

目次			5.2	最長回文 ( Manacher ) . . . . .	8
			5.3	Suffix Array ( Kärkkäinen-Sanders ) . . . . .	8
			5.4	Suffix Array ( SA-IS ) . . . . .	9
1	環境	1	6	動的計画法	11
1.1	.Xmodmap . . . . .	1	6.1	最長共通部分列 . . . . .	11
1.2	.vimrc . . . . .	1	6.2	最長増加部分列 . . . . .	11
1.3	Makefile . . . . .	1	7	データ構造	11
2	テンプレート	1	7.1	Union-Find Tree . . . . .	11
2.1	C++ . . . . .	1	7.2	Fenwick Tree . . . . .	11
2.2	Java . . . . .	1	7.3	Segment Tree . . . . .	12
3	グラフ	2	7.4	Range Tree . . . . .	14
3.1	定義 . . . . .	2	8	数学	14
3.2	定理 . . . . .	2	8.1	数学定数 . . . . .	14
3.3	基本要素 . . . . .	2	8.2	ユークリッドの互除法 . . . . .	14
3.4	単一始点最短路 ( Dijkstra ) . . . . .	2	8.3	mod 演算 . . . . .	14
3.5	単一始点最短路 ( Bellman-Ford ) . . . . .	2	8.4	篩 . . . . .	15
3.6	全点間最短路 ( Warshall-Floyd ) . . . . .	3	8.5	素数判定 ( Miller-Rabin ) . . . . .	15
3.7	最小全域木 ( Prim ) . . . . .	3	8.6	Gauss-Jordan の消去法 . . . . .	15
3.8	最小全域森 ( Kruskal ) . . . . .	3	8.7	高速ゼータ/メビウス変換 . . . . .	16
3.9	最小シュタイナー木 ( Dreyfus-Wagner ) . . . . .	3	9	幾何	16
3.10	最大独立集合 . . . . .	4	9.1	基本要素 . . . . .	16
3.11	トポロジカルソート . . . . .	4	9.2	回転方向 . . . . .	17
3.12	強連結成分分解 . . . . .	4	9.3	面積 . . . . .	17
3.13	橋 . . . . .	4	9.4	交差判定 . . . . .	17
3.14	関節点 . . . . .	5	9.5	距離 . . . . .	17
3.15	2-SAT . . . . .	5	9.6	2 直線から等距離な点集合 . . . . .	18
3.16	最小共通先祖 . . . . .	5	9.7	円の接線 . . . . .	18
3.17	二部性判定 . . . . .	5	9.8	凸包 . . . . .	18
4	フロー	6	9.9	凸多角形の包含判定 . . . . .	18
4.1	最大流 ( Dinic ) . . . . .	6	9.10	凸多角形の切断 . . . . .	18
4.2	最小費用流 . . . . .	6	9.11	線分アレンジメント . . . . .	19
4.3	2 部グラフの最大マッチング ( naïve ) . . . . .	7	10	その他	19
4.4	2 部グラフの最大マッチング ( Hopcroft-Karp ) . . . . .	7	10.1	ビット演算 . . . . .	19
4.5	DAG の最小独立パス被覆 . . . . .	7	10.2	priority_queue のヘルパ関数 . . . . .	20
4.6	無向グラフの全域最小カット ( Nagamochi-Ibaraki ) . . . . .	8	10.3	ハッシュ関数 . . . . .	20
5	文字列	8	10.4	Fairfield の公式 . . . . .	20
5.1	Knuth-Morris-Pratt . . . . .	8			

## 1 環境

### 1.1 .Xmodmap

[ 変換 ] と [ 半角/全角 ], [ 無変換 ] と [ Escape ] を入れ替え , [ CapsLock ] を [ Ctrl ] に割り当てる .

```
1 keysym Muhenkan = Escape
2 keysym Henkan_Mode = Zenkaku_Hankaku
3 keysym Escape = Muhenkan
4 keysym Zenkaku_Hankaku = Henkan_Mode
5
6 remove Lock = Caps_Lock
7 keysym Caps_Lock = Control_L
8 add Control = Control_L
```

### 1.2 .vimrc

不要そうなものは適当に削る .

```
1 set number
2 set tabstop=4 shiftwidth=4
3 set textwidth=0
4 set nobackup noswapfile
5
6 set hlsearch noincsearch ignorecase
7
8 set cindent
9 set cinoptions=L0,:0,l1,g0,cs,C1,(s,m1
10 set cinkeys-=0#
11 set noshowmatch
12
13 set laststatus=2
14 set tabpagemax=32
15
16 set list listchars=tab:^\ ,trail:_
17
18 noremap <Up> <Nop>
19 noremap <Down> <Nop>
20 noremap <Left> :<C-u>tabprev<Return>
21 noremap <Right> :<C-u>tabnext<Return>
22 inoremap <Return> <Return>x<BS>
23 nnoremap o ox<BS>
24 nnoremap O Ox<BS>
25
26 filetype plugin indent on
27 syntax enable
28
29 augroup misc
30   autocmd filetype * setlocal comments=
31 augroup END
```

### 1.3 Makefile

```
1 MAIN=
2
3 CXXFLAGS=-Wall -Wextra -Wno-sign-compare -Wno-unused-result -std=c++11 -g -D_GLIBCXX_DEBUG
4 #CXXFLAGS=-Wall -Wextra -Wno-sign-compare -Wno-unused-result -std=c++11 -O2
5
6 all: $(MAIN)
7 clean:
8   find . -maxdepth 1 -type f -perm -111 -delete
9 run: $(MAIN)
10   ./$(MAIN).in
```

## 2 テンプレート

### 2.1 C++

```
1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 #define dump(n) cout<<"# "<<#n<<'='<<(n)<<endl
5 #define repi(i,a,b) for(int i=int(a);i<int(b);i++)
6 #define peri(i,a,b) for(int i=int(b);i-->int(a);)
7 #define rep(i,n) repi(i,0,n)
8 #define per(i,n) peri(i,0,n)
9 #define all(c) begin(c),end(c)
10 #define mp make_pair
11 #define mt make_tuple
12
13 typedef unsigned int uint;
14 typedef long long ll;
15 typedef unsigned long long ull;
16 typedef pair<int,int> pii;
17 typedef vector<int> vi;
18 typedef vector<vi> vvi;
19 typedef vector<ll> vl;
20 typedef vector<vl> vvl;
21 typedef vector<double> vd;
22 typedef vector<vd> vvd;
23 typedef vector<string> vs;
24
25 const int INF=1e9;
26 const int MOD=1e9+7;
27 const double EPS=1e-9;
28
29 template<typename T1,typename T2>
30 ostream& operator<<(ostream& os,const pair<T1,T2>& p){
31   return os<<' ('<<p.first<<','<<p.second<<')';
32 }
33 template<typename T>
34 ostream& operator<<(ostream& os,const vector<T>& a){
35   os<<'[';
36   rep(i,a.size()) os<<(i?" ":"")<<a[i];
37   return os<<']';
38 }
39
40 int main()
41 {
42 }
```

### 2.2 Java

Solver#main に書く .

```
1 import java.io.*;
2 import java.lang.*;
3 import java.math.*;
4 import java.util.*;
5
6 class Main{public static void main(String[] args){new Solver();}}
7
8 class Solver{
9   Scanner reader=new Scanner(System.in);
10   PrintWriter writer=new PrintWriter(System.out);
11   Solver(){main(); writer.flush();}
12
13   void main(){
14   }
```

```

15 }
16
17 class ScanReader{
18     BufferedReader br;
19     StringTokenizer st;
20     public ScanReader(InputStream in){
21         br=new BufferedReader(new InputStreamReader(in));
22         st=null;
23     }
24     public boolean hasNext(){
25         while(st==null || !st.hasMoreTokens()){
26             try{
27                 if(!br.ready())
28                     return false;
29                 st=new StringTokenizer(br.readLine());
30             }
31             catch(IOException e){
32                 throw new RuntimeException(e);
33             }
34         }
35         return true;
36     }
37     public String nextLine(){
38         hasNext();
39         return st.nextToken("");
40     }
41     public String next(){
42         hasNext();
43         return st.nextToken();
44     }
45 }

```

### 3 グラフ

#### 3.1 定義

マッチング	端点を共有しない辺集合
独立集合	どの2点も隣接しない頂点集合
クリーク	どの2点も隣接している頂点集合
支配集合	自身とその隣接頂点のみで全頂点を被覆する頂点集合
辺被覆	どの頂点も少なくとも1つの辺に接続している辺集合
点被覆	どの辺も少なくとも1つの頂点に接続している頂点集合

#### 3.2 定理

グラフ  $G = (V, E)$  について,

$$| \text{最大独立集合} | + | \text{最小点被覆} | = |V|$$

孤立点がないとき,

$$| \text{最大マッチング} | + | \text{最小辺被覆} | = |V|$$

二部グラフであるとき,

$$| \text{最大マッチング} | = | \text{最小点被覆} |$$

$$| \text{最大独立集合} | = | \text{最小辺被覆} |$$

Dilworth の定理・Mirsky の定理

推移性をみたす DAG であるとき,

Dilworth の定理: 濃度最大の反鎖の濃度 = 個数最小の鎖被覆の個数

Mirsky の定理: 濃度最大の鎖の濃度 = 個数最小の反鎖被覆の個数

DAG の最小独立パス被覆

(最小独立パス被覆) =  $|V| - (V + V')$  を頂点とする二部グラフの最大マッチング)

DAG が推移性をもつとき,

$$(\text{最小独立パス被覆}) = (\text{最小パス被覆})$$

#### 3.3 基本要素

```

1 struct Edge{
2     int src,dst,weight;
3     Edge(){}
4     Edge(int s,int d,int w):src(s),dst(d),weight(w){}
5 };
6 typedef vector<vector<Edge>> Graph;
7 bool operator< (const Edge& a,const Edge& b){return a.weight<b.weight;}
8 bool operator> (const Edge& a,const Edge& b){return a.weight>b.weight;}

```

#### 3.4 単一始点最短路 (Dijkstra)

計算量  $O(E \log V)$

```

1 // Verify: UVA 341, AOJ 0155
2
3 void Dijkstra(const Graph& g,int v,vi& dist,vi& prev)
4 {
5     priority_queue<Edge,vector<Edge>,greater<Edge>> pq;
6     pq.emplace(-1,v,0);
7     while(pq.size()){
8         Edge cur=pq.top(); pq.pop();
9         if(dist[cur.dst]!=INF) continue;
10        dist[cur.dst]=cur.weight;
11        prev[cur.dst]=cur.src;
12        for(Edge e:g[cur.dst])
13            pq.emplace(e.src,e.dst,cur.weight+e.weight);
14    }
15 }
16
17 void BuildPath(const vi& prev,int v,vi& path)
18 {
19     for(int u=v;u!=-1;u=prev[u])
20         path.push_back(u);
21     reverse(all(path));
22 }

```

#### 3.5 単一始点最短路 (Bellman-Ford)

計算量  $O(VE)$

```

1 // Verify: UVA 341
2
3 bool BellmanFord(const Graph& g,int begin,vi& cost,vi& prev)
4 {
5     int size=g.size();
6     cost.assign(size,INF);
7     prev.assign(size,-1);
8
9     cost[begin]=0;

