

(1 회차~8 회차까지 순서대로 있고, 8 회차 정리 시작은 8p 부터입니다.)

2018130889 이윤민 영어음성학 정리 1 회차

*Nasal(비강) tract / Oral tract velum 과 관련

*Nasal tract open (코로 숨쉴 때): velum 은 lowered 되고 그에 따라 Nasal tract 가 열려 코로 공기가 지나가게 된다. 즉 Velum lowered Nasal tract opened, Velum raised Nasal tract closed. (모든 모음 & 비음제외 모든 자음)

*Voiced / Voiceless sounds 모든 소리는 유성음과 무성음으로 나뉜다.

-유성음(성문 열림/공기저항 x 통과): 모든 모음 & 일부 유성자음 (g,d,b,m,n,z etc...)

-무성음(성문 닫힘/공기저항 o 통과): 유성음을 제외한 모든 소리. (k,t,p,s,f,h etc...)

*Oro-nasal process in velum (엑스레이 하얗게 나오는 부분이 뼈.)

-Constrictor (협착을 만드는 주체)의 종류: Lips, tongue tip, tongue body

Constriction 을 만드냐와 그 degree(CD)(상하)에 따라 control 가능

Constriction location(CL)(앞뒤)로도 control 가능

Cf)모든 모음은 Constrictor 로 반드시 tongue body 만 사용. Tongue tip 이나 Lips 는 존재하지 X.

Ex)Tongue tip 쓴다 할지라도 조금/많이 막을건지 (degree), 앞/뒤로 갈건지 (Location) 에 따라서 변화가 생기는데, 이렇게 소리를 보다 자세하게 specify 할 수가 있다.

*모음의 종류 - 모두 Approximants(근접/접근음): 조음기관이 서로 근접은 해도 직접 닿지는 X.

-Vowel(모음)은 무조건 Approximants. (막힘이 없는 게 모음의 정의이기 때문.)

-Consonant(자음)은 그렇다면 Approximants 인 것도, 아닌 것도 존재. (아래에서 다룬다.)

*자음의 종류 - 3 가지. 자음은 조음 방법에 따라 다음 세가지 중 하나에 속한다.

1.Stops 폐쇄음(나오던 기류가 일단 완전히 막혔다가 터져나오는 소리) : p t k

2.Fricatives 마찰음(두 조음기관의 간격을 아주 좁히고 그 사이로 폐에서 나오는 공기를 스쳐나가게 발음하는 소리) : s z f v th dg

3.Approximants 접근음(조음기관이 서로 근접은 해도 직접 닿지는 않으면서 나오는 소리) : r l w j

*Phoneme (음소)

-음소(어떤 언어에서 의미 구별 기능을 갖는 음성상의 최소 단위):

Ex) sip 에 쓰인 /s/와 zip 에 쓰인 /z/가 두 개의 다른 음소.

-영어의 /f/와 같이 우리의 머릿속에 저장되어 있는 것이 바로 이 phoneme.

2018130889 이윤민 영어음성학 정리 2 회차

*How to produce English consonants & Vowels.

Ex) n 을 발음하면서 코막으면 소리가 막힌다. (입에서는 이미 완전막힘이 있으므로 코까지 막으면 더 이상 바람이 새어나갈 수가 없기 때문.) 즉, n 과 같은 Nasal sound 는 velum lowered 돼서 코로 바람이 통하여 나는 소리.

*Complex tone in spectrum

*Spectrum 분석: "어떤 시점에서 어떤 주파수가 많구나~"를 분석하는 것. Complex 한 형태를 복잡하게 내버려두는 게 아니라 1+1, 1+5 와 같은 식으로 단순하게 쪼개어 표현하는 것. (프리에 발견). Ex) 어떤 형태의 sin wave 를 세가지 형태의 sin wave 들이 합쳐진 것으로 분석 해 볼 수 있다. 예컨대 sin wave1 signwave2 signwave3 (Frequency:각 100 200 300 hz, Magnitude:1>3>2)인 세 사인곡선의 각 지점 지점마다의 숫자들을 모두 합하여 하나의 곡선(sinwave4)으로 나타낼 수 있다. 즉 여러 다른 sin wave(simplex tone)들의 합은 sin wave 가 아닌 복잡한 소리(complex tone)로 표현되며, 그런 식으로 소리 만들 수 있음. 복잡한 소리에서도 반복되는 주기가 보이며, 이 주기는 가장 low frequency 의 주기와 일치.

