

420 – Messung der Lichtgeschwindigkeit

1. Aufgabe

- 1.1 Bestimmen Sie die Lichtgeschwindigkeit in Luft.
- 1.2 Bestimmen Sie Lichtgeschwindigkeit und Brechzahl in verschiedenen transparenten Medien (z.B. Wasser, Glas, Kunstharz).

2. Grundlagen

Stichworte:

Lichtgeschwindigkeit, Phasengeschwindigkeit, Wellenlänge, Frequenz, Brechzahl, Dispersion, modulierte Leuchtdiode, Phasenverschiebung, Lissajousfiguren, Oszilloskop

2.1 Elektromagnetische Wellen

Die Ausbreitung einer ebenen elektromagnetischen Welle $E(z,t)$ (diese Eigenschaft hat auch das Licht) im Vakuum längs der Koordinate z kann durch einen Ausdruck der Gestalt

$$E(z,t) = \hat{E} \cdot \sin \left(2\pi \cdot f t - 2\pi \cdot \frac{z}{\lambda} \right) \quad (1)$$

beschrieben werden, wobei t die Zeit, f die Lichtfrequenz und λ die Lichtwellenlänge sind.

Den Ausdruck in der Winkelfunktion $2\pi \cdot \left(f t - \frac{z}{\lambda} \right)$ nennt man die Phase φ der Welle.

Beobachtet man einen beliebigen Punkt mit konstanter Phase, z.B. mit $\varphi = 0$

$$\varphi = 2\pi \left(f t - \frac{z}{\lambda} \right) = 0 \quad (2)$$

so bewegt sich dieser mit der Phasengeschwindigkeit c

$$c = \frac{dz}{dt} = f \cdot \lambda \quad (3)$$

entlang der Ausbreitungsrichtung z . Beim Durchlaufen eines Mediums mit der Brechzahl n_M ändert sich die Phasengeschwindigkeit zu

$$c_{\text{medium}} = \frac{c}{n_M} \quad (4)$$

wobei die Stoffkonstante n_M die optische Brechzahl ist, die wegen der Materialdispersion [$n(f)$ bzw. $n(\lambda)$] noch von der Lichtfrequenz f abhängt.

2.2 Verfahren zur Lichtgeschwindigkeitsmessung

Die Lichtgeschwindigkeiten in Luft und im Vakuum sind einander ziemlich ähnlich und betragen ungefähr $300.000 \text{ km/s} \left(= 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$.

Um diese enorm großen Geschwindigkeit als Verhältnis von zurückgelegtem Weg pro Zeitspanne messtechnisch erfassen zu können, bedurfte es beim früheren Stand der Zeitmesstechnik möglichst großer Lichtwege (O. Römer benutzte um 1700 astronomische Entfernungen, und bei der Zahnradmethode, die H. Fizeau um 1850 benutzte, waren Lichtwege von einigen km erforderlich).

Eine Vereinfachung der Lichtgeschwindigkeitsmessung erreicht man bei Anwendung des **Phasenmessverfahrens**. Dabei wird ein Lichtstrahl **in seiner Intensität** periodisch mit der Modulationsfrequenz F moduliert, wie es Bild 1 zeigt. Dabei sind:

$$\begin{aligned} F & \quad \text{Modulationsfrequenz [Hz]} \\ T_M &= 1 / F \quad \text{Modulationsperiode [s]} \\ \Lambda &= c \cdot T_M = c / F \quad \text{Modulationswellenlänge [m]} \end{aligned}$$

Die **Phasenlage dieser Intensitätsmodulation** breitet sich mit Lichtgeschwindigkeit c (genauer: mit der Gruppengeschwindigkeit) aus und hat nach der Zeit $T_M = 1/F$ eine Wegstrecke von $\Lambda = c / F$ zurückgelegt.

