Abbildung: Luftströmungen eines fahrenden Rennwagens
Quelle:
http://autonetmagz.net/wp-content/uploads/2014/03/
Porsche-919-Hybrid-wind-tunnel-testing.jpg

Seminar Fortgeschrittenenpraktikum Physik: Numerische Simulation in der Strömungslehre

Markus Pawellek

25. Mai 2016

Gliederung

Grundlagen

Erinnerung: Thermodynamik

(i) Kontinuitätsgleichung:

$$\boxed{\partial_t \varrho + \nabla \cdot (\varrho \vec{v}) = 0}$$

(ii) Impulsgleichung:

$$\boxed{\varrho \left[\partial_t \vec{v} + (\vec{v} \cdot \nabla)\, \vec{v} \right] = \vec{f} + \nabla \cdot \sigma}$$

Annahme:
Betrachtung eines einzelnen newtonschen Fluids (z.B. Wasser, Öl, Luft, etc.).

Annahme:
Betrachtung eines einzelnen newtonschen Fluids (z.B. Wasser, Öl, Luft, etc.).

Navier-Stokes Gleichungen

$$\partial_t \varrho + \nabla \cdot (\varrho \vec{v}) = 0$$
$$\varrho \left[\partial_t \vec{v} + (\vec{v} \cdot \nabla)\, \vec{v}\right] = \vec{f} - \nabla p + \eta \Delta \vec{v} + \left(\tfrac{\eta}{3} + \xi\right) \nabla \left(\nabla \cdot \vec{v}\right)$$

dimensionslose Navier-Stokes Gleichungen inkompressibler Flüssigkeiten

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0$$

$$\partial_t \vec{v} + (\vec{v} \cdot \nabla)\, \vec{v} = \vec{g} - \nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \vec{v}$$

Numerische Verfahren

Finite-Differenzen-Methode

(i) Vorwärts-Differenzenquotient

$$\boxed{u' = \frac{u(x_{i+1}) - u(x_i)}{\delta x} + \mathcal{O}(\delta x)}$$

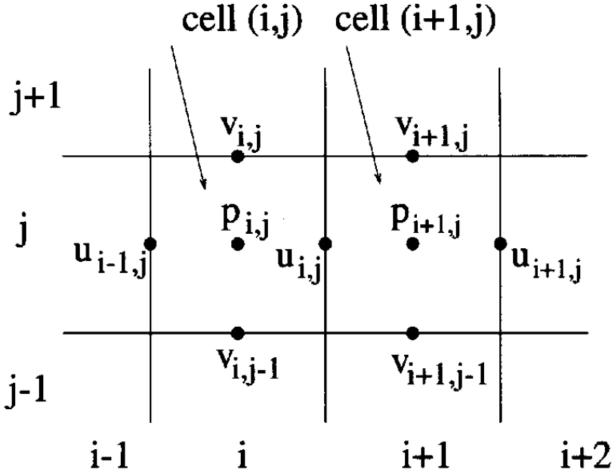
(ii) Rückwärts-Differenzenquotient

$$\boxed{u' = \frac{u(x_i) - u(x_{i-1})}{\delta x} + \mathcal{O}(\delta x)}$$

(iii) zentraler Differenzenquotient

$$\boxed{u' = \frac{u(x_{i+1}) - u(x_{i-1})}{2\delta x} + \mathcal{O}(\delta x^2)}$$

Verschobenes Gitter (staggered grid)

