Лабораторная работа №1

Лиганкина Анна

Вариант 20

5 октября 2025 г.

Содержание

1 Задание

Дана SRS:

$cb \to ba$	$bba \to ba$	$cac \to cc$	$baca \to cabba$
$aaa \to aa$	$bbb \to b$	$bab \to cac$	$caab \to bb$
$aba \to ba$	$bbc \to c$	$ccc \to c$	$caac \to bc$
$ac \to cc$	$bcc \to cc$	$babb \to ba$	$aabcaa \to a$
$baa \to ba$	$ba \to cab$	$babc \to \varepsilon$	

По имеющейся SRS определить:

— завершимость;

— конечность классов эквивалентности по НФ (для построения эквивалентностей считаем, что правила могут применяться в обе стороны). Если их конечное число, то построить минимальную систему переписывания, им соответствующую;

— локальную конфлюэнтность и пополняемость по Кнуту-Бендиксу.

По SRS $\mathcal{T}$ тем самым (исключая случай, когда она сразу локально конфлюэнтна или конечна и минимальна) строится другая SRS $\mathcal{T}'$, которая должна сохранять те же классы эквивалентности. Если исходная SRS завершима, то правила в $\mathcal{T}'$ должны удовлетворять условию убывания левой части относительно правой по выбранному фундированному порядку $\preceq$.

Провести автоматическое тестирование предполагаемой эквивалентности указанных SRS.

Фазз-тестирование эквивалентности: строится случайное слово ω и случайная цепочка переписываний его в ω' по $\mathcal{T}$. Проверить, можно ли получить ω' из ω (или наоборот) в рамках правил $\mathcal{T}'$.

Метаморфное тестирование: выбрать инварианты, которые должны сохраняться (либо монотонно изменяться) при переписывании в рамках $\mathcal{T}$. Породить случайную цепочку переписываний над случайным словом в $\mathcal{T}'$ и проверить выполнимость инвариантов. Как минимум два разных инварианта.

2 Исследование SRS

2.1 Завершимость

Исходная SRS $\mathcal{T}$ незавершима, т.к. существует цикл:

$$caba \xrightarrow{aba \to ba} cba \xrightarrow{cb \to ba} baa \xrightarrow{ba \to cab} caba$$

2.2 Классы эквивалентности

Нормальных форм в SRS $\mathcal{T}$ бесконечное число. Для доказательства можно привести пример строки, состоящей лишь из подряд идущих подстрок abc, которые ни во что не редуцируются.

Рассмотрим, лежат ли все НФ длины 1 и пустая строка в одном классе эквивалентности. Т.к. стрелки рассматриваются в обе стороны, имеем такие цепочки:

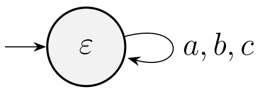
$$\varepsilon \xleftrightarrow{babc \leftrightarrow \varepsilon} babc \xleftrightarrow{aba \leftrightarrow ba} ababc \xleftrightarrow{babc \leftrightarrow \varepsilon} a$$

$$\varepsilon \xleftrightarrow{babc \leftrightarrow \varepsilon} babc \xleftrightarrow{bba \leftrightarrow ba} bbabc \xleftrightarrow{babc \leftrightarrow \varepsilon} b$$

$$\varepsilon \xleftrightarrow{babc \leftrightarrow \varepsilon} babc \xleftrightarrow{bab \leftrightarrow cac} cacc \xleftrightarrow{cac \leftrightarrow cc} ccc \xleftrightarrow{ccc \leftrightarrow c} c$$

Т.е. НФ a, b, c лежат в одном классе эквивалентности ε. Т.к. алфавит состоит из этих букв, то все слова принадлежат одному классу эквивалентности 'ε'.

Т.к. число классов эквивалентности конечно, то построим автомат по данной SRS:



Минимальной SRS, описывающей этот автомат, будет $a \to \varepsilon$, $b \to \varepsilon$, $c \to \varepsilon$.

2.3 Локальная конфлюэнтность

SRS $\mathcal{T}$ не является локально конфлюэнтной, т.к. для слова $babc$ в один шаг преобразований может быть переписана в слова $cacc$ (по правилу $bab \to cac$) и к слову ε, являющемуся НФ. При этом слово $cacc$ невозможно привести к ε.

Таким образом, система $\mathcal{T}$ не является локально конфлюэнтной.

2.4 Пополняемость по Кнуту-Бендиксу

Для применения алгоритма Кнута-Бендикса введем фундированный порядок — length-lexicographic order $\prec$ — и, в соответствии с ним, переориентируем правила (что сохранит классы эквивалентности исходной SRS $\mathcal{T}$).