```

```

10 rep(k,size-1){
11     rep(i,size){
12         rep(j,g[i].size()){
13             Edge cand=g[i][j]; // candidate
14             if(cost[cand.dst]>cost[i]+cand.weight){
15                 cost[cand.dst]=cost[i]+cand.weight;
16                 prev[cand.dst]=cand.src;
17             }
18         }
19     }
20 }
21 rep(i,size){
22     rep(j,g[i].size()){
23         Edge cand=g[i][j]; // candidate
24         if(cost[cand.dst]>cost[j]+cand.weight)
25             return false;
26     }
27 }
28 return true;
29 }
30
31 void BuildPath(const vi& prev,int begin,int end,vi& path)
32 {
33     path.clear();
34     for(int i=end;;i=prev[i]){
35         path.push_back(i);
36         if(i==begin)
37             break;
38     }
39     reverse(all(path));
40 }

```

### 3.6 全点間最短路 (Warshall-Floyd)

計算量  $O(V^3)$

```

1 // Verify: PKU 0155
2
3 void WarshallFloyd(vvd& dist,vvi& next)
4 {
5     int n=dist.size();
6
7     rep(i,n) rep(j,n)
8         next[i][j]=j;
9
10    rep(k,n) rep(i,n) rep(j,n){
11        if(dist[i][j]>dist[i][k]+dist[k][j]){
12            dist[i][j]=dist[i][k]+dist[k][j];
13            next[i][j]=next[i][k];
14        }
15    }
16 }

```

### 3.7 最小全域木 (Prim)

root を含む最小全域木を計算する。tree に構成辺を保存し、重みの総和を返す。

計算量  $O(E \log V)$

```

1 // Verify: A0J 0180, POJ 1287, POJ 1861
2
3 int Prim(const Graph& g,vector<Edge>& tree,int root=0)
4 {
5     tree.clear();
6
7     vi vis(g.size());

```

```

8     priority_queue<Edge,vector<Edge>,greater<Edge> > pq;
9     pq.push(Edge(-1,root,0));
10    int res=0;
11    while(pq.size()){
12        Edge cur=pq.top(); pq.pop();
13        if(vis[cur.dst])
14            continue;
15        vis[cur.dst]=true;
16        res+=cur.weight;
17        if(cur.src!=-1)
18            tree.push_back(cur);
19        foreach(e,g[cur.dst])
20            pq.push(*e);
21    }
22    return res;
23 }

```

### 3.8 最小全域森 (Kruskal)

forest に構成辺を保存し、重みの総和を返す。

計算量  $O(E \log V)$

```

1 // Verify: A0J 0180, POJ 1861
2
3 int Kruskal(const Graph& g,vector<Edge>& forest)
4 {
5     int n=g.size();
6     vector<Edge> es;
7     rep(i,n) es.insert(end(es),all(g[i]));
8     sort(all(es));
9
10    UnionFind uf(n);
11    int res=0;
12    for(auto e:es)
13        if(uf.Unite(e.src,e.dst)){
14            res+=e.weight;
15            forest.push_back(e);
16        }
17    return res;
18 }

```

### 3.9 最小シュタイナー木 (Dreyfus-Wagner)

与えられた隣接行列とターミナルの集合に対し、最小シュタイナー木の重みの総和を返す。

計算量  $O(3^T V + 2^T V^2 + V^3)$

```

1 // Verify: A0J 1040
2
3 int DreyfusWagner(const vvi& _dist,const vi& ts)
4 {
5     int n=_dist.size();
6     vvi dist=_dist;
7     rep(k,n) rep(i,n) rep(j,n)
8         dist[i][j]=min(dist[i][j],dist[i][k]+dist[k][j]);
9
10    int tsize=ts.size();
11    vvi dp(1<<tsize,vi(n,INFTY));
12    rep(i,tsize) rep(j,n)
13        dp[1<<i][j]=dist[ts[i]][j];
14    rep(i,1<<tsize){
15        for(int j=i;j=i&(j-1)) rep(k,n)
16            dp[i][k]=min(dp[i][k],dp[j][k]+dp[i^j][k]);
17        rep(j,n) rep(k,n)
18            dp[i][j]=min(dp[i][j],dp[i][k]+dist[k][j]);
19    }

```

```

20     return *min_element(all(dp.back()));
21 }

```

### 3.10 最大独立集合

計算量  $O(1.466^n n)$

```

1 // Verify: POJ 1419, SRM 589 Medium
2
3 void DFS(const Graph& g, int u, vi& vis, int cur, int rem, int& res)
4 {
5     int n=g.size();
6     if(cur+rem<=res) return;
7     res=max(res, cur);
8     if(u==n) return;
9
10    if(vis[u]){
11        DFS(g, u+1, vis, cur, rem, res);
12        return;
13    }
14
15    // use u
16    vi tmp=vis;
17    vis[u]=1;
18    rep(i, g[u].size()){
19        int v=g[u][i].dst;
20        if(!vis[v]) vis[v]=1, rem--;
21    }
22    DFS(g, u+1, vis, cur+1, rem-1, res);
23    swap(vis, tmp);
24    rep(i, g[u].size()){
25        int v=g[u][i].dst;
26        if(!vis[v]) rem++;
27    }
28
29    // don't use u
30    if(g[u].size()>1){
31        vis[u]=1;
32        DFS(g, u+1, vis, cur, rem-1, res);
33        vis[u]=0;
34    }
35 }
36
37 int MaxIndependentSet(const Graph& g)
38 {
39     int n=g.size();
40     vi vis(n);
41     int res=0;
42     DFS(g, 0, vis, 0, n, res);
43     return res;
44 }

```

### 3.11 トポロジカルソート

計算量  $O(V + E)$

```

1 // Verify: UVA 10305
2
3 bool Visit(const Graph& g, int v, vi& color, vi& order)
4 {
5     if(color[v]==1)
6         return false;
7     if(color[v]==2)
8         return true;
9     color[v]=1;
10    rep(i, g[v].size())

```

```

11    if(!Visit(g, g[v][i].dst, color, order))
12        return false;
13    color[v]=2;
14    order.push_back(v);
15    return true;
16 }
17
18 bool TopologicalSort(const Graph& g, vi& order)
19 {
20     int size=g.size();
21     order.clear();
22     vi colors(size);
23     rep(i, size){
24         if(!Visit(g, i, colors, order)){
25             order.clear();
26             return false;
27         }
28     }
29     reverse(all(order));
30     return true;
31 }

```

### 3.12 強連結成分分解

計算量  $O(V + E)$

```

1 // Verify: POJ 2186, AOJ 2222, AOJ 2505
2
3 void DFS(const Graph& g, int v, vi& vis, vi& order)
4 {
5     if(vis[v]) return;
6     vis[v]=1;
7     for(auto e:g[v]) DFS(g, e.dst, vis, order);
8     order.push_back(v);
9 }
10
11 vvi SCC(const Graph& g)
12 {
13     int n=g.size();
14     vi vis(n), order;
15     rep(i, n) DFS(g, i, vis, order);
16     Graph t(n);
17     rep(i, n) for(auto e:g[i])
18         t[e.dst].emplace_back(e.dst, e.src);
19     fill(all(vis), 0);
20     vvi res;
21     per(i, n) if(!vis[order[i]]){
22         res.resize(res.size()+1);
23         DFS(t, order[i], vis, res.back());
24     }
25     return res;
26 }

```

### 3.13 橋

計算量  $O(V + E)$

```

1 // Verify: LOJ 1026
2
3 int DFS(const Graph& g, int u, int prev, int x, vi& ord, vi& low)
4 {
5     ord[u]=low[u]=x++;
6     rep(i, g[u].size()){
7         int v=g[u][i].dst;
8         if(ord[v]==-1){
9             x=DFS(g, v, u, x, ord, low);

```

```

10     low[u]=min(low[u],low[v]);
11 }
12 else if(v!=prev)
13     low[u]=min(low[u],ord[v]);
14 }
15 return x;
16 }
17
18 void Bridge(const Graph& g,vector<Edge>& bs)
19 {
20     bs.clear();
21     int n=g.size();
22     vi ord(n,-1),low(n);
23     rep(i,n) if(ord[i]==-1)
24         DFS(g,i,-1,0,ord,low);
25     rep(i,n) foreach(e,g[i])
26         if(ord[e->src]<low[e->dst])
27             bs.push_back(*e);
28 }

```

### 3.14 関節点

計算量  $O(V + E)$

```

1 // Verify: POJ 1144
2
3 int DFS(const Graph& g,int u,int prev,int x,vi& ord,vi& low,vi& as)
4 {
5     ord[u]=low[u]=x++;
6     int deg=0,isart=0;
7     rep(i,g[u].size()){
8         int v=g[u][i].dst;
9         if(ord[v]==-1){
10             x=DFS(g,v,u,x,ord,low,as);
11             low[u]=min(low[u],low[v]);
12             deg++;
13             isart|=ord[u]<=low[v];
14         }
15         else if(v!=prev)
16             low[u]=min(low[u],ord[v]);
17     }
18     if(prev==-1 && deg>=2 || prev!=-1 && isart)
19         as.push_back(u);
20     return x;
21 }
22
23 void Articulation(const Graph& g,vi& as)
24 {
25     as.clear();
26     int n=g.size();
27     vi ord(n,-1),low(n);
28     rep(i,n) if(ord[i]==-1)
29         DFS(g,i,-1,i,ord,low,as);
30 }

```

### 3.15 2-SAT

$u \vee v \Leftrightarrow (\bar{u} \rightarrow \bar{v}) \wedge (\bar{v} \rightarrow \bar{u})$  と式変形し、二項関係  $\rightarrow$  で辺を張り強連結成分分解する。強連結成分の真偽は一致するため、 $x$  と  $\bar{x}$  が同じ強連結成分に属するならば充足不能。そうでないならば充足可能。

### 3.16 最小共通先祖

計算量 構築  $O(V \log V)$ 、クエリ  $O(\log V)$

```

1 // Verify: AJOI GRL_5_C, ABC 014 D
2

```

```

3 // by Doubling,  $O(n \log n)$ -space
4 struct LCA{
5     vi ds;
6     vvi ps;
7     LCA(const Graph& g,int root):ds(g.size()),ps(32-clz(g.size()),vi(g.size(),-1)){
8         DFS(g,-1,root,0);
9         rep(i,ps.size()-1) rep(j,ps[i].size())
10             ps[i+1][j]=ps[i][j]==-1?-1:ps[i][ps[i][j]];
11     }
12     void DFS(const Graph& g,int p,int v,int d){
13         ds[v]=d;
14         ps[0][v]=p;
15         for(auto e:g[v]) if(e.dst!=p)
16             DFS(g,e.src,e.dst,d+1);
17     }
18     int Find(int u,int v){
19         if(ds[u]>ds[v]) swap(u,v);
20         rep(i,ps.size())
21             if(ds[v]-ds[u]>>i&1)
22                 v=ps[i][v];
23         if(u==v) return u;
24         per(i,ps.size())
25             if(ps[i][u]!=ps[i][v])
26                 u=ps[i][u],v=ps[i][v];
27         return ps[0][u];
28     }
29 };
30
31 // by RMQ,  $O(n)$ -space
32 struct LCA{
33     vi tour,fs,ds;
34     SegmentTree st; // I=INF,F=min
35     LCA(const Graph& g,int root):fs(g.size(),-1),st(1){
36         DFS(g,-1,root,0,ds);
37         rep(i,tour.size()) if(fs[tour[i]]==-1) fs[tour[i]]=i;
38         st=SegmentTree(ds);
39     }
40     void DFS(const Graph& g,int p,int v,int d,vi& ds){
41         tour.push_back(v);
42         ds.push_back(d);
43         for(auto e:g[v]) if(e.dst!=p){
44             DFS(g,e.src,e.dst,d+1,ds);
45             tour.push_back(v);
46             ds.push_back(d);
47         }
48     }
49     int Find(int u,int v){
50         if(fs[u]>fs[v]) swap(u,v);
51         return tour[st.QueryIndex(fs[u],fs[v]+1)];
52     }
53     int Depth(int v){
54         return ds[fs[v]];
55     }
56 };