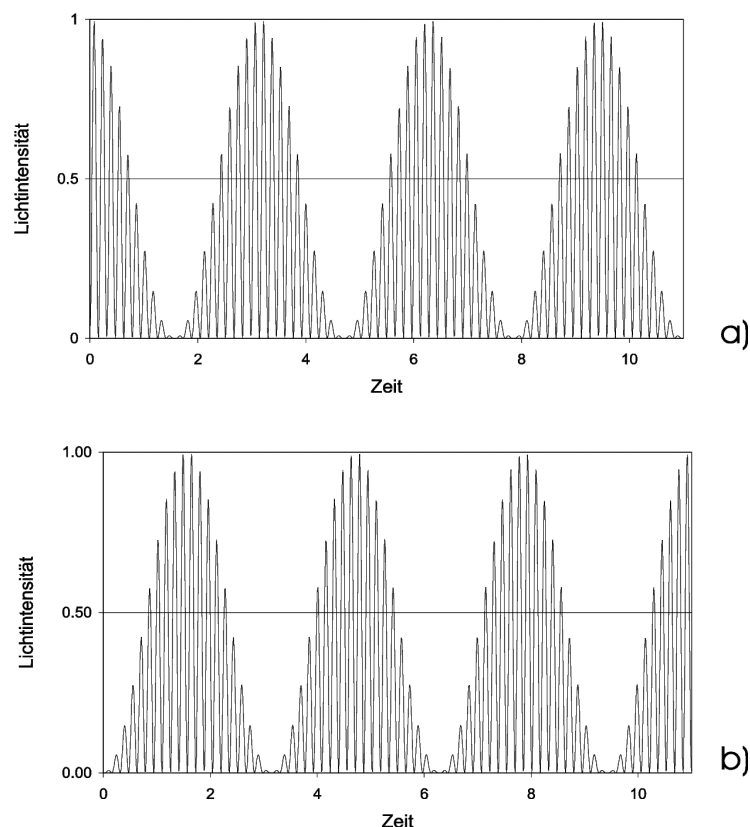


Bild 1: Momentbilder eines modulierten Lichtstrahles, die im Zeitabstand von $T/2$ aufgenommen wurden. a) $t = 0$, b) $t = T/2$

Bild 1 zeigt beispielhaft zwei Momentaufnahmen einer Welle, die im Zeitabstand von $T/2$ aufgenommen wurden. Die Welle ist dabei um $\lambda/2$ weitergelaufen. Die Welle in b) hat jetzt einen Phasenunterschied von π gegenüber der Welle in a). Die Messung der Phasenunterschiede erfolgt einfach und elegant mit Hilfe von Lissajousfiguren (Bild 2).

