N个可用的齿轮（另外可以再用无限根转轴），求一种在转轴上安装齿轮组成时钟的方案。每根转轴上最多有3个齿轮。 $N \le 6$，数据组数	这道题显然是搜索。 分析可知，分针和时针是两个独立的系统，只有开头部分可能是公用的。 可以先构建分针系统。每个齿轮和前一个要么咬合，要么在同一个转轴上。如果成功构造出分	时间： $O(N/A)$ 空间： $O(N)$

		$T \le 1000$。	针，再枚举两个系统的分界点，最后构造时针。 写程序时要注意细节。	
2006 G	Pilgrimage	一些人去朝圣，途中有人离开或者加入，每次需要分钱时总钱数恰好都是人数的整数倍，求原先的人数可能值。 操作数$N \le 50$，数据组数$T \le 30000$。	可以发现只有PAY操作时才有可能不是整数倍，所以只要考虑PAY操作。 求出在两个IN和OUT之间的PAY总和，则这个总和应该是前一个 IN 或 OUT后人数的倍数。这也是本题唯一的有关整除性的限制。 当然每次OUT的之后必须人数大于0，这是本题有关人数下限的限制。 枚举开局人数（根据第一个条件只需枚举约数），按照上述条件进行判断即可。	时间： $O(NT)$ 空间： $O(T)$
2006 I	Degrees of Separation	在N个点的图中求最远的两个点之间的距离。 $N \le 50$。	直接Floyd即可。	时间： $O(N^3T)$ 空间： $O(N^2)$
2006 J	Routing	有一个N个点M条边的有向图，问最少要选择多少个点才能满足仅通过选择的点就能让1号点和2号点强连通。 $N \le 100$， 数据组数$T \le 5$。	设$f[i,j]$表示两条路均从1号点出发，分别到达i号点和j号点时最少选择的点数，然后按照i或j下一步走的结点递推。 注意路径共用结点的问题。如果是同方向的共用，则没有问题；如果是反方向的，则$f[i,j]$还可以转移到$f[j,i]$。	时间： $O(N^2MT)$ 空间： $O(N^2)$
2005 B	Simplified GSM Network	在地图上有B个信号塔和C个城市，城市之间由R条通信线路连接。 地图上的每个点都由距离它最近的信号塔控制。有Q个询问，每个询问是使x和y城市通信最少需要几个信号塔。 $B,C \le 50$，$R \le 2500$，$Q \le 10$。	这个问题一眼看上去就需要求Voronoi图，但是不需要真的把它求出来。 我采用的方法是二分出临界点：如果线段的两个端点控制城市不同，则继续二分下去直至找到临界点。	时间： $O(BRQT\log 10^9)$ 空间： $O(R)$

2005 C	The Traveling Judges Problem	有N个点和M条边的图，J个人要到达目标点D。中途可以拼车，求最短的总行驶距离。 $N \le 20$，$J \le 10$。	这个问题一眼看上去就要求斯坦纳树。于是我们采用枚举中间结点的方法。 枚举中间结点，然后求出每种情况下的最小生成树即可。	时间： $O(2^N N^2)$ 空间： $O(N^2)$
2005 E	Lots of Sunlight	有N个建筑物排成一排，给定每层的高度和楼与楼之间的距离。有Q个询问，问某个建筑物的某层能看到阳光的时间。 $N \le 100$，$Q \le 1000$。	根据其他楼遮挡阳光的情况求出倾角范围，然后再根据倾角范围求出时间。 注意细节即可。	时间： $O(NQT)$ 空间： $O(N)$
2005 H	The Great Wall Game	在$N * N$的棋盘上有N个棋子，问将它们移动到同一行或同一列或同一条对角线的最短总距离。 $N \le 15$，数据组数$T \le 500$。	移动到同一行，那么一定是中位数那一行，然后再从左到右依次移动到$1,2,\cdots,N$列即可。 移动到同一列的情况类似。 对于对角线的情况也不难。每个棋子可以得到一个距离相同的区间$[A_i, B_i]$，然后可以贪心：对于一个目标格子K，如果有棋子的A值$\le K$,那么优先分配这些棋子中B值最小的。 如果没有，那么优先分配A值最小的；如有多个，优先分配B值最小的。 然后去除该棋子继续分配即可。	时间： $O(NTlogN)$ 空间： $O(N)$
2005 J	Zones	有N座服务塔，给定它们服务的人数和M个公共部分服务的人数，求修建K个塔服务的最多人数及方案。 $N, K \le 20$，$M \le 10$。	枚举K个塔，计算它们服务的人数取最大值即可。可以用位运算加快速度。	时间： $O(KN^K)$ 空间： $O(2^N)$
2004 C	Image is everything	一个$N \times N \times N$的立方体，每个单位立方体六个面颜色相同。 现有部分单位立方体缺失。给你六个面的视	从完整的立方体开始，如果有不符合要求的单位立方体就删除，直至没有。这样一定是最多的。 本题需要有很强的空间	时间： $O(6N^3T)$ 空间： $O(6N^3)$

