

# 354 - Schwingungserzeugung

## 1. Aufgaben

- 1.1 Bestimmen Sie die Phasenlage zwischen Eingangs- und Ausgangssignal sowie die Spannungsverstärkung einer invertierenden Operationsverstärkerschaltung.
- 1.2 Nehmen Sie die Amplitudenübertragungsfunktion eines LC-Schwingkreises auf.
- 1.3 Kombinieren Sie den LC-Schwingkreis mit dem Verstärker zu einer Meißner-Oszillator-Schaltung. Bestimmen Sie die Frequenz des Oszillators sowie deren Stabilität.

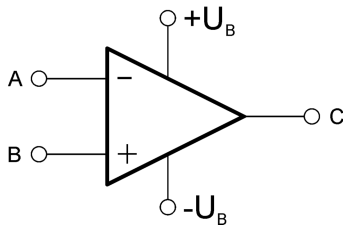
## 2. Grundlagen

### Stichworte:

Wechselspannung, Schwingkreis, Resonanzfrequenz, Übertragungsfunktion, Operationsverstärker, Meißner-Schaltung

### 2.1 Operationsverstärker (OPV)

Der OPV stellt ein wichtiges Bauelement moderner elektronischer Schaltungen dar. Er ist ein sogenannter Differenzverstärker und besitzt damit 2 Eingänge (siehe Abb. 1). Der Eingangswiderstand eines idealen OPVs ist unendlich, d.h. das Eingangssignal muss für die korrekte Funktion des Verstärkers keinen Strom aufbringen – die Signalquelle wird nicht belastet.



**Abb. 1:** Schaltbild des Operationsverstärkers.

A ... invertierender Eingang ( $U_-$ )

B ... nichtinvertierender Eingang ( $U_+$ )

C ... Ausgang

$\pm U_B$  ... symmetrische Betriebsspannung

Die Ausgangsspannung des OPV ist gegeben durch:

$$U_A = V(U_+ - U_-) \quad (1)$$

d.h. die Ausgangsspannung entspricht der verstärkten Differenz der Eingangssignale. Ein typischer OPV besitzt eine Spannungsverstärkung  $V$  im Bereich von  $10^5$  bis  $10^6$ .

Mit solch hohen Verstärkungen lässt sich in der Praxis vielfach nicht arbeiten, da bereits Störsignale im  $\mu V$  Bereich dann deutlich große Ausgangssignale liefern. Darüber hinaus sind häufig nur kleine Signalverstärkungen (z.B.  $\times 10$ ,  $\times 100$ ) notwendig. Man erreicht dies durch eine sogenannte Gegenkopplung. Hierzu wird ein Teil der Ausgangsspannung auf den invertierenden Eingang zurückgeführt (siehe Abb. 2). Sobald die Ausgangsspannung ansteigt, wird mehr und mehr auf den invertierenden Eingang zurückgeführt. Dadurch sinkt die Eingangsspannungsdifferenz. Es bildet sich eine Regelschleife – je stärker das Ausgangssignal ansteigt, desto kleiner wird das Eingangssignal. Wenn der rückgekoppelte Anteil der Spannung am nichtinvertierenden Eingang entspricht, stellt sich ein Gleichgewicht ein und die Regelschleife stabilisiert sich. Die Einstellzeit für dieses Regelgleichgewicht ist sehr klein. Es können Frequenzen im MHz Bereich verarbeitet

werden. Im ausgeregelten Zustand ist die Differenz der Eingangsspannungen Null. Beachten Sie, dass dies nicht bedeutet, dass die Ausgangsspannung auch Null sein muss (Gl. (1) gilt nur für den unbeschalteten OPV).

