IOI2016中国国家集训队作业解题报告。

——余姚中学张浩威

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 试题编号 | 名称 | 题目大意 | 算法讨论 | 时空复杂度 |
| Codechef JUNE 11 | Attack of the Clones | 存在一个形如f:A->B的函数叫做布尔函数，A是长度为n的仅由0和1组成的集合，B={0,1}。现在有4个操作。  Z：f(0,…,0)=0。P：f(1,…,1)=1。D：!f(x1,…,xn)=f(!x1,…,!xn)。A：f(a1,…,c,…,an)=f(a1,…d,…,an)则f(b1,…,c,…,bn)=f(b1,…,d,…,bn)且对于c和d都成立。现在给定一个表达式(存在差，并，交，补)，求存在多少函数。 | 考虑一个4位二进制编号，表示是否属于ZPDA，求出它所对应的个数即可。但是这个问题比较困难，考虑放松条件，将一定不属于改为可能不属于，这个十分好求。具体地，对于其中16个数都手算出可能的答案。然后再通过一些位操作返回给原先需要知道的答案就可以了。表达式的答案我们可以用简单的栈来解决。 | N/n |
| Codechef JUNE 11 | Minesweeper Reversed | 给定一个扫雷棋盘，其中雷的位置给定，与传统扫雷一样，问至少点击多少格子，能够扫完这盘雷。 | 首先雷是必须扫一次才能扫完的，与雷相邻的点称为1号点，其余为2号点，那么2号点所组成的联通快都是能一次消完的，考虑到所有1号点至多与两个2号点相邻，因此把这个点看做边，2号点的联通快看做点，直接跑一次带花树即可。 | TR^2C^2/RC |
| Codechef JULY 11 | Trail of Doom | 存在一个n\*m的八联通矩阵，每个格子是红色或者蓝色，从(1,1)出发到(n,m)，每离开一步，原先的位置及4联通的方块都会改变颜色，给定红色格子的位置，要求最终到达目标时格子全是蓝色的。问是否存在方案。 | 当min(n,m)>=2时，我们令f[i][j]表示这个格子到达是否是奇数次，可以发现存在一种策略使得可能到达所有状态。考虑n<=m的情况，若一个方格(i,j)需要被改变颜色，则我们可以通过使用f[i-1][j]来完成这个任务，这样每个方格都表示第一列的方格状态，发现存在循环节，我们可以通过线性基来解决。当存在n,m其中一个数为1时，我们发现往回走和返回的步数都是偶数，直接判断就可以了。 | Min(n,m)^2\*16000/min(n,m)^2\*16000（16000为循环节大小） |
| Codechef JULY 11 | Billboards | 一个长为n的01序列，其中每连续m个一定存在至少k个1，且使得1的个数最少，求方案总数。 | 首先最少的1的个数是确定的。现在我们只需知道方案个数。假设n是m的倍数，我们要构造一个k\*(n/m)的矩阵，第i行j列表示第j段中第i个1在这段的位置，如果该序列合法，则矩阵中，每列单调增，每行单调不增。这和杨氏矩阵类似，答案为π(i,j)r+j-ihook(i,j)。其中r为集合大小，hook为钩子数。当n不是m的倍数时，我们只需确定其中n-km位后可以直接转化为这个问题。 | Mk/忽略不计 |
| Codechef AUG 11 | Shortest Circuit Evaluation | 给定一个布尔表达式，以及每个变量是true的概率，通过调整使得它有效运算次数的期望最小化。 | 本题可以使用贪心来解决，我们肯定是尽可能的将最先运算到的让它得到答案的概率最大化，这只要在字符串处理的过程中维护一个栈就可以了。接下来的操作十分简单，就是每次找最小或最大就行了。 | N/n |
| Codechef AUG 11 | Something About Divisors | 给定B和X，求满足条件的N的个数，至少存在一个数D(N<D<=B)能整除N\*X。 | 令i=NX/D，那么如果我们枚举所有的i，为了避免重复计算N，可以枚举i是NX的约数且不存在大于i小于X的数是NX的约数这样的N。令Ai=i/gcd(i,X)，有N=Aip。这里p是<=Bi/X/Ai的。这里Bj=j/gcd(Ai,Xj)。所以我们可以枚举可能的i，对答案进行容斥，即ansi=Σ(-1)^t\*P/lcm(Bj,Ai)。考虑到lcm的个数并不会很多，直接DP就可以了。 | X^2K/XK(这里K是可能的lcm的数量) |
| Codechef SEPT 11 | ring Hexagons | 存在长度为1~n的无限多的木棍，要求选6根木棍使得能组成六边形，且最长的木棍长度>=L，其余木棍长度<=X且相同长度木棍不超过K个。问方案总数对质数取模后的结果。 | 发现N-L至多只有100，显然可以枚举最长的木棍。令dp[a][b][c][d][e]表示考虑了后a位的取值，与最长木棍的差为b，进位为c，大小情况为d，后面a位与X的大小关系为e。转移的话只要枚举5根木棍是0还是1就可以了。 | 5\*100\*lgn\*2^5\*Bell(a)/5\*100\*2^5\*Bell(a) |
| Codechef SEPT 11 | Short | 给定两个数n,k。求存在多少数对a,b使得n<a,b<k且ab-n可以被(a-n)(b-n)整除。 | 假设a>=b，则b=n+(n\*(a-n))/(p\*(a-n)-a)，枚举所有可能的a，再枚举n(a-n)中的所有约数，就可以求得p和b的值，判断是否合法累加进答案。我们发现a<=2n+根号(2n^2-n)，于是a的取值范围在O(n)左右。除了这么做可以直接枚举p，来接出d和a，判断是否合法。其中用哪个枚举视情况而定。 | Tnx(x表示枚举的次数)/nlgn |
| Codechef OCT 11 | Sine Partition Function | 令F(m,n,X)=Σsin(k1,X)sin(k2,X)...sin(km,X)，其中k1+k2+...+km=n，且ki是非负整数，求f(m,n,X)的值。 | 令f(n,m)=Σkπ(i=1->m)sin(kiK)  G(n,m)=Σkπcos(kmK)π(i=1->m-1)sin(kiK)。  根据和角公式  F(n,m)=(f(n-1,m-1)+g(n-1,m))sin(K)+f(n-1,m)cos(K)。  G(n,m)=(f(n-1,m-1)+g(n-1,m))cos(K)-f(n-1,m)sin(K)。矩阵优化DP即可。 | M^3lgn/m^2 |
| CodechefOCT 11 | The Baking Business | 存在Q个操作，每个操作可能有两种。1：插入一个商品。2：查询某个块中的商品的和。具体块的定义比较繁琐详见题意。 | 可以用一个数组来记录这个块中的和，0表示没有限制，每次插入时就可以更新这个数组来实现下次询问。注意需要对年龄记录前缀和来加速查询。 | Q/Q |
| Codechef NOV 11 | Luckdays | 给定A,B,X,Y,Z,P,C，按照某个方式生成S数组，接下来Q个询问形如L~R中存在多少Si=C。 | S显然是存在循环节的，这个循环节最多不超过p^2，如果要求Si，我们可以用矩阵乘法来求得，现在的问题是存在多少Si=C，这里我们可以用大步小步来求得第一个循环节中Si=C的i。知道循环节后就能非常简单的得到答案了。 | Tp根号p+TQlgp/p根号p |