*하나의 sin wave 는 Frequency 와 Magnitude 로 표현할 수 있음. (X 축:Frequency, Y 축:Magnitude=Amplitude) (cf:sin wave 의 X 축:시간, Y 축:Value 값) 이렇게 sin wave 를 다른 domain 으로 표현하는 방법도 있음. 단순한 두-

소리는 한가닥의 spectrum 으로만 표현되고, 일반적으로 우리가 듣는 복잡한 소리들은 (X 축이 가득 채워져서)여러 가닥으로 표현됨. Sin wave analysis

*Spectrogram: spectrum(시간개념 x)을 time 으로 visualize 한 것. (X 축:시간, Y 축:Frequency) 이 시점에 어떤 성분이 많은지, 주파수별로 어떤 성분이 많은지 파악할 수 있다.

*어떤 소리의 pitch 는 그 소리의 가장 낮은 Frequency 의 tone 과 일치한다. (단위는 hz 사용) 가장 slow 한 tone 의 Frequency 가 우리 말의 음높이(pitch)와 동일하다는 뜻. 우리의 Vocal fold 와도 일치. 또한, 한 소리의 뽀족한 막대들은 완전한 등간격이다(Ex: 126hz-252hz-378hz...). Hertz 는 등간격이지만, Amplitude 은 gradually decreasing 하는 상태. 즉, Amplitude 는 점점 감소, Frequency 는 등간격으로 점점 높아짐 (=빨라짐). 이게 Source.

*Source 와 Tube: 우리의 성대에서는 늘 똑같은 소리가 나며(source, larynx), 성대 위에 입모양을 가진 머리뚜껑에 의하여(Tube) Filtering 이 되어 결과적으로 다른 소리들이 탄생함.

*에너지:저주파:높음고주파:낮아짐. 복잡한 소리에서는 전반적으로는 에너지가 내려가는 양상을 보이긴 하지만 중간중간에 에너지가 높아지고 낮아지는 현상을 볼 수 있음. (Harmonix 은 등간격 유지)

2018130889 영어음성학 정리 3 회차

*코딩:기본적으로 자동화라 생각.

왜 자동화?: 똑 같은 게 반복되니깐 기계화시키는 것. (매번 일일이 할 필요 X) ex:휴대폰과 컴퓨터태블릿 등의 프로그램.

*Programming language: 만국공통어가 되는 게 X. 여러가지 특성/장점/단점 존재.ex)C 언어,Python,R 언어. 그런 모든 language 도 다 다르지만 공통의 속성이 있음. 인간의 language 와도 공통점을 가지며 그 공통점이란 단어와 문법을 일컬음. 단어란 정보를 담는 그릇이며 그 단어 안에 사과라는 정보를 담으면 사과라는 단어가 되며, 그 그릇에는 여러가지가 바뀌며 담길 수 있다. 따라서 숫자와 문자를 담는 variable 이 필요함.

단어(정보를 담는 그릇)에 해당되는 것:변수

이 변수에 숫자/문자같은 정보 담을 수 있음 --

>기기한테 이야기할 때 communication 하는 방법이 바로 문법에 해당. 기계의 문법은 사람만큼 복잡하지 않음.

*기본적인 특징 4 가지. 때

1.변수(variable) 이라 부르는 그릇에 정보를 넣는 것. (빈 그릇에 정보 assign 하기)

어떤 language 를 사용하더라도 변수에 정보 assign 하는 것 변함없음. variable assignment.

2.자동화/기계화라고 생각할 때 직관적으로 떠오르는 것: "~할 때 이렇게 해 달라"라는 조건. 이 조건이 당연히 필요할 것. 이 Conditioning 에 대한 문법 필요.

모든 cpu 문법은 사람 말처럼 if 문법을 쓴다.

3.자동화의 가장 중요한 것 중 하나가 여러 번 반복하는 것. 이거는 for(몇번동안 반복하라)라는 문법을 씀. 이건 어떠한 language 도 다 쓰고 있음. For loop. 계속 반복시키는 것.