		图，求它最多由多少个单位立方体组成。 $N \le 10$，数据组数 $T \le 5000$。	想象能力，注意细节。	
2004 H	Tree-Lined Streets	在N条道路上种树。一条街上树之间的距离不能低于 50 米，树与路口的距离不能低于 25 米。问最多能种多少棵树。 $N \le 100$。	求出所有路的交点，然后把路分成若干个小段来考虑。 注意端点的情况。	时间： $O(N^2)$ 空间： $O(N^2)$
2003 H	A Spy in the Metro	有N个线性分布的地铁站，M_1条从1到N的地铁和M_2条从N到1的地铁。给定相邻两站之间的时间和每趟地铁的出发时间，求要在时间P正好到达第N站，在地铁站最短的停留时间。 $N, M_1, M_2 \le 50$，$P \le 200$。	设$f[i,j]$表示在时间i到达第j站的最短停留时间。然后就可以很简单地转移了。 因为M_1条线路都是一样的，所以可以利用单调性优化；M_2也是如此。	时间： $O(NPT)$ 空间： $O(NP)$
2003 I	The Solar System	给定行星轨道的半长轴、半短轴和环绕周期，询问在特定时间的位置。 数据组数$T \le 100$。	根据开普勒第二定律求出扫过的面积，然后二分倾角。对于每个倾角算出次数扫过的面积。 只需要注意是否超过$180°$即可。	时间： $O(T\log 10^9)$ 空间： $O(1)$
2003 J	Toll	在有N条路的地方，有P件货需要运达，但是经过一个城市要交$\frac{1}{20}$的税，经过一个村庄要交1件货的税。问如何选取路径使得最开始准备的货数量最少。 城市和村庄数不超过52，数据组数$T \le 10$。	从目的城市到出发城市逆推，然后就有类似于最短路的迭代过程，SPFA 即可。	时间： $O(NT)$ 空间： $O(N)$
2002 A	Balloons in a Box	在盒子中有N个点有气球，可以按任意顺序吹。气球膨胀直到碰到盒壁或其它吹好的气球。不能吹盒子外和在其它气球内部的气球。求吹完气球后盒子剩	直接暴力搜索，注意判断点在盒子外和点在其它气球内部的情况。	时间： $O(N!)$ 空间： $O(N)$

		下的最小体积。 $N \le 6$。		
2002 C	Crossing the Desert	你要穿越沙漠，走一英里要消耗一单位水和一单位食物。但中途有N个绿洲可以存储食物和获得无限水。给定你的最大负重M，询问穿越沙漠所需准备的最少食物量。 $N \le 20$。	首先，由于水的供给无限，我们只要考虑食物。f(i)表示想要到达终点，在绿洲i至少要有的食物量，然后考虑i之前一个的绿洲j。 从j到i可以储存$M - 2d_{i,j}$的食物，在i和j之间来回一趟可以在i多储存$M - 3d_{i,j}$的食物。然后就可以算出f(j)。 于是就有了一个类似于最短路的迭代，SPFA 即可。 注意样例三的名词单数。	时间： $O(N^2)$ 空间： $O(N^2)$
2002 E	Island Hopping	有N个岛，1号岛连入了网络，你要使所有岛都连入网络。给定N个岛的坐标，在两个岛屿之间修电缆的时间正比于距离。所有电缆同时修建，求在电缆总长最小的情况下的平均接入网络时间。 $N \le 50$。	求出最小生成树后直接求即可。	时间： $O(N^2 \log N)$ 空间： $O(N^2 \log N)$
2002 G	Partitions	给定$N * M$矩形的两个划分，求出两个划分的并和交。 $N, M \le 20$，数据组数$T \le 6$。	两个划分的并就直接将两个图合并即可。 两个划分的交也可以将两个图求交，但是结果可能不是划分。然后需要修正：用 floodfill 寻找每一个矩形，将矩形内部的边全部删掉即可。 注意一些细节。	时间： $O(NMT)$ 空间： $O(NM)$
2002 H	Silly Sort	一个长度为N的序列要排序。交换两个数的位置代价是被交换的两个数的和。求最小总代价。 $N \le 1000$。	可以将序列分成若干个轮换，在每个轮换中有两种方法： 1. 将轮换中的最小值与其他每个数交换一遍； 2. 将整个序列中的最小值与轮换中的每个数	时间： $O(NT)$ 空间： $O(N)$

