

---

# **TD Réseau**

## **Les codes correcteurs et les codes détecteurs**

**Claude Duvallet**

Matrise Informatique  
Année 2003-2004

# Présentation (1)

---

## ■ Pourquoi ?

- Des canaux de transmission imparfait entraînant des erreurs lors des échanges de données.
- Probabilité d'erreur sur une ligne téléphonique :  $P=10^{-4}$  (cela peut même atteindre  $10^{-7}$ ).

⇒ Utilisation de méthodes de détection des erreurs et éventuellement de correction des erreurs.

## ■ Méthodes mises en place au niveau de la couche 2 OSI ("liaison de données").

## ■ Principe général :

- Chaque suite de bits (trame) à transmettre est augmentée par une autre suite de bit dite de redondance ou de contrôle.
- Pour chaque suite de  $k$  bits transmis, on ajoute  $r$  bits. On dit alors que l'on utilise un code  $C(n, k)$  avec  $n = k + r$ .

# Présentation (2)

---

- Principe général (suite) :
  - À la réception, on effectue l'opération inverse et les bits ajoutés permettent d'effectuer des contrôles à l'arrivée.
- Il existe deux catégories de code :
  - les codes détecteurs d'erreurs,
  - les codes correcteurs d'erreurs.
- Le code de Hamming :
  - un code détecteur et correcteur d'erreurs.
- Le CRC (Cycle Redundancy Check) :
  - un code détecteur d'erreurs.

# Le CRC (1)

- Représentation sous forme polynomiale des suites de bits à transmettre :

- $M = m_1 m_2 \dots m_n$

- $\Rightarrow$  représentée par le polynôme  $I(x) = m_n + m_{n-1}x + \dots + m_1x^{n-1}$

- Exemple :

- La suite 11000101 est représentée par le polynôme

- $$x^6 + x^5 + 0x^4 + 0x^3 + x^2 + 0x + 1 = x^6 + x^5 + x^2 + 1$$

- Utilisation de polynômes générateurs possédant des propriétés mathématiques particulières :

- $\text{CRC-12} = x^{12} + x^{11} + x^3 + x^2 + x + 1$

- $\text{CRC-16} = x^{16} + x^{15} + x^2 + 1$

- $\text{CRC-CCITT} = x^{16} + x^{12} + x^5 + 1$

- $\text{CRC-32} = x^{32} + x^{26} + x^{23} + x^{22} + x^{16} +$

- $$x^{12} + x^{11} + x^{10} + x^8 + x^7 + x^5 + x^4 + x + 1$$

# Le CRC (2)

---

## ■ En émission :

- on ajoute au message à émettre un code contrôle tel le polynôme correspondant au message plus le code de contrôle soit divisible par le polynôme générateur.

## ■ En réception :

- le message reçu qui contient les données et le CRC doit être divisible par le polynôme générateur. On vérifie donc par une division euclidienne en base 2 que le reste de la division est nulle.

# Le CRC (3)

---

## ■ Émission d'un mot :

- On choisit un polynôme générateur puis on le transforme en un mot binaire.
- Exemple : avec le polynôme générateur  $x^4 + x^2 + x$ , on obtient 10110.
- On ajoute  $m$  zéros au mot binaire à transmettre où  $m$  est le degré du polynôme générateur.
- Exemple : on souhaite transmettre le mot 11100111 en utilisant le polynôme générateur  $x^4 + x^2 + x$ , on obtient alors 111001110000.
- On va ajouter itérativement à ce mot, le mot correspondant au polynôme générateur jusqu'à ce que le mot obtenu soit inférieur au polynôme générateur. Ce mot obtenu correspond au CRC à ajouter au mot avant de l'émettre.
- On effectue donc une division euclidienne dans laquelle on ne tient pas compte du quotient.

# Le CRC (4)

- Exemple d'émission d'un mot :

1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	1	1	0							
<hr/>											
0	1	0	1	0	1						
	1	0	1	1	0						
<hr/>											
	0	0	0	1	1	1	1	0			
				1	0	1	1	0			
<hr/>											
			0	1	0	0	0	0	0		
				1	0	1	1	0			
<hr/>											
				0	0	1	1	0	0	0	
						1	0	1	1	0	
<hr/>											
						0	1	1	1	0	

- Le CRC est donc 1110 et le mot à transmettre 11100111 1110.

