

目次		5.2 最長回文 (Manacher) . . . . .	8
		5.3 Suffix Array (Kärkkäinen-Sanders) . . . . .	9
		5.4 Suffix Array (SA-IS) . . . . .	10
1 環境	1	6 動的計画法	11
1.1 .Xmodmap . . . . .	1	6.1 最長共通部分列 . . . . .	11
1.2 .vimrc . . . . .	1	6.2 最長増加部分列 . . . . .	11
1.3 Makefile . . . . .	1		
2 テンプレート	1	7 データ構造	11
2.1 C++ . . . . .	1	7.1 Union-Find Tree . . . . .	11
2.2 Java . . . . .	1	7.2 Fenwick Tree . . . . .	11
		7.3 Segment Tree . . . . .	12
3 グラフ	2	7.4 Range Tree . . . . .	14
3.1 定義 . . . . .	2	8 数学	14
3.2 定理 . . . . .	2	8.1 数学定数 . . . . .	14
3.3 基本要素 . . . . .	2	8.2 ユークリッドの互除法 . . . . .	14
3.4 単一始点最短路 (Dijkstra) . . . . .	2	8.3 逆元 . . . . .	14
3.5 単一始点最短路 (Bellman-Ford) . . . . .	2	8.4 篩 . . . . .	15
3.6 全点間最短路 (Warshall-Floyd) . . . . .	3	8.5 素数判定 (Miller-Rabin) . . . . .	15
3.7 最小全域木 (Prim) . . . . .	3	8.6 Gauss-Jordan の消去法 . . . . .	15
3.8 最小全域森 (Kruskal) . . . . .	3	8.7 高速ゼータ/メビウス変換 . . . . .	15
3.9 最小シュタイナー木 (Dreyfus-Wagner) . . . . .	3	9 幾何	16
3.10 最大独立集合 . . . . .	4	9.1 基本要素 . . . . .	16
3.11 トポロジカルソート . . . . .	4	9.2 回転方向 . . . . .	16
3.12 強連結成分分解 . . . . .	4	9.3 面積 . . . . .	17
3.13 橋 . . . . .	4	9.4 交差判定 . . . . .	17
3.14 関節点 . . . . .	5	9.5 距離 . . . . .	17
3.15 2-SAT . . . . .	5	9.6 2 直線から等距離な点集合 . . . . .	17
3.16 最小共通先祖 . . . . .	5	9.7 円の接線 . . . . .	17
3.17 二部性判定 . . . . .	5	9.8 凸包 . . . . .	18
4 フロー	6	9.9 凸多角形の包含判定 . . . . .	18
4.1 最大流 (Dinic) . . . . .	6	9.10 凸多角形の切断 . . . . .	18
4.2 最小費用流 . . . . .	6	9.11 線分アレンジメント . . . . .	18
4.3 2 部グラフの最大マッチング (naïve) . . . . .	7	10 その他	19
4.4 2 部グラフの最大マッチング (Hopcroft-Karp) . . . . .	7	10.1 ビット演算 . . . . .	19
4.5 DAG の最小独立パス被覆 . . . . .	8	10.2 priority_queue のヘルパ関数 . . . . .	19
4.6 無向グラフの全域最小カット (Nagamochi-Ibaraki) . . . . .	8	10.3 ハッシュ関数 . . . . .	19
5 文字列	8	10.4 Fairfield の公式 . . . . .	20
5.1 Knuth-Morris-Pratt . . . . .	8		

10.5	さいころ . . . . .	20
------	----------------	----

## 1 環境

### 1.1 .Xmodmap

[ 変換 ] と [ 半角/全角 ], [ 無変換 ] と [ Escape ] を入れ替え , [ CapsLock ] を [ Ctrl ] に割り当てる .

```
1 keysym Muhenkan = Escape
2 keysym Henkan_Mode = Zenkaku_Hankaku
3 keysym Escape = Muhenkan
4 keysym Zenkaku_Hankaku = Henkan_Mode
5
6 remove Lock = Caps_Lock
7 keysym Caps_Lock = Control_L
8 add Control = Control_L
```

### 1.2 .vimrc

不要そうなものは適当に削る .

```
1 set number
2 set tabstop=4 shiftwidth=4
3 set textwidth=0
4 set nobackup noswapfile
5
6 set hlsearch noincsearch ignorecase
7
8 set cindent
9 set cinoptions=L0,:0,l1,g0,cs,C1,(s,m1
10 set cinkeys=0#
11 set noshowmatch
12
13 set laststatus=2
14 set tabpagemax=32
15
16 set list listchars=tab:^\ ,trail:_
17
18 noremap <Up> <Nop>
19 noremap <Down> <Nop>
20 noremap <Left> :<C-u>tabprev<Return>
21 noremap <Right> :<C-u>tabnext<Return>
22 inoremap <Return> <Return>x<BS>
23 nnoremap o ox<BS>
24 nnoremap O Ox<BS>
25
26 filetype plugin indent on
27 syntax enable
28
29 augroup misc
30   autocmd filetype * setlocal comments=
31 augroup END
```

### 1.3 Makefile

```
1 MAIN=
2
3 CXXFLAGS=-Wall -Wextra -Wno-sign-compare -Wno-unused-result -std=c++11 -g -D_GLIBCXX_DEBUG
4 #CXXFLAGS=-Wall -Wextra -Wno-sign-compare -Wno-unused-result -std=c++11 -O2
5
6 all: $(MAIN)
7 clean:
8   find . -maxdepth 1 -type f -perm -111 -delete
9 run: $(MAIN)
10   ./${<$(MAIN).in
```

## 2 テンプレート

### 2.1 C++

```
1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 #define dump(n) cout<<"# "<<#n<<'='<<(n)<<endl
5 #define repi(i,a,b) for(int i=int(a);i<int(b);i++)
6 #define peri(i,a,b) for(int i=int(b);i-->int(a);)
7 #define rep(i,n) repi(i,0,n)
8 #define per(i,n) peri(i,0,n)
9 #define all(c) begin(c),end(c)
10 #define mp make_pair
11 #define mt make_tuple
12
13 typedef unsigned int uint;
14 typedef long long ll;
15 typedef unsigned long long ull;
16 typedef pair<int,int> pii;
17 typedef vector<int> vi;
18 typedef vector<vi> vvi;
19 typedef vector<ll> vl;
20 typedef vector<vl> vvl;
21 typedef vector<double> vd;
22 typedef vector<vd> vvd;
23 typedef vector<string> vs;
24
25 const int INF=1e9;
26 const int MOD=1e9+7;
27 const double EPS=1e-9;
28
29 template<typename T1,typename T2>
30 ostream& operator<<(ostream& os,const pair<T1,T2>& p){
31   return os<<' ('<<p.first<<','<<p.second<<')';
32 }
33 template<typename T>
34 ostream& operator<<(ostream& os,const vector<T>& a){
35   os<<'[';
36   rep(i,a.size()) os<<(i?" ":"")<<a[i];
37   return os<<']';
38 }
39
40 int main()
41 {
42 }
```

### 2.2 Java

Solver#main に書く .

```
1 import java.io.*;
2 import java.lang.*;
3 import java.math.*;
4 import java.util.*;
5
6 class Main{public static void main(String[] args){new Solver();}}
7
8 class Solver{
9   Scanner reader=new Scanner(System.in);
10   PrintWriter writer=new PrintWriter(System.out);
11   Solver(){main(); writer.flush();}
12
13   void main(){
14   }
```

```

15 }
16
17 class ScanReader{
18     BufferedReader br;
19     StringTokenizer st;
20     public ScanReader(InputStream in){
21         br=new BufferedReader(new InputStreamReader(in));
22         st=null;
23     }
24     public boolean hasNext(){
25         while(st==null || !st.hasMoreTokens()){
26             try{
27                 if(!br.ready())
28                     return false;
29                 st=new StringTokenizer(br.readLine());
30             }
31             catch(IOException e){
32                 throw new RuntimeException(e);
33             }
34         }
35         return true;
36     }
37     public String nextLine(){
38         hasNext();
39         return st.nextToken("");
40     }
41     public String next(){
42         hasNext();
43         return st.nextToken();
44     }
45 }

```

### 3 グラフ

#### 3.1 定義

マッチング	端点を共有しない辺集合
独立集合	どの2点も隣接しない頂点集合
クリーク	どの2点も隣接している頂点集合
支配集合	自身とその隣接頂点のみで全頂点を被覆する頂点集合
辺被覆	どの頂点も少なくとも1つの辺に接続している辺集合
点被覆	どの辺も少なくとも1つの頂点に接続している頂点集合

#### 3.2 定理

グラフ  $G = (V, E)$  について,

$$| \text{最大独立集合} | + | \text{最小点被覆} | = |V|$$

孤立点がないとき,

$$| \text{最大マッチング} | + | \text{最小辺被覆} | = |V|$$

二部グラフであるとき,

$$| \text{最大マッチング} | = | \text{最小点被覆} |$$

$$| \text{最大独立集合} | = | \text{最小辺被覆} |$$

Dilworth の定理・Mirsky の定理

推移性をみたす DAG であるとき,

Dilworth の定理: 濃度最大の反鎖の濃度 = 個数最小の鎖被覆の個数

Mirsky の定理: 濃度最大の鎖の濃度 = 個数最小の反鎖被覆の個数

DAG の最小独立パス被覆

(最小独立パス被覆) =  $|V| - (V + V')$  を頂点とする二部グラフの最大マッチング)

DAG が推移性をもつとき,

$$(\text{最小独立パス被覆}) = (\text{最小パス被覆})$$

#### 3.3 基本要素

```

1 struct Edge{
2     int src,dst,weight;
3     Edge(){}
4     Edge(int s,int d,int w):src(s),dst(d),weight(w){}
5 };
6 typedef vector<vector<Edge>> Graph;
7 bool operator< (const Edge& a,const Edge& b){return a.weight<b.weight;}
8 bool operator> (const Edge& a,const Edge& b){return a.weight>b.weight;}

```

#### 3.4 単一始点最短路 (Dijkstra)

計算量  $O(E \log V)$

```

1 // Verify: UVA 341, AOJ 0155
2
3 void Dijkstra(const Graph& g,int v,vi& dist,vi& prev)
4 {
5     priority_queue<Edge,vector<Edge>,greater<Edge>> pq;
6     pq.emplace(-1,v,0);
7     while(pq.size()){
8         Edge cur=pq.top(); pq.pop();
9         if(dist[cur.dst]!=INF) continue;
10        dist[cur.dst]=cur.weight;
11        prev[cur.dst]=cur.src;
12        for(Edge e:g[cur.dst])
13            pq.emplace(e.src,e.dst,cur.weight+e.weight);
14    }
15 }
16
17 void BuildPath(const vi& prev,int v,vi& path)
18 {
19     for(int u=v;u!=-1;u=prev[u])
20         path.push_back(u);
21     reverse(all(path));
22 }

```

#### 3.5 単一始点最短路 (Bellman-Ford)

計算量  $O(VE)$

```

1 // Verify: UVA 341
2
3 bool BellmanFord(const Graph& g,int begin,vi& cost,vi& prev)
4 {
5     int size=g.size();
6     cost.assign(size,INF);
7     prev.assign(size,-1);
8
9     cost[begin]=0;

