

# ydc的字符串 解题报告

杭州第二中学 陈思禹

## 1 试题来源

2015年集训队互测

## 2 试题大意

给出 $n$  ( $n \leq 5$ ) 个字符串，初始总长度不超过 $2 \times 10^5 + 20$ ，字符集大小为 $m$  ( $m \leq 10^5$ )。定义字符串 $s$ 通过 $[l, r]$ 与字符串 $t$ 相等表示在 $s$ 前加一个 $[l, r]$ 区间内的字符后与 $t$ 相等 ( $l, r$ 为给定常数)。通过要求进行 $q$  ( $q \leq 2 \times 10^5$ ) 次操作，分为四种：

- ①在第 $x$ 个字符串后面加上一个字符 $c$ ；
- ②询问在第 $k$ 次操作过后的 $x$ 串通过 $[l, r]$ 与多少个当前 $y$  串的子串相等；
- ③将第 $x$ 个串改为第 $y$ 个串；
- ④读入一个字符串 $s$ ，询问 $s$ 通过 $[l, r]$ 与 $n$ 个串中多少个子串相等。

保证任意时刻 $n$ 个串长度均不超过 $4 \times 10^5$ ，操作4中读入的串总长度不超过 $10^6$ 。要求操作必须在线。

## 3 分析

字符串的在线操作往往会选择后缀自动机。注意到这里涉及到 $n$ 个串及它们的修改，我们考虑对 $n$ 个串的 $Trie$ 树建后缀自动机。值得注意的是字符集太大，需要在后缀自动机中用 $map$ 省空间。鉴于后缀自动机是可以不断扩展的，它可以支持一个串的扩展自然也可以支持 $Trie$ 树的扩展。因此后缀自动机的建立和第1种操作较为容易。

下面我们来考虑询问的问题。先不考虑 $[l, r]$ 的限制，若单是询问出现次数则只需维护 $Parent$ 树的子树信息（即节点的 $Right$ 集合包含第 $i$  个串中的位置个

数,  $1 \leq i \leq n$ ) 即可。而后缀自动机在扩展时 *Parent* 树上点的父亲可能改变, 或是新加一个叶子。这个可以用动态树维护, 但是注意到只需询问子树信息, 平衡树维护 *DFS* 序显得更为方便, 因为一棵子树就是 *DFS* 序的一个区间。

但是注意到有第3种操作, 我们考虑能否在平衡树上增加标记来维护。可以注意到询问的子树信息都是当前的, 所以不必考虑可持久化的问题。其实可以建立一种映射, 即  $p(i)$  表示第  $i$  个串被修改为第  $p(i)$  个串。这种映射显然是可以复合的 (类似复合函数), 因此第3种操作也解决了。

最后还剩的问题就是对  $[l, r]$  的处理。定义对于后缀自动机的节点  $u$ ,  $pre(u, i)$  表示  $u$  对应的 *Right* 集合对应的位置倒数第  $i$  个字符, 这个可以通过在 *Trie* 树上任意一个 *Right*( $u$ ) 中的节点开始倍增求出。假设询问串为  $s$ , 加入了  $[l, r]$  的约束后可能恰好依旧只需在 0 或 1 个子树中询问 (出现  $s$  处之前的字符只有一种), 这种情况可以特判 (需要注意  $pre(u, |s| + 1)$  是否在  $[l, r]$  范围内); 否则会出现在多个子树中, 但显然它们的父亲相同, 设为  $u$ , 且  $u$  对应的 *Right* 集合中的子串的公共后缀就是  $s$ , 设这个公共后缀的长度为  $len_u$ 。如果我们把  $u$  的所有孩子  $v$  按  $pre(v, len_u + 1)$  排序, 那么  $pre(v, len_u + 1)$  在  $[l, r]$  内的孩子会变为连续的一段, 这样也只需询问 *DFS* 序中连续的一段即可。维护这个孩子的顺序用 *set* 或平衡树均可。这样第4个操作就没什么问题了, 至于第2个操作中第  $k$  次操作后的  $x$  串只需开一个数组记录一下其末尾对应的节点即可。

若总串长为  $L$ , 则总复杂度大致为  $O(L \log L)$ , 可以通过所有测试数据。