->이 세가지가 프로그래밍의 공통적인 문법

4.(가장 중요) 3 번까지는 개별적인 문법임. 결론적으로 말하자면 함수를 배워야 함. 함수:중간에 어떤 과정이 들어갔는 지는 모르겠지만,

어떤 걸 넣어서 어떤 값 나오는 거. 내부적으로 뭔가 엄청나게 복잡하게 돌아갔을 것. 입력에 해당하는 것)우리의 마우스클릭. 출력)

*함수란? 입력에 어떤 것이 들어가서 출력이 되는 것. (함수 내부에 들어가는 것은 다양함) ex)Praat, 자동차, 두 개의 자연수를 주면 시작부터 끝까지의 합을 구하는 함수 등. 함수 속에도 또다른 함수가

들어갈 수 있으며 이런 식으로 함수를 반복과 재사용을 할 수 있음. 코딩도 이런 방식으로 이루어진다.

*코딩 용어와 사용법

-Variable: 컴퓨터에 주문할 때 주는 정보. 이걸 사람의 말과 컴퓨터의 정보에 담는다. 숫자/문자.

-Equal sign(=): 같다는 뜻이 X. 오른쪽의 정보(숫자/문자)를 왼쪽의 variable 에 assign 한다는 뜻.

-Run: Run 을 해야 variable 에 정보(숫자/문자)가 assign 되는 행동이 완료됨.-

Print: 어떤 변수(ex: (a))를 넣으면 그 안에 있는 것을 print out 하는 함수. Print 가 어떤 함수인지는 미리 알아야하며 구글링을 통하여 알 수 있음.

2018130889 이윤민 복습 4 회차

*어떤 variable 의 내부 정보를 나타낼 때: 대괄호 [] 를 사용하며, 이 대괄호 내부에는 index 를 넣는다. dict 에서는 왼쪽 표제어를 index 로 사용하며, 표제어는 문자/숫자 둘 다 가능하다.

Ex) a = [1, 2, 3]일 때, print(a[0])은 a list 의 0 번째 element 를 들고 오라는 의미이며, 따라서 1 이 결과로 나오게 된다. Ex)A = '123'; print(type(a)); print(a[1]) <class 'str'>, 2. 여기서 2 는 숫자가 아니라 문자이다. 주의할 점은 컴퓨터에는 숫자가 1 이 아니라 0 부터 센다는 것이다. 영에서 시작하여 오른쪽으로 갈수록 숫자가 증가하며, 끝에서부터 세면 마이너스 1 에서 시작하여 왼쪽으로 갈수록 절대값이 커진다. 어떤 index 이던지간에 첫번째 index:0, 마지막 index:-1.

*Float 함수/ int 함수: 어떤 variable 이 들어오면 그것을 float type/int type 으로 바꾸어 줌. 예를 들어 a = 1 (int); a = float(a); print(type(a)) 의 결과값은 float. 원래 int 였던 1 이 함수를 거쳐 float 으로 바뀌었기 때문이다. 반대로 a=1.2; a = int(a); print(type(a))를 하면 int 가 나온다. 참고로 print(a)를 한다면 반올림되어 1 이 나오게 된다.

*List 함수: 강제로 list 로 쪼개어주는 함수. Ex) a = '123'; a = list(a); print(type(a)); print(a); print(a[2]) <class 'list'>, ['1', '2', '3'], 3. 주의)문자는 항상 ' ' 속에 들어있으며, 아무것도 감싸고 있지 않으면 숫자로써의 정보이다. Tuple 도 같은 방법으로 다룰 수 있음. 지금까지는 내부 data access 해봄..

*Str 과 list 는 내부 정보 access 하는 과정이 거의 같다. S = 'abcdef' (str), n = [100,200,300] (list).

*range 함수: 여러 개의 정보를 한꺼번에 가져올 수 있다. Ex) [1:3] 은 첫번째 것~세번째 것 직전의 것 (!)을 나타내는 표현이다. 즉, 첫번째 두번째 것을 가져온다. (0 번째와 첫번째는 다르다!) ex) [1:] 첫번째~끝까지. Ex)[:3] 0 번째~3 직전까지. (닫는 숫자는 늘 끝에서 숫자 하나 빼서 생각하기)

*len 함수: variable 의 길이 (length)를 알려주는 함수.

Ex) s = '123456'; print(len(s)) 6, ex) n = [100, 200, 300]; print(len(n)) 3

*upper 함수: 소문자를 대문자로 바꾸어주는 함수. 함수의 형식이 다르다. S = 'abcdef'; s.upper() 'ABCDEF'. 와 같이 .을 먼저 찍고 함수이름을 적어준다. 이렇듯, 어떤 글자를 적고 (괄호)를 뒤에 붙이면 그것이 함수역할을 한다. .을 찍는 방법으로도 함수를 만들 수가 있으며, 마침표 앞에 variable 의 이름을 적으면 된다.