```

```

10 rep(k,size-1){
11     rep(i,size){
12         rep(j,g[i].size()){
13             Edge cand=g[i][j]; // candidate
14             if(cost[cand.dst]>cost[i]+cand.weight){
15                 cost[cand.dst]=cost[i]+cand.weight;
16                 prev[cand.dst]=cand.src;
17             }
18         }
19     }
20 }
21 rep(i,size){
22     rep(j,g[i].size()){
23         Edge cand=g[i][j]; // candidate
24         if(cost[cand.dst]>cost[j]+cand.weight)
25             return false;
26     }
27 }
28 return true;
29 }
30
31 void BuildPath(const vi& prev,int begin,int end,vi& path)
32 {
33     path.clear();
34     for(int i=end;;i=prev[i]){
35         path.push_back(i);
36         if(i==begin)
37             break;
38     }
39     reverse(all(path));
40 }

```

### 3.6 全点間最短路 (Warshall-Floyd)

計算量  $O(V^3)$

```

1 // Verify: PKU 0155
2
3 void WarshallFloyd(vvd& dist,vvi& next)
4 {
5     int n=dist.size();
6
7     rep(i,n) rep(j,n)
8         next[i][j]=j;
9
10    rep(k,n) rep(i,n) rep(j,n){
11        if(dist[i][j]>dist[i][k]+dist[k][j]){
12            dist[i][j]=dist[i][k]+dist[k][j];
13            next[i][j]=next[i][k];
14        }
15    }
16 }

```

### 3.7 最小全域木 (Prim)

root を含む最小全域木を計算する。tree に構成辺を保存し、重みの総和を返す。

計算量  $O(E \log V)$

```

1 // Verify: A0J 0180, POJ 1287, POJ 1861
2
3 int Prim(const Graph& g,vector<Edge>& tree,int root=0)
4 {
5     tree.clear();
6
7     vi vis(g.size());

```

```

8     priority_queue<Edge,vector<Edge>,greater<Edge> > pq;
9     pq.push(Edge(-1,root,0));
10    int res=0;
11    while(pq.size()){
12        Edge cur=pq.top(); pq.pop();
13        if(vis[cur.dst])
14            continue;
15        vis[cur.dst]=true;
16        res+=cur.weight;
17        if(cur.src!=-1)
18            tree.push_back(cur);
19        foreach(e,g[cur.dst])
20            pq.push(*e);
21    }
22    return res;
23 }

```

### 3.8 最小全域森 (Kruskal)

forest に構成辺を保存し、重みの総和を返す。

計算量  $O(E \log V)$

```

1 // Verify: A0J 0180, POJ 1287, POJ 1861
2
3 int Kruskal(const Graph& g,vector<Edge>& forest)
4 {
5     forest.clear();
6
7     vector<Edge> es;
8     rep(i,g.size()) rep(j,g[i].size())
9         es.push_back(g[i][j]);
10    sort(all(es));
11
12    UnionFind uf(g.size());
13    int res=0;
14    rep(i,es.size())
15        if(uf.Find(es[i].src)!=uf.Find(es[i].dst)){
16            uf.Unite(es[i].src,es[i].dst);
17            res+=es[i].weight;
18            forest.push_back(es[i]);
19        }
20    return res;
21 }

```

### 3.9 最小シュタイナー木 (Dreyfus-Wagner)

与えられた隣接行列とターミナルの集合に対し、最小シュタイナー木の重みの総和を返す。

計算量  $O(3^T V + 2^T V^2 + V^3)$

```

1 // Verify: A0J 1040
2
3 int DreyfusWagner(const vvi& _dist,const vi& ts)
4 {
5     int n=_dist.size();
6     vvi dist=_dist;
7     rep(k,n) rep(i,n) rep(j,n)
8         dist[i][j]=min(dist[i][j],dist[i][k]+dist[k][j]);
9
10    int tsize=ts.size();
11    vvi dp(1<<tsize,vi(n,INFTY));
12    rep(i,tsize) rep(j,n)
13        dp[1<<i][j]=dist[ts[i]][j];
14    rep(i,1<<tsize){
15        for(int j=i;j=i&(j-1); j=j-1) rep(k,n)
16            dp[i][k]=min(dp[i][k],dp[j][k]+dp[i^j][k]);

```

```

17     rep(j,n) rep(k,n)
18         dp[i][j]=min(dp[i][j],dp[i][k]+dist[k][j]);
19     }
20     return *min_element(all(dp.back()));
21 }

```

### 3.10 最大独立集合

計算量  $O(1.466^n n)$

```

1 // Verify: POJ 1419, SRM 589 Medium
2
3 void DFS(const Graph& g,int u,vi& vis,int cur,int rem,int& res)
4 {
5     int n=g.size();
6     if(cur+rem<=res) return;
7     res=max(res,cur);
8     if(u==n) return;
9
10    if(vis[u]){
11        DFS(g,u+1,vis,cur,rem,res);
12        return;
13    }
14
15    // use u
16    vi tmp=vis;
17    vis[u]=1;
18    rep(i,g[u].size()){
19        int v=g[u][i].dst;
20        if(!vis[v]) vis[v]=1,rem--;
21    }
22    DFS(g,u+1,vis,cur+1,rem-1,res);
23    swap(vis,tmp);
24    rep(i,g[u].size()){
25        int v=g[u][i].dst;
26        if(!vis[v]) rem++;
27    }
28
29    // don't use u
30    if(g[u].size(>1){
31        vis[u]=1;
32        DFS(g,u+1,vis,cur,rem-1,res);
33        vis[u]=0;
34    }
35 }
36
37 int MaxIndependentSet(const Graph& g)
38 {
39     int n=g.size();
40     vi vis(n);
41     int res=0;
42     DFS(g,0,vis,0,n,res);
43     return res;
44 }

```

### 3.11 トポロジカルソート

計算量  $O(V + E)$

```

1 // Verify: UVA 10305
2
3 bool Visit(const Graph& g,int v,vi& color,vi& order)
4 {
5     if(color[v]==1)
6         return false;
7     if(color[v]==2)

```

```

8         return true;
9     color[v]=1;
10    rep(i,g[v].size())
11        if(!Visit(g,g[v][i].dst,color,order))
12            return false;
13    color[v]=2;
14    order.push_back(v);
15    return true;
16 }
17
18 bool TopologicalSort(const Graph& g,vi& order)
19 {
20     int size=g.size();
21     order.clear();
22     vi colors(size);
23     rep(i,size){
24         if(!Visit(g,i,colors,order)){
25             order.clear();
26             return false;
27         }
28     }
29     reverse(all(order));
30     return true;
31 }

```

### 3.12 強連結成分分解

計算量  $O(V + E)$

```

1 // Verify: POJ 2186, AOJ 2222, AOJ 2505
2
3 void DFS(const Graph& g,int v,vi& vis,vi& order)
4 {
5     if(vis[v]) return;
6     vis[v]=1;
7     for(auto e:g[v]) DFS(g,e.dst,vis,order);
8     order.push_back(v);
9 }
10
11 vvi SCC(const Graph& g)
12 {
13     int n=g.size();
14     vi vis(n),order;
15     rep(i,n) DFS(g,i,vis,order);
16     Graph t(n);
17     rep(i,n) for(auto e:g[i])
18         t[e.dst].emplace_back(e.dst,e.src);
19     fill(all(vis),0);
20     vvi res;
21     per(i,n) if(!vis[order[i]]){
22         res.resize(res.size()+1);
23         DFS(t,order[i],vis,res.back());
24     }
25     return res;
26 }

```

### 3.13 橋

計算量  $O(V + E)$

```

1 // Verify: LOJ 1026
2
3 int DFS(const Graph& g,int u,int prev,int x,vi& ord,vi& low)
4 {
5     ord[u]=low[u]=x++;
6     rep(i,g[u].size()){

```

```

7   int v=g[u][i].dst;
8   if(ord[v]==-1){
9       x=DFS(g,v,u,x,ord,low);
10      low[u]=min(low[u],low[v]);
11  }
12  else if(v!=prev)
13      low[u]=min(low[u],ord[v]);
14  }
15  return x;
16 }
17
18 void Bridge(const Graph& g,vector<Edge>& bs)
19 {
20     bs.clear();
21     int n=g.size();
22     vi ord(n,-1),low(n);
23     rep(i,n) if(ord[i]==-1)
24         DFS(g,i,-1,0,ord,low);
25     rep(i,n) foreach(e,g[i])
26         if(ord[e->src]<low[e->dst])
27             bs.push_back(*e);
28 }

```

### 3.14 関節点

計算量  $O(V + E)$

```

1 // Verify: POJ 1144
2
3 int DFS(const Graph& g,int u,int prev,int x,vi& ord,vi& low,vi& as)
4 {
5     ord[u]=low[u]=x++;
6     int deg=0,isart=0;
7     rep(i,g[u].size()){
8         int v=g[u][i].dst;
9         if(ord[v]==-1){
10            x=DFS(g,v,u,x,ord,low,as);
11            low[u]=min(low[u],low[v]);
12            deg++;
13            isart|=ord[u]<=low[v];
14        }
15        else if(v!=prev)
16            low[u]=min(low[u],ord[v]);
17    }
18    if(prev==-1 && deg>=2 || prev!=-1 && isart)
19        as.push_back(u);
20    return x;
21 }
22
23 void Articulation(const Graph& g,vi& as)
24 {
25     as.clear();
26     int n=g.size();
27     vi ord(n,-1),low(n);
28     rep(i,n) if(ord[i]==-1)
29         DFS(g,i,-1,i,ord,low,as);
30 }

```

### 3.15 2-SAT

$u \vee v \Leftrightarrow (\bar{u} \rightarrow \bar{v}) \wedge (\bar{v} \rightarrow \bar{u})$  と式変形し、二項関係  $\rightarrow$  で辺を張り強連結成分分解する。強連結成分の真偽は一致するため、 $x$  と  $\bar{x}$  が同じ強連結成分に属するならば充足不能。そうでないならば充足可能。

### 3.16 最小共通先祖

計算量 構築  $O(V \log V)$ 、クエリ  $O(\log V)$

```

1 // Verify: A0J GRL_5_C, ABC 014 D
2
3 // by Doubling,  $O(n \log n)$ -space
4 struct LCA{
5     vi ds;
6     vvi ps;
7     LCA(const Graph& g,int root):ds(g.size()),ps(32-clz(g.size()),vi(g.size(),-1)){
8         DFS(g,-1,root,0);
9         rep(i,ps.size()-1) rep(j,ps[i].size())
10             ps[i+1][j]=ps[i][j]==-1?-1:ps[i][ps[i][j]];
11     }
12     void DFS(const Graph& g,int p,int v,int d){
13         ds[v]=d;
14         ps[0][v]=p;
15         for(auto e:g[v]) if(e.dst!=p)
16             DFS(g,e.src,e.dst,d+1);
17     }
18     int Find(int u,int v){
19         if(ds[u]>ds[v]) swap(u,v);
20         rep(i,ps.size())
21             if(ds[v]-ds[u]>>i&1)
22                 v=ps[i][v];
23         if(u==v) return u;
24         per(i,ps.size())
25             if(ps[i][u]!=ps[i][v])
26                 u=ps[i][u],v=ps[i][v];
27         return ps[0][u];
28     }
29 };
30
31 // by RMQ,  $O(n)$ -space
32 struct LCA{
33     vi tour,fs,ds;
34     SegmentTree st; // I=INF,F=min
35     LCA(const Graph& g,int root):fs(g.size(),-1),st(1){
36         DFS(g,-1,root,0,ds);
37         rep(i,tour.size()) if(fs[tour[i]]==-1) fs[tour[i]]=i;
38         st=SegmentTree(ds);
39     }
40     void DFS(const Graph& g,int p,int v,int d,vi& ds){
41         tour.push_back(v);
42         ds.push_back(d);
43         for(auto e:g[v]) if(e.dst!=p){
44             DFS(g,e.src,e.dst,d+1,ds);
45             tour.push_back(v);
46             ds.push_back(d);
47         }
48     }
49     int Find(int u,int v){
50         if(fs[u]>fs[v]) swap(u,v);
51         return tour[st.QueryIndex(fs[u],fs[v]+1)];
52     }
53     int Depth(int v){
54         return ds[fs[v]];
55     }
56 };

