

1 Polinomoj

1.1 Kio estas polinomoj?

Difino. Polinomo estas matematika esprimo, kiu estas finia sumo de **termoj**. Ĉiu termo estas produto de ne-nula nombro, kaj (opcie) iuj simboloj aŭ literoj. La simboloj nomiĝas **variabloj**.

Ekzemple, “ $3x^2 + (-2x) + 7$ ” estas polinomo. Ĝi konsistas el tri termoj, kaj unu variablo, x . (La unua termo estas la produto de 3, x , kaj denove x .)

Ni povas “**elkalkuli**” polinomon: elekti nombran valoron por ĉiu variablo, kaj anstataŭigi per ĝi ĉiun aŭtomaĵon de tiu variablo.

Ekzemple, elkalkulante $3x^2 + (-2x) + 7$ je la elekto $x = 4$, oni akiras

$$3 \cdot 4^2 + (-2 \cdot 4) + 7 = 48 - 8 + 7 = 47.$$

Ekde nun oni nur diskutas polinomojn en unu variablo, x .

1.2 La kvadrata formulo

Difino. Radiko de tia polinomo estas elekto por x , je kiu la rezulto de la elkalkulado estas 0. (Ekzemple, 3 estas radiko de $x^2 - 9$, ĉar $3^2 - 9 = 0$.)

Difino. Polinomo estas **kvadrata** se ĝi egalas $ax^2 + bx + c$ por iuj nombroj a, b, c kun $a \neq 0$.

Teoremo. La radikoj $ax^2 + bx + c$ estas akirataj per la formulo:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Pruvo. En la ekvacio $ax^2 + bx + c = 0$, oni dividas ambaŭ flankon per a :

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0.$$

Nur oni adicias $\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}$ al ambaŭ flanko:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}.$$

Oni rekonas la livan flankon kiel $(x + \frac{b}{2a})^2$, kaj simpligas la dekstran.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Oni scias ke $p^2 = q$ precize kiam $p = \pm\sqrt{q}$. Do konklude:

$$x + \frac{b}{2a} = \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}},$$

kiun oni povas skribi kiel

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}.$$

□