

# Algorithmen und Datenstrukturen

Sommersemester 2015

Jana Grajetzki (jana.grajetzki@uni-jena.de)

## 4. Übungsserie

Abgabe: Mittwoch, 13.5.2015, bis 12.00 Uhr im Sekretariat bei Frau Kunze (Raum 3333).  
Geben Sie bitte deutlich Ihre Übungsgruppe, Namen und Matrikelnummer an.

### Aufgabe 1:

Lösen Sie folgende Rekurrenzen mit Hilfe des Mastertheorems. Begründen Sie gegebenenfalls warum eine Lösung mittels Mastertheorem nicht möglich ist.

(a)  $T(n) = 5T(\frac{n}{2}) + n\sqrt{n}$

(b)  $T(n) = 16T(\frac{n}{8}) + n^{\frac{4}{3}}$

(c)  $T(n) = 5T(\frac{n}{7}) + n \log n$

(d)  $T(n) = 2T(\frac{n}{4}) + 3n^{\frac{1}{4}} + \log n$

(e)  $T(n) = 16T(\frac{n}{4}) + n^2 \log n$  (7 Punkte)

### Aufgabe 2:

Bestimmen Sie asymptotische obere Schranken (scharfe) für  $T(n)$  in den folgenden Rekurrenzen.

(a)  $T(n) = T(\frac{n}{3}) + T(\frac{n}{4}) + n$

(b)  $T(n) = \sqrt{n}T(\sqrt{n}) + n$

(c)  $T(n) = 2T(n^{\frac{1}{4}}) + 1$

(d)  $T(n) = T(n-4) + \sqrt{n}$

(12 Punkte)

### Aufgabe 3:

Die Zeitkomplexität eines Algorithmus  $A$  sei  $T(n)$  die des Algorithmus  $A'$  sei  $T'(n)$ . Es gilt:

$$T(n) = 7T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2 \text{ und } T'(n) = aT'\left(\frac{n}{4}\right) + n^2$$

Finden Sie die größte natürliche Zahl  $a$  für die  $A'$  asymptotisch schneller als  $A$  ist. Beweisen Sie Ihre Aussage. (6 Punkte)

### Aufgabe 4:

Wieviele Sterne druckt das folgende Programm in Abhängigkeit von der natürlichen Zahl  $N$ ?

Es wird ein Stapel  $s = (s_1, s_2, \dots, s_k)$  verwendet, der anfangs leer ist:  $k = 0$

```
Push (N);  
while not Is_Empty do  
  Print ("*"); X = Pop;  
  if (X > 0)  
A:    Push (X-1);  
    Push (X-1);
```

Stellen Sie die zugehörige Rekurrenzgleichung auf und lösen Sie diese. Wie verändert sich die Lösung wenn Zeile A  $(X - 1)$ -mal ausgeführt wird.

(5 Punkte)