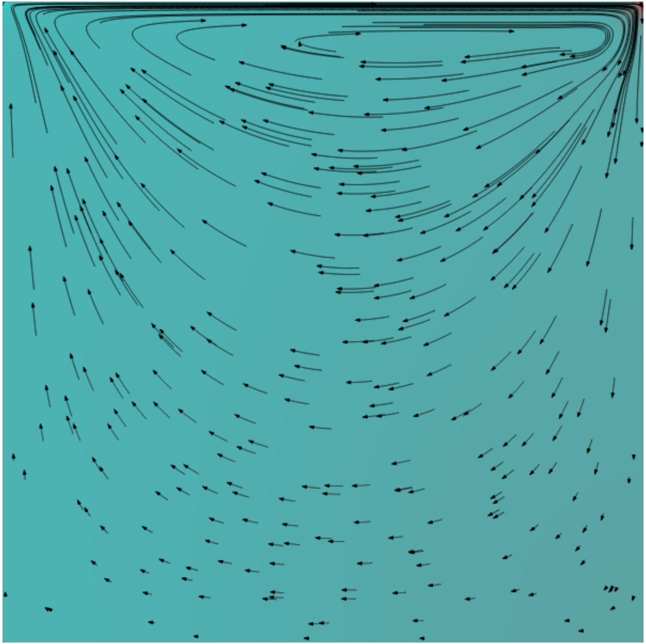


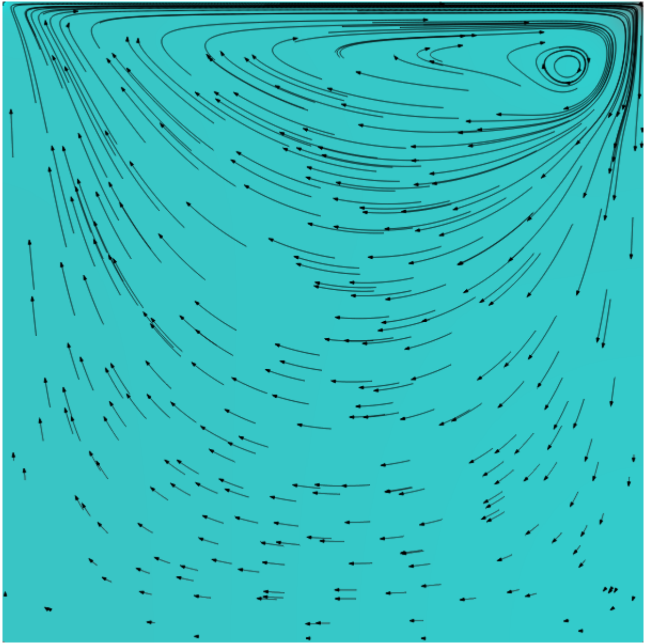
dimensionslose Navier-Stokes Gleichungen inkompressibler Flüssigkeiten

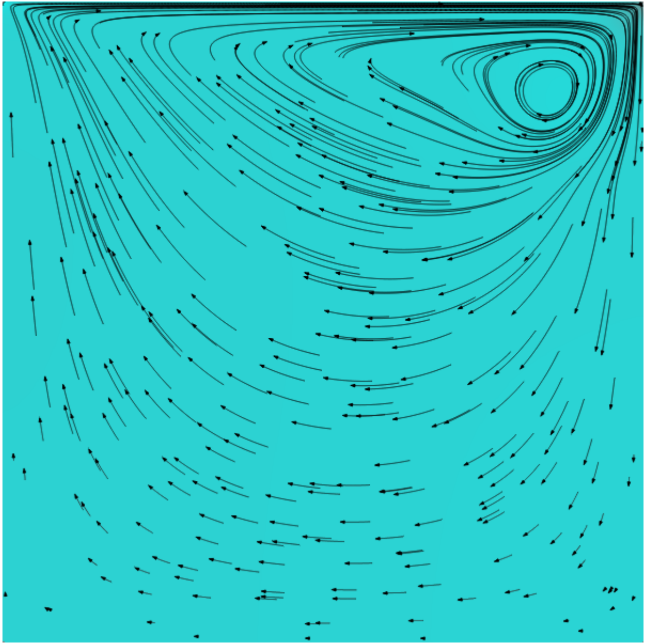
$$\nabla \cdot \vec{v} = 0$$

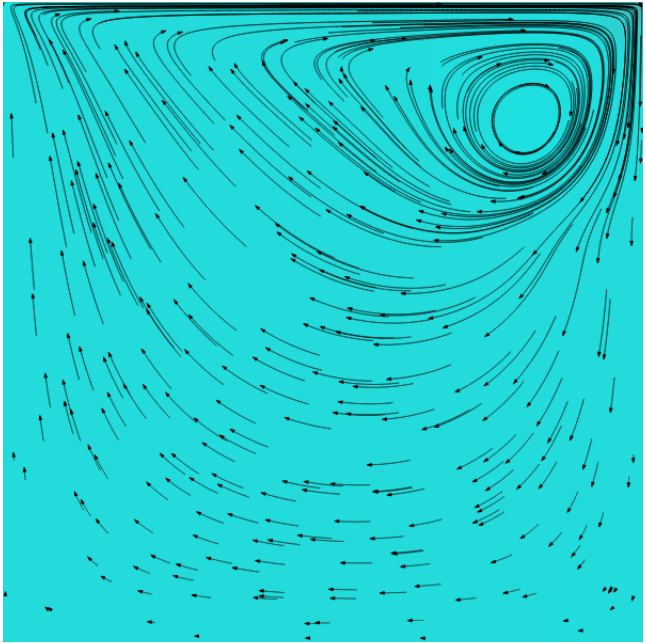
$$\partial_t \vec{v} + (\vec{v} \cdot \nabla)\, \vec{v} = \vec{g} - \nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \vec{v}$$