# Le CRC (5)

## ■ Réception d'un mot :

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \\ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \phantom{0000000000} \\ \hline 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \phantom{0000000000} \\ \phantom{0} 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \phantom{0000000000} \\ \hline \phantom{00} 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \phantom{000000} \\ \phantom{000} 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \phantom{00000000} \\ \hline \phantom{0000} 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \phantom{000000} \\ \phantom{00000} 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \phantom{000000} \\ \hline \phantom{000000} 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \phantom{0000} \\ \phantom{0000000} 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \phantom{000000} \\ \hline \phantom{00000000} 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \phantom{000000} \end{array}$$

■ Le reste de la division est nulle, il n'y a donc pas d'erreur.



# Le CRC (6)

---

## ■ Exercices :

On utilisera le polynôme générateur  $x^4 + x^2 + x$ .

1. On souhaite transmettre le message suivant : 1111011101, quel sera le CRC à ajouter ?
2. Même question avec le mot 1100010101.
3. Je viens de recevoir les messages suivants : 1111000101010, 11000101010110, sont-ils corrects ?

# Le CRC (7)

- Correction : quel CRC à ajouter avant d'émettre le message 1111011101 ?

1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	0									
0	1	0	0	0	1								
	1	0	1	1	0								
	0	0	1	1	1	1	1						
			1	0	1	1	0						
			0	1	0	0	1	0					
				1	0	1	1	0					
				0	0	1	0	0	1	0			
						1	0	1	1	0			
						0	0	1	0	0	0	0	
								1	0	1	1	0	
								0	0	1	1	0	0

- Le CRC est donc 1100 et le mot à transmettre 1111011101 1100

# Le CRC (8)

- Correction : quel CRC à ajouter avant d'émettre le message 1111011101 ?

$x^{13}$	$x^{12}$	$x^{11}$	$x^{10}$		$x^8$	$x^7$	$x^6$		$x^4$		$x^4$	$+x^2$	$+x$
$x^{13}$		$x^{11}$	$x^{10}$										
	$x^{12}$				$x^8$	$x^7$	$x^6$		$x^4$		$x^9$	$+x^8$	$+x^6$
	$x^{12}$		$x^{10}$	$x^9$							$+x^5$	$+x^3$	$+x^2$
			$x^{10}$	$x^9$	$x^8$	$x^7$	$x^6$		$x^4$		$+x$		
			$x^{10}$		$x^8$	$x^7$							
				$x^9$			$x^6$		$x^4$				
				$x^9$		$x^7$	$x^6$						
						$x^7$			$x^4$				
						$x^7$		$x^5$	$x^4$				
								$x^5$					
								$x^5$		$x^3$	$x^2$		
									$x^3$	$x^2$			

# Le CRC (9)

- Correction : quel CRC à ajouter avant d'émettre le message 1100010101 ?

1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	0									
<hr/>													
0	1	1	1	0	1								
	1	0	1	1	0								
<hr/>													
	0	1	0	1	1	0							
		1	0	1	1	0							
<hr/>													
		0	0	0	0	0	1	0	1	0	0		
							1	0	1	1	0		
<hr/>													
							0	0	0	1	0	0	0

- Le CRC est donc 1000 et le mot à transmettre 1100010101 1000.

# Le CRC (10)

■ Correction : le message reçu 1111000101010 est-il correct ?

1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0								
<hr/>												
0	1	0	0	0	0							
	1	0	1	1	0							
<hr/>												
	0	0	1	1	0	0	1					
			1	0	1	1	0					
<hr/>												
		0	0	1	1	1	1	0				
				1	0	1	1	0				
<hr/>												
				0	1	0	0	0	1			
					1	0	1	1	0			
<hr/>												
					0	0	1	1	1	0	1	
							1	0	1	1	0	
<hr/>												
						0	1	0	1	1	0	
							1	0	1	1	0	
<hr/>												
							0	0	0	0	0	

■ Le reste est nul  $\Rightarrow$  il n'y a pas d'erreur dans le mot transmis.

# Le CRC (11)

- Correction : le message reçu 11000101010110 est-il correct ?

1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0
1	0	1	1	0									
<hr/>													
0	1	1	1	0	1								
	1	0	1	1	0								
<hr/>													
	0	1	0	1	1	0							
		1	0	1	1	0							
<hr/>													
		0	0	0	0	0	1	0	1	0	1		
							1	0	1	1	0		
<hr/>													
							0	0	0	1	1	1	0

- Le reste est 1110  $\Rightarrow$  il y a une erreur dans le mot transmis.