```

### 3.17 二部性判定

計算量  $O(V + E)$

```

1 // Verify: SRM618 Family
2
3 bool DFS(const Graph& g,int u,int c,vi& color){
4     if(color[u]!=-1)
5         return color[u]==c;
6     color[u]=c;
7     rep(i,g[u].size())

```

```

8     if(!DFS(g,g[u][i].dst,!c,color))
9         return false;
10    return true;
11 }
12
13 bool IsBipartite(const Graph& g){
14     int n=g.size();
15     vi color(n,-1);
16     rep(i,n) if(color[i]==-1)
17         if(!DFS(g,i,0,color))
18             return false;
19     return true;
20 }

```

## 4 フロー

### 4.1 最大流 (Dinic)

計算量  $O(V^2E)$

```

1 // Verify: AJO 2076(0.19s), SPOJ 4110(int->11,2.84s), UVa 10249(0.352s)
2
3 struct Edge{
4     int src,dst,cap,flow;
5     Edge(){}
6     Edge(int s,int d,int c,int f=0):src(s),dst(d),cap(c),flow(f){}
7 };
8 struct Graph{
9     vector<Edge> es;
10    vi head,next;
11    Graph(){}
12    Graph(int n):head(n,-1){}
13    // 有向辺を追加するとき逆辺の容量c2は普通0である .
14    // 両方向に容量があるならc2も指定する .
15    void AddEdge(int u,int v,int c1,int c2=0){
16        es.emplace_back(u,v,c1); next.push_back(head[u]); head[u]=es.size()-1;
17        es.emplace_back(v,u,c2); next.push_back(head[v]); head[v]=es.size()-1;
18    }
19 };
20
21 void BFS(const Graph& g,int tap,vi& layer)
22 {
23     queue<pii> q; q.emplace(tap,0);
24     while(q.size()){
25         int u,d; tie(u,d)=q.front(); q.pop();
26         if(layer[u]!=INF) continue;
27         layer[u]=d;
28         for(int i=g.head[u];i!=-1;i=g.next[i])
29             if(g.es[i].cap-g.es[i].flow>0)
30                 q.emplace(g.es[i].dst,d+1);
31     }
32 }
33
34 int DFS(Graph& g,int v,int sink,const vi& layer,int flow)
35 {
36     if(v==sink) return flow;
37     int f=flow;
38     for(int& i=g.head[v];i!=-1;i=g.next[i]){
39         Edge& e=g.es[i];
40         if(layer[e.src]>=layer[e.dst]) continue;
41         int residue=e.cap-e.flow;
42         if(residue==0) continue;
43         int augment=DFS(g,e.dst,sink,layer,min(residue,f));
44         e.flow+=augment;
45         g.es[i^1].flow-=augment;

```

```

46     f-=augment;
47     if(f==0) break;
48 }
49 return flow-f;
50 }
51
52 int Dinic(Graph& g,int tap,int sink)
53 {
54     int res=0;
55     for(int n=g.head.size();){
56         vi layer(n,INF);
57         BFS(g,tap,layer);
58         if(layer[sink]==INF) break;
59         vi temp=g.head;
60         res+=DFS(g,tap,sink,layer,INF);
61         swap(g.head,temp);
62     }
63     return res;
64 }

```

### 4.2 最小費用流

計算量  $O(VE \log V)$

```

1 // Verify: UVA 10594(int 11,248ms), SRM 637 GreaterGame
2
3 struct Edge{
4     int src,dst,cost,cap,flow;
5     Edge(){}
6     Edge(int s,int d,int co,int ca=0,int f=0):src(s),dst(d),cost(co),cap(ca),flow(f){}
7 };
8 struct Graph{
9     vector<Edge> es;
10    vi head,next;
11    Graph(){}
12    Graph(int n):head(n,-1){}
13    // コスト:-co,容量:0の逆辺も追加する
14    void AddEdge(int u,int v,int co,int ca){
15        es.emplace_back(u,v,co,ca); next.push_back(head[u]); head[u]=es.size()-1;
16        es.emplace_back(v,u,-co,0); next.push_back(head[v]); head[v]=es.size()-1;
17    }
18 };
19
20 int MinCostFlow(Graph& g,int tap,int sink,int flow)
21 {
22     int n=g.head.size();
23
24     int res=0;
25     vi pots(n);
26     while(flow){
27         vi cost(n,INF),prev(n,-1);
28         priority_queue<pii,vector<pii>,greater<pii>> pq;
29         cost[tap]=0;
30         pq.emplace(0,tap);
31         while(pq.size()){
32             int c,v; tie(c,v)=pq.top(); pq.pop();
33             if(c>cost[v]) continue;
34             for(int i=g.head[v];i!=-1;i=g.next[i]){
35                 Edge e=g.es[i];
36                 if(e.cap-e.flow==0) continue;
37                 if(cost[e.dst]>cost[e.src]+e.cost+pots[e.src]-pots[e.dst]){
38                     cost[e.dst]=cost[e.src]+e.cost+pots[e.src]-pots[e.dst];
39                     prev[e.dst]=i;
40                     pq.emplace(cost[e.dst],e.dst);
41                 }
42             }

```

```

43     }
44
45     if(cost[sink]==INF) return -1;
46     rep(i,n) pots[i]+=cost[i];
47
48     int augment=flow;
49     for(int v=sink;v!=tap;v=g.es[prev[v]].src){
50         Edge e=g.es[prev[v]];
51         augment=min(augment,e.cap-e.flow);
52     }
53     for(int v=sink;v!=tap;v=g.es[prev[v]].src){
54         int i=prev[v];
55         g.es[i].flow+=augment;
56         g.es[i^1].flow-=augment;
57     }
58     flow-=augment;
59     res+=augment*pots[sink];
60 }
61
62 return res;
63 }

```

#### 4.3 2部グラフの最大マッチング ( naïve )

計算量  $O(VE)$

```

1 // Verify: A0J 1163, LOJ 1149
2
3 struct Edge{
4     int src,dst;
5     Edge(){}
6     Edge(int s,int d):src(s),dst(d){}
7 };
8 typedef vector<vector<Edge> > Graph;
9
10 bool Augment(const Graph& g,int u,vi& vis,vi& match)
11 {
12     rep(i,g[u].size()){
13         int v=g[u][i].dst;
14         if(vis[v]) continue;
15         vis[v]=1;
16         if(match[v]==-1 || Augment(g,match[v],vis,match)){
17             match[u]=v;
18             match[v]=u;
19             return true;
20         }
21     }
22     return false;
23 }
24
25 int BipartiteMatching(const Graph& g,vi& match)
26 {
27     int n=g.size();
28     match.assign(n,-1);
29     int res=0;
30     rep(i,n) if(match[i]==-1){
31         vi vis(n);
32         res+=Augment(g,i,vis,match);
33     }
34     return res;
35 }

```

#### 4.4 2部グラフの最大マッチング ( Hopcroft-Karp )

計算量  $O(\sqrt{VE})$

```

1 // Verify: A0J 1163, LOJ 1171, LOJ 1356, POJ 1466, POJ 2446, SPOJ 4206 (2.31s)
2
3 struct Edge{
4     int src,dst;
5     Edge(){}
6     Edge(int s,int d):src(s),dst(d){}
7 };
8 typedef vector<vector<Edge> > Graph;
9
10 bool BFS(const Graph& g,const vi& side,const vi& match,vi& level)
11 {
12     int n=g.size();
13     level.assign(n,n);
14     queue<pii> q;
15     rep(i,n) if(side[i]==0 && match[i]==-1)
16         q.push(mp(i,0));
17     bool res=false;
18     while(!q.empty()){
19         pii cur=q.front(); q.pop();
20         int u=cur.first,l=cur.second;
21         if(level[u]<=1) continue;
22         level[u]=l;
23         rep(i,g[u].size()){
24             int v=g[u][i].dst;
25             if(match[v]==-1)
26                 res=true;
27             else
28                 q.push(mp(match[v],l+2));
29         }
30     }
31     return res;
32 }
33
34 bool DFS(const Graph& g,const vi& side,int u,vi& match,vi& level)
35 {
36     rep(i,g[u].size()){
37         int v=g[u][i].dst;
38         if(match[v]==-1 || level[match[v]]>level[u] && DFS(g,side,match[v],match,level)){
39             match[u]=v;
40             match[v]=u;
41             return true;
42         }
43     }
44     level[u]=-1;
45     return false;
46 }
47
48 int HopcroftKarp(const Graph& g,const vi& side,vi& match)
49 {
50     int n=g.size();
51     match.assign(n,-1);
52     int res=0;
53     for(vi level;BFS(g,side,match,level);)
54         rep(i,n) if(side[i]==0 && match[i]==-1)
55             res+=DFS(g,side,i,match,level);
56     return res;
57 }

```

#### 4.5 DAG の最小独立パス被覆

```

1 // Verify: A0J 2251
2
3 int MinPathCover(const Graph& g)
4 {
5     int n=g.size();

```



```

6  Graph bg(2*n);
7  rep(i,n) foreach(e,g[i])
8      bg[e->src].push_back(Edge(e->src,n+e->dst));
9  vi side(2*n),match(2*n);
10 fill(n+all(side),1);
11 return n-HopcroftKarp(bg,side,match);
12 }

```

#### 4.6 無向グラフの全域最小カット (Nagamochi-Ibaraki)

グラフが連結でないとき 0 を返す .

計算量  $O(V^3)$

```

1  // Verify: POJ 2914(5657ms)
2
3  int NagamochiIbaraki(const Graph& g)
4  {
5      int size=g.size();
6      vvi a(size,vi(size));
7      rep(i,size) foreach(e,g[i])
8          a[e->src][e->dst]+=e->weight;
9      vi toi(size);
10     rep(i,size) toi[i]=i;
11
12     int res=INFTY;
13     for(int n=size;n>=2;n--){
14         vi ws(n);
15         int u,v,w;
16         rep(i,n){
17             u=v; v=max_element(all(ws))-ws.begin();
18             w=ws[v]; ws[v]=-1;
19             rep(j,n) if(ws[j]>=0)
20                 ws[j]+=a[toi[v]][toi[j]];
21         }
22         res=min(res,w);
23         rep(i,n){
24             a[toi[u]][toi[i]]+=a[toi[v]][toi[i]];
25             a[toi[i]][toi[u]]+=a[toi[i]][toi[v]];
26         }
27         toi.erase(toi.begin()+v);
28     }
29     return res;
30 }

```

## 5 文字列

### 5.1 Knuth-Morris-Pratt

最短周期は  $n - \text{fail}[n]$  で求まる .