```

### 3.17 二部性判定

計算量  $O(V + E)$

```

1 // Verify: SRM618 Family
2
3 bool DFS(const Graph& g,int u,int c,vi& color){
4     if(color[u]!=-1)
5         return color[u]==c;

```

```

6   color[u]=c;
7   rep(i,g[u].size())
8       if(!DFS(g,g[u][i].dst,!c,color))
9       return false;
10  return true;
11 }
12
13 bool IsBipartite(const Graph& g){
14     int n=g.size();
15     vi color(n,-1);
16     rep(i,n) if(color[i]==-1)
17         if(!DFS(g,i,0,color))
18             return false;
19     return true;
20 }

```

## 4 フロー

### 4.1 最大流 (Dinic)

計算量  $O(V^2E)$

```

1  // Verify: AOJ 2076(0.19s), SPOJ 4110(int->11,2.84s), UVA 10249(0.352s)
2
3  struct Edge{
4      int src,dst,cap,flow;
5      Edge(){}
6      Edge(int s,int d,int c,int f=0):src(s),dst(d),cap(c),flow(f){}
7  };
8  struct Graph{
9      vector<Edge> es;
10     vi head,next;
11     Graph(){}
12     Graph(int n):head(n,-1){}
13     // 有向辺を追加するとき逆辺の容量c2は普通0である .
14     // 両方向に容量があるならc2も指定する .
15     void AddEdge(int u,int v,int c1,int c2=0){
16         es.emplace_back(u,v,c1); next.push_back(head[u]); head[u]=es.size()-1;
17         es.emplace_back(v,u,c2); next.push_back(head[v]); head[v]=es.size()-1;
18     }
19 };
20
21 void BFS(const Graph& g,int tap,vi& layer)
22 {
23     queue<pii> q; q.emplace(tap,0);
24     while(q.size()){
25         int u,d; tie(u,d)=q.front(); q.pop();
26         if(layer[u]!=INF) continue;
27         layer[u]=d;
28         for(int i=g.head[u];i!=-1;i=g.next[i])
29             if(g.es[i].cap-g.es[i].flow>0)
30                 q.emplace(g.es[i].dst,d+1);
31     }
32 }
33
34 int DFS(Graph& g,int v,int sink,const vi& layer,int flow)
35 {
36     if(v==sink) return flow;
37     int f=flow;
38     for(int& i=g.head[v];i!=-1;i=g.next[i]){
39         Edge& e=g.es[i];
40         if(layer[e.src]>=layer[e.dst]) continue;
41         int residue=e.cap-e.flow;
42         if(residue==0) continue;
43         int augment=DFS(g,e.dst,sink,layer,min(residue,f));

```

```

44         e.flow+=augment;
45         g.es[i^1].flow-=augment;
46         f-=augment;
47         if(f==0) break;
48     }
49     return flow-f;
50 }
51
52 int Dinic(Graph& g,int tap,int sink)
53 {
54     int res=0;
55     for(int n=g.head.size();;){
56         vi layer(n,INF);
57         BFS(g,tap,layer);
58         if(layer[sink]==INF) break;
59         vi temp=g.head;
60         res+=DFS(g,tap,sink,layer,INF);
61         swap(g.head,temp);
62     }
63     return res;
64 }

```

### 4.2 最小費用流

計算量  $O(VE \log V)$

```

1  // Verify: PKU 2135(297ms), PKU 2195(157ms), UVA 10594(int 11,344ms),
2  //          SRM506Div1 Medium, SRM611 GoodCompanyDivOne
3
4  struct Edge{
5      int src,dst,cap,cost;
6      Edge(){}
7      Edge(int s,int d,int ca,int co):src(s),dst(d),cap(ca),cost(co){}
8  };
9  typedef vector<vector<Edge>> > Graph;
10
11 int MinCostFlow(const Graph& _g,int begin,int end,int flow)
12 {
13     int size=_g.size();
14     Graph g(size);
15     vvi rev(size);
16     rep(i,size) foreach(e,_g[i]){
17         g[i].push_back(*e);
18         g[e->dst].push_back(Edge(e->src,0,-e->cost));
19         rev[i].push_back(g[e->dst].size()-1);
20         rev[e->dst].push_back(g[i].size()-1);
21     }
22
23     int res=0;
24     vi pots(size);
25     while(flow){
26         vi dist(size,INFTY);
27         vector<pii> prev(size,mp(-1,-1));
28         priority_queue<pii,vector<pii>,greater<pii>> > pq;
29         pq.push(mp(0,begin));
30         dist[begin]=0;
31         while(!pq.empty()){
32             int curd=pq.top().first,curv=pq.top().second; pq.pop();
33             if(dist[curv]<curd)
34                 continue;
35             rep(i,g[curv].size()){
36                 Edge e=g[curv][i];
37                 if(e.cap==0)
38                     continue;
39                 int newdist=dist[e.src]+e.cost+pots[e.src]-pots[e.dst];
40                 if(dist[e.dst]>newdist){

```



```

41     dist[e.dst]=newdist;
42     prev[e.dst]=mp(e.src,i);
43     pq.push(mp(newdist,e.dst));
44 }
45 }
46 }
47
48 if(prev[end].first==-1)
49     return -1;
50 rep(i,size)
51     pots[i]+=dist[i];
52
53 int f=flow;
54 for(int v=end;v!=begin;v=prev[v].first){
55     Edge e=g[prev[v].first][prev[v].second];
56     f=min(f,e.cap);
57 }
58 for(int v=end;v!=begin;v=prev[v].first){
59     int i=prev[v].first,j=prev[v].second;
60     g[i][j].cap-=f;
61     g[g[i][j].dst][rev[i][j]].cap+=f;
62 }
63 flow-=f;
64 res+=f*pots[end];
65 }
66
67 return res;
68 }

```

#### 4.3 2部グラフの最大マッチング ( naïve )

計算量  $O(VE)$

```

1 // Verify: A0J 1163, LOJ 1149
2
3 struct Edge{
4     int src,dst;
5     Edge(){}
6     Edge(int s,int d):src(s),dst(d){}
7 };
8 typedef vector<vector<Edge> > Graph;
9
10 bool Augment(const Graph& g,int u,vi& vis,vi& match)
11 {
12     rep(i,g[u].size()){
13         int v=g[u][i].dst;
14         if(vis[v]) continue;
15         vis[v]=1;
16         if(match[v]==-1 || Augment(g,match[v],vis,match)){
17             match[u]=v;
18             match[v]=u;
19             return true;
20         }
21     }
22     return false;
23 }
24
25 int BipartiteMatching(const Graph& g,vi& match)
26 {
27     int n=g.size();
28     match.assign(n,-1);
29     int res=0;
30     rep(i,n) if(match[i]==-1){
31         vi vis(n);
32         res+=Augment(g,i,vis,match);
33     }

```

```

34     return res;
35 }

```

#### 4.4 2部グラフの最大マッチング ( Hopcroft-Karp )

計算量  $O(\sqrt{V}E)$

```

1 // Verify: A0J 1163, LOJ 1171, LOJ 1356, POJ 1466, POJ 2446, SPOJ 4206 (2.31s)
2
3 struct Edge{
4     int src,dst;
5     Edge(){}
6     Edge(int s,int d):src(s),dst(d){}
7 };
8 typedef vector<vector<Edge> > Graph;
9
10 bool BFS(const Graph& g,const vi& side,const vi& match,vi& level)
11 {
12     int n=g.size();
13     level.assign(n,n);
14     queue<pii> q;
15     rep(i,n) if(side[i]==0 && match[i]==-1)
16         q.push(mp(i,0));
17     bool res=false;
18     while(!q.empty()){
19         pii cur=q.front(); q.pop();
20         int u=cur.first,l=cur.second;
21         if(level[u]<=l) continue;
22         level[u]=l;
23         rep(i,g[u].size()){
24             int v=g[u][i].dst;
25             if(match[v]==-1)
26                 res=true;
27             else
28                 q.push(mp(match[v],l+2));
29         }
30     }
31     return res;
32 }
33
34 bool DFS(const Graph& g,const vi& side,int u,vi& match,vi& level)
35 {
36     rep(i,g[u].size()){
37         int v=g[u][i].dst;
38         if(match[v]==-1 || level[match[v]]>level[u] && DFS(g,side,match[v],match,level)){
39             match[u]=v;
40             match[v]=u;
41             return true;
42         }
43     }
44     level[u]=-1;
45     return false;
46 }
47
48 int HopcroftKarp(const Graph& g,const vi& side,vi& match)
49 {
50     int n=g.size();
51     match.assign(n,-1);
52     int res=0;
53     for(vi level;BFS(g,side,match,level);)
54         rep(i,n) if(side[i]==0 && match[i]==-1)
55             res+=DFS(g,side,i,match,level);
56     return res;
57 }

```

#### 4.5 DAG の最小独立パス被覆

```

1 // Verify: AOJ 2251
2
3 int MinPathCover(const Graph& g)
4 {
5     int n=g.size();
6     Graph bg(2*n);
7     rep(i,n) foreach(e,g[i])
8         bg[e->src].push_back(Edge(e->src,n+e->dst));
9     vi side(2*n),match(2*n);
10    fill(n+all(side),1);
11    return n-HopcroftKarp(bg,side,match);
12 }

```

#### 4.6 無向グラフの全域最小カット (Nagamochi-Ibaraki)

グラフが連結でないとき 0 を返す .

計算量  $O(V^3)$

```

1 // Verify: POJ 2914(5657ms)
2
3 int NagamochiIbaraki(const Graph& g)
4 {
5     int size=g.size();
6     vvi a(size,vi(size));
7     rep(i,size) foreach(e,g[i])
8         a[e->src][e->dst]+=e->weight;
9     vi toi(size);
10    rep(i,size) toi[i]=i;
11
12    int res=INFTY;
13    for(int n=size;n>=2;n--){
14        vi ws(n);
15        int u,v,w;
16        rep(i,n){
17            u=v; v=max_element(all(ws))-ws.begin();
18            w=ws[v]; ws[v]=-1;
19            rep(j,n) if(ws[j]>=0)
20                ws[j]+=a[toi[v]][toi[j]];
21        }
22        res=min(res,w);
23        rep(i,n){
24            a[toi[u]][toi[i]]+=a[toi[v]][toi[i]];
25            a[toi[i]][toi[u]]+=a[toi[i]][toi[v]];
26        }
27        toi.erase(toi.begin()+v);
28    }
29    return res;
30 }

```

### 5 文字列

#### 5.1 Knuth-Morris-Pratt

最短周期は  $n - \text{fail}[n]$  で求まる .