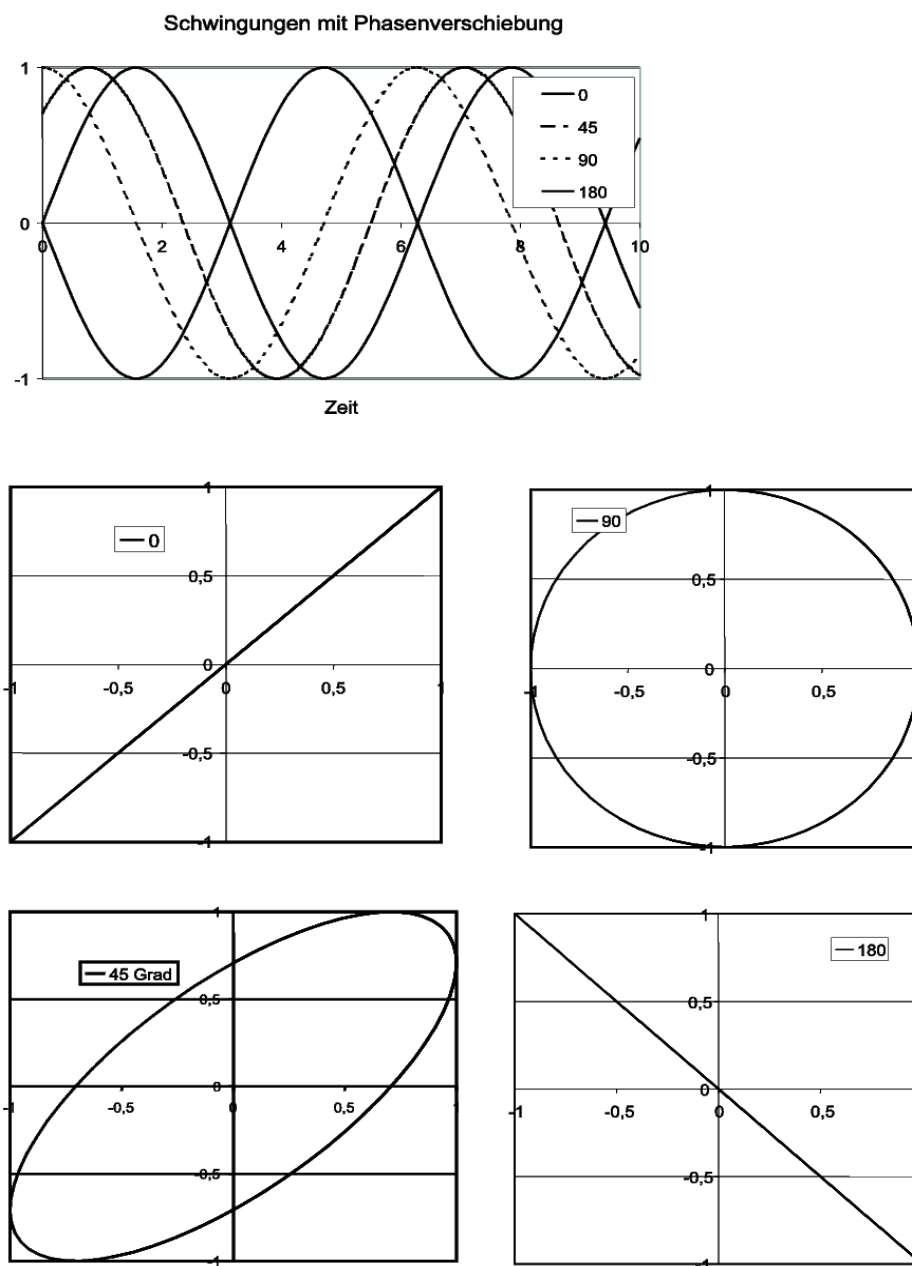


Bild 2: Phasenverschiebung und Lissajousfiguren

2.3 Lissajousfiguren

Phasenverschiebungen zwischen 2 periodischen Verläufen $X(t)$ und $Y(t)$ mit

$$X(t) = X_o \cdot \cos(2\pi f_1 t) \quad \text{und} \\ Y(t) = Y_o \cdot \cos(2\pi f_2 t + \varphi)$$

lassen sich bequem mittels Lissajousfiguren darstellen und ausmessen. Dazu betreibt man ein Zweistrahloszilloskop im X-Y-Modus und legt an die beiden Eingänge die Signale $X(t)$ und $Y(t)$ an. Der Elektronenstrahl des Oszilloskops wird jetzt gleichzeitig in Horizontalrichtung mit $X(t)$ und in Vertikalrichtung mit $Y(t)$ abgelenkt. Setzt man voraus, dass $f_1 = f_2$ ist, so wird die entstehende Lissajousfigur signifikant durch die Phasenverschiebung φ zwischen $Y(t)$ und $X(t)$ bestimmt.

3. Versuchsdurchführung

3.1 Experimenteller Aufbau

Den prinzipiellen Messaufbau zeigt Bild 3. Er besteht aus einem Betriebsgerät, einer optischen Bank mit Spiegelsystem und einem Oszilloskop. Im Betriebsgerät befindet sich ein Laser, deren Abstrahlung mit $F = 50,1$ MHz moduliert wird. Geräteintern wird ein zur Abstrahlung proportionales Referenzsignal bereitgestellt, das am Geräteausgang X anliegt. Der modulierte Lichtstrahl durchläuft entlang der optischen Bank eine äußere Wegstrecke und wird durch eine Spiegelanordnung auf eine Photodiode zurückgelenkt. Das modulierte aber wegen des längeren Lichtweges in seiner Phase veränderte Empfangssignal liegt am Y-Ausgang an.