| Codechef NOV 11 | Colored Domino Tilings and Cutsontest | 构造一个n\*m的棋盘，要在上面放1\*2的不同颜色的多米诺骨牌，使得相邻两个多米诺骨牌颜色不同。在割最少的前提下颜色数最少。若一条直线可以完美分割成两个棋盘，这样的直线叫做割。 | 令n<m，我们可以构造n=1,m是偶数。N=2,m是偶数。N=2,m是奇数。N=3,m是偶数。N=4,m是偶数。N=4,m是奇数。N=6,m=6的解。对于其它的答案一定能构造出割为0的方案，具体方法可以先构造n=5,m=6的棋盘，在这之间插入一条n个多米诺骨牌就能构造n=5,m=8了，这样依次类推。但是颜色还是需要通过dfs得到的。 | Nm/nm |
| Codechef NOV 11 | Stepping Average | 给定n个数，每次可以合并两个数，合并后的权值为(ai+aj)/2，经过n-1次合并后与k的值尽可能接近。 | 假如每次合并都是合并前一次合并的两个数得到的值和另一个数合并的话，我们发现第i个数对答案的贡献为1/2^(n-i+1)。因此我们只需要知道前30个数是啥即可。由于tsinsen上条件很宽怎么样都能过。 | 实现方式/实现方式 |
| Codechef DEC 11 | Hypertrees | 定义3-超图为每一条边连接3个点的图，一个3-超树为删去某条边后图不联通的图，给定n，求含有多少种本质不同的n个带标号节点的3-超树。 | 考虑每条边，连接的3个点中只有一个点是属于这条边的，假设将这些点移除，则剩下的点会形成一个点双联通的普通图，暴力这种图的个数，计算3-超数的个数，再暴力将小的3-超树组装成大的3-超树更新答案即可。 | 暴力求出答案打表可以做到O(1)。 |
| Codechef DEC 11 | Short II | 给定一个质数p，问存在多少对a,b(a,b>p)满足ab%(a-p)(b-p)=0 | 原问题可以转化为ab%p(a+b+p)=0的对数。  分2种情况讨论。  1：存在两个数能被p整数，满足条件的只有5对。  2：两个数没有同时被p整数，假设ab都能被p整除，此时a≠b，我们假设a<b，此时a<1+根号(p+1)，b=(a+p)/(ak-1)，其中k是任意的，令d=ak-1，那么一个合法的解应当满足b>a且a不被p整数且d%(a+p)=0且a%(d+1)=0。我们分两种情况去枚举这个解。发现上届最多为根号(p+1+根号(p+1))。另外当ab不能被p整除时，我们发现(a,p(a+p)/b)与(p(b+p)/a,b)仍然是合法的。 | T根号(p)/忽略不计。 |
| Codechef JAN 12 | Card Shuffle | 给定n张牌，初始时编号为1~n，共有m种操作，每次操作形如Ai,Bi,Ci。意思为将前Ai张牌与Ai+1~Ai+Bi的牌交换，然后将前Bi张牌翻转，再将Bi+1~Bi+Ci的牌与前Bi的牌交换。问你经过m次操作后每个位置摆放的牌是什么。 | 这里我们需要寻找到一个数据结构，能够支持区间移动与区间翻转。这里Splay与Treap都是可以做的。笔者更倾向于Treap，只要写出split与merge操作就可以了。代码十分优美简单。 | nlgn/n |
| Codechef JAN 12 | Cool Numbers | 一个n位数X，若存在三个位数的和为s，且(X1+X2+...+X(n-s))^s是n的倍数，那么n是cool number，要求小于等于N和大于等于N最接近的cool number是啥。 | 一个数是cool number，当且仅当存在不超过3个非0位，或者满足(9k-27)^27>10^(k-1)，这里k的上界是77，第二类cool number个数很少可以直接打表求出来。然后我们要做的只需找到最近的第一类第二类的Cool number。其中第一类cool number的找法十分简单。 | T(logn)/n |
| Codechef FEB 12 | Find a Subsequence | 给定一个长度为5的排列p和一个序列ai，要求找到一个A的长度为5的子序列满足序列B中恰好有pi-1个数比Bi小。 | 我们可以枚举第2,4个数的下标，然后贪心着去取第1,5个数的值，得到这4个数之后，第3个数的大小就受到了约束，只要在某个范围内存在解，就直接暴力一遍得到解就行了。因此需要用前缀区间和来实现这一操作。 | Tn^2/n^2 |
| Codechef FEB 12 | Flight Distance | 给定n个点m条边的一张无向图，增加或减少一条边的长度需要花费相应的价钱，求最小化价钱和使得对于所有边，不经过这条边的最短路<=该边的长度。 | 先预处理出所有两点间的可能的路径，这样我们能列出P个不等式，由于不要求是整数，所以直接上单纯形就可以了！ | Pn/Pn |
| Codechef MAR 12 | Evil Book | 存在n个怪兽，每个怪兽需要消耗Ci的努力，得到Mi的魔法。可以消耗X点魔法使得某个怪兽Ci和Mi都变成1/3。求最少需要多少努力能够得到的魔法>=666。 | 第一个人一定不能消耗X点魔法，对于其余的人，我们一定能将它的魔法搞到666以下。即使用i此魔法，使得Xi<d/3^i。对于每一个使用魔法的数目范围一定是一个长度不超过4的区间，因此可以直接搜索。  一个剪枝是最优方案对于每一个人使用的魔法都是单调不减的。这样就能很短的时间通过本题。 | Dfs次数/n |
| Codechef MAR 12 | Ciel and Earthquake | 在一个n\*m的网格图里，每条边有p的概率摧毁，问左上角和右下角联通的概率。 | 看到n<=8显然是插头dp。通过暴力可知连通性最多只有3000种左右不同的可能。因此可以预处理转移之后用nm\*3000的时间来得到一组解。当m很大的时候，发现答案会趋向于0，因此只要令m取到一个足够大的数字即可。 | Tnm3000/nm3000 |
| Codechef APR 12 | CONNECT | 给定一个矩阵，取位置需要花费不同的代价，问最少花费多少代价，能选择一个四联通快且该联通快包含至少k个正整数且不含-1。 | 若考虑该矩阵中只有k个元素，那么可以用经典的斯坦纳树来解决这个题，复杂度为nm3^k。本题可以采用这个思想，将nm个元素关于k映射，正确的概率为(nm)!/(nm)^(nm)，可以采用随机多次来增加正确的概率，我采用了随机400次试了2个随机种子就过了。需要加上最优性剪枝。 | Xnm3^k其中X为随机次数/nm2^k |
| Codechef APR 12 | Substrings on a Tree | 给定一棵树，每个节点上都有一个字符，求存在多少种不同的从某个点到该点谋祖先的路径所组成的字符串。并且有多个询问，每个询问给定26个字母的大小关系，并询问第k小的在树上的字符串是啥。 | 构建SAM，因为SAM构建好后一定形成一个DAG，考虑在这个DAG上递推出以某点出发能到达的不同字符串的个数，记为siz[i]。那么第一问显然就是siz[root]。对于接下来的询问，每次在当前点中考虑26个字母对应的siz值，前往符合询问的位置就可以了。 | Nlgn/n |
| Codechef APR 12 | Similar Graphs | 给定两个图，给它们重标号，使得对于i,j，a[i][j]=b[i][j]=1的点对尽可能多。 | 这个题只需要模拟退火就能通过tsinsen上的所有点啦！ | 模拟退火复杂度/n^2 |
| Codechef MAY 12 | Little Elephant and Boxes | 存在有n次冒险，每次冒险有pi的概率获得vi的钱，有1-pi的概率获得一颗钻石。有m件物品，每件物品需要ai的钱和bi的钻石。每次尽可能取最多的物品。问期望取多少物品。 | 考虑meet int the middle。先枚举前x次冒险得到a块钱b个钻石的概率。然后用背包求出用a块钻石买b个物品最少需要多少钱。对于剩下n-x次冒险，我们枚举当前有多少钻石和买了多少商品，即可在前一次求出的数组中进行快速查询。当x取到20左右时能通过本题。 | X\*2^x+n^2x\*2^(n-x)/2^x\*n |