計算量 テキスト長  $N$  , パターン長  $M$  として , 初期化 :  $O(M)$  , 検索 :  $O(M + N)$  .

```

1  // Verify: [ctor] POJ 1961, POJ 2406
2  //          [Matches] POJ 3461, LOJ 1255, SPOJ 32, SPOJ 1218
3
4  struct KMP{
5      string p;
6      vi fs;
7      KMP(const string& p):p(p),fs(p.size()+1){
8          for(int i=0,j=fs[0]=-1;i<p.size();){
9              while(j>=0 && p[i]!=p[j]) j=fs[j];
10             i++,j++;
11             //fs[i]=j; // Morris-Pratt
12             fs[i]=i<p.size()&&p[i]==p[j]?fs[j]:j;

```

```

13     }
14 }
15 int Match(const string& s){
16     for(int i=0,j=0;i<s.size();){
17         while(j>=0 && s[i]!=p[j]) j=fs[j];
18         i++,j++;
19         if(j==p.size()) return i-j;
20     }
21     return -1;
22 }
23 vi Matches(const string& s){
24     vi res;
25     for(int i=0,j=0;i<s.size();){
26         while(j>=0 && s[i]!=p[j]) j=fs[j];
27         i++,j++;
28         if(j==p.size()){
29             res.push_back(i-j);
30             j=fs[j];
31         }
32     }
33     return res;
34 }
35 };

```

### 5.2 最長回文 (Manacher)

計算量  $O(N)$

```

1  // Verify: PKU 3974
2
3  int LongestPalindrome(const string& _s)
4  {
5      int n=_s.size();
6      string s(2*n+1,'.');
7      rep(i,n)
8          s[i*2+1]=_s[i];
9      n=s.size();
10
11     vi rad(n);
12     for(int i=0,j=0;i<n;){
13         for(;0<=i-j && i+j<n && s[i-j]==s[i+j];j++)
14             ;
15         rad[i]=j;
16
17         int k=1;
18         for(;0<=i-k && i+k<n && rad[i-k]<rad[i]-k;k++)
19             rad[i+k]=rad[i-k];
20
21         j=max(rad[i]-k,0);
22         i+=k;
23     }
24
25     return *max_element(all(rad))-1;
26 }

```

### 5.3 Suffix Array (Kärkkäinen-Sanders)

計算量 構築 :  $O(N)$  , LCP :  $O(N)$  .

```

1  // Verify: [構築] LiveArchive 3451, POJ 1509, POJ 2774, POJ 3080, POJ 3261, POJ 3450,
2  //          SPOJ 6409 (0.76s), UVA 1223, UVA 1227, UVA 11512
3  //          [LCP] LiveArchive 3451, POJ 2774, POJ 3080, POJ 3261, POJ 3450,
4  //          UVA 1223, UVA 1227, UVA 11512
5  //          [LCS] POJ 3080, UVA 1227
6
7  template<typename C>

```

```

8 void RadixSort(const vi& src,vi& dst,const C& s,int ofs,int n,int asize)
9 {
10     vi hist(asize+1);
11     rep(i,n) hist[s[ofs+src[i]]]++;
12     rep(i,asize) hist[i+1]+=hist[i];
13     per(i,n) dst[--hist[s[ofs+src[i]]]]=src[i];
14 }
15
16 bool Less(int a1,int a2,int b1,int b2)
17 {
18     return a1!=b1?a1<b1:a2<b2;
19 }
20 bool Less(int a1,int a2,int a3,int b1,int b2,int b3)
21 {
22     return a1!=b1?a1<b1:Less(a2,a3,b2,b3);
23 }
24
25 // s[0..n-1]: 入力文字列 . 末尾に'\0'が3つ必要(s[n]=s[n+1]=s[n+2]=0) .
26 // sa[0..n-1]: 接尾辞配列 .
27 // asize: アルファベットサイズ , s[i] \in [1,asize]
28 template<typename C>
29 void KaerkkainenSanders(const C& s,vi& sa,int asize)
30 {
31     int n=s.size();
32     int n0=(n+2)/3,n1=(n+1)/3,n2=n/3,n02=n0+n2;
33     vi s12(n02+3),sa12(n02);
34
35     for(int i=0,j=0;i<n+(n0-n1);i++)
36         if(i%3) s12[j++]=i;
37     RadixSort(s12,sa12,s,2,n02,asize);
38     RadixSort(sa12,s12,s,1,n02,asize);
39     RadixSort(s12,sa12,s,0,n02,asize);
40
41     int name=0,x=-1,y=-1,z=-1;
42     rep(i,n02){
43         int j=sa12[i];
44         if(s[j]!=x || s[j+1]!=y || s[j+2]!=z)
45             x=s[j],y=s[j+1],z=s[j+2],name++;
46         if(j%3==1) s12[j/3]=name;
47         else s12[n0+j/3]=name;
48     }
49
50     if(name==n02) // unique
51         rep(i,n02) sa12[s12[i]-1]=i;
52     else{
53         KaerkkainenSanders(s12,sa12,name);
54         rep(i,n02) s12[sa12[i]]=i+1;
55     }
56
57     vi s0(n0),sa0(n0);
58     for(int i=0,j=0;i<n02;i++)
59         if(sa12[i]<n0) s0[j++]=3*sa12[i];
60     RadixSort(s0,sa0,s,0,n0,asize);
61
62     int i=0,j=n0-n1,k=0;
63     while(i<n0 && j<n02){
64         int p=sa0[i],q=sa12[j]<n0?sa12[j]*3+1:(sa12[j]-n0)*3+2;
65         if(sa12[j]<n0?
66             Less(s[p],s12[p/3],s[q],s12[n0+sa12[j]]):
67             Less(s[p],s[p+1],s12[n0+p/3],s[q],s[q+1],s12[sa12[j]+1-n0]))
68             sa[k++]=p,i++;
69         else
70             sa[k++]=q,j++;
71     }
72     for(;i<n0;k++,i++)
73         sa[k]=sa0[i];

```

```

74     for(;j<n02;k++,j++)
75         sa[k]=sa12[j]<n0?sa12[j]*3+1:(sa12[j]-n0)*3+2;
76 }
77 void KaerkkainenSanders(const string& s,vi& sa)
78 {
79     KaerkkainenSanders<string>(s+string(3,0),sa,127);
80 }
81 void KaerkkainenSanders(const char* s,vi& sa)
82 {
83     KaerkkainenSanders<string>(s+string(3,0),sa,127);
84 }
85
86 // s[0..n-1] (s[n]=0), sa[0..n-1]
87 // lcp[0..n-1] (lcp[i]:s[sa[i-1]...]とs[sa[i]...]のLCP.lcp[0]=0)
88 template<typename C>
89 void LCP(const C& s,const vi& sa,vi& lcp)
90 {
91     int n=s.size();
92     vi rank(n);
93     rep(i,n) rank[sa[i]]=i;
94     for(int i=0,h=0;i<n;i++){
95         if(h>0) h--;
96         if(rank[i]>0)
97             for(int j=sa[rank[i]-1];;h++){
98                 if(s[j+h]!=s[i+h]) break;
99                 lcp[rank[i]]=h;
100             }
101     }
102
103     // n: 文字列の数
104     // ls[0..n-1]: 各文字列の長さ
105     // LCSはs.substr(sa[res],lcp[res])で得られる .
106     // LCSが空の時res=0 . lcp[res]=0でもある .
107     int LCS(int n,const vi& ls,const vi& sa,const vi& lcp)
108     {
109         int m=s.size();
110         vi is(m);
111         for(int i=0,j=0;i<n;i++){
112             rep(k,ls[i]) is[j+k]=i;
113             j+=ls[i];
114             if(i<n-1) is[j++]=i;
115         }
116         int cnt=0,res=0;
117         vi occ(n);
118         deque<int> q;
119         for(int i=n-1,j=n-1;i<m;i++){
120             for(;j<m && cnt<n;j++){
121                 if(++occ[is[sa[j]]]==1) cnt++;
122                 while(!q.empty() && lcp[q.back()]>lcp[j]) q.pop_back();
123                 q.push_back(j);
124             }
125             if(cnt<n) break;
126             if(q.front()==i) q.pop_front();
127             assert(q.size());
128             if(lcp[res]<lcp[q.front()])
129                 res=q.front();
130             if(--occ[is[sa[i]]]==0) cnt--;
131         }
132         return res;
133     }

```

#### 5.4 Suffix Array (SA-IS)

計算量 構築:  $O(N)$ , LCP:  $O(N)$ . ただし  $|\Sigma| = O(1)$  とする.

1 // Verify: UVA 1227(5.436s), SP0J 6409(0.51s), POJ 1743, POJ 3261

```

2
3 enum{LTYPE,STYPE};
4
5 inline bool IsLMS(const vector<bool>& ts,int i)
6 {
7     return i>0 && ts[i]==STYPE && ts[i-1]==LTYPE;
8 }
9
10 template<typename T>
11 void InitBucket(const T* s,int n,int* bucket,int bsize,bool inclusive)
12 {
13     fill(bucket,bucket+bsize,0);
14     rep(i,n)
15         bucket[s[i]]++;
16     for(int i=0,sum=0;i<bsize;i++){
17         sum+=bucket[i];
18         bucket[i]=inclusive?sum:sum-bucket[i];
19     }
20 }
21
22 template<typename T>
23 void InduceSAL(const T* s,int* sa,int n,int* bucket,int bsize)
24 {
25     InitBucket(s,n,bucket,bsize,false);
26     rep(i,n){
27         int j=sa[i]-1;
28         if(j>=0 && s[j]>=s[j+1])
29             sa[bucket[s[j]]++]=j;
30     }
31 }
32
33 template<typename T>
34 void InduceSAS(const T* s,int* sa,int n,int* bucket,int bsize)
35 {
36     InitBucket(s,n,bucket,bsize,true);
37     per(i,n){
38         int j=sa[i]-1;
39         if(j>=0 && s[j]<=s[j+1])
40             sa[--bucket[s[j]]]=j;
41     }
42 }
43
44 // s[0..n-1]: 入力文字列, n>=2かつs[n-1]=0であること
45 // sa[0..n-1]: 接尾辞配列
46 // asize: アルファベットサイズ, s[n-1]を除き1以上asize以下
47 template<typename T>
48 void SAIS(const T* s,int* sa,int n,int asize)
49 {
50     vector<bool> ts(n,STYPE);
51     per(i,n-1)
52         if(s[i]>s[i+1] || (s[i]==s[i+1] && ts[i+1]==LTYPE))
53             ts[i]=LTYPE;
54
55     fill(sa,sa+n,-1);
56
57     int* bucket=new int[asize+1];
58     InitBucket(s,n,bucket,asize+1,true);
59     per(i,n) if(IsLMS(ts,i))
60         sa[--bucket[s[i]]]=i;
61     InduceSAL(s,sa,n,bucket,asize+1);
62     InduceSAS(s,sa,n,bucket,asize+1);
63     delete[] bucket;
64
65     int n1=0;
66     rep(i,n) if(IsLMS(ts,sa[i]))
67         sa[n1++]=sa[i];