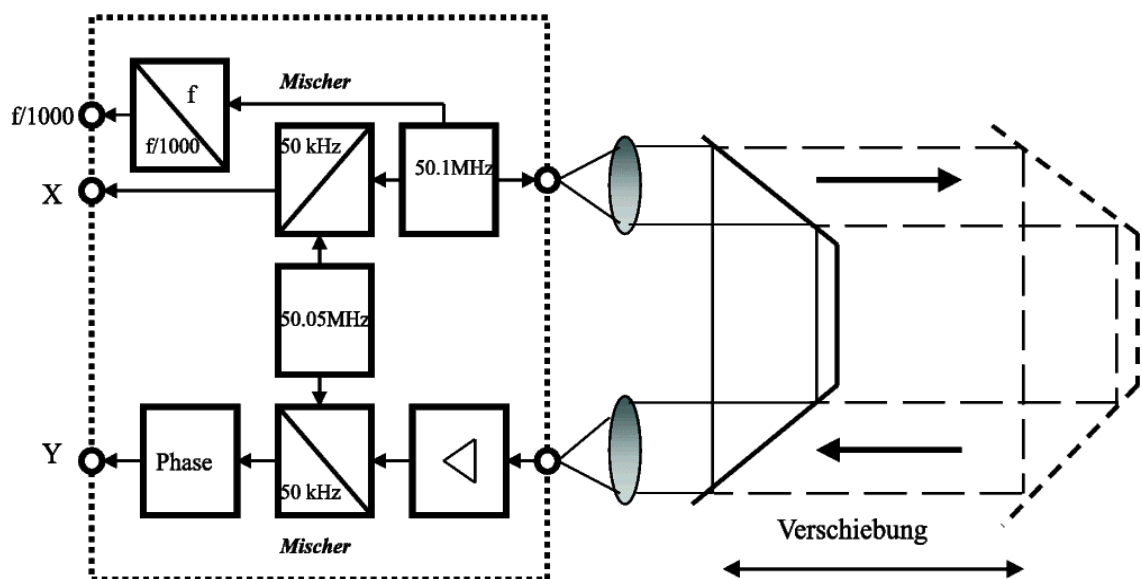


Bild 3: Messaufbau zur Lichtgeschwindigkeitsmessung

3.2 Messmethode

Mess- und Referenzsignal werden an die beiden Eingänge eines Zweistrahloszilloskops gelegt. Jetzt kann die Phasenverschiebung, die der Messtrahl beim Zurücklegen des äußeren Weges gegenüber dem Referenzsignal erfährt, durch geschicktes Ausnutzen der Eigenschaften von Lissajousfiguren bestimmt werden. Wir verwenden dazu die beiden Spezialfälle einer schrägliegenden Geraden, d.h. $\varphi = 0$ bzw. $\varphi = \pi$ welche sich sehr genau einstellen lassen.

Bemerkung:

Die Modulationsfrequenz von 50,1 MHz (quarzstabilisiert) ist zur Darstellung von Sende- und Empfangssignal auf dem Oszilloskop auf ca. 50 kHz herabgesetzt.

3.3 Messung

Um saubere Messwerte zu erhalten, ist eine gute Justierung des Strahlengangs erforderlich. Ein Maß dafür ist die Größe des Signals bei der längsten Verschiebung. Zur Justage der optischen Bauteile im Strahlengang gehen Sie folgendermaßen vor:

1. Testen Sie durch Verschieben der Umlenkspiegel auf der optischen Bank, dass der Laserstrahl stets mit hinreichender Intensivität auf die Empfangsdiode fällt (Fläche etwa 1 mm^2).
2. Im Bedarfsfall justieren Sie die Umlenkspiegel nach.
3. Da der Laserstrahl sehr kollimiert ist, wird er mit Hilfe einer Milchglasplatte kurz vor der Empfangsdiode künstlich aufgeweitet, so dass er die Diode auch trifft. Eine gute Justage hat man dann erreicht, wenn durch das Einbringen von brechzahländernden Medien in den Strahlengang, das Laserlicht immer noch auf die Empfangsdiode fällt, ohne zusätzliche Nachjustage der Umlenkspiegel.

3.4 Auswertung

3.4.1 Zur Messung der Lichtgeschwindigkeit in Luft wird der Lichtweg um

$$\Delta l = 2 \cdot \Delta x$$

vergrößert (Bild 3, Δx = Verschiebung), so dass eine Phasenänderung um π von $\varphi = 0$ nach $\varphi = \pi$ bzw. umgekehrt eintritt, d.h. das Licht benötigt für diesen Weg die Zeit

$$\Delta t = \frac{T_M}{2} = \frac{1}{2F}$$

($F = 50,1 \text{ MHz}$, Modulationsfrequenz)

Damit ergibt sich die Lichtgeschwindigkeit in Luft

$$c_L = \frac{\Delta l}{\Delta t} = 2 F \cdot 2 \cdot \Delta x = 4 \cdot F \cdot \Delta x \quad (5)$$

3.4.2 Die Lichtgeschwindigkeit c_M in einem Medium wie Wasser, Glas oder Kunstharz, wird durch Vergleich mit der Lichtgeschwindigkeit in Luft c_L gemessen (Bild 4).