| Codechef MAY 12 | Selling Tickets | 给定一个图，选择一个数X，使得图中任意i条边组成的子图中，边数不超过点数，其中i<=X。问X最大是多少。 | 分两种情况讨论。  1：两点之间存在超过2条路径可达，此时我们可以通过枚举两个点，从起点开始BFS出3条最近的路来更新X。  2：找出一个简单环，枚举其中一个度数超过2的点并以它为根进行DFS，我们可以将这个环两端的到根的距离和加上环的长度来更新答案。 | n^2m/m |
| Codechef JUNE 12 | Expected Maximum Matching | 给定一个二分图中每条边出现的概率，求最大匹配的期望。 | 考虑到n=5，因此可以状压dp。根据HALL定理，如果左边某集合S可以和右边完全匹配，则每一个S的子集都至少与|S|个右边的点连接。令dp[i][k]表示考虑右边前i个点，左边的情况是k的方案总数，实际上当n=5时有用的k的大小在4000左右，直接dp即可。 | mK,mK |
| Codechef JUNE 12 | Misinterpretation 2 | 一个字符串是好的当且仅当将其偶数位的字符提到前面后和原串相同，问长度为L~R的仅包含小写字母的字符串中有多少是好的。 | 可以发现一个循环实际上就是一个置换，答案显然应该是26的某个幂次，令ord(mo)为2模mo的阶，gcd(i+1,n)=p的i每ord(mo)个一组构成若干置换，可以得到幂实际上=Σp|(n+1),p>1中phi(p)/(ord(p))个，因此我们可以对L~R这些数分解质因数，预处理出根号R以内的要求的值，用一种小于O(n)的奇怪的做法求出ord，然后按照式子将L~R计算出答案累加即可。 | R^(3/4)/lg(R)+根号Rlg(R)+50000\*(根号R/lg(R)+lg(R)^2)/根号R+50000lg(R) |
| Codechef JUNE 12 | Closet Points | 在一个三维空间内，给定n个点与Q个询问，每次询问形如在n个点中与它欧式距离最短的点是哪个。尽可能多的保持正确率。 | 我的做法是先提取出200个左右的数，保证它们一定是正确的，然后将这200个答案设为可鞥成为最优答案的点，用这些点去更新所有询问。虽然这并不能保证100%最优，但是也是比较优的解了。 | 200n/n |
| Codechef JULY 12 | Dynamic GCD | 给定一棵点数为n的带点权的树。要求维护2种操作。1：链加。2：询问链的gcd。 | 若在区间上执行这两个操作，我们可以将区间差分，然后一个操作将li~ri增加d相当于是将li增加d，将ri+1减少d。然后在线段树中直接维护gcd即可。由于这里是树，因此要树链剖分，两个点之间经过树剖后所经过的重链和轻链都是在lgn条的。因此执行lgn次上述操作即可。 | mlg3n/n |
| Codechef AUG 12 | Two Magicians | 两个人在一个无向图上博弈。双方轮流进行。设现在进行的人是A，另外一个人是B。若A与B在同一联通快中，A获胜。否则A增加一条还未出现过的非自环的边，若无法操作，B获胜。若A存在能量，则可以加边后减少一点能量并条到任意一个位置。 | 本题思考过程较为繁琐。具体来说可以分为以下几个步骤。若初始时1号与2号处于同个联通快，直接输出First。令f表示还剩下没连的边是否是奇数。若n是奇数则，若f是真输出First，否则输出Second。若双方没有能量，若f是真且双方所在联通快均为奇数或者f为假且双方所在联通快均为偶数，输出First，否则输出Second。令sum为联通快的个数。若sum=2且f为真且双方所在联通快均为奇数，输出Second，否则若sum<3且f为假且双方所在联通快均为偶数，输出First。否则根据f来输出答案。 | Nαn/n |
| Codechef AUG 12 | A game of Thrones | 给定一个序列有n种数，第i种数是ui出现了ci次。两人博弈，每次要选出一个数是上一个数的因子且它们倍数时质数。你需要判断谁必胜，若第一个人必胜输出第一次能取得数的最大值。 | 如果第一个数是A，第二个数能取到B，那么我们将A连向B，可以使用miller-rabin来实现这一操作，第二个人必胜当且仅当这个图存在完美匹配。然后我们枚举一个点当做初始状态就可以了。可以使用退流来加速。 | N^2lgn+maxflow(n,nlgn)/nlgn |
| Codechef SEPT 12 | SIMNIM | 给定n堆石子且它们异或后是0。尽可能多的分为几块，使得每块异或后都是0。 | 我的做法是每次尽可能地挑选最少的石子进行合并。做法可以通过再异或方程组上实现。但这并不是最优的，只能是较优的，但已经足够通过tsinsen上的所有数据。 | T\*ans\*n\*60/n |
| Codechef SEPT 12 | PARADE | 给定一张图，可以有任意骑士在图上走，花费为c\*(骑士没回到自己初始点的数量+未经过节点数)+Σ每条边的权值\*经过的骑士，每次询问给定c，求最小花费。 | 这题可以转化为最小路径覆盖问题。即先做一次floyd求出最短路，然后将每个点裂点，变成一个二分图。相当于求二分图带权最小权的最大匹配。每此匹配相当于减少一个c。每次询问只要枚举c的数量就可以了。 | Maxflow(n,n^2)+n^3/n^2 |
| Codechef SEPT 12 | Knight Moving | 给定一个无限大的棋盘，每次可以向骑士一样往右上角走，其中最多有K个障碍，问从(0,0)走到(X,Y)的方案总数。 | 本题显然可以容斥，表示必须经过这些障碍点时的方案总数，由于x,y两个向量是无关的，因此可以映射到一维坐标上，既然这样我们只需要暴力DP就可以咯。 | K^2\*2^k+XY/XY |
| Codechef OCT 12 | Maximum Sub-rectangle in Matrix | 给定一个矩阵，选择一些行和列，使得被选中的元素的和尽可能大。 | 我们可以每次选择一个当前行和当前列和尽可能大的那一个。然后累加进答案里。在外面套一层模拟退火就能得出一个较优的解。 | Nm\*模拟退火次数。 |
| Codechef NOV 12 | Arithmetic Progressions | 给定n个数，问存在多少三元组i,j,k(i<j<k)使得ai+ak=aj+aj。 | 考虑分块，对于块中的所有数直接暴力求得答案，对于几个块之间的答案，可以直接通过FFT来求得。另外值得注意的是，本题用暴力也是可以过的！ | 令size为块的大小，时间复杂度为nsize+n/size\*30000lg(30000)。 |
| Codechef NOV 12 | Martial Arts | A队和B队各有N各人，A队第i个人和B队第j个人双方比分为ai,j:bi,j。共进行N场比赛，A队想让Σa-Σb最大化，这之后B队可以阻止其中一场比赛的进行。在这种情况下求Σa-Σb的最大值。 | 我们可以令每条边为ai,j-bi,j。我们可以先排序后枚举对方会删掉哪一条边，如果我们强制匹配了这条边，最终的价值为除去这条边后剩下的点的最大匹配。因此只需高效实现加入一条边和强制匹配这条边就可以了。我们使用KM算法中的每个点的Label值，只需每次维护Label值即可高效的维护最大匹配。由于题目要求Σa也要最大，因此只需要用pair就可以了。 | N^4/n^2 |