計算量 テキスト長  $N$  , パターン長  $M$  として , 初期化 :  $O(M)$  , 検索 :  $O(M + N)$  .

```

1 // Verify: [ctor] POJ 1961, POJ 2406, [MatchAll] POJ 3461, LOJ 1255, SPQJ 32
2
3 struct KMP{
4     string pat;
5     vi fail;
6     KMP(const string& p):pat(p),fail(p.size()+1){

```

```

7         fail[0]=-1;
8         for(int i=0,j=-1;i<pat.size();){
9             while(j>=0 && pat[i]!=pat[j])
10                j=fail[j];
11             i++,j++;
12             fail[i]=j;
13         }
14     }
15     int Match(const string& text){
16         for(int i=0,j=0;i<text.size();){
17             while(j>=0 && text[i]!=pat[j])
18                j=fail[j];
19             i++,j++;
20             if(j==pat.size())
21                 return i-j;
22         }
23         return -1;
24     }
25     vi MatchAll(const string& text){
26         vi res;
27         for(int i=0,j=0;i<text.size();){
28             while(j>=0 && text[i]!=pat[j])
29                j=fail[j];
30             i++,j++;
31             if(j==pat.size()){
32                 res.push_back(i-j);
33                 j=fail[j];
34             }
35         }
36         return res;
37     }
38 };

```

#### 5.2 最長回文 (Manacher)

計算量  $O(N)$

```

1 // Verify: PKU 3974
2
3 int LongestPalindrome(const string& _s)
4 {
5     int n=_s.size();
6     string s(2*n+1,' ');
7     rep(i,n)
8         s[i*2+1]=_s[i];
9     n=s.size();
10
11    vi rad(n);
12    for(int i=0,j=0;i<n;){
13        for(;0<=i-j && i+j<n && s[i-j]==s[i+j];j++)
14            ;
15        rad[i]=j;
16
17        int k=1;
18        for(;0<=i-k && i+k<n && rad[i-k]<rad[i]-k;k++)
19            rad[i+k]=rad[i-k];
20
21        j=max(rad[i]-k,0);
22        i+=k;
23    }
24
25    return *max_element(all(rad))-1;
26 }

```

## 5.3 Suffix Array (Kärkkäinen-Sanders)

計算量 構築:  $O(N)$ , LCP:  $O(N)$ .

```

1 // Verify: [構築] LiveArchive 3451, POJ 1509, POJ 2774, POJ 3080, POJ 3261, POJ 3450,
2 //           SPOJ 6409 (0.76s), UVA 1223, UVA 1227, UVA 11512
3 //           [LCP] LiveArchive 3451, POJ 2774, POJ 3080, POJ 3261, POJ 3450,
4 //           UVA 1223, UVA 1227, UVA 11512
5 //           [LCS] POJ 3080, UVA 1227
6
7 template<typename C>
8 void RadixSort(const vi& src, vi& dst, const C& s, int ofs, int n, int asize)
9 {
10     vi hist(asize+1);
11     rep(i,n) hist[s[ofs+src[i]]]++;
12     rep(i, asize) hist[i+1] += hist[i];
13     per(i,n) dst[--hist[s[ofs+src[i]]]] = src[i];
14 }
15
16 bool Less(int a1, int a2, int b1, int b2)
17 {
18     return a1 != b1 ? a1 < b1 : a2 < b2;
19 }
20 bool Less(int a1, int a2, int a3, int b1, int b2, int b3)
21 {
22     return a1 != b1 ? a1 < b1 : Less(a2, a3, b2, b3);
23 }
24
25 // s[0..n-1]: 入力文字列. 末尾に'\0'が3つ必要(s[n]=s[n+1]=s[n+2]=0).
26 // sa[0..n-1]: 接尾辞配列.
27 // asize: アルファベットサイズ, s[i] \in [1, asize]
28 template<typename C>
29 void KaerkkainenSanders(const C& s, vi& sa, int asize)
30 {
31     int n=s.size();
32     int n0=(n+2)/3, n1=(n+1)/3, n2=n/3, n02=n0+n2;
33     vi s12(n02+3), sa12(n02);
34
35     for(int i=0, j=0; i<n+(n0-n1); i++)
36         if(i%3) s12[j++] = i;
37     RadixSort(s12, sa12, s, 2, n02, asize);
38     RadixSort(sa12, s12, s, 1, n02, asize);
39     RadixSort(s12, sa12, s, 0, n02, asize);
40
41     int name=0, x=-1, y=-1, z=-1;
42     rep(i, n02){
43         int j=sa12[i];
44         if(s[j] != x || s[j+1] != y || s[j+2] != z)
45             x=s[j], y=s[j+1], z=s[j+2], name++;
46         if(j%3==1) s12[j/3]=name;
47         else s12[n0+j/3]=name;
48     }
49
50     if(name==n02) // unique
51         rep(i, n02) sa12[s12[i]-1]=i;
52     else{
53         KaerkkainenSanders(s12, sa12, name);
54         rep(i, n02) s12[sa12[i]]=i+1;
55     }
56
57     vi s0(n0), sa0(n0);
58     for(int i=0, j=0; i<n02; i++)
59         if(sa12[i]<n0) s0[j++] = 3*sa12[i];
60     RadixSort(s0, sa0, s, 0, n0, asize);
61
62     int i=0, j=n0-n1, k=0;
63     while(i<n0 && j<n02){

```

```

64     int p=sa0[i], q=sa12[j]<n0?sa12[j]*3+1:(sa12[j]-n0)*3+2;
65     if(sa12[j]<n0?
66         Less(s[p], s12[p/3], s[q], s12[n0+sa12[j]]):
67         Less(s[p], s[p+1], s12[n0+p/3], s[q], s[q+1], s12[sa12[j]+1-n0]))
68         sa[k++] = p, i++;
69     else
70         sa[k++] = q, j++;
71 }
72 for(i<n0; k++, i++)
73     sa[k] = sa0[i];
74 for(j<n02; k++, j++)
75     sa[k] = sa12[j]<n0?sa12[j]*3+1:(sa12[j]-n0)*3+2;
76 }
77 void KaerkkainenSanders(const string& s, vi& sa)
78 {
79     KaerkkainenSanders<string>(s+string(3,0), sa, 127);
80 }
81 void KaerkkainenSanders(const char* s, vi& sa)
82 {
83     KaerkkainenSanders<string>(s+string(3,0), sa, 127);
84 }
85
86 // s[0..n-1] (s[n]=0), sa[0..n-1]
87 // lcp[0..n-1] (lcp[i]: s[sa[i-1]...] と s[sa[i]...] の LCP, lcp[0]=0)
88 template<typename C>
89 void LCP(const C& s, const vi& sa, vi& lcp)
90 {
91     int n=s.size();
92     vi rank(n);
93     rep(i,n) rank[sa[i]]=i;
94     for(int i=0, h=0; i<n; i++){
95         if(h>0) h--;
96         if(rank[i]>0)
97             for(int j=sa[rank[i]-1]; h++;
98                 if(s[j+h] != s[i+h]) break;
99         lcp[rank[i]]=h;
100     }
101 }
102
103 // n: 文字列の数
104 // ls[0..n-1]: 各文字列の長さ
105 // LCSはs.substr(sa[res], lcp[res])で得られる.
106 // LCSが空の時res=0. lcp[res]=0でもある.
107 int LCS(int n, const vi& ls, const vi& sa, const vi& lcp)
108 {
109     int m=s.size();
110     vi is(m);
111     for(int i=0, j=0; i<n; i++){
112         rep(k, ls[i]) is[j+k]=i;
113         j+=ls[i];
114         if(i<n-1) is[j++] = i;
115     }
116     int cnt=0, res=0;
117     vi occ(n);
118     deque<int> q;
119     for(int i=n-1, j=n-1; i<m; i++){
120         for(; j<m && cnt<n; j++){
121             if(++occ[is[sa[j]]]==1) cnt++;
122             while(!q.empty() && lcp[q.back()]>lcp[j]) q.pop_back();
123             q.push_back(j);
124         }
125         if(cnt<n) break;
126         if(q.front()==i) q.pop_front();
127         assert(q.size());
128         if(lcp[res]<lcp[q.front()])
129             res=q.front();

```

```

130     if(--occ[is[sa[i]]]==0) cnt--;
131 }
132 return res;
133 }

```

#### 5.4 Suffix Array (SA-IS)

計算量 構築:  $O(N)$ , LCP:  $O(N)$ . ただし  $|\Sigma| = O(1)$  とする.

```

1 // Verify: UVA 1227(5.436s), SPOJ 6409(0.51s), POJ 1743, POJ 3261
2
3 enum{LTYPE,STYPE};
4
5 inline bool IsLMS(const vector<bool>& ts,int i)
6 {
7     return i>0 && ts[i]==STYPE && ts[i-1]==LTYPE;
8 }
9
10 template<typename T>
11 void InitBucket(const T* s,int n,int* bucket,int bsize,bool inclusive)
12 {
13     fill(bucket,bucket+bsize,0);
14     rep(i,n)
15         bucket[s[i]]++;
16     for(int i=0,sum=0;i<bsize;i++){
17         sum+=bucket[i];
18         bucket[i]=inclusive?sum:sum-bucket[i];
19     }
20 }
21
22 template<typename T>
23 void InduceSAL(const T* s,int* sa,int n,int* bucket,int bsize)
24 {
25     InitBucket(s,n,bucket,bsize,false);
26     rep(i,n){
27         int j=sa[i]-1;
28         if(j>=0 && s[j]>=s[j+1])
29             sa[bucket[s[j]]++]=j;
30     }
31 }
32
33 template<typename T>
34 void InduceSAS(const T* s,int* sa,int n,int* bucket,int bsize)
35 {
36     InitBucket(s,n,bucket,bsize,true);
37     per(i,n){
38         int j=sa[i]-1;
39         if(j>=0 && s[j]<=s[j+1])
40             sa[--bucket[s[j]]]=j;
41     }
42 }
43
44 // s[0..n-1]: 入力文字列, n>=2かつs[n-1]=0であること
45 // sa[0..n-1]: 接尾辞配列.
46 // asize: アルファベットサイズ, s[n-1]を除き1以上asize以下
47 template<typename T>
48 void SAIS(const T* s,int* sa,int n,int asize)
49 {
50     vector<bool> ts(n,STYPE);
51     per(i,n-1)
52         if(s[i]>s[i+1] || (s[i]==s[i+1] && ts[i+1]==LTYPE))
53             ts[i]=LTYPE;
54     fill(sa,sa+n,-1);
55
56     int* bucket=new int[asize+1];