Die erste Messung wird mit eingelegtem Medium durchgeführt. Der Lichtstrahl durchläuft im Medium die Strecke l (bei doppeltem Durchlauf ist der Weg natürlich $2 \cdot l$). Gleichzeitig wird die Phasenlage des durchlaufenden Strahls manuell auf „0“ bzw. „ 180° “ eingestellt.

In einer zweiten Messung wird das Medium entfernt. Dabei ändert sich die Lissajousfigur: aus der Linie wird wieder eine Ellipse! Um die ursprüngliche Phasenlage (**und damit den gleichen optischen Weg**) einzustellen, muss man den **Lichtweg in Luft vergrößern**. Dieses geschieht dadurch, dass man die Spiegel um die Strecke Δx von der Lichtquelle weg verschiebt.

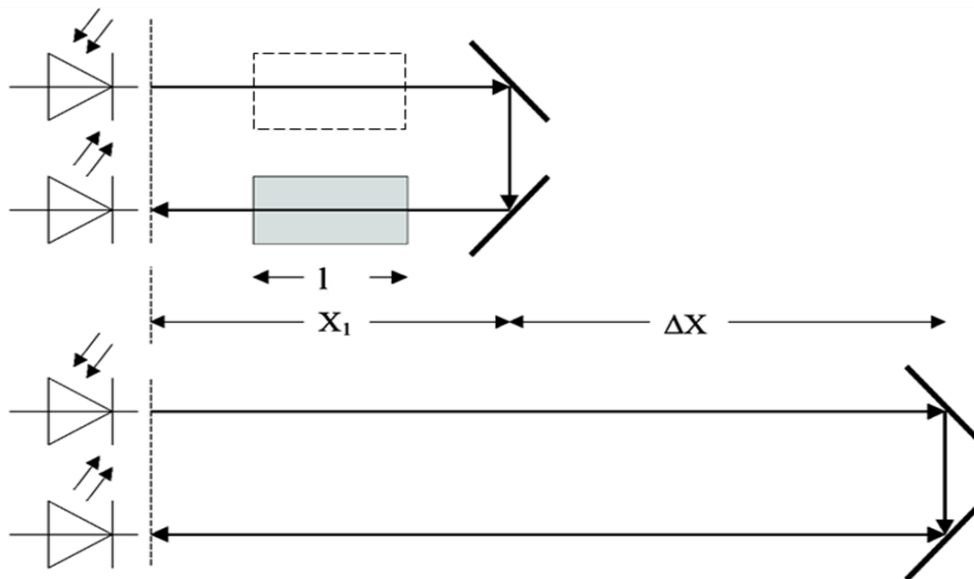


Bild 4: Messung der Lichtgeschwindigkeit in anderen Medien

Gleiche Phasenlage bei den beiden Messungen bedeutet auch **gleiche optische Wege**. Wird das zu untersuchende Medium vom Lichtstrahl **einmal** durchlaufen (wie in Abbildung 4 dargestellt), so gilt :

$$n_M \cdot l + l = 2l + 2\Delta x$$

$$n_M = 1 + \frac{2\Delta x}{l}$$

Wird das zu untersuchende Medium vom Lichtstrahl jedoch **zweimal** durchlaufen (auf Hin- und Rückweg), gilt dementsprechend:

$$2n_M \cdot l = 2l + 2\Delta x$$

$$n_M = 1 + \frac{\Delta x}{l}$$

Damit kann nach Gl.(4) die Lichtgeschwindigkeit in einem Medium berechnet werden. Zur Verbesserung der Messgenauigkeit sollte das zu untersuchende Medium so dicht wie möglich an die Empfangsdiode heran geschoben werden.

Literatur:

Siehe: http://www.uni-jena.de/Literatur_p_131600.html