| Codechef DEC 12 | Different trips | 给定一棵树，每个节点上存在一个编号，问存在多少条不同的从某个点到根的路径。两条路径不同当且仅当长度不同或者存在某个位置的编号不同。 | 这和ZJOI cls出的第三题十分相似，并且这个题只需要对到根的路径即可，因此我们可以转化为从根到点的路径，本质上是相同的。在sam上跑一跑就可以咯！这里由于编号可能很大，因此需要hash。当然也可以直接开map来存储。 | nlgn/n （这里lgn是map的复杂度） |
| Codechef JAN 13 | Cucumber Boy and Cucumber Girl | 令f[i][j][k]表示第i栋大楼的第j家店制作的第k个配方的价格，其中有B栋大楼，N家店和N个配方，如果i\_1和i\_2栋大楼合作（其中N家店两两合作），共有N!种不同的方案，如果j\_1和j\_2合作，那么价格为Σf[i\_1][j\_1][k]\*f[i\_2][j\_2][k]，问其中有多少对大楼合作可以在N!种不同方案中存在奇数种价钱是奇数的方案。 | 一个显然的做法是通过位运算在常数时间内算出两个店合作是否是奇数，这样复杂度是N^2B^2的。这个做法本质上可以通过转换成行列式来看待。因此通过Cauchy-Binet公式来简化这个行列式，相当于用两个矩阵的乘法来表示这两个店的合作。这样复杂度可以降为N^3B，此时由于本题是关心奇偶，因此可以用Gauss-Jordan消元法来再一次降低复杂度。 | N^2B+NB^2/64/N^2B/64 |
| Codechef JAN 13 | A New Door | 一个矩阵内有很多圆，求所有圆没被覆盖的弧长和。 | 枚举每一个圆，与其它圆相比较看有多少度没被覆盖，直接累加进答案即可。 | N^2/n |
| Codechef FEB 13 | Obversing the Tree | 给定一棵树，你需要支持3种操作，1：将一条链以等差数列的形式加上去。2：询问链和。3：返回到原来第k次操作后的版本。 | 显然这个题需要进行可持久化。可持久化的做法相当于是不在原来的点上进行修改，而是重新复制一份，由于要进行链操作，所以可以直接用树链剖分来做。普通的线段树上维护等差数列加可以打两个标记表示首项与相邻两项差来维护。注意这两个标记都是可加的。一个优化常数的方法是本题可以标记永久化。 | nlg2n/nlg2n |
| Codechef FEB 13 | Room Corner | 给定一个形如迷宫的图，在90度内角上都有着小朋友，它们可以沿着墙壁走动，每次询问两个小朋友之间的最短距离。 | 沿着第一个小朋友开始顺时针找到所有小朋友，这样一定是一个环，记录每个小朋友到下个小朋友的距离，对于两个小朋友之间的最短路只要在环上分割成两条路径取最小值就可以了。我们可以使用二分来实现这一过程。 | Nm+Tlgn/nm |
| Codechef MARCH 13 | Little Elephant and Colored Coins | 存在N种硬币，每种硬币有它的币值和颜色，并且无限多。总共有Q组询问，每组询问形如至多存在多少种不同的颜色的硬币能构成一个币值为S的。 | 若只考虑判断是否存在。我们可以令MIN为币值最小的硬币，我们只需求出要取到对MIN取模后的所有数至少需要多少币值。这样就能在MIN\*N的时间内完成。由于本题需要求最多颜色数，因此再加一维即可。 | MIN\*N^2/MIN\*N |
| Codechef MARCH 13 | Making Change | 给定n个硬币，每个硬币有币值且有无限多个，且任意两个硬币币值的gcd=1，询问要构成币值为k的方案总数。 | 这个题要用多很多生成函数的知识和广义二项式定理，以及非常多的函数推导。虽然我有一个绝妙的想法，但这里篇幅太小确实写不下。有兴趣的同学可以直接去看官方题解写的十分详细。https://discuss.codechef.com/questions/7416/change-editorial | ΣDi|C|\*T/ΣDi|C| |
| Codechef APR 13 | String Query | 给定一个字符串维护3种操作。1： 首端或尾端或正中间插入一个字符。2：首端或尾端或正中间删除一个字符。3：查询T在母串S中出现了几次。 | 假如只有首端和尾端插入删除，我们可以直接套用经典的CLS的题目来做。然而这里要在中间删除或插入，我们可以从中间分开维护两棵后缀平衡树，每次查询时分情况讨论。在第一棵或者第二棵的情况较容易处理，否则我们取出两颗平衡树的前/后|T|个字符跑一遍KMP即可。 | (|S|+|T|)log(|S|+|T|)/|S|+|T| |
| Codechef MAY 13 | Queries on tree again! | 给定一棵带边权的带环树，保证任意两点间最短路唯一，现在有两种操作。1：把两点间最短路所有边的权值取反。2：询问两点间最短路的边权的最大子段和。 | 先对这棵树做树链剖分，对环上的点做线段树，每次修改和查询可以转换为1次再树链剖分上的操作和lgn次再线段树上的操作。情况有很多，要维护的东西更多，需要码码码。 | Nlg2n/n |
| Codechef JUNE 13 | To challenge or not | 给定n个数，选择其中若干个数，使得其中不存在形如ai\*2=aj+ak的形式。目标较大化所选取的数的个数。 | 我的做法是对n个数random\_shuffle100次，然后采取能加则加的策略，这样在tsinsen中50个点能获得320分。可以通过。 | nT/n，其中T为random\_shuffle的次数。 |
| Codechef JUNE 13 | Two k-Convex Polygons | 给定n根棍子的长度，问能否从中找到两组不同的k根棍子，使得每组都能组成一个凸多边形。 | 只可能通过两种方法得到答案。1：两组棍子互不相交，那么每组长度肯定是连续的，直接枚举判断是否可行即可。2：两组棍子相交，那么我们要通过暴力枚举即C(2k,k)的复杂度然后判断是否可行。 | K(N^2+C(2k,k))/n |
| Codechef JUNE 13 | Count Special Matrices | 定义一个好的矩阵满足以下3个条件。1：Ai,i=0。2:1<=Ai,j<n-1(i!=j)。3：对于所有0<=k<=n-2，存在至少一个位置值=k。4：Ai,j<=max(Ai,k，Ak,j)。多组询问，问存在多少n\*n的好矩阵，答案对1e9+取模。 | 通过一些公式推导和简单的脑补，可以得到答案为n!\*(n-1)!/(3\*2^(n-1))\*(1.5n-2-Σ(i=1->n-1)1/i)。于是我们可以预处理出阶乘以及2的幂次，线性求逆元的方法有很多这里不再阐述。然后通过前缀和来得到答案。 | n/n |
| Codechef AUG 13 | Music & Lyrics | 给定n个单词和m个匹配串，问每个单词在匹配串中出现的次数。 | 本题除了题意有坑外毫无难点。注意这里’-’也是一个字符，且aaa能匹配aa两次。然后就是把单词构造出AC自动机，匹配串跑过去边跑边累加，之后每个单词的答案就fail树中以它为根的子树中匹配串出现次数和。 | 字符个数/字符个数 |
| Codechef AUG 13 | Prime Distance On Tree | 给定一棵树，求选择任意两点距离为质数的概率，其中边长均为1。 | 考虑点分治，对于每一层，只需考虑经过根节点的方案总数，然后对于其所有子树都算出有多少长度为i的节点，之后启发式FFT即可。 | Nlg2n/n |
