Зміст

Введення

Говорячи про «дослідження операції» ми маємо на увазі знаходження оптимального в якомусь сенсі розв'язку заданої математичної задачі. Задля знаходження розв'язку потрібно побудувати математичну модель. Як це зробити?

- Спершу виділяємо **параметри операції** – це ті дані, що подаються як факт, на них неможливо вплинути. Тому доцільно називати їх ще **некерованими змінними** чи константами.

  Наприклад, якщо *склад місткістю в* m *тон заповнений на* n *тон кавунами*, то m та n є некерованими змінними.

- Опісля потрібно з'ясувати, на які змінні ми все таки можемо вплинути. Такі змінні називаються **керувальними параметрами** або ж **керованими змінними**. Присвоєння конкретних значень керованим змінним і є розв'язком задачі.

  Наприклад, якщо потрібно з'ясувати, *скільки* k *тон кавунів ще можна довезти додатково*, то k і є тією змінною, на яку можна і потрібно впливати, щоби забезпечити виконання потрібних умов.

- Обов'язково потрібно визначити деяку множину G, в якій міститимуться усі можливі допустимі розв'язки, або так звану **область**

допустимих розв'язків (ОДР). Тоді, якщо $k \notin G$, то такий розв'язок не є допустимим і не приймається.

Якщо врахувати всі умови, наведені вище, то доречно визначити ОДР як

$$G = \{k \in \mathbb{R} : 0 \leq k \leq m - n\}.$$

Тобто, можна довезти таку невід'ємну кількість тон, щоби вона обов'язково помістилась на складі: $(m - n)$ – вільне місце на складі до виконання операції.

- І наостанок, яким чином обрати найоптимальніший розв'язок з множини усіх допустимих? Для цього прийнято вводити **цінову функцію**, що позначала би оптимальність (якість) будь-якого допустимого розв'язку чисельно. Тоді задача пошуку розв'язку зводиться до пошуку екстремуму цієї функції.

  Наприклад, якщо потрібно з'ясувати найбільше можливе k, то цінову функцію можна ввести як

  $$\varphi(k) = m - n - k,$$

  тобто вона визначала би вільне місце, яке залишається після того, як довезти ще k тон.

- Тепер задачу можна сформулювати так: *знайти таке k, щоби виконувались умови $\varphi(k) \to \max$ та $k \in G$*. Завдяки тому, що цінова функція введена саме так, вона визначатиме найбільш оптимальними ті k, які сприяють тому, щоби на складі залишалось якомога менше вільного місця. Шукаючи максимум цієї функції, ми одночасно знаходимо максимально можливе і допустиме k.

Подана задача, ймовірно, видається читачу занадто примітивною. Все правильно, для її розв'язку не обов'язково виконувати жодного оптимізаційного процесу та користуватись складними визначеннями. Відповідь можна знайти з простого рівняння: $k = m - n$. Якщо нам вдається його скласти, і знайти розв'язок за один крок, це найкраще з того, що могло статись. Тоді математична модель такої задачі називається **аналітичною**. Такий приклад подано лише для того, щоби продемонструвати важливі базові поняття на простих умовах.

Однак потрібно розуміти, що іноді «знайти розв'язок» означає знаходження значень десятків керованих змінних, які якось впливають одна на одну, і в сукупності можуть змінювати свою оптимальність непередбачуваним і неочевидним чином. Пошук розв'язку може нагадувати намагання збалансувати складну систему тягарців: як тільки потягнути за один, одразу ж починає рух інший. Відповідь на такі задачі найчастіше не може бути знайдена за один крок, і математична модель такої задачі є **алгоритмічною** (не враховуючи те, що алгоритм може складатись з одного кроку). Тоді й стає у пригоді описаний математичний апарат. Далі подано приклади кількох задач, які можна розв'язати алгоритмічно.

- Відома відстань між будь-якими двома складами a_i та a_j і заробіток b_i від доставки на i-ий склад всього товару, який на ньому замовили. Потрібно скласти маршрут від a_1 до a_n, щоби пройти якомога меншу відстань, і заробити якомога більше грошей.

- Попередню умову можна ускладнити, припустивши, що існує три типи товарів, і вартість кожного з них встановлюють функції $f_1(x_1)$, $f_2(x_2)$ та $f_3(x_3)$, де x_i – кількість i-ого товару в певній одиниці виміру.

- Існує i типів речей, і в кожної з них є своя маса m_i кілограм та вартість c_i. Скільки і яких речей потрібно покласти в рюкзак, щоби сумарно отримати найбільшу можливу вартість, але набрати не більше ніж M кілограм в цілому?

- i-ий робітник на j-ому виді діяльності має продуктивність c_{ij}. Як розподілити робітників по різних роботах так, щоби сумарно отримати найбільшу продуктивність?

Умови всіх наведених задач формують **детерміновані** математичні моделі, тобто значення некерованих змінних та можливої цінової функції завжди залишається незмінним. Однак може бути так, що всі параметри можна передбачити заздалегідь тільки з певною вірогідністю. Така ситуація може бути, наприклад, на: грошовій біржі; ринку товарів, де сьогоднішню ціну визначає низка складних характеристик, а іноді – звичайний людський непередбачуваний вибір; при прогнозуванні погодних умов тощо. Тоді математична модель такої задачі називається **стохастичною**.

Цей посібник надає детальні інструкції до побудови математичної моделі найпоширеніших операцій та методи знаходження їхніх розв’язків.

Розділ 1

Лінійне програмуванння

1.1 Графічний розв’язок

1.2 Симплекс-метод

1.3 Транспортна задача

1.4 Метод потенціалів

1.5 Цілочисельне програмування

Розділ 2

Нелінійне програмування

Розділ 3

Динамічне програмування

3.1 фівдт

asdasd