SIGS现代信号处理2024年秋季学期期末考试

1.请简述自适应算法（lms算法）基本思想和设计思路

2. 已知功率谱密度求自相关函数

$$S(f) = \begin{cases} \frac{\sigma^2}{B} & -\frac{B}{2} \le f \le \frac{B}{2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

3.求服从高斯分布概率密度函数的变量的熵和谱熵

4.略

5.rao界

6.推导卡尔曼滤波

7.1arma 写出线性差分方程，给出wold分解定理并说说你的理解

□平稳ARMA过程

若离散随机过程 $\{x(n)\}$ 服从线性差分方程

AR阶数　　MA阶数

$$x(n) + \sum_{i=1}^{p} a_i x(n-i) = e(n) + \sum_{j=1}^{q} b_j e(n-j)$$

AR参数　　MA参数

式中 $e(n)$ 为一离散白噪声，则称 $\{x(n)\}$ 为ARMA过程

□ Wold分解定理：任何有限方差的ARMA或MA过程都可表示成阶数可能无穷大的AR过程。同样，任何ARMA或AR过程也可表示成一个阶数可能无穷大的MA过程

理解：

1）如果三种模型中选择了一个错误的模型，仍然可以通过一个很高的阶数获得一个合理的近似。如ARMA模型可以用一个阶数足够大的AR模型来近似。

2）ARMA模型不仅需要AR 和MA 阶数确定，而且还需要AR 和MA 参数估计(其中MA参数估计还涉及非线性方程)

3) AR 模型只需要AR参数估计（可通过求解线性方程获得）。因此AR模型在工程中获得广泛应用

7.2arma

□ **白噪声中的AR(p)过程**

$x(n)=s(n)+v(n)$

假定 $\{s(n)\}$ 为AR(p)过程，在方差为 σ_v^2 的加性白噪声 $\{v(n)\}$ 中观测

$$s(n)+\alpha_1 s(n-1)+\cdots+\alpha_p s(n-p)=e(n),\qquad e(n)\sim N(0,\sigma^2)$$

其中 $s(n)$ 与 $v(n)$ 相互独立。考察 $\{x(n)\}$ 的功率谱密度。

首先，信号 $\{s(n)\}$ 的谱密度为

$$P_s(\omega)=\frac{\sigma^2}{\left|1+\alpha_1 e^{-j\omega}+\cdots+\alpha_p e^{-j\omega p}\right|^2}=\left.\frac{\sigma^2}{|A(z)|^2}\right|_{z=e^{-j\omega}}$$

$$P_x(\omega)=P_s(\omega)+P_v(\omega)=\left.\frac{\sigma^2}{|A(z)|^2}\right|_{z=e^{-j\omega}}+\sigma_v^2=\sigma_w^2\left.\frac{|B(z)|^2}{|A(z)|^2}\right|_{z=e^{-j\omega}}$$

$v(n)$ $s(n)$ 独立

试推导

其中 $\sigma_w^2=\sigma^2+\sigma_v^2$, $|B(z)|^2=\left(\sigma^2+\sigma_v^2|A(z)|^2\right)/\left(\sigma^2+\sigma_v^2\right)$

$\sigma_w^2=\sigma^2+\sigma_v^2$

因此白噪声中的AR (p)过程是ARMA (p, p)过程，激励噪声是白的，方差为

7.3均值和方差最大似然估计