| Codechef AUG 13 | Deleting numbers | 给定n个数，每次可以删除从u开始步长为v直到结束，删除条件是这些数相同，较小化步数。 | 一个比较靠谱的贪心是，找到出现次数最多的数，将其它数以步长无限大来删除，最后一次使用“1 1”删掉出现次数最多的数。 | n/n |
| Codechef SEPT 13 | Two Roads | 给定二维平面里的n个点，找到两条直线，使得每个点离最近的直线的距离的平方和最小。 | 两条直线一定能将整个平面划分成4个区域，那么每个点的最近直线是可以直接求出来的。两条角平分线一定是垂直的，且每一种方案中，一定存在一条角平分线经过了两个点，另一条角平分线经过一个点。于是我们可以枚举那两个点，将其它点按照距离从小到大排序。得到所有Σx，Σy，Σx^2，Σy^2，Σxy，知道这些后直接用公式求出答案即可。 | N^3lgn/n |
| Codechef SEPT 13 | To Queue or not to Queue | 开始时你有一个空串，接下来有n次操作。1：末尾插入一个字符。2：开头删掉一个字符。3：询问当前字符的不同子串个数。 | 假如没有删除操作，可以用经典的Ukkonen算法来做。现在有删除操作的话就要维护一棵后缀树，记录每一个后缀的插入位置，在删除的时候删除这个插入位置所在节点以及合并度数为1的祖先就可以了。 | N/n |
| Codechef OCT 13 | Fibonacci number | 求斐波那契数列中Fn MOD M=C的最小的n。其中一定存在二次剩余和2的逆元。 | 在斐波那契数列的通项公式中，能写成整数的形式，转化后的方程形如x^n -x^(-n)=a，这里x^n=(a+-sqrt(a^2+4))/2，所以只需要用大步小步就能得到答案。其中二次剩余可以先求出原根后通过大步小步求得。 | Sqrt(M)/sqrt(M) |
| Codechef NOV 13 | Gangsters of Treeland | 给定一棵树，维护两个操作。1：增加一个帮派，将u到根节点的所有点都设为该帮派。2：若两点的帮派不同，则距离为1，查询以u为根的子树中到根节点的距离的平均值。 | 考虑操作1，与动态树中的Access操作类似。而动态树中的该操作平摊下来时间复杂度为lgn。也就是说，平摊下来有lgn个人的帮派会改变。我们将改变后对答案的影响用线段树来更新就可以咯！询问的话，只要求出总和，再除以点数就是平均值了。这些都可以用线段树来维护。 | nlg2n/n |
| Codechef DEC 13 | Petya and Sequence | 给定一个序列A，问是否存在另一个序列B。满足：  1：至少存在一个i，使得Bi!=0。  2：对于任意0<=j<=n-1，满足Σ[0<=i<=n-1]Ai\*B[(i+j)%n]=0 | 通过一系列的数学表达式推断，我们可以这么做：  枚举n的所有约数x。将Σkx+d赋值给b{d}。枚举x的所有质因数y，令len=x/y，将b{(i+len)%x}-=c[i]。最终判断b是否为空。若为空则存在可行解。 | Nlgn+n\*n的约数个数/n |
| Codechef DEC 13 | Query on a tree VI | 给定一棵黑白树。要维护两种操作。1：改变某点颜色。2：询问与点u颜色相同的联通快有多少个。 | 考虑树链剖分，对于第i个点，维护假设i为某种颜色时以它为根的子树中与它颜色相同的联通快个数。因此每次询问可以变为先找到祖先中与它颜色相同且最远的，然后查询祖先的答案。修改也是先找到那个祖先，然后更新祖先到它的父亲之间的答案，注意找到的祖先的父亲也需要更新。 | Nlg2n/n |
| Codechef DEC 13 | Art in Digital Age | 给定一个图片，一次操作可以给一个矩阵上色，尽可能地让操作次数小一些。 | 我们将整个大矩阵分为若干小矩阵，使得每个小矩阵都是由相同颜色组成的，将这些小矩阵输出就可以咯！ | N^2/n^2 |
| Codechef JAN 14 | CNTDSETS | 给定两个数n,m，要求在n维空间内选择若干个点，使得这若干个点中切比雪夫距离最大的两个点距离为m。两种方案相同当且仅当第一种方案中的所有点增加同一个向量能变成第二种方案。 | 要使得方案不同，我们可以假设选出的若干点中每个维度一定存在0，因此我们可以用容斥。对于题目要求的m，我们可以通过求出<=m的方案总数再减去<=m-1的方案总数来求得。容斥的过程比较简单。 | Tn/n |
| Codechef JAN 14 | TAPAIR | 给定n个点m条边的图，问存在多少对边，使得删除这两条边后该图不连通。 | 我们可以建一棵DFS树，对于所有非树边随机一个权值，树边的权值定义为所有覆盖了这条边的非树边的权值的异或和。那么如果存在一对边删除后这张图不连通，那么这两条边的异或和一定为0。如果令随机的范围足够大，出错的概率可以忽略不计。在map上直接统计答案就可以了。 | mlgm/m |
| Codechef FEB 14 | Graph Challenge | 给定n个点和m条边，每个点的标号为它的DFS序，一个节点x对于y来说是super点当且仅当x<y且存在一条从x到y的路径使得中间节点编号都大于y。一个节点x对于y来说是super的当且仅当它是所有y的super点中的编号最小的。求所有点是多少点的super点。 | 显然可以按dfs序重定义编号，根据它的定义一个点的super点一定是dominator tree中的半必经点，因此求出dominator tree后只需统计答案来输出就可以啦！ | Nαn/n |
| Codechef FEB 14 | Count on a Treap | 题目要求维护一个大根堆treap，支持3种操作。0：插入关键字k权值为w的点。1：删除关键字为k的点。2：返回关键字ku和kv的两个节点的距离。 | Treap中两个点的LCA就是对应区间重量最大的点。这里是可以直接用线段树维护的。观察到一个序列中第y个节点时第x个节点的祖先当且仅当区间[x,y]不存在重量比y大的节点。这里也是可以用线段树维护的，不过在每次查询的过程中，都要递归地去寻找线段树一侧的答案。因此复杂度是带两个lg的。 | Nlg2n/n |
| Codechef MAR 14 | Chef and Graph Queries | 给定n个点m条无向边的图。共有Q个询问，每次询问形如Li与Ri，表示如果只保留编号为Li与Ri的边时图的联通快个数。 | 本题可以用动态树来做。与NOI2014魔法森林十分相似。每条边的价值为它的编号。将询问按右端点离线。每次从小到大加入边时，若两点联通，则把这条链上的价值最小的边删去。每次询问的答案即为n-1-当前动态树上价值>=Li的边的个数。这里可以用树状数组来维护。 | nlgn/n |
| Codechef MAR 14 | The Street | 给定n个店，支持3种操作。1：一段区间内新增一个价格为等差数列的商品。2：一段区间内税费增加等差数列。3：询问某个店价格最高的商品和税收的和。 | 这题是集训队题里面最水的题之一。我们发现这实际上是两道题目拼在一起的。第二个操作是裸的线段树，第一个操作实际上也是个裸的超哥线段树，不再阐述。 | Mlg2n/mlgn |
| Codechef MAR 14 | Sereja and Sorting 2 | 给定一个数组，每次只能翻转某一段区间，要求使得它能从小到大排序，目标使得Σ(r[i]-l[i]+1)/n+Q最小化。 | 我们可以从左到右扫过去，每次寻找当前最小值，将前x个数都翻转到前方，这里x是某参数，据测试在50~100范围内较优。然而这样还会有部分点过不掉。这里我们可以通过从右往左，两边同时，并调x的值，我调了30多次后终于AC啦！ | N^2/n |