```

```

68     fill(sa+n1,sa+n,-1);
69
70     int name=0,prev=-1;
71     rep(i,n1){
72         int cur=sa[i];
73         bool diff=prev==-1;
74         for(int j=0;!diff;j++){
75             if(j>0 && IsLMS(ts,cur+j))
76                 break;
77             if(s[cur+j]!=s[prev+j])
78                 diff=true;
79         }
80         if(diff)
81             name++;
82         sa[n1+cur/2]=name-1;
83         prev=cur;
84     }
85     for(int i=n1,j=n1;i<n;i++)
86         if(sa[i]>=0)
87             sa[j++]=sa[i];
88     fill(sa+n1+n1,sa+n,-1);
89
90     int *sa1=sa,*s1=sa+n1;
91     if(name==n1)
92         rep(i,n1) sa1[s1[i]]=i;
93     else
94         SAIS(s1,sa1,n1,name);
95
96     n1=0;
97     rep(i,n) if(IsLMS(ts,i))
98         s1[n1++]=i;
99     rep(i,n1)
100         sa1[i]=s1[sa1[i]];
101     fill(sa+n1,sa+n,-1);
102
103     bucket=new int[asize+1];
104     InitBucket(s,n,bucket,asize+1,true);
105     per(i,n1){
106         int j=sa1[i]; sa1[i]=-1;
107         sa[--bucket[s[j]]]=j;
108     }
109     InduceSAL(s,sa,n,bucket,asize+1);
110     InduceSAS(s,sa,n,bucket,asize+1);
111     delete[] bucket;
112 }
113
114 // nはsとsaのサイズ, lcpのサイズはn-1
115 template<typename T>
116 void LCP(const T* s,const int* sa,int n,int* lcp)
117 {
118     vi rank(n);
119     rep(i,n) rank[sa[i]]=i;
120     for(int i=0,h=0;i<n-1;i++){
121         if(h>0) h--;
122         for(int j=sa[rank[i]-1];h++;){
123             if(s[j+h]!=s[i+h])
124                 break;
125             lcp[rank[i]-1]=h;
126         }
127     }

```

## 6 動的計画法

### 6.1 最長共通部分列

計算量  $O(MN)$

```
1 // Verify: PKU 1458
2
3 int LCS(const string& s1,const string& s2)
4 {
5     vvi dp(2,vi(s2.size()+1));
6     rep(i,s1.size()){
7         rep(j,s2.size()){
8             int ii=i+1,jj=j+1;
9             if(s1[i]==s2[j])
10                dp[ii&1][jj]=dp[(ii-1)&1][jj-1]+1;
11             else
12                dp[ii&1][jj]=max(dp[(ii-1)&1][jj-1],max(dp[(ii-1)&1][jj],dp[ii&1][jj-1]));
13         }
14     }
15     return dp[s1.size()&1][s2.size()];
16 }
```

### 6.2 最長増加部分列

計算量  $O(N \log N)$ .

```
1 // Verify: PKU 3903
2
3 int LIS(const vi& a)
4 {
5     vi dp;
6     rep(i,a.size()){
7         int j=lower_bound(all(dp),a[i])-dp.begin();
8         if(j==dp.size())
9             dp.push_back(a[i]);
10        else
11            dp[j]=a[i];
12    }
13    return dp.size();
14 }
```

## 7 データ構造

### 7.1 Union-Find Tree

計算量 各操作に関して  $O(\alpha(N))$ . ただし  $\alpha(N)$  はアッカーマン関数の逆関数.

```
1 // Verify: AOJ 0180, POJ 1861, PKU 2524, PKU 1182
2
3 struct UnionFind{
4     vi data;
5     UnionFind(int n):data(n,-1){}
6     int Find(int i){
7         return data[i]<0?i:(data[i]=Find(data[i]));
8     }
9     bool Unite(int a,int b){
10        a=Find(a),b=Find(b);
11        if(a==b) return false;
12        if(-data[a]<-data[b]) swap(a,b);
13        data[a]+=data[b];
14        data[b]=a;
15        return true;
16    }
```

```
17     int Size(int i){
18         return -data[Find(i)];
19     }
20 };
```

### 7.2 Fenwick Tree

計算量 各操作に関して  $O(\log N)$

```
1 // 点更新/区間質問
2 // Verify: POJ 3067, POJ 3928
3
4 struct FenwickTree{
5     vector<ll> data;
6     FenwickTree(int n):data(n+1){}
7     void Add(int i,int x){
8         for(i++;i<data.size();i+=i&-i)
9             data[i]+=x;
10    }
11    ll Sum(int i){
12        ll res=0;
13        for(;i;i-=i&-i)
14            res+=data[i];
15        return res;
16    }
17    ll Sum(int i,int j){
18        return Sum(j)-Sum(i);
19    }
20 };
21
22 // 区間更新/点質問
23 // Verify: AOJ 2412, LOJ 1080, POJ 2182
24
25 struct FenwickTree{
26     vector<ll> data;
27     FenwickTree(int n):data(n+1){}
28     void AddRange(int i,int x){
29         for(;i;i-=i&-i)
30             data[i]+=x;
31    }
32     void AddRange(int i,int j,int x){
33         AddRange(i,-x);
34         AddRange(j,x);
35    }
36     int Get(int i){
37         ll res=0;
38         for(i++;i<data.size();i+=i&-i)
39             res+=data[i];
40         return res;
41    }
42 };
43
44 // 2次元版, 点更新/区間質問
45 // Verify: POJ 1195
46
47 struct FenwickTree2D{
48     vector<FenwickTree> data;
49     FenwickTree2D(int h,int w):data(h+1,FenwickTree(w)){}
50     void Add(int i,int j,int x){
51         for(i++;i<data.size();i+=i&-i)
52             data[i].Add(j,x);
53    }
54    ll Sum(int i,int j){
55        ll res=0;
56        for(;i;i-=i&-i)
57            res+=data[i].Sum(j);
```

```

58     return res;
59 }
60 ll Sum(int i,int j,int k,int l){
61     return Sum(k,l)-Sum(k,j)-Sum(i,l)+Sum(i,j);
62 }
63 };

```

### 7.3 Segment Tree

計算量 初期化： $O(N)$ ，更新： $O(\log N)$ ，クエリ： $O(\log N)$

```

1  // 共通
2  int NextPow2(int x)
3  {
4      x--;
5      for(int i=1;i<32;i*=2) x|=x>>i;
6      return x+1;
7  }
8  const int I=INF;
9  int F(int a,int b){return min(a,b);}
10
11 // 点更新/区間質問
12 // Verify: UVA 12299, POJ 3264, AOJ 1068
13
14 struct SegmentTree{
15     int size;
16     vi data;
17     SegmentTree(int n):size(NextPow2(n)),data(size*2,I){}
18     SegmentTree(const vi& a):size(NextPow2(a.size())),data(size*2,I){
19         copy(all(a),begin(data)+size);
20         peri(i,1,size) data[i]=F(data[i*2],data[i*2+1]);
21     }
22     int Get(int i){
23         return data[size+i];
24     }
25     void Update(int i,int x){
26         data[size+i]=x;
27         for(i+=size;i/=2;) data[i]=F(data[i*2],data[i*2+1]);
28     }
29     int Query(int a,int b,int i,int l,int r){
30         if(b<=l || r<=a) return I;
31         if(a<=l && r<=b) return data[i];
32         return F(Query(a,b,i*2,l,(l+r)/2),Query(a,b,i*2+1,(l+r)/2,r));
33     }
34     int Query(int a,int b){
35         return Query(a,b,1,0,size);
36     }
37 };
38
39 // 点更新/区間質問
40 // QueryIndex() に対応するインデックスを返す
41 // Verify: AOJ DSL_2_A
42
43 struct SegmentTree{
44     int size;
45     vi data,index;
46     SegmentTree(int n):size(NextPow2(n)),data(size,I),index(size*2){
47         iota(size+all(index),0);
48         peri(i,1,size) index[i]=index[i*2];
49     }
50     SegmentTree(const vi& a):size(NextPow2(a.size())),data(size,I),index(size*2){
51         copy(all(a),begin(data));
52         iota(size+all(index),0);
53         peri(i,1,size){
54             int u=index[i*2],v=index[i*2+1];
55             index[i]=data[u]==F(data[u],data[v])?u:v;

```

```

56     }
57 }
58 void Update(int i,int x){
59     data[i]=x;
60     for(i+=size;i/=2;){
61         int u=index[i*2],v=index[i*2+1];
62         index[i]=data[u]==F(data[u],data[v])?u:v;
63     }
64 }
65 int QueryIndex(int a,int b,int i,int l,int r){
66     if(b<=l || r<=a) return -1;
67     if(a<=l && r<=b) return index[i];
68     int u=QueryIndex(a,b,i*2,l,(l+r)/2),v=QueryIndex(a,b,i*2+1,(l+r)/2,r);
69     if(u==-1 || v==-1) return u!=-1?u:v;
70     return data[u]==F(data[u],data[v])?u:v;
71 }
72 int QueryIndex(int a,int b){
73     return QueryIndex(a,b,1,0,size);
74 }
75 };
76
77 // 点更新/区間質問 (2次元版)
78 // Verify: AOJ 1068
79
80 struct SegmentTree2D{
81     int size;
82     vector<SegmentTree> data;
83     SegmentTree2D(int h,int w):size(NextPow2(h)),data(size*2,SegmentTree(w)){}
84     SegmentTree2D(const vi& a):size(NextPow2(a.size())),data(size*2,SegmentTree(a[0].size())){
85         copy(all(a),begin(data)+size);
86         peri(i,1,size) repi(j,1,data[i].data.size())
87             data[i].data[j]=F(data[i*2].data[j],data[i*2+1].data[j]);
88     }
89     int Get(int i,int j){
90         return data[size+i].Get(j);
91     }
92     void Update(int i,int j,int x){
93         data[size+i].Update(j,x);
94         for(i+=size;i/=2;)
95             data[i].Update(j,F(data[i*2].Get(j),data[i*2+1].Get(j)));
96     }
97     int Query(int a,int b,int c,int d,int i,int to,int bo){
98         if(c<=to || bo<=a) return I;
99         if(a<=to && bo<=c) return data[i].Query(b,d);
100         return F(Query(a,b,c,d,i*2,to,(to+bo)/2),Query(a,b,c,d,i*2+1,(to+bo)/2,bo));
101     }
102     int Query(int a,int b,int c,int d){
103         return Query(a,b,c,d,1,0,size);
104     }
105 };
106
107 // 区間更新/点質問
108 // Verify: ARC026 C
109
110 struct SegmentTree{
111     int size;
112     vi data;
113     SegmentTree(int n):size(NextPow2(n)),data(size*2,I){}
114     SegmentTree(const vi& a):size(NextPow2(a.size())),data(size*2,I){
115         copy(all(a),begin(data)+size);
116     }
117     void Update(int a,int b,int x,int i,int l,int r){
118         if(b<=l || r<=a) return;
119         if(a<=l && r<=b){
120             data[i]=F(data[i],x);
121             return;

```

```

122     }
123     Update(a,b,x,i*2+0,l,(l+r)/2);
124     Update(a,b,x,i*2+1,(l+r)/2,r);
125 }
126 void Update(int a,int b,int x){
127     Update(a,b,x,1,0,size);
128 }
129 int Query(int i){
130     int res=I;
131     for(i+=size;i;i/=2) res=F(res,data[i]);
132     return res;
133 }
134 };
135
136 // ----- 以降は古い実装 -----
137
138 // 区間更新/区間質問 . PropagateとMergeを適切に書き換える
139 // Verify: SPOJ 7259
140
141 struct SegmentTree{
142     int size;
143     vi data,prop;
144     SegmentTree(int s):size(Need(s)),data(size*2),prop(size*2){}
145     SegmentTree(const vi& a):size(Need(a.size())),data(size*2),prop(size*2){
146         copy(all(a),data.begin()+size);
147         for(int i=size;--i;)
148             data[i]=Merge(data[i*2],data[i*2+1]);
149     }
150     void Update(int a,int b,int x,int i,int l,int r){
151         Propagate(i,l,r);
152         if(b<=l || r<=a)
153             return;
154         if(a<=l && r<=b){
155             prop[i]=x;
156             Propagate(i,l,r);
157             return;
158         }
159         Update(a,b,x,i*2+0,l,(l+r)/2);
160         Update(a,b,x,i*2+1,(l+r)/2,r);
161         data[i]=Merge(data[i*2],data[i*2+1]);
162     }
163     ll Query(int a,int b,int i,int l,int r){
164         Propagate(i,l,r);
165         if(b<=l || r<=a) return 0;
166         if(a<=l && r<=b) return data[i];
167         ll x=Query(a,b,i*2+0,l,(l+r)/2);
168         ll y=Query(a,b,i*2+1,(l+r)/2,r);
169         return Merge(x,y);
170     }
171     void Update(int a,int b,int x){
172         Update(a,b,x,1,0,size);
173     }
174     int Query(int a,int b){
175         return Query(a,b,1,0,size);
176     }
177     void Propagate(int i,int l,int r){
178         if(i<size){
179             prop[i*2+0]^=prop[i];
180             prop[i*2+1]^=prop[i];
181         }
182         if(prop[i])
183             data[i]=r-l-data[i];
184         prop[i]=0;
185     }
186     int Merge(ll x,ll y){
187         return x+y;