```

```

58     InitBucket(s,n,bucket,asize+1,true);
59     per(i,n) if(IsLMS(ts,i))
60         sa[--bucket[s[i]]]=i;
61     InduceSAL(s,sa,n,bucket,asize+1);
62     InduceSAS(s,sa,n,bucket,asize+1);
63     delete[] bucket;
64
65     int n1=0;
66     rep(i,n) if(IsLMS(ts,sa[i]))
67         sa[n1++]=sa[i];
68     fill(sa+n1,sa+n,-1);
69
70     int name=0,prev=-1;
71     rep(i,n1){
72         int cur=sa[i];
73         bool diff=prev==-1;
74         for(int j=0;!diff;j++){
75             if(j>0 && IsLMS(ts,cur+j))
76                 break;
77             if(s[cur+j]!=s[prev+j])
78                 diff=true;
79         }
80         if(diff)
81             name++;
82         sa[n1+cur/2]=name-1;
83         prev=cur;
84     }
85     for(int i=n1,j=n1;i<n;i++)
86         if(sa[i]>=0)
87             sa[j++]=sa[i];
88     fill(sa+n1+n1,sa+n,-1);
89
90     int *sa1=sa,*s1=sa+n1;
91     if(name==n1)
92         rep(i,n1) sa1[s1[i]]=i;
93     else
94         SAIS(s1,sa1,n1,name);
95
96     n1=0;
97     rep(i,n) if(IsLMS(ts,i))
98         s1[n1++]=i;
99     rep(i,n1)
100         sa1[i]=s1[sa1[i]];
101     fill(sa+n1,sa+n,-1);
102
103     bucket=new int[asize+1];
104     InitBucket(s,n,bucket,asize+1,true);
105     per(i,n1){
106         int j=sa1[i]; sa1[i]=-1;
107         sa[--bucket[s[j]]]=j;
108     }
109     InduceSAL(s,sa,n,bucket,asize+1);
110     InduceSAS(s,sa,n,bucket,asize+1);
111     delete[] bucket;
112 }
113
114 // nはsとsaのサイズ, lcpのサイズはn-1
115 template<typename T>
116 void LCP(const T* s,const int* sa,int n,int lcp)
117 {
118     vi rank(n);
119     rep(i,n) rank[sa[i]]=i;
120     for(int i=0,h=0;i<n-1;i++){
121         if(h>0) h--;
122         for(int j=sa[rank[i]-1];h++)
123             if(s[j+h]!=s[i+h])

```

```

124     break;
125     lcp[rank[i]-1]=h;
126 }
127 }

```

## 6 動的計画法

### 6.1 最長共通部分列

計算量  $O(MN)$

```

1 // Verify: PKU 1458
2
3 int LCS(const string& s1,const string& s2)
4 {
5     vvi dp(2,vi(s2.size()+1));
6     rep(i,s1.size()){
7         rep(j,s2.size()){
8             int ii=i+1,jj=j+1;
9             if(s1[i]==s2[j])
10                 dp[ii&1][jj]=dp[(ii-1)&1][jj-1]+1;
11             else
12                 dp[ii&1][jj]=max(dp[(ii-1)&1][jj-1],max(dp[(ii-1)&1][jj],dp[ii&1][jj-1]));
13         }
14     }
15     return dp[s1.size()&1][s2.size()];
16 }

```

### 6.2 最長増加部分列

計算量  $O(N \log N)$ .

```

1 // Verify: PKU 3903
2
3 int LIS(const vi& a)
4 {
5     vi dp;
6     rep(i,a.size()){
7         int j=lower_bound(all(dp),a[i])-dp.begin();
8         if(j==dp.size())
9             dp.push_back(a[i]);
10        else
11            dp[j]=a[i];
12    }
13    return dp.size();
14 }

```

## 7 データ構造

### 7.1 Union-Find Tree

計算量 各操作に関して  $O(\alpha(N))$ . ただし  $\alpha(N)$  はアッカーマン関数の逆関数.

```

1 // Verify: PKU 2524, PKU 1182
2
3 struct UnionFind{
4     vi data;
5     UnionFind(int size):data(size,-1){}
6     int Find(int n){
7         return data[n]<0?n:(data[n]=Find(data[n]));
8     }
9     void Unite(int a,int b){
10        int ra=Find(a),rb=Find(b);

```

```

11        if(ra!=rb){
12            if(-data[ra]<-data[rb])
13                swap(ra,rb);
14            data[ra]+=data[rb];
15            data[rb]=ra;
16        }
17    }
18    int Size(int n){
19        return -data[Find(n)];
20    }
21 };

```

### 7.2 Fenwick Tree

計算量 各操作に関して  $O(\log N)$

```

1 // 点更新/区間質問
2 // Verify: POJ 3067, POJ 3928
3
4 struct FenwickTree{
5     vector<ll> data;
6     FenwickTree(int n):data(n+1){}
7     void Add(int i,int x){
8         for(i++;i<data.size();i+=i&-i)
9             data[i]+=x;
10    }
11    ll Sum(int i){
12        ll res=0;
13        for(;i>0;i-=i&-i)
14            res+=data[i];
15        return res;
16    }
17    ll Sum(int i,int j){
18        return Sum(j)-Sum(i);
19    }
20 };
21
22 // 区間更新/点質問
23 // Verify: AOJ 2412, LOJ 1080, POJ 2182
24
25 struct FenwickTree{
26     vector<ll> data;
27     FenwickTree(int n):data(n+1){}
28     void AddRange(int i,int x){
29         for(;i>0;i-=i&-i)
30             data[i]+=x;
31    }
32     void AddRange(int i,int j,int x){
33         AddRange(i,-x);
34         AddRange(j,x);
35    }
36     int Get(int i){
37         ll res=0;
38         for(i++;i<data.size();i+=i&-i)
39             res+=data[i];
40         return res;
41    }
42 };
43
44 // 2次元版, 点更新/区間質問
45 // Verify: POJ 1195
46
47 struct FenwickTree2D{
48     vector<FenwickTree> data;
49     FenwickTree2D(int h,int w):data(h+1,FenwickTree(w)){}
50     void Add(int i,int j,int x){

```

```

51     for(i++;i<data.size();i+=i&-i)
52         data[i].Add(j,x);
53     }
54     ll Sum(int i,int j){
55         ll res=0;
56         for(;i; i-=i&-i)
57             res+=data[i].Sum(j);
58         return res;
59     }
60     ll Sum(int i,int j,int k,int l){
61         return Sum(k,l)-Sum(k,j)-Sum(i,l)+Sum(i,j);
62     }
63 };

```

### 7.3 Segment Tree

計算量 初期化： $O(N)$ ，更新： $O(\log N)$ ，クエリ： $O(\log N)$

```

1  // 共通
2  int NextPow2(int x)
3  {
4      x--;
5      for(int i=1;i<32;i*=2) x|=x>>i;
6      return x+1;
7  }
8  const int I=INF;
9  int F(int a,int b){return min(a,b);}
10
11 // 点更新/区間質問
12 // Verify: UVa 12299, POJ 3264, AOJ 1068
13
14 struct SegmentTree{
15     int size;
16     vi data;
17     SegmentTree(int n):size(NextPow2(n)),data(size*2,I){}
18     SegmentTree(const vi& a):size(NextPow2(a.size())),data(size*2,I){
19         copy(all(a),begin(data)+size);
20         peri(i,1,size) data[i]=F(data[i*2],data[i*2+1]);
21     }
22     int Get(int i){
23         return data[size+i];
24     }
25     void Update(int i,int x){
26         data[size+i]=x;
27         for(i+=size;i/=2;) data[i]=F(data[i*2],data[i*2+1]);
28     }
29     int Query(int a,int b,int i,int l,int r){
30         if(b<=l || r<=a) return I;
31         if(a<=l && r<=b) return data[i];
32         return F(Query(a,b,i*2,l,(l+r)/2),Query(a,b,i*2+1,(l+r)/2,r));
33     }
34     int Query(int a,int b){
35         return Query(a,b,1,0,size);
36     }
37 };
38
39 // 点更新/区間質問
40 // QueryIndex() で対応するインデックスを返す
41 // Verify: AOJ DSL_2_A
42
43 struct SegmentTree{
44     int size;
45     vi data,index;
46     SegmentTree(int n):size(NextPow2(n)),data(size,I),index(size*2){
47         iota(size+all(index),0);
48         peri(i,1,size) index[i]=index[i*2];

```

```

49     }
50     SegmentTree(const vi& a):size(NextPow2(a.size())),data(size,I),index(size*2){
51         copy(all(a),begin(data));
52         iota(size+all(index),0);
53         peri(i,1,size){
54             int u=index[i*2],v=index[i*2+1];
55             index[i]=data[u]==F(data[u],data[v])?u:v;
56         }
57     }
58     void Update(int i,int x){
59         data[i]=x;
60         for(i+=size;i/=2;){
61             int u=index[i*2],v=index[i*2+1];
62             index[i]=data[u]==F(data[u],data[v])?u:v;
63         }
64     }
65     int QueryIndex(int a,int b,int i,int l,int r){
66         if(b<=l || r<=a) return -1;
67         if(a<=l && r<=b) return index[i];
68         int u=QueryIndex(a,b,i*2,l,(l+r)/2),v=QueryIndex(a,b,i*2+1,(l+r)/2,r);
69         if(u==-1 || v==-1) return u!=-1?u:v;
70         return data[u]==F(data[u],data[v])?u:v;
71     }
72     int QueryIndex(int a,int b){
73         return QueryIndex(a,b,1,0,size);
74     }
75 };
76
77 // 点更新/区間質問 (2次元版)
78 // Verify: AOJ 1068
79
80 struct SegmentTree2D{
81     int size;
82     vector<SegmentTree> data;
83     SegmentTree2D(int h,int w):size(NextPow2(h)),data(size*2,SegmentTree(w)){}
84     SegmentTree2D(const vvi& a):size(NextPow2(a.size())),data(size*2,SegmentTree(a[0].size())){
85         copy(all(a),begin(data)+size);
86         peri(i,1,size) repi(j,1,data[i].data.size())
87             data[i].data[j]=F(data[i*2].data[j],data[i*2+1].data[j]);
88     }
89     int Get(int i,int j){
90         return data[size+i].Get(j);
91     }
92     void Update(int i,int j,int x){
93         data[size+i].Update(j,x);
94         for(i+=size;i/=2;)
95             data[i].Update(j,F(data[i*2].Get(j),data[i*2+1].Get(j)));
96     }
97     int Query(int a,int b,int c,int d,int i,int to,int bo){
98         if(c<=to || bo<=a) return I;
99         if(a<=to && bo<=c) return data[i].Query(b,d);
100        return F(Query(a,b,c,d,i*2,to,(to+bo)/2),Query(a,b,c,d,i*2+1,(to+bo)/2,bo));
101    }
102    int Query(int a,int b,int c,int d){
103        return Query(a,b,c,d,1,0,size);
104    }
105 };
106
107 // 区間更新/点質問
108 // Verify: ARC026 C
109
110 struct SegmentTree{
111     int size;
112     vi data;
113     SegmentTree(int n):size(NextPow2(n)),data(size*2,I){}
114     SegmentTree(const vi& a):size(NextPow2(a.size())),data(size*2,I){