| Codechef APR 14 | Chef and Tree Game | 给定一棵边为黑或白的有根树，双方轮流进行博弈，每次Chef可以删黑边，Ksen可以删白边，删完后子树均消失，问在Chef先手和Ksen先手的情况下谁能赢。 | 可以定义局面函数f。叶子节点的函数值为0，每一个节点的函数值为所有孩子的函数值的和。如果它的与某个孩子连的边为黑边，则令a为fi+a>1的最小正整数，贡献为(fi+a)/2^(a-1)否则令a为fi-a<-1的最小正整数，贡献为(fi-a)/2^(a-1)。如果根节点函数值为0，则谁后手谁赢，否则如果是整数，无论如何都是先手赢，否则后手赢。F值可以用启发式高精度合并来实现。 | Nlg2n/nlgn |
| Codechef MAY 14 | Sereja and Subsegment Increasings | 给定两个序列A和B，每次可以选择一段区间，使得A的值加一后模4，问至少多少次，A能转换成B。 | 首先我们可以将A的值变为需要增加多少，经过差分后，区间增加相当于某点增加某点减少，设为C。我们发现答案的上界为Σmax{Ci,0}，我们可以通过不断地调整来获得最优解，因为模数只有4，因此我们只考虑2和3，通过一些判断它们是否可以变为负数即可。 | N/n |
| Codechef MAY 14 | Dynamic Trees and Queries Solved | 给定一棵带点权的树，维护4种操作。1：加叶子。2：删除子树。3：子树加。4：询问子树和。强制在线。 | 因为存在子树操作，无法直接用LCT，考虑转化为单点操作。每个节点存储当前所在子树加了多少值，那么询问的时候可以通过公式直接求出来。在维护的时候只要维护公式里出现过的变量就可以了。 | Nlgn/n |
| Codechef JUNE 14 | Sereja and Arcs | 一定一个序列A，对于所有Ai=Aj且i<j的位置都画一个以(i,0),(j,0)为直径的圆，问有多少颜色不同的圆存在交点。 | 数对可能是ABAB,AABB,ABBA三种情况，可以考虑总数减去不合法方案数来得到解。对于ABBA的情况，分两种情况讨论，一种是颜色>cnt,那么可以得出每个位置左右两侧分别有多少个这样的树，然后每一对答案的贡献拆开统计，这里复杂度是n^2/cnt的。另一种是两部分都<=cnt的，可以发现最多产生的弧的个数是n\*cnt的，可以直接用二维数点的方法统计这一部分的答案。对于其它情况都比较简单不再阐述。 | N^2/cnt+n\*cntlgn/n |
| Codechef JUNE 14 | TWO Companies | 给定一棵带边权的树上两条链的集合。从每一个集合中选出一些链来，使得不存在一条边在两个集合中出现过，要求边权和最大化。 | 对于两个集合中的两条链，我们只需要判断出是否存在交，就可以构成一个二分图跑最大流来解决这个问题了。判断是否有交可以令这条链变成两条到LCA的链，用DFS序来快速判断，比较简单不再阐述。 | Nlgn+maxflow(|A|+|B|,|A||B|),|A||B|+n |
| Codechef JULY 14 | Game of Numbers | 给定两个数组A和B，询问最多放入多少对(i,j)和(p,q)，使得(i,j)最多存在一次，(p,q)最多存在一次，gcd(ai,bj,ap,bq)!=1，ai<bj,bq<aj。 | 一个简单的网络流是这样的，将所有点对(x,y)设为一个点，若ax>by放入左边，否则放入右边，将所有gcd(x1,y1,x2,y2)!=1的连边，跑最大流。但是这样会TLE。我们可以设一堆质数点，每个点连向它的所有质因数，这两个图是等价的。还有一个优化是将所有gcd(x,y)相同的数并在一起处理。Isap和dinic都能过。 | Maxflow(n^2,n^2lgn)/n^2。 |
| Codechef JULY 14 | Sereja and Equality | 两个长度为n的数组A,B相似当且仅当对于所有i满足C(A,Ai)=C(B,Bi)。其中C(X,x)满足X[j]<x的j的数目。定义F(P1,P2)满足P1[l,r]与P2[l,r]相似且P1中[l,r]不超过E的逆序对。求当P1，P2取遍所有排列时F(P1,P2)的总和是多少。答案对大质数取模。 | 令dp[i][j]为长度为i的排列中逆序对不超过j的个数，我们可以直接暴力得到这个数组。  考虑枚举相似子区间的长度，对于长度为l的子区间，有n-l+1个位置，每一种排列中的取值都有C(n,l)\*dp[l][E]种可能，且一个排列中其它位置共有(n-l)!种排列方式，直接相乘累加进答案即可。 | N^3+tn/n^3 |
| Codechef AUG 14 | Team Sigma and Fibonacci | 令fib[i]表示斐波那契数列中的第i项，求Σ(6xyzfib[x]fib[y]fib[z])%M。其中x+y+z=n且是非负整数。 | 可以推出母函数f(x)=6g(x)x^3(x^2+1)^3。其中[x^n]g(x)=1/3125\*(25(n+5,5)(fib[n+6]+2\*fib[n+5])+150\*(n+4,4)fib[n+5]+5\*(7,2)\*(n+3,3)\*(fib[n+4]+2\*fib[n+3])+5\*(8,3)\*(n+2,2)\*fib[n+3]+(9,4)\*(n+1)\*(fib[n+2]+2\*fib[n+1])+(10,5)\*fib[n+1])就可以了。  其中我们可以先将模数乘以3125来方便运算。其余的只要通过矩乘求出fib的n项左右的数就可以了。 | log(n)/忽略不计 |
| Codechef AUG 14 | Push flow | 给定一个仙人掌，维护两种操作。0：求S点到T点的最大流。2：修改边权。 | 本题需要大量仙人掌知识。这里假设读者已经会写简单的仙人掌题目了。由于最大流=最小割，那么我们可以用线段树来维护所有环的信息。当割边在S环内部，T环内部，S和T的LCA环内部这3种情况也可以直接求出，对于其余的我们可以在树剖中求出最小值。另外对于修改操作，也只需修改线段树中相应的点就可以了。简单的来说这题就是码码码。 | Qlog2n/n |
| Codechef SEPT 14 | Fibonacci Numbers on Tree | 给定n个节点的树，支持4种操作。1：将u~v的路径上的第i项增加fib[i]。2：询问当以x为根时y的子树和。3：询问链和。4：回到历史版本。 | 首先fib[i]=1/sqrt(5)\*(((1+sqrt(5))/2)^i-((1-sqrt(5))/2)&i)。其中sqrt(5)可以根据对1e9+9的二次剩余求出。这就转化成了区间增加某个等比数列。查询和修改都是可以在树剖上完成的。第4个操作值需可持久化就可以了。 | Qlg2n/Qlg2n |
| Codechef SEPT 14 | Rectangle Query | 一个二维平面内维护以下3种操作。1：插入矩阵。2：删除矩阵。3：给定一个矩阵询问存在多少矩阵与该矩阵有公共点。 | 对这个操作进行CDQ分治，这样插入全在询问前面，因此可以用扫描线。一个矩阵(x1,y1),(x2,y2)可以用线段y1-y2中的区间[x1,x2]表示，那么与某个矩阵存在多少矩阵有公共点可以直接在线段树中表示出来。具体地需要分为3个部分，都是可以自己推出来的比较简单。 | Qlg2Q/Q |