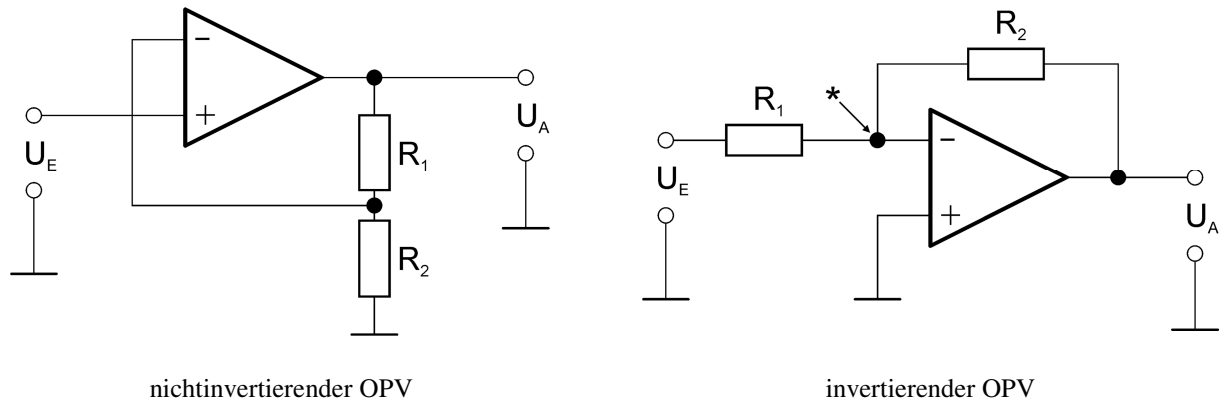


Abb. 2: Gegengekoppelter OPV.

In der Praxis werden im Wesentlichen zwei Möglichkeiten genutzt, die Gegenkopplung zu realisieren. Es ergeben sich dadurch zwei Grundschaltungen des OPV: Der invertierende und der nichtinvertierende Verstärker (siehe Abb. 2). Die Spannungsverstärkung der Schaltungen kann einfach berechnet werden.

Beginnen wir mit dem nichtinvertierenden OPV. Hier wird das rückzuführende Signal für die Gegenkopplung durch einen Spannungsteiler am Ausgang realisiert. Dadurch entsteht am invertierenden Eingang des OPV folgende Spannung:

$$U_- = U_A \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (2)$$

Im ausgeregelten Zustand gilt  $U_+ = U_-$ . Es ergibt sich damit für das Verhältnis zwischen Ausgangs- und Eingangsspannung (= Spannungsverstärkung):

$$U_E = U_A \frac{R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow \frac{U_A}{U_E} = 1 + \frac{R_1}{R_2} \quad (3)$$

Man erkennt, dass die Gesamtverstärkung der Schaltung lediglich durch das Verhältnis der Widerstände im Spannungsteiler bestimmt wird. Die Parameter des OPV spielen keine Rolle.

Für den invertierenden OPV bilanziert man die Ströme am invertierenden Eingang des OPV. Im ausgeregelten Fall muss wieder  $U_+ = U_-$  gelten. Da der nichtinvertierende Eingang auf Masse liegt, muss dies auch für den invertierenden Eingang gelten. Da dieser durch den OPV künstlich auf Masse gehalten wird, bezeichnet man diesen Punkt auch als virtuelle Masse. Alle Ströme am Summierungspunkt (\*) in Abb. 2 folgen der Knotenregel. Die Summe der einfließenden ist gleich der Summe der ausfließenden Ströme. Der OPV hat einen sehr hohen Eingangswiderstand, so dass kein Strom in den invertierenden Eingang hineinfließt. Deshalb müssen die beiden Ströme  $I_1$  und  $I_2$  zusammen Null ergeben. Die beiden Ströme berechnen sich wie folgt:

$$I_1 = \frac{U_E}{R_1}, \quad I_2 = \frac{U_A}{R_2}, \quad I_1 + I_2 = 0 \quad (4)$$

Damit ergibt sich für die Spannungsverstärkung:

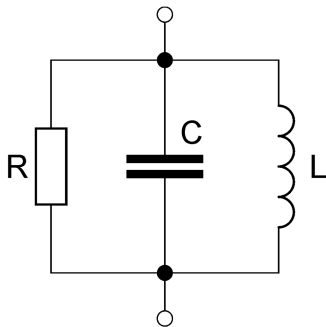
$$\frac{U_A}{U_E} = -\frac{R_2}{R_1} \quad (5)$$

Auch hier wird die Verstärkung wieder lediglich durch das Verhältnis der Widerstände festgelegt. Zusätzlich ergibt sich durch das negative Vorzeichen eine Phasenverschiebung von  $\pi$  zwischen dem Eingangs- und dem Ausgangssignal.