```

```

115     copy(all(a),begin(data)+size);
116 }
117 void Update(int a,int b,int x,int i,int l,int r){
118     if(b<=l || r<=a) return;
119     if(a<=l && r<=b){
120         data[i]=F(data[i],x);
121         return;
122     }
123     Update(a,b,x,i*2+0,l,(l+r)/2);
124     Update(a,b,x,i*2+1,(l+r)/2,r);
125 }
126 void Update(int a,int b,int x){
127     Update(a,b,x,1,0,size);
128 }
129 int Query(int i){
130     int res=I;
131     for(i+=size;i/=2) res=F(res,data[i]);
132     return res;
133 }
134 };
135
136 // ----- 以降は古い実装 -----
137
138 // 区間更新/区間質問 . PropagateとMergeを適切に書き換える
139 // Verify: SP0J 7259
140
141 struct SegmentTree{
142     int size;
143     vi data,prop;
144     SegmentTree(int s):size(Need(s)),data(size*2),prop(size*2){}
145     SegmentTree(const vi& a):size(Need(a.size())),data(size*2),prop(size*2){
146         copy(all(a),data.begin()+size);
147         for(int i=size;--i;)
148             data[i]=Merge(data[i*2],data[i*2+1]);
149     }
150     void Update(int a,int b,int x,int i,int l,int r){
151         Propagate(i,l,r);
152         if(b<=l || r<=a)
153             return;
154         if(a<=l && r<=b){
155             prop[i]=x;
156             Propagate(i,l,r);
157             return;
158         }
159         Update(a,b,x,i*2+0,l,(l+r)/2);
160         Update(a,b,x,i*2+1,(l+r)/2,r);
161         data[i]=Merge(data[i*2],data[i*2+1]);
162     }
163     ll Query(int a,int b,int i,int l,int r){
164         Propagate(i,l,r);
165         if(b<=l || r<=a) return 0;
166         if(a<=l && r<=b) return data[i];
167         ll x=Query(a,b,i*2+0,l,(l+r)/2);
168         ll y=Query(a,b,i*2+1,(l+r)/2,r);
169         return Merge(x,y);
170     }
171     void Update(int a,int b,int x){
172         Update(a,b,x,1,0,size);
173     }
174     int Query(int a,int b){
175         return Query(a,b,1,0,size);
176     }
177     void Propagate(int i,int l,int r){
178         if(i<size){
179             prop[i*2+0]^=prop[i];
180             prop[i*2+1]^=prop[i];

```

```

181     }
182     if(prop[i])
183         data[i]=r-l-data[i];
184     prop[i]=0;
185 }
186 int Merge(ll x,ll y){
187     return x+y;
188 }
189 };
190
191 // 区間Set,Reset,Flip,Count
192 // Verify: UVa 11402, Codeforces 242E
193
194 struct SegmentTree{
195     int size;
196     vi data,prop;
197     SegmentTree(int s):size(Need(s)),data(size*2),prop(size*2){}
198     SegmentTree(const vi& a):size(Need(a.size())),data(size*2),prop(size*2){
199         copy(all(a),data.begin()+size);
200         for(int i=size;--i;)
201             data[i]=Merge(data[i*2],data[i*2+1]);
202     }
203     void Update(int a,int b,int x,int i,int l,int r){
204         Propagate(i,l,r);
205         if(b<=l || r<=a)
206             return;
207         if(a<=l && r<=b){
208             prop[i]=x;
209             Propagate(i,l,r);
210             return;
211         }
212         Update(a,b,x,i*2+0,l,(l+r)/2);
213         Update(a,b,x,i*2+1,(l+r)/2,r);
214         data[i]=Merge(data[i*2],data[i*2+1]);
215     }
216     ll Query(int a,int b,int i,int l,int r){
217         Propagate(i,l,r);
218         if(b<=l || r<=a) return 0;
219         if(a<=l && r<=b) return data[i];
220         ll x=Query(a,b,i*2+0,l,(l+r)/2);
221         ll y=Query(a,b,i*2+1,(l+r)/2,r);
222         return Merge(x,y);
223     }
224     void Propagate(int i,int l,int r){
225         if(i<size){
226             if(prop[i]==1) prop[i*2+0]=prop[i*2+1]=1;
227             if(prop[i]==2) prop[i*2+0]=prop[i*2+1]=2;
228             if(prop[i]==3){
229                 prop[i*2+0]=3-prop[i*2+0];
230                 prop[i*2+1]=3-prop[i*2+1];
231             }
232         }
233         if(prop[i]==1) data[i]=r-l;
234         if(prop[i]==2) data[i]=0;
235         if(prop[i]==3) data[i]=r-l-data[i];
236         prop[i]=0;
237     }
238     int Merge(ll x,ll y){
239         return x+y;
240     }
241     void Set(int a,int b){
242         Update(a,b,1,0,size);
243     }
244     void Reset(int a,int b){
245         Update(a,b,2,0,size);
246     }

```



```

247 void Flip(int a,int b){
248     Update(a,b,3,1,0,size);
249 }
250 int Count(int a,int b){
251     return Query(a,b,1,0,size);
252 }
253 };

```

## 7.4 Range Tree

計算量 初期化： $O(N \log^2 N)$ ，クエリ： $O(N \log^2 N)$

```

1 // Verify: LiveArchive 5821, ACPC2012 F
2
3 struct Point{
4     int x,y;
5     Point(){}
6     Point(int x,int y):x(x),y(y){}
7 };
8 bool LessX(Point a,Point b){
9     return a.x<b.x;
10 }
11 bool LessY(Point a,Point b){
12     return a.y<b.y;
13 }
14
15 struct RangeTree2D{
16     vector<Point> yps;
17     struct RangeNode2D{
18         vector<Point> xps;
19         RangeNode2D *left,*right;
20         RangeNode2D(const vector<Point>& ps):xps(ps),left(0),right(0){
21             sort(all(xps),LessX);
22         }
23         ~RangeNode2D(){
24             delete left;
25             delete right;
26         }
27     }*root;
28     RangeTree2D(const vector<Point>& ps):yps(ps){
29         sort(all(yps),LessY);
30         root=Build(0,yps.size());
31     }
32     ~RangeTree2D(){
33         delete root;
34     }
35     RangeNode2D* Build(int first,int last){
36         RangeNode2D* node=new RangeNode2D(vector<Point>(yps.begin()+first,yps.begin()+last));
37         if(last-first>=2){
38             int middle=(first+last)/2;
39             node->left=Build(first,middle);
40             node->right=Build(middle,last);
41         }
42         return node;
43     }
44     int Query(int to,int le,int bo,int ri,RangeNode2D* root,int first,int last){
45         if(first==last || yps[last-1].y<to || bo<=yps[first].y)
46             return 0;
47         if(to<=yps[first].y && yps[last-1].y<bo){
48             iter(root->xps) i=lower_bound(all(root->xps),Point(le,0),LessX);
49             iter(root->xps) j=lower_bound(all(root->xps),Point(ri,0),LessX);
50             return j-i;
51         }
52         int middle=(first+last)/2,res=0;
53         res+=Query(to,le,bo,ri,root->left,first,middle);
54         res+=Query(to,le,bo,ri,root->right,middle,last);

```

```

55     return res;
56 }
57 int Query(int to,int le,int bo,int ri){
58     return Query(to,le,bo,ri,root,0,yps.size());
59 }
60 };

```

## 8 数学

### 8.1 数学定数

円周率  $\pi = 3.1415926535897932384626433832795029$

自然対数の底  $e = 2.7182818284590452353602874713526625$

オイラーの定数  $\gamma = 0.5772156649015328606065120900824024$

### 8.2 ユークリッドの互除法

ExtendedGCD は  $ax + by = \gcd(a, b)$  をみたす  $x, y$  を求める。

計算量  $O(\log \max(a, b))$

```

1 int GCD(int a,int b)
2 {
3     return b==0?a:GCD(b,a%b);
4 }
5
6 int LCM(int a,int b)
7 {
8     return a/GCD(a,b)*b;
9 }
10
11 int ExtendedGCD(int a,int b,int& x,int& y)
12 {
13     if(b==0){
14         x=1,y=0;
15         return a;
16     }
17     else{
18         int g=ExtendedGCD(b,a%b,y,x);
19         y-=a/b*x;
20         return g;
21     }
22 }

```

### 8.3 逆元

$ax \equiv 1 \pmod{m}$  をみたす  $x$  を求める。逆元が存在しない場合は 0 を返す。

```

1 int ModInverse(int a,int m)
2 {
3     int x,y,g=ExtendedGCD(a,m,x,y);
4     if(g==1)
5         return (x+m)%m;
6     else
7         return 0; // invalid
8 }
9
10 void ModInverse(int m,vi& inv)
11 {
12     inv[1]=1;
13     rep(i,2,inv.size())
14         inv[i]=1l(m-m/i)*inv[m%i]%m;
15 }

```



## 8.4 篩

エラトステネスの篩と、それを用いた区間篩。

計算量 エラトステネスの篩： $O(N \log \log N)$ ，区間篩： $O(\sqrt{b} \log \log b + (b-a) \log \log b)$

```

1 // Verify: LOJ 1197
2
3 // [0,n)
4 vi Sieve(int n)
5 {
6     vi isp(n);
7     rep(i,2,n) isp[i]=i;
8     for(int i=2;i*i<n;i++) if(isp[i])
9         for(int j=i*i;j<n;j+=i)
10             isp[j]=0;
11     return isp;
12 }
13
14 // [a,b)
15 vl SegmentedSieve(ll a,ll b)
16 {
17     const vi isp=Sieve(sqrt(b)+1);
18     vl isp2(b-a);
19     rep(i,b-a) if(a+i>=2) isp2[i]=a+i;
20     rep(i,isp.size()) if(isp[i])
21         for(ll j=max((a+i-1)/i,2ll)*i;j<b;j+=i)
22             isp2[j-a]=0;
23     return isp2;
24 }
```

## 8.5 素数判定 (Miller-Rabin)

```

1 // ModMulとwsは問題に応じて使い分けること。
2 // witnessは以下のページを参考にした:
3 // http://en.wikipedia.org/wiki/Miller%E2%80%93Rabin_primality_test
4 // http://mathworld.wolfram.com/StrongPseudoprime.html
5 // http://oeis.org/A014233
6 // Verify: SPOJ 288
7
8 // a*b mod m
9 ull ModMul(ull a,ull b,ull m)
10 {
11     //return a*b%m;
12     ull c=0;
13     for(;b>=1,(a<=1)%=m)
14         if(b&1)
15             (c+=a)%=m;
16     return c;
17 }
18 // a^r mod m
19 ull ModPow(ull a,ull r,ull m)
20 {
21     if(r==0) return 1;
22     ull b=ModPow(a,r/2,m);
23     b=ModMul(b,b,m);
24     return r&1?ModMul(b,a,m):b;
25 }
26 bool MillerTest(ull n,int a,ull d,int s)
27 {
28     ull x=ModPow(a,d,n);
29     if(x==1) return true;
30     for(int i=0;i<s;i++){
31         if(x==n-1) return true;
32         x=ModMul(x,x,n);
33     }
34     return false;
35 }
```

```

35 }
36 bool MillerRabin(ull n)
37 {
38     if(n<=1) return false;
39     if(n%2==0) return n==2;
40     ull d=n-1; int s=0;
41     while(d%2==0)
42         d/=2,s++;
43     //int ws[]={2,7,61,-1}; // n<4759123141
44     int ws[]={2,3,5,7,11,13,17,19,23,-1}; // n<3825123056546413051 (conjectured)
45     for(int i=0;~ws[i] && ws[i]<n;i++)
46         if(!MillerTest(n,ws[i],d,s))
47             return false;
48     return true;
49 }
```

## 8.6 Gauss-Jordan の消去法

解が一意でないとき false を返す。

計算量  $O(N^3)$

```

1 // Verify: A0J 1328, Z0J 3645
2
3 bool GaussJordan(const vvd& _a,const vd& b,vd& x)
4 {
5     int n=_a.size();
6     vvd a(n,vd(n+1));
7     rep(i,n){
8         copy(all(_a[i]),begin(a[i]));
9         a[i][n]=b[i];
10    }
11
12    rep(i,n){
13        int p=i;
14        rep(j,i+1,n) if(abs(a[p][i])<abs(a[j][i])) p=j;
15        if(abs(a[p][i])<EPS) return false;
16        swap(a[i],a[p]);
17        peri(j,i,n+1) a[i][j]/=a[i][i];
18        rep(j,n) if(j!=i) peri(k,i,n+1) a[j][k]-=a[j][i]*a[i][k];
19    }
20
21    rep(i,n) x[i]=a[i][n];
22    return true;
23 }
```

