Algorithmen und Datenstrukturen

Sommersemester 2015

Jana Grajetzki (jana.grajetzki@uni-jena.de)

2. Übungsserie

Abgabe: Donnerstag, 30.4.2015, bis 12.00 Uhr im Sekretariat bei Frau Kunze (Raum 3333).

Geben Sie bitte deutlich Ihre Übungsgruppe, Namen und Matrikelnummer an.

Aufgabe 1:
Vergleichen Sie in jedem der fünf Fälle das asymptotische Wachstum der Funktionen f und g. Beweisen Sie, ob $f \in \mathrm{O}(g)$, $f \in \Omega(g)$, $f \in \Theta(g)$, gilt.

(a) $f(n) = \frac{1}{4}n$; $g(n) = \sqrt{n \log n}$

(b) $f(n) = 6 \cdot 3^{\frac{n}{2}+1}$; $g(n) = 2^n$

(c) $f(n) = n^2 \log n$; $g(n) = n \log^2 n$

(d) $f(n) = \log(n!)$; $g(n) = (\log n)^{\log n}$

(e) $f(n) = \log_a n$; $g(n) = \log_b n$, a, b Konstanten mit $a > 0, b > 0$ (12 Punkte)

Aufgabe 2:
Bringen Sie die folgenden Funktionen in eine Reihenfolge g_1, g_2, ... ,g_7 so dass gilt $g_1 \in O(g_2)$, $g_2 \in O(g_3)$, ... , $g_6 \in O(g_7)$.

$$\log \sqrt[3]{n},\ 2^{\sqrt{n}},\ n^{\frac{1}{10}},\ n!,\ n^{\log n},\ (\log n)^{40},\ \sqrt{4^{\log n}}$$

(8 Punkte)

Aufgabe 3:
Beweisen Sie die Transitivität der O-Notation:

$$f \in \mathrm{O}(g) \wedge g \in \mathrm{O}(h) \Rightarrow f \in \mathrm{O}(h)$$

. (5 Punkte)

Aufgabe 4:
Es seien $f_1, f_2, \ldots f_k : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}$. Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

(a) $(f_1 + f_2 + \cdots + f_k) \in \Theta(\max\{f_1, f_2, \ldots f_k\})$

(b) $(f_1 + f_2 + \cdots + f_k) \in \Theta(\min\{f_1, f_2, \ldots f_k\})$ (5 Punkte)