Теперь наша SRS выглядит следующим образом:

$aaa \to aa$	$babc \to \varepsilon$	$caab \to bb$	$cac \to bab$
$aabcaa \to a$	$bba \to ba$	$caac \to bc$	$cb \to ba$
$aba \to ba$	$bbb \to b$	$cab \to ba$	$cc \to ac$
$baa \to ba$	$bbc \to c$	$cabba \to baca$	$ccc \to c$
$babb \to ba$	$bcc \to cc$	$cac \to cc$	

Найдем множество всех критических пар:

1. Правила $aaa \to aa$ и $aabcaa \to a$ порождают критическую пару $\langle aabcaa, aa\rangle$ из слов $aaabcaa$ и $aabcaaa$. НФ для этой пары равны соответственно $\langle a, aa\rangle$. Поэтому, т.к. $a \prec aa$, введем правило $aa \to a$. Теперь можно редуцировать правила $aaa \to a$ и $baa \to ba$;

2. Правила $aa \to a$ и $aabcaa \to a$ порождают критические пары $\langle abcaa, a\rangle$ и $\langle aabca, a\rangle$ из слова $aabcaa$. НФ для этой пары равны соответственно $\langle abca, a\rangle$ и $\langle abca, a\rangle$. Поэтому, т.к. $a \prec abca$, введем правило $abca \to a$. Теперь можно редуцировать правило $aabcaa \to a$;

3. Правила $aa \to a$ и $caab \to bb$ порождают критическую пару $\langle cab, bb\rangle$ из слова $caab$. НФ для этой пары равны соответственно $\langle ba, bb\rangle$. Поэтому, т.к. $ba \prec bb$, введем правило $bb \to ba$. Теперь можно редуцировать правила $bba \to ba$ (т.к. $bba \xrightarrow{bb \to ba} baa \xrightarrow{aa \to a} ba$) и $babb \to ba$ (т.к. $babb \xrightarrow{bb \to ba} baba \xrightarrow{aba \to ba} bba \xrightarrow{\text{переход выше}} ba$);

4. Т.к. существуют 2 различных правила переписывания строки cac рассмотрим критическую пару $\langle cc, bab\rangle$. НФ для этой пары равны ac и bab. Поэтому, т.к. $cc \prec bab$, введем правило $bab \to ac$. Теперь можно редуцировать правило $cac \to bab$;

5. Правила $bab \to ac$ и $babc \to \varepsilon$ порождают критическую пару $\langle acc, \varepsilon\rangle$ из слова $babc$. НФ для этой пары равны соответственно $\langle ac, \varepsilon\rangle$. Поэтому, т.к. $\varepsilon \prec ac$, введем правило $ac \to \varepsilon$. Теперь можно редуцировать правило $babc \to \varepsilon$, т.к. можно переписать $babc \xrightarrow{bab \to ac} acc \xrightarrow{cc \to ac} aac \xrightarrow{aa \to a} ac \to \varepsilon$;

Промежуточная SRS:

$aa \to a$	$bb \to ba$	$caac \to bc$	$cc \to ac$
$ac \to \varepsilon$	$bbb \to b$	$cab \to ba$	$ccc \to c$
$abca \to a$	$bbc \to c$	$cabba \to baca$	
$aba \to ba$	$bcc \to cc$	$cac \to cc$	
$bab \to ac$	$caab \to bb$	$cb \to ba$	

6. Правила $aa \to a$ и $ac \to \varepsilon$ порождают критическую пару $\langle ac, a\rangle$ из слова aac. НФ для этой пары равны соответственно $\langle \varepsilon, a\rangle$. Поэтому, т.к. $\varepsilon \prec a$, введем правило $a \to \varepsilon$. Теперь можно редуцировать правила $aa \to a$, $aba \to ba$, $caab \to bb$ и заменить $bb \to ba$ и $bbb \to b$ на $bb \to b$;

7. Правила $a \to \varepsilon$ и $ac \to \varepsilon$ порождают критическую пару $\langle c, \varepsilon\rangle$ из слова ac. Добавляем правило $c \to \varepsilon$ и редуцируем правила $ac \to \varepsilon$, $cab \to ba$, $cabba \to baca$, $cac \to cc$, $cb \to ba$, $cc \to ac$, $ccc \to c$

8. Правила $bcc \to cc$ и $c \to \varepsilon$ порождают критическую пару $\langle cc, bc\rangle$ из слова bcc. НФ для этой пары равны соответственно $\langle \varepsilon, b\rangle$, поэтому добавим правило $b \to \varepsilon$. Теперь можно редуцировать все правила, кроме $a \to \varepsilon$, $b \to \varepsilon$ и $c \to \varepsilon$.

Таким образом, пополненная SRS имеет вид:

$a \to \varepsilon$
$b \to \varepsilon$
$c \to \varepsilon$

2.5 Построение SRS $\mathcal{T}'$

На основе исследования SRS $\mathcal{T}$, эквивалентной ей SRS будем считать $\mathcal{T}'$:

$$\begin{aligned} a &\to \varepsilon \\ b &\to \varepsilon \\ c &\to \varepsilon \end{aligned}$$

т.к. она сохраняет те же классы эквивалентности.

3 Тестирование

3.1 Фазз-тестирование эквивалентности

3.2 Метаморфное тестирование