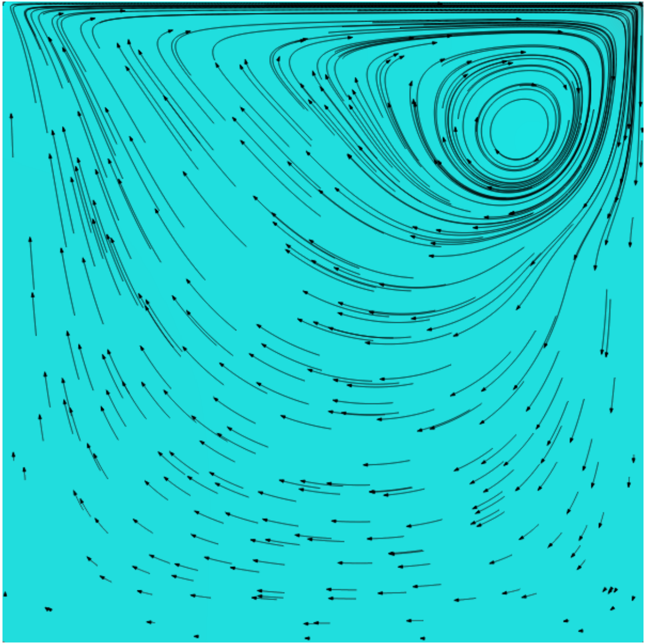
Ergebnisse

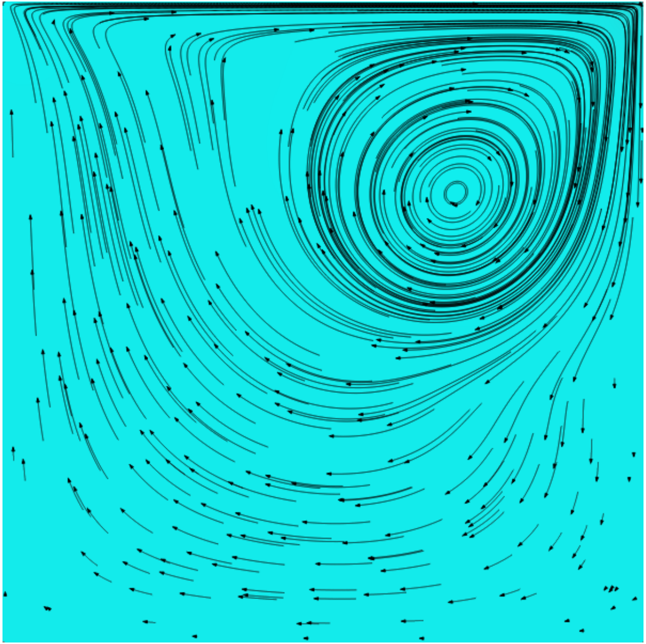


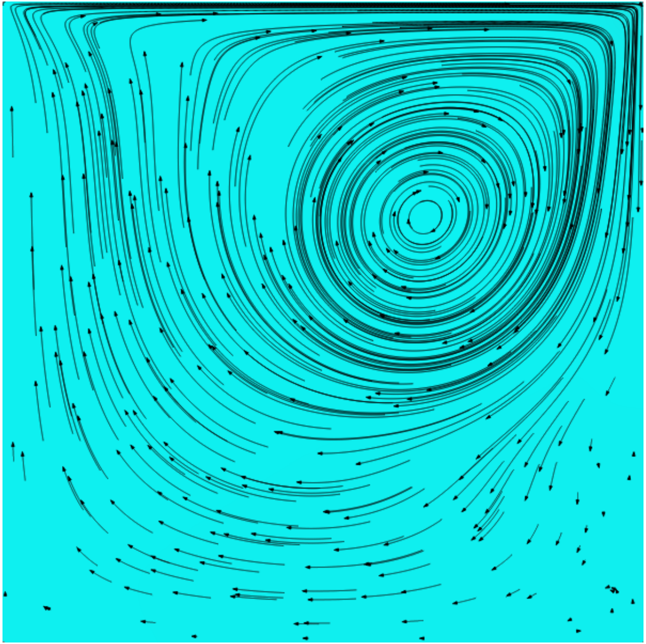


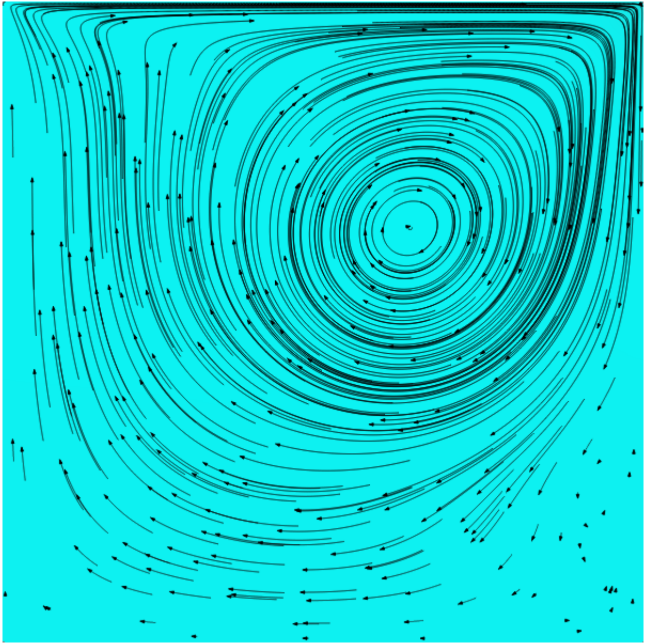


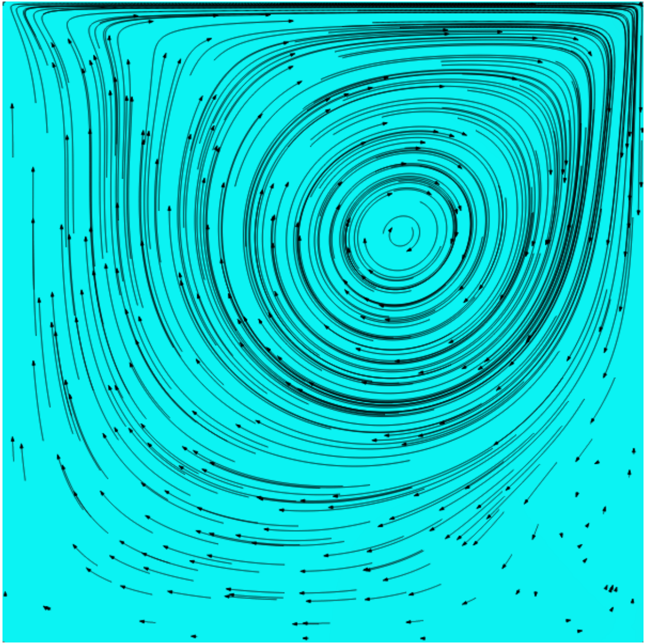


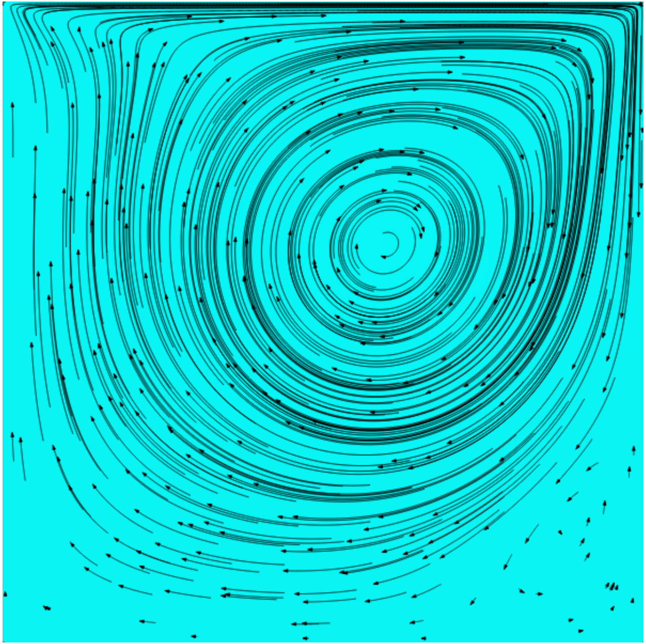


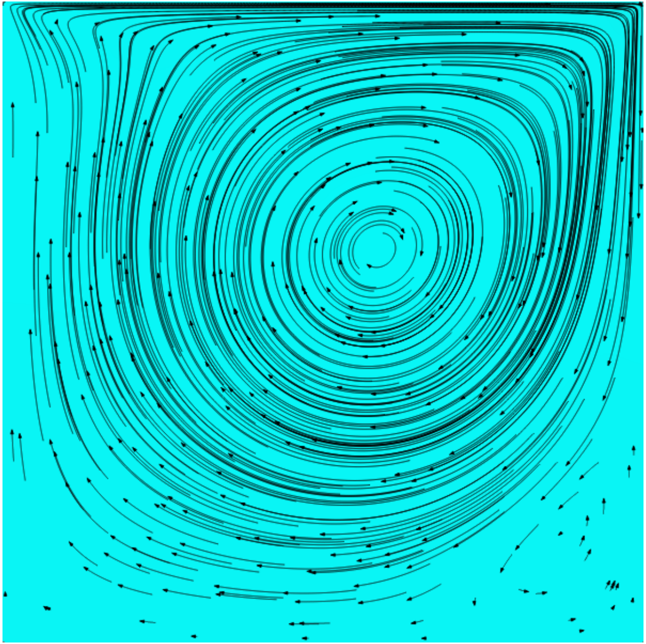


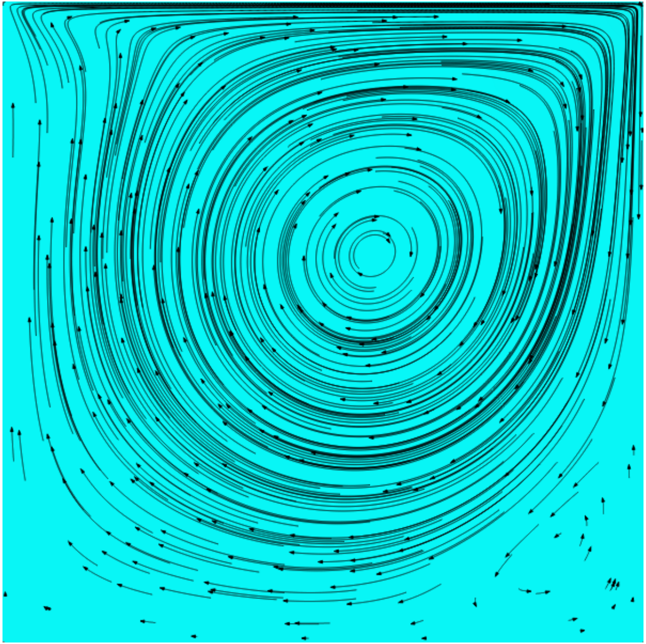












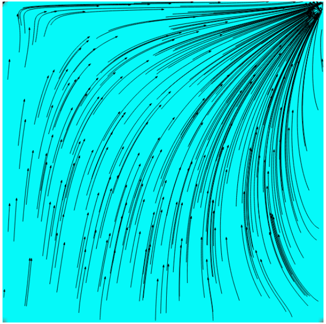
Zusammenfassung

grundsätzliches Verfahren:

- problemabhängige spezialisierte Navier-Stokes-Gleichungen
- Diskretisierung durch Gitter und Finite-Differenzen-Methode
- Aufstellen des linearen Gleichungssystems
- Lösen durch Zeitschrittverfahren und Poisson-Löser
- Anzeigen der Lösung

Probleme:

- numerische Instabilität für auftretende Turbulenzen
- viele numerische Verfahren sind problemabhängig
- sehr hoher Aufwand für komplexe Geometrien
- meistens nur qualitativer Vergleich mit Experimenten möglich



Referenzen

- Griebel und Dornseifer und Neunhoeffer, *Numerical Simulation in Fluid Dynamics - A Practical Introduction*, 1998
- Ferziger und Peric, *Computational Methods for Fluid Dynamics*, korrigierte 2.Auflage, 1997
- Durst, *Grundlagen der Strömungsmechanik - Eine Einführung in die Theorie der Strömungen von Fluiden*, 2006
- Kincaid and Cheney, *Numerical Analysis: Mathematics of Scientific Computing*, 3.Auflage, 2002
- Ansorg, Skript zu *Thermodynamik und statistische Physik*, 2015/16
- `https://en.wikipedia.org/wiki/Computational_fluid_dynamics`
- `https://de.wikipedia.org/wiki/Navier-Stokes-Gleichungen`