```

```

188     }
189 };
190
191 // 区間Set,Reset,Flip,Count
192 // Verify: UVa 11402, Codeforces 242E
193
194 struct SegmentTree{
195     int size;
196     vi data,prop;
197     SegmentTree(int s):size(Need(s)),data(size*2),prop(size*2){}
198     SegmentTree(const vi& a):size(Need(a.size())),data(size*2),prop(size*2){
199         copy(all(a),data.begin()+size);
200         for(int i=size;--i;)
201             data[i]=Merge(data[i*2],data[i*2+1]);
202     }
203     void Update(int a,int b,int x,int i,int l,int r){
204         Propagate(i,l,r);
205         if(b<=l || r<=a)
206             return;
207         if(a<=l && r<=b){
208             prop[i]=x;
209             Propagate(i,l,r);
210             return;
211         }
212         Update(a,b,x,i*2+0,l,(l+r)/2);
213         Update(a,b,x,i*2+1,(l+r)/2,r);
214         data[i]=Merge(data[i*2],data[i*2+1]);
215     }
216     ll Query(int a,int b,int i,int l,int r){
217         Propagate(i,l,r);
218         if(b<=l || r<=a) return 0;
219         if(a<=l && r<=b) return data[i];
220         ll x=Query(a,b,i*2+0,l,(l+r)/2);
221         ll y=Query(a,b,i*2+1,(l+r)/2,r);
222         return Merge(x,y);
223     }
224     void Propagate(int i,int l,int r){
225         if(i<size){
226             if(prop[i]==1) prop[i*2+0]=prop[i*2+1]=1;
227             if(prop[i]==2) prop[i*2+0]=prop[i*2+1]=2;
228             if(prop[i]==3){
229                 prop[i*2+0]=3-prop[i*2+0];
230                 prop[i*2+1]=3-prop[i*2+1];
231             }
232         }
233         if(prop[i]==1) data[i]=r-l;
234         if(prop[i]==2) data[i]=0;
235         if(prop[i]==3) data[i]=r-l-data[i];
236         prop[i]=0;
237     }
238     int Merge(ll x,ll y){
239         return x+y;
240     }
241     void Set(int a,int b){
242         Update(a,b,1,1,0,size);
243     }
244     void Reset(int a,int b){
245         Update(a,b,2,1,0,size);
246     }
247     void Flip(int a,int b){
248         Update(a,b,3,1,0,size);
249     }
250     int Count(int a,int b){
251         return Query(a,b,1,0,size);
252     }
253 };

```

## 7.4 Range Tree

計算量 初期化 :  $O(N \log^2 N)$  , クエリ :  $O(N \log^2 N)$

```

1 // Verify: LiveArchive 5821, ACP2012 F
2
3 struct Point{
4     int x,y;
5     Point(){}
6     Point(int x,int y):x(x),y(y){}
7 };
8 bool LessX(Point a,Point b){
9     return a.x<b.x;
10 }
11 bool LessY(Point a,Point b){
12     return a.y<b.y;
13 }
14
15 struct RangeTree2D{
16     vector<Point> yps;
17     struct RangeNode2D{
18         vector<Point> xps;
19         RangeNode2D *left,*right;
20         RangeNode2D(const vector<Point>& ps):xps(ps),left(0),right(0){
21             sort(all(xps),LessX);
22         }
23         ~RangeNode2D(){
24             delete left;
25             delete right;
26         }
27     }*root;
28     RangeTree2D(const vector<Point>& ps):yps(ps){
29         sort(all(yps),LessY);
30         root=Build(0,yps.size());
31     }
32     ~RangeTree2D(){
33         delete root;
34     }
35     RangeNode2D* Build(int first,int last){
36         RangeNode2D* node=new RangeNode2D(vector<Point>(yps.begin()+first,yps.begin()+last));
37         if(last-first>=2){
38             int middle=(first+last)/2;
39             node->left=Build(first,middle);
40             node->right=Build(middle,last);
41         }
42         return node;
43     }
44     int Query(int to,int le,int bo,int ri,RangeNode2D* root,int first,int last){
45         if(first==last || yps[last-1].y<to || bo<=yps[first].y)
46             return 0;
47         if(to<=yps[first].y && yps[last-1].y<bo){
48             iter(root->xps) i=lower_bound(all(root->xps),Point(le,0),LessX);
49             iter(root->xps) j=lower_bound(all(root->xps),Point(ri,0),LessX);
50             return j-i;
51         }
52         int middle=(first+last)/2,res=0;
53         res+=Query(to,le,bo,ri,root->left,first,middle);
54         res+=Query(to,le,bo,ri,root->right,middle,last);
55         return res;
56     }
57     int Query(int to,int le,int bo,int ri){
58         return Query(to,le,bo,ri,root,0,yps.size());
59     }
60 };

```

## 8 数学

## 8.1 数学定数

円周率  $\pi = 3.1415926535897932384626433832795029$

自然対数の底  $e = 2.7182818284590452353602874713526625$

オイラーの定数  $\gamma = 0.5772156649015328606065120900824024$

## 8.2 ユークリッドの互除法

ExtendedGCD は  $ax + by = \gcd(a, b)$  をみたす  $x, y$  を求める .

計算量  $O(\log \max(a, b))$

```

1 // Verify: [ExtendedGCD] AOJ NTL_1_E, LOJ 1067
2
3 int GCD(int a,int b)
4 {
5     return b==0?a:GCD(b,a%b);
6 }
7
8 int LCM(int a,int b)
9 {
10    return a/GCD(a,b)*b;
11 }
12
13 // 再帰版
14 int ExtendedGCD(int a,int b,int& x,int& y)
15 {
16     if(b==0){
17         x=1,y=0;
18         return a;
19     }
20     else{
21         int g=ExtendedGCD(b,a%b,x,y);
22         tie(x,y)=make_tuple(y,x-a/b*y);
23         return g;
24     }
25 }
26
27 // 非再帰版
28 int ExtendedGCD(int a,int b,int& x,int& y)
29 {
30     x=1,y=0;
31     for(int u=0,v=1;b;){
32         ll t=a/b;
33         swap(a-=b*t,b);
34         swap(x-=u*t,u);
35         swap(y-=v*t,v);
36     }
37     return a;
38 }

```

## 8.3 mod 演算

$a^r, a^{-1} \pmod{m}$  を求める .  $a, m$  が互いに素でないとき ,  $a^{-1}$  の代わりに  $ax \equiv 1 \pmod{\gcd(a, m)}$  を満たす  $x$  を求める .

```

1 // Verify: [ModPow] AOJ NTL_1_B, AOJ NTL_1_E
2 //           [ModInverse] LOJ 1067, LOJ 1102
3
4 int ModPow(int a,int r,int m)
5 {
6     int x=1;

```



```

7   for(;r>=1){
8       if(r&1) x=(11)x*a%m;
9       a=(11)a*a%m;
10  }
11  return x;
12 }
13
14 // 再帰版
15 int ModInverse(int a,int m)
16 {
17     int x,y,g=ExtendedGCD(a,m,x,y);
18     if(g==1)
19         return (x+m)%m;
20     else
21         return 0; // invalid
22 }
23
24 // 非再帰版
25 int ModInverse(int a,int m)
26 {
27     int x=1;
28     for(int b=m,u=0;b;){
29         ll t=a/b;
30         swap(a-=b*t,b);
31         swap(x-=u*t,u);
32     }
33     return (x+m)%m;
34 }
35
36 // inv[i]:=i^-1 (mod m)
37 void ModInverses(int m,vi& inv)
38 {
39     inv[1]=1;
40     rep(i,2,inv.size())
41         inv[i]=11(m-m/i)*inv[m%i]%m;
42 }

```

#### 8.4 篩

エラトステネスの篩と、それを用いた区間篩 .

計算量 エラトステネスの篩 :  $O(N \log \log N)$  , 区間篩 :  $O(\sqrt{b} \log \log b + (b-a) \log \log b)$

```

1 // Verify: LOJ 1197
2
3 // [0,n)
4 vi Sieve(int n)
5 {
6     vi isp(n);
7     rep(i,2,n) isp[i]=i;
8     for(int i=2;i*i<n;i++){ if(isp[i])
9         for(int j=i*i;j<n;j+=i)
10             isp[j]=0;
11     return isp;
12 }
13
14 // [a,b)
15 vl SegmentedSieve(ll a,ll b)
16 {
17     const vi isp=Sieve(sqrt(b)+1);
18     vl isp2(b-a);
19     rep(i,b-a) if(a+i>=2) isp2[i]=a+i;
20     rep(i,isp.size()) if(isp[i])
21         for(ll j=max((a+i-1)/i,211)*i;j<b;j+=i)
22             isp2[j-a]=0;
23     return isp2;
24 }

```

#### 8.5 素数判定 ( Miller-Rabin )

```

1 // ModMulとwsは問題に応じて使い分けること .
2 // witnessは以下のページを参考にした :
3 // http://en.wikipedia.org/wiki/Miller%E2%80%93Rabin_primality_test
4 // http://mathworld.wolfram.com/StrongPseudoprime.html
5 // http://oeis.org/A014233
6 // Verify: SPOJ 288
7
8 // a*b mod m
9 ull ModMul(ull a,ull b,ull m)
10 {
11     //return a*b%m;
12     ull c=0;
13     for(;b>=1,(a<=1)%=m)
14         if(b&1)
15             (c+=a)%=m;
16     return c;
17 }
18 // a^r mod m
19 ull ModPow(ull a,ull r,ull m)
20 {
21     if(r==0) return 1;
22     ull b=ModPow(a,r/2,m);
23     b=ModMul(b,b,m);
24     return r&1?ModMul(b,a,m):b;
25 }
26 bool MillerTest(ull n,int a,ull d,int s)
27 {
28     ull x=ModPow(a,d,n);
29     if(x==1) return true;
30     for(int i=0;i<s;i++){
31         if(x==n-1) return true;
32         x=ModMul(x,x,n);
33     }
34     return false;
35 }
36 bool MillerRabin(ull n)
37 {
38     if(n<=1) return false;
39     if(n%2==0) return n==2;
40     ull d=n-1; int s=0;
41     while(d%2==0)
42         d/=2,s++;
43     //int ws[]={2,7,61,-1}; // n<4759123141
44     int ws[]={2,3,5,7,11,13,17,19,23,-1}; // n<3825123056546413051 (conjectured)
45     for(int i=0;~ws[i] && ws[i]<n;i++){
46         if(!MillerTest(n,ws[i],d,s))
47             return false;
48     }
49     return true;
50 }

```

#### 8.6 Gauss-Jordan の消去法

解が一意的でないとき false を返す .