Der Vorteil des OPV ist, dass die Schaltungsfunktion nur durch die externe Beschaltung festgelegt wird. Es lassen sich zahlreiche Schaltungsverknüpfungen realisieren – bis hin zu Rechenoperationen wie Differentiation und Integration.

## 2.2 Schwingkreis

Schaltet man eine Induktivität  $L$  und eine Kapazität  $C$  parallel, so erhält man einen Parallelschwingkreis. Energie kann zwischen der Kapazität und der Induktivität periodisch ausgetauscht werden. Ein vollständig aufgeladener Kondensator baut seine elektrische Feldenergie im Fall eines geschlossenen Stromkreises ab. Durch den fließenden Strom baut sich in der Spule ein Magnetfeld auf. Nach vollständigem Entladen des Kondensators befindet sich die gesamte Energie des Systems im magnetischen Feld der Spule. Beim erneuten Abbau des Magnetfeldes entsteht ein Strom, der dem ursprünglichen Strom entgegengesetzt ist (Induktionsgesetz, Lenzsche Regel). Das elektrische Feld im Kondensator baut sich erneut auf und der Prozess kann von neuem beginnen. Findet der gesamte Prozess verlustfrei statt (kein Ohmscher Widerstand), so bleibt die Amplitude der Schwingung konstant.



**Abb. 3:** Parallelschwingkreis bestehend aus Kapazität  $C$ , Induktivität  $L$  und Ohmschen Widerstand  $R$ .

Abb. 3 zeigt einen Parallelschwingkreis bestehend aus einer Spule mit der Induktivität  $L$ , einem Kondensator der Kapazität  $C$  sowie einem Ohmschen Widerstand  $R$ , der alle Verluste (Leitungsverluste, Verluste im Kernmaterial) repräsentiert. Der Schwingkreis besitzt eine ausgezeichnete Frequenz, bei der sich die Blindkomponenten der Spule und des Kondensators kompensieren. Man nennt diese Frequenz Resonanzfrequenz  $f_0$  des Systems. Für sie gilt:

$$\frac{1}{i\omega_0 L} + i\omega_0 C = i\left(\omega_0 C - \frac{1}{\omega_0 L}\right) = 0 \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (6)$$

Im Resonanzfall ist die Impedanz des Parallelschwingkreises maximal (warum? Hinweis: Parallelschaltung).

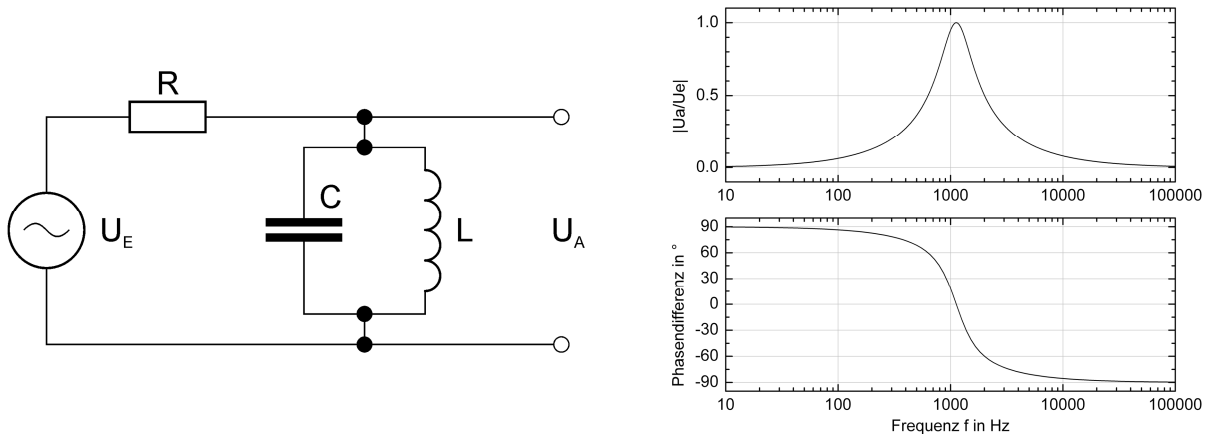
Speist man den Parallelschwingkreis über einen Vorwiderstand, so bildet sich ein frequenzabhängiger Spannungsteiler aus (siehe Abb. 4). Die Spannung über dem Parallelschwingkreis ändert sich je nach Frequenz. Im Resonanzfall wird sie am Größten, da die Impedanz des Schwingkreises in diesem Fall am größten wird. Man kann den Verlauf mit Hilfe der Spannungsteilerregel berechnen:

$$U_A = U_E \frac{X_L \parallel X_C}{R + X_L \parallel X_C} \quad (7)$$

Nach einigen Umformungen erhält man für den Amplitudenverlauf am Ausgang:

$$U_A = U_E \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{RC}{L}\right)^2 \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \exp\left(-i \arctan\left(\frac{RC}{L}\right) \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right) \quad (8)$$

Die entsprechenden Verläufe für Amplitude und Phase sind in Abb. 4 geplottet.



**Abb. 4:** Parallelschwingkreis als Bestandteil eines Spannungsteilers. Die Ausgangsspannung ist für den Fall der Resonanz maximal. Signale mit (oder nahe) der Resonanzfrequenz werden vom Spannungsteiler gut durchgelassen, wo hingegen Signale mit anderen Frequenzen stark bedämpft werden. Die Schaltung stellt also einen Filter dar, der nur Signalkomponenten in einem schmalen Frequenzband passieren lässt. Sie stellt einen Bandpass dar. Das Übertragungsverhalten ist exemplarisch für  $R=1 \text{ k}\Omega$ ,  $C=200 \text{ nF}$  und  $L=100 \text{ mH}$  dargestellt.

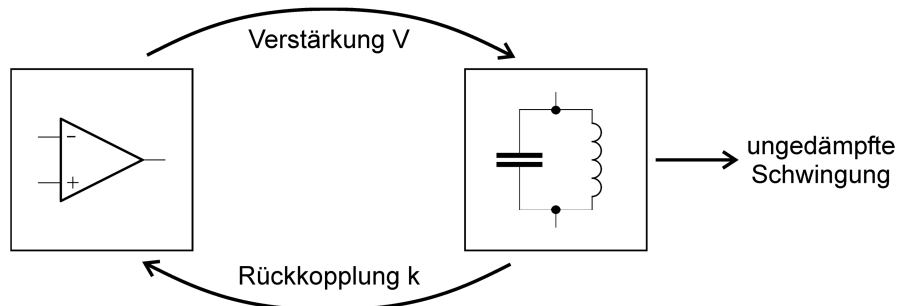
Die Güte des Schwingkreises (= “Schärfe der Resonanz“) ist definiert als:

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{\sqrt{\frac{1}{LC}}}{\frac{1}{RC}} = R \sqrt{\frac{C}{L}}. \quad (9)$$

$\Delta f$  stellt dabei die Bandbreite des Systems dar (Frequenzabstand der Punkte, bei denen die Amplitude auf  $1/\sqrt{2}$  des Maximalwerts abgefallen ist).  $f_0$  ist die Resonanzfrequenz des Schwingkreises.

### 2.3 Meißner-Schaltung

Ein Schwingkreis hat stets verlustbehaftete Komponenten – beispielsweise Leitungswiderstände der Spule, dielektrische Verluste im Dielektrikum des Kondensators oder Streuverluste in der Spule. Dadurch kommt eine einmal gestartete Schwingung schnell zum Erliegen. Vielfach ist es jedoch wünschenswert, einer Schaltung eine dauerhafte Schwingung entnehmen zu können, beispielsweise als Frequenzgenerator oder Zeitnormal. Ähnlich wie bei einer Schaukel muss man dem Schwingkreis zum richtigen Zeitpunkt Energie zuführen, so dass die Schwingung erhalten bleibt.