*find 함수: 무언가 찾아주는 함수. Ex) S.find('house'): 변수 안에 담겨있는 str 속에서 'house'를 찾아라 이 예문에서 house 는 11 번째에 있으며, 이 때 띄어쓰기도 함께 센다.

*strip 함수: 잡스러운 것들을 지워주고, 순수 text 만 남겨주는 함수.

*Split 함수: str 에 문장이 들어가있을 때 이를 단어별로 잘라주는 함수. 결과적으로는 단어의 list 로 만들어준다. S.split(' ') : (' ')안의 것을 기준으로 잘라주는데, 지금의 경우에는 space 이다.

(이후의 복습 과제는 jupyter notebook 으로 직접 필기하여 정리했습니다.)

2018130889 이윤민 영어음성학 정리 5 회차

*Numpy 함수: List 상태에서는 mathematical 한 계산/작동이 불가능하다. 그래서 그걸 하고싶을 때 Numpy 라는 함수를 씀. 즉, Numpy arrange/Array : list 를 operable 한 행렬/벡터로 만들어 주는 것. -

예컨대 a = [1,3,5] , b = [2,4,6]과 같은 두 개의 list 가 있을 때, numpy 를 적용하지 않았을 때와 적용했을 때 다음과 같은 차이가 있다. (이 import 과정을 거쳐야 numpy 함수를 사용할 수 있으며, numpy --> np 로 축약하여 적어도 된다.) 이때의 type 은 numpy.ndarray 이다.

*행렬: [[1,2,3], [4,5,6]]와 같이 큰 list 안에 작은 list 을 넣을 수 있으며, 이런 형식을 2 행 3 열 즉 (2,3)의 행렬이라고 하고 가로 세로 행/열 에 대한 직사각형 숫자 array 의 형태로 나타난다.

*import numpy 의 두 가지 방법: 1)Numpy.A.d.f (큰 껍데기->작은 껍데기 순서로 적자), 2)From numpy import A (Numpy 에 있는 A 를 불러오자)

*Dtype: dtype 을 통해 내부 정보의 형태를 고정할 수 있다. ex) dtype = 'int'라고 설정하면 int 값들이 나오게 된다.

처럼 파이와 같이 계속 가는 무리수이며, 즉 정해진 상수값이다. i 는 imaginary 의 약자이며 즉 real 의 반대이다. 여기서 짐작할 수 있듯 실수의 반대, 즉 허수이다. 허수는 루트-1 이고 따라서 제곱하면 -1 이 나온다.

* $f(\theta) = e$ 의 세타 i 승. Radian 값이 변하면서 값이 달라지는 함수라고 생각하면 됨. f 라는 함수에 θ 가 들어가는데 그 함수의 생김새가 e 의 θi 승이다. 그렇다면 여기서 어떤 결과값이 나올지는 어떻게 알까? 어차피 다 숫자값들이니까 결과값 또한 숫자값이 나올거라는 추측이 가능하다. 따라서 세타값에 따라 다른 숫자값들이 나올 것인데, 이 때 나오는 다양한 결과값들을 포괄하기 위하여 우리는 복소수($a+bi$) 개념을 사용한다.

*복소수 plotting 하기: 복소평면(복소수 평면, complex plain)은 X 축과 Y 축으로 구성되어 있는데 이때 복소수 $a+bi$ 중 X 축이 a , Y 축이 b 에 해당한다. ($1 = a:1 \ b:0$ / $i = a:0 \ b:1$ / $-1 = a:-1 \ b:0$ / $-i = a:0 \ b:-1$)

1) 이걸 좌표에 다 찍어보면 원이 그려진다. 이 그래프를 어떻게 사용해볼까? ex) 아무 radian 값을 넣었다고 쳐 보자. 예를 들어 0.3, 0.8 이라고 치면 저 값이 주는 건 $0.3+0.8i$ 라는 것이다.

*모든 데이터는 벡터화되어야 하는데, 이 때 벡터는 $(1,0)$, $(0,1)$ 과 같은 숫자열이며 이렇게 벡터값으로 표현이 되는 열들은 세타값에 따라 반시계방향으로 바뀌게 된다.

*Projection: 이 개념은 말 그대로 flashlight 로 비출 때 어떤 모양이 나오느냐와 관련된 개념이다. (빛 비춰서 2 차원으로만 본다고 생각하자)

-

ex)x 축으로 빛 쏘면 왼쪽오른쪽으로 왔다갔다~ y 축으로 빛 쏘면 아래위로 왔다갔다~하는 형태일 것.