| Codechef OCT 14 | Children trips | 给定一棵边权不超过2的树以及m个询问。每个询问形如xi,yi,di，表示在树种从xi走到yi，每一步最多走di，至少几步能够到达。 | 将询问分两步来处理，若di>=sqrt(n)，则表示最多在sqrt(n)级别的步数就能走完，可以每一步暴力倍增来完成。另一部分我们对di相同的合并处理，预处理出倍增数组st[i][j]表示从i开始走2^j天最多能到哪里。这里从xi走到yi可以转换为xi与yi同时走向根，最后在交接处判断需要1步还是2步即可。 | Nsqrt(n)lg(n)/nlgn。 |
| Codechef OCT 14 | Union on Tree | 给定一棵无边权树，Q组询问，每次给出Ki对(ai,ri)，表示距离点ai在ri以内的所有点都被守护，问有多少点被守护。 | 假如ki=1，我们可以用类似BZOJ4372的方法来点分治这棵树求得答案。这里当ki>1时显然是要用虚树来维护的。我们可以用一个类似最短路的算法来求得虚树种每一个节点的守护的距离。对于虚树中的每一条边来统计该减去的答案。最终虚树中所有点的答案减去所有边的答案就是最终的答案了！ | Nlgn+Σklgn/nlgn |
| Codechef NOV 14 | Chef and Churu | 给定一个序列和n个函数，一个函数形如li,ri表示序列中li~ri的和，维护两种操作。1：求区间xi~yi的函数的和，2：在序列中将ax修改为y。 | 考虑分块，将函数与序列都分块，一个询问可以被分为一大块函数，和剩余的函数。一大块函数可以预处理出来后在修改操作中直接打标记，剩余的每个函数可以通过在序列中的块的前缀和与前缀块的和在O(1)时间内算出。修改操作只需修改上述提到过的3个值即可。注意一开始要预处理出每个块出现对应的序列中第k个数的次数。 | nsqrt(n)/nsqrt(n)。（这里默认n与Q同阶） |
| Codechef NOV 14 | Seraja and Order | 有n个程序，在两台电脑上运行时间分别为ai和bi。一台电脑不能同是运行两个程序，一个程序不能同是在两台电脑运行。问最少花费多少时间每个代码运行完2次，且构造这个方案。 | 考虑答案下界为max{Σai,Σbi,ai+bi}，我们发现这个下界一定是可以取到的。若ai+bi是最大的，则放完这个程序后对于其它程序直接插进去就可以了。否则的话，我们发现可能的方案会有很多种，因此我们可以靠运气！重排这两个序列若干次，其中一台电脑肯定无休止的运行，第二台电脑选用能放则放的策略，观察该方案是否可行就可以了！ | ΣnX，X为每次随机化的次数/n |
| Codechef DEC 14 | RIN | 有n个课程，m个学期，第i个课程在第j个学期能拿到的mi,j的分数（也有可能不能学习）。存在一些课程有前置课程，每个课程只能上一次。目标最大化分数。 | 本题可以将分数先取到最大化，再减去不得不减去的分数，得到最大值。显然的，可以构造最小割模型。将每个课程按照m个学期裂成nm个点。将原点连向所有(i,1)流量100-grade(i,1)，所有(i,j)连向(i,j+1)流量为100-grad(i,j+1)，所有(i,m)连向汇点流量无穷大，若存在前置课程x必须在y之前完成，则所有(i,x-1)连向(i+1,y)之后跑最大流即可。 | Flow(nm,n^2m)/nm |
| Codechef DEC 14 | DIVIDEN | 给定一个k度角，利用尺规作图将其k等分。 | 显然的是，当k为3的倍数时误解，而尺规作图可以做出正五边形与正三角形，因此可以这样构造出一个3度角。然后可以利用这个3度角来得到所有1度角。 | 时空复杂度十分小可以忽略不计。 |
| Codechef DEC 14 | KALKI | 在一个二维坐标上给定n个点。你的任务是构造生成树。并且你的得分将基于以下的条件：令u为树上连接v的且离v最远点，d(u,v)为u到v的距离，那么v能释放出的圆的半径大小为d(u,v)，在这个圆内的所有点都会受到v的影响，你的任务是使得受到影响最多的点受到的影响最少。并且构造出这棵树。 | 这个题可以尝试以下两种做法。  1：贪心，取每个点离它最近的点进行连边，我们尝试让每个点能够释放的圆的半径尽可能的少，这种方案在局部显然是最优的，较全局来说，也是比较优的。  2：直接做平面最小生成树。  然后取较小值，就可以了。 | n^2lgn/n^2 |
| Codechef JAN 15 | Ranka | 给你一个9\*9的棋盘，在这上面两人在下围棋，双方互相操作，规则就是围棋的规则，唯一的区别是，每人可以跳过自己的回合且进行完某次操作后不得与之前的某一个状态相同。目标是双方共走10000步。 | 这里有个细节就是，当其中一种棋占领80个格子时，另一种棋下在空格位置时那80个格子会全部被吃掉。我们可以利用这一点。将白棋从右往左，从下往上一步步接近，每次接近时，黑棋将其它空格全部占领，这样能形成80\*81种步数，我们再从左上角开始来一遍，就可以超过10000步啦！ | 时空复杂度十分小可以忽略不计。 |
| Codechef JAN 15 | Xor Queries | 给定一个空的序列，支持5种操作。0：在数组最后加入x。1：找区间的一个数y，最大化x xor y。2：删除数组最后k个元素。3：询问区间小于等于x的元素个数。4：求区间第k小。 | 本题可以用主席树来实现这一系列操作。操作0,1,3,4都是主席树上经典的操作。操作2的话相当于是向前返回倒数第k+1个历史版本。这里除了操作2时间复杂度都是lgn的。操作2在时间平摊的情况下可以是O(1)的。注意由于操作1的存在，可以直接将右端点设为2的幂次-1即可。 | nlgn/nlgn |
| Codechef JAN 15 | Sereja and Number Division2 | 有T组数据，每组数据线给定一个数字，和n个参数bi，要求重排数字中的每位数，使得Σ(A%bi)尽可能小。 | 首先预处理出对于A中的每一位对bi的影响，然后对于这个数字random\_shuffle若干次，每次都重新计算答案，取较小值即可。这里random\_shuffle可以采用每次交换两个数，用模拟退火来优化。虽然得不到最优解但是能得到不错的解。 | 模拟退火次数\*|A|\*n/|A| |
| Codechef FEB 15 | Devu and Locks | 求有多少N位十进制是P的倍数且每位的和小于等于M，允许前导0，答案对FFT模数取模。  其中要输出所有M=0~MM的答案。 | 考虑dp[i][j][k]表示当前第i位，对P取模为j，和为k。那么若已知dp[i/2]的值，dp[i][(x\*10^(i/2)+y)%p][a+b]=Σdp[i/2][x][a]\*dp[i/2][y][b]。因此可以用快速幂加速，枚举x，求出FFT后的值。再全部加起来做一次逆FFT即可。 | P^2MMlgn+PMMlgMMlgn/MMP |
| Codechef FEB 15 | Payton numbers | 题目定义了一个三元组的乘法，x\*任意y=y，则x是单位元，x\*任意y=x，则x是zero。若x不是zero且不能分解成两个非单位元的乘积，则x是质数。给定多组三元组，判断是否是质数。 | 令w为w^2=w-3的解，对于每一个三元组(a,b,c)都能形成一个映射即(33-2a-c)+(b-a)w。问题转化成在映射完后a+bw是否为质数。通过一系列的数学推导，我们可以这么做。令X=33-2a-c，Y=B-A。若Y非0，则相当于判断X^2+3Y^2+XY是否是质数。否则若X的绝对值=2，则是质数，否则判断-11在模x意义下是否有二次剩余即可。以上均可以用miller-rabin实现。 | Miller-rabin的复杂度/忽略不计 |