**Abb. 5:** Erzeugung einer Schwingung mit Hilfe eines mitgekoppelten Verstärkers.

Man kann diese Energie mit Hilfe eines Verstärkers zuführen (siehe Abb. 5). Um eine stabile Ausgangsspannung zu erhalten, muss das rückgeführte Signal dazu führen, dass

- a) mindestens die verlorengegangene Energie wieder zugeführt wird,
- b) die Energie phasenrichtig (Vielfache von  $2\pi$ ) zugeführt wird.

Abgekürzt kann man diese Bedingungen im Komplexen wie folgt ausdrücken:

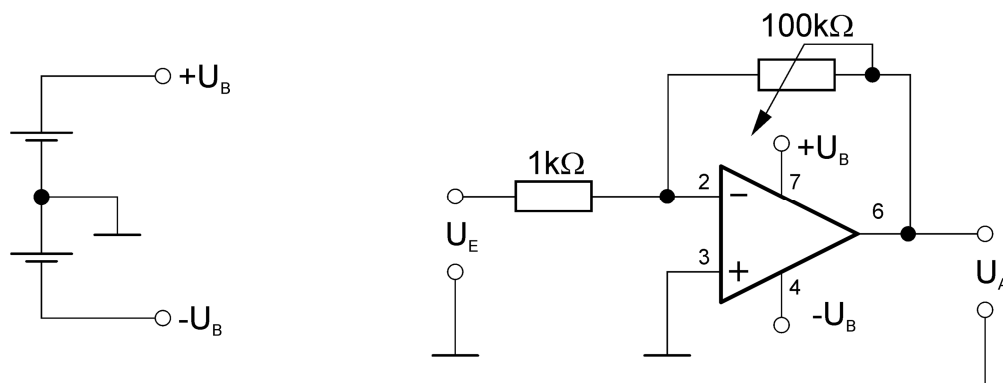
$$\underline{k} \underline{V} = 1. \quad (10)$$

Man bezeichnet diese Bedingung auch als Barkhausensche Anschwingbedingung.

Um mit Hilfe eines Schwingkreises und eines Verstärkers eine stabile Schwingung erzeugen zu können, muss man einen Teil der Schwingkreisenergie auskoppeln, verstärken und phasenrichtig auf den Verstärker zurückführen. Ein mögliches Beispiel ist hierbei die sogenannte Meißner-Schaltung, die in Abb. 8 dargestellt ist. Der Schwingkreis wird mit Hilfe einer Sekundärspule angezapft (Transformatorprinzip). Die in der Sekundärspule induzierte Spannung ist proportional zur Spannung des Schwingkreises. Man führt diese nun direkt auf den invertierenden Eingang des Verstärkers zurück. Wählt man die richtige Polarität der Sekundärspule, so ist das rückgeführte Signal um  $180^\circ$  gegenüber dem Schwingkreis phasenverschoben. Der invertierende Verstärker fügt nochmals  $180^\circ$  hinzu und sorgt so für die notwendige Phasenbedingung (Vielfache von  $360^\circ$ ). Mit Hilfe einer variablen Verstärkungseinstellung kann man nun soviel Signal rückkoppeln, dass die Verluste im Schwingkreis kompensiert werden – eine stabile Schwingung wird erzeugt.

### 3. Versuchsdurchführung

- 3.1 Bauen Sie eine invertierende Operationsverstärkerschaltung nach Abb. 6 auf. Bestimmen Sie die Verstärkung der Schaltung. Legen Sie hierzu ein kleines Wechselspannungssignal (typ. 10-100 mV Amplitude, Frequenz: 100 - 1000 Hz) an den Eingang und bestimmen Sie die Ausgangsspannung. Beobachten Sie die Ausgangsspannung, um etwaige Signalverzerrungen zu vermeiden. In welchem Bereich kann man die Verstärkung einstellen ( $V_{\min}$ ,  $V_{\max}$ )? Vergleichen Sie mit den theoretischen Vorhersagen (siehe Gl. (5)). Welche Phasenlage besteht zwischen Eingangs- und Ausgangssignal?