## 8.7 高速ゼータ/メビウス変換

$$\text{ゼータ変換: } f(S) = \sum_{T \subseteq S} g(T)$$

$$\text{メビウス変換: } g(S) = \sum_{T \subseteq S} (-1)^{|S|-|T|} f(T)$$

包除原理は  $f(S) = \left| \bigcap_{i \in S} A_i \right|$ ,  $g(S) = -(-1)^{|S|} \left| \bigcup_{i \in S} A_i \right|$  として,  $|g(S)|$  を求めることに相当する。

計算量  $O(2^N)$

```

1 // Verify: A0J 2446
2
3 template<typename T>
4 vector<T> Zeta(const vector<T>& g)
5 {
6     int n=31-clz(g.size());
7     vector<T> f=g;
8 }
```

```

8   rep(i,n) rep(s,1<n)
9   if(s>>i&1) f[s]+=f[s^1<<i];
10  return f;
11 }
12
13 template<typename T>
14 vector<T> Moebius(const vector<T>& f)
15 {
16     int n=31-clz(f.size());
17     vector<T> g=f;
18     rep(i,n) rep(s,1<n)
19         if(s>>i&1) g[s]-=g[s^1<<i];
20     return g;
21 }

```

## 9 幾何

### 9.1 基本要素

```

1  const double PI=acos(-1);
2
3  int Signum(double x){
4      return x<-EPS?-1:x>EPS?1:0;
5  }
6
7  struct Point{
8      double x,y;
9      Point(){}
10     Point(double x,double y):x(x),y(y){}
11     Point& operator+=(Point p){x+=p.x,y+=p.y; return *this;}
12     Point& operator-=(Point p){x-=p.x,y-=p.y; return *this;}
13     Point& operator*=(double c){x*=c,y*=c; return *this;}
14     Point& operator/=(double c){x/=c,y/=c; return *this;}
15 };
16 Point operator+(Point a,Point b){return a+b;}
17 Point operator-(Point a,Point b){return a-b;}
18 Point operator*(Point a,double c){return a*c;}
19 Point operator*(double c,Point a){return a*c;}
20 Point operator/(Point a,double c){return a/c;}
21 bool operator==(Point a,Point b){return abs(a.x-b.x)<EPS && abs(a.y-b.y)<EPS;}
22 bool operator!=(Point a,Point b){return !(a==b);}
23
24 double Abs(Point p){
25     return sqrt(p.x*p.x+p.y*p.y);
26 }
27 double Abs2(Point p){
28     return p.x*p.x+p.y*p.y;
29 }
30 double Arg(Point p){
31     return atan2(p.y,p.x);
32 }
33 double Dot(Point a,Point b){
34     return a.x*b.x+a.y*b.y;
35 }
36 double Cross(Point a,Point b){
37     return a.x*b.y-a.y*b.x;
38 }
39 Point Rot(Point p,double t){
40     return Point(cos(t)*p.x-sin(t)*p.y,sin(t)*p.x+cos(t)*p.y);
41 }
42
43 struct Line{
44     Point pos,dir;
45     Line(){}
46     Line(Point p,Point d):pos(p),dir(d){}

```

```

47     Line(double x,double y,double u,double v):pos(x,y),dir(u,v){}
48 };
49
50 bool Orthogonal(Line a,Line b){
51     return abs(Dot(a.dir,b.dir))<EPS;
52 }
53 bool Parallel(Line a,Line b){
54     return abs(Cross(a.dir,b.dir))<EPS;
55 }
56 Point Proj(Line l,Point p){
57     Point a=p-l.pos,b=l.dir;
58     return l.pos+Dot(a,b)/Abs2(b)*b;
59 }
60
61 struct Segment{
62     Point pos,dir;
63     Segment(){}
64     Segment(Point p,Point d):pos(p),dir(d){}
65     Segment(double x,double y,double u,double v):pos(x,y),dir(u,v){}
66     explicit Segment(Line l):pos(l.pos),dir(l.dir){}
67     explicit operator Line()const{return Line(pos,dir);}
68 };
69
70 struct Circle{
71     Point center;
72     double radius;
73     Circle(){}
74     Circle(Point c,double r):center(c),radius(r){}
75     Circle(double x,double y,double r):center(x,y),radius(r){}
76 };
77 bool operator==(Circle a,Circle b){
78     return a.center==b.center && abs(a.radius-b.radius)<EPS;
79 }
80 bool operator!=(Circle a,Circle b){
81     return !(a==b);
82 }
83
84 // stream
85 ostream& operator<<(ostream& os,const Point& p){
86     return os<<'('<<p.x<<','<<p.y<<')';
87 }
88 ostream& operator<<(ostream& os,const Line& l){
89     return os<<'('<<l.pos<<','<<l.dir<<')';
90 }
91 ostream& operator<<(ostream& os,const Segment& s){
92     return os<<'('<<s.pos<<','<<s.dir<<')';
93 }
94 ostream& operator<<(ostream& os,const Circle& c){
95     return os<<'('<<c.center.x<<','<<c.center.y<<','<<c.radius<<')';
96 }
97
98 // comparer
99 struct LessX{
100     bool operator()(Point a,Point b){
101         return abs(a.x-b.x)>EPS?a.x<b.x-EPS:a.y<b.y-EPS;
102     }
103 };

```

### 9.2 回転方向

```

1  int CCW(Point a,Point b,Point c){
2      b-=a,c-=a;
3      if(int sign=Signum(Cross(b,c)))
4          return sign; // 1:ccw,-1:cw
5      if(Dot(b,c)<-EPS)
6          return -2; // c-a-b

```

```

7   if(Abs2(b)<Abs2(c)-EPS)
8       return 2;    // a-b-c
9   return 0;        // a-c-b (inclusive)
10 }

```

### 9.3 面積

```

1 double Area(const vector<Point>& ps){
2     double res=0;
3     repi(i,2,ps.size())
4         res+=Cross(ps[i-1]-ps[0],ps[i]-ps[0])/2;
5     return res;
6 }

```

### 9.4 交差判定

```

1 bool IntersectLL(Line a,Line b){
2     return abs(Cross(a.dir,b.dir))>EPS || abs(Cross(a.dir,b.pos-a.pos))<EPS;
3 }
4 bool IntersectLS(Line l,Segment s){
5     Point a=s.pos-l.pos,b=s.pos+s.dir-l.pos;
6     return Signum(Cross(l.dir,a))*Signum(Cross(l.dir,b))<=0;
7 }
8 bool IntersectLP(Line l,Point p){
9     return abs(CCW(l.pos,l.pos+l.dir,p))!=1;
10 }
11 bool IntersectSS(Segment a,Segment b){
12     int c1=CCW(a.pos,a.pos+a.dir,b.pos),c2=CCW(a.pos,a.pos+a.dir,b.pos+b.dir);
13     int c3=CCW(b.pos,b.pos+b.dir,a.pos),c4=CCW(b.pos,b.pos+b.dir,a.pos+a.dir);
14     return c1*c2<=0 && c3*c4<=0;
15 }
16 bool IntersectSP(Segment s,Point p){
17     return CCW(s.pos,s.pos+s.dir,p)==0;
18 }
19 // 交点の個数を返す
20 int IntersectCC(Circle c1,Circle c2){
21     if(c1==c2)
22         return INFITY;
23     double r1=c1.radius,r2=c2.radius,d=Abs(c1.center-c2.center);
24     if(d>r1+r2+EPS || d<abs(r1-r2)-EPS)
25         return 0;
26     if(abs(d-(r1+r2))<EPS || abs(d-abs(r1-r2))<EPS)
27         return 1;
28     return 2;
29 }
30
31 // aとbは必ず交差していること
32 // 同一直線上にある場合、a.posを返す
33 Point InterPointLL(Line a,Line b){
34     if(abs(Cross(a.dir,b.dir))<EPS) return a.pos;
35     return a.pos+Cross(b.pos-a.pos,b.dir)/Cross(a.dir,b.dir)*a.dir;
36 }
37 // 同一直線上にある場合、s.posを返す
38 Point InterPointLS(Line l,Segment s){
39     return InterPointLL(Line(s),l);
40 }
41 // 同一直線上にある場合、両端点を順に試し最初に交点であると判定されたものを返す
42 Point InterPointSS(Segment a,Segment b){
43     if(abs(Cross(a.dir,b.dir))<EPS){
44         if(IntersectSP(b,a.pos)) return a.pos;
45         if(IntersectSP(b,a.pos+a.dir)) return a.pos+a.dir;
46         if(IntersectSP(a,b.pos)) return b.pos;
47         if(IntersectSP(a,b.pos+b.dir)) return b.pos+b.dir;
48     }
49     return InterPointLL(Line(a),Line(b));

```

```

50 }
51
52 // c1とc2は必ず2点で交わること
53 pair<Point,Point> InterPointCC(Circle c1,Circle c2){
54     Point p1=c1.center,p2=c2.center;
55     double r1=c1.radius,r2=c2.radius;
56     double d=Abs(p1-p2);
57     double a=(d*r1*r1-r2*r2)/(2*d);
58     double s=sqrt(r1*r1-a*a);
59     return mp(p1+a/d*(p2-p1)+s*Rot((p2-p1)/d,PI/2),
60             p1+a/d*(p2-p1)-s*Rot((p2-p1)/d,PI/2));
61 }

```

### 9.5 距離

```

1 double DistLP(Line l,Point p){
2     return Abs(Proj(l,p)-p);
3 }
4 double DistSP(Segment s,Point p){
5     int ccw=CCW(s.pos,s.pos+s.dir,Proj(Line(s),p));
6     if(ccw==-2) return Abs(s.pos-p);
7     if(ccw== 2) return Abs(s.pos+s.dir-p);
8     return DistLP(Line(s),p);
9 }
10 double DistLS(Line l,Segment s){
11     if(IntersectLS(l,s)) return 0;
12     return min(DistLP(l,s.pos),DistLP(l,s.pos+s.dir));
13 }
14 double DistSS(Segment a,Segment b){
15     if(IntersectSS(a,b)) return 0;
16     double d1=min(DistSP(a,b.pos),DistSP(a,b.pos+b.dir));
17     double d2=min(DistSP(b,a.pos),DistSP(b,a.pos+a.dir));
18     return min(d1,d2);
19 }

```

### 9.6 2直線から等距離な点集合

```

1 vector<Line> EquidistantLine(Line a,Line b){
2     if(Parallel(a,b))
3         return {Line((a.pos+b.pos)/2,a.dir)};
4     Point p=InterPointLL(a,b);
5     a.dir/=Abs(a.dir),b.dir/=Abs(b.dir);
6     return {Line(p,(a.dir+b.dir)/2),Line(p,(a.dir-b.dir)/2)};
7 }

```

### 9.7 円の接線

```

1 vector<Line> Intangent(Circle c1,Circle c2)
2 {
3     double r1=c1.radius,r2=c2.radius;
4     double d=Abs(c1.center-c2.center);
5     vector<Line> res;
6     if(d>r1+r2+EPS){
7         double t=acos((r1+r2)/d);
8         rep(i,2){
9             Point p1=c1.center+Rot(r1/d*(c2.center-c1.center),(i?1:-1)*t);
10            Point p2=c2.center+Rot(r2/d*(c1.center-c2.center),(i?1:-1)*t);
11            res.push_back(Line(p1,p2-p1));
12        }
13    }
14    else if(d>r1+r2-EPS){
15        Point p=c1.center+r1/d*(c2.center-c1.center);
16        res.push_back(Line(p,Rot(p-c1.center,PI/2)));
17    }
18    return res;