計算量  $O(N^3)$

```

1 // Verify: AOJ 1328, ZOJ 3645
2
3 bool GaussJordan(const vvd& _a,const vdd& b,vdd& x)
4 {
5     int n=_a.size();
6     vvd a(n,vd(n+1));

```



```

7   rep(i,n){
8       copy(all(_a[i]),begin(a[i]));
9       a[i][n]=b[i];
10  }
11
12  rep(i,n){
13      int p=i;
14      repi(j,i+1,n) if(abs(a[p][i])<abs(a[j][i])) p=j;
15      if(abs(a[p][i])<EPS) return false;
16      swap(a[i],a[p]);
17      peri(j,i,n+1) a[i][j]/=a[i][i];
18      rep(j,n) if(j!=i) peri(k,i,n+1) a[j][k]-=a[j][i]*a[i][k];
19  }
20
21  rep(i,n) x[i]=a[i][n];
22  return true;
23 }

```

## 8.7 高速ゼータ/メビウス変換

$$\text{ゼータ変換} : f(S) = \sum_{T \subseteq S} g(T)$$

$$\text{メビウス変換} : g(S) = \sum_{T \subseteq S} (-1)^{|S|-|T|} f(T)$$

包除原理は  $f(S) = \left| \bigcap_{i \in S} A_i \right|$ ,  $g(S) = -(-1)^{|S|} \left| \bigcup_{i \in S} A_i \right|$  として,  $|g(S)|$  を求めることに相当する.

計算量  $O(N2^N)$

```

1  // Verify: A0J 2446
2
3  template<typename T>
4  vector<T> Zeta(const vector<T>& g)
5  {
6      int n=31-clz(g.size());
7      vector<T> f=g;
8      rep(i,n) rep(s,1<<n)
9          if(s>>i&1) f[s]+=f[s^1<<i];
10     return f;
11 }
12
13 template<typename T>
14 vector<T> Moebius(const vector<T>& f)
15 {
16     int n=31-clz(f.size());
17     vector<T> g=f;
18     rep(i,n) rep(s,1<<n)
19         if(s>>i&1) g[s]-=g[s^1<<i];
20     return g;
21 }

```

## 9 幾何

### 9.1 基本要素

```

1  const double PI=acos(-1);
2
3  int Signum(double x){
4      return x<-EPS?-1:x>EPS?1:0;
5  }
6
7  struct Point{

```

```

8      double x,y;
9      Point(){}
10     Point(double x,double y):x(x),y(y){}
11     Point& operator+=(Point p){x+=p.x,y+=p.y; return *this;}
12     Point& operator-=(Point p){x-=p.x,y-=p.y; return *this;}
13     Point& operator*=(double c){x*=c,y*=c; return *this;}
14     Point& operator/=(double c){x/=c,y/=c; return *this;}
15 }
16 Point operator+(Point a,Point b){return a+b;}
17 Point operator-(Point a,Point b){return a-b;}
18 Point operator*(Point a,double c){return a*c;}
19 Point operator*(double c,Point a){return a*c;}
20 Point operator/(Point a,double c){return a/c;}
21 bool operator==(Point a,Point b){return abs(a.x-b.x)<EPS && abs(a.y-b.y)<EPS;}
22 bool operator!=(Point a,Point b){return !(a==b);}
23
24 double Abs(Point p){
25     return sqrt(p.x*p.x+p.y*p.y);
26 }
27 double Abs2(Point p){
28     return p.x*p.x+p.y*p.y;
29 }
30 double Arg(Point p){
31     return atan2(p.y,p.x);
32 }
33 double Dot(Point a,Point b){
34     return a.x*b.x+a.y*b.y;
35 }
36 double Cross(Point a,Point b){
37     return a.x*b.y-a.y*b.x;
38 }
39 Point Rot(Point p,double t){
40     return Point(cos(t)*p.x-sin(t)*p.y,sin(t)*p.x+cos(t)*p.y);
41 }
42
43 struct Line{
44     Point pos,dir;
45     Line(){}
46     Line(Point p,Point d):pos(p),dir(d){}
47     Line(double x,double y,double u,double v):pos(x,y),dir(u,v){}
48 };
49
50 bool Orthogonal(Line a,Line b){
51     return abs(Dot(a.dir,b.dir))<EPS;
52 }
53 bool Parallel(Line a,Line b){
54     return abs(Cross(a.dir,b.dir))<EPS;
55 }
56 Point Proj(Line l,Point p){
57     Point a=p-l.pos,b=l.dir;
58     return l.pos+Dot(a,b)/Abs2(b)*b;
59 }
60
61 struct Segment{
62     Point pos,dir;
63     Segment(){}
64     Segment(Point p,Point d):pos(p),dir(d){}
65     Segment(double x,double y,double u,double v):pos(x,y),dir(u,v){}
66     explicit Segment(Line l):pos(l.pos),dir(l.dir){}
67     explicit operator Line()const{return Line(pos,dir);}
68 };
69
70 struct Circle{
71     Point center;
72     double radius;
73     Circle(){}

```

```

74   Circle(Point c,double r):center(c),radius(r){}
75   Circle(double x,double y,double r):center(x,y),radius(r){}
76 };
77 bool operator==(Circle a,Circle b){
78     return a.center==b.center && abs(a.radius-b.radius)<EPS;
79 }
80 bool operator!=(Circle a,Circle b){
81     return !(a==b);
82 }
83
84 // stream
85 ostream& operator<<(ostream& os,const Point& p){
86     return os<<'('<<p.x<<','<<p.y<<')';
87 }
88 ostream& operator<<(ostream& os,const Line& l){
89     return os<<'('<<l.pos<<','<<l.dir<<')';
90 }
91 ostream& operator<<(ostream& os,const Segment& s){
92     return os<<'('<<s.pos<<','<<s.dir<<')';
93 }
94 ostream& operator<<(ostream& os,const Circle& c){
95     return os<<'('<<c.center.x<<','<<c.center.y<<','<<c.radius<<')';
96 }
97
98 // comparer
99 struct LessX{
100     bool operator()(Point a,Point b){
101         return abs(a.x-b.x)>EPS?a.x<b.x-EPS:a.y<b.y-EPS;
102     }
103 };

```

## 9.2 回転方向

```

1  int CCW(Point a,Point b,Point c){
2      b-=a,c-=a;
3      if(int sign=Signum(Cross(b,c)))
4          return sign; // 1:ccw,-1:cw
5      if(Dot(b,c)<-EPS)
6          return -2; // c-a-b
7      if(Abs2(b)<Abs2(c)-EPS)
8          return 2; // a-b-c
9      return 0; // a-c-b (inclusive)
10 }

```

## 9.3 面積

```

1  double Area(const vector<Point>& ps){
2      double res=0;
3      repi(i,2,ps.size())
4          res+=Cross(ps[i-1]-ps[0],ps[i]-ps[0])/2;
5      return res;
6  }

```

## 9.4 交差判定

```

1  bool IntersectLL(Line a,Line b){
2      return abs(Cross(a.dir,b.dir))>EPS || abs(Cross(a.dir,b.pos-a.pos))<EPS;
3  }
4  bool IntersectLS(Line l,Segment s){
5      Point a=s.pos-l.pos,b=s.pos+s.dir-l.pos;
6      return Signum(Cross(l.dir,a))*Signum(Cross(l.dir,b))<=0;
7  }
8  bool IntersectLP(Line l,Point p){
9      return abs(CCW(l.pos,l.pos+l.dir,p))!=1;
10 }

```

```

11 bool IntersectSS(Segment a,Segment b){
12     int c1=CCW(a.pos,a.pos+a.dir,b.pos),c2=CCW(a.pos,a.pos+a.dir,b.pos+b.dir);
13     int c3=CCW(b.pos,b.pos+b.dir,a.pos),c4=CCW(b.pos,b.pos+b.dir,a.pos+a.dir);
14     return c1*c2<=0 && c3*c4<=0;
15 }
16 bool IntersectSP(Segment s,Point p){
17     return CCW(s.pos,s.pos+s.dir,p)==0;
18 }
19 // 交点の個数を返す
20 int IntersectCC(Circle c1,Circle c2){
21     if(c1==c2)
22         return INFITY;
23     double r1=c1.radius,r2=c2.radius,d=Abs(c1.center-c2.center);
24     if(d>r1+r2+EPS || d<abs(r1-r2)-EPS)
25         return 0;
26     if(abs(d-(r1+r2))<EPS || abs(d-abs(r1-r2))<EPS)
27         return 1;
28     return 2;
29 }
30
31 // aとbは必ず交差していること
32 // 同一直線上にある場合,a.posを返す
33 Point InterPointLL(Line a,Line b){
34     if(abs(Cross(a.dir,b.dir))<EPS) return a.pos;
35     return a.pos+Cross(b.pos-a.pos,b.dir)/Cross(a.dir,b.dir)*a.dir;
36 }
37 // 同一直線上にある場合,s.posを返す
38 Point InterPointLS(Line l,Segment s){
39     return InterPointLL(Line(s),l);
40 }
41 // 同一直線上にある場合,両端点を順に試し最初に交点であると判定されたものを返す
42 Point InterPointSS(Segment a,Segment b){
43     if(abs(Cross(a.dir,b.dir))<EPS){
44         if(IntersectSP(b,a.pos)) return a.pos;
45         if(IntersectSP(b,a.pos+a.dir)) return a.pos+a.dir;
46         if(IntersectSP(a,b.pos)) return b.pos;
47         if(IntersectSP(a,b.pos+b.dir)) return b.pos+b.dir;
48     }
49     return InterPointLL(Line(a),Line(b));
50 }
51
52 // c1とc2は必ず2点で交わること
53 pair<Point,Point> InterPointCC(Circle c1,Circle c2){
54     Point p1=c1.center,p2=c2.center;
55     double r1=c1.radius,r2=c2.radius;
56     double d=Abs(p1-p2);
57     double a=(d*d+r1*r1-r2*r2)/(2*d);
58     double s=sqrt(r1*r1-a*a);
59     return mp(p1+a/d*(p2-p1)+s*Rot((p2-p1)/d,PI/2),
60             p1+a/d*(p2-p1)-s*Rot((p2-p1)/d,PI/2));
61 }

```

## 9.5 距離

```

1  double DistLP(Line l,Point p){
2      return Abs(Proj(l,p)-p);
3  }
4  double DistSP(Segment s,Point p){
5      int ccw=CCW(s.pos,s.pos+s.dir,Proj(Line(s),p));
6      if(ccw==-2) return Abs(s.pos-p);
7      if(ccw== 2) return Abs(s.pos+s.dir-p);
8      return DistLP(Line(s),p);
9  }
10 double DistLS(Line l,Segment s){
11     if(IntersectLS(l,s)) return 0;
12     return min(DistLP(l,s.pos),DistLP(l,s.pos+s.dir));

```

```

13 }
14 double DistSS(Segment a, Segment b){
15     if(IntersectSS(a,b)) return 0;
16     double d1=min(DistSP(a,b.pos),DistSP(a,b.pos+b.dir));
17     double d2=min(DistSP(b,a.pos),DistSP(b,a.pos+a.dir));
18     return min(d1,d2);
19 }