**Abb. 6:** Invertierende Operationsverstärkerschaltung mit variabler Verstärkung. Die Spannungsversorgung erfolgt durch eine symmetrische Spannung, die durch Reihenschaltung zweier Netzteile (HAMEG HM 8040) bereitgestellt wird.

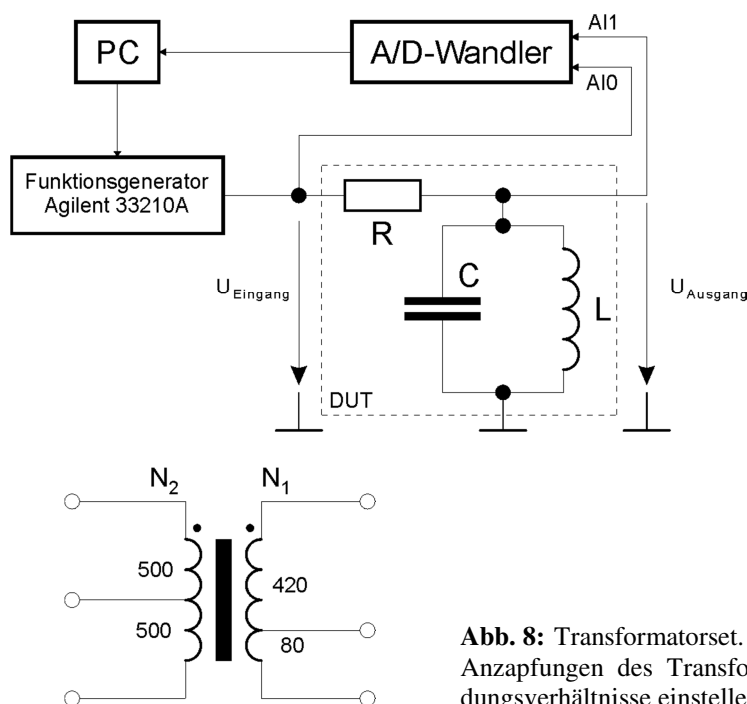
- 3.2 Bauen Sie die Schaltung nach Abb. 7 zur Aufnahme der Amplitudenübertragungsfunktion eines Parallelschwingkreises auf. Benutzen sie als Induktivität das Transformatorset (siehe

Abb. 8) bestehend aus 500/500 Windungen sowie einem Eisenkern. Verwenden Sie als Kondensator 100 nF. Bauen Sie den Transformator komplett zusammen (Primär- und Sekundärspule). Sie werden diese Baugruppe für die Aufgabe 3 in dieser Konfiguration benötigen. Achten Sie beim Zusammenbau des Transformators darauf, dass der Eisenkern geschlossen ist (Kunststoffklemme verwenden).

Benutzen Sie zum Aufzeichnen der Amplitudenübertragungsfunktion den bereitstehenden Computermessplatz im Praktikum. Eine Anleitung zur Handhabung der Messsoftware sowie Hinweise zum Aufbau der Schaltung finden Sie am Messplatz.

Bestimmen Sie aus der aufgenommenen Kurve die Resonanzfrequenz sowie die Güte ihres Schwingkreises.

