

Algorithmen und Datenstrukturen

Sommersemester 2015

Jana Grajetzki (jana.grajetzki@uni-jena.de)

5. Übungsserie

Abgabe: Donnerstag, 21.5.2015, bis 12.00 Uhr im Sekretariat bei Frau Kunze (Raum 3333).

Geben Sie bitte deutlich Ihre Übungsgruppe, Namen und Matrikelnummer an.

Aufgabe 1:

Wir nehmen an, wir haben einen „black box“ Algorithmus A zur Bestimmung des Medians in linearer Zeit. Beschreiben Sie einen einfachen Algorithmus, der mit Hilfe von A das allgemeine Selection-Problem (für k , $1 \leq k \leq n$) ebenfalls in linearer Zeit löst.

(6 Punkte)

Aufgabe 2:

Gegeben seien n paarweise verschiedene Elemente x_1, x_2, \dots, x_n mit positiven Gewichten w_1, w_2, \dots, w_n , $\sum_{i=1}^n w_i = 1$. Der gewichtete Median ist definiert als das Element x_k mit

$$\sum_{x_i < x_k} w_i < \frac{1}{2} \quad \text{und} \quad \sum_{x_i > x_k} w_i \leq \frac{1}{2}$$

- (a) Bestimmen Sie für $(x_1, x_2, \dots, x_{11}) = (52, 93, 10, 56, 100, 88, 7, 47, 19, 42, 33)$ mit den Gewichten $(w_1, w_2, \dots, w_{11}) = (\frac{1}{20}, \frac{1}{20}, \frac{1}{5}, \frac{3}{20}, \frac{1}{20}, \frac{1}{10}, \frac{1}{10}, \frac{1}{20}, \frac{1}{20}, \frac{1}{10}, \frac{1}{10})$ den gewichteten Median.
- (b) Zeigen Sie, dass der Median von x_1, x_2, \dots, x_n der gewichtete Median von x_1, x_2, \dots, x_n mit den Gewichten $w_i = 1/n$, $i = 1, \dots, n$, ist.
- (c) Wie kann man den gewichteten Median in $O(n \log n)$ Zeit unter Benutzung von Sortieren berechnen?
- (d) Zeigen Sie, dass man den gewichteten Median in $O(n)$ Zeit berechnen kann, wenn man einen $O(n)$ -Algorithmus zur Berechnung des Medians verwendet.

(16 Punkte)

Aufgabe 3:

Ein Sortieralgorithmus heißt stabil, wenn Elemente mit gleichem Schlüssel in der sortierten Folge in der gleichen Reihenfolge auftauchen, wie in der Input-Folge.

- (a) Begründen Sie, dass COUNTING-SORT stabil ist.
- (b) Zeigen Sie, dass RADIX-SORT eine Folge von n d -stelligen Dezimalzahlen korrekt sortiert.

(8 Punkte)

Aufgabe 4:

Erstellen Sie einen Entscheidungsbaum für MERGE-SORT auf einem Feld von 4 Elementen.
(5 Punkte)