Algorithmen und Datenstrukturen

Sommersemester 2015

Jana Grajetzki (jana.grajetzki@uni-jena.de)

1. Übungsserie

Wichtige Hinweise

- Die Übungen beginnen am 17.4.2015.
- Es wird jeweils donnerstags eine Übungsserie ins CAJ gestellt, die am folgenden Donnerstag bis 12.00 Uhr im Sekretariat bei Frau Kunze (Raum 3333) abzugeben ist.
- Die erste Serie gibt es am 16.4.2015, sie ist am 23.4.2015 abzugeben.
- Geben Sie bitte deutlich Ihre Übungsgruppe an und vergessen Sie nicht, Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf jedes Blatt zu schreiben.
- Begründen Sie Ihre Antworten immer, auch wenn dies nicht explizit gefordert wird.
- Die Prüfungsklausur findet am 13.8.2015 9-12 Uhr statt, die Nachklausur am 30.9.2015 9-12 Uhr im HS1 Abbeanum.

Kriterien für die Prüfungszulassung

- 50% der Punkte aus den Übungsserien.

Aufgabe 1:
Folgendes Spiel ist eine Variante der *Türme von Hanoi*. Es gibt insgesamt 4 Stäbe. Auf einem Startstab S befinden sich eine gerade Anzahl von Scheiben. Sie sind der Größe nach geordnet (größte unten) und von der kleinsten zur größten aufsteigend nummeriert. Weiter gibt es zwei Zielstäbe Z_g und Z_u. Auf sie sollen jeweils alle Scheiben mit gerader bzw. alle Scheiben ungerader Nummer gestapelt werden, wieder sollen sie der Größe nach sortiert sein und die jeweils größte Scheibe soll unten liegen. Der vierte Stab ist ein Hilfsstab H. Es gelten die üblichen Regeln der Originalaufgabe: Pro Zug nur eine Scheibe bewegen und niemals eine größere Scheibe auf eine kleinere legen.

(a) Geben Sie für Türme der Höhen 2, 4, 6 jeweils eine Lösung, das heißt eine Folge von Zügen an.

(b) Beschreiben Sie einen rekursiven Algorithmus für einen Turm der Höhe $2k$.

(c) Geben Sie eine Rekursionsgleichung für die Anzahl der Züge, die Ihr Algorithmus ausführt, an.

(d) Raten Sie eine Lösung dieser Gleichung und bestätigen Sie sie durch vollständige Induktion.

Hinweis: Nutzen Sie für b) und c) das Ergebnis der Originalaufgabe.

(14 Punkte)

Aufgabe 2:
Die Laufzeit von Sortieralgorithmen mit Schlüsselvergleichen, kann bestimmt werden, in dem man die benötigten Vergleiche zählt. Geben Sie an, wieviele Vergleiche benötigt werden, um die Folgen

(a) $N, 1, 2, 3, \ldots, N-2, N-1$

(b) $2, 3, 4, \ldots, N, 1$

(c) $1, \frac{N}{2}+1, 2, \frac{N}{2}+2, \ldots, \frac{N}{2}, N$ (N gerade)

in eine sortierte Folge $(1, 2, \ldots, N-1, N)$ zu überführen, unter Verwendung des folgenden Algorithmus:

```
BUBBLE-SORT(A)
  REPEAT
    v:=0
    for i=1 to (N-1) do
      if a[i] > a[i+1] then
        vertausche (a[i], a[i+1])
        v:=1
  UNTIL v=0
```

Geben Sie außerdem für jede der Folgen die genaue Anzahl der benötigten Vertauschungen an.

(6 Punkte)

Aufgabe 3:
Sie haben Sortieralgorithmen A_1 und A_2. A_1 braucht zum Sortieren einer Folge von n Zahlen $10n\lfloor \log_2 n \rfloor$ Vergleiche. Algorithmus A_2 braucht dafür $3n^2$ Vergleiche.

(a) Stellen Sie die Anzahl der Vergleiche die A_1 bzw. A_2 benötigen für $n = 2, 4, 8, 16, 32, 64$ in einer Tabelle zusammen.

(b) Ermitteln Sie das kleinste $n > 1$, für welches A_1 weniger Vergleiche ausführt als A_2.

(6 Punkte)