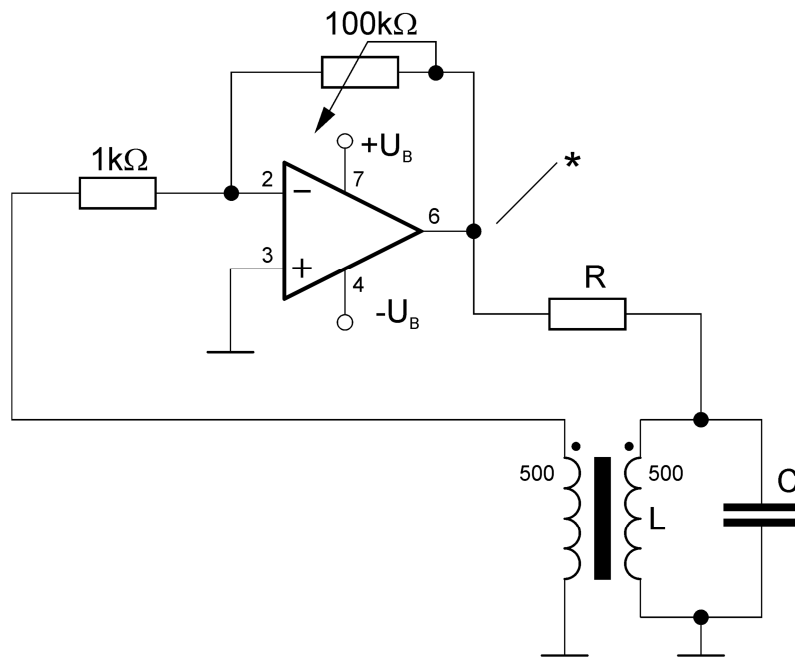
Hinweis: *Belassen Sie den Schwingkreis nach Abschluss des Versuchsteils im Zusammengebauten Zustand für Versuch 3. Warum ist dies sinnvoll?*



**Abb. 7:** Schaltung zur automatischen Aufnahme der Amplitudenübertragungsfunktion des Schwingkreises mit Hilfe des Wobbelmessplatzes.  $R = 10 \text{ k}\Omega$ . DUT = Device Under Test (Messobjekt).

**Abb. 8:** Transformatorset. Durch unterschiedliche Beschaltung der Anzapfungen des Transformators lassen sich verschiedene Windungsverhältnisse einstellen.

- 3.3 Bauen Sie die Meißner-Schaltung nach Abb. 9 auf. Verwenden Sie den unter Aufgabe 2 untersuchten Schwingkreis bestehend aus einem Transformator (500/500 Windungen) sowie einem Kondensator von 100 nF.



**Abb. 9:** Meißner-Schaltung.  
Ankoppelwiderstand  $R = 10\text{ k}\Omega$ .

Verändern Sie die Verstärkung so lange, bis eine stabile Schwingung am Ausgang des Operationsverstärkers vorliegt (Kontrolle durch Oszilloskop am Punkt \*). Sollte dies nicht möglich sein, müssen Sie die Verstärkung der Schaltung weiter erhöhen. Besprechen Sie dazu eine mögliche Schaltungsänderung mit Ihrem Betreuer. Bestimmen Sie die notwendige Verstärkung für das Einsetzen einer stabilen Schwingung. Tauschen Sie nun die Anschlüsse der Auskoppelspule am Übertrager. Beschreiben Sie Ihre Beobachtung.

Messen Sie die Frequenz des Oszillators und vergleichen Sie mit den theoretischen Werten (Ausmessen der Bauteilwerte, Achten Sie dabei darauf, dass für die Induktivitätsmessung der vollständig zusammengebaute Übertrager verwendet werden muss.). Vergleichen Sie die erhaltenen Werte mit der Amplitudenübertragungsfunktion aus Aufgabe 2.

Beobachten Sie die Frequenz des Oszillators über einen Zeitraum von 5 Minuten und geben Sie die Schwankungsbreite der Frequenz des Ausgangssignals an.

Schließen Sie einen Kopfhörer an den Ausgang des Operationsverstärkers an. Verändern Sie die Parameter des Schwingkreises (z.B. Verschieben des Eisenkerns, Veränderung der Windungszahl bzw. des Kondensators) und beschreiben Sie den Höreindruck. Messen Sie die zugehörigen Frequenzen.

### Literatur:

H. Hinsch, *Elektronik: Ein Werkzeug für Naturwissenschaftler*, Springer Berlin 1996.  
U. Tietze, C. Schenk, E. Gamm, *Halbleiter-Schaltungstechnik*, Springer Berlin 2009.