			交换一次。 然后求出两种情况的最小值即可。	
2001 A	Airport Configuration	给定一个N个城市之间转机情况和M个机场布局方案，将每个方案的最优性排序。 $N \le 25$，$M \le 20$。	直接求出每个方案的代价，然后排序即可。	时间： $O(N^2M + M^2)$
2001 B	Say Cheese	在一块奶酪中有N个球形的小泡，问从起点到终点所需要经过的最少的奶酪长（小泡不算）。 $N \le 100$，数据组数$T \le 10$。	将起点和终点看作半径为 0 的小泡，然后用N个球心直接最短路即可（如果两个球相交则距离为 0）。	时间： $O(N^2T)$ 空间： $O(N)$
2001 F	A Major Problem	一个关于音乐的变调问题。 数据组数$T \le 100$。	打表然后就$O(1)$了，不过打表挺麻烦的。	时间： $O(T)$ 空间： $O(1)$
2001 G	Fixed Partition Memory Management	有N个程序和M个内存分区，给定每个程序在每个分区的运行时间。同一个分区同一时刻只能运行一个程序。求所有程序运行完成的最少总时间和方案。 $N \le 50$，$M \le 10$。	考虑每个程序对排在它后面的程序的影响。 (x,y)表示第x个分区倒数第y个程序。将N个程序与N个位置匹配，用 KM 求出最优方案。	时间： $O(N^3M)$ 空间： $O(N^2M)$
2001 H	Professor Monotonic's Network	判断一个M个比较器的N值比较网络是否是排序网络以及求它的运行时间。 $N \le 12$，$M \le 150$。	第一问用 0-1 原则，所以只需要判断2^N个01序列就可以了。 第二问更简单，记录每个值最后用到的时刻就可以知道这个比较器工作的时间。	时间： $O(2^NM + M)$ 空间： $O(N + M)$
2001 I	A Vexing Game	一个$NR \times NC$的消方块的游戏。方块可以相邻的空位移动一格，悬空的会下落，有两个或以上相同的方块相邻则可以消掉。问最少移动多少步可以使所有方块消掉，并求方案。 数据保证存在11步以内的解法。	这道题显然是搜索，但是朴素的 BFS 要超时。要加两个优化： 1. Hash 表判重； 2. 考虑一个字母出现了几次，利用它们横坐标的差值对步数下界进行估计，来剪枝。 也许有其它更好的方法。	时间： $O(N/A)$ 空间： $O(N/A)$

		$NR, NC \le 9$，数据组数 $T \le 5$。		
2000 E	Internet Bandwidth	计算的N个结点，M条无向边连接的网络中两点之间带宽的大小。 $N \le 100$。	直接最大流即可。	时间： $O(N^2M)$ 空间： $O(M)$
2000 F	Page Hopping	求N个点的有向图中任意两点之间的平均距离。 $N \le 100$。	直接 Floyd 求最短路即可。	时间： $O(N^3T)$ 空间： $O(N^2)$
1999 A	Bee Breeding	给定一个螺旋状标号的蜂巢，求第a个蜂巢和第b个蜂巢的距离。 $a, b \le 10000$，数据组数$T \le 100$。	建立斜坐标系，预处理每一个蜂巢的位置。 对于两个蜂巢，算出它们在 x 和 y 方向上的距离，然后再考虑一下第三个方向即可。	时间： $O(10000 + T)$ 空间： $O(10000)$
1999 D	The Fortified Forest	有N棵树，砍伐一些树将剩下的树围起来，使得砍伐的树价值最小。 $N \le 15$，数据组数$T \le 10$。	枚举砍伐的树，求剩下的树的凸包周长，然后判断是否可行即可。	时间： $O(2^N NT)$ 空间： $O(N)$
1999 E	Trade on Verweggistan	有N个工厂，每个工厂有B_i个箱子的货物。在每个工厂只能买前几个货物，然后以10元的价格卖掉。问买几个利润最大，并求出所有的买的数量。 $N \le 50$，$B_i \le 20$，数据组数$T \le 10$。	先求出在每个工厂的最大利润和在最大利润的情况下可以买多少个，然后 DP 即可。	时间： $O\left(N\left(\sum B_i\right)^2\right)$ 空间： $O\left(N\sum B_i\right)$
1999 H	flooded!	在一个$N * M$地图中每个点有高度，有体积V的积水，问水的高度和覆盖面积。 $N, M \le 30$。	将点按照高度排序，然后依次判断即可。 注意细节。	时间： $O(NMTlogNM)$ 空间： $O(NM)$
1998 B	Flight Planning	飞机飞N段高度，每一段用特定高度飞消耗特定量的燃油，爬升高度也消耗燃油。问到终点消耗的最少燃油。 $N \le 100$。	$f[i, j]$表示第i段飞完高度为j的最少燃油消耗，然后直接 DP 即可。	时间： $O(20^2NT)$ 空间： $O(20N)$
1998 C	Lead or Gold	给定三种金属的N种合金，询问另一种合金能否由已有的合金混合	将合金(a, b, c)表示成点$\left(\frac{a}{a+b+c}, \frac{b}{a+b+c}\right)$，然后就是	时间： $O(NT)$ 空间：

		出来。 $N \le 100$，$T \le 100$。	询问一个点是否在若干个点的凸包中。 求出N个点的凸包，然后判断一个点是否在凸包中就很简单了。	$O(N)$
1998 G	Spatial Structures	在$N \times N$的黑白图和四分树黑色结点序列之间互相转化。 $N \le 64$。	按照题目的意思模拟即可。可以用前缀和加速子矩阵全黑或全白的判断。注意一行输出12个数。	时间： $O(N^2 \log NT)$ 空间： $O(N^2)$