```

## 9.6 2直線から等距離な点集合

```

1 vector<Line> EquidistantLine(Line a, Line b){
2     if(Parallel(a,b))
3         return {Line((a.pos+b.pos)/2,a.dir)};
4     Point p=InterPointLL(a,b);
5     a.dir/=Abs(a.dir),b.dir/=Abs(b.dir);
6     return {Line(p,(a.dir+b.dir)/2),Line(p,(a.dir-b.dir)/2)};
7 }

```

## 9.7 円の接線

```

1 vector<Line> Intangent(Circle c1,Circle c2)
2 {
3     double r1=c1.radius,r2=c2.radius;
4     double d=Abs(c1.center-c2.center);
5     vector<Line> res;
6     if(d>r1+r2+EPS){
7         double t=acos((r1+r2)/d);
8         rep(i,2){
9             Point p1=c1.center+Rot(r1/d*(c2.center-c1.center),(i?1:-1)*t);
10            Point p2=c2.center+Rot(r2/d*(c1.center-c2.center),(i?1:-1)*t);
11            res.push_back(Line(p1,p2-p1));
12        }
13    }
14    else if(d>r1+r2-EPS){
15        Point p=c1.center+r1/d*(c2.center-c1.center);
16        res.push_back(Line(p,Rot(p-c1.center,PI/2)));
17    }
18    return res;
19 }
20 vector<Line> Extangent(Circle c1,Circle c2)
21 {
22     double r1=c1.radius,r2=c2.radius;
23     double d=Abs(c1.center-c2.center);
24     vector<Line> res;
25     if(d>abs(r2-r1)+EPS){
26         double t=acos((r1-r2)/d);
27         rep(i,2){
28             Point p1=c1.center+Rot(r1/d*(c2.center-c1.center),(i?1:-1)*t);
29             Point p2=c2.center+Rot(r2/d*(c2.center-c1.center),(i?1:-1)*t);
30             res.push_back(Line(p1,p2-p1));
31        }
32    }
33    else if(d>abs(r2-r1)-EPS){
34        Point p=c1.center+r1/d*(c2.center-c1.center);
35        res.push_back(Line(p,Rot(p-c1.center,PI/2)));
36    }
37    return res;
38 }

```

## 9.8 凸包

計算量  $O(N \log N)$

```

1 // 連続する3点が同一直線上にある場合はfalseを返す
2 bool IsConvex(const vector<Point>& ps){

```

```

3     int n=ps.size(),res=true;
4     rep(i,n) res&=CCW(ps[i],ps[(i+1)%n],ps[(i+2)%n])>=1;
5     return res;
6 }
7
8 // 同一直線上の点とはらない .
9 // もしとりたければ, while(n>=2 && CCW(cs[n-2],cs[n-1],ps[i])<=0)と書き換える .
10 vector<Point> ConvexHull(vector<Point> ps){
11     if(ps.size()==1) return ps;
12     sort(all(ps),LessX());
13     vector<Point> res;
14     rep(_,2){
15         int n=0;
16         vector<Point> half(ps.size());
17         rep(i,ps.size()){
18             while(n>=2 && CCW(half[n-2],half[n-1],ps[i])!=1)
19                 n--;
20             half[n++]=ps[i];
21         }
22         res.insert(res.end(),half.begin(),half.begin()+n-1);
23         reverse(all(ps));
24     }
25     return res;
26 }

```

## 9.9 凸多角形の包含判定

```

1 // 凸多角形psの内部に点pがあるときtrue(境界を含む)
2 // ps.size()==0のときtrue
3 // ps.size()==1のとき, ps[0]とpが一致していればtrue
4 // ps.size()==2のとき, ps[0],ps[1]上にpがあればtrue
5 bool CoverGP(const vector<Point>& ps, Point p){
6     rep(i,ps.size()){
7         int ccw=CCW(ps[i],ps[(i+1)%ps.size()],p);
8         if(!(ccw==1 || ccw==0))
9             return false;
10    }
11    return true;
12 }
13 // 凸多角形psが凸多角形qsを内部にもつときtrue(境界を含む)
14 // ps.size()==0またはqs.size()==0のときtrue
15 bool CoverGG(const vector<Point>& ps,vector<Point>& qs){
16     rep(i,qs.size())
17         if(!CoverGP(ps,qs[i]))
18             return false;
19     return true;
20 }

```

## 9.10 凸多角形の切断

```

1 vector<Point> ConvexCut(const vector<Point>& ps, Line l){
2     int n=ps.size();
3     vector<Point> res;
4     rep(i,n){
5         int c1=CCW(l.pos,l.pos+l.dir,ps[i]);
6         int c2=CCW(l.pos,l.pos+l.dir,ps[(i+1)%n]);
7         if(c1!=-1)
8             res.push_back(ps[i]);
9         if(c1*c2==-1)
10            res.push_back(InterPointLS(l,Segment(ps[i],ps[(i+1)%n]-ps[i])));
11    }
12    return res;
13 }

```

## 9.11 線分アレンジメント

同一線分上の推移的な辺を省略している .

計算量  $O(N^3)$

```

1 // オーバーラップする線分は取り除いておくこと .
2 struct Edge{
3     int src,dst;
4     double weight;
5     Edge(){}
6     Edge(int s,int d,double w):src(s),dst(d),weight(w){}
7     bool operator<(const Edge& e)const{return Signum(weight-e.weight)<0;}
8     bool operator>(const Edge& e)const{return Signum(weight-e.weight)>0;}
9 };
10 void SegmentArrangement(const vector<Segment>& ss,Graph& g,vector<Point>& ps){
11     rep(i,ss.size()){
12         ps.push_back(ss[i].pos);
13         ps.push_back(ss[i].pos+ss[i].dir);
14         repi(j,i+1,ss.size()) if(IntersectSS(ss[i],ss[j]))
15             ps.push_back(InterPointSS(ss[i],ss[j]));
16     }
17     sort(all(ps),LessX());
18     ps.erase(unique(all(ps)),ps.end());
19
20     g.resize(ps.size());
21     rep(i,ss.size()){
22         vector<pair<double,int>> > ds;
23         rep(j,ps.size()) if(IntersectSP(ss[i],ps[j]))
24             ds.push_back(mp(Abs(ps[j]-ss[i].pos),j));
25         sort(all(ds));
26         rep(j,ds.size()-1){
27             int u=ds[j].second,v=ds[j+1].second;
28             double w=ds[j+1].first-ds[j].first;
29             g[u].push_back(Edge(u,v,w));
30             g[v].push_back(Edge(v,u,w));
31         }
32     }
33 }
```

## 10 その他

### 10.1 ビット演算

clz, clzll, ctz, ctzll は,  $x = 0$  のときビット長を返す .

```

1 // population count
2 inline int popcount(uint x)
3 {
4     x=(x&0x55555555)+(x>>1&0x55555555);
5     x=(x&0x33333333)+(x>>2&0x33333333);
6     x=(x&0xf0f0f0f0)+(x>>4&0xf0f0f0f0);
7     x=(x&0xff00ff00)+(x>>8&0xff00ff00);
8     return (x&0x0000ffff)+(x>>16&0x0000ffff);
9 }
10 inline int popcountll(ull x)
11 {
12     return popcount(x)+popcount(x>>32);
13 }
14
15 // count leading zero
16 inline int clz(uint x)
17 {
18     int i=0;
19     if(!(x&0xffff0000)) i+=16,x<<=16;
20     if(!(x&0xf0000000)) i+=8,x<<=8;
```

```

21     if(!(x&0xf0000000)) i+=4,x<<=4;
22     if(!(x&0xc0000000)) i+=2,x<<=2;
23     if(!(x&0x80000000)) i+=1,x<<=1;
24     return i+!x;
25 }
26 inline int clzll(ull x)
27 {
28     int y=clz(x>>32);
29     return y==32?y+clz(x):y;
30 }
31
32 // count trailing zero
33 inline int ctz(uint x)
34 {
35     int i=0;
36     if(!(x&0x0000ffff)) i+=16,x>>=16;
37     if(!(x&0x000000ff)) i+=8,x>>=8;
38     if(!(x&0x0000000f)) i+=4,x>>=4;
39     if(!(x&0x00000003)) i+=2,x>>=2;
40     if(!(x&0x00000001)) i+=1,x>>=1;
41     return i+!x;
42 }
43 inline int ctzll(ull x)
44 {
45     int y=ctz(x);
46     return y==32?y+ctz(x>>32):y;
47 }
48
49 // find first set
50 inline int ffs(uint x)
51 {
52     return x?clz(x)+1:0;
53 }
54 inline int ffs(ull x)
55 {
56     return x?clzll(x)+1:0;
57 }
58
59 // bitwise reverse
60 inline uint bitrev(uint x)
61 {
62     x=(x&0xaaaaaaaa)>>1|(x&0x55555555)<<1;
63     x=(x&0xcccccccc)>>2|(x&0x33333333)<<2;
64     x=(x&0xf0f0f0f0)>>4|(x&0x0f0f0f0f)<<4;
65     x=(x&0xff00ff00)>>8|(x&0x00ff00ff)<<8;
66     return (x&0xffff0000)>>16|(x&0x0000ffff)<<16;
67 }
68 inline ull bitrev(ull x)
69 {
70     return bitrev(x>>32)|(ull)bitrev(x)<<32;
71 }
72
73 // 非零部分集合を列挙
74 for(int s=b;s;(s=(s-1)&b){
75     ...
76 }
77
78 // {0,1,...,n-1}の, サイズkの部分集合を列挙
79 // 最終行を s|=(1z>>ffs(1o))-1 とすれば除算をなくせる
80 // 注意: 0<k<=n でなければならない
81 for(int s=(1<k)-1;!(s&1<n);){
82     /* ... */
83     int lo=s&-s,lz=(s+lo)&~s;
84     s=(s|lz)&^(1z-1);
85     s|=(1z/lo/2-1);
86 }
```

## 10.2 priority\_queue のヘルパ関数

```
1  template<typename T>
2  struct functor_traits:public functor_traits<decltype(&T::operator())>{};
3  template<typename C,typename Ret,typename... Args>
4  struct functor_traits<Ret(C::*)(Args...)const>{
5      template<size_t I>
6      using nth_argument_type=typename tuple_element<I,tuple<Args...>>::type;
7      using first_argument_type=nth_argument_type<0>;
8  };
9  template<typename Compare,typename T=typename decay<typename functor_traits<Compare>::
    first_argument_type>::type>
10 priority_queue<T,vector<T>,Compare> make_priority_queue(Compare comp){
11     return priority_queue<T,vector<T>,Compare>(comp);
12 }
```

## 10.3 ハッシュ関数

ユーザ定義型を unordered\_set や unordered\_map のキーとして使うためには , hash の特殊化を書く必要がある . 以下は FNV-1a による実装例 .

```
1  namespace std{
2      template<>
3      struct hash<tuple<int,int>>{
4          size_t operator()(const tuple<int,int>& x)const{
5              const char* p=(const char*)&x;
6              size_t res=2166136261;
7              rep(i,sizeof(x)) (res^=*p++)*=16777619;
8              return res;
9          }
10     };
11 }
```

## 10.4 Fairfield の公式

西暦 1 年 1 月 0 日からの経過日数を求める . ( 経過日数 )  $\equiv 0 \pmod{7}$  のとき日曜日 .

```
1  int Fairfield(int y,int m,int d)
2  {
3      if(m<=2) y--,m+=12;
4      return 365*y+y/4-y/100+y/400+153*(m+1)/5+d-428;
5  }
```