```

```

19 }
20 vector<Line> Extangent(Circle c1,Circle c2)
21 {
22     double r1=c1.radius,r2=c2.radius;
23     double d=Abs(c1.center-c2.center);
24     vector<Line> res;
25     if(d>abs(r2-r1)+EPS){
26         double t=acos((r1-r2)/d);
27         rep(i,2){
28             Point p1=c1.center+Rot(r1/d*(c2.center-c1.center),(i?1:-1)*t);
29             Point p2=c2.center+Rot(r2/d*(c2.center-c1.center),(i?1:-1)*t);
30             res.push_back(Line(p1,p2-p1));
31         }
32     }
33     else if(d>abs(r2-r1)-EPS){
34         Point p=c1.center+r1/d*(c2.center-c1.center);
35         res.push_back(Line(p,Rot(p-c1.center,PI/2)));
36     }
37     return res;
38 }

```

## 9.8 凸包

計算量  $O(N \log N)$

```

1 // 連続する3点が同一直線上にある場合はfalseを返す
2 bool IsConvex(const vector<Point>& ps){
3     int n=ps.size(),res=true;
4     rep(i,n) res&=CCW(ps[i],ps[(i+1)%n],ps[(i+2)%n])!=1;
5     return res;
6 }
7
8 // 同一直線上の点はとらない .
9 // もしとりたければ , while(n>=2 && CCW(cs[n-2],cs[n-1],ps[i])<=0) と書き換える .
10 vector<Point> ConvexHull(vector<Point> ps){
11     if(ps.size()==1) return ps;
12     sort(all(ps),LessX());
13     vector<Point> res;
14     rep(_,2){
15         int n=0;
16         vector<Point> half(ps.size());
17         rep(i,ps.size()){
18             while(n>=2 && CCW(half[n-2],half[n-1],ps[i])!=1)
19                 n--;
20             half[n++]=ps[i];
21         }
22         res.insert(res.end(),half.begin(),half.begin()+n-1);
23         reverse(all(ps));
24     }
25     return res;
26 }

```

## 9.9 凸多角形の包含判定

```

1 // 凸多角形psの内部に点pがあるときtrue(境界を含む)
2 // ps.size()==0のときtrue
3 // ps.size()==1のとき , ps[0]とpが一致していればtrue
4 // ps.size()==2のとき , ps[0],ps[1]上にpがあればtrue
5 bool CoverGP(const vector<Point>& ps,Point p){
6     rep(i,ps.size()){
7         int ccw=CCW(ps[i],ps[(i+1)%ps.size()],p);
8         if(!(ccw==1 || ccw==0))
9             return false;
10     }
11     return true;
12 }

```

```

13 // 凸多角形psが凸多角形qsを内部にもつときtrue(境界を含む)
14 // ps.size()==0またはqs.size()==0のときtrue
15 bool CoverGG(const vector<Point>& ps,vector<Point>& qs){
16     rep(i,qs.size()){
17         if(!CoverGP(ps,qs[i]))
18             return false;
19     }
20     return true;
21 }

```

## 9.10 凸多角形の切断

```

1 vector<Point> ConvexCut(const vector<Point>& ps,Line l){
2     int n=ps.size();
3     vector<Point> res;
4     rep(i,n){
5         int c1=CCW(l.pos,l.pos+l.dir,ps[i]);
6         int c2=CCW(l.pos,l.pos+l.dir,ps[(i+1)%n]);
7         if(c1!=-1)
8             res.push_back(ps[i]);
9         if(c1*c2==-1)
10             res.push_back(InterPointLS(l,Segment(ps[i],ps[(i+1)%n]-ps[i])));
11     }
12     return res;
13 }

```

## 9.11 線分アレンジメント

同一線分上の推移的な辺を省略している .

計算量  $O(N^3)$

```

1 // オーバーラップする線分は取り除いておくこと .
2 struct Edge{
3     int src,dst;
4     double weight;
5     Edge(){}
6     Edge(int s,int d,double w):src(s),dst(d),weight(w){}
7     bool operator<(const Edge& e)const{return Signum(weight-e.weight)<0;}
8     bool operator>(const Edge& e)const{return Signum(weight-e.weight)>0;}
9 };
10 void SegmentArrangement(const vector<Segment>& ss,Graph& g,vector<Point>& ps){
11     rep(i,ss.size()){
12         ps.push_back(ss[i].pos);
13         ps.push_back(ss[i].pos+ss[i].dir);
14         repi(j,i+1,ss.size()) if(IntersectSS(ss[i],ss[j]))
15             ps.push_back(InterPointSS(ss[i],ss[j]));
16     }
17     sort(all(ps),LessX());
18     ps.erase(unique(all(ps)),ps.end());
19
20     g.resize(ps.size());
21     rep(i,ss.size()){
22         vector<pair<double,int>> ds;
23         rep(j,ps.size()) if(IntersectSP(ss[i],ps[j]))
24             ds.push_back(mp(Abs(ps[j]-ss[i].pos),j));
25         sort(all(ds));
26         rep(j,ds.size()-1){
27             int u=ds[j].second,v=ds[j+1].second;
28             double w=ds[j+1].first-ds[j].first;
29             g[u].push_back(Edge(u,v,w));
30             g[v].push_back(Edge(v,u,w));
31         }
32     }
33 }

```

## 10 その他

### 10.1 ビット演算

`clz`, `clzll`, `ctz`, `ctzll` は,  $x = 0$  のときビット長を返す.

```

1 // population count
2 inline int popcount(uint x)
3 {
4     x=(x&0x55555555)+(x>>1&0x55555555);
5     x=(x&0x33333333)+(x>>2&0x33333333);
6     x=(x&0x0f0f0f0f)+(x>>4&0x0f0f0f0f);
7     x=(x&0x00ff00ff)+(x>>8&0x00ff00ff);
8     return (x&0x0000ffff)+(x>>16&0x0000ffff);
9 }
10 inline int popcountll(ull x)
11 {
12     return popcount(x)+popcount(x>>32);
13 }
14
15 // count leading zero
16 inline int clz(uint x)
17 {
18     int i=0;
19     if(!(x&0xffff0000)) i+=16,x<<=16;
20     if(!(x&0xff000000)) i+=8,x<<=8;
21     if(!(x&0xf0000000)) i+=4,x<<=4;
22     if(!(x&0xc0000000)) i+=2,x<<=2;
23     if(!(x&0x80000000)) i+=1,x<<=1;
24     return i+!x;
25 }
26 inline int clzll(ull x)
27 {
28     int y=clz(x>>32);
29     return y==32?y+clz(x):y;
30 }
31
32 // count trailing zero
33 inline int ctz(uint x)
34 {
35     int i=0;
36     if(!(x&0x0000ffff)) i+=16,x>>=16;
37     if(!(x&0x000000ff)) i+=8,x>>=8;
38     if(!(x&0x0000000f)) i+=4,x>>=4;
39     if(!(x&0x00000003)) i+=2,x>>=2;
40     if(!(x&0x00000001)) i+=1,x>>=1;
41     return i+!x;
42 }
43 inline int ctzll(ull x)
44 {
45     int y=ctz(x);
46     return y==32?y+ctz(x>>32):y;
47 }
48
49 // find first set
50 inline int ffs(uint x)
51 {
52     return x?clz(x)+1:0;
53 }
54 inline int ffs(ull x)
55 {
56     return x?clzll(x)+1:0;
57 }
58
59 // bitwise reverse

```

```

60 inline uint bitrev(uint x)
61 {
62     x=(x&0xaaaaaaaa)>>1|(x&0x55555555)<<1;
63     x=(x&0xcccccccc)>>2|(x&0x33333333)<<2;
64     x=(x&0xf0f0f0f0)>>4|(x&0x0f0f0f0f)<<4;
65     x=(x&0xff00ff00)>>8|(x&0x00ff00ff)<<8;
66     return (x&0xffff0000)>>16|(x&0x0000ffff)<<16;
67 }
68 inline ull bitrev(ull x)
69 {
70     return bitrev(x>>32)|(ull)bitrev(x)<<32;
71 }
72
73 // 非零部分集合を列挙
74 for(int s=b;s=(s-1)&b){
75     ...
76 }
77
78 // {0,1,...,n-1}の, サイズkの部分集合を列挙
79 // 最終行を s|=(lz>>ffs(lo))-1 とすれば除算をなくせる
80 // 注意: 0<k<=n でなければならない
81 for(int s=(1<<k)-1;!(s&1<<n);){
82     /* ... */
83     int lo=s&-s,lz=(s+lo)&~s;
84     s=(s|lz)&~(lz-1);
85     s|=(lz/lo/2-1);
86 }

```

### 10.2 priority\_queue のヘルパ関数

```

1 // https://ideone.com/TimImn
2
3 template<typename Functor>
4 struct functor_traits{
5     template<typename C,typename Ret,typename Arg,typename... Args>
6     static Arg helper(Ret(C::*)(Arg,Args...));
7     template<typename C,typename Ret,typename Arg,typename... Args>
8     static Arg helper(Ret(C::*)(Arg,Args...)const);
9     using first_argument_type=decltype(helper(&Functor::operator()));
10 };
11
12 template<typename Compare,typename T=typename functor_traits<Compare>::first_argument_type>
13 priority_queue<T,vector<T>,Compare> make_priority_queue(Compare comp){
14     return priority_queue<T,vector<T>,Compare>(move(comp));
15 }

```

### 10.3 ハッシュ関数

ユーザ定義型を `unordered_set` や `unordered_map` のキーとして使うためには, `hash` の特殊化を書く必要がある. 以下は FNV-1a による実装例.

```

1 namespace std{
2     template<>
3     struct hash<tuple<int,int>>{
4         size_t operator()(const tuple<int,int>& x)const{
5             const char* p=(const char*)&x;
6             size_t res=2166136261;
7             rep(i,sizeof(x)) (res^=*p++)*=16777619;
8             return res;
9         }
10     };
11 }

```

#### 10.4 Fairfield の公式

西暦 1 年 1 月 0 日からの経過日数を求める . (経過日数)  $\equiv 0 \pmod{7}$  のとき日曜日 .

```
1 int Fairfield(int y,int m,int d)
2 {
3     if(m<=2) y--,m+=12;
4     return 365*y+y/4-y/100+y/400+153*(m+1)/5+d-428;
5 }
```

#### 10.5 さいころ

```
1 struct Dice{
2     int face[6]; // top,bottom,left,right,front,back
3     void Rotate(int a,int b,int c,int d){
4         int temp=face[a];
5         face[a]=face[b];
6         face[b]=face[c];
7         face[c]=face[d];
8         face[d]=temp;
9     }
10    void TurnF(int n){rep(i,n)Rotate(0,2,1,3);} // x軸を回転軸として右回りに90n度回転
11    void TurnR(int n){rep(i,n)Rotate(0,4,1,5);} // y軸を回転軸として右回りに90n度回転
12    void TurnU(int n){rep(i,n)Rotate(4,3,5,2);} // z軸を回転軸として右回りに90n度回転
13    void TurnF(){TurnF(1);}
14    void TurnR(){TurnR(1);}
15    void TurnU(){TurnU(1);}
16 };
```