| Codechef APR 15 | Little Party | 给定m个长度为n的01串，一个串为基子集当且仅当能覆盖01串A满足对于任意1<=i<=S|都有si=ASi。现在通过这些基子集，使得所有给定串都可以被覆盖且没有给定的串没有被基子集覆盖，最小化基子集大小的和。 | 这个问题可以转化为最小覆盖问题，是个NP问题。因此只能通过DFS加剪枝来解决。有用的状态共有2^(3n)种，直接暴力搜索是会TLE的。有个剪枝是说如果一个基子集被另一个基子集完全包含，那么这个基子集没有必要选，在搜索过程中加上最优性剪枝就能通过本题啦！ | T\*2^(3n)/3^n |
| Codechef MAR 15 | Counting on a Tree | 给定一棵带边权的树，问存在多少条路径gcd=1，存在最多100次修改操作，边权最大值为100W。 | 考虑不存在修改操作，那么我们可以令f[i]表示存在多少条路径答案是i的倍数，答案就是Σf[i]\*u[i]，其中u是mobius函数。现在有修改操作，考虑将所有没修改的边先加入，然后对于0~Q的操作，将边放入后立刻删除，因此这里需要可持久化并查集，也可以直接启发式合并。 | Σ边权的约数个数/Σ边权的约数个数 |
| Codechef MAR 15 | Random Number Generator | 给定一个序列的线性递推关系式，一个位置的值由它前面k个得到，求第n个数答案是啥。 | 一个暴力的做法是通过矩阵乘法得到答案，这个做法复杂度是k^3lgn的。可以通过矩阵特征多项式来优化这个矩阵乘法，这个问题十分经典，需要通过一些公式推导出答案，也需要在模意义下的FFT来加速这个做法。 | Klgklgn/k |
| Codechef APR 15 | Black-white Board Game | 给定一个黑白棋盘，这里每一行的黑色格子都是连续的，两人轮流操作，每人选择一个排列，要求第一人选择的排列逆序对为偶数，第二人选择的排列逆序对为奇数，且对应的格子为黑色，然后染白。问谁能赢或者平局。 | 一个显然的结论是，若这个棋盘的行列式为正，则先手胜，若行列式为负，则后手胜，否则平局。暴力求行列式是n^3的。这里我们发现在高斯消元的过程中，若每次是找右端点最短的来消，每一行消完后1仍然是连续的。因此可以用左偏树来维护，具体的，对于所有Li和Ri，将第Li棵左偏树加入Ri。从前往后扫左偏树，若不存在节点，则平局，否则将不是i的节点都合并到第Ri+1棵左偏树，注意在高斯消元的过程中，若行发生交换，则答案取反。 | Nlgn/n |
| Codechef MAY 15 | Chef and Balanced Strings | 给定n个小写字母，一个字符串为平衡字符串当且仅当其中所有字母出现次数都为偶数。共有Q个询问，每次询问形如Li，Ri,Type。表示对于其中所有Li<=l<=r<=Ri，其中l~r组成的字符串为平衡字符串，对答案的贡献为(r-l+1)^Type。 | 这里Type<=2，对于Type=2时我们可以对式子(R-L)^2分解成R^2+L^2-2LR。因此我们只需记录出现次数，出现的位置和，出现的位置平方和就可以了。考虑分块，对于每一块，我们暴力求出它的答案。然后对于l~r块，它的答案为l~r-1块的答案+l+1~r块的答案-l+1~r-1的答案+第l块与第r块自身的答案。对于每一个询问，我们可以分解为大块的答案，小块之间的答案，大块与小块的答案。其中小块之间的答案可以直接求得，大块与小块之间的答案可以通过前缀和求得。  注意这里平衡字符串的条件为每个字母出现次数为偶数，因此我们可以将每个字母用二进制表示，用前缀异或和来判断是否是平衡字符串，具体的，若sum[l-1]=sum[r]，则l~r组成的字符串为前缀字符串。 | nsqrt(n)/nsqrt(n) |
| Codechef MAY 15 | Counting on a directed graph | 给定一个有向图，问存在多少对(X,Y)使得存在一条路径从1到X与从1到Y不存在除了1外的公共点。 | 利用必经点定理通过dorminator tree来求出每个点的必经点。然后在得到的树种统计答案即可。 | mlgm/m |
| Codechef JUNE 15 | Chefbook | 给定ai,bi,Wi,Li,Ri，构造xi个yi，满足所有Li<=Xai-Ybi+Wi<=Ri。最小化ΣXai-Ybi+Wi。 | 每个限制都能写成形如xi-xj<=K的形式，这样就是志愿者招募几乎差不多的题了！根据志愿者招募的模型直接构造，跑一趟费用流即可。 | Maxflow(n,m)+nm^2/m |
| Codechef JULY 15 | EASY EXAM | 有一个k面的骰子，投掷N次，求Σai^F(1<=i<=L)，其中L,F给定。 | 令x[i][j]表示第j次是否投到i,那么有ai=Σxi,j，答案为π(Σxi,j)^F(1<=i<=L,1<=j<=n)。展开式子后每一项都是独立的，令wi,j为式子(Σxk)^i的展开中出现的j个不同变量的系数和，有递推式w[i][j]=w[i-1][j-1]+w[i-1][j]\*j，令dp[n][m]为π(Σxi,j)^F的展开中j个不同系数之和方案数，有dp[n][m]=dp[n-1][j]\*w[F][m-1]\*C(m,j)。于是可以用FFT+快速幂来加速。 | LFlogLFlogL/LF |
| Codechef JULY 15 | A game on a graph | 有一个无向图，两个人博弈。第一个人选择一个出发点，每一次可以走到一个没有被到达的点，无法移动者输，问多少个出发点能够让先手必胜。 | 一个点必胜当且仅当在存在一个原图的最大匹配使得这个点是孤立点。于是我们可以先求出最大匹配，从每一个可能的孤立点做增广，把所有距离为偶数或者做带花树的过程中花中的节点表示必胜，统计答案即可。 | Tnm/m |
| Codechef AUG 15 | Simple Queries | 给定一个序列A，支持以下5种操作。1：令S为下标由l~r构成的不同元素的有序集合，求ΣSiSjSk(1<=i<j<k<=|S|)。2：修改一个数。3：删除一个数。4：插入一个数。5：求区间不同的数的个数。 | 本题显然可以离线做，因此删除和插入操作，实际上就能看做修改操作。其中要预处理出所有数在某次询问的坐标。另外我们要记录的是，对于所有数下一次出现的最近的时候是啥。对于第一个询问，若我们求出点权和A，平方和B，立方和C，则答案为(A^3-3AB+2C)/6，第五个询问十分简单。对于修改操作，我们需要用树套树来维护这些点下一次出现的最近的点是啥。 | Mlg2n/mlg2n |
| Codehcef AUG 15 | Future of draughts | 给定T张无向图，Q组询问，形如编号Li~Ri的图中，最开始对每一张图选择一个出发点，接下来每一回合选中至少一个图，并对每个图通过一条边移动到某个位置，问Ki回合后每张图都回到自己出发点的方案总数。答案对1e9+7取模。 | 先预处理出对于每一张图长度为i的回路个数。这里答案显然为矩阵G的i次方上对角线元素和。可以通过特征式在时限内求出这玩意儿。对于每组询问，可以通过简单的容斥求出在第k回合结束的方案总数是Σi=1->kπj=L->R(wj,K)\*(K,i)\*(-1)^(K-i)。这里wj,K表示第j张图长度为K的回路的个数。于是前缀和就是答案了。注意这里可以将模数拆成3个，做3次FFT即可。 | Tn^4+TnK+T^2KlgK/Tn^2 |