*Projection 의 두 방향에 따라 볼 수 있는 관점이 달라진다. (실수/허수)

-따라서 실수의 관점에서만 보겠다면 위에서 빛을 쏘고, 그 빛은 왼쪽으로 왔다갔다 할 것이며, 실수는 보기싫고 허수만 보겠다면 옆에서 빛을 쏘고, 그 빛은 아래위로 왔다갔다 할 것이다.

-

허수만 본다면 sin, 실수만 본다면 cos 이다. 즉, 오일러 phaser 은 sin 과 cos 을 동시에 가지고 있고, 복소수와 오일러숫자의 특이한 성질을 이용해서 sin 과 cos 동시에 나타내어 어떨텐 a 로, 어떨텐 b 로 projection 해서 어느 한쪽만 관찰할수도 있음.

*Pure tone 에서 우리가 넣는 입력값은? 1.진폭, 2.Frequency(1 초에 몇번 움직이는가/왔다갔다하는가) 만약에 우리가 sine 세타라고 쓴다면 그 각도값이 변한다고 했을 때 시간의 개념이 들어갈까? 들어

가지 않는다. 하지만 진정한 소리를 만들어 내려면 각도 개념과 더불어 그 속에 초 개념을 함께 넣어주어야 한다. 즉, 실체의 소리는 반드시 그 속에 시간 개념이 들어가야 함. (sr 과 dur 로 time 을 만들어낼 수 있으며, 이 t 는 어차피 계산을 해야하는 값이므로 np 를 사용해야 한다.)

2018130889 이윤민 영어음성학 정리 7회차

*Wave: sin wave 여러 개 쌓여서 \diamond 성대 소리를 표현할 수 있다. 이게 우리가 보는 wave. X 축은 time, Y 축은 value/energy

*Wave form: wave 를 frequency domain 으로 볼 수 있음.

*Spectrogram: 어떠한 구간에서 어떤 frequency 성분이 많은지를 보여줌. *Spectrum: Spectrogram 에서 한 given time 을 slice 로 잘랐을 때를 보여줌. 즉, spectrum 을 시간상으로 쭉 쌓으면 \rightarrow Spectrogram 이 된다.

*Formant 다루기

*기본 성대 소리를 Format 으로 잘라보기 \rightarrow Spectrogram 을 산처럼 빙글빙글 자르는 것 \rightarrow 이렇게 하면 아~이~소리 (모음 소리 만들어냄)

*각 산맥의 특성에 따라 다른 모음 소리가 만들어진다. 그 중, 특히 첫번째/두번째 format 이 중요하므로 F1, F2 를 설정하는 작업이 중요하다.

-Gradually decreasing 하는 Spectrum 에서 산맥을 하나하나 만들어야 하는데, 첫 산맥을 만들고 (주파수도 함께 설정) 그 오른쪽에도 연속적으로 산맥을 계속 만들어 주어야 한다. 이 작업을 통해 성대 소리에서 사람의 발음처럼 소리가 바뀐다.

*anaconda prompt 로 소리를 만들어보자 (tip:순간적으로 나오는 *기호 : 내부적으로 실행된다는 뜻)

-time 만듦 \rightarrow Time 으로부터 각도(phase)만듦 \rightarrow 이것을 sin 함수에 통하게 만듦

-Amp 설정: $s = \text{amp} * \text{np.sin}(\text{theta})$ \rightarrow 440 -s playout 하는 수식: `lpd.Audio(s, rate=sr) *hz` 와 관련한 소리의 변화: ex)440-880-1760u... 옥타브만 높아질 뿐, 전부 같은 '라'소리. 즉, 같은 배수의 소리는 같은 음을 가진다.

*Sin 대신에 cos 을 쓰면 시작점이 0 \rightarrow 1 로 변경된다. 그러나 1 초동안 왔다갔다 하는 횟수는 같기 때문에 sin/cos 의 차이로 소리가 달라지지는 않음. (똑같은 '라' 소리) 즉, shape 자체는 같지만 $1/2\pi(90^\circ)$ 정도의 이동한 모양 차이는 존재한다. 따라서 이러한 이동으로 인해 소리는 달라지지 않는다는 점을 유추할 수 있다. 이러한 각도를 phase 라고 하며, 이 phase 는 우리가 듣기에 전혀 차이를 낳지 않기 때문에 어떠한 sensitivity 도 갖고 있지 않으며 따라서 이는 우리가 인식

하지 못한다. (차이를 느끼려면 Frequency 조정)

*Complex phasor 실행 C 라고 명명(complex 자체는 plotting 이 안되므로 a b 각각을 사용해서 2차원으로 나타내어 plotting 을 함) *Resonance 의 첫번째 입력으로 sampling rate 사용. *Width: 산맥의 shape (뽕죽/똥똥) 결정.

2018130889 이윤민 영어음성학 정리 8회차 (가장 최근)

*행렬 계산법: 3×2 matrix(행렬)이 있다고 생각하자. 이 행렬 오른쪽에 곱해질 수 있는 건 $2 \times ?$ 행렬 뿐이다. 오른쪽 column(세로열)들은 왼쪽의 row(가로열)개수와 똑같아야 한다. 즉, 행렬끼리 곱할 때 인접한 곳의 숫자는 똑같아야 한다. (오른쪽 column들을 왼쪽 세로열에 곱하고 각각 더해주는 게 행렬이 곱해지는 원리이다.) Ex) 3×2 와 2×3 의 행렬을 곱하면 결과는 $3 \times 3 \rightarrow$ 바깥쪽에 나온 숫자들끼리의 행렬이 된다. 앞의 원리에 따라서 만약 3×2 와 2×1 의 행렬을 곱하면 결과는 3×1 이 될 것이다.

* $A \cdot x = b$ 에서 A에 해당하는 부분이 인공지능(기계함수), x가 입력, 그리고 b가 출력이다. 만약 여기서 벡터(x)를 A앞에 두고 싶으면? Transpose해 주면 된다. 예를 들어 2×1 과 3×2 는 곱해지지 않는다. 따라서 각 행렬을 1×2 와 2×3 으로 바꾸어주면 된다. Dimension만 같으면 transpose한다고 행렬의 결과값이 달라지지는 않고, 이렇게 곱해진다는 건 함수가 적용되었다는 뜻이다.

*Vector(벡터)란 어떤 차원에서의 한 점이며, 행렬에서 숫자가 아무리 많아져도 차원만 늘어날 뿐, 좌표상에서 한 점으로 찍힌다는 특징은 동일하다.

*Scaler: 행렬 앞에 곱해지는 어떠한 상수값을 scaler이라고 하며, Scaler도 일종의 matrix(1×1)이다.

*행렬 두개가 더해지면 기하적으로 좌표에서 두 점과 원점에서 끌어당기는 힘을 상상할 수 있다.

*Column space: 예를 들어, 3×2 에서 3이 column이 되며, 이 column차원 벡터가 represent되는 곳은 3차원이다. 이 column점들과 원점을 찍고 색칠하면 plain위의 삼각형이 생기고, 이 삼각형을 각 변을 기준으로 넓게 펴서 밀어보면 전체 space가 생긴다. 이 확장하는 과정을 Spanning이라 이름 붙이고, spanning의 결과로 2차원의 plain이 생긴다. 따라서 column space는 2차원이다. (lineal combination으로 만들어진 점은 나머지 점들이 spanning해서 만들어진 column space 위다.)

*Whole space: 위의 예시에서 whole space는 3차원이다.

*위 예시에서 유추할 수 있듯이 Column space(2차원)는 항상 whole space(3차원)보다 같거나 작다.

*Null space: Whole space(3차원) - Column space(2차원) = Null space(1차원). Null space를 기하적으로 계산 해 보자. Spanning된 2차원이 plain으로 있다고 했을 때, 이 plain과 수직 관계에 있는 한 선(원점 통과)을 상상할 수 있고, 이 선은 1차원이기에 1차원의 null space가 결과로 나온다. 즉, column space가 whole space를 채우지 못하면 orthographical한 게 생기고, 그것이 null space.

*Row space: Column space가 있다면 row space도 있을 것. 이걸 Row vector를 기준으로 만든

space다. Column space를 만들어내는 과정과 동일하며, 마찬가지로 whole space이하의 차원이다.

*Independent/dependent vectors: 예를 들어, a b c 세 개의 벡터가 있을 때 $\alpha a + \beta b = c$ 가 나온다면 c 는 dependent vector, 즉 같은 선상에 위치한 vector. Independent vector은 같은 선상에 있지 않는 vector이다. Dependent vector이 있다면 whole space의